

# கணிதம்

பகுதி - 1

வகுப்பு

VII

Mathematics

Std VII

Part I

Tamil Medium



കേരള അരச്  
പൊതുക്ക കലിവിത്തുരാജ

தயாரிப்பு

മாநிலக் கலി ആരாധ்சී മற்றும் പயிற்சி (SCERT) കേരളம்

2024

## தேசிய கீதம்

ஜன கண மன அதிநாயக ஜய ஹே  
பாரத பாக்ய விதாதா  
பஞ்சாப சிந்து குஜராத மராட்டா  
திராவிட உத்கல பங்கா  
விந்திய ஹரிமாசல யமுனா கங்கா  
உச்சல ஜலதி தரங்கா  
தவ சுப நாமே ஜாகே  
தவ சுப ஆசிலை மாகே  
காகே தவ ஜய காதா  
ஜன கண மங்கள தாயக ஜய ஹே  
பாரத பாக்ய விதாதா  
ஜய ஹே! ஜய ஹே! ஜய ஹே!  
ஜய ஜய ஜய ஜய ஹே!

## உறுதிமாழி

இந்தியா எனது நாடு. இந்தியர் அனைவரும் என் உடன்பிறந்தோர்.

எனது நாட்டை நான் உயிரினும் மேலாக மதிக்கிறேன். அதன் வளம் வாய்ந்த பல்வகைப் பரம்பரைப் புகழில் நான் பெருமைகொள்கிறேன். அதற்குத்தக நான் என்றும் நடந்துகொள்வேன்.

என் பெற்றோர், ஆசிரியர், முத்தோர் இவர்களை நான் நன்கு மதிப்பேன்.

எல்லாருடனும் நான் பண்புடன் பழகுவேன். எனது நாட்டினிடமும் நாட்டு மக்களிடமும் பக்தியுடன் இருப்பேன் என உறுதி கூறுகிறேன். அவர்களின் நலத்திலும் வளத்திலும் எனது இன்பமும் அடங்கியிருக்கிறது.

## கணிதம்

7

State Council of Educational Research and Training (SCERT)

Poojappura, Thiruvananthapuram 695012, Kerala

Website : [www.scertkerala.gov.in](http://www.scertkerala.gov.in)

e-mail : [scertkerala@gmail.com](mailto:scertkerala@gmail.com), Phone : 0471 - 2341883,

Typesetting and Layout : SCERT

First Edition : 2024

Printed at : KBPS, Kakkanad, Kochi-30

© Department of General Education, Government of Kerala

**அன்பார்ந்த மாணவர்களே,**

கணிதத்தில் பல அடிப்படைக் கருத்துக்களையும் நாம் கற்றுக்கொண்டோம். எண்ணல் எண்கள், பின்ன எண்கள், தசம வடிவங்கள், இயற்கணிதத்தில் சில செயல்கள் என இவற்றையெல்லாம் பயன்படுத்தி அறிவுப் பூர்வமாகப் பிரச்சினைகளுக்குத் தீர்வு காண்பதற்கும் காரியகாரணத் தொடர்பைக் கண்டறிந்து விளக்குவதற்கும் வரிசைகளைப் பூர்த்தி செய்வதற்கும் நமக்கு வாய்ப்புகள் கிடைத்தன. கற்றுக்கொண்ட கருத்துகளைக் கூடுதல் செயல்முறைகளுக்கும், புதிய செயல்பாடுகளுக்கும், எண்களின் நுணுக்கத்தைக் கண்டுபிடித்துச் சொந்த மொழியில் விளக்கவும், கணித மொழியில் எழுதுவதற்கும், வடிவியலின் ஆழமான பகுப்பாய்விற்கும், மேலும் கடினமான பிரச்சினைகளுக்குத் தீர்வு காணவும், கணிதச் சிந்தனையையும் கணக்கீட்டுச் சிந்தனையையும் புதிய வாய்ப்புகளுக்குத் தன்னம்பிக்கையுடன் சிந்தித்தும், ரசித்தும், குழுவாகவும் புதிய முறைகளை ஆராய்ந்தும் நாம் முன்னோக்கிச் செல்வோம்.

**அன்புடன்**

**முனைவர். ஜெயப்பிரகாஷ் ஆர்.கெ.**

**இயக்குநர்  
எஸ்.எஸ்.இ.ஆர்.டி**

# TEXTBOOK DEVELOPMENT TEAM

## Advisor

### Dr. E. Krishnan

Head (Rtd.), Department of Mathematics,  
University College, Thiruvananthapuram

## Chairperson

### C. Venugopal

Assistant Professor (Rtd.)  
IASE, Thrissur

## Expert

### Dr. T.G. Sarachandran

Deputy Director (Rtd),  
Department of Collegiate Education, Kerala

### Dr. Preenu C.S

Assistant Professor,  
University College, Thiruvananthapuram

## Members

### Kunhabdhulla M.

Headmaster (Rtd),  
Muyippoth M.U.P. School,  
Kozhikkode

### Thulaseedharan Pillai K.G

Trainer, BRC Anchal, Kollam

### Suresh Babu T.

LPST (Rtd.), U.P.G.S.,  
Punukkonnor, Kollam

### Sajeev C.S.

HSST Mathematics  
GHSS Edathanattukara,  
Palakkad

### Achuthan C.G.

HSST Mathematics, GHSS  
Karakkurissi, Palakkad

### D.K. Biju

UPST, Kuruvangad South UP  
School, Koyilandy, Kozhikode

### Fathima K.

UPST,  
GHSS Karuvarakundu,  
Malappuram

### Jobin Kuruvilla

UPST, St. Antony's Higher  
Secondary School, Poonjar,  
Kottayam

### Dhaneshan M.V.

HSST English,  
GFHSS Padannakadappuram,  
Kasaragod

### Rajeev N.T.

GHSS Thariyod, Wayanad

### Prakashan Pachan

Paruthiyara

### Harikrishnan G.

LTA, Gov. VHSS for Girls  
Kottarakkara

## Tamil Version

### Experts

#### Dr. K. Manickaraj

Associate Professor of Tamil  
Govt College for Women, Thiruvananthapuram.

#### Dr. Hepsy Rosemary

Associate Professor Department of Tamil  
University College, Thiruvananthapuram.

### Members

Edwin Daniel S.C., Rtd. Headmaster, GHS Pambanar, Idukki.

Selvaraj R., Rtd. Principal, Diet Thiruvananthapuram.

Little Linda T.R., Rtd. Teacher,GHS Anakkara, Idukki.

Domanatha Sarath Kame, HST Maths, CPM GHSS Peermade, Idukki.

Amirthaselvi S.A., HST Mathematics, PHSS Vandiperiyar, Idukki.

Selvamari S., HST Mathematics, GHS Vanchivayal, Vallakkadu, Idukki.

## Academic Coordinator

### Dr. Sivakumar K.S.

Research Officer, SCERT



മാന്ത്രിക കല്വിയാരാധകി മന്ത്രം പയിൻശി നിറുവൻമ് (SCERT)  
വിത്തിയാപവൻ, പുജപ്പുര, തിരുവനന്തപുരം, 695 012

# உள்ளடக்கம்

1. இணைகோடுகள்	7
2. பின்ன எண்கள்	23
3. முக்கோணங்கள்	43
4. தலை கீழ் பின்னங்கள்	61
5. தசம முறைகள்	69
6. விகிதம்	83
7. கணிதத்தில் சுருக்கெழுத்து	93

இப்புத்தகத்தில் வசதிக்காக, சில அடையாளங்கள் பயன்படுத்தப்பட்டுள்ளன.



கணக்கு செய்து பார்க்கலாம்



ஐ.சி.டி வாய்ப்பு

## இந்திய அரசமைப்பு

### முகப்புரை

இந்திய மக்களாகிய நாம். இந்திய நாட்டினை இறையான்மையும் சமநலச்சமுதாயமும் சமயச்சார்பின்மையும் மக்களாட்சிமுறையும் அமைந்ததொரு குடியரசாக நிறுவவும்.

அதன் குடிமக்கள் அனைவரும்

சமுதாய, பொருளியல், அரசியல் நீதி,  
என்னம், அதன் வெளியீடு, கோட்பாடு,  
சமயநம்பிக்கை, வழிபாடு இவற்றில் தன்னுரிமை,

சமுதாயப்படிநிலை, வாய்ப்புநலம் இவற்றில் சமன்மை  
ஆகியவற்றை எய்திடச் செய்யவும்.

அவர்கள் அனைவரிடையேயும்

தனிமனிதனின் மாண்பு, நாட்டுமக்களின் ஒற்றுமை,  
ஒருமைப்பாடு இவற்றை உறுதிப்படுத்தும்  
உடன்பிறப்புரிமையினை வளர்க்கவும்

உள்ளார்ந்த உறுதியுடையராய்,

நம்முடைய அரசமைப்புப் பேரவையில், 1949 நவம்பர் இருபத்தாறாம் நாளாகிய இன்று, ஈங்கிதனால், இந்த அரசமைப்பினை ஏற்று, இயற்றி, நமக்கு நாமே வழங்கிக்கொள்கிறோம்.

# 1

# இணைகோடுகள்

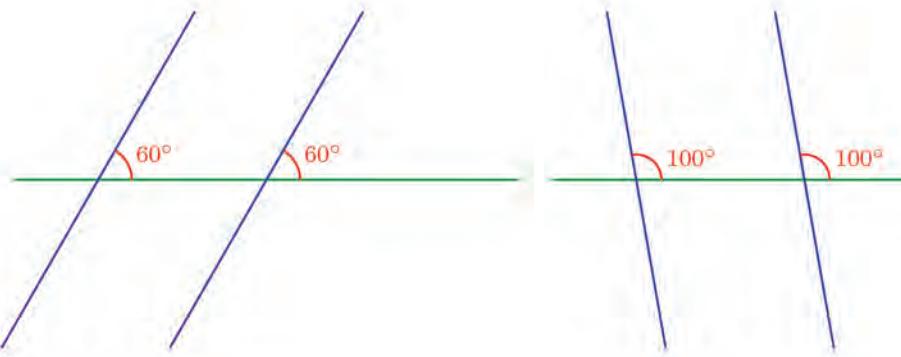
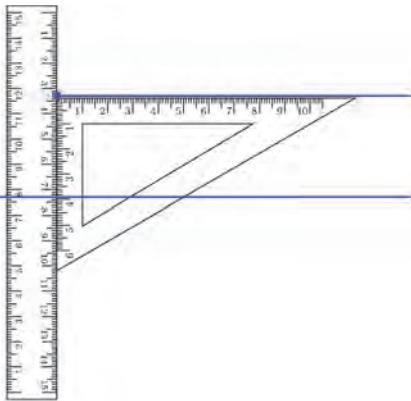
## நினைவுட்டல்

ஆறாம் வகுப்பில் இணைகோடுகளைக் குறித்துக் கற்றிருக்கிறீர்கள் அல்லவா.

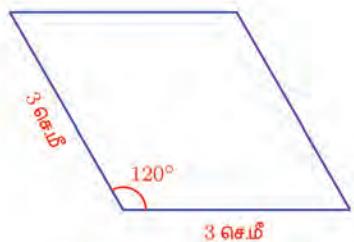
எவ்வளவு நீட்டிநாலும் சந்திக்காத, இடையேயுள்ள தூரம் மாறாதகோடுகள்.

அளவுகோல் மற்றும் செங்கோணமானி ஆகியவற்றைப் பயன்படுத்தி இவை வரையப்பட்டுள்ளன.

ஒரு கோட்டிற்கு ஒரே சாய்வில் வரையப்படும் இரண்டு கோடுகள் இணையாகும் எனப் பார்த்தோமல்லவா?

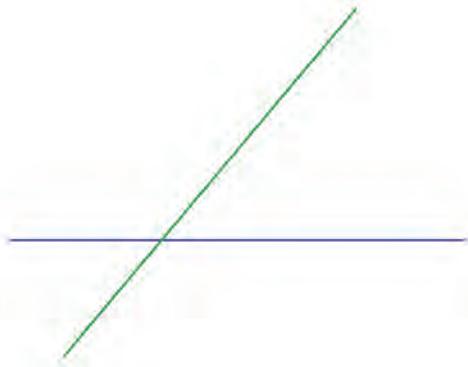


இரண்டு ஜோடி எதிர்ப் பக்கங்களும் இணையாக உள்ள நாற்கரமே இணைகரம் எனவும் தெரியும். எனவே, இந்த இணைகரத்தை இதே அளவுகளில் வரைவோமா?

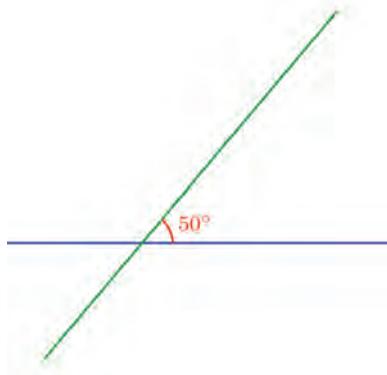


## கோடுகளும் கோணங்களும்

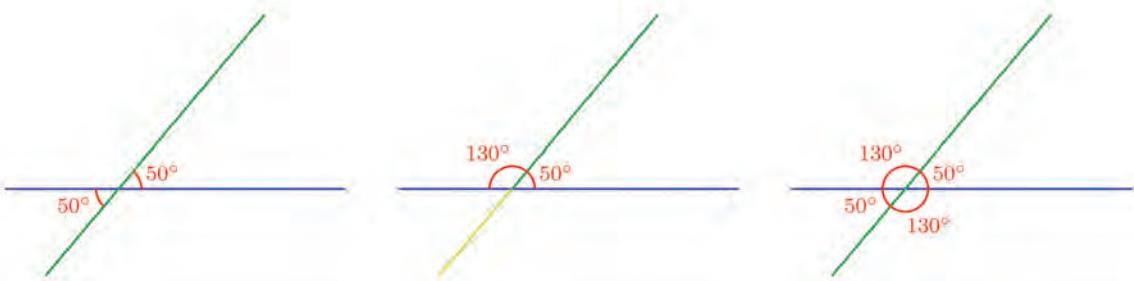
ஒரு கோடு மற்றொரு கோட்டை வெட்டிச் செல்லும் போது அவற்றிற்கிடையில் எத்தனை கோணங்கள் உருவாகும்?



இதில் ஒன்று தெரியுமெனில், மீதமுள்ள மூன்று கோணங்களைக் காண முடியுமா?

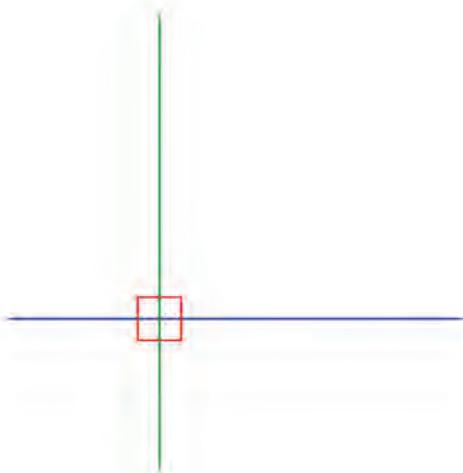


இதையும் ஆறாவது வகுப்பில் படித்தோமல்லவா?

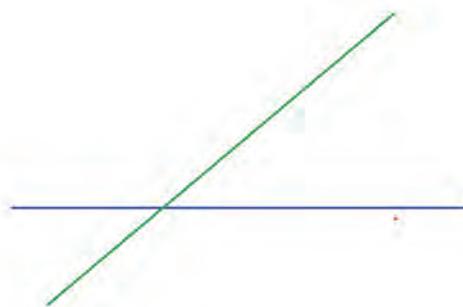


இவ்வாறான நான்கு கோணங்களின் தொடர்பைப் பொதுவாக எவ்வாறு கூறலாம்?

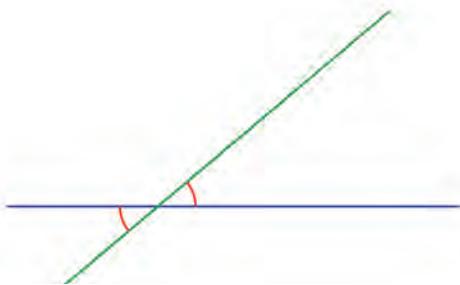
வெட்டிச் செல்லும் கோடுகள் செங்குத்து எனில் எல்லாக் கோணங்களையும் கூறுவது எளிது, அவை  $90^\circ$  ஆகும்.



ஒன்று சிறிது சாய்ந்த கோடாக இருந்தால்?



கிடைப்பது இரண்டு பெரிய கோணங்களும், இரண்டு சிறிய கோணங்களும் ஆகும்.

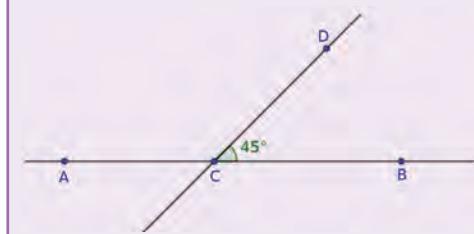


இவைகளுக்கு இடையே உள்ள தொடர்பு என்ன?

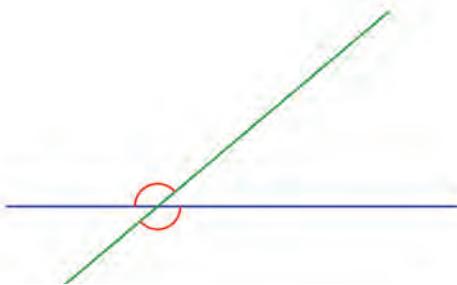
- சிறிய கோணங்கள் இரண்டும் ஒரே அளவுடையவை.
- பெரிய கோணங்கள் இரண்டும் ஒரே அளவுடையவை.
- ஒரு சிறிய கோணமும், ஒரு பெரிய கோணமும் சேர்ந்தால்  $180^\circ$ ஆகும்.



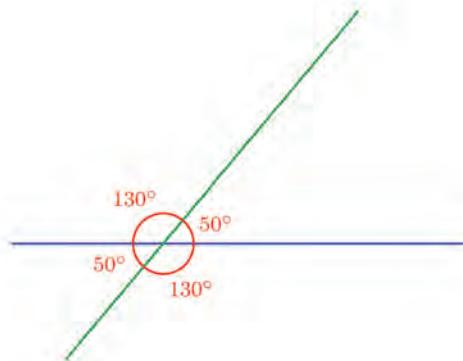
*AB என்ற கோடு வரைந்து. அதில் ஒரு கோடு C ஜியும் கோட்டின் வெளியே ஒரு புள்ளி D ஜியும் அடையாளப்படுத்தவும் C, D ஆகிய புள்ளிகள் வழியாகச் செல்லும் கோடு வரையவும்.  $\angle BCD$  ஜக் காண்க. இதற்காக Angle கருவியைப் பயன்படுத்தி B, C, D ஆகிய புள்ளிகளில் வரிசையாகக் கிளிக் செய்தால் போதும் (வேறு வரிசைகளில் கிளிக் செய்தால் என்னவாகும் எனப் பார்க்கவும்).*



இது போல பிற கோணங்களையும் அடையாளப்படுத்தவும். கோணங்களுக்கு இடையே உள்ள தொடர்பு என்ன? D இன் இடத்தை மாற்றிப் பார்க்கவும். அவைகளுக்கிடையிலான தொடர்பு என்ன?



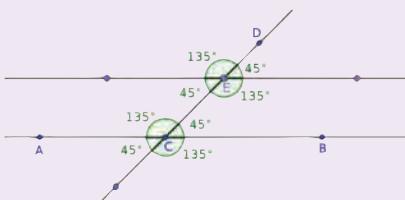
இனி முதலில் வரைந்த படத்தைப் பார்க்கவும்.



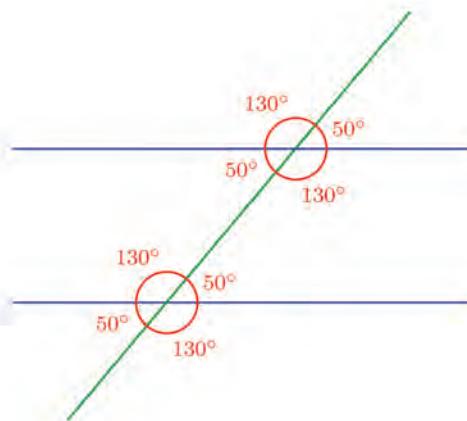
நீல நிறக் கோட்டிற்கு இணையாக அதற்கு மேலே ஒரு கோடு வரையலாமா?



முன் குறிப்பிட்ட செயல்பாட்டைப் போல ஒன்றை ஒன்று வெட்டிச் செல்லும் இரண்டு கோடுகள் வரைந்து அவைகளுக்கிடையேயான கோணங்களைக் குறிக்கவும்.  $CD$  என்ற கோட்டில்  $E$  என்ற புள்ளியைக் குறித்து அதன் வழியாக  $AB$  க்கு இணையாக ஒரு கோடு வரையவும்.  $E$  ஜஸ் சுற்றியுள்ள நான்கு கோணங்களையும் குறிக்கவும். (கோணங்களைக் குறிக்கும் வசதிக்காகக் கோட்டில் அதிகப் புள்ளிகளை வைக்கலாம்).

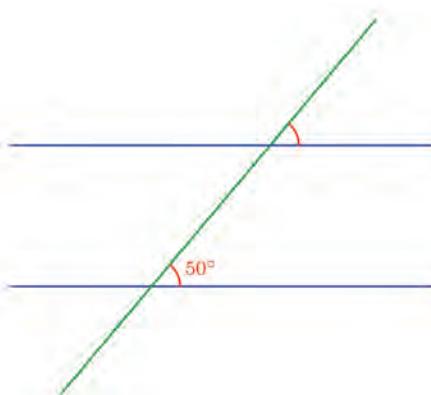


இப்போது குறிக்கப்பட்டுள்ள எட்டு கோணங்களுக்கும் இடையே உள்ள தொடர்பு என்ன?  $D$  இன் இடத்தை மாற்றிப் பார்க்கவும். கோண அளவுகளை மாற்றும் போது அவற்றின் தொடர்பு மாறுவதுண்டா?  $E$  இன் இடத்தை மாற்றிப் பார்க்கவும்.  $E$  என்ற புள்ளி  $C$  ஜஸ் அடையும் போது என்னவாகும்.

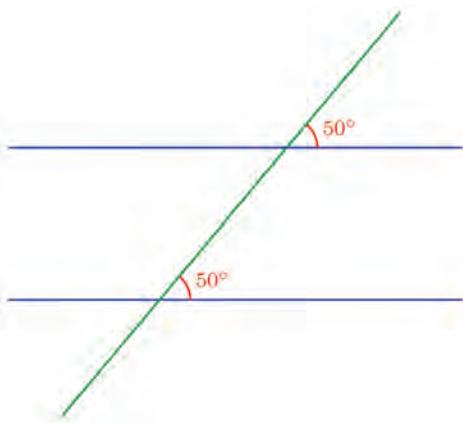


மேலே, நீலநிறக் கோடும் பச்சை நிறக் கோடும் சேர்ந்து நான்கு கோணங்கள் உருவாகிறதல்லவா?

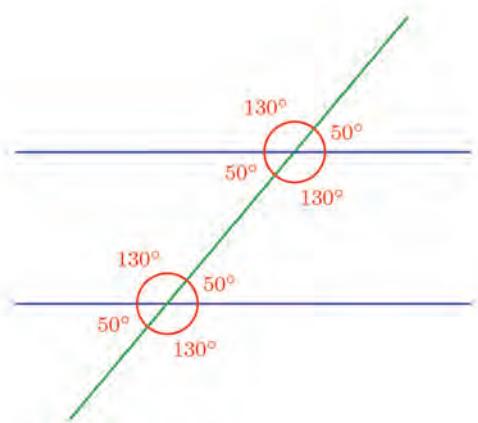
கீழே உள்ள சிறிய கோணத்தையும் அதன் மேலே குறிக்கப்பட்டுள்ள கோணத்தையும் கூர்ந்து கவனிக்கவும்.



நீல நிறக்கோடுகள் இணையானதால் இக்கோணங்கள் இரண்டும் ஒரே அளவில் இருக்குமல்லவா?



அப்போது மேலே உள்ள பிற கோணங்களின் அளவுகள் எவ்வாறு இருக்கும்?

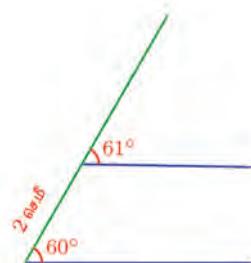


கோணம்  $50^\circ$  க்குப் பதிலாக வேறு ஏதேனும் கோணமானால்? அதாவது, மற்ற கோணங்களின் அளவுகள் மாறினாலும், கோணங்களுக்கிடையேயுள்ள தொடர்பு இதுவாகத்தான் இருக்குமல்லவா? அதாவது

இணையாக உள்ள இரண்டு கோடுகளை வேறொரு கோடு வெட்டிச் செல்வது ஒரே அளவுள்ள கோணங்களிலாகும்.

### கோணம் மாறினால்

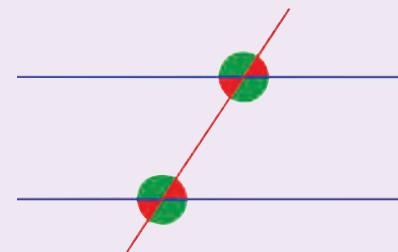
இரண்டு கோடுகளுக்கு மற்றொரு கோட்டுடனான சாய்வு சிரிய அளவில் வேறுபட்டாலும் அவை இணையாகாது. எடுத்துக்காட்டாக இந்தப் படத்தைப் பார்க்கவும்.



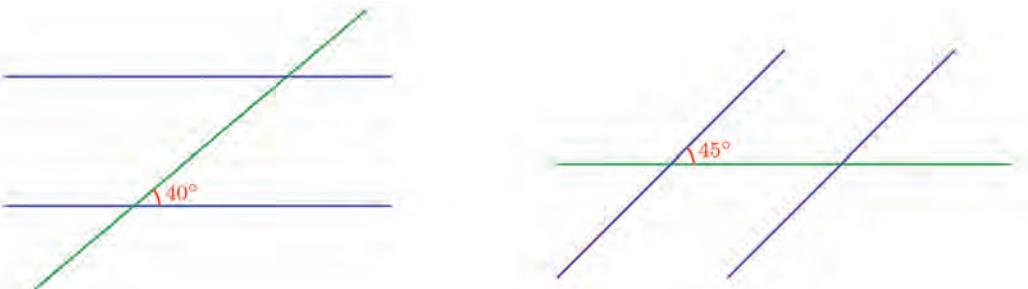
படத்தில் நீல நிறக்கோடுகள் இணையானவை எனத் தோன்றினாலும் கோணங்களுக்கு  $1^\circ$  வித்தியாசம் உள்ளதால் அவற்றைப் போதிய அளவு நீட்டிடனால் அவை சந்திக்கும். எவ்வளவு நீட்ட வேண்டும் என்பதைக் கணக்கிட முடியும். ஒரு மீட்டருக்கு மேல் அவற்றை நீட்ட வேண்டி இருக்கும்.



முன்னர் குறிப்பிட்ட செயல்பாடுகளைப் போல் இரண்டு இணைகோடுகளும் அவற்றை வெட்டிச் செல்லும் ஒரு கோடும் வரைக. ஒன்றையொன்று சந்திக்கும் புள்ளிகளைச் சுற்றியுள்ள எட்டு கோணங்களைக் குறிக்கவும். அவற்றின் அளவுகளை மறைத்து வைக்கலாம். (Right click செய்து Show label என்பதில்  குறியை நீக்கினால் போதும்). ஒரே அளவுள்ள நான்கு சிரிய கோணங்களுக்கும் ஒரே நிறம் கொடுக்கவும். (Right Click → Object Properties → Colour இதிலிருந்து தேவையான நிறம் தேர்ந்தெடுக்கலாம், Opacity யும் கூட்டலாம்.) அது போல ஒரே அளவுள்ள நான்கு பெரிய கோணங்களுக்கு மற்றொரு நிறம் கொடுக்கவும்.



கீழே தரப்பட்டுள்ள படங்களில் இணையான நீலநிறக் கோடுகள் பச்சை நிறக்கோடுகளுடன் உருவாக்கும் மற்ற ஏழு கோணங்களைக் காணலாம் அல்லவா?

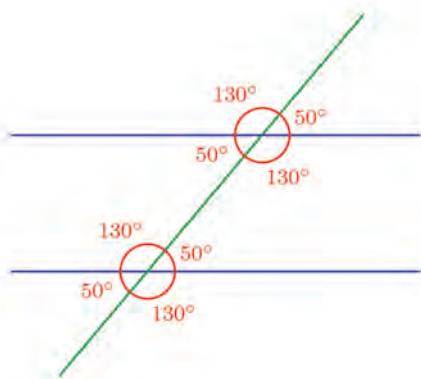


### கோணப் பொருத்தங்கள்

இரண்டு கோடுகள் ஒன்றை ஒன்று வெட்டிச் செல்லும் போது உருவாகும் நான்கு கோணங்களின் தொடர்புகளைப் பொதுவாகக் கூறினோம் அல்லவா. இது போன்று இரண்டு இணையான கோடுகளை வேறொரு கோடு வெட்டிச் செல்லும் போது உருவாகும் எட்டு கோணங்களின் தொடர்புகளைப் பற்றி பொதுவாக என்ன கூறலாம்?

முன்னர் கண்ட இந்தப் படத்தை மீண்டும் காண்போம்.

கீழே உள்ள நான்கு கோணங்களின் தொடர்பைப் பார்த்தோம். இதுவே மேலே உள்ள நான்கு கோணங்களின் தொடர்பாகும்.



கீழே உள்ள ஒரு கோணத்தையும் மேலே உள்ள ஒரு கோணத்தையும் எடுத்துக் கொள்வோமா?

இரண்டும் சிறிய கோணங்களானால், இரண்டுமே  $50^\circ$  ஆகும்.

இரண்டும் பெரிய கோணங்களானால், இரண்டுமே  $130^\circ$  ஆகும்.

ஒன்று சிறியதும் மற்றொன்று பெரியதும் ஆனால், சிறியது  $50^\circ$ , பெரியது  $130^\circ$ ; மொத்தம்  $180^\circ$ .

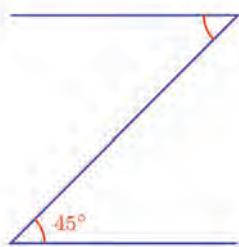
கோணங்கள் மாறினாலும் இந்தத் தொடர்பு மாறுவதில்லை அல்லவா? இதனைப் பொதுவாக இவ்வாறு கூறலாம்.

**இணையான இரண்டு கோடுகளை ஒரு சாய்ந்த கோடு வெட்டிச் செல்லும் போது உருவாகும் கோணங்களில்,**

- சிறிய கோணங்கள் எல்லாம் ஒரே அளவாகும்.
- பெரிய கோணங்கள் எல்லாம் ஒரே அளவாகும்.
- ஒரு சிறிய கோணத்தையும் ஒரு பெரிய கோணத்தையும் கூட்டினால்  $180^\circ$  ஆகும்.

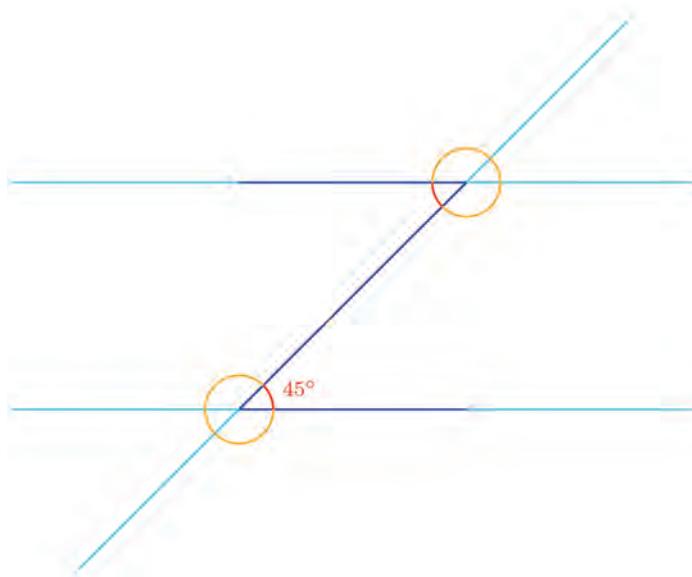
வெட்டும் கோடு இணை கோடுகளில் ஒன்றிற்குச் சௌகாத்தானால், மற்ற கோட்டிற்கும் சௌகாத்தாகும். அப்போது எல்லாக் கோணங்களும் சௌகோணம் ஆகும்.

இனி இந்தப் படத்தைக் காண்போம்.



மேலும் கீழும் உள்ள கோடுகள் இனையானால், மேலே உள்ள கோணம் எவ்வளவு?

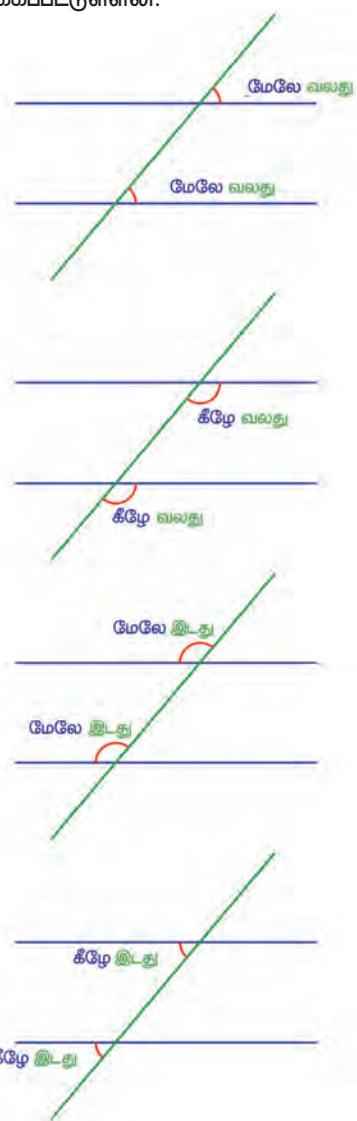
கோணங்களைத் தெளிவுப்படுத்தக் கோடுகளை நீட்டி வரைந்ததாகக் கருதுவோம்.



அப்போது மேலும் கீழும் உள்ள இனைகோடுகளைச் சாய்ந்த கோடு வெட்டிச் செல்லும் போது உருவாகும் கோணங்களில் சிறியவை இரண்டுமே முதல் படத்தில் உள்ள கோணங்களாகும் என அறியலாம். எனவே, அவற்றிற்கு ஒரே அளவாகும்.

### இடமும் கோணமும்

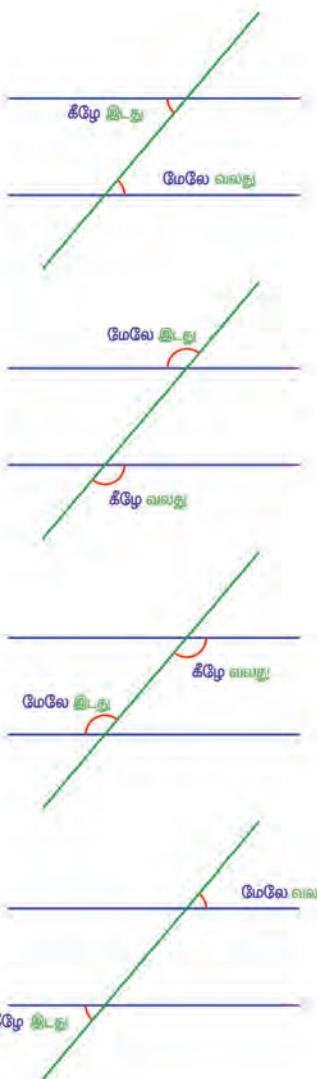
இரண்டு இனைகோடுகளை வேறாருகோடு வெட்டிச் செல்லும் போது உருவாகும் கோணங்களை அவற்றின் இடங்களின் அடிப்படையில் வகைப்படுத்தலாம். கோடுகளுக்கு ஒத்த இடத்தில் வரும் ஜோடிகள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.



மேற்கூறிய, ஒவ்வொரு ஜோடியையும் ஒத்த கோணங்கள் (corresponding angles) எனக் கூறுவர். ஒவ்வொரு ஜோடியிலும் உள்ள கோணங்கள் ஒரே அளவாகும்.

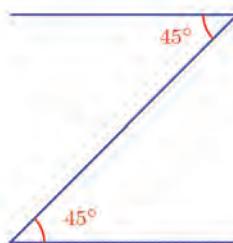
## எதிர் இடங்கள்

இரண்டு இணைகோடுகளை வெற்றாரு கோடு வெட்டிச் செல்லும்போது உருவாகும் கோணங்களில் எதிர் இடங்களில் வரும் ஜோடிகளே பின்வரும் படங்களில் காட்டப்பட்டுள்ளன.

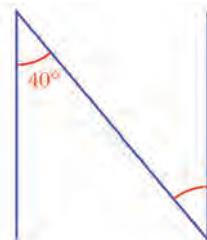


ஒவ்வொரு ஜோடியையும் ஒன்று விட்டக் கோணங்கள் (alternate angles) எனக் கூறுவேர். ஒவ்வொரு ஜோடியிலும் உள்ள கோணங்களின் அளவுகள் ஒரே அளவாகும்.

அதாவது மேலே உள்ள கோணமும்  $45^\circ$  ஆகும்.



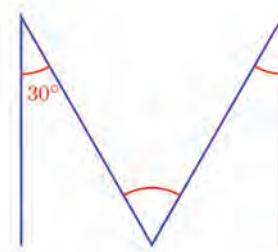
படம் இவ்வாறானால்?



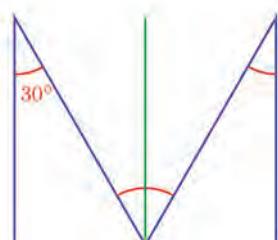
இது முதல் படம் தான். படத்தைச் சிறிது மாற்றி சரித்து வைத்ததல்லவா?

மற்ற கோணம் எவ்வளவு?

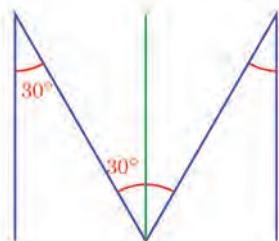
இனி இந்தப் படத்தைப் பார்க்கவும்



செங்குத்தான கோடுகள் இணையானவையாகும். ஆனால் அவற்றை வெட்டிச் செல்லும் கோடு ஒன்றும் இல்லை அல்லவா? செங்குத்தாக மற்றொரு கோடு வரைவோமா?

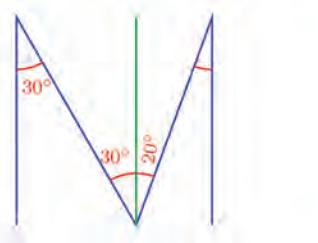
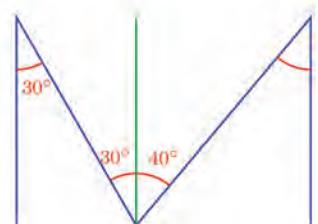


அப்போது நடுவில் உள்ள கோணம் இரண்டு பாகங்களால் ஆனது. அதில் இடது பாகத்தைக் கருத்தில் கொள்ளவும்.

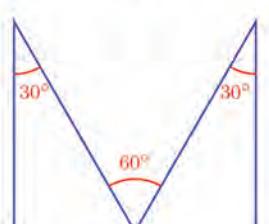
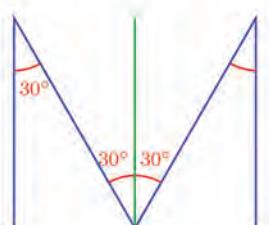


கோணத்தின் வலது பாகம்?

இதனைப் பல முறைகளில் வரைந்து பார்க்கலாம்.

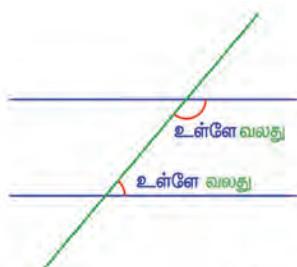


படம் செம்மையாக வேண்டுமெனில் இந்தக் கோணம் எவ்வளவாக வேண்டும்?



### உள்ளேயும் வெளியேயும்

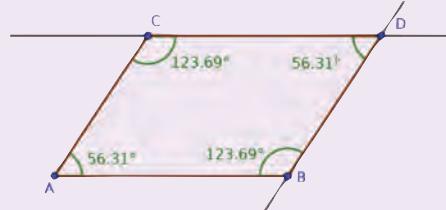
இரண்டு இணைகோடுகளை வேறொரு கோடு வெட்டிச் செல்லும்போது இணைகோடுகளுக்கு உள்ளே உருவாகும் கோணங்களின் ஜோடிகளும் அவைகளுக்கு வெளியே உருவாகும் கோணங்களின் ஜோடிகளும் கீழே தரப்பட்டுள்ளன.



மதல் இரண்டு ஜோடிகளை உட்கோண ஜோடிகள் (co-interior angles) என்றும் கடைசி இரண்டு ஜோடிகளை வெளிக்கோண ஜோடிகள் (co-exterior angles) என்றும் கூறுவர். ஒவ்வொரு ஜோடியிலும் உள்ள கோணங்களின் தொகை  $180^\circ$  ஆகும்.



இரு இணைகரம் வரைவோம். இதற்காக  $AB$  என்ற ஒரு கோடும்  $AC$  என்ற ஒரு கோடும் வரையவும்.  $B$  வழியாக  $AC$  க்கு இணையாகவும்  $C$  வழியாக  $AB$  க்கு இணையாகவும் கோடுகள் வரைந்து அவை வெட்டும் புள்ளி  $D$  ஜக் குறிக்கவும். Polygon கருவியைப் பயன்படுத்தி இணைகரம்  $ABDC$  வரையவும். Angle கருவியைப் பயன்படுத்தி இணைகரத்தின் உள்ளே கிளிக் செய்தால் அனைத்துக் கோணங்களையும் பார்க்க இயலும்.

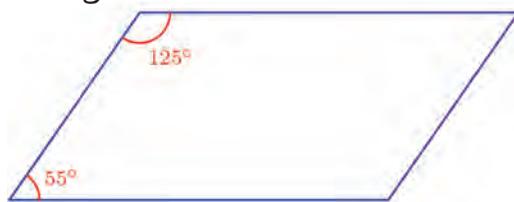


இந்தக் கோணங்களுக்கு இடையே உள்ள தொடர்பு என்ன?  $C$  இன் இடத்தை மாற்றவும். கோணங்கள் மாறுமா? அவைகளுக்கிடையே உள்ள தொடர்பு?

இந்தக் கோணங்களில் ஒரு சிறிய கோணமும் பெரிய கோணமும் என்பது,  $55^\circ$  கோணமும் அதற்கு மேலே உள்ள கோணமும் ஆகும்.

எனவே அவற்றின் தொகை  $180^\circ$ .

அப்போது மேலே உள்ள கோணம்  $180^\circ - 55^\circ = 125^\circ$ .



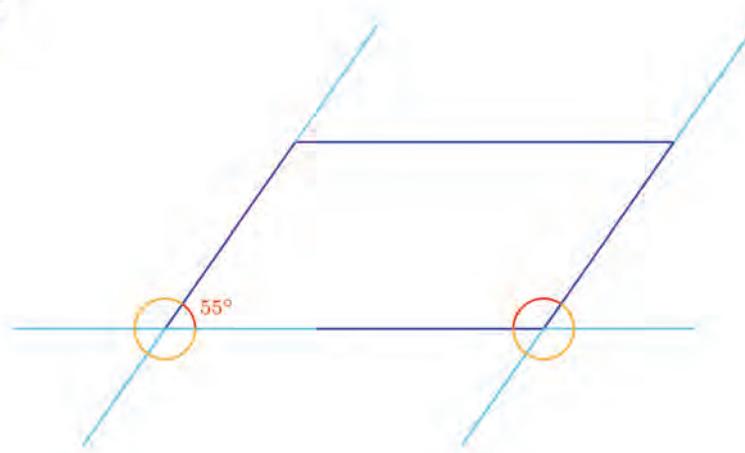
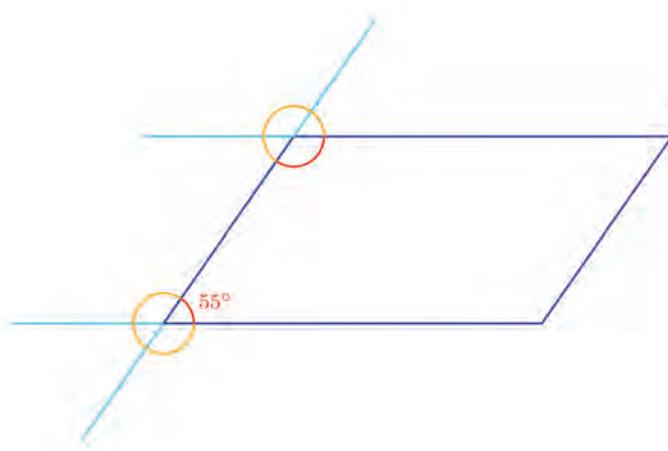
இப்போது  $55^\circ$  கோணத்தின் வலதுபறத்தில் குறிக்கப்பட்ட கோணத்தைப் பார்ப்போம்.

இதைக் கணக்கிட, இணைகரத்தின் இடது, வலது பக்கங்களான இணைகோடுகளைக் கீழ்ப் பக்கம் வெட்டிச் செல்லும் போது உருவாகும் கோணங்களைப் பார்ப்போம்.

மற்றொரு கேள்வி, கீழே உள்ள இணைகரத்தின் மற்ற கோணங்களைக் கணக்கிட முடியுமா?

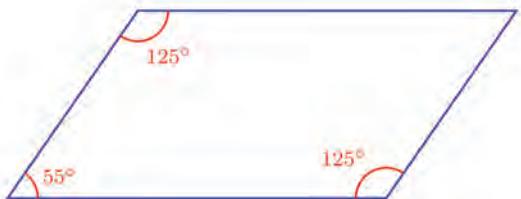


முதலில்  $55^\circ$  கோணத்திற்கு மேல் உள்ள கோணத்தைப் பார்ப்போம். இதைக் கணக்கிட இணைகரத்தின் மேல், கீழ் பக்கங்களான இணைகோடுகளை இடது பக்கமாக வெட்டிச் செல்லும் கோடு உருவாக்கும் கோணங்களைப் பார்ப்போம்.



இந்தக் கோணங்களில் ஒரு சிறிய மற்றும் பெரிய கோணம் என்பது,  $55^\circ$  கோணமும் அதன் வலது பக்கத்திலுள்ள கோணமும் ஆகும்.

அப்போது முன்பு கணக்கிட்டது போல் இந்தக் கோணமும்  $125^\circ$  ஆகும்.

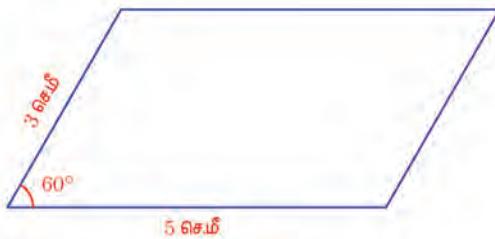


இதைப் போல நான்காவது கோணத்தைக் கணக்கிடலாமல்லவா.



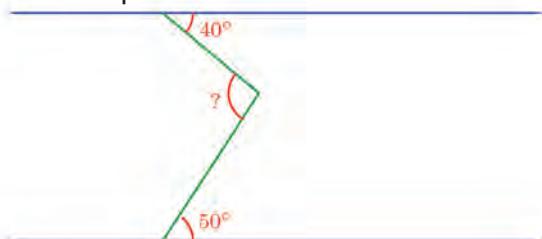
கீழேத் தரப்பட்டுள்ள கணக்குகளைச் செய்து பாருங்கள்

(1) படத்தில் உள்ள இணைகரத்தைக் கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளில் வரையவும்.



அதன் பிற கோணங்களைக் கணக்கிடவும்.

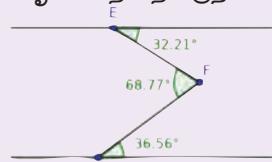
(2) படத்தில் கீழ், மேல் உள்ள நீல நிறக்கோடுகள் இணையான வெயாகும். பச்சை நிறக்கோடுகளுக்கிடையே உள்ள கோணத்தைக் கணக்கிடவும்



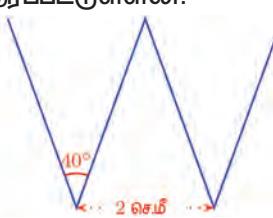
(3) படத்தில் ஒரு ஜோடி இடது பக்கமாகச் சாய்ந்த இணை கோடுகளும், ஒரு ஜோடி வலது பக்கமாகச் சாய்ந்த இணை கோடுகளும் தரப்பட்டுள்ளன.



இணையான இரண்டு கோடுகளை வரைந்து அவைகளில் ஒவ்வொரு புள்ளியையும் அவற்றிற்கிடையில் மூன்றாவது ஒரு புள்ளியையும் குறிக்கவும். கோட்டில் உள்ள புள்ளிகளை மூன்றாவது புள்ளியுடன் இணைத்துக் கொடுகள் வரையவும். இந்தக் கோடுகள் இணைகோடுகளுடன் உருவாக்கும் கோணங்கள், கோடுகளுக்கிடையில் உள்ள கோணம் ஆகியவற்றைக் குறிக்கவும்



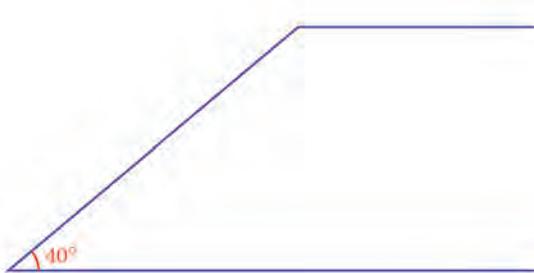
இந்த மூன்று கோணங்களுக்கும் இடையில் உள்ள தொடர்பு என்ன? புள்ளிகளின் இடத்தை மாற்றிப் பார்க்கவும். கோணங்களுக்கிடையிலான தொடர்பு மாறுகிறதா?



இந்தப் படத்தை வரையவும்.

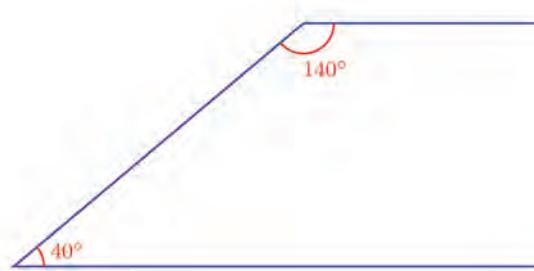
## முக்கோணங்களுக்கு

இந்தப் படத்தைப் பார்க்கவும்

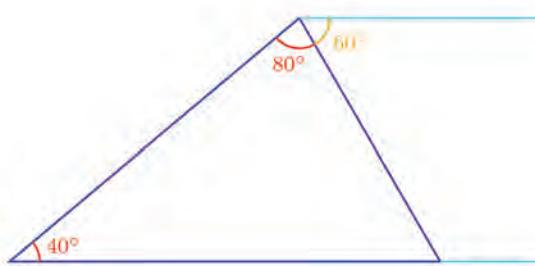


தரப்பட்டுள்ள படத்தில் மேலேயும், கீழேயும் உள்ள கோடுகள் இணையாகும்.

அப்போது மேலே உள்ள கோணத்தைக் கணக்கிடலாம் அல்லவா?



இந்தக் கோணத்தை  $140^\circ$  ஜி விடக் குறைவாக வரைந்தால் கோடுகள் ஒன்றையொன்று வெட்டிக் கொள்ளும்.  $140^\circ$  யிலிருந்து  $60^\circ$  ஜக் குறைத்து வரையலாம்:



அது ஒரு முக்கோணமானது

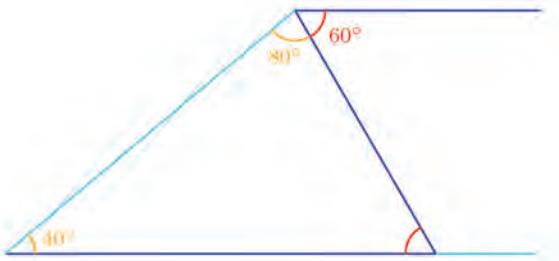
அதன் கோணங்களின் அளவுகள் எவ்வளவு?

இடது கோணம் முன்னர் குறிப்பிட்ட  $40^\circ$  ஆகும்.

மேலே உள்ள கோணம்  $140^\circ - 60^\circ = 80^\circ$

மூன்றாவது கோணம்?

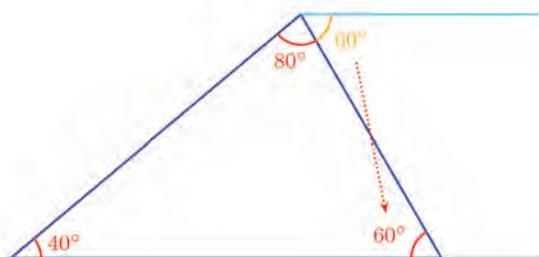
இது, முதல் படத்தில் பார்த்த இணை கோடுகளை இப்போது வரைந்த சாய்ந்த கோடு வெட்டும் போது கீழே உள்ள கோட்டில் உருவாகும் சிறிய கோணம் அல்லவா.



இதன் அளவு, இந்த சாய்ந்த கோடு மேலே உள்ள கோட்டுடன் உருவாக்கும் சிறிய கோணத்தின் அளவே ஆகும்.

மேலே உருவான சிறிய கோணம்  $60^\circ$  அல்லவா?

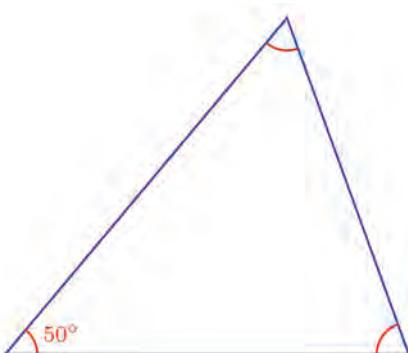
அப்போது கீழே உருவான சிறிய கோணம்  $60^\circ$  ஆக இருக்கும்.



அதாவது மேலே குறைந்த  $60^\circ$  முக்கோணத்தின் கோணமாக மாறியது

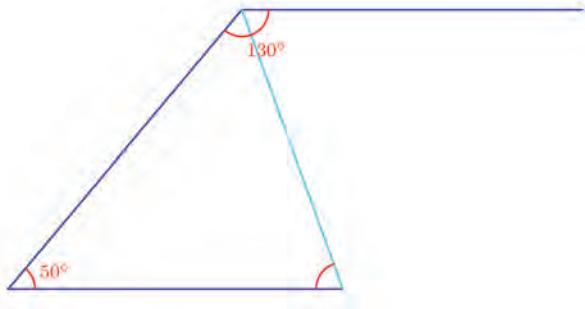
முக்கோணத்தில் உள்ள இந்தக் கோணம், மேலே உள்ள கோணம் இவற்றின் தொகை  $80^\circ + 60^\circ = 140^\circ$ .

இனி இந்தப் படத்தைப் பார்க்கவும்.

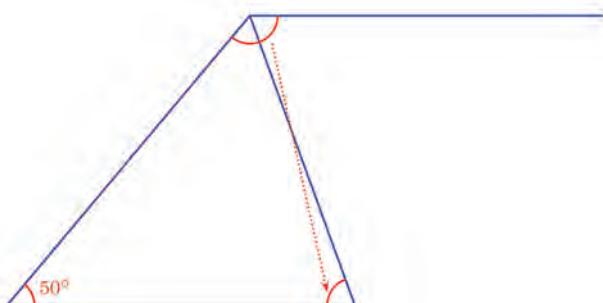


இந்த முக்கோணத்தில் உள்ள மற்ற இரண்டு கோணங்களின் தொகையைக் கணக்கிடலாமா?

முதல் கணக்கில் முக்கோணத்தின் வலது பக்கம் இணை கோட்டிற்குப் பதிலாகச் சரித்து வரைந்த கோடல்லவா? இதைச் சிறிது வேறுபட்டு சிந்திப்போம். வலது பக்கத்திலுள்ள கோட்டிற்குப் பதிலாக இணைகோடு, இடது பக்கத்திலுள்ள சரிந்த கோட்டுடன் உருவாக்கும் கோணம் எவ்வளவாக இருக்கும்?



முக்கோணம் வரைந்த போது இந்தக் கோணம் இரண்டு பாகங்களாயின. அவற்றுள் ஒன்று முக்கோணத்தின் மேலே உள்ள கோணம், மற்ற பாகம்?



அதாவது மேலே உள்ள  $130^\circ$  கோணத்தின் ஒரு பாகம் முக்கோணத்தின் மேலே உள்ள கோணமும், மற்ற பாகம் முக்கோணத்தின் வலது பக்கக் கோணமுமாகும்.

எனவே, முக்கோணத்தின் இந்தக் கோணங்களின் தொகை  $130^\circ$ .

இந்தக் கணக்குகளில் இருந்து அறிந்தவற்றைப் பொதுவாக எவ்வாறு கூறலாம்.

ஒரு முக்கோணத்தின் ஒரு கோண அளவை  $180^\circ$  இல் இருந்து குறைத்தால், மற்ற இரண்டு கோண அளவுகளின் தொகை கிடைக்கும்.

எடுத்துக்காட்டாக, முக்கோணத்தின் ஒரு கோணம்  $60^\circ$  எனில் மற்ற இரண்டு கோணங்களின் தொகை  $180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$  ஆகும்.

முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்களின் தொகை?



Polygon கருவியைப் பயன்படுத்தி ஒரு முக்கோணம் வரைந்து அதன் கோண அளவுகளைக் குறிக்கவும். (Angle கருவியைப் பயன்படுத்தி முக்கோணத்திற்குள் கிளிக் செய்தால் போதும்). கோணங்களின் தொகை என்ன? முக்கோணத்தின் உச்சிகளின் இடத்தை மாற்றிப் பார்க்கவும்.

இக்கருத்து அனைத்து முக்கோணங்களுக்கும் பொருந்துமல்லவா.

முக்கோணத்தின் கோணங்களின் தொகை  $180^\circ$  ஆகும்.

இனி இந்தக் கணக்கைப் பார்க்கவும்.

ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தின் ஒரு கோணம்  $40^\circ$  ஆகும். செங்கோணமல்லாத மற்ற கோணம் எத்தனை டிரிரி ஆக இருக்கும்?

இவ்வாறு சிந்திக்கலாம். செங்கோணமல்லாத கோணங்களின் தொகை  $180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$  இதில் ஒரு கோணம்  $40^\circ$ , அப்போது அடுத்த கோணம்

$$90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$$

வேறாரு முறையில் சிந்திக்கலாம். மூன்று கோணங்களின் தொகை  $180^\circ$  அல்லவா? அதில் இரண்டு கோணங்களின் தொகை  $90^\circ + 40^\circ = 130^\circ$

அப்போது மூன்றாவது கோணம்

$$180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$$

வேறாரு கணக்கைப் பார்ப்போம்.

ஒரு முக்கோணத்தினுடைய ஒரு கோணத்தின் அளவு,  $72^\circ$  ஆகும். மற்ற இரண்டு கோணங்களும் ஒரே அளவாகும். அவற்றின் அளவு எவ்வளவு?  $180^\circ - 72^\circ = 108^\circ$

இந்த இரண்டு கோணங்களும் ஒரே அளவானதால், ஒவ்வொன்றும் தொகையின் பாதியல்லவா?

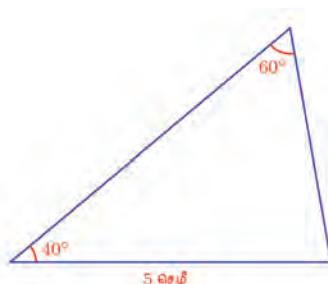
அப்போது அவை ஒவ்வொன்றும்

$$\frac{108^\circ}{2} = 54^\circ$$

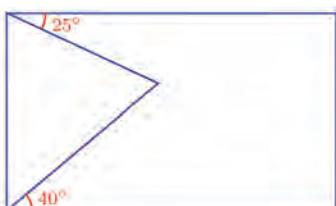


இந்தக் கணக்குகளைச் செய்து பாருங்கள்.

(1) கீழேக் காட்டப்பட்டுள்ள முக்கோணம் வரையவும்.

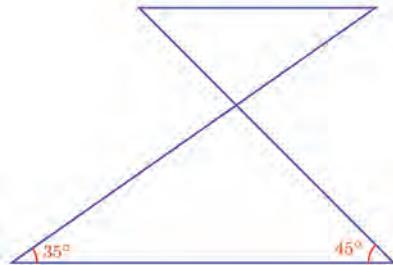


(2) படத்தில் செவ்வகத்தின் உள்ளே ஒரு முக்கோணம் வரையப்பட்டுள்ளது.



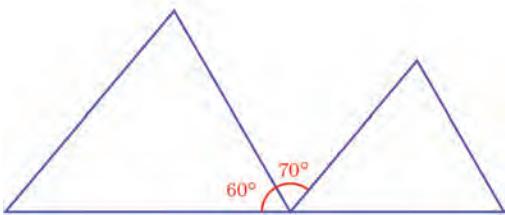
முக்கோணத்தின் கோணங்களைக் கணக்கிடவும்.

- (3) படத்தில் கீழும் மேலும், உள்ள கோடுகள் இணையாகும்



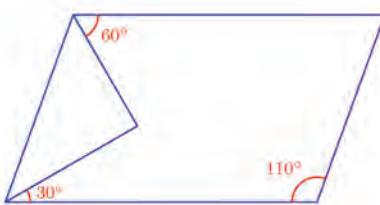
கீழ் உள்ள முக்கோணத்தின் மூன்றாம் கோணத்தையும் மேல் உள்ள முக்கோணத்தின் எல்லாக் கோணங்களையும் கணக்கிடுக.

- (4) படத்தில் பெரிய முக்கோணத்தின் இடது, வலது பக்கங்கள் சிறிய முக்கோணத்தின் இடது, வலது பக்கங்களுக்கு இணையாகும்.



பெரிய முக்கோணத்தின் பிற இரண்டு கோணங்களையும் சிறிய முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்களையும் கணக்கிடுக.

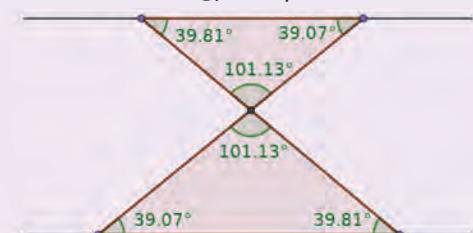
5. படத்தில் இணைகரத்தின் உள்ளே ஒரு முக்கோணம் வரையப்பட்டுள்ளது.



முக்கோணத்தின் கோணங்களைக் கணக்கிடவும்.



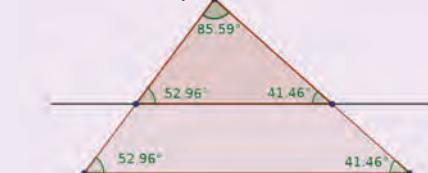
இணையாக இரண்டு கோடுகள் வரைந்து ஒவ்வொன்றிலும் இரண்டு புள்ளிகள் வீதம் குறிக்கவும். அவற்றைப் படத்தில் காட்டியுள்ளது போல இணைத்துக் கோடுகள் வெட்டும் புள்ளியைக் குறிக்கவும். Polygon tool ஜப் யன்படுத்தி இரண்டு முக்கோணங்கள் வரைந்து அவற்றின் கோணங்களைக் குறிக்கவும்.



முக்கோணத்தின் கோணங்களுக்கிடையில் உள்ள தொடர்பு என்ன? புள்ளிகளின் இடத்தை மாற்றிப் பார்க்கவும்.



ஒரு முக்கோணம் வரைந்து அதன் ஒரு பக்கத்தில் ஒரு புள்ளியைக் குறிக்கவும். இந்தப் புள்ளியிலிருந்து முக்கோணத்தின் மற்றொரு பக்கத்திற்கு இணையாக ஒரு கோடு வரையவும். இக்கோடு மூன்றாவது பக்கத்தில் வெட்டும் புள்ளியைக் குறிக்கவும். பக்கங்களில் உள்ள புள்ளிகளும் முக்கோணத்தின் ஒரு உச்சியும் உச்சிகளாக அமையும் சிறிய முக்கோணம் வரையவும். முதல் முக்கோணம் சிறிய முக்கோணம் ஆகியவற்றின் கோணங்களைக் குறிக்கவும். இந்தக் கோணங்களுக்கு இடையில் உள்ள தொடர்பு என்ன? முக்கோணத்தின் உச்சிகளை மாற்றிப் பார்க்கவும்.



# 2

# பின்ன எண்கள்

## மடங்கும் பெருக்கலும்

இரு பையில் இரண்டு கிலோகிராம் சீனி உள்ளது. இவ்வாறான நான்கு பைகளில் மொத்தம் எத்தனை கிலோகிராம் சீனி இருக்கும்?

மனக்கணக்காகக் கணக்கிடலாம் அல்லவா. இரண்டு கிலோகிராமின் நான்கு மடங்கு. அதாவது 8 கிலோகிராம்

விரிவாக எழுதினால்,

$$2 \times 4 = 2 + 2 + 2 + 2 = 8$$

அரை கிலோகிராம் பைகளாக இருந்தால்?

இரண்டு பைகளில் ஒரு கிலோகிராம். நான்கு பைகளில் இரண்டு கிலோகிராம்.



அதாவது, அரை கிலோகிராமின் நான்கு மடங்கு, இரண்டு கிலோகிராம் ஆகும்.

எண்களை மட்டும் கூறினால், அரையின் நான்கு மடங்கு இரண்டாகும்.

இரண்டின் நான்கு மடங்கை  $2 \times 4$  என எழுதியது போல, அரையின் நான்கு மடங்கை  $\frac{1}{2} \times 4$  என எழுதலாம். அதாவது

$$\frac{1}{2} \times 4 = \frac{1}{2} \text{ இன் } 4 \text{ மடங்கு} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 2$$

இரு குப்பியில் கால் லிட்டர் தண்ணீரை நிரப்பலாம். இதேபோல் மூன்று குப்பிகளில் நிரப்ப எவ்வளவு தண்ணீர் வேண்டும்? கால் லிட்டரின் மூன்று மடங்கு முக்கால் லிட்டர்.

எண்களில் மட்டும் கூறினால்

$$\frac{1}{4} \text{ இன் } 3 \text{ மடங்கு}, \frac{3}{4}$$

பெருக்கற்பலனாக எழுதினால் ?

$$\frac{1}{4} \times 3 = \frac{1}{4} \text{ இன் } 3 \text{ மடங்கு} = \frac{3}{4}$$

மேலும் ஒரு கணக்கு, கால் மீட்டர் நீளமுள்ள ஐந்து துண்டு கயிறுகளை அவற்றின் நூனிகளுடன் சேர்த்து வைத்தால் எவ்வளவு நீளமாகும்?

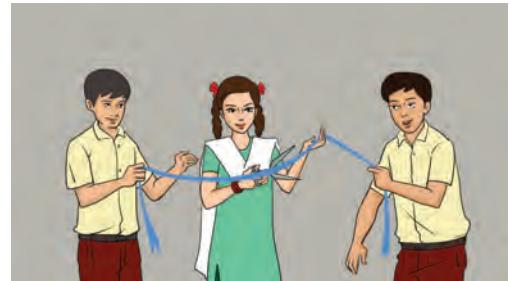
நான்கு கால் பாகங்கள் சேர்ந்தால் ஒன்று. அத்துடன் மேலும் ஒரு கால் பாகத்தைக் கூட்டினால் ஒன்றே கால்.

மொத்தம் ஒன்றே கால் மீட்டர். அதாவது,

$$\frac{1}{4} \text{ இன் } 5 \text{ மடங்கு, } 1\frac{1}{4}$$

பெருக்கல் வடிவில் எழுதும்போது

$$\frac{1}{4} \times 5 = 1\frac{1}{4}$$



கீழே தரப்பட்ட கணக்குகளை மனக் கணக்காகக் கண்டுபிடிக்கவும். ஒவ்வொன்றையும் மடங்காகவும், எண்களின் கணிதச் செயல்களாகவும் எழுதவும்.

- (1) கால் கிலோகிராம் வீதம் எடையுள்ள இரண்டு துண்டு பூசணிக்காயின் மொத்த எடை எவ்வளவு? 4 துண்டுகளின் எடை என்ன? 6 துண்டுகளின் எடை என்ன?
- (2) ஒரு குப்பியில் மூன்றில் ஒரு லிட்டர் பால் நிரப்ப முடியும். அதே அளவுள்ள இரண்டு குப்பிகளில் மொத்தம் எத்தனை லிட்டர் பால் நிரப்பலாம்? நான்கு குப்பிகளில்?
- (3) முக்கால் மீட்டர் வீதம் நீளமுள்ள நான்கு துண்டு நாடாவின் மொத்த நீளம் எத்தனை மீட்டர்? ஐந்து துண்டுகளின் நீளம் எவ்வளவு?
- (4) ஒரு விளையாட்டு மைதானத்தைச் சுற்றி ஒரு முறை நடக்க  $\frac{1}{4}$  மணி நேரம் ஆகும். இதே வேகத்தில்
  - (i) 4 முறை நடக்க எவ்வளவு நேரம் வேண்டும்?
  - (ii) 7 முறை நடக்க எவ்வளவு நேரம் வேண்டும்?

இனி இவ்வாறான கணக்குகள் செய்வதற்கான செயல்முறைகளைப் பார்ப்போம்.

$\frac{1}{3}$  இன் 2 மடங்கு எவ்வளவு?

$$\frac{1}{3} \times 2 = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

3 மடங்கு எனில்?

$$\frac{1}{3} \times 3 = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = 1$$

இனி 4 மடங்கு கிடைக்க ஒரு  $\frac{1}{3}$  உம் கூடக் கூட்டினால் போதும் அல்லவா?

$$\frac{1}{3} \times 4 = \left( \frac{1}{3} \times 3 \right) + \frac{1}{3} = 1\frac{1}{3}$$

இனி இவ்வாறாகவும் கணக்கிடலாம்:

$$\frac{1}{3} \times 4 = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{1+1+1+1}{3} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$$

இதைப் போன்று  $\frac{2}{3}$  இன் 4 மடங்கை எவ்வாறு கணக்கிடலாம்?

$$\frac{2}{3} \times 4 = \frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3} = \frac{2+2+2+2}{3} = \frac{2 \times 4}{3} = \frac{8}{3}$$

இதில் 8 ஜி, 3 இன் மடங்காகவும் மீதியாகவும்

விரித்தெழுதினால்.

$$\frac{8}{3} = \frac{6+2}{3} = \frac{6}{3} + \frac{2}{3} = 2\frac{2}{3}$$

$\frac{2}{3}$  இன் 10 மடங்கு?

$\frac{2}{3}$  களின் 10 எண்ணிக்கையைக் கூட்ட வேண்டும்.

$$\frac{2}{3} \times 10 = \frac{2 \times 10}{3} = \frac{20}{3} = \frac{18+2}{3} = \frac{18}{3} + \frac{2}{3} = 6\frac{2}{3}$$

இனி இந்தக் கணக்கைப் பார்க்கவும்.

ஒரு குப்பியில்  $\frac{3}{4}$  லிட்டர் பால் உள்ளது.

இவ்வாறான 7 குப்பிகளில் எத்தனை லிட்டர் பால் இருக்கும்?

$\frac{3}{4}$  இன் 7 மடங்கைக் கணக்கிடவும் .

$$\frac{3}{4} \times 7 = \frac{3 \times 7}{4} = \frac{21}{4}$$

இனி 21 ஜி 4 இன் மடங்காகவும் மீதியாகவும் விரித்தெழுத வேண்டும்.

$$\frac{21}{4} = \frac{20+1}{4} = \frac{20}{4} + \frac{1}{4} = 5\frac{1}{4}$$

அப்போது 7 குப்பிகளில் மொத்தம்  $5\frac{1}{4}$  லிட்டர் பால் உள்ளது.

### விகிதமும் பின்னமும்

4 லிட்டர் பாலை 3 நூற்களுக்கு ஒரே அளவில் பங்கிட்டுக் கொடுத்தால் ஒவ்வொருவருக்கும் எத்தனை லிட்டர் பால் கிடைக்கும்?

முதலில் 1 லிட்டர் வீதம் கொடுக்கலாம். மீதமுள்ள 1 லிட்டர் பாலை சம அளவில் பிரித்தால் ஒவ்வொருவருக்கும்  $\frac{1}{3}$  லிட்டர் பால் கூடுதலாகக் கிடைக்கும் மொத்தம்  $1\frac{1}{3}$  லிட்டர் ஆகும்.

இங்கு 4 ஜி 3 ஜி பிரித்ததினால் கிடைத்ததாகும். இதை வகுத்தலாகவும் எழுதலாம்.

$$4 \div 3 = 1\frac{1}{3}$$

பின்னமாகவும் எழுதலாம்:

$$\frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$$



இது போல இந்தக் கணக்குகளைச் செய்து பார்க்கவும்

(1) ஓர் இரும்புத் துண்டின் எடை  $\frac{1}{4}$  கிலோகிராம் ஆகும்.

(i) இவ்வாறான 15 துண்டுகளின் மொத்த எடை எத்தனை கிலோகிராம்?

(ii) 16 துண்டுகளின் எடை?

(2) 2 மீட்டர் நீளமுள்ள சில கம்பிகள் ஒவ்வொன்றையும் ஒரே நீளமுள்ள 5 துண்டுகளாக வெட்டவும்.

(i) ஒவ்வொரு துண்டினுடையவும் நீளம் எவ்வளவு?

(ii) 4 துண்டுகளின் மொத்த நீளம் எத்தனை மீட்டர்?

(iii) 10 துண்டுகளின் நீளம்?

(3) 5 லிட்டர் பால் ஒரே போன்ற 6 குப்பிகளில் நிரப்பப்பட்டன.

(i) ஒவ்வொரு குப்பியிலும் எத்தனை லிட்டர் பால் உள்ளது?

(ii) 3 குப்பிகளில் மொத்தம் எத்தனை லிட்டர் பால் உள்ளது?

(iii) 4 குப்பிகளில் மொத்தம் எத்தனை லிட்டர் பால் உள்ளது?

என்னடா இது!  
பால் வாங்குவதற்கு ஒடு  
கணக்கில்லையா?

யார் சொன்னாங்க  
இல்லைன்று! புத்தகத்தில்  
நிறைவே இஞ்சு



### வகுத்தலும் பெருக்கலும்

ஆறு மீட்டர் நீளமுள்ள ஒரு நாடாவை இரு சமபாகங்களாக வெட்டினால், ஒவ்வொரு துண்டினுடையவும் நீளம் என்ன?

ஆறு மீட்டரின் பாதி மூன்று மீட்டர்

பாதி என்பதை  $\frac{1}{2}$  பாகம் என்றும் கூறலாம்.

அப்போது 6 மீட்டரின்  $\frac{1}{2}$  பாகம், 3 மீட்டர் ஆகும்.

எண்களை மட்டும் பயன்படுத்திச் சொன்னால்

6 இன்  $\frac{1}{2}$  பாகம் 3 ஆகும்.

மடங்குகளைப் போல் பாகங்களையும்  
பெருக்கலில் எழுதலாம்.

அதாவது,

$$6 \times \frac{1}{2} = 6 \text{ இன் } \frac{1}{2} \text{ பாகம்} = 3$$

6 மீட்டர் நாடாவை மூன்று சமபாகங்களாக்கினால்?

ஒவ்வொரு துண்டின் நீளமும் ஆறு மீட்டரின் மூன்றில் ஒரு பாகம் ஆகும். அதாவது இரண்டு மீட்டர்



$$6 \text{ மீட்டரின் } \frac{1}{3} \text{ பாகம்} 2 \text{ மீட்டர் ஆகும்.}$$

எண்களில் மட்டுமாகக் கூறினால்

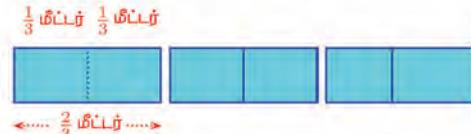
$$6 \text{ இன் } \frac{1}{3} \text{ பாகம்} 2 \text{ ஆகும்.}$$

பெருக்கலாக எழுதினால்

$$6 \times \frac{1}{3} = 2$$

இரண்டு மீட்டர் நீளமுள்ள நாடாவை மூன்று சமபாகங்களாக்க வேண்டுமெனில்?

ஒவ்வொரு மீட்டரையும் மூன்று சமபாகங்களாக்கி, இரண்டு பாகங்கள் எடுத்தால் போதுமல்லவா?



$$2 \text{ மீட்டரின் } \frac{1}{3} \text{ பகுதி } \frac{2}{3} \text{ மீட்டர்$$

எண்களில் மட்டும் கூறினால்

$$2 \text{ இன் } \frac{1}{3} \text{ பாகம் } \frac{2}{3} \text{ ஆகும்.}$$

பெருக்கலில் எழுதினால்

$$2 \times \frac{1}{3} = 2 \text{ இன் } \frac{1}{3} \text{ பாகம் } = \frac{2}{3} \text{ ஆகும்.}$$

வேறொரு வினா, ஐந்து கிலோகிராமின் கால் பாகம் எவ்வளவு?

நான்கு கிலோகிராமின் கால் பாகம் ஒரு கிலோகிராம், மீதியுள்ள ஒரு கிலோகிராமின் கால் பாகம் கால் கிலோகிராம்.

மொத்தம் ஒன்றே கால் கிலோகிராம்.

எண்களில் மட்டுமாகச் சொன்னால்

$$5 \text{ இன் } \frac{1}{4} \text{ பாகம் } 1\frac{1}{4}$$

$$5 \times \frac{1}{4} = 5 \text{ இன் } \frac{1}{4} \text{ பாகம் } = 1\frac{1}{4}$$

### பாகமும் மடங்கும்

மூன்று லிட்டர் பாலை நான்கு நபர்களுக்குப் பங்கிட்டால் ஒரு நபருக்கு எத்தனை லிட்டர் பால் கிடைக்கும்?

மூன்று லிட்டரின் நான்கின் ஒரு பகுதி அதாவது முக்கால் லிட்டர். இன்னொரு முறையிலும் சிற்றிக்கலாம். ஒரு லிட்டர் பாலை நான்கு நபர்களுக்குப் பங்கிடும் போது ஒருவருக்குக் கால் லிட்டர். மூன்று லிட்டர் உள்ளபடியால் இதை மூன்று முறை செய்ய வேண்டும். அப்போது ஒருவருக்குக் கிடைப்பது கால் லிட்டரின் மூன்று மடங்கு, முக்கால் லிட்டர்.

அதாவது மூன்று லிட்டரின் நான்கின் ஒரு பகுதியும், கால் லிட்டரின் மூன்று மடங்கும், முக்கால் லிட்டர் தான்.

எண்களின் பெருக்கலாகக் கூறினால்

$$3 \times \frac{1}{4} = \frac{1}{4} \times 3$$



கீழே தரப்பட்டுள்ள கணக்குகள் அனைத்தையும் மனக்கணக்காகக் கணக்கிடவும்.

(1) ஒன்பது லிட்டர் பாலை, மூன்று குழந்தைகளுக்குச் சமமாகப் பங்கிட்டால்.

இரு குழந்தைக்கு எத்தனை லிட்டர் பால் கிடைக்கும்? அதை நான்கு குழந்தைகளுக்குப் பங்கிட்டுக் கொடுத்தால்?

பங்கிடுவதெல்லாம்  
சூரமாதிரி... அதாவது...  
சுவ்விவாரு ஆட்களுடையவும்  
வயறு நிறையும் வரை

(2) ஆறு கிலோகிராம் அரிசியை ஒரே போலுள்ள ஐந்து பைகளில் நிரப்பினால், ஒவ்வொரு பையிலும் எத்தனை கிலோகிராம் அரிசி இருக்கும்? நான்கு பைகளில் நிரப்பப்பட்டால்?

(3) ஏழு மீட்டர் நீளமுள்ள ஒரு கயிறை ஆறு சமபாகங்களாக வெட்டினால் ஒரு துண்டின் நீளம் என்ன? அதை மூன்று சமபாகங்களாக வெட்டினால்?

பாகங்களைக் கணக்கிடுவதற்கான செயல்முறைகளைப் பற்றிப் பார்ப்போம்.

8 இன்  $\frac{1}{4}$  பாகம் எத்தனை?

8 ஜி 4 சமபாகங்களாக்கினால், ஒவ்வொரு பாகமும் 2 அல்லவா. பெருக்கலாக எழுதினால்?



$$8 \times \frac{1}{4} = \frac{8}{4} = 2$$

8 இன்  $\frac{3}{4}$  பாகம் எத்தனை?

8 ஜி 4 சமபாகங்களாக்கினதில் மூன்று பாகம்.

வேறு விதத்தில் கூறுவதானால் 8 ஜி 4 சமபாகங்களாகப் பிரித்ததில் ஒன்றின் 3 மடங்கு அதாவது 2 இன் 3 மடங்கு, அதாவது 6.

பெருக்கல் செயலாக எழுதினால்

$$8 \times \frac{3}{4} = \frac{8}{4} \times 3 = 2 \times 3 = 6$$

இவ்வாறாகவும் செய்யலாம்.

$$8 \times \frac{3}{4} = \frac{8}{4} \times 3 = \frac{24}{4} = 6$$

9 இன்  $\frac{3}{4}$  பாகம் ஆனால்?

$$9 \times \frac{3}{4} = \frac{9}{4} \times 3$$

இங்கு  $\frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$  என எழுதித் தொடர்வதைவிட இவ்வாறு செய்வது எனிது.

$$9 \times \frac{3}{4} = \frac{9}{4} \times 3 = \frac{9 \times 3}{4} = \frac{27}{4}$$

இதை இன்னும் தெளிவாகக் கூறினால் 27 ஜி நான்கின் மடங்கும் மீதியுமாக எழுத வேண்டும்.

$$\frac{27}{4} = \frac{24+3}{4} = \frac{24}{4} + \frac{3}{4} = 6\frac{3}{4}$$

இப்போது இந்தக் கணக்கைப் பாருங்கள்:

7 மீட்டர் நீளமுள்ள ஒரு கயிற்றின்  $\frac{3}{5}$  பாகம் வெட்டி எடுக்க வேண்டும். இது எத்தனை மீட்டர்?

7 இன்  $\frac{3}{5}$  பாகத்தைக் கணக்கிட வேண்டும்

எப்படி கணக்கிடுவது?

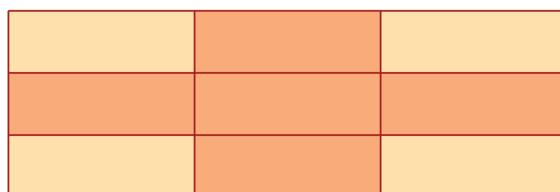
$$7 \times \frac{3}{5} = \frac{7 \times 3}{5} = \frac{21}{5} = \frac{20+1}{5} = \frac{20}{5} + \frac{1}{5} = 4\frac{1}{5}$$

வெட்டியெடுக்க வேண்டியது  $4\frac{1}{5}$  மீட்டர் ஆகும். (4 மீட்டர் 20 செண்டிமீட்டர் எனக் கூறினால் வெட்டி எடுப்பது எளிதாக இருக்கும்.)



இதே போல் இந்த கணக்குகளைச் செய்து பாருங்கள்:

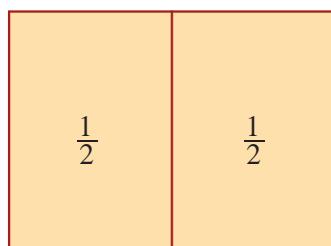
- ஓரு வகுப்பில் 35 பேர் உள்ளனர். அவர்களில்  $\frac{3}{5}$  பாகம் மாணவிகள் எனில் அந்த வகுப்பில், எத்தனை மாணவர்கள் உள்ளனர்?
- 10 கிலோகிராம் அரிசியை 8 மூட்டைகளில் சமமாக நிரப்பினர். அதில் 3 மூட்டைகளில் உள்ள அரிசியை மட்டும் எடுத்தால் எத்தனை கிலோகிராம் அரிசி கிடைக்கும்?
- படத்தில் உள்ள செவ்வகத்தின் பரப்பளவு 27 சதுர செண்டிமீட்டர். இது சம அளவுள்ள 9 பகுதிகளாகப் பிரிக்கப்பட்டுள்ளது.



இதில் இருண்ட நிறம் உள்ள பாகத்தின் பரப்பளவு எத்தனை சதுர செண்டிமீட்டர்?

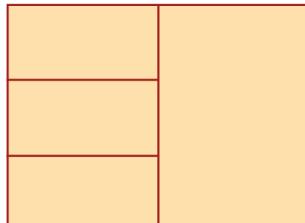
### பாகங்களின் பாகம்

இந்தப் படத்தைப் பாருங்கள்:

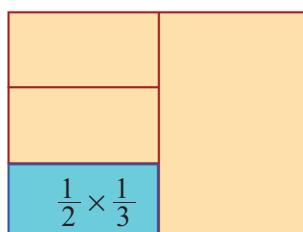


ஒரு செவ்வகம் இரண்டு சமபாகங்களாக்கப்பட்டுள்ளது. ஒவ்வொரு பாகமும் பெரிய செவ்வகத்தின் பாதி ஆகும். அதாவது  $\frac{1}{2}$  பாகம்.

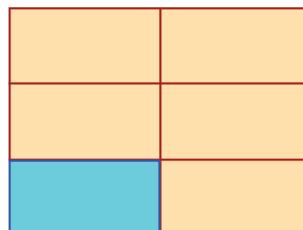
இனி இதன் ஒரு பாகத்தை மூன்று சமபாகங்களாக்கினால் ?



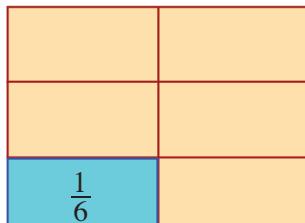
இந்த மூன்று சிறிய செவ்வகங்கள் ஒவ்வொன்றும் பெரிய செவ்வகத்தின்  $\frac{1}{2}$  பாகத்தின்  $\frac{1}{3}$  பாகமாகும் அல்லவா? அதாவது  $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}$  பாகம்.



வேறோரு முறையில் பார்க்க இதைக் கிடைமட்டமாக உள்ள கோடுகளை நீட்டி வரைத்துப் பார்க்கலாம்.



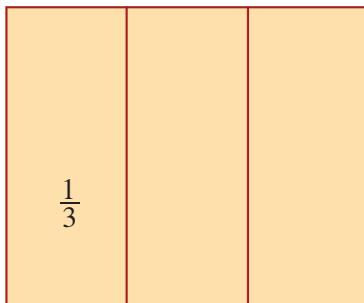
இப்போது கிடைத்த 6 சிறிய செவ்வகங்களும் பெரிய செவ்வகத்தின் எத்தனை பாகமாகும்?



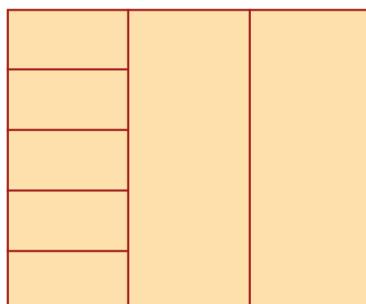
அப்போது என்ன கிடைத்தது?

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

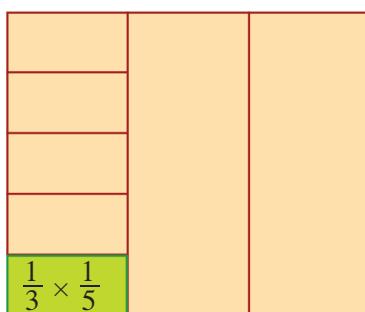
இதே போல்  $\frac{1}{3}$  இன்  $\frac{1}{5}$  பாகம் அதாவது  $\frac{1}{3} \times \frac{1}{5}$  ஐக் கணக்கிட முடியுமா?  
இரு செவ்வகம் வரைந்து முதலில் அதனை மூன்று சமபாகங்களாக்கவும்.



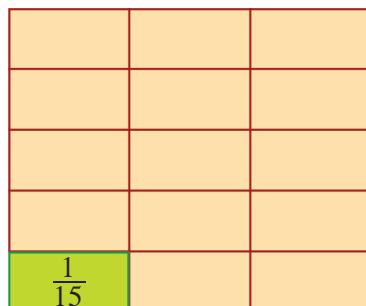
இனி இதன் ஒரு பாகத்தில் கிடைமட்டக்கோடுகள் வரைந்து 5 சமபாகங்களாக்கவும்.



இப்போது கிடைத்த சிறிய செவ்வகங்கள் ஒவ்வொன்றும் முதலில் வரைந்த பெரிய செவ்வகத்தின்  $\frac{1}{3}$  இன்  $\frac{1}{5}$  பாகம் ஆகும். அதாவது  $\frac{1}{3} \times \frac{1}{5}$



கிடைமட்டக் கோடுகள் அனைத்தையும் நீட்டிக் கொண்டால்?



அப்போது

$$\frac{1}{3} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{15}$$



இந்த கணக்குகளைச் செய்து பாருங்கள்

(1) செவ்வகங்கள் வரைந்து இந்தப் பெருக்கற் பலன்களைக் கணக்கிடவும்

(i)  $\frac{1}{2} \times \frac{1}{4}$

(ii)  $\frac{1}{3} \times \frac{1}{6}$

(iii)  $\frac{1}{5} \times \frac{1}{8}$

(2) ஒரு மீட்டர் நீளமுள்ள கயிறை ஐந்து சமபாகங்களாக வெட்டவும். அதன் ஒரு துண்டின் பாதியின் நீளம் எத்தனை மீட்டர்? சென்டிமீட்டரில் கூறினால்?

(3) ஒரு லிட்டர் பால் ஓரே அளவிலான இரண்டு குப்பிகளில் நிரப்பப்பட்டன. அவற்றில் ஒரு குப்பியிலிருந்து கால் பாகம் பால் எடுத்து தேநீர் தயாரிக்கப்பட்டது. தேநீர் தயாரிக்க எத்தனை லிட்டர் பால் எடுக்கப்பட்டது? மில்லிலிட்டரில் கூறினால்?

மற்றொரு வகைக் கணக்கு:  $\frac{2}{3}$  இன்  $\frac{1}{5}$  பாகம் எத்தனை?

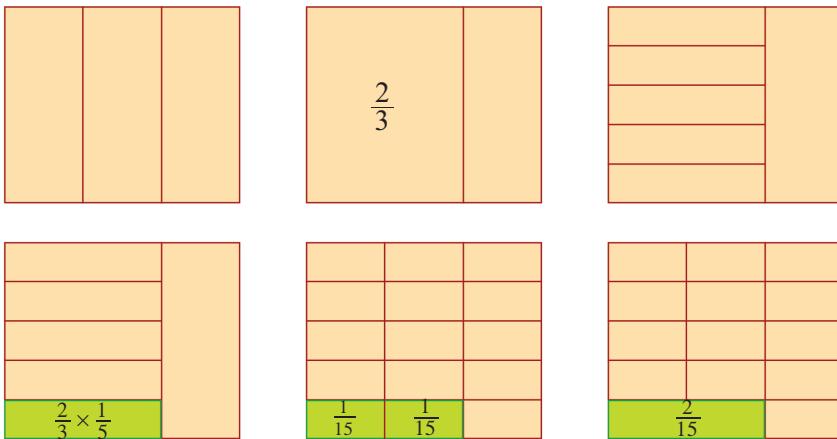
இவ்வாறு சிந்திக்கலாம்:

- $\frac{2}{3}$  பாகம் என்பது 2 இன்  $\frac{1}{3}$  பாகம்
- $\frac{2}{3}$  இன்  $\frac{1}{5}$  பாகம் என்பது 2 இன்  $\frac{1}{3}$  பாகத்தின்  $\frac{1}{5}$  பாகம்
  - \*  $\frac{1}{3}$  பாகத்தின்  $\frac{1}{5}$  பாகம்  $\frac{1}{15}$
  - \* 2 இன்  $\frac{1}{3}$  பாகத்தின்  $\frac{1}{5}$  பாகம் என்பது 2 இன்  $\frac{1}{15}$  பாகம்
- $\frac{2}{3}$  இன்  $\frac{1}{5}$  பாகம் என்பது  $\frac{2}{15}$  பாகம்

பெருக்கல் பலனாக எழுதினால்

$$\frac{2}{3} \times \frac{1}{5} = 2 \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{5} = 2 \times \frac{1}{15} = \frac{2}{15}$$

செவ்வகம் வரைந்து  $\frac{2}{3}$  இன்  $\frac{1}{5}$  பாகம் நேரடியாகக் கணக்கிடலாம்



$\frac{2}{3}$  இன்  $\frac{4}{5}$  பாகம் அதாவது  $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5}$  ஆனால் ?

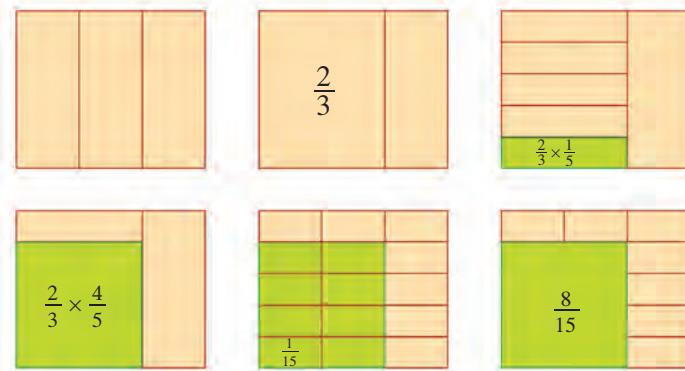
$\frac{2}{3}$  பாகத்தின்  $\frac{1}{5}$  பாகம் கண்டுபிடித்து, அதன் 4 மடங்கைக் கணக்கிடவும்.

$$\begin{aligned}\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} &= \frac{2}{3} \times \frac{1}{5} \times 4 \\ &= 2 \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{5} \times 4 \\ &= \frac{2}{15} \times 4 \\ &= \frac{8}{15}\end{aligned}$$

எல்லா பெருக்கல்களையும் இறுதியில் ஒன்றாகச் செய்யலாம் என நினைத்தால், இதை இவ்வாறும் எழுதலாம்.

$$\begin{aligned}\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} &= 2 \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{5} \times 4 \\ &= 2 \times \frac{1}{3 \times 5} \times 4 \\ &= 2 \times \frac{1}{15} \times 4 \\ &= \frac{2}{15} \times 4 \\ &= \frac{8}{15}\end{aligned}$$

இதற்கும் படம் வரையலாம்.



இந்தக் கணக்குகளைச் செய்து பாருங்கள்

- (1) இரண்டு மீட்டர் நீளமுள்ள கயிறைச் சமநீளம் கொண்ட ஜந்து துண்டுகளாக வெட்டவும். இதில் ஒரு துண்டின் முக்கால் பாகத்தின் நீளம் எத்தனை மீட்டர்? இது எத்தனை செண்டிமீட்டர்?
  - (2) மூன்று விட்டர் தண்ணீர் ஒரே மாதிரியான நான்கு குப்பிகளில் நிரப்பப்பட்டன. அதில் ஒரு குப்பியில் உள்ள தண்ணீர் ஒரே மாதிரியான ஜந்து கோப்பைகளில் நிரப்பப்பட்டது. இப்போது ஒரு கோப்பையில் எத்தனை விட்டர் தண்ணீர் உள்ளது? அது எத்தனை மில்லிலிட்டர்?
  - (3) நான்கு கிலோகிராம் எடையுள்ள ஒரு தர்பூசணியை ஒரே மாதிரியான ஜந்து துண்டுகளாக வெட்டி அதில் ஒரு துண்டை மீண்டும் பாதியாக வெட்டினால். இவ்விரண்டு துண்டுகள் ஒவ்வொன்றும் எத்தனை கிலோகிராம் எடை கொண்டது?
  - (4) ஒரு பாத்திரத்தில் நிரப்பப்பட்ட பால், மூன்று குப்பிகளில் நிரப்பப்பட்டது. ஒவ்வொரு குப்பியிலும் உள்ள பால் நான்கு கோப்பைகளில் நிரப்பப்பட்டது. ஒரு கோப்பையில் உள்ள பால் முதல் பாத்திரத்தில் உள்ள பாலின் எத்தனை பாகம்?
  - (5) 12 செண்டிமீட்டர் நீளத்தில்  $AB$  என்ற கோடு வரையவும்.  $AB$  இன்  $\frac{2}{3}$  பாகமாக  $AC$  ஜ அடையாளப்படுத்தவும்.  $AC$  இன்  $\frac{1}{4}$  பாகமாக  $AD$  யை அடையாளப்படுத்தவும்.  $AB$  இன் எத்தனை பாகம்  $AD$  ஆகும்?
  - (6) கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள பாகங்களைப் பெருக்கல் முறையில் கணக்கிடவும்.
- (i)  $\frac{2}{5}$  இன்  $\frac{3}{7}$  பாகம்      (ii)  $\frac{2}{7}$  இன்  $\frac{3}{5}$  பாகம்
- (iii)  $\frac{3}{4}$  இன்  $\frac{2}{3}$  பாகம்      (iv)  $\frac{3}{10}$  இன்  $\frac{5}{6}$  பாகம்

## மீண்டும் சில பெருக்கல் செயல்கள்

ஒரு குப்பியில் ஒன்றரை லிட்டர் தண்ணீர் நிரப்பலாம். அத்தகைய நான்கு குப்பியிலுள்ள தண்ணீரை ஒரு பாத்திரத்தில் உள்ளினால். பாத்திரத்தில் உள்ள தண்ணீரின் அளவு என்ன?

இரண்டு முறை உற்றும் போது மூன்று லிட்டரும், நான்கு முறை உற்றும் போது ஆறு லிட்டரும் அல்லவா?

இங்கு கண்டுபிடித்தது  $1\frac{1}{2}$  லிட்டரின் 4 மடங்கு அல்லவா. இதைப் பெருக்கலாக எழுதினால்

$$1\frac{1}{2} \times 4 = 6$$

$2\frac{1}{4}$  லிட்டர் கொள்ளளவுள்ள 3 குப்பிகளில் உள்ள தண்ணீரை பாத்திரத்தில் உள்ளினால்?

2 லிட்டர் வீதமுள்ள குப்பி என்றால் 6 லிட்டர். இங்கு ஒவ்வொரு குப்பியிலும்  $\frac{1}{4}$  லிட்டர் தண்ணீர் அதிகமுள்ளது. அத்தோடு மேலும்  $\frac{3}{4}$  லிட்டர் உற்றப்படுகிறது. அதாவது  $6\frac{3}{4}$  லிட்டர்.

இதைப் பெருக்கலில் எழுதலாமா?

$$\begin{aligned} 2\frac{1}{4} \times 3 &= \left(2 + \frac{1}{4}\right) \times 3 \\ &= (2 \times 3) + \left(\frac{1}{4} \times 3\right) \\ &= 6 + \frac{3}{4} \\ &= 6\frac{3}{4} \end{aligned}$$

இதை வேறு விதமாகவும் கணக்கிடலாம்.  $2\frac{1}{4}$  லிட்டரை  $\frac{9}{4}$  லிட்டர் என எழுதலாம் அல்லவா. அப்போது,

$$\begin{aligned} 2\frac{1}{4} \times 3 &= \frac{9}{4} \times 3 \\ &= 9 \times \frac{1}{4} \times 3 \\ &= 9 \times \frac{3}{4} \\ &= \frac{27}{4} \\ &= 6\frac{3}{4} \end{aligned}$$

இது போன்று  $3\frac{1}{2}$  இன் 5 மடங்கை எப்படி எல்லாம் கணக்கிடலாம்?

இவ்வாறு செய்யலாம்:

$$\begin{aligned}
 3\frac{1}{2} \times 5 &= \left(3 + \frac{1}{2}\right) \times 5 \\
 &= (3 \times 5) + \left(\frac{1}{2} \times 5\right) \\
 &= 15 + 2\frac{1}{2} \\
 &= 17\frac{1}{2}
 \end{aligned}$$

அல்லது இப்படிச் செய்யலாம்:

$$\begin{aligned}
 3\frac{1}{2} \times 5 &= \frac{7}{2} \times 5 \\
 &= \frac{7 \times 5}{2} \\
 &= \frac{35}{2} \\
 &= 17\frac{1}{2}
 \end{aligned}$$

இன்னொரு செயலைப் பார்ப்போம். ஆறு மீட்டர் என்பது இரண்டு மீட்டரின் மூன்று மடங்காகும். ஏழு மீட்டர் எனில்? இரண்டு மீட்டரின் மூன்று மடங்கும் பின்னர் ஒரு மீட்டரும் ஆகும். இன்னொரு முறையில் கூறினால், இரண்டு மீட்டரின் மூன்று மடங்கும் பின்பு இரண்டு மீட்டரின் பாதியும் ஆகும்.

அப்போது, ஏழு மீட்டரை, இரண்டு மீட்டரின் மூன்றறை மடங்கென்று கூறலாம்.

பெருக்கலாக எழுதினால்,

$$2 \times 3\frac{1}{2} = 7$$

கொஞ்சம் விரிவாக எழுதினால்,

$$\begin{aligned}
 2 \times 3\frac{1}{2} &= 2 \times \left(3 + \frac{1}{2}\right) \\
 &= (2 \times 3) + \left(2 \times \frac{1}{2}\right) \\
 &= 6 + 1 \\
 &= 7
 \end{aligned}$$

இது போல ஜந்தின் இரண்டே கால் மடங்கு என்றால், ஜந்தின் இரண்டு மடங்கும், ஜந்தின் கால் பாகமும் என்று பொருள். அதாவது பத்துடன் ஒன்றே காலும் சேர்ந்து பதினொன்றே கால் ஆகும். பெருக்கலாக எழுதினால்

$$\begin{aligned} 5 \times 2\frac{1}{4} &= 5 \times \left(2 + \frac{1}{4}\right) \\ &= (5 \times 2) + \left(5 \times \frac{1}{4}\right) \\ &= 10 + 1\frac{1}{4} \\ &= 11\frac{1}{4} \end{aligned}$$

மற்றொரு வழியிலும் கணக்கிடலாம்:

$$\begin{aligned} 5 \times 2\frac{1}{4} &= 5 \times \frac{9}{4} \\ &= \frac{5 \times 9}{4} \\ &= \frac{45}{4} \\ &= 11\frac{1}{4} \end{aligned}$$

$2\frac{1}{4}$  இன்  $3\frac{1}{2}$  மடங்கை எவ்வாறு கணக்கிடலாம்?  $2\frac{1}{4}$  ஜி

$\frac{9}{4}$  என்றும்  $3\frac{1}{2}$  ஜி  $\frac{7}{2}$  என்று எழுதினால்

$$2\frac{1}{4} \times 3\frac{1}{2} = \frac{9}{4} \times \frac{7}{2} = \frac{9 \times 7}{4 \times 2} = \frac{63}{8} = \frac{56 + 7}{8} = 7\frac{7}{8}$$



இந்தக் கணக்குகளை நீங்களே செய்யுங்கள்:

- (1) ஒரு சட்டை தைக்க ஒன்றரை மீட்டர் துணி தேவை. ஜந்து சட்டைகள் தைக்க எத்தனை மீட்டர் துணி வேண்டும்?
- (2) ஒரு கிலோகிராம் வெண்டைக்காயின் விலை 30 ரூபாய். இரண்டரை கிலோகிராமுக்கு எவ்வளவு ரூபாய் ஆகும்?
- (3) ஒருவர் ஒரு மணி நேரத்தில் இரண்டரை கிலோமீட்டர் நடக்கிறார். இவ்வேகத்தில் ஒன்றரை மணி நேரத்தில் எத்தனை கிலோமீட்டர் நடப்பார்?



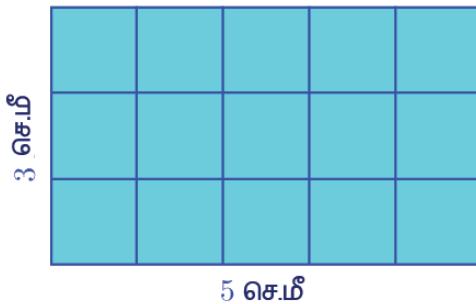
- (4) ரோணியின் கையில் 36 அஞ்சல் தலைகள் உள்ளன. அதன்  $2\frac{1}{2}$  மடங்கு தன் கையில் இருப்பதாகச் சகீரா கூறுகிறார். அது எவ்வளவு?
- (5) ஜோஜி தினமும்  $4\frac{1}{2}$  மணிநேரம் வேலை செய்வார், 6 நாட்களில் எத்தனை மணிநேரம் வேலை செய்வார்?
- (6) பின்வருவனவற்றைக் கணக்கிடவும்
- |   |   |
|---|---|
| (i) $5\frac{1}{3}$ இன் 4 மடங்கு               | (ii) 5 இன் $4\frac{1}{3}$ மடங்கு            |
| (iii) $\frac{2}{3}$ இன் $1\frac{1}{2}$ மடங்கு | (iv) $2\frac{1}{2}$ இன் $\frac{2}{5}$ பாகம் |
| (v) $5\frac{1}{2}$ இன் $2\frac{1}{2}$ மடங்கு  |   |

### பின்னப்பரப்பு

செவ்வகங்களின் பரப்பளவு பற்றி ஐந்தாம் வகுப்பில் அறிந்து கொண்டிர்கள் அல்லவா.

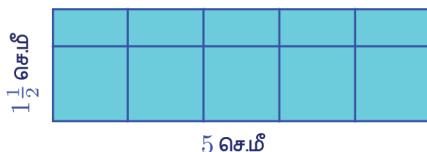
5 செண்டிமீட்டர் நீளமும் 3 செண்டிமீட்டர் அகலமும் கொண்ட ஒரு செவ்வகத்தின் பரப்பளவு எத்தனை சதுர செண்டி மீட்டர்?

1 செண்டி மீட்டர் பக்க அளவுள்ள சதுரங்களைச் செவ்வகத்தின் உள்ளே அடுக்கி வைத்துதான் இது கண்டுபிடிக்கப்பட்டது.:

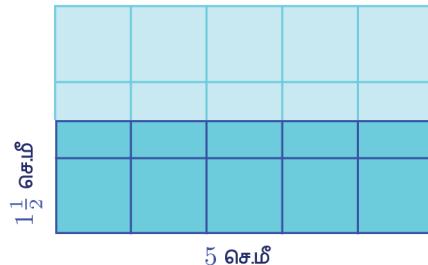
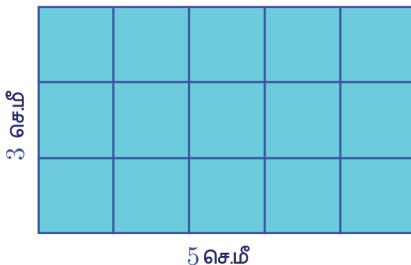


இவ்வாறாக  $5 \times 3 = 15$  சதுரங்களைச் செவ்வகத்தினுள் நிரப்பலாம். அதன் பரப்பளவு 15 சதுர செண்டி மீட்டர் ஆகும்..

பக்கங்களின் நீளம் 5 செண்டிமீட்டரும்,  $1\frac{1}{2}$  செண்டி மீட்டரும் ஆகும் எனில்?



இது முதலில் பார்த்த செவ்வகத்தின் பாதியல்லவா?



அப்போது பரப்பளவு  $15$  இன் பாதியான  $7\frac{1}{2}$  சதுர செண்டிமீட்டர்

இதை வேறு விதமாகவும் சொல்லலாம். வலது பக்க படத்தில் மேல் வரிசையில் உள்ள சிறிய செவ்வகங்கள் ஒவ்வொன்றினுடைய பரப்பளவு எவ்வளவு?

ஒவ்வொன்றும்  $1$  சதுர செண்டிமீட்டர் சதுரத்தின் பாதியல்லவா?

அப்போது ஒவ்வொன்றின் பரப்பளவும்,  $\frac{1}{2}$  சதுர செண்டிமீட்டர் எனக் கூறலாம்.

இவ்வாறான ஐந்து சதுரங்களைச் சேர்த்தால் மொத்தப் பரப்பளவு  $\frac{1}{2} \times 5 = 2\frac{1}{2}$  சதுர செண்டிமீட்டர் ஆகும். பெரிய செவ்வகத்தின் பரப்பளவு  $5 + 2\frac{1}{2} = 7\frac{1}{2}$  சதுர செண்டிமீட்டர் ஆகும்.

பக்கங்களின் நீளம்  $\frac{1}{2}$  செண்டிமீட்டரும்  $\frac{1}{3}$  செண்டிமீட்டருமான செவ்வகத்தின் பரப்பளவை எவ்வாறு கணக்கிடலாம்?

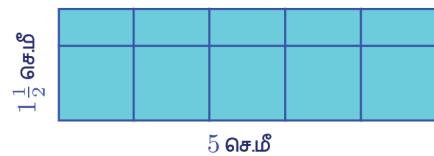
இவ்வாறான செவ்வகம் வரைய பக்க நீளம்  $1$  செண்டி மீட்டர் கொண்ட ஒரு சதுரத்தின் செங்குத்தாக ஒரு கோடும் கிடைமட்டமாக இரண்டு கோடுகளும் வரைந்து  $6$  சமபாகங்களாக்கலாம்.



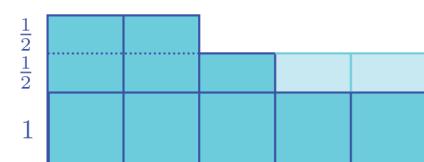
இவ்வாறு கிடைக்கும் ஒவ்வொரு சிறிய செவ்வகத்தின் பக்கங்களின் நீளம்  $\frac{1}{2}$  செண்டிமீட்டரும்  $\frac{1}{3}$  செண்டிமீட்டரும் அல்லவா? பரப்பளவு எவ்வளவு?

### ஒன்றும் அரையும்

$5$  செண்டிமீட்டர் நீளமும்  $3$  செண்டிமீட்டர் அகலமும் கொண்ட செவ்வகத்தைப் பாதியாக வெட்டியபோது இவ்வாறானது.



மேல் வரிசையில் உள்ள இரண்டு அரைச் செவ்வகங்களை இவ்வாறாக மாற்றி அடுக்கினால்?



பரப்பளவு  $5 + 2\frac{1}{2} = 7\frac{1}{2}$  சதுர செண்டிமீட்டர்.

இவை ஒவ்வொன்றும் பெரிய செவ்வகத்தின்  $\frac{1}{6}$  பாகமாகும். பெரிய செவ்வகத்தின் பரப்பளவு 1 சதுர செண்டி மீட்டர். அப்போது ஒரு சிறிய செவ்வகத்தின் பரப்பளவு  $\frac{1}{6}$  சதுர செண்டிமீட்டர் ஆகும்.

பக்கங்களின் நீளம்  $\frac{1}{3}$  செண்டிமீட்டரூம்  $\frac{1}{5}$  செண்டிமீட்டரூமான செவ்வகத்தின் பரப்பளவை எப்படிக் காண்பது?

பக்க நீளம் 1 செண்டிமீட்டர் கொண்ட ஒரு சதுரத்தை இன்னொரு முறையில் பாகங்களாகப் பிரித்ததன் பரப்பளவு

$$\frac{1}{3} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{15} \text{ எனக் காணலாம் அல்லவா.}$$

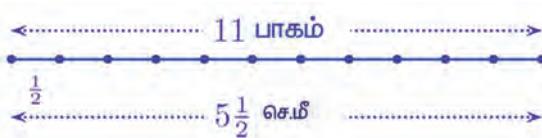
$5\frac{1}{2}$  செண்டிமீட்டர் நீளமும்  $3\frac{1}{3}$  செண்டிமீட்டர் அகலமும் கொண்ட ஒரு செவ்வகத்தின் பரப்பளவு எவ்வளவு?



கீழ்ப் பக்கத்தை  $\frac{1}{2}$  செண்டிமீட்டர் நீளமுள்ள எத்தனை பாகங்களாகப் பிரிக்கலாம்.

$\frac{1}{2}$  செண்டிமீட்டர் நீளமுள்ள 10 கோடுகள் சேர்ந்தால் 5 செண்டிமீட்டர்  $5\frac{1}{2}$  செண்டிமீட்டர் ஆக்குவதற்கு மேலும் ஒரு கோடும் தேவைப்படும்.

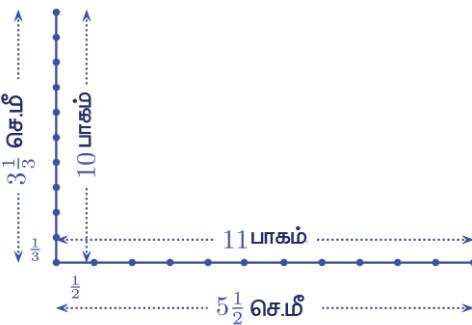
$$5\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times 11$$



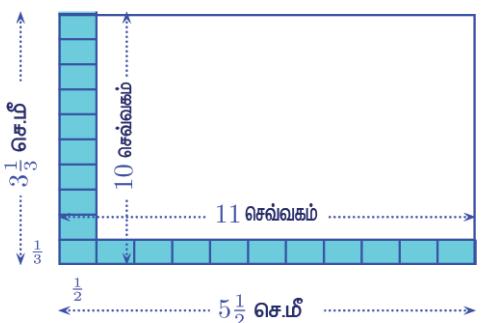
இனி செவ்வகத்தின் இடது பக்கத்தை  $\frac{1}{3}$  செண்டிமீட்டர் நீளமுள்ள பாகங்களாகப் பிரிக்கலாம்.

$\frac{1}{3}$  செண்டிமீட்டர் நீளமுள்ள 9 கோடுகள் சேர்ந்தால் 3 செண்டிமீட்டர்  $3\frac{1}{3}$  செண்டிமீட்டர் ஆக்குவதற்கு மேலும் ஒரு கோட்டை வரைய வேண்டும்.

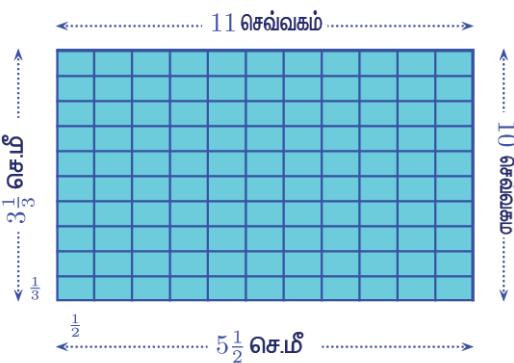
$$3\frac{1}{3} = \frac{1}{3} \times 10$$



அப்போது செவ்வகத்தின் சில பகுதியை,  $\frac{1}{2}$  செண்டிமீட்டர் நீளமும்  $\frac{1}{3}$  செண்டிமீட்டர் அகலமும் கொண்ட செவ்வகங்களால் நிரப்பலாம்.



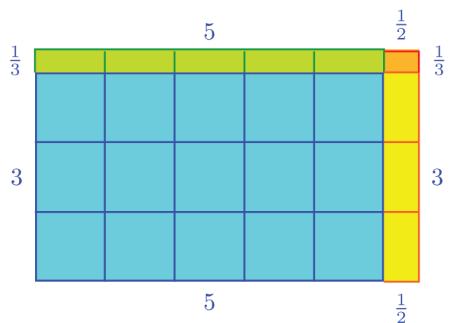
செவ்வகம் முழுவதையும் நிரப்ப இவ்வாறான எத்தனை சிறிய செவ்வகங்கள் வேண்டும்.



மொத்தம்  $11 \times 10 = 110$  சிறிய செவ்வகங்கள் ஒவ்வொன்றினுடையவும் பரப்பளவு,  $\frac{1}{6}$  சதுர மீட்டர் ஆகும்.

### செவ்வகம் பிரித்தல்

$5\frac{1}{2}$  செண்டிமீட்டர் நீளமும்  $3\frac{1}{3}$  செண்டிமீட்டர் அகலமும் கொண்ட செவ்வகத்தை இவ்வாறாகப் பிரிக்கலாம்.



பரப்பளவை நான்கு பிரிவாகக் கணக்கிடலாம் நீலநிறச் செவ்வகம்

$$5 \times 3 = 15$$

பச்சை நிறச் செவ்வகம்

$$5 \times \frac{1}{3} = 1\frac{2}{3}$$

மஞ்சள் நிறச் செவ்வகம்

$$\frac{1}{2} \times 3 = 1\frac{1}{2}$$

சிவப்பு நிறச் செவ்வகம்

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

$$\begin{aligned} \text{மொத்தப் பரப்பளவு } & 15 + 1\frac{2}{3} + 1\frac{1}{2} + \frac{1}{6} \\ & = 18\frac{1}{3} \text{ சதுர செண்டிமீட்டர்} \end{aligned}$$

மொத்தப் பரப்பளவு

$$110 \times \frac{1}{6} = 18\frac{1}{3} \text{ சதுர செண்டிமீட்டர்}$$

இதைக் கண்டுபிடிக்கச் செய்த செயல்களை மீண்டும் பார்ப்போம்

$$5\frac{1}{2} = 11 \times \frac{1}{2}$$

$$3\frac{1}{3} = 10 \times \frac{1}{3}$$

$$11 \times 10 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = 110 \times \frac{1}{6}$$

கடைசியில் எழுதிய பெருக்கலை இப்படியும் எழுதலாம் அல்லவா.

$$\begin{aligned} 11 \times 10 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} &= \left(11 \times \frac{1}{2}\right) \times \left(10 \times \frac{1}{3}\right) \\ &= 5\frac{1}{2} \times 3\frac{1}{3} \end{aligned}$$

அப்போது அளவுகள் பின்ன எண்களாக இருந்தாலும், செவ்வகத்தின் பரப்பளவு என்பது நீளம், அகலம் இவற்றின் பெருக்கற் பலன்தான்.



இந்தக் கணக்குகளைச் செய்து பார்ப்போம்.

- (1) சில செவ்வகங்களின் நீளமும் அகலமும் கீழே தரப்பட்டுள்ளன. ஒவ்வொன்றின் பரப்பளவைக் காண்க.
  - (i)  $3\frac{1}{4}$  செண்டிமீட்டர்,  $4\frac{1}{2}$  செண்டிமீட்டர்
  - (ii)  $5\frac{1}{3}$  மீட்டர்,  $6\frac{3}{4}$  மீட்டர்
  - (iii)  $1\frac{1}{3}$  மீட்டர்  $\frac{3}{4}$  மீட்டர்
- (2) பக்க நீளம்  $1\frac{1}{2}$  மீட்டர் கொண்ட சதுரத்தின் பரப்பளவு எவ்வளவு?
- (3) ஒரு சதுரத்தின் சுற்றளவு 14 மீட்டர் அதன் பரப்பளவு எவ்வளவு?

# 3

# முக்கோணங்கள்

## நட்சத்திரப் படம்

இந்தப் படத்தைப் பார்க்கவும்.



இதை எப்படி வரையலாம்?

முதலில் எவற்றையெல்லாம் வரைய வேண்டும் என்று பார்ப்போம். இரண்டு முக்கோணங்களும் ஒரு வட்டமும் வரைய வேண்டும்.

இந்த முக்கோணங்களின் சிறப்புகள் என்ன?

எல்லாப் பக்கங்களும் ஒரே நீளம். முதலில் அத்தகைய ஒரு முக்கோணம் வரைவோம். பக்கங்களின் நீளம் 3 சென்டி மீட்டர் என எடுக்கலாம். முதலில் கீழே உள்ள கோட்டை வரையலாம்.



முக்கோணத்தின் மூன்றாவது உச்சியை எங்கு குறிக்க வேண்டும்.

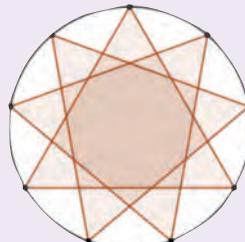
இடது, வலது பக்கங்களுக்கும் 3 சென்டிமீட்டர் வேண்டும் அல்லவா?

அப்போது மூன்றாவது உச்சி, முதலில் வரைந்த கோட்டின் இரு முனைகளிலிருந்தும் 3 சென்டி மீட்டர் தூரத்தில் இருக்க வேண்டும். ஒரு முனையில் இருந்து 3 சென்டி மீட்டர் தூரத்தில் எத்தனை புள்ளிகள் வைக்கலாம்?



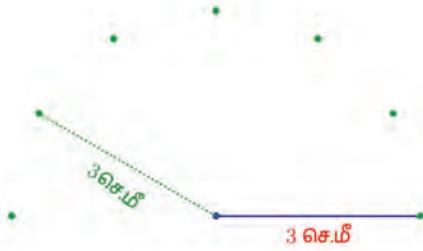
நட்சத்திரப் படங்கள் ஜியோஜிப்ராவில் எப்படி வரைவது என்று பார்க்கலாம். Regular Polygon கருவியைப் பயன்படுத்தி ஒரு சமபக்க அல்கோணம் வரையவும். இதற்கான கருவியைத் தேர்ந்தெடுத்த பின்பு இரண்டு புள்ளிகளில் கிளிக் செய்து உடன் தோன்றும் சாளரத்தில் மூலைகளின் எண்ணிக்கை 6 எனக் கொடுக்கவும். அதன் ஒன்றாவிட்ட மூலைகளை இணைத்தால் ஒரு சமபக்க முக்கோணம் ஆகும். அடுத்த முக்கோணத்தின் மற்ற மூன்று மூலைகளை இணைத்துச் சமபக்க முக்கோணம் உருவாக்கலாம். வட்டம் வேண்டுமெனில் circle through 3 points என்ற கருவியைப் பயன்படுத்தி மூன்று மூலைகளையும் கிளிக் செய்தால் போதும். இது போன்று 9 பக்கமுள்ள ஒரு சமபக்க பலகோணம் வரைந்து அதிலிருந்து இப்படி ஒரு நட்சத்திரத்தை வரையலாம். இனி அல்கோணத்தை மறைத்து வைக்கவும்.

இதுபோன்று 9 பக்கமுள்ள ஒரு சமபக்க பலகோணம் வரைந்து அதிலிருந்து இப்படி ஒரு நட்சத்திரத்தை வரையலாம்.

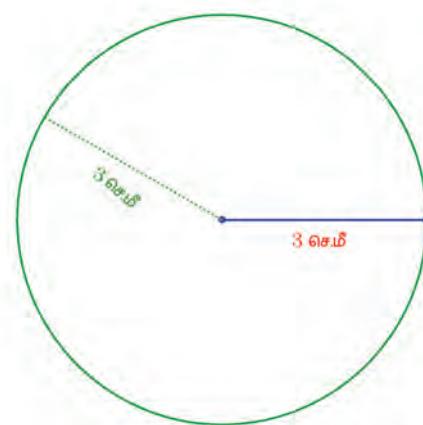


இங்கு மூன்று சமபக்க முக்கோணங்கள் உள்ளன. இது போன்று கூடுதல் சமபக்க முக்கோணங்களுடன் நட்சத்திரப் படங்களை வரையலாம்.

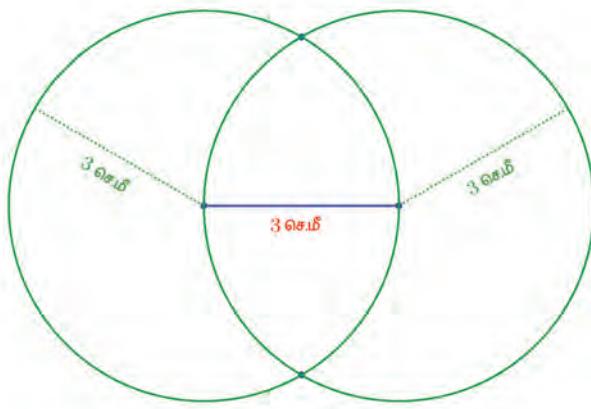
இது போன்ற சில புள்ளிகளைக் கற்பனை செய்து பாருங்கள்.



இந்த வட்டத்தை வரைந்தால் மூன்றாவது உச்சி அதில் எங்கேயாவது இருக்க வேண்டும்.



இது போன்று வலது உச்சியை மையமாகக் கொண்டு 3 சென்டிமீட்டர் ஆரம் எடுத்து வரையும் வட்டத்தில் மூன்றாவது உச்சி இருக்க வேண்டும்.



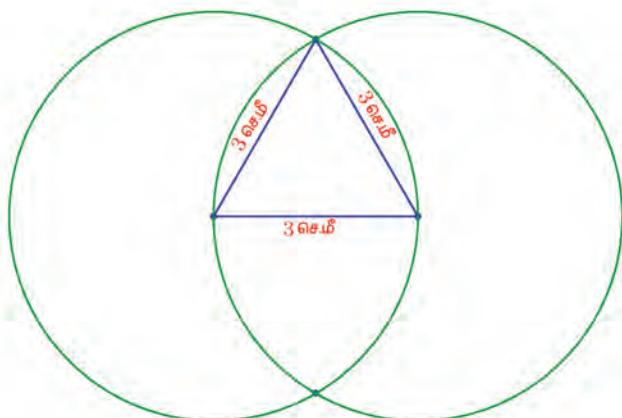
இந்த வட்டங்கள், மேலும் கீழும் இரண்டு இடங்களில் வெட்டுகின்றன அல்லவா?

அந்தப் புள்ளிகளைப் பற்றி என்ன கூறலாம். ?

முதலில் வரைந்த வட்டத்தில் உள்ளதால், கோட்டின் இடது முனையில் இருந்து 3 சென்டிமீட்டர் தூரத்தில் ஆகும். இரண்டாவது வட்டத்தில் உள்ளதால், வலது முனையில் இருந்து 3 சென்டிமீட்டர் தூரத்திலும் ஆகும்.

அப்போது இவற்றில் எது வேண்டுமானாலும் மூன்றாவது உச்சி ஆகலாம்.

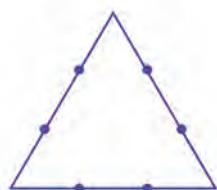
மேலே உள்ள புள்ளியை எடுத்து முக்கோணம் வரையலாம்.



இப்போது வட்டங்களை அழித்து விடலாம்.

முக்கோணம் ஆகிவிட்டது. நட்சத்திரம் வரைவதெப்படி?

அதற்கு முக்கோணத்தின் மூன்று பக்கங்களிலும் 1 சென்டிமீட்டர் இடைவெளியில் புள்ளிகள் வைக்கவும்.



முக்கோண வடிவத்திலுள்ள வடிவங்கள் கண்டுபிடிக்க வேண்டும்.  
ஏதாவது ஜியா இருக்கா?

இருக்கு!  
எங்கிட்ட இல்ல  
உண்ணாட சொயில்!



இந்தப் புள்ளிகளைப் பயன்படுத்தி இரண்டாவது

முக்கோணம் வரையலாமல்லவா?



இதைச் சுற்றி ஒரு வட்டம் வரைந்தால் அது முதலில் கண்ட படத்தின் வடிவம் ஆகும். அதற்குக் கவராயத்தை எங்கே குத்த வேண்டும்?

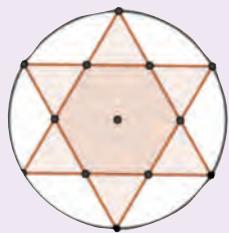
அதைக் கண்டுபிடிக்கவும். (ஊகித்து எங்காவது குத்தினால் போதாது, சரியாக இருக்க வேண்டும்) படத்தை முழுமையாக்கினால் விருப்பமுள்ள நிறங்களைக் கொடுத்து அழகுப்படுத்தலாம்.

இது போல இரண்டு முக்கோணங்கள் வரைந்து, சில கோடுகளை அழித்து, சில கோடுகளைக் கூடுதலாகச் சேர்த்து, வண்ணம் தீட்டும் முறையை மாற்றினால் இந்தப் படங்கள் கிடைக்கும்.



சமபக்க அறுகோணம் பயன்படுத்தி நட்சத்திரப் படம் வரைந்தோம் அல்லவா. இதைப் பயன்படுத்தி பிற அழகான படங்களையும் வரையலாம்.

Intersect என்ற கருவியைப் பயன்படுத்தி முக்கோணங்களின் பக்கங்கள் சந்திக்கும் புள்ளிகளைக் குறிக்கலாம்.. Midpoint or Centre என்ற கருவியைப் பயன்படுத்தி வட்ட மையத்தை அடையாளப்படுத்தவும்.



இனி முக்கோணங்களை மறைத்து விட்டு Polygon கருவியைப் பயன்படுத்திப் புள்ளிகளைத் தேவையான முறையில் இணைத்துப் பல்வேறு படங்களை வரையலாம். வண்ணங்கள்

கொடுக்க பல கோணத்தில் (Right click

செய்து object properties ⇒ colour

என்பதில் இருந்து தேவையான

நிறம் தேர்ந்தெடுத்தால் போதும்

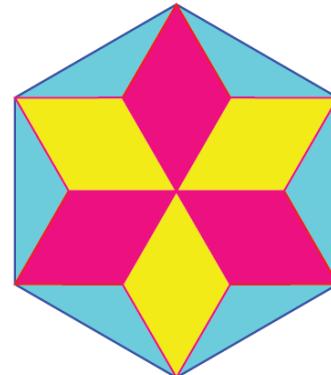
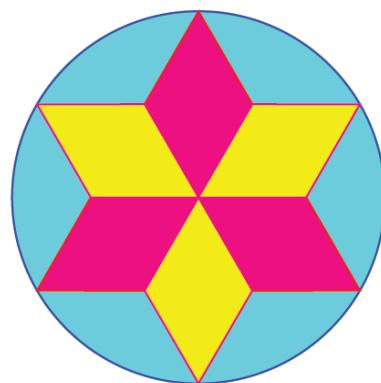
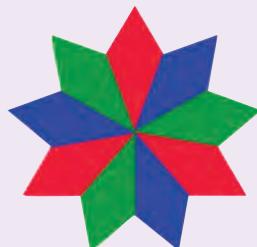
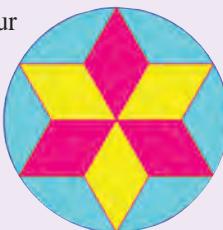
Opacity – ஜப் பயன்படுத்திப்

படத்தின் வெளிப்படத்

தன்மையை மாற்றலாம்.)

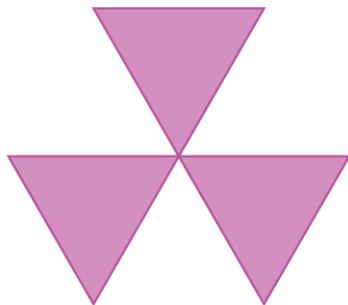
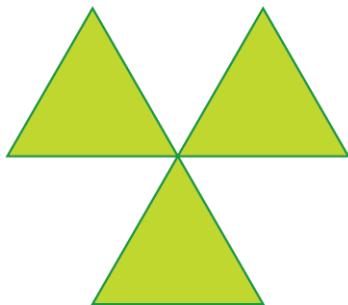
இந்தப் படத்தை வரைய

முயற்சிக்கவும்



முயன்று பார்க்கவும்.

கீழே காட்டப்பட்டுள்ள படங்களை வரைந்து பார்க்கவும்.



## கோடும் கணக்கும்

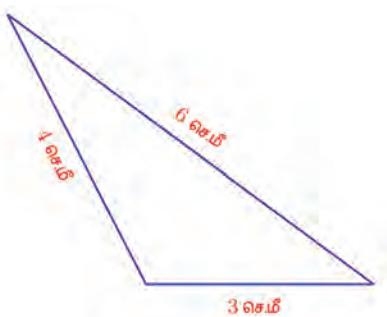
பக்கங்கள் அனைத்தும் ஒரே நீளமுள்ள முக்கோணங்களை வரைந்தீர்கள் அல்லவா. அவ்வாறான முக்கோணங்களுக்குச் சமபக்க முக்கோணங்கள் (equilateral triangles) என்று பெயர்.

பக்கங்கள் ஒரே நீளமல்லாத முக்கோணங்களையும் இதே முறையில் வரையலாம் அல்லவா?

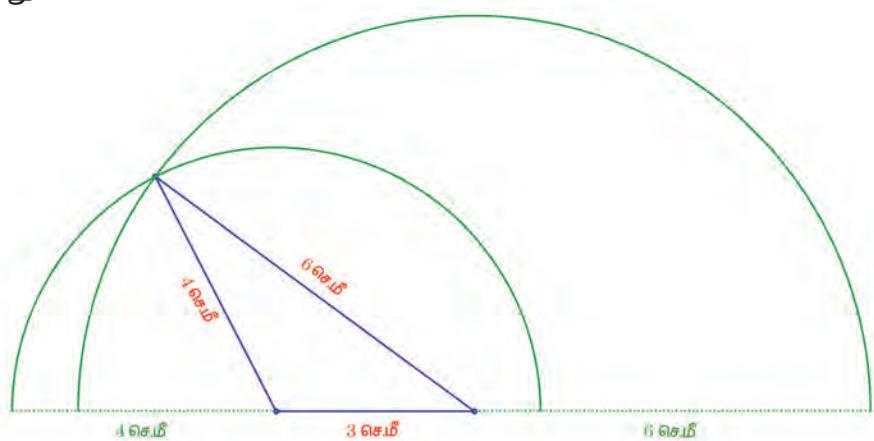
எடுத்துக்காட்டாக 3 சென்டிமீட்டர், 4 சென்டிமீட்டர் மற்றும் 6 சென்டிமீட்டர் பக்க நீளங்களைக் கொண்ட முக்கோணம்:

இதை வரைவது எப்படி?

3 சென்டிமீட்டர் நீளமுள்ள ஒரு கோடு வரைந்து அதன் ஒரு முனையிலிருந்து 4 சென்டிமீட்டரும், மறு முனையிலிருந்து 6 சென்டிமீட்டருமான தூரத்தில் மூன்றாவது உச்சியை அடையாளப்படுத்தவும்.



அதற்கு ஒவ்வொரு முனையிலிருந்தும் ஒவ்வொரு வட்டம் வரைந்தால் போதுமல்லவா.



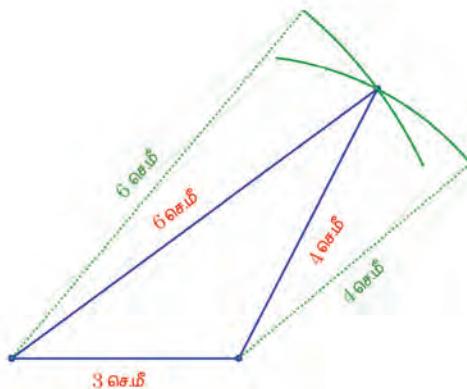
மூன்றாவது உச்சியாக மேலே உள்ள இடம் மட்டும் போதும் என்பதால், மேலே பாதி வட்டம் மட்டும் வரையப்பட்டது (சுரியாகச் சொன்னால் அவ்வளவு கூடத் தேவையில்லை. வட்டங்களின் இரு துண்டுகள் சந்திக்கும் வகையில் வரைந்தால் போதுமானது).

பக்கங்களை ஒன்றுக்கொன்று மாற்றி வைத்து இப்படியும் வரையலாம்.



### இரண்டு பக்கங்கள்

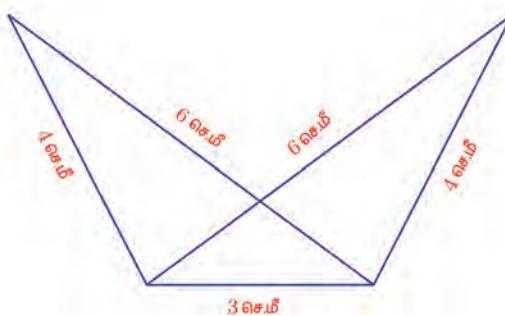
$AB = 6$ ,  $AC = 5$  ஆன முக்கோணம் ABC ஜ வரைய வேண்டும். Segment with Given Length என்ற கருவியைப் பயன்படுத்தி நீளம் 6 என எடுத்து AB என்ற ஒரு கோடு வரையவும். A ஜ மையமாக 5 அலகு ஆரத்தில் ஒரு வட்டம் வரைந்து அதில் ஒரு புள்ளி C ஜக் குறிக்கவும். முக்கோணம் ABC ஜ வரையவும். C இன் இடத்தை வட்டத்தின் வழியாக மாற்றிப் பார்க்கவும். AB, AC ஆகிய பக்கங்களின் நீளம் மாறுகிறதா? BC இன் நீளம்? BC இன் அதிகப்படச் நீளம் என்ன? குறைந்த பட்ச நீளம்? இந்தப் பக்கத்தின் நீளமாக வருக்கூடிய எண்ணிற்கு, மற்ற இரண்டு பக்கங்களின் நீளத்திற்கும் என்ன தொடர்பு?



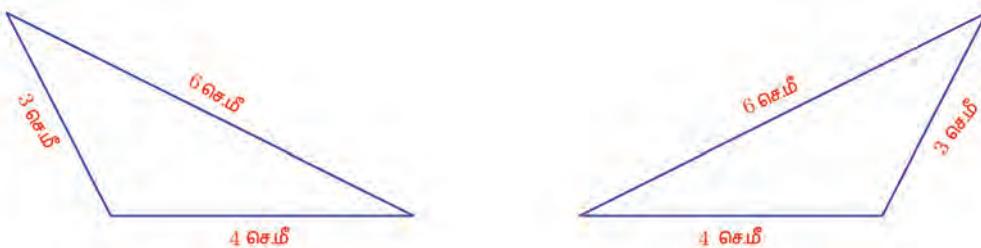
இந்த இரண்டு முக்கோணங்களுக்கும் இடையே ஏதேனும் வேறுபாடு உள்ளதா?

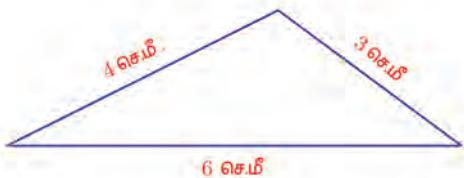
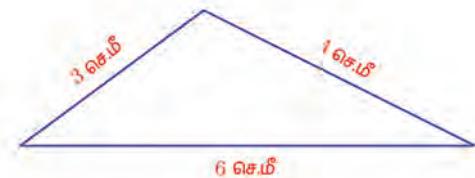
இடது வலது பக்கங்கள் மட்டும் திரும்பியுள்ளன அல்லவா.

இரண்டாக வரைந்தால் இதை வேகமாகக் காணலாம்.



நீளங்கள் மாற்றாமல் பக்கங்களின் இடத்தை மாற்றியும் வரையலாம் அல்லவா.

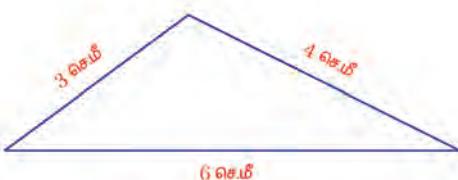




இந்த ஆறு படங்களும் திருப்பி வைக்கப்பட்டுள்ளன என்றல்லாமல் இவற்றிற்கிடையே ஏதேனும் வேறுபாடு காணப்படுகிறதா?

இன்னும் சந்தேகம் இருக்கிறது என்றால் இதே படத்தில் ஒன்றைக் கட்டிக் காகிதத்தில் வைட்டிடுத்து ஒவ்வொன்றின் மீதும் வெவ்வேறு முறைகளில் வைத்துப் பார்க்கவும்.

இப்போது இந்தப் படங்களில் ஏதேனும் ஒன்றைப் பாருங்கள்.



இதில் மிகப் பெரிய கோணம் எது?

மிகச் சிறியது?

அளந்து பார்க்காமல் சொல்லலாமா.

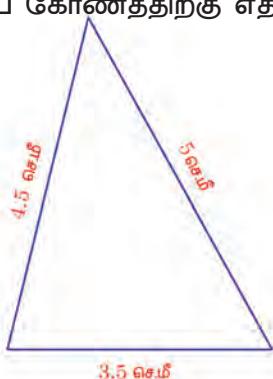
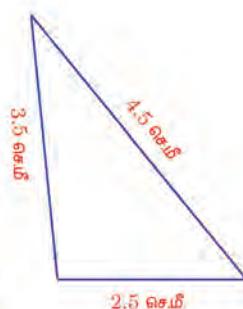
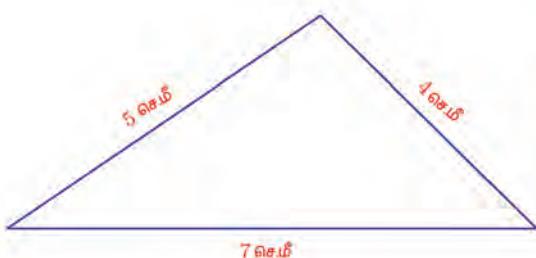
அவற்றின் எதிர் பக்கங்களைப் பாருங்கள்



உரு முக்கோணம் வரைந்து அதன் கோணங்களையும், பக்கங்களின் நீளங்களையும் குறிக்கவும். கோணங்களின் அளவுகள் மற்றும் பக்கங்களின் நீளம் ஆகியவற்றை ஒப்பிடவும். முக்கோணத்தின் உச்சியை மாற்றிப் பாருங்கள்.



வெவ்வேறு நீளங்கள் எடுத்து சில முக்கோணங்களை வரைந்து பார்க்கவும். எல்லாவற்றிலும் மிகப்பெரிய கோணத்திற்கு ஏதிரே மிகப்பெரிய பக்கமும் மிகச் சிறிய கோணத்திற்கு ஏதிரே மிகச்சிறிய பக்கமும் உள்ளதா?



ஏன்?

கோணம் பெரிதாகும் போது அதன் பக்கங்கள் அகன்று செல்லும் அல்லவா?

முக்கோணங்களைப் பற்றிய இக் கருத்தை இவ்வாறு எழுதலாம்.

**எல்லா முக்கோணங்களிலும் கோணங்களும், அவற்றின் எதிர்ப் பக்கங்களும் ஒரே வரிசையில் அளவுகளைக் கொண்டதாகும்.**

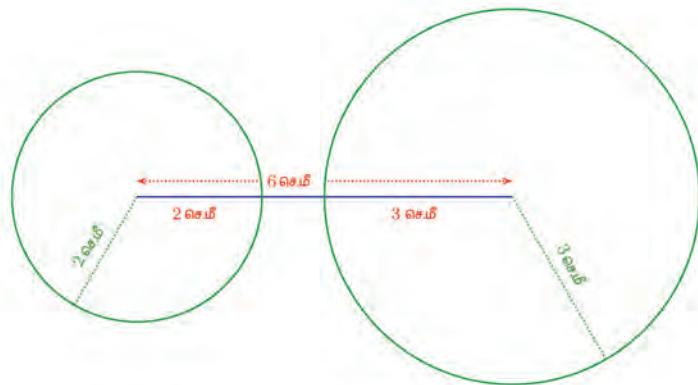


6 அலகு நீளத்தில் AB என்ற ஒரு கோடு வரைந்து, A ஜ மையமாகக் கொண்டு 2 அலகு ஆரம் கொண்ட ஒரு வட்டம் வரையவும். Min = 0, Max = 10 ஆகும் வண்ணம் ஒரு slider ‘a’ -ஐ உருவாக்கவும். Circle Centre & Radius கருவியைப் பயன்படுத்தி B இல் கிளிக் செய்யும் போது தோன்றும் சாளரத்தில் வட்டத்தின் ஆரம் ‘a’ எனக் கொடுக்கவும். Intersect என்ற கருவியைப் பயன்படுத்தி வட்டங்கள் சந்திக்கும் ஒரு புள்ளி C -ஐக் குறிக்கவும். வட்டங்கள் சந்திக்கும் வகையில் சிலைடரின் மதிப்பை ஒழுங்கு செய்ய வேண்டும். முக்கோணம் ABC ஜ வரைந்து பக்கங்களின் நீளத்தைக் குறிக்கவும். சிலைடரை மாற்றிப் பார்க்கவும், எந்த மதிப்புகளுக்கு முக்கோணம் கிடைக்கும்.

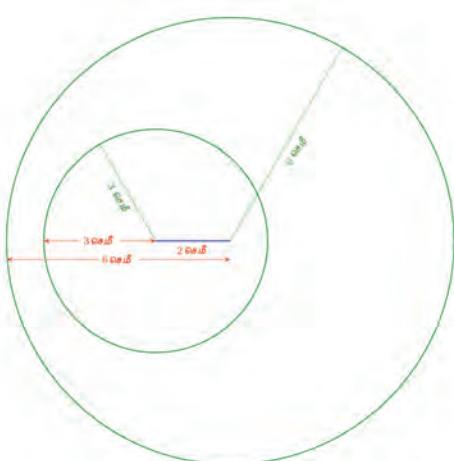
பல நீளங்களைப் பயன்படுத்தி முக்கோணங்கள் வரைந்தோமல்லவா?

இப்போது ஒரு வினா: பக்கங்களின் நீளங்களை ஏதேனும் மூன்று எண்களாகக் கொண்டு முக்கோணம் வரைய இயலுமா?

எடுத்துக்காட்டாக 6 சென்டிமீட்டர், 2 சென்டிமீட்டர், 3 சென்டிமீட்டர் என எடுத்து முக்கோணம் வரைய இயலுமா?



அதாவது 6 சென்டிமீட்டர் கோட்டின் ஒரு முனையில் இருந்து 2 சென்டிமீட்டர் தூரத்தில் உள்ள அனைத்துப் புள்ளிகளும் மற்ற முனையிலிருந்து 3 சென்டிமீட்டர்க்கு மேல் தூரத்தில் இருக்கும்; மாறாகவும், 2 சென்டிமீட்டர் கோட்டைக் கீழ்ப் பக்கமாக்கி மாற்றி வரைந்து பார்ப்போமா?



இரண்டு படங்களிலும் உள்ள சிவப்புக் கோடுகளை மீண்டும் பாருங்கள். முக்கோணத்தை வரைய முடியாததற்கு என்ன காரணம்?

மிகப் பெரிய நீளமான 6, மற்ற இரண்டு நீளங்களான 2 மற்றும் 3 இன் கூட்டுத் தொகையைவிட அதிகமாக உள்ளது.

எனவே மூன்று நீளங்கள் ஒரு முக்கோணமாக வேண்டுமெனில் மிகப்பெரிய நீளம் மற்ற இரண்டு நீளங்களின் தொகையை விடக் குறைவாக இருக்க வேண்டும்.

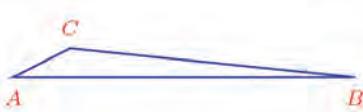
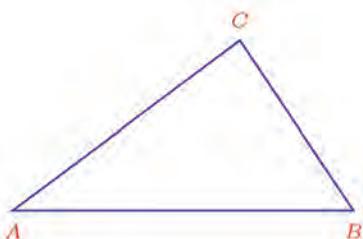
இதை முக்கோணங்களின் பக்க நீளங்களைப் பற்றியுள்ள ஒரு பொதுக் கருத்தாக எழுதலாம்.

**எல்லா முக்கோணங்களிலும் பெரிய பக்கத்தின் நீளம் மற்ற இரண்டு பக்கங்களின் நீளங்களின் தொகையைவிடக் குறைவாக இருக்கும்.**

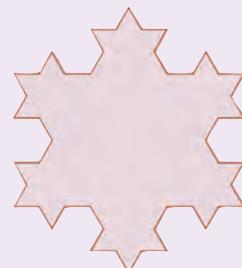
இதை வேறு விதமாகவும் கூறலாம். ஒரு முக்கோணத்தின் சிறிய இரண்டு பக்கங்களின் நீளங்களின் தொகை பெரிய பக்கத்தின் நீளத்தைவிட அதிகமாக இருக்கும்.

இதிலிருந்து ஒரு முக்கோணத்தின் எந்த இரண்டு பக்கங்களின் நீளங்களின் தொகை, மூன்றாவது பக்கத்தின் நீளத்தைவிட அதிகமாக இருக்கும் எனக் காணலாம். (அதெப்படி?)

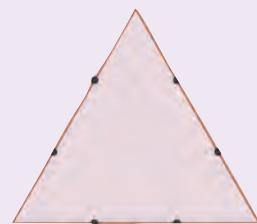
சிறிது சிந்தித்தால் இதை விரைவாகக் கண்டுபிடிக்கலாம்.



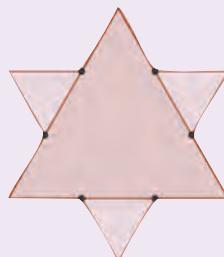
A யிலிருந்து B க்கு நேராகச் செல்வதை விட C வழியாகச் செல்வது தூரம் அதிகமல்லவா.



இப்படி ஒரு படம் வரைவோம். இதற்காக முதலில் ஒரு சமபக்க முக்கோணம் வரைந்து அதன் ஒவ்வொரு பக்கத்தையும் மூன்று சமபாகங்களாகப் பிரிக்கவேண்டும்.



ஒவ்வொரு பக்கத்திற்கும் நடுவில் உள்ள பகுதியில் ஒவ்வொரு சமபக்க முக்கோணம் வரையவும்.



இந்த நட்சத்திரத்தின் ஒவ்வொரு பக்கத்தையும் மூன்று சமபாகங்களாகப் பிரித்து நடுப்பகுதியை ஒவ்வொரு சமபக்க முக்கோணங்கள் வரைந்தால் அது நமது படமாகும். முதலில் வரையப்பட்ட முக்கோணத்தின் பக்கங்களின் நீளம் 9 இன் மடங்காக இருந்தால் செயல் எளிதாகி விடும். ஒரு பக்கத்தை மூன்று சமபாகங்களாகப் பிரிக்க பக்கத்தின் நீளத்தின் மூன்றில் ஒரு பங்கு ஆரமுள்ள ஒரு வட்டம் முக்கோணத்தின் உச்சியை மையமாகக் கொண்டு வரைந்து வட்டமும், பக்கமும் சந்திக்கும் புள்ளியை அடையாளப்படுத்தினால் போதும்.

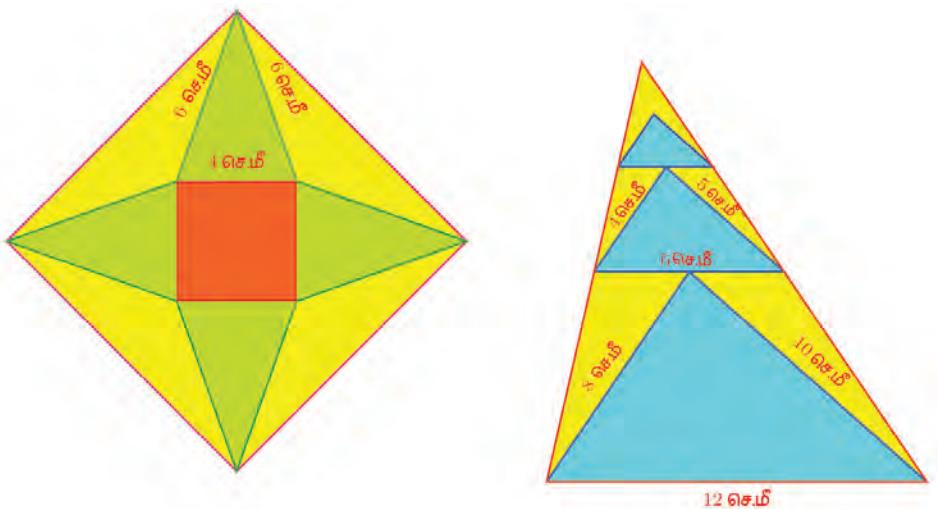


இந்தக் கணக்குகளைச் செய்து பார்க்கவும்.

- (1) பக்கங்களின் நீளம் என்னைல் என்னாக உள்ள ஒரு முக்கோணத்தின் இரண்டு பக்கங்களின் நீளம் 5 சென்டிமீட்டரும் 8 சென்டிமீட்டரும் ஆனால் மூன்றாவது பக்கத்தின் நீளம் என்னென்ன என்களாக இருக்கும்?
- (2) மூன்று பக்கங்களும் என்னைல் என்களான முக்கோணத்தின் இரண்டு பக்கங்களின் நீளங்கள் 1 சென்டிமீட்டரும் 99 சென்டிமீட்டருமாகும். மூன்றாம் பக்கத்தின் நீளம் என்ன?
- (3) பின்வரும் தொகுப்புகளில் முக்கோணத்தை உருவாக்க இயலும் அளவுகள் எவை?

  - (i) 4 செ. மீ, 6 செ. மீ, 10 செ. மீ
  - (ii) 3 செ. மீ, 4 செ. மீ, 5 செ. மீ
  - (iii) 10 செ. மீ, 5 செ. மீ, 4 செ. மீ

- (4) இந்தப் படங்களை வரையவும்.



## கோணக் கணக்கு

மூன்று பக்கங்களின் நீளங்களை எடுத்து முக்கோணம் வரைவது எப்படி எனப் பார்த்தோம். நீளங்களாக எடுக்கப்படும் எண்களின் தொடர்பைப் புரிந்து கொண்டோம்.

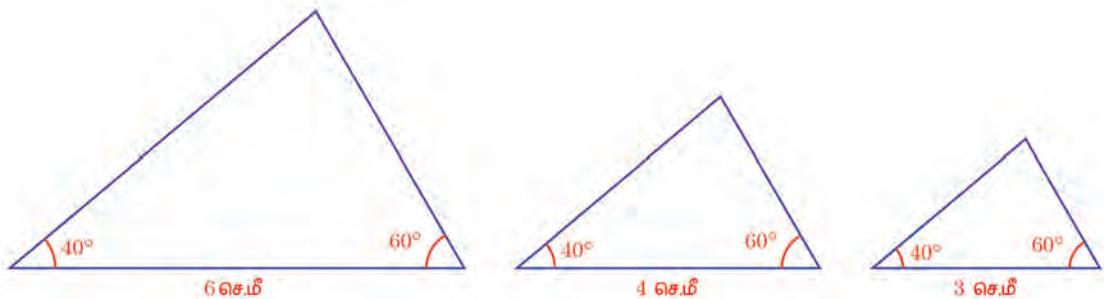
மூன்று கோணங்கள் மட்டும் தீர்மானித்தால்?

முக்கோணத்தின் கோணங்களின் தொகை  $180^\circ$  அல்லவா. (இணைகோடுகள் என்ற பாடம்) எனவே, இரண்டு கோணங்களை மட்டுமே தீர்மானிக்க இயலும்.

எடுத்துக்காட்டாக இரண்டு கோணங்களை  $40^\circ$ ,  $60^\circ$  என எடுத்தால் மூன்றாவது கோணத்தை  $80^\circ$  என எடுத்தால்மட்டுமே அது முக்கோணம் ஆகும்.

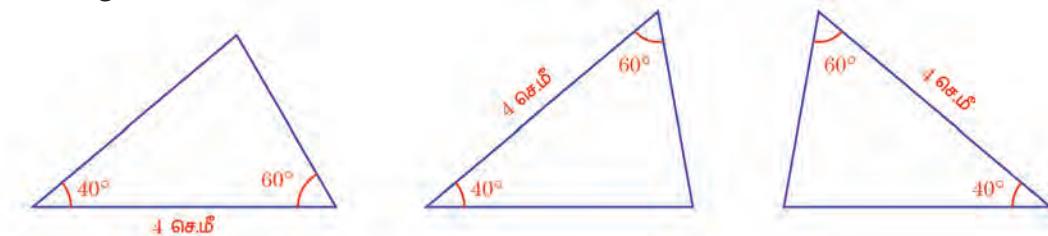
இந்தக் கோணங்களில் உள்ள முக்கோணத்தை எப்படி வரையலாம்?

ஒன்றல்ல பல முக்கோணங்களை வரையலாம்.



அப்படியானால் ஒரே ஒரு முக்கோணத்தை மட்டுமே கருத்தில் கொண்டால் இரண்டு கோணங்கள் மட்டுமல்ல அவை அமையும் கோட்டின் நீளத்தையும் தீர்மானிக்க வேண்டும்.

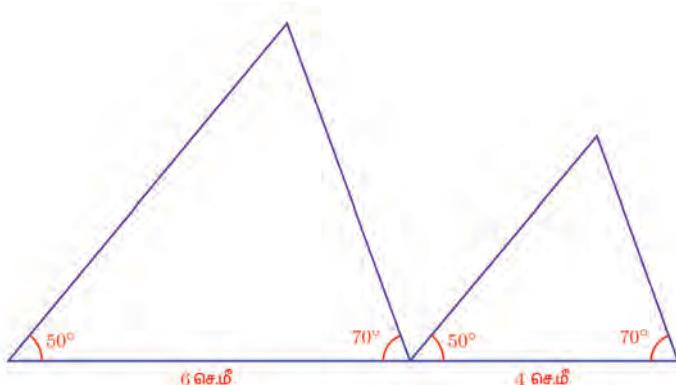
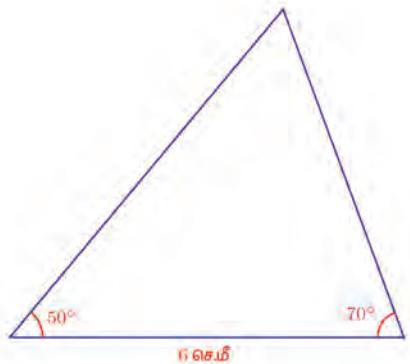
ஒர் எதிர் வினா. ஒரு பக்கத்தின் நீளம் 4 சென்டி மீட்டரும் அதில் 40°, 60° கோண அளவுகளும் உள்ள பல முக்கோணங்களை வரையலாம் அல்லவா?



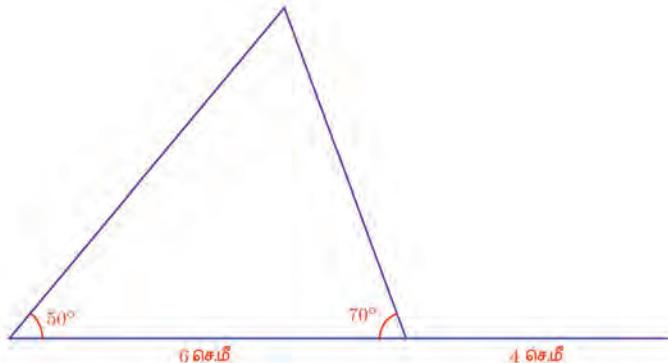
கோணங்களின் இடங்களை முன்னும் பின்னுமாக மாற்றி வரையலாம் (முயற்சிக்கவும்). ஆனால் இவை எல்லாம் முன்பு பார்த்தது போல், அதே முக்கோணம் தலைகீழானது அல்லவா? அதாவது ஒரு பக்கம் 4 சென்டிமீட்டரும், அதிலுள்ள கோணங்கள் 40° யும் 60° யும் உள்ள ஒரே ஒரு முக்கோணம் மட்டுமே உள்ளது.

இவ்வாறு வரையப்படும் முக்கோணத்தின் அளவை மாற்றி வரைவதும் எனிது. எடுத்துக்காட்டாக, இந்தப் படத்தைப் பாருங்கள்.

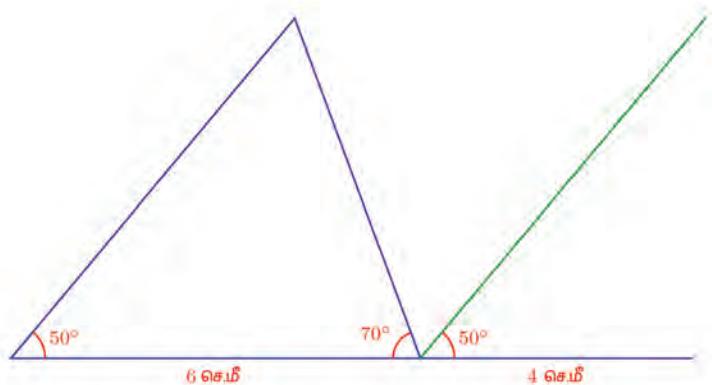
இதோடு சேர்ந்து இவ்வாறு ஒரு முக்கோணமும் வரைய வேண்டும்.



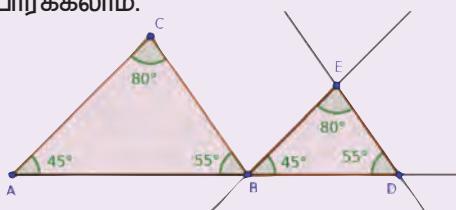
முதலாவதாக அடிப்பக்கத்தை 4 சென்டிமீட்டர் நீட்டலாம்.



இப்போது இந்த நீட்டிய பகுதியின் இடது முனையில்  $50^\circ$  கோணம் வரையலாம்.

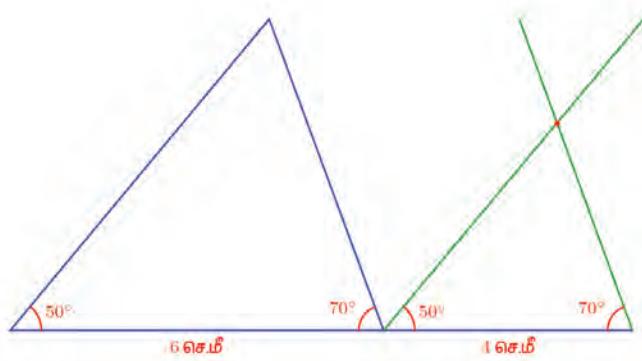


 Polygon என்ற கருவியைப் பயன்படுத்தி ஒரு முக்கோணம் ABC வரையவும். Ray என்ற கருவியைப் பயன்படுத்தி AB யை நீட்டி வரையவும். இந்த கோட்டில் D என்ற ஒரு புள்ளியைக் குறிக்கவும். D வழியாக BC க்கு இணையாக ஒரு கோடும் B வழியாக AC க்கு இணையாக மற்றொரு கோடும் வரைந்து அவை இரண்டும் சந்திக்கும் புள்ளி E ஜக் குறிக்கவும். முக்கோணம் BDE யை வரையவும். Angle என்ற கருவியைப் பயன்படுத்தி முக்கோணங்களுக்குள்ளே கிளிக் செய்தால் கோண அளவுகளைப் பார்க்கலாம்.



D இன் இடத்தைக் கோட்டின் வழியாக மாற்றிப் பார்க்கவும்.

இது போல கோட்டின் வலது முனையில்  $70^\circ$  கோணமும் வரையலாம்.

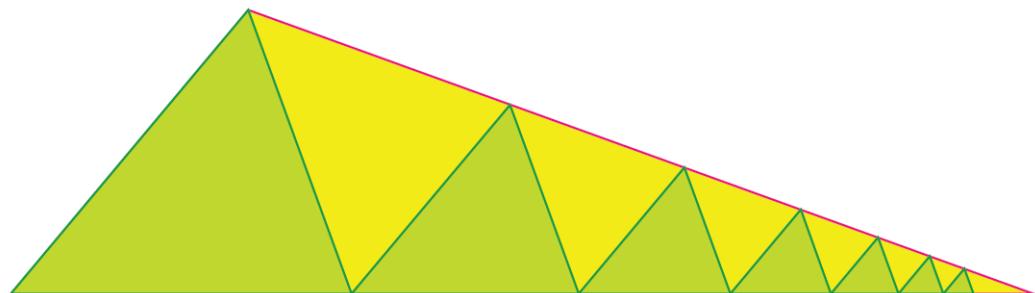


இந்தப் படத்தில் ஏதாவது கவனித்தீர்களா?

புதிய முக்கோணத்தின் பக்கங்கள் பழைய முக்கோணத்தின் பக்கங்களுக்கு இணையாகும், ஏன்?

அப்போது புதிய முக்கோணத்தை வரைய மீண்டும் கோணங்களை அளந்து வரைவதற்குப் பதிலாகப் பழைய முக்கோணத்தின் பக்கங்களுக்கு இணையான கோடுகள் வரைந்தாலும் போதும். (ஜியோஜிப்ராவில் இதுவே வசதியானது.)

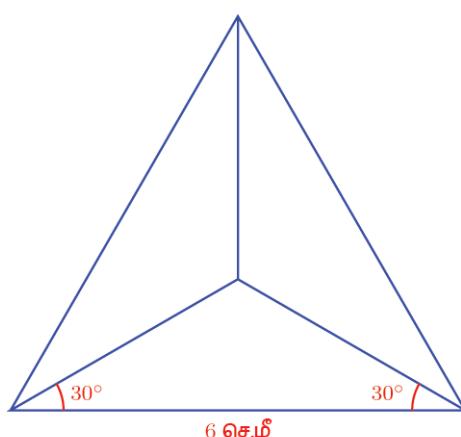
இப்போது இப்படி ஒரு படத்தை வரையலாம் அல்லவா?



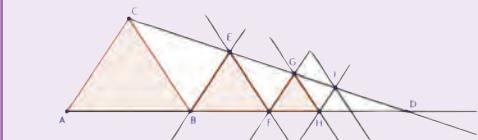
கீழே உள்ள முக்கோணம் வரைவோமா?



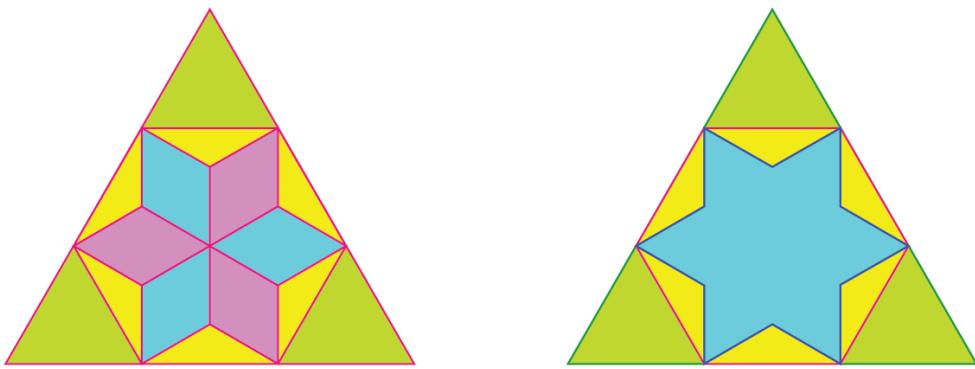
இவ்வாறான மூன்று சேர்த்து வைத்து ஒரு சமபக்க முக்கோணம் ஆக்கலாம்.



ABC என்ற முக்கோணம் வரையவும். AB ஜ நீட்டி வரைத்து அதில் ஒரு புள்ளி D ஜக் குறிக்கவும். CD ஜ இணைக்கவும். B வழியாக AC க்கு இணையாக ஒரு கோடு வரைந்து இந்தக் கோடு CD ஜ சந்திக்கும் இடத்தில் E என்ற புள்ளியை அடையாளப்படுத்தவும். E ன் வழியாக BC க்கு இணையாக ஒரு கோடு வரைந்து கீழே உள்ள கோட்டுடன் இணையும் புள்ளி F ஜ அடையாளப்படுத்தவும் முக்கோணம் BFE வரையவும். இதுபோல மற்ற முக்கோணங்களையும் வரைந்து நிறம் கொடுக்கலாம். இப்போது தேவையில்லாத கோடுகளை மறைக்கவும் செய்யலாம்.

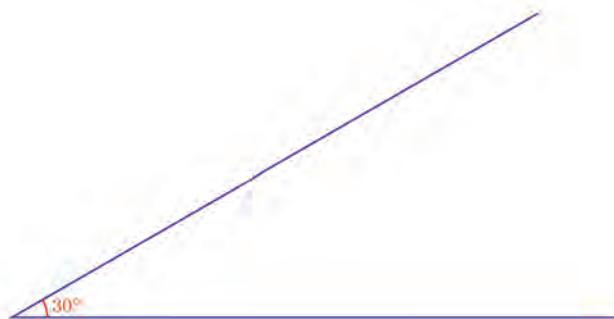


இவ்வாறான சிறிய முக்கோணங்களை அதிகமாகச் சேர்த்து வைத்து இந்தப் படங்களை வரைவோமா?

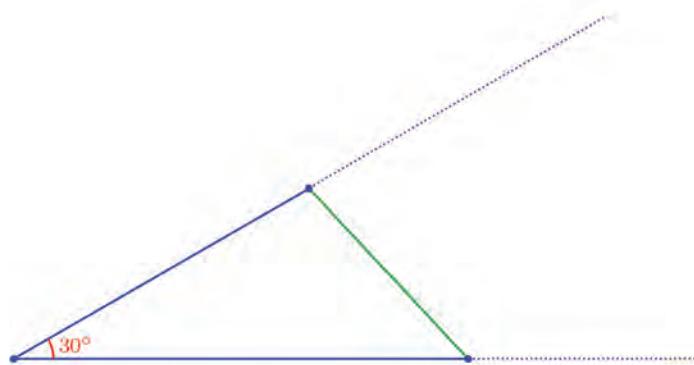


### பக்கங்களும் கோணங்களும்

இரு கோணத்தின் பக்கங்களை எவ்வளவு வேண்டுமானாலும் நீட்டலாம்.



இரு கோட்டால் தடுத்தால் முக்கோணமாகும்.



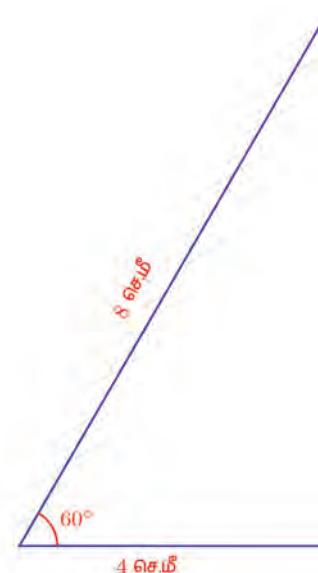
இத்தகைய கோட்டை வரைய கோணத்தின் ஒவ்வொரு பக்கத்திலும் ஒவ்வொரு புள்ளியைக் குறித்தால் போதுமல்லவா?

வேறு முறையில் கூறுவதானால் ஒரு கோணத்தையும் அதன் பக்கங்களையும் தீர்மானித்தால் முக்கோணம் வரையலாம்.

எடுத்துக்காட்டாக மேலே வரையப்பட்ட கோணத்தின் கீழே உள்ள பக்கம் 6 செண்டிமீட்டர் என்றும் மேலே உள்ள பக்கம் 4.5 செண்டிமீட்டர் என்றும் முடிவு செய்தால் முதலில் வரைந்த முக்கோணம் கிடைக்கும்.

இதை வேறு முறையிலும் கூறலாம், இரு பக்கங்களும் அவற்றுக்கு இடையேயுள்ள கோணமும் முடிவு செய்யப்பட்டால் முக்கோணம் கிடைக்கும்.

இப்போது இரண்டு பக்கங்களின் நீளம் 4 செண்டிமீட்டர் 8 செண்டிமீட்டர் அவற்றிற்கிடையேயுள்ள கோணம்  $60^\circ$  யும் ஆகும் ஒரு முக்கோணம் வரைந்து பாருங்கள்.



முக்கோணத்திற்கு ஏதேனும் தனித்தன்மை உண்டா?

ஒரு பக்கம் அடுத்த பக்கத்தின் இரண்டு மடங்காகவும் அவைகளுக்கு இடையே உள்ள கோணம்  $60^\circ$  யும் ஆகுமாறு வேறு முக்கோணங்களை வரைந்து பாருங்கள்.

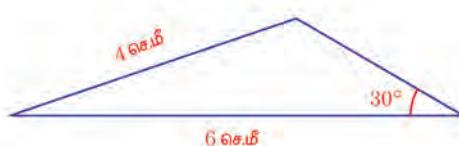
எல்லாம் சொங்கோண முக்கோணங்கள்தானா?

அப்போது அவைகளின் மூன்றாவது கோணம் எத்தனை டிகிரி?

வடிவியல் கருவிப் பெட்டியில் உள்ள சொங்கோணமானிகளில் பக்கங்கள் சமம் அல்லாததை எடுத்து நீளம் குறைந்த பக்கத்தையும் நீளம் அதிகமான பக்கத்தையும் அளந்து பார்க்கவும். பெரிய நீளம் சிறிய நீளத்தின் இரண்டு மடங்குதானா?

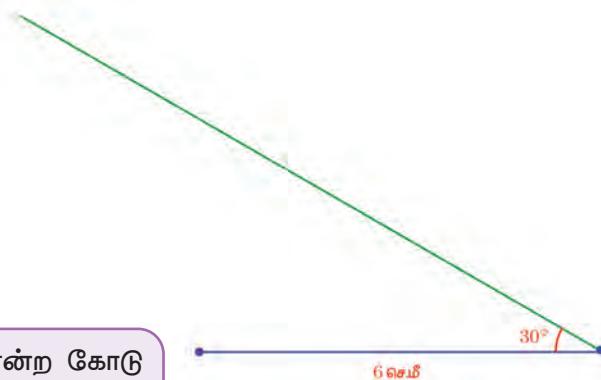
மற்றொரு கருத்தைப் பார்ப்போம். இரண்டு பக்கங்களும் அவை சந்திக்கும் கோணமும் தீர்மானித்தால் முக்கோணம் வரையலாம்.

இரண்டு பக்கங்களின் நீளமும் அவற்றுக்கிடையே இல்லாத ஒரு கோணமும் எடுக்கப்படுகிறது எனில்?



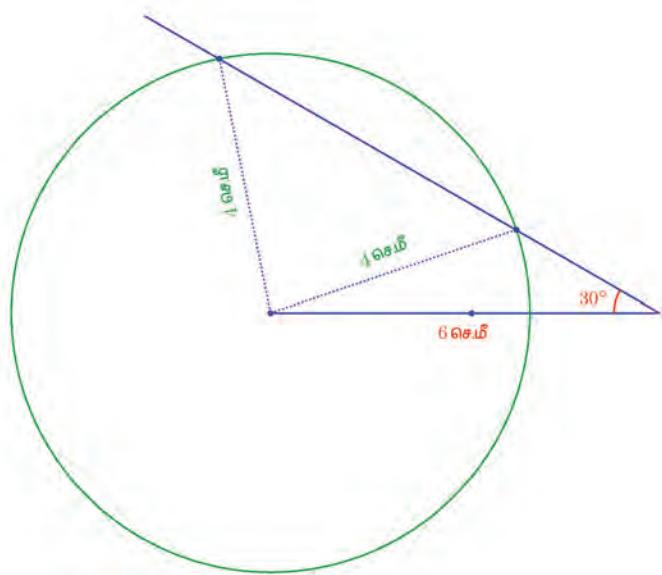
இதை எப்படி வரைவது?

6 சென்டிமீட்டர் நீளமுள்ள ஒரு கோடும் அதன் வலது முனையில்  $30^\circ$  கோணமும் வரையலாம்.



நீளம் 10 ஆக  $AB$  என்ற கோடு வரையவும். Angle with given size கருவியைப் பயன்படுத்தி  $B$  இல் கிளிக் செய்து பின்னர்  $A$  ஜி கிளிக் செய்யும்போது தோன்றும் சாளரத்தில் கோண அளவு  $30^\circ$  எனக் கொடுக்கவும்.  $B$  என்ற புள்ளி கிடைக்கும்.  $AB$  என்ற கோடு வரையவும் (ray கருவி பயன்படுத்தலாம்). 'a' (min : 0, max : 10) உருவாக்கவும். Circle: centre & radius கருவியைப் பயன்படுத்தி  $B$  யில் கிளிக் செய்யும்போது தோன்றும் சாளரத்தில் வட்டத்தின் ஆரமாக 'a' என்று கொடுக்கவும்.  $AB$  என்ற கோட்டைச் சந்திக்கும் புள்ளிகளான  $C, D$  ஆகியவற்றைக் குறிக்கவும்.  $ABC, ABD$  ஆகிய முக்கோணங்களை வரையவும். சிலைட்ரின் மதிப்பை மாற்றிப் பார்க்கவும். ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட முக்கோணங்கள் எப்போதெல்லாம் கிடைக்கும்? ஒரு முக்கோணம் மட்டும் கிடைக்கும் சூழ்நிலையில் அந்த முக்கோணத்தின் சிறப்பியல்பு என்ன? ஒரு முக்கோணமும் கிடைக்காமல் இருக்குமா?

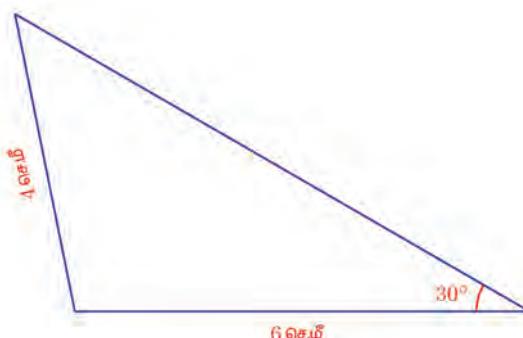
முக்கோணத்தின் மூன்றாவது உச்சி இந்தக் கோட்டில் எங்காவது இருக்க வேண்டும் அல்லவா. கீழே உள்ள கோட்டின் இடது முனையிலிருந்து 4 சென்டிமீட்டர் தூரத்தில் இருக்க வேண்டும். அதாவது, இடது முனையை மையமாகக் கொண்டு 4 சென்டிமீட்டர் ஆரமுள்ள வட்டத்தில் இருக்க வேண்டும். இந்த வட்டத்தை வரையலாமா?



வட்டம் கோட்டை இரண்டு இடங்களில் வெட்டுகிறது அல்லவா. இதில் கீழ் உள்ள புள்ளியை மூன்றாம் உச்சியாக எடுத்தபோது இப்போது பார்த்த முக்கோணம் கிடைத்தது.



மேலே உள்ள புள்ளியை மூன்றாம் உச்சியாக எடுத்துக் கொண்டால்?

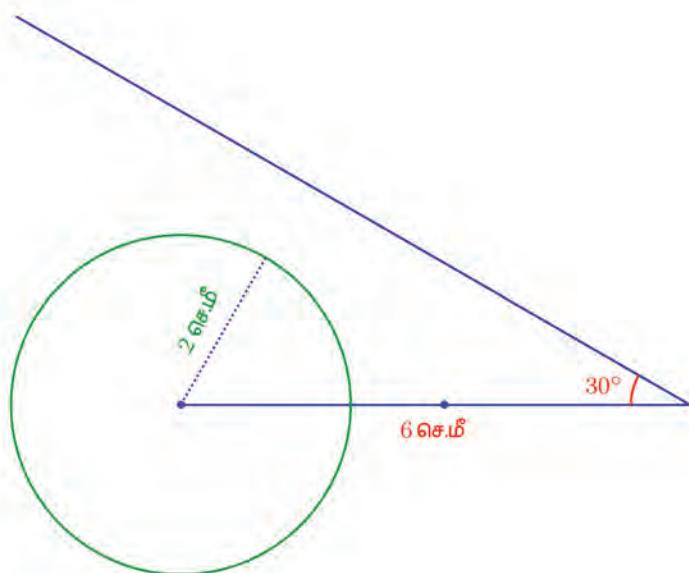


அதாவது இந்த அளவுகளில் இரண்டு முக்கோணங்களை வரையலாம்.

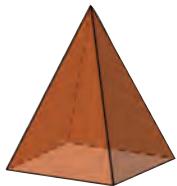
முக்கோணத்தின் இடது பக்கம் 4 சென்டிமீட்டருக்குப் பதில் மற்றொரு நீளமானால் இரண்டு முக்கோணங்கள் கிடைக்குமா?

எடுத்துக்காட்டாக 2 சென்டிமீட்டர் ஆனால்?

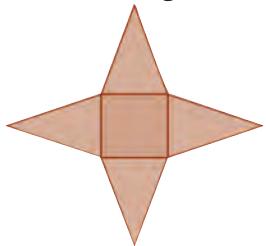
இதைப் போல கோடும் வட்டமும் வரைந்து பாருங்கள்.



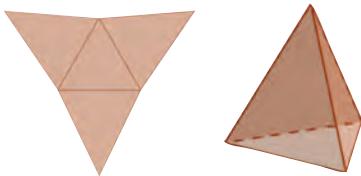
### முப்பரிமாண உருவங்கள்



இது ஒரு சதுரக் கூம்பின் படமாகும். இது போன்ற ஒன்றை உருவாக்கிப் பார்க்கலாம். கீழே காணப்படும் வடிவத்தைப் பாருங்கள். ஒரு சதுரத்தின் நான்கு பக்கங்களிலும் நான்கு இரு சமபக்க முக்கோணங்கள் (இரண்டு பக்கங்கள் சமமான முக்கோணங்கள்) இனைத்து உருவாக்கப்பட்ட படமே இது.



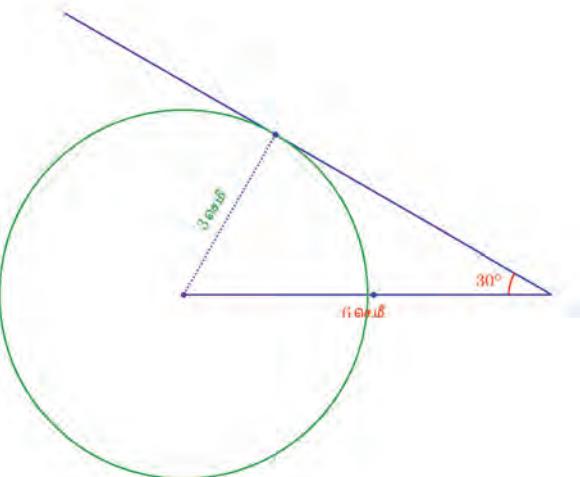
இது போன்ற ஒரு உருவத்தை அட்டையில் வெட்டி எடுக்கவும். இதை மடக்கி ஒட்டினால் சதுரக் கூம்பு உருவாகும்.



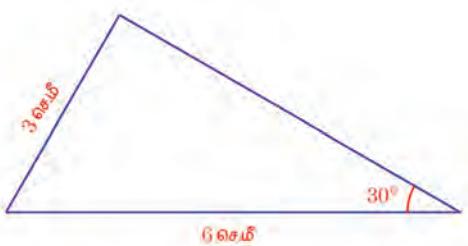
முதல் படத்தில் காண்பது போல ஒரு சமபக்க முக்கோணத்தின் பக்கங்களில், இரு சமபக்க முக்கோணங்கள் வரைந்து, வெட்டியெடுத்து, மடக்கி, ஒட்டினால் இரண்டாவது படத்தில் காண்கின்ற சமபக்க முக்கோணங்களும் உருவாகும்.

வட்டம் கோட்டைத் தொடுவதும் இல்லை. முக்கோணத்தை வரையவும் முடிவதில்லை.

பக்கத்தின் நீளம் 3 சென்டிமீட்டர் ஆனால்?

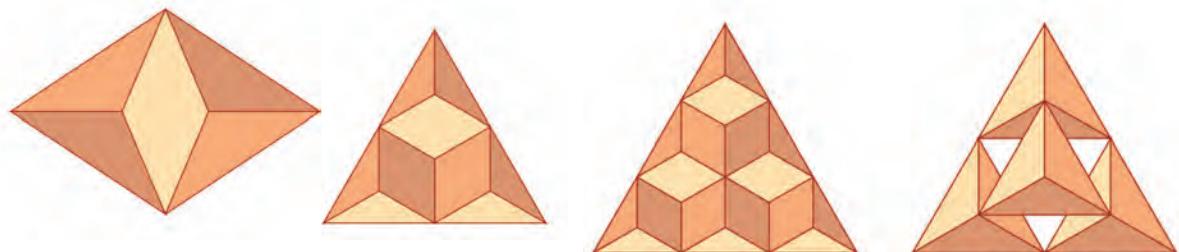


வட்டம் கோட்டை ஒன்றே ஒரு இடத்தில் மட்டும் தொடும். இந்த அளவுகளில் ஒன்றே ஒரு முக்கோணமும் வரையலாம்.



பக்கத்தின் நீளம் 6 சென்டிமீட்டருக்கு மேல் எடுத்தால்? வரைந்து பாருங்கள்.

இப்போது இப்பாடத்தில் பயின்ற முறைகளைப் பயன்படுத்தி இந்தப் படங்களை வரைந்து பார்க்கவும்.



# 4

## தலை கீழ் பின்னங்கள்

### பாகமும் மடங்கும்

இரு பையில் இரண்டு பேனாக்களும் வேறொரு பையில் எட்டு பேனாக்களும் உள்ளன.



இவை இரண்டையும் ஒப்பிட்டுப் பாருங்கள்.



இனி இவற்றின் எடையைப் பாருங்கள்.



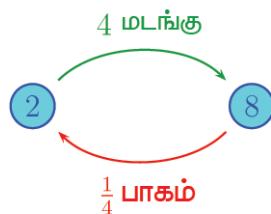
ஒன்று 5 கிலோகிராம், வேறொன்று 15 கிலோகிராம்  
இவற்றை எப்படி மடங்காகவும் பாகமாகவும் கூறலாம்?



முதல் எடுத்துக்காட்டில் எண்களை மட்டுமே கூறினால்.

2 இன் 4 மடங்கு 8

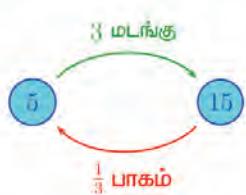
8 இன்  $\frac{1}{4}$  பாகம் 2



இரண்டாவது எடுத்துக்காட்டையும் இதேப்போல செய்யலாம்.

5 இன் 3 மடங்கு 15

15 ன்  $\frac{1}{3}$  பாகம் 5



இனி இந்தக் கணக்கைப் பார்ப்போம்.

இரு பாத்திரம் 10 லிட்டர் கொள்ளளவுடையது. வேறொரு பாத்திரம் 15 லிட்டர் கொள்ளளவுடையது. இவற்றிற்கிடையிலுள்ள தொடர்பை மடங்காகவும் பாகமாகவும் எப்படியெல்லாம் கூறலாம்?

இவ்வாறு சிந்திக்கலாம், பெரிய பாத்திரத்தை நிரப்ப சிறிய பாத்திரத்தில் எத்தனை முறை நிரப்பி ஊற்ற வேண்டும்?

இரு முறை ஊற்றும் போது 10 லிட்டர் ஆகும் அல்லவா. இனி 5 லிட்டர் போதுமானது. அதாவது சிறிய பாத்திரத்தின் பாதியளவு ஊற்றினால் போதும்.

அதாவது 10 லிட்டரின்  $1\frac{1}{2}$  மடங்கு 15 லிட்டர் ஆகும்.

திருப்பிச் சிந்தித்தால்?

10 லிட்டர் பாத்திரத்தை நிரப்ப 15 லிட்டர் பாத்திரம் நிறைய தண்ணீர் எடுத்தால் அது முழுவதும் தேவைப்படாது. பாத்திரத்தில் மீதியிருக்கும் தண்ணீர் எவ்வளவு?

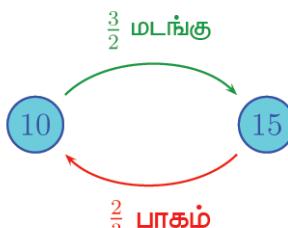
மீதி கிடைக்கும் 5 லிட்டர் 15 லிட்டரின்  $\frac{1}{3}$  பாகம் அல்லவா. அப்படியெனில் 10 லிட்டர், 15 லிட்டரின்  $\frac{2}{3}$  பாகம் ஆகும்.

அதாவது,

10 லிட்டரின்  $1\frac{1}{2}$  மடங்கு 15 லிட்டர்

15 லிட்டரின்  $\frac{2}{3}$  பாகம் 10 லிட்டர்

என்கண மட்டும் பயன்படுத்திக் கூறினால்



10 இன்  $\frac{3}{2}$  மடங்கு 15

15 இன்  $\frac{2}{3}$  பாகம் 10

இதனை வேறாரு முறையிலும் சிந்திக்கலாம்.

10 ன்  $\frac{1}{10}$  பாகம் எடுத்தால் 1 கிடைக்கும். 1 ன் 15 மடங்கு 15

அதாவது 10 ன்  $\frac{15}{10}$  மடங்கு 15

$$\frac{15}{10} = \frac{3 \times 5}{2 \times 5} = \frac{3}{2} \text{ ஆகும்.}$$

திருப்பிச் சிந்தித்தாலும் இதைப் போல் ஆகலாம்.

15 ன்  $\frac{1}{15}$  பாகம் 1 உம், 1 ன் 10 மடங்கு 10 உம். அவ்வாறு, 15 ன்  $\frac{10}{15}$  பாகம் 10 ஆகும்.

$$\frac{10}{15} = \frac{2 \times 5}{3 \times 5} = \frac{2}{3}$$

இதைப் போல் பின்வரும் கணக்கைச் செய்யலாமல்லவா.

ஒரு கயிற்றின் நீளம் 4 மீட்டர், வேறாரு கயிற்றின் நீளம் 14 லிட்டர் இவற்றிற்கிடையிலுள்ள தொடர்பை மடங்காகவும் பாகமாகவும் கூறுவது எப்படி?

4 ன்  $\frac{14}{4}$  மடங்கு 14

14 இன்  $\frac{4}{14}$  பாகம் 4

இதில் பின்னாங்கண மாற்றி எழுதலாம்.

$$\frac{14}{4} = \frac{7 \times 2}{2 \times 2} = \frac{7}{2}$$

$$\frac{4}{14} = \frac{2 \times 2}{7 \times 2} = \frac{2}{7}$$

அப்பாடியானால்

4 இன்  $\frac{7}{2}$  மடங்கு 14

14 இன்  $\frac{2}{7}$  பாகம் 4

முதல் வரிசையில்  $\frac{7}{2}$  ஜி  $3\frac{1}{2}$  என மாற்றி எழுதி, இவ்வாறு கூறலாம்:

4 இன்  $3\frac{1}{2}$  மடங்கு 14

14 இன்  $\frac{2}{7}$  பாகம் 4



இந்தக் கணக்குகளைச் செய்து பார்க்கவும்

- (1) சமாவின் கையில் 16 ரூபாயும் சீரீன் கையில் 4 ரூபாயும் உள்ளன.
  - (i) சமாவின் கையிலுள்ள ரூபாயின் எத்தனை பாகம் சீரீன் கையில் உள்ளது?
  - (ii) சீரீன் கையிலுள்ள ரூபாயின் எத்தனை மடங்கு சமாவின் கையில் உள்ளது?
- (2) பெரிய பையில் 9 கிலோகிராம் சீனியும் சிறிய பையில் 6 கிலோகிராம் சீனியும் உள்ளது..
  - (i) சிறிய பையில் உள்ளதன் எத்தனை மடங்கு பெரிய பையில் உள்ளது?
  - (ii) பெரிய பையில் உள்ளதன் எத்தனை பாகம் சிறிய பையில் உள்ளது?
- (3) ஒர் இரும்புக் கட்டை 6 கிலோகிராம் எடையடையது. மற்றொரு கட்டை 26 கிலோகிராம் எடையடையது.
  - (i) சிறிய கட்டையின் எடை பெரிய கட்டையின் எடையின் எத்தனை பாகமாகும்?
  - (ii) பெரிய கட்டையின் எடை சிறிய கட்டையின் எடையின் எத்தனை மடங்காகும்?
- (4) ஒரு ரிப்பனின் நீளம் மற்றொரு ரிப்பனின் நீளத்தின்  $2\frac{2}{3}$  மடங்காகும். சிறிய ரிப்பனின் நீளம் பெரிய ரிப்பனின் நீளத்தின் எத்தனை பாகமாகும்?

## நேராகவும் மாறாகவும்

முன்பாகங்களில் செய்த கணக்குகளில் எல்லாம் ஒரு கருத்தைக் கவனித்தீர்களா?

மடங்கை பாகமாகவும், பாகத்தை மடங்காகவும் கூற, பின்னாத்தைத் தலைக்கோக எழுதினால் போதும். முதலில் பார்த்தக் கணக்குகளிலும் இப்படிச் சொல்லலாமா?

எடுத்துக்காட்டாகப் பேனாக் கணக்கில்,

$$2 \text{ இன் } 4 \text{ மடங்கு } 8$$

$$8 \text{ இன் } \frac{1}{4} \text{ பாகம் } 2$$

என்று அல்லவா பார்த்தோம்.

4 ஜி  $\frac{4}{1}$  என எடுத்தால், இங்கேயும் பின்னத்தைத் தலைகீழாகப் போடுவது அல்லவா நடந்தது?

பின்னத்தைத் தலைகீழாகப் போடுவது என்பதற்குப் பதில் பின்னத்தின் தொகுதியையும் பகுதியையும் ஒன்றுக்கொன்று மாற்றி எழுதினோம் எனச் சொல்லலாம். இவ்வாறு கிடைக்கும் பின்னத்தைத் தலைகீழ் பின்னம் (reciprocal) எனக் கூறலாம்.

எடுத்துக்காட்டாக,

- $\frac{2}{3}$  ம்  $\frac{3}{2}$  ம் தலைகீழ் பின்னங்களாகும்;
- $\frac{3}{4}$  ம்  $\frac{4}{3}$  ம் தலைகீழ் பின்னங்களாகும்

இனி இந்தக் கணக்கைப் பார்ப்போம்.

$1\frac{1}{2}$  கிலோகிராம் தக்காளியின் விலை 30 ரூபாய் ஆகும். எனில் ஒரு கிலோகிராம் தக்காளியின் விலை எவ்வளவு?

பல முறைகளில் சிந்திக்கலாம், அவற்றுள் ஒரு முறை பின்வருமாறு.

- $\frac{1}{2}$  ன் 3 மடங்கு  $1\frac{1}{2}$
- $\frac{1}{2}$  கிலோகிராம் தக்காளியின் விலையின் 3 மடங்கு 30 ரூபாய் ஆகும்.
- $\frac{1}{2}$  கிலோகிராம் தக்காளியின் விலை  $30 \div 3 = 10$  ரூபாய்
- ஒரு கிலோகிராம் தக்காளியின் விலை  $10 \times 2 = 20$  ரூபாய்

இப்படியும் சிந்திக்கலாம்

- $1\frac{1}{2}$  இன் 2 மடங்கு 3
  - 3 கிலோகிராம் தக்காளியின் விலை  $30 \times 2 = 60$  ரூபாய்
  - ஒரு கிலோகிராம் தக்காளியின் விலை  $60 \div 3 = 20$  ரூபாய்
- தலைகீழ் பின்னங்களைப் பயன்படுத்தி நேராகச் செய்யலாம்
- ஒரு கிலோகிராம் தக்காளியின் விலையின்  $1\frac{1}{2}$  மடங்கு 30 ரூபாய்
  - $1\frac{1}{2}$  என்றால்  $\frac{3}{2}$



- ஒரு கிலோகிராமின் விலை 30 ரூபாயின்  $\frac{2}{3}$  பாகம்
- $30 \times \frac{2}{3} = 20$  ரூபாய்

வேறொரு கணக்கைப் பார்ப்போம்.

ஒரு செவ்வகத்தின் பரப்பளவு  $\frac{1}{2}$  சதுரமீட்டராகும். அதன் ஒரு பக்கத்தின் நீளம்  $\frac{3}{4}$  மீட்டர் ஆகும், மற்ற பக்கத்தின் நீளம் எவ்வளவு?

பக்கங்களின் நீளம் பின்ன எண்கள் ஆனாலும், பரப்பளவு அவற்றின் பெருக்கற்பலனாகும் எனக் கண்டோமல்லவா. அப்போது இந்த கணக்கில் பரப்பளவான  $\frac{1}{2}$  என்ற எண் ஒரு பக்கத்தின் நீளமான  $\frac{3}{4}$  னுடையவும் கண்டுபிடிக்க வேண்டிய பக்கத்தினுடையவும் பெருக்கல் பலன் ஆகும்.

அப்போது எண்களை மட்டும் சிந்தித்தால் இந்தக் கேள்வி பின்வருமாறு அமையும்.

எந்த எண்ணை  $\frac{3}{4}$  ஆல் பெருக்கினால்  $\frac{1}{2}$  கிடைக்கும்?

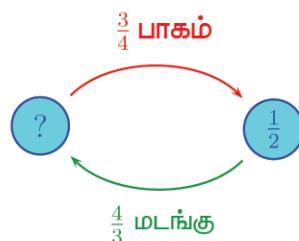
$\frac{3}{4}$  ஆல் பெருக்குதல் என்பது,  $\frac{3}{4}$  பாகம் அல்லவா. அப்போது வினாவை வேறொரு முறையில் எழுதலாம்.

எந்த எண்ணை  $\frac{3}{4}$  பாகம்  $\frac{1}{2}$  ஆகும்?



திருப்பிக்கூற தலைகீழ் பின்னம் உபயோகிக்கலாமல்லவா?

$\frac{1}{2}$  இன்  $\frac{4}{3}$  மடங்குதான் நமக்குத் தேவையான எண்



$$\frac{1}{2} \times \frac{4}{3} = \frac{2}{3}$$

அதாவது சதுரத்தின் மற்ற பக்கத்தின் நீளம்  $\frac{2}{3}$  மீட்டர்



இதேப் போல் பின்வரும் கணக்குகளைச் செய்யலாமல்லவா?

- (1) ஒரு வகுப்பிலுள்ள 27 மாணவர்களுக்குக் கணக்கில் A பிளஸ் கிடைத்தது. இவர்கள் வகுப்பிலுள்ள மாணவர்களின்  $\frac{3}{4}$  பாகமாவார். எனில் வகுப்பிலுள்ள மொத்த மாணவர்களின் எண்ணிக்கை எவ்வளவு?
- (2)  $\frac{1}{2}$  லிட்டர் தண்ணீர் ஊற்றும் போது ஒரு குப்பியின்  $\frac{2}{3}$  பாகம் நிரம்பியது எனில் குப்பியில் எத்தனை லிட்டர் தண்ணீர் கொள்ளும்?
- (3) ஒரு பாத்திரத்தில்  $\frac{3}{4}$  பாகம் தண்ணீர் எடுத்த போது  $1\frac{1}{2}$  லிட்டர் ஆனது. அப்பாத்திரம் நிரம்ப எத்தனை லிட்டர் தண்ணீர் வேண்டும்?
- (4) ஒரே நீளமான மூன்று நாடாக்களில் 2 நாடாக்களும் முன்றாவது நாடாவின் பாதியும் சேர்த்து வைத்த போது ஒரு மீட்டர் ஆனது. ஒரு நாடாவின் நீளம் எத்தனை செண்டிமீட்டர்?

### பின்னங்களின் வகுத்தல்

5 பேணாக்களின் விலை 40 ரூபாய். ஒரு பேணாவின் விலை என்ன?

40 ஜி 5 ஆல் வகுக்க வேண்டும் அல்லவா?

$$40 \div 5 = 8$$

ஒரு பேணாவின் விலை 8 ரூபாய்

5 ஆல் வகுப்பது என்பது  $\frac{1}{5}$  பாகம் கணக்கிடுவது அல்லவா?

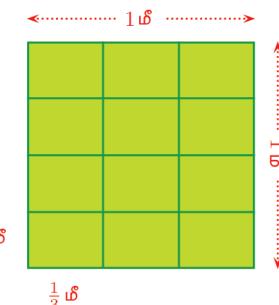
$$40 \times \frac{1}{5} = \frac{40}{5} = 8$$

அதாவது எண்ணைல் எண்களின் வகுத்தல், தலைகீழ் பின்னத்தின் பெருக்கலாகும்.

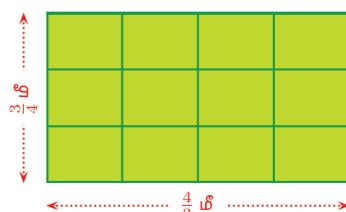
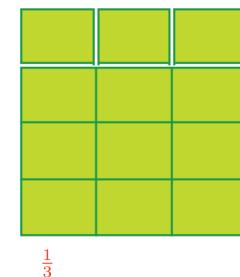
அப்போது, பின்ன எண்களைப் பொறுத்தமட்டில், தலைகீழ் பின்னத்தாலான பெருக்கலை, வகுத்தல் எனக் கூறவும், வகுத்தல் செயலாக எழுதவும் செய்யலாம்.

### தலைகீழ் பெருக்கல்

1 மீட்டர் நீளமும் 1 மீட்டர் அகலமுள்ள சதுரத்தைக் கீழேக் காட்டப்பட்டுள்ளது போல சம பாகங்களாக்கினால்.



மேல் வரிசையில் மூன்று சிறிய சதுரங்களை வெட்டி சதுரத்தின் இடது பக்கத்தைப் படத்திலுள்ளது போலத் திருப்பி அடுக்கினால்.



இந்தச் செவ்வகத்தின் பரப்பளவு  $\frac{4}{3} \times \frac{3}{4}$  சதுர மீட்டர் ஆகும்.

முதல் சதுரத்திலிருந்து ஒன்றை வெட்டி மாற்றாவோ, சேர்க்காவோ இல்லை. எனவே பரப்பளவில் மாற்றமுடில்லை.

$$\frac{4}{3} \times \frac{3}{4} = 1$$

எடுத்துக்காட்டாக முதலில் செய்த செவ்வகக் கணக்கில் இரண்டாவது பக்கத்தைக் கண்டுபிடிக்க  $\frac{1}{2}$  ஜி  $\frac{3}{4}$  - ஆல் வகுக்க வேண்டும் எனக் கூறலாம். அவ்வாறே எழுதவும் செய்யலாம்.

$$\frac{1}{2} \div \frac{3}{4} = \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} = \frac{2}{3}$$



கீழேயுள்ள கணக்குகளைத் தலைகீழ் பின்னங்கள் பயன்படுத்தியும் வகுத்தல் பிரச்சனைகளாக விளக்கியும் விடை காண்க

- (1) 16 மீட்டர் நீளமுள்ள ஒரு கம்பியை  $\frac{2}{3}$  மீட்டர் நீளமுள்ள துண்டுகளாக்கினால், எத்தனை துண்டுகள் கிடைக்கும்?
- (2)  $5\frac{1}{4}$  லிட்டர் தண்ணீரை  $\frac{3}{4}$  லிட்டர் வீதம் கொள்ளவுள்ள எத்தனை குப்பிகளில் நிரப்பலாம்?
- (3)  $13\frac{1}{2}$  கிலோகிராம் சீனியை  $2\frac{1}{4}$  கிலோகிராம் எடையுள்ள பைகளில் நிரப்ப வேண்டும். அதற்கு எத்தனை பைகள் தேவைப்படும்?
- (4) ஒரு செவ்வகத்தின் பரப்பளவு  $22\frac{1}{2}$  சதுர செண்டிமீட்டரும் அதன் ஒரு பக்கத்தின் நீளம்  $3\frac{3}{4}$  செண்டி மீட்டரும் ஆகும். மற்ற பக்கத்தின் நீளம் எவ்வளவு?
- (5)  $11\frac{1}{2}$  மீட்டர் நீளமுள்ள ஒரு கயிற்றிலிருந்து  $2\frac{1}{2}$  மீட்டர் நீளமுள்ள எத்தனை துண்டுகளை வெட்டி எடுக்கலாம்? மீதி எத்தனை மீட்டர் இருக்கும்?

### ஒரு பிரச்சனை

36 மீ நீளமுள்ள ஒரு கம்பியிலிருந்து  $2\frac{1}{2}$  மீட்டர் நீளமுள்ள எத்தனை துண்டுகளை வெட்டியெடுக்கலாம்?

மீதி எத்தனை மீட்டர் கிடைக்கும்?

கேள்வி இதுதான். அப்பு இப்படிச் செய்தான்:

$$\begin{aligned} 36 \div 2\frac{1}{2} &= 36 \div \frac{5}{2} \\ &= 36 \times \frac{2}{5} \\ &= \frac{72}{5} \end{aligned}$$

72 ஜி 5 ஆல் வகுத்தால் ஈவு 14, மீதி 2 அதனால் 14 துண்டுகள் கிடைக்கும் மீதி 2 மீ.

அம்மு செய்தது மற்றொரு முறையில் ஆகும்.

$2\frac{1}{2}$  மீ. நீளமுள்ள 2 துண்டுகள் சேர்ந்தால் 5 மீட்டராகும்

$$7 \times 5 = 35$$

அப்படியானால்  $7 \times 2 = 14$  கம்பிகள் வெட்டியெடுக்கலாம்.

மீதி  $36 - 35 = 1$  மீட்டர் யாருடைய விடை சரி?

# 5

# தசம முறைகள்

## தசம வடிவங்கள்

ஒரு சிறு கணக்கிலிருந்து தொடங்கலாம்.:.

43 சென்டிமீட்டர் நீளமுள்ள ஒரு கயிற்றை 10 சம பாகங்களாக்கினால் ஒரு துண்டின் நீளம் எவ்வளவு?

$\frac{43}{10}$  சென்டிமீட்டர் எனச் சுலபமாகக் கூறலாம். அதனை விளக்கி  $4\frac{3}{10}$  சென்டிமீட்டர் என்றும் இதைத் தசமவடிவத்தில் 4.3 சென்டிமீட்டர் என்றும் கூறலாம்.

அளவொன்றுமில்லாமல் எண்களை மட்டும் கூறினால்,

$$\frac{43}{10} = 4.3$$

வினாவைச் சர்று மாற்றி இப்படிக் கூறினால்?

439 மீட்டர் நீளமுள்ள ஒரு கயிற்றை 100 சம பாகங்களாக்கினால் ஒரு துண்டின் நீளம் எவ்வளவு?

முதலில் செய்தது போன்று,

$$\frac{439}{100} \text{ மீட்டர்} = 4\frac{39}{100} \text{ மீட்டர்} = 4.39 \text{ மீட்டர்}$$

எனக் கணக்கிடலாம். எண்களை மட்டும் பயன்படுத்திக் கூறினால்

$$\frac{439}{100} = 4.39$$

இனி, எண்களை மட்டும் பயன்படுத்தி ஒரு கணக்கைப் பார்ப்போம்.

$\frac{4391}{1000}$  இன் தசம வடிவம் என்ன?

$$\frac{4391}{1000} = 4\frac{391}{1000} = 4.391$$

இனி இந்த பின்ன எண்களின் தசமவடிவங்களை எழுதலாமல்லவா?

$$\frac{325}{10} =$$

$$\frac{325}{100} =$$

$$\frac{325}{1000} =$$

எண்களின் தசம இடங்களில் வரும் மாற்றத்தைக் கவனித்தீர்களா? ஏன்?

325 ஐ இப்படியும் விரித்தெழுதலாமல்லவா?

$$325 = (3 \times 100) + (2 \times 10) + 5$$

$\frac{1}{10}$  பாகம் ஆகும்போது

$$\frac{325}{10} = (3 \times 10) + (2 \times 1) + \left(5 \times \frac{1}{10}\right)$$

அதாவது இடமதிப்பு எல்லாம் பத்தில் ஒன்றாகச் சுருங்குகிறது. அதாவது இலக்கங்களின் இடமதிப்பு, ஓர் இலக்கத்திலிருந்து அடுத்த இலக்கத்திற்கு வலதுபக்கமாக நகருகிறது.

100	10	1	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1000}$	$\times \frac{1}{10}$
3	2	5	5			

$$\frac{325}{10} = 32.5$$

மீண்டும் ஒவ்வொரு முறையும்  $\frac{1}{10}$  பாகம் எடுக்கும் போது இதுதான் நிகழ்கிறது..

100	10	1	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1000}$	$\times \frac{1}{10}$
3	2	5	5			$\times \frac{1}{10}$
	3	2	2	5		$\times \frac{1}{10}$
		3				$\times \frac{1}{10}$
		0	3	2	5	

அதாவது,

$$\frac{325}{100} = \frac{325}{10} \times \frac{1}{10} = 32.5 \times \frac{1}{10} = 3.25$$

$$\frac{325}{1000} = \frac{325}{100} \times \frac{1}{10} = 3.25 \times \frac{1}{10} = 0.325$$

இதுபோல இந்த அட்டவணையையும் நிரப்பலாமா?

100	10	1	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1000}$	$\frac{1}{10000}$	$\times \frac{1}{10}$
4	7	6					$\times \frac{1}{10}$

கீழே தரப்பட்டுள்ள பின்னாங்களைத் தசமவடிவமாக எழுதுக.

$$\frac{476}{10} =$$

$$\frac{476}{100} =$$

$$\frac{476}{1000} =$$

$$\frac{476}{10000} =$$

மாறாக,

327.45 இன் பின்ன வடிவம் எது?

32745 இன்  $\frac{1}{10}$ ,  $\frac{1}{100}$ ,  $\frac{1}{1000}$ , ... இவற்றில் எந்த பாகத்தை எடுத்தால் 327.45 கிடைக்கும்?

327.45 இன் தசம பாகத்தில் எத்தனை இலக்கங்கள் உண்டு?

அப்போது, எந்த பாகத்தை எடுக்க வேண்டும்?

$$327.45 = \frac{32745}{100}$$

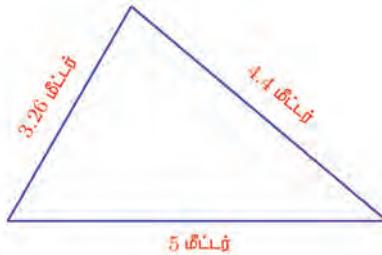
327.045 ஆனால்?

இதுபோல் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள எண்களையெல்லாம் பின்ன எண்களாக எழுதலாமல்லவா:

- (i) 45.6      (ii) 45.06      (iii) 45.67      (iv) 4.506      (v) 456.07

## மடங்குகள்

தசம முறையிலுள்ள அளவுகளைக் கூட்டவும் கழிக்கவும் ஆறாம் வகுப்பில் படித்தீர்களல்லவா? ஒரு கணக்கைப் பார்ப்போம்:

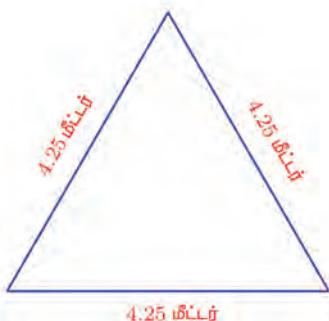


இந்த முக்கோணத்தின் சுற்றளவு எத்தனை மீட்டர்?

$$5 + 4.4 + 3.26 = 5.00 + 4.40 + 3.26 = 12.66$$

சுற்றளவு 12.66 மீட்டர் ஆகும்.

இனி இம்முக்கோணத்தின் சுற்றளவு?



$$4.25 + 4.25 + 4.25 = 12.75$$

என்று எழுதுவதற்குப் பதில்,  $4.25 \times 3$  என்று எழுதிப் பார்த்தால்?

இந்தப் பெருக்கலை எப்படிச் செய்வது?

$4.25$  மீட்டர் என்றால்  $425$  செண்டிமீட்டர் அல்லவா? அப்போது சுற்றளவைச் செண்டிமீட்டரில் கணக்கிட்டால்  $425 \times 3 = 1275$

இனி இதனை மீட்டரில் மாற்றலாம். ஒரு செண்டிமீட்டர் என்பது  $\frac{1}{100}$  மீட்டர்.

$$1275 \text{ செண்டிமீட்டர்} = \frac{1275}{100} \text{ மீட்டர்} = 12.75 \text{ மீட்டர்.}$$

இப்படி இரண்டு படிநிலைகளாகச் (steps) செய்வதற்குப் பதில்  $4.25$  ஜ் நேரடியாக 3 ஆல் பெருக்கினால்?

இதற்கு முதலில் 4.25 ஜி பின்னாக எழுத வேண்டும்:

$$4.25 = \frac{425}{100}$$

இனிப் பெருக்கவும்

$$4.25 \times 3 = \frac{425}{100} \times 3 = \frac{1275}{100} = 12.75$$

இதுபோல இந்தக் கணக்கையும் செய்யலாமல்லவா?

ஒரு குப்பியில் 1.25 லிட்டர் தண்ணீர் கொள்ளும். இதுபோன்ற 4 குப்பிகளை நிரப்ப எத்தனை லிட்டர் தண்ணீர் தேவைப்படும்?

1.25 இன் 4 மடங்கைக் கணக்கிட வேண்டும்.

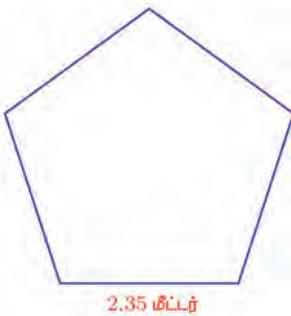
$$1.25 \times 4 = \frac{125}{100} \times 4 = \frac{500}{100} = 5$$

அதாவது, குப்பிகளை நிரப்ப 5 லிட்டர் தண்ணீர் தேவை.



இதைப் போன்று கீழேயுள்ள கணக்குகளைச் செய்து பார்க்கவும்:

(1) ஒரு சமபக்க ஐங்கோணத்தின் படம் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.



இதன் சுற்றளவைக் காண்க?

- (2) ஒரு குழந்தைக்குச் சட்டை தைப்பதற்கு 1.45 மீட்டர் துணி தேவை. 4 குழந்தைகளுக்குச் சட்டை தைப்பதற்கு எத்தனை மீட்டர் துணி தேவை?
- (3) ஒரு பையில் 4.75 கிலோகிராம் அரிசி நிரப்பலாம், இதுபோன்ற 8 பைகளில் எத்தனை கிலோ கிராம் அரிசி நிரப்பலாம்?
- (4) ஒரு பாத்திரத்திலுள்ள தேங்காய் எண்ணையை 6 குப்பிகளில் நிரப்பியபோது, ஒரு குப்பியில் 0.75 லிட்டர் எண்ணைய் கிடைத்தது, பாத்திரத்தில் மொத்தம் எத்தனை லிட்டர் எண்ணைய் இருந்தது?

## தசம பெருக்கல்

இந்தக் கணக்கைப் பாருங்கள்:

8.5 செண்டிமீட்டர் நீளமும், 6.5 செண்டிமீட்டர் அகலமும் உள்ள செவ்வகத்தின் பரப்பளவு எத்தனை சதுர செண்டிமீட்டர்?

பக்கங்களின் நீளம் பின்ன எண்களானாலும் பரப்பளவு, நீளங்களின் பெருக்கற் பலனே எனப் பார்த்தோமல்லவா? இப்போது வினாவிலுள்ள பரப்பளவைக் காண்பதற்கு 8.5 ஐயும் 6.5 ஐயும் பின்ன எண்களாக்கிப் பெருக்கவும்:

$$8.5 \times 6.5 = \frac{85}{10} \times \frac{65}{10} = \frac{85 \times 65}{10 \times 10} = \frac{5525}{100} = 55.25$$

அதாவது, பரப்பளவு = 55.25 சதுர செண்டிமீட்டர்.

வேறாரு கணக்கைப் பார்ப்போம்.

ஒரு மில்லிலிட்டர் மண்ணெண்ணெண்யின் எடை 0.81 கிராம் ஆகும். 10.5 மில்லிலிட்டர் மண்ணெண்ணெண்யின் எடை எத்தனை கிராம்?

மில்லிலிட்டராகவும், மில்லிகிராமாகவும் மாற்றாமல் செய்து பார்ப்போம்.

$$0.81 \times 10.5 = \frac{81}{100} \times \frac{105}{10} = \frac{81 \times 105}{1000} = \frac{8505}{1000} = 8.505$$

அதாவது, எடை 8.505 கிராம்



இது போல இந்த கணக்குகளைச் செய்து பார்க்கவும்:

- (1) 6.25 மீட்டர் நீளமும், 4.2 மீட்டர் அகலமுமுள்ள செவ்வகத்தின் பரப்பளவு எத்தனை சதுர மீட்டராகும்?
- (2) ஒரு மில்லிலிட்டர் தேங்காய் எண்ணெண்யின் எடை 0.91 கிராம். எனில் 10.5 மில்லிலிட்டர் தேங்காய் எண்ணெண்யின் எடை எத்தனை கிராம்?
- (3) ஒரு லிட்டர் பெட்ரோலின் விலை 110.12 ரூபாய். 2.5 லிட்டர் பெட்ரோலின் விலை எவ்வளவு?

## பெருக்கல் செயல்கள்

$314 \times 12$  எவ்வளவு?

$$314 \times 12 = 314 \times (10 + 2) = (314 \times 10) + (314 \times 2) = 3140 + 628 = 3768$$

$31.4 \times 12$  எனில்?

$$31.4 \times 12 = \frac{314}{10} \times 12 = \frac{314 \times 12}{10}$$

இதில்  $314 \times 12$  இன் பெருக்கற் பலனை ஏற்கனவே கண்டுபிடித்தோமல்லவா?

$$31.4 \times 12 = \frac{3768}{10} = 376.8$$

$314 \times 1.2$  எனில்?

$$314 \times 1.2 = 314 \times \frac{12}{10} = \frac{314 \times 12}{10} = \frac{3768}{10} = 376.8$$

இதைப் போன்று,

$$3.14 \times 12 = \frac{314}{100} \times 12 = \frac{314 \times 12}{100} = \frac{3768}{100} = 37.68 \text{ எனவும்,}$$

$$314 \times 0.12 = 314 \times \frac{12}{100} = \frac{314 \times 12}{100} = \frac{3768}{100} = 37.68 \text{ எனவும்}$$

கணக்கிடலாம் அல்லவா?

$31.4 \times 1.2$  எவ்வளவு என்பதை விரைவில் கூறமுடியுமல்லவா?

$3.14 \times 1.2$  எனில்?

இந்தப் பெருக்கல்களையெல்லாம் ஒன்றாகச் சேர்த்துப் பார்ப்போம்:

$$314 \times 12 = 3768$$

$$31.4 \times 12 = 376.8$$

$$314 \times 1.2 = 376.8$$

$$3.14 \times 12 = 37.68$$

$$314 \times 0.12 = 37.68$$

$$31.4 \times 1.2 = 37.68$$

$$3.14 \times 1.2 = 3.768$$

பெருக்கற்பலனிலுள்ள இலக்கங்கள் எல்லாம் 3, 7, 6, 8 ஆகும்.

அவற்றின் வரிசையும் மாறவில்லை.

மாறியது எது?

முதல் பெருக்கற் பலனின் தசம இடங்களில் (அதாவது பத்தில் ஒன்று, நாறில் ஒன்று, என்ற இடங்களில்) இலக்கங்கள் இல்லை.

இரண்டாவது, மூன்றாவது பெருக்கற் பலன்களில் பத்தில் ஒன்றின் இடத்தில் ஒரு இலக்கம் உண்டு. தொடர்ந்து வரும் மூன்று பெருக்கற்பலன்களில்? இறுதியில்?

பெருக்குகின்ற எண்களின் தசம இடத்தின் இலக்கங்களின் எண்ணிக்கைக்கும் பெருக்கற் பலனின் தசம இடத்திலுள்ள இலக்கங்களின் எண்ணிக்கைக்கும் உள்ள தொடர்பு என்ன? ஏன்?

தசம இடத்திலுள்ள இலக்கங்களின் எண்ணிக்கை பின்னாத்தின் பகுதியைப் பொறுத்தது.

$$3.14 \times 0.12 \text{ பார்க்கவும்.}$$

3.14 – ஐ பின்னமாக எழுதினால் பகுதி என்ன?

0.12 ஐ பின்னமாக மாற்றினால்?

அப்போது பெருக்கற் பலனின் பகுதி என்னவாக இருக்கும்?

பெருக்கற் பலனின் தசம வடிவத்தில் தசம இடங்களிலுள்ள இலக்கங்களின் எண்ணிக்கையோ?



இந்தக் கணக்குகளைச் செய்து பாருங்கள்:

(1)  $1234 \times 56 = 69104$  ஆகும்

(i) கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள கணக்குகளின் விடையைப் பெருக்காமல் கண்டுபிடியுங்கள்.

- (i)  $1.234 \times 56$
- (ii)  $12.34 \times 5.6$
- (iii)  $123.4 \times 0.56$
- (iv)  $1234 \times 0.056$

(ii) இது போல  $6.9104$  விடையாகக் கிடைக்கும் எத்தனை பெருக்கற்பலன்களைக் காணலாம்?

(2) கீழே தரப்பட்டுள்ள பெருக்கல் செயல்களில்,  $1.234 \times 5.67$  க்குச் சமமான பெருக்கற்பலன் கிடைப்பவை எவை?

- (i)  $12.34 \times 0.567$
- (ii)  $1.234 \times 567$
- (iii)  $0.1234 \times 5.67$
- (iv)  $1.234 \times 56.7$
- (v)  $123.4 \times 0.0567$

(3) கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளவற்றில் மிகப் பெரிய பெருக்கற்பலனையும், மிகச்சிரிய பெருக்கற் பலனையும் கண்டுபிடிக்கவும்:

- (i)  $0.11 \times 0.11$
- (ii)  $1.1 \times 1.1$
- (iii)  $1.01 \times 1.01$
- (iv)  $0.101 \times 1.1$
- (v)  $10.1 \times 0.101$

## பாகங்கள்

10 மீட்டர் நீளமுள்ள கயிற்றை இரண்டு சமபாகங்களாக்கினால் ஒவ்வொரு துண்டின் நீளம் எவ்வளவு?

10 மீட்டரில் பாதி 5 மீட்டர்.

இதனை வகுத்தலாகவும் எழுதலாம்:

$$10 \div 2 = 5$$

10.4 மீட்டர் நீளமுள்ள கயிறு என்றால்?

10 இன் பாதி 5; மீதமுள்ள 0.4 இன் பாதி எவ்வளவு? 0.2 தானா?

அதனைப் பரிசோதனை செய்ய, 0.4 ஜ பின்ன எண்ணாக எழுதலாம்:

$$0.4 \times \frac{1}{2} = \frac{4}{10} \times \frac{1}{2} = \frac{4}{20} = \frac{2}{10} = 0.2$$

இரு துண்டின் நீளம் 5.2 மீட்டர்.

இதனையும் வகுத்தலாக எழுதலாம்:

$$10.4 \div 2 = 5.2$$

வேறொரு வினாவைப் பார்ப்போம்:

24.8 செண்டிமீட்டர் நீளமுள்ள நாடாவைப் பயன்படுத்தி ஒரு சதுரம் உருவாக்கினால், அதன் பக்கங்களின் நீளம் என்ன?

24 இன் நான்கிலொரு பாகம் 6. அதில் மீதியுள்ளது 0.8 செண்டிமீட்டர் ஆகும். அதன் நான்கிலொரு பாகத்தைக் கணக்கிட அதனைப் பின்ன எண்ணாக எழுதலாம்:

$$0.8 \times \frac{1}{4} = \frac{8}{10} \times \frac{1}{4} = \frac{8}{40} = \frac{2}{10} = 0.2$$

அப்போது ஒரு பக்கத்தின் நீளம் 6.2 செண்டிமீட்டர் ஆகும்,

வகுத்தல் வடிவத்தில் எழுதினால்

$$24.8 \div 4 = 6.2$$

வினாவை மாற்றி எழுதினால்?

23.2 செண்டிமீட்டர் நீளமுள்ள நாடாவைப் பயன்படுத்தி ஒரு சதுரம் உருவாக்கினால் அதன் பக்கங்களின் நீளம் என்ன?

இதனை முதலில் செய்தது போல கணக்கிட முடியாதல்லவா.

23.2 ஜப் பின்ன எண்ணாக மாற்றி, நான்கிலொரு பாகத்தைக் கணக்கிடலாம்:

$$23.2 \times \frac{1}{4} = \frac{232}{10} \times \frac{1}{4} = \frac{232}{40}$$

கடைசியாகக் கிடைத்த பின்ன எண்ணை இப்படியும் எழுதலாம்:

$$\frac{232}{40} = \frac{58 \times 4}{10 \times 4} = \frac{58}{10} = 5.8$$

அதாவது, பக்கத்தின் நீளம் 5.8 செண்டிமீட்டர்.

இதனை வகுத்தல் செயலாக எழுதினால்,

$$23.2 \div 4 = 5.8$$

வேறாரு கணக்கைப் பார்ப்போம்:

34.4 கிலோகிராம் அரிசியை 8 பேருக்குச் சமமாகப் பங்கிடும்போது ஒரு நபருக்கு எத்தனை கிலோகிராம் அரிசி கிடைக்கும்?

முன்னர் செய்தது போல 34.4 ஜிப் பின்ன வடிவத்தில் எழுதி, கணக்கீடு செய்யலாம்:

$$34.4 \times \frac{1}{8} = \frac{344}{10} \times \frac{1}{8} = \frac{344}{80} = \frac{43 \times 8}{10 \times 8} = \frac{43}{10} = 4.3$$

அதாவது ஒருவருக்கு 4.3 கிலோகிராம் அரிசி கிடைக்கும்.

வேறாரு முறையில் கூறினால்,

$$34.4 \div 8 = 4.3$$



இந்தக் கணக்குகளைச் செய்து பார்ப்போம்:

- (1) ஒரு சமபக்க முக்கோணத்தின் சுற்றளவு 12.9 செண்டிமீட்டர் எனில் ஒவ்வொரு பக்கத்தின் நீளம் எத்தனை செண்டிமீட்டர்?
- (2) 16.5 கிலோகிராம் அரிசியை 5 பேருக்குச் சமமாகப் பங்கிடும்போது, ஒவ்வொருவருக்கும் கிடைத்த அரிசியின் அளவு எத்தனை கிலோகிராம்?
- (3) ஒரு பெரிய பாத்திரத்தில் 25.2 லிட்டர் தேங்காய் எண்ணெய் உள்ளது. இதனை ஒரே அளவுள்ள 6 சிறிய பாத்திரங்களில் ஊற்றினால் ஒவ்வொரு பாத்திரத்திலும் எத்தனை லிட்டர் கொள்ளும்?
- (4) 33.6 கிலோகிராம் அரிசியை 8 பேருக்குச் சமமாகப் பங்கிடப்பட்டது. சுஜாதா தனக்குக் கிடைத்ததை மூன்றாகப் பங்கிட்டு ஒரு பங்கை ரஸியாவிற்குக் கொடுத்தாள் ரஸியாவிற்கு எத்தனை கிலோகிராம் கிடைத்தது?
- (5)  $7407 \div 6 = 1234.5$  என்பதைப் பயன்படுத்திக் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள கணக்குகளை வகுத்துப் பார்க்காமல் கூறலாமா?
  - (i)  $740.7 \div 6$
  - (ii)  $74.07 \div 6$
  - (iii)  $7.407 \div 6$
  - (iv)  $0.7407 \div 6$
  - (v)  $0.07407 \div 6$

## பின்னமும் தசமமும்

9 செண்டிமீட்டர் நீளமுள்ள ஒரு கயிற்றை ஒரே நீளமுள்ள இரண்டு துண்டுகளாக வெட்டினால், ஒரு துண்டின் நீளம் எவ்வளவு?

$4\frac{1}{2}$  செண்டிமீட்டர், இதனைத் தசமவடிவத்தில் எவ்வாறு கூறலாம்?

$\frac{1}{2}$  செண்டிமீட்டர் என்றால் 5 மில்லிமீட்டர். அதாவது  $\frac{5}{10}$  செண்டிமீட்டர். இதனை 0.5 செண்டிமீட்டர் என்றும் கூறலாமல்லவா?

அப்போது ஒரு துண்டின் நீளம் 4.5 செண்டிமீட்டர்.

இந்தக் கணக்கை மட்டும் பார்ப்போம்.  $\frac{1}{2}$  ஜத் தசம வடிவத்தில் மாற்ற என்ன செய்தோம்?

$\frac{1}{2}$  இன் பல பின்ன வடிவங்களிலிருந்து  $\frac{5}{10}$  ஜ எடுத்தோம்.

$$\frac{1}{2} = \frac{5}{10} = 0.5$$

இதனைப் போன்று  $\frac{1}{5}$  இன் தசம வடிவத்தைக் கண்டுபிடிக்கலாமா?

$\frac{1}{5}$  இன் பல பின்ன வடிவங்களில் பகுதி 10 ஆன பின்னம் எது?

$$\frac{1}{5} = \frac{2}{10} = 0.2$$

$\frac{1}{4}$  ற்குத் தசம வடிவம் உள்ளதா?

ஒரு பின்னத்தின் பல வடிவங்கள் கிடைப்பது தொகுதியையும் பகுதியையும் ஒரே எண்ணால் பெருக்கினால் தானே?

4 இன் மடங்குகள் ஒன்றும் 10 ஆகாது.

ஆனால்  $4 \times 25 = 100$  அல்லவா? அப்போது

$$\frac{1}{4} = \frac{25}{100} = 0.25$$

இதைப் போன்று,

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \times 25}{4 \times 25} = \frac{75}{100} = 0.75$$

$\frac{1}{8}$  இன் தசம வடிவம்?

10 உம் 100 உம் 8 இன் மடங்கு அல்ல.

இப்படிச் சிந்திக்கலாம்,

$$8 = 2 \times 2 \times 2$$

2 ஜ 5 ஆல் பெருக்கினால் 10 கிடைக்கும். அப்போது 8 ஜ மூன்று 5 களால் பெருக்கினால், மூன்று பத்துக்களின் பெருக்கற்பலன் ஆகுமல்லவா.

$$8 \times (5 \times 5 \times 5) = (2 \times 5) \times (2 \times 5) \times (2 \times 5) = 10 \times 10 \times 10$$

அதாவது,

$$8 \times 125 = 1000$$

அப்போது

$$\frac{1}{8} = \frac{125}{1000} = 0.125$$

இதைப் போன்று,

$$\frac{3}{8} = \frac{3 \times 125}{8 \times 125} = \frac{375}{1000} = 0.375$$

என்றும்

$$\frac{5}{8} = \frac{5 \times 125}{8 \times 125} = \frac{625}{1000} = 0.625$$

எனவும் எழுதலாமல்லவா.



இதைப் போல இந்தக் கணக்குகளைச் செய்து பாருங்கள்:

- (1) கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள பின்ன எண்களின் தசம வடிவத்தைக் கண்டுபிடிக்கவும்.  
 (i)  $\frac{3}{5}$       (ii)  $\frac{4}{5}$       (iii)  $\frac{1}{20}$       (iv)  $\frac{7}{8}$
- (2) 3 லிட்டர் பால் ஒரே அளவுள்ள 8 குப்பிகளில் நிரப்பப்பட்டது. ஒரு குப்பியில் எத்தனை லிட்டர் பால் கிடைத்தது?
- (3) 17 மீட்டர் நீளமுள்ள கயிற்றை, 25 சமபாகங்களாக்கினால் ஒரு துண்டின் நீளம் எத்தனை மீட்டர்?
- (4) 19 கிலோகிராம் அரிசி 20 பேருக்குச் சம அளவில் கொடுக்கப்பட்டது. ஒரு நபருக்கு எத்தனை கிலோகிராம் கிடைத்தது?

இனி இந்தக் கணக்கைப் பார்ப்போம்:

8.5 கிலோகிராம் அரிசியை ஒரே அளவிலுள்ள இரண்டு பைகளில் நிரப்பினால் ஒரு பையில் எத்தனை கிலோகிராம் அரிசி இருக்கும்?

முன்னர் சில கணக்குகளில் செய்தது போல் 8.5 ஜப் பின்ன வடிவத்திலாக்கி, பாதியைக் கணக்கிடலாம்.

$$8.5 \times \frac{1}{2} = \frac{85}{10} \times \frac{1}{2} = \frac{85}{20} = \frac{17 \times 5}{4 \times 5} = \frac{17}{4} = 4\frac{1}{4} = 4.25$$

அதாவது ஒரு பையில் 4.25 கிலோகிராம்

வேறொரு கணக்கு,

10.5 லிட்டர் தண்ணீரை, ஒரே அளவிலுள்ள 6 குப்பிகளில் நிரப்பவும். ஒரு குப்பியில் எத்தனை லிட்டர் தண்ணீர் கிடைக்கும்?

10.5 ஜப் பின்ன எண்ணாக்கி  $\frac{1}{6}$  பாகத்தைக் கணக்கிடலாம்.

$$\frac{105}{10} \times \frac{1}{6} = \frac{105}{60} = \frac{21 \times 5}{12 \times 5} = \frac{21}{12} = \frac{7 \times 3}{4 \times 3} = \frac{7}{4} = 1\frac{3}{4} = 1.75$$

ஒரு குப்பியில் 1.75 லிட்டர் தண்ணீர் உள்ளது.



இது போல கீழேயுள்ள கணக்குகளையும் செய்யலாமல்லவா.

- (1) 14.5 சென்டிமீட்டர் நீளமுள்ள ஒரு நாடாவை, இரண்டு சமபாகங்களாக்கினால் ஒவ்வொரு துண்டின் நீளம் எத்தனை சென்டிமீட்டர் ஆகும்?
- (2) 20.5 மீட்டர் சுற்றுளவுள்ள சதுரத்தின் ஒரு பக்கத்தின் நீளம் எத்தனை மீட்டர்?
- (3) 6 பேனாக்களின் விலை 40.50 ரூபாய். ஒரு பேனாவின் விலை என்ன?

### தசம வகுத்தல்

தலைகீழ் பின்னாங்கள் என்ற பாடத்திலுள்ள ஒரு கணக்கை மீண்டும் பார்க்கலாம்:

$5\frac{1}{4}$  லிட்டர் தண்ணீர்  $\frac{3}{4}$  லிட்டர் வீதம் கொள்ளளவுள்ள குப்பிகளில் நிரப்புவதற்கு எத்தனை குப்பிகள் தேவை?

இதனை எவ்வாறு செய்வது?

குப்பிகளின் எண்ணிக்கையை  $\frac{3}{4}$  ஆல் பெருக்கினால்  $5\frac{1}{4}$  கிடைக்க வேண்டும்.

எண்களை மட்டும் சிந்தித்தால், எந்த எண்ணை  $\frac{3}{4}$  ஆல் பெருக்கும்போது  $5\frac{1}{4}$  கிடைக்கும். என்பதே கேள்வி. அப்போது கேள்வி இப்படியாகும். எந்த எண்ணின்  $\frac{3}{4}$  பாகம்  $5\frac{1}{4}$  ?

இதனைக் கணக்கிட  $5\frac{1}{4}$  இன்  $\frac{4}{3}$  மடங்கைக் கண்டுபிடித்தால் போதும் என்று அந்தப் பாடத்தில் பார்த்தோமல்லவா?

$$5\frac{1}{4} \times \frac{4}{3} = \frac{21}{4} \times \frac{4}{3} = \frac{21}{3} = 7$$

அதாவது 7 குப்பிகள் வேண்டும்

இந்த வினாவில் அளவுகள் தசம வடிவத்திலானால்?

5.25 லிட்டர் தண்ணீரை 0.75 லிட்டர் வீதம் கொள்ளளவுடைய குப்பிகளில் நிரப்ப வேண்டும் எனில் எத்தனை குப்பிகள் தேவைப்படும்?

அளவுகளையல்லாம் பின்ன வடிவத்தில் மாற்றி எழுதலாம்.

$$5.25 = \frac{525}{100}$$

$$0.75 = \frac{75}{100}$$

பின்னாங்களை  $\frac{21}{4}$  உம்  $\frac{3}{4}$  உம் ஆக எளிதாக்கலாம். இப்போது செய்தது போலத் தொடரலாம்.

இல்லாவிடில்  $\frac{525}{100}$  இன்  $\frac{100}{75}$  மடங்கைக் கணக்கிடவும்.

$$\frac{525}{100} \times \frac{100}{75} = \frac{525}{75} = \frac{7 \times 3 \times 25}{3 \times 25} = 7$$

இதனை வகுத்தல் முறையில் எழுதலாம்

$$5.25 \div 0.75 = 7$$

இந்தக் கணக்கைப் பார்ப்போம்:

ஒரு செவ்வகத்தின் பரப்பளவு 3.25 சதுரமீட்டர். நீளம் 2.5 மீட்டர். அகலம் எத்தனை மீட்டர்?

அலகுகளையல்லாம் மாற்றிவிட்டுப்பார்த்தால், எந்த எண்ணை 2.5 ஆல் பெருக்கினால் 3.25 கிடைக்கும் என்பதனைக் கணக்கிட வேண்டும். அதாவது வினாவை இவ்வாறு கேட்கலாம்.

எந்த எண்ணின் 2.5 மடங்கு 3.25 ஆகும்?

இதனைக் கண்டுபிடிக்க எண்களைப் பின்ன வடிவத்தில் மாற்ற வேண்டும்:

$$3.25 = \frac{325}{100}$$

$$2.5 = \frac{25}{10}$$

அப்போது எந்த எண்ணின்  $\frac{25}{10}$  மடங்கு  $\frac{325}{100}$  ஆகுமெனக் கண்டுபிடிக்க வேண்டும்.

விடை கிடைக்கத் தலைகீழ் பின்னம் பயன்படுத்தலாமல்லவா..

$$\frac{325}{100} \times \frac{10}{25} = \frac{325}{10 \times 25} = \frac{13}{10} = 1.3$$

அப்போது அகலம் 1.3 மீட்டர்.

வகுத்தலாக எழுதினால்,

$$3.25 \div 2.5 = 1.3$$



இந்த கணக்குகளைச் செய்து பார்க்கவும்.

- (1) ஒரு பாத்திரத்தில் 4.05 லிட்டர் தேங்காய் எண்ணைய் இருக்கிறது. இதனை 0.45 லிட்டர் கொள்ளாவுள்ள குப்பிகளில் உற்ற வேண்டும். இதற்கு எத்தனை குப்பிகள் தேவைப்படும்?
- (2) 17.5 மீட்டர் நீளமுள்ள கம்பியை, 2.5 மீட்டர் நீளமுள்ள துண்டுகளாக்கினால் எத்தனை துண்டுகள் கிடைக்கும்?
- (3) 6.5 கிலோகிராம் மிளகுத்தாள், 0.25 கிலோகிராம் வீதமுள்ள பொட்டலங்களாக்கினால் எத்தனை பொட்டலங்கள் கிடைக்கும்?

# 6

# விகிதம்

## செவ்வகக் கணக்கு

இந்தப் படங்களைப் பாருங்கள்.



ஒரே படம், பல அளவுகள்

இனி இந்தப் படத்தைப் பார்க்கவும்.



இது முதலில் பார்த்த படத்தைப் போல இருக்கிறதா? முதல் மூன்று படங்களும் சதுரங்கள் அல்ல; உயரம் நீளத்தை விடக் குறைவு ஆகும்.

நான்காவது படம்?

நீளம் மூன்றாவது படத்திற்குச் சமமாகும். உயரம் தேவையான அளவை விட அதிகம். (யானையின் வடிவமும் சுரியல்ல.) அப்போது படங்களின் அளவு மாறும் போது நீளமும் அகலமும் ஒன்றுபோல் மாறவேண்டும்.

சற்றுத் தெளிவாகக் கூறினால் முதல் மூன்று படங்களிலும் செவ்வகத்தின் உயரம் நீளத்தின்  $\frac{3}{4}$  பாகமாகும். நான்காவது படத்தின் உயரம் நீளத்திற்குச் சமமாகும்.

இதனைக் கணித மொழியில் இவ்வாறு கூறலாம்.

**முதல் மூன்று செவ்வகங்களிலும் உயரமும் நீளமும் மூன்றிற்கு நான்கு என்ற விகிதத்திலாகும்  
(in the ratio three is to four)**

மூன்றிற்கு நான்கு என்பதைச் சுருக்கமாக  $3 : 4$  என எழுதலாம். அப்போது மேலே எழுதியதைச் சர்றுச் சுருக்கலாம்.

முதல் மூன்று செவ்வகங்களிலும் உயரமும் நீளமும்  $3 : 4$  என்ற விகிதத்திலாகும்.

பல அலைபேசிகளின் கேமராவிலும் படத்தின் உயரத்திற்கும் நீளத்திற்கும் இடையேயுள்ள விகிதத்தை மூன்று விதத்தில் மாற்றலாம்.

இன்று இப்போது பார்த்த  $3 : 4$  என்ற விகிதம்.

மற்றொன்று  $9 : 16$  என்ற விகிதம். இதன் பொருள் என்ன? உயரம் நீளத்தின்  $\frac{9}{16}$  பாகம்.

மூன்றாவது,  $1 : 1$  என்ற விகிதம்.

உயரமும் நீளமும் ஒரே அளவில், அதாவது சதுரப் படங்கள்.

கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள படங்களைப் பாருங்கள். இவை ஒரே காட்சி மூன்று விகிதங்களில் எடுக்கப்பட்டவையாகும்.



$3 : 4$



$9 : 16$

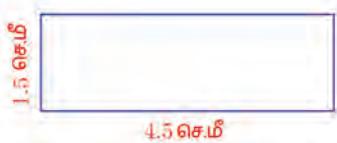
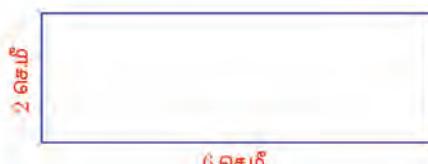


$1 : 1$

(இந்த விகிதத்தில் எடுத்த படமல்ல. முதலில் பார்த்த யானையின் சதுர வடிவப் படம் இது கணினி உபயோகித்து தூல்லியமாக மாற்றியதாகும். அதனால்தான் யானையின் உருவம் வேறுபட்டதாகத் தெரிகிறது). இங்கெல்லாம் உயரத்திற்கும், நீளத்திற்கும் இடையேயுள்ள விகிதம்  $3 : 4$  உம்  $9 : 16$  உம் ஆகும். நீளத்திற்கும் உயரத்திற்கும் இடையேயுள்ள விகிதத்தை  $4 : 3, 16 : 9$  என்றும் கூறலாம்.

உயரம் நீளத்தின்  $\frac{3}{4}$  பாகம் எனில் நீளம், உயரத்தின்  $\frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$  மடங்கு அல்லவா? (தலை கீழ் பின்னாங்கள் என்ற பாடம்).

வேறு செவ்வகங்களைப் பார்க்கவும்:



இரண்டிலும் நீளம் உயரத்தின் மூன்று மடங்கல்லவா? அப்போது உயரத்திற்கும் நீளத்திற்கும் இடையேயுள்ள விகிதம்  $1 : 3$ . இனி இந்த இரண்டு செவ்வகங்களைப் பார்க்கவும்.



இரண்டிலும் நீளம் உயரத்தின் ஒன்றரை மடங்கல்லவா?

இதனை விகிதமாகக் கூறுவது எப்படி?

ஒன்றிற்கு ஒன்றரை என்று கூறலாம். ஆனால் சாதாரணமாக விகிதத்தைக் கூறும் போது பின்ன எண்களைத் தவிர்ப்பது தான் நடைமுறை.

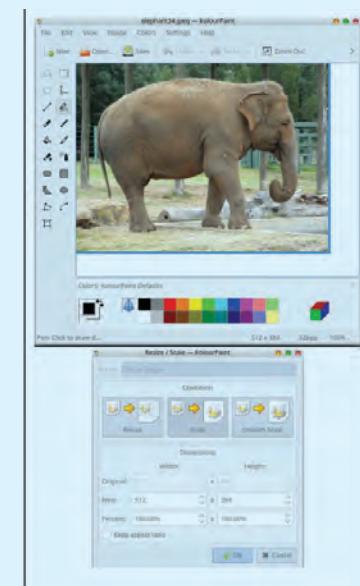
உயரம் 2 செண்டிமீட்டர் என்று எடுத்தால்?

$2 \text{ மீ } 1\frac{1}{2}$  மடங்கு என்ன?

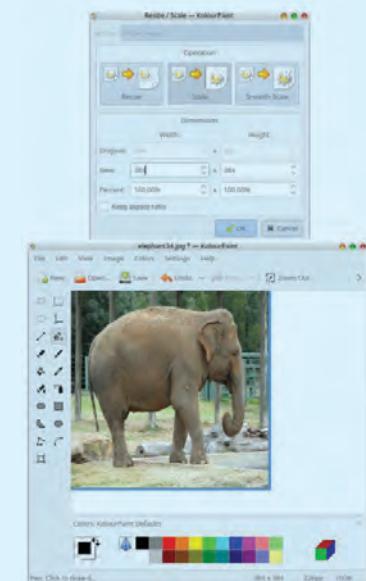


### பட விகிதம்

KITE GNU-Linux இல் KolourPaint பயன்படுத்தி படங்கள் வரைவது மட்டுமல்லாமல், வேறு படங்களின் அளவுகளை மாற்றவும் முடியும் அதற்கு Image → Resize/Scale எடுக்கவும்:



அப்போது திறக்கும் திரையில் Width கையும் Height யும் மாற்றலாம்:

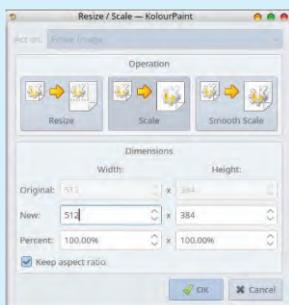




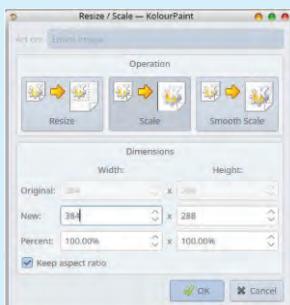
## வடிவ விகிதம்

செவ்வக வடிவிலுள்ள ஒரு படத்தின் உயரத்திற்கும் நீளத்திற்கும் இடையேயுள்ள விகிதத்தை (aspect ratio) வடிவ விகிதம் என்று கூறலாம்.

படத்தில் வடிவம் மாறாமல் இருக்க வேண்டுமெனில் படத்தைப் பெரிதாக்கவோ சிறிதாக்கவோ செய்யும் போது இந்த விகிதம் மாறக்கூடாது KolourPaint இல் அளவுகளை மாற்றக்கூடிய திரையில், Keep aspect ratio என்பதைக் கிளிக் செய்தால் உயரம், நீளம் இவற்றில் ஏதாவது ஒன்றை மட்டுமே நமக்கு மாற்ற முடியும்.



வடிவவிகிதம் மாறாமலிருக்க, மற்றொரு பக்கம் என்னவாக வேண்டும் எனக் கணக்கீடு செய்தால் தானாக மாறும்.



வடிவம் மாறாமல் படத்தைச் சிறியதோ பெரியதோ ஆக்கலாம்.

எனவே இத்தகைய செவ்வகங்களில் உயரமும் நீளமும் இரண்டிற்கு மூன்று என்ற விகிதத்திலாகும் எனக் கூறலாம்;  $2 : 3$  என எழுதவும் செய்யலாம்.

இங்கே விகிதம்  $4 : 6$  எனக் கூறலாமா? அப்படிக் கூறினாலும் தவறில்லை. ஆனால் முடிந்தவரை சிறிய எண்களைப் பயன்படுத்தி விகிதங்களைக் கூற வேண்டும்.

இந்தக் கருத்தை விகிதத்தில் கூறுவதெப்படி?

ஒரு செவ்வகத்தின் நீளம் உயரத்தின் இரண்டரை மடங்காகும்.

உயரம் 1 செண்டிமீட்டர் ஆக வேண்டுமெனில், நீளம்  $2\frac{1}{2}$  செண்டிமீட்டர்; உயரம் 2 செண்டிமீட்டரானால்?

இப்போது விடை கிடைத்தது.

செவ்வகத்தின் உயரமும் நீளமும்  $2 : 5$  என்ற விகிதத்திலாகும்.

நீளம், உயரத்தின் ஒன்றே கால் மடங்கு எனில்? உயரம் 2 செண்டிமீட்டர் எனில், நீளம்  $2\frac{1}{2}$  செண்டிமீட்டர் அப்போதும் பின்ன என்ன மாறவில்லை. உயரம் 4 செண்டிமீட்டரானால்?

அப்போது இப்படிப்பட்ட செவ்வகங்களில் உயரமும் நீளமும்  $4 : 5$  என்ற விகிதத்திலாகும்.

இங்கெல்லாம் மற்றொரு கருத்தைக் கவனித்தீர்களா?

உயரமும் நீளமும் ஒரே மடங்காக நீட்டினாலும் ஒரே பாகமாகச் சுருக்கினாலும் விகிதத்தில் மாற்றமில்லை.

எடுத்துக்காட்டாகக் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள உயரத்தையும் நீளத்தையும் பார்க்கவும்:

உயரம்	நீளம்
3 சென்டிமீட்டர்	4 சென்டிமீட்டர்
6 மீட்டர்	8 மீட்டர்
1 மீட்டர்	$1\frac{1}{3}$ மீட்டர்
$\frac{3}{4}$ மீட்டர்	1 மீட்டர்

இவற்றிலெல்லாம் நீளம் உயரத்தின்  $\frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$  மடங்கு ஆகும். மாறாகக் கூறினால் அகலம் நீளத்தின்  $\frac{3}{4}$  பாகமாகும். விகிதத்தில் கூறினால்,



உயரமும் நீளமும் 3 : 4 என்ற விகிதத்திலாகும். நீளமும் உயரமும் 4 : 3 என்ற விகிதத்திலாகும்.



இந்தக் கணக்குகளைச் செய்து பார்ப்போம்:

- (1) கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு செவ்வகத்திலும் உயரத்திற்கும் நீளத்திற்கும் இடையேயுள்ள விகிதத்தை இயன்ற வரை சிறிய எண்ணால் எண்களைப் பயன்படுத்தி எழுதுக.
  - (i) உயரம் 8 சென்டிமீட்டர், நீளம் 10 சென்டிமீட்டர்
  - (ii) உயரம் 8 மீட்டர், நீளம் 12 மீட்டர்
  - (iii) உயரம் 20 சென்டிமீட்டர், நீளம் 1 மீட்டர்
  - (iv) உயரம் 40 சென்டிமீட்டர், நீளம் 1 மீட்டர்
  - (v) உயரம் 1.5 சென்டிமீட்டர், நீளம் 2 சென்டிமீட்டர்
- (2) கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள அட்டவணையில் சில செவ்வகங்களின் உயரம், நீளம் இவற்றிக்கிடையேயுள்ள விகிதம் என்பவற்றில் இரண்டு அளவுகள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. மூன்றாவது அளவைக் கண்டுபிடித்து அட்டவணையைப் பூர்த்தி செய்க.

உயரம் (செ.மி)	நீளம் (செ.மி)	விகிதம்
6	8	
3		3 : 4
$\frac{3}{4}$	1	
	1	3 : 4
6	15	
2		2 : 5
1		2 : 5
	1	2 : 5

### கொடிகள்

நம்முடைய தேசியக் கொடியின் படம் வரையும் போது நிறங்கள் மட்டும் சரியானால் போதாது. செவ்வகத்தின் அகலத்திற்கும், நீளத்திற்கும் இடையேயுள்ள விகிதமும் சரியாக இருக்க வேண்டும், இது  $2 : 3$  ஆகும். அதாவது தேசியக் கொடி வரையும் போது நீளம் 3 சென்டிமீட்டர் ஆக இருந்தால் அகலம் 2 சென்டிமீட்டர் என இருக்க வேண்டும்.



வேறு நாடுகளின் கொடிகளின் விகிதத்திற்கு வேறுபாடு உள்ளது. எடுத்துக்காட்டாக ஆஸ்திரேலியாவின் கொடி  $1 : 2$  ஆகும்..



ஜெர்மனியின் கொடியின் விகிதம்  $3 : 5$  ஆகும்.



### வேறு அளவுகள்

செவ்வகத்தின் உயரமும் நீளமும் அல்லாத இரண்டு நீளங்களையும் மடங்கும் பாகவுமாகக் கூறுவதற்கும் விகிதம் பயன்படுத்தலாம்..

எடுத்துக்காட்டாக, 4 மீட்டரும் 6 மீட்டரும் நீளமுள்ள இரண்டு கயிறுகளைப் பார்க்கலாம். 6 மீட்டரின்  $\frac{1}{6}$  பாகம் 1 மீட்டர். அதன் 4 மடங்கு 4 மீட்டர், அப்படி 6 மீட்டரின்  $\frac{4}{6}$  பாகம் 4 மீட்டர் (தலைகீழ் பின்னங்கள் என்ற பாடம்).

$\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$  ஆனதால் சிறிய கயிற்றிற்கும் பெரிய கயிற்றிக்கும் இடையேயுள்ள விகிதம்  $2 : 3$  எனக் கூறலாம்.

அப்போது இரண்டு நீளங்களுக்கிடையேயுள்ள விகிதம்  $2 : 3$  எனக் கூறினால், சிறியதின் நீளம் பெரியதின் நீளத்தின்  $\frac{2}{3}$  பாகம் என்று மட்டுமே அறிய முடியும் அவற்றின் சரியான நீளங்கள் பல உள்ளது:

2 மீட்டர், 3 மீட்டர்

4 மீட்டர், 6 மீட்டர்

6 மீட்டர், 9 மீட்டர்

1 மீட்டர்,  $1\frac{1}{2}$  மீட்டர்

3 மீட்டர்,  $4\frac{1}{2}$  மீட்டர்

$\frac{1}{2}$  மீட்டர்,  $\frac{3}{4}$  மீட்டர்

இவை அனைத்தும் மீட்டருக்குப் பதில் சென்டிமீட்டரோ, கிலோமீட்டரோ ஆகலாம். சிறிய நீளம் பெரிய நீளத்தின்  $\frac{2}{3}$  பாகமாகும்.

நீளம் மட்டுமல்ல பிற இரண்டு அளவுகளையும் பாகமும் மடங்குமாகக் கூறுவதற்கு விகிதம் உபயோகப்படுத்தலாம்.

எடுத்துக்காட்டாக 15 லிட்டர் வாளியும் 25 லிட்டர் வாளியும் எடுத்தால், சிறிய வாளியின் கொள்ளளவு பெரிய வாளியின் கொள்ளளவின்  $\frac{15}{25}$  பாகமாகுமல்லவா?

$\frac{15}{25} = \frac{3}{5}$  ஆனதால் சிறிய வாளியினுடையவும் பெரிய வாளியினுடையவும் கொள்ளளவுகளுக்கிடையேயுள்ள விகிதம்  $3 : 5$  எனக் கூறலாம்.

எண்ணிக்கைகளையும் விகிதமாகக் கூறலாம். எடுத்துக்காட்டாக ஒரு வகுப்பில் 12 மாணவர்களும், 21 மாணவிகளும் உள்ளனர். மாணவர்களின் எண்ணிக்கை மாணவிகளின் எண்ணிக்கையின்  $\frac{12}{21}$  பாகமாகுமல்லவா?

$\frac{12}{21} = \frac{4}{7}$  ஆனதால் மாணவர்களின் எண்ணிக்கையும் மாணவிகளின் எண்ணிக்கையும்  $4 : 7$  என்ற விகிதத்திலாகும் எனக் கூறலாம்.



கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள கணக்குகளிலெல்லாம் இயன்றவரை சிறிய எண்ணல் எண்களைப் பயன்படுத்தி விகிதம் கணக்கிடுக.

- (1) ஆமினாவின் கையில் 105 ரூபாயும், மெர்ஸியின் கையில் 175 ரூபாயும் உள்ளது. சிறிய தொகைக்கும் பெரிய தொகைக்கும் இடையேயுள்ள விகிதத்தைக் கணக்கிடுக.
- (2) ஒரு மாநாட்டில் 96 பெண்களும், 144 ஆண்களும் பங்கெடுத்தனர். பெண்களின் எண்ணிக்கைக்கும் ஆண்களின் எண்ணிக்கைக்கும் இடையேயுள்ள விகிதத்தைக் கண்டுபிடிக்கவும்
- (3) இரண்டு பெண்சில்களில் சிறியதின் நீளம் 4.5 செண்டி மீட்டரும், பெரியதின் நீளம் 7.5 செண்டிமீட்டரும் ஆகும். பெரியது சிறியது இவற்றின் நீளங்களின் விகிதம் காண்க.
- (4) ஒரு நாடாவைப் பயன்படுத்தி ஒரு செவ்வகத்தின் பக்கங்களை அளந்தபொழுது அகலம், நாடாவின்  $\frac{1}{4}$  பாகமும் நீளம் நாடாவின்  $\frac{1}{3}$  பாகமும் என்று காணப்பட்டது. அகலத்திற்கும் நீளத்திற்கும் இடையேயுள்ள விகிதம் என்ன?
- (5) ஒரு பெரிய குப்பியை நிரப்ப  $3\frac{1}{2}$  டம்ஸர் தண்ணீரும், சிறிய குப்பியை நிரப்ப  $2\frac{1}{2}$  டம்ஸர் தண்ணீரும் தேவை. பெரிய குப்பியினுடையவும், சிறிய குப்பியினுடையவும் கொள்ளளவுகளுக்கிடையேயுள்ள விகிதம் என்ன?

### அசைவும் விகிதமும்

விளையாட்டு வண்டிகளையோ பழைய கடிகாரங்களையோ அவிழ்த்துப் பார்த்த துண்டா? அவற்றின் பல அளவுகளிலுள்ள பலசக்கரங்களைப் பார்த்திருப்பீர்கள்லல்லவா. படத்தைப் பார்க்கவும்.



இர் இயந்திரத்தின் சிறியதொரு பாகமே இது. இதில் முழுமையாகக் காணப்படுகின்ற பலசக்கரங்களில் சிறியதற்கு 13 பற்களும், பெரியதற்கு 21 பற்களும் உள்ளன. சிறிய சக்கரம் 21 முறை சுற்றி முடிக்கும்பொழுது பெரிய சக்கரம் 13 முறை மட்டமே சுற்றியிருக்கும்.

இவ்வாறு பலசக்கரங்களின் பற்களின் எண்ணிக்கையைக் குறிப்பிட்ட விகிதங்களில் ஒழுங்குபடுத்தி இயந்திரங்களில் சுற்றுகளின் வேகம் கட்டுப்படுத்தப்படுகிறது.

## சேர்வைகளின் உறவு

அம்முவின் அம்மா இட்லி தயார் செய்ய 2 கப் அரிசியும் ஒரு கப் உளுந்தும் சேர்த்து அரைப்பார்கள்.

விருந்தாளிகள் வருவதற்கு முந்தின நாள் நாலு கப் அரிசி எடுத்தார்கள், எனில் எத்தனை கப் உளுந்து எடுக்க வேண்டும்?

சுவையும் தன்மையும் மாறாமல் இருப்பதற்கு எப்பொழுதும் அரிசி எடுக்கும் பொழுது பாதி உளுந்து எடுக்க வேண்டும்.

அப்படியானால் 4 கப் அரிசிக்கு 2 கப் உளுந்து எடுக்க வேண்டும். அரிசியும் உளுந்தும் 2 : 1 என்ற விகிதத்தில் இருக்க வேண்டும் என்றும் கூறலாம்.

**வேறு ஒரு கலவைக் கணக்கு**



அஜியின் வீட்டின் சுவர்களுக்கு வண்ணம் அடிக்க முதலில் 25 லிட்டர் பச்சை நிறமும் 20 லிட்டர் வெள்ளை நிறமும் கலந்து எடுக்கப்பட்டது. இதில் பற்றாக்குறை வந்த பொழுது மீண்டும் 15 லிட்டர் பச்சை நிறம் எடுக்கப்பட்டது எனில், எத்தனை லிட்டர் வெள்ளை நிறம் சேர்க்க வேண்டும்?

முதலில் அடித்த நிறமே கிடைக்க வேண்டுமென்றால் நிறங்களின் விகிதம் மாறக்கூடாது, முதலில் பச்சை நிறமும் வெள்ளை நிறமும் எந்த விகிதத்தில்

**கலந்து அடிக்கப்பட்டது?**

அதாவது, 5 லிட்டர் பச்சைக்கு 4 லிட்டர் வெள்ளை என்பது கணக்கு.

இந்த விகிதத்தில் வேண்டுமென்றால் 15 லிட்டர் பச்சை நிறத்திற்கு எத்தனை லிட்டர் வெள்ளை நிறம் சேர்க்க வேண்டும்? 5 இன் எத்தனை மடங்கு 15? இப்போது, 4 லிட்டரின் 3 மடங்கு வெள்ளை நிறம் சேர்க்க வேண்டும், அதாவது 12 லிட்டர். இதே பச்சை நிறம் கிடைக்க, 16 லிட்டர் வெள்ளை நிறத்துடன் எத்தனை லிட்டர் பச்சை நிறம் சேர்க்க வேண்டும்.



இந்தக் கணக்குகளைச் செய்து பார்க்கவும்.

- (1) தோசை தயார் செய்ய 6 கப் அரிசிக்கு 2 கப் உளுந்து என்பது தான் அளவு, 9 கப் அரிசி எடுத்தால் எத்தனை கப் உளுந்து எடுக்க வேண்டும்?

- (2) வீட்டின் சுவரைப் பூசுவதற்குச் சிமெண்டும் மணலும் 1 : 5 என்ற விகிதத்தில் பயன்படுத்தப்பட்டது. இதற்கு 45 மூடை சிமெண்ட் வாங்கினார்கள் எனில் எத்தனை மூடை மணல் வாங்க வேண்டும்?
- (3) வீட்டிற்கு வண்ணம் அடிக்க 12 லிட்டர் பெயின்டுடன் 8 லிட்டர் ட்ர்பெண்டைடன் சேர்க்கப்பட்டது. 15 லிட்டர் பெயின்டுடன் எத்தனை லிட்டர் ட்ர்பெண்டைடன் சேர்க்க வேண்டும்?
- (4) ஒரு பஞ்சாயத்தில் 1 ஆம் வார்டில் பெண்களும் ஆண்களும் 11 : 10 என்ற விகிதத்தில் உள்ளனர். இங்கே 1793 பெண்கள் உள்ளனர் எனில் எத்தனை ஆண்கள் உள்ளனர்? ஆண்களும் பெண்களும் சேர்ந்து எத்தனை பேர் உள்ளனர்?



### பாகக் கணக்கு

இட்லி செய்ய அரிசியும் உளுந்தும் 2 : 1 என்ற விகிதத்தில் எடுக்க வேண்டும் என்று பார்த்தோமல்லவா. அரிசியும் உளுந்தும் சேர்ந்து மொத்தம் 9 கப் எடுக்கப்பட்டது. இதில் எத்தனை கப் அரிசி உள்ளது? 2 கப் அரிசியும் 1 கப் உளுந்தும் எடுத்தால் மொத்தம் 3 கப் ஆனது இங்கே மொத்தம் 9 கப் வேண்டும்.

3 இன் எத்தனை மடங்கு 9 ?

விகிதம் கணக்கிட, அரிசியும் உளுந்தும் 3 மடங்கு எடுக்க வேண்டும். அப்போது அரிசி 6 கப் உளுந்து 3 கப் ஆகும்.

வேறு ஒரு கணக்கைப் பார்ப்போம்

ஒரு கூட்டுறவு சங்கத்தில் 600 ஆண்களும் 400 பெண்களும் உறுப்பினர்கள். இவர்களிலிருந்து 30 பேர் உள்ள நிர்வாகக் குழு அமைக்க வேண்டும். இதில் ஆண்கள், பெண்கள் இவர்களின் எண்ணிக்கையின் விகிதமும் கூட்டுறவு சங்கத்தில் உள்ளதைப்போல் இருக்க வேண்டும். நிர்வாகக் குழுவில் எத்தனை ஆண்களும் எத்தனை பெண்களும் இருக்க வேண்டும்?

சங்கத்தில் ஆண்கள் மற்றும் பெண்களின் விகிதம் 3 : 2 ஆகும். 3 ஆண்களும் 2 பெண்களும் சேர்ந்தால் 5 பேர் ஆகும்.

இங்கே 30 பேர் தேவை..

5 இன் எத்தனை மடங்கு 30?

அப்போது குழுவில்  $3 \times 6 = 18$  ஆண்களும்,  $2 \times 6 = 12$  பெண்களும் இருக்க வேண்டும்.

## மேலும் ஒரு கணக்கு

பள்ளிக்கூடத்தில் காய்கறித் தோட்டம் உருவாக்க செவ்வக வடிவில் உள்ள ஒரு இடத்தைக் கயிறு கட்டிப் பிரிக்க வேண்டும். கயிற்றின் நீளம் 32 மீட்டர், அகலமும் நீளமும் 3 : 5 என்ற விகிதத்தில் இருக்க வேண்டும் என்று தீர்மானிக்கப்பட்டது. அகலமும் நீளமும் எத்தனை மீட்டர் வீதம் இருக்க வேண்டும்?



கயிற்றின் நீளம் 32 மீட்டர் ஆகும். அதனால் செவ்வகத்தின் சுற்றளவும் அதோன். அகலமும் நீளமும் 3 மீட்டர், 5 மீட்டர் என்று எடுத்துக்கொண்டால் சுற்றளவு எவ்வளவு?

16 இன் எத்தனை மடங்கு 32 ?

$$\frac{32}{16} = 2$$

அப்போது அகலம், 3 மீட்டரின் 2 மடங்கு, அதாவது 6 மீட்டர் நீளம், 5 மீட்டரின் 2 மடங்கு, அதாவது 10 மீட்டர்.



இந்தக் கணக்குகளைச் செய்து பார்ப்போம்:

- (1) சுகராவும் சீதாவும் சேர்ந்து ஒரு வியாபாரம் தொடங்கினார்கள். சுகரா 40000 ரூபாயும் சீதா 50000 ரூபாயும் மூலதனம் செய்தனர். லாபமாகக் கிடைத்த 9000 ரூபாய், செலவாக்கிய மூலதனத்தின் விகிதத்தில் பிரித்தெடுத்தார்கள். ஒவ்வொருவருக்கும் எத்தனை ரூபாய் கிடைத்தது?
- (2) ராமேஷ் ஜானும் சேர்ந்து ஒரு வேலையைச் செய்ய ஓப்பந்தம் செய்தார்கள். ராமேஷ் ஆறு நாட்களும், ஜான் ஏழு நாட்களும் வேலை செய்தார்கள். கூலியாகக் கிடைத்த 6500 ரூபாயை, வேலை செய்த நாட்களின் விகிதத்தில் பங்கு வைத்தார்கள். ஒவ்வொருவருக்கும் எத்தனை ரூபாய் கிடைத்தது?
- (3) ராமுவும், ராஜவும் ஒரு தொகையை 3 : 2 என்ற விகிதத்தில் பங்கு வைத்தபொழுது ராமுவிற்கு 480 ரூபாய் கிடைத்தது?
  - (i) ராஜவுக்கு எத்தனை ரூபாய் கிடைத்தது?
  - (ii) மொத்தம் எத்தனை ரூபாயை பங்கு வைத்தார்கள்?
- (4) 9 செமீ நீளத்தில் AB என்ற கோடு வரைக. இதில் P என்ற புள்ளி வைக்கவும். AP, PB இவைகளின் நீளங்கள் 1 : 2 என்ற விகிதத்தில் இருக்க வேண்டும், A யிலிருந்து எவ்வளவு தூரத்தில் P-ஐ அடையாளப்படுத்த வேண்டும்? கண்டுபிடித்து அடையாளப்படுத்துக.
- (5) 15 சென்டிமீட்டர் நீளமள்ள ஒரு கோடு வரைக. இதனை 2 : 3 என்ற விகிதத்தில் பிரிக்கின்ற புள்ளியை அடையாளப்படுத்துக. அதன் நீளங்களைக் கணக்கிட்டு புள்ளி அடையாளப்படுத்தவும்.
- (6) 30 சென்டிமீட்டர் சுற்றளவும் பக்கங்களின் நீளம் 1 : 2 என்ற விகிதத்திலும் உள்ள ஒரு செவ்வகம் வரைக.
  - (i) இதே சுற்றளவில் பக்கங்களின் நீளம் 2 : 3, 3 : 7 என்ற விகிதத்தில் ஆன வேறு இரண்டு செவ்வகங்கள் வரைக
  - (ii) மூன்று செவ்வகங்களின் பரப்பளவுகள் கணக்கிடவும். எந்த செவ்வகத்தின் பரப்பளவு மிகக் கூடுதலாக இருக்கும்?

# 7

## கணிதத்தில் சுருக்கெழுத்து

### எண்களும் எழுத்துக்களும்

பக்கங்களின் நீளம் 5 மீட்டர் ஆன சதுரத்தின் சுற்றளவு என்ன?

பக்கங்களின் நீளத்தைக் கூட்டினால் கிடைப்பது அல்லவா சுற்றளவு. அப்பொழுது கணக்கில் நான்கு ஐந்துகளைக் கூட்ட வேண்டும். அதாவது ஐந்தின் நான்கு மடங்கு ஆகும்.

$$\text{சுற்றளவு} = 5 \text{ மீட்டர்} \times 4 = 20 \text{ மீட்டர்}$$

பக்கங்களின் நீளம் 5 மீட்டருக்குப் பதிலாக எந்த எண்ணாக இருந்தாலும் சுற்றளவு கண்டுபிடிப்பது இப்படித்தானோ?

எனில் பொதுவாக இப்படிக் கூறலாம்

சதுரத்தின் சுற்றளவு ஒரு பக்கத்தின் நீளத்தின் நான்கு மடங்காகும்

இதைச் சுருக்கிக் கணித மொழியில் இவ்வாறு கூறலாம்

$$\text{சதுரத்தின் சுற்றளவு} = \text{ஒரு பக்கத்தின் நீளம்} \times 4$$

இதை இன்னும் சுருக்கிக் கூறினால், பக்கத்தின் நீளத்தை  $s$  (side) என்ற எழுத்தாலும் சுற்றளவினை  $p$  (perimeter) என்ற எழுத்தாலும் குறிப்பிடலாம்.

ஒரு சதுரத்தின் நீளம்  $s$ , சுற்றளவு  $p$  என்றெடுத்தால்,

$$p = s \times 4$$

இப்படி அளவுகளுக்கிடையேயுள்ள பல தொடர்புகளையும் எழுத்துக்கள் பயன்படுத்தி எழுதுகின்ற முறையையும் ஆறாம் வகுப்பில் எழுத்துக் கணக்கு என்ற பாடத்தில் பார்த்திருப்பீர்கள் அல்லவா.

இவ்வாறு எழுதுகின்ற சில முறைகளையும் பார்த்தோம்.

- பெருக்கல் அடையாளம் எழுதாமல் சேர்த்து எழுதுதல்.
- எழுத்தும் எண்ணும் சேர்ந்து வரும் போது எண்ணை முதலில் எழுத வேண்டும்.

இதன்படி சதுரத்தின் பக்கத்தின் நீளத்திற்கும், சுற்றளவிற்கும் இடையேயுள்ள தொடர்பை இப்படி எழுதலாம்.

சதுரத்தின் ஒரு பக்க நீளம்  $s$ , சுற்றளவு  $p$  என்றெடுத்தால்

$$p = 4s$$

அளவுகள் அல்லாமல் என்களுக்கிடையேயுள்ள தொடர்புகளையும் இதுபோன்ற எழுத்துக்கள் உபயோகித்து சுருக்கி எழுதலாம்.

எடுத்துக்காட்டாக,

ஓர் எண்ணை அந்த எண்ணுடன் கூட்டுவது தான் அதன் இரண்டு மடங்கு

இதனைக் கணிதமாழியில் இப்படி எழுதலாம்:

$$\text{ஓர் எண்} + \text{அதே எண்} = \text{எண்} \times 2$$

எண் (number) என்பதை  $n$  என்ற எழுத்தால் குறிப்பிட்டால் இதனை இப்படி எழுதலாம்.

$$n \text{ எந்த எண் ஆனாலும் } n + n = 2n$$

இதில் எண்ணைக் குறிப்பிடுவதற்கு  $n$  என்ற எழுத்திற்குப் பதிலாக விருப்பமான எந்த எழுத்தையும் பயன்படுத்தலாம்.

$$x \text{ எந்த எண் ஆனாலும் } x + x = 2x$$

தொடர்ந்து,

ஓர் எண்ணின் இரண்டு மடங்குடன் அதே எண்ணைக் கூட்டினால் மூன்று மடங்காகும் என்பதனை இப்படி எழுதலாம்.

$$x \text{ எந்த எண் ஆனாலும் } 2x + x = 3x$$

இதேபோல், எந்த எண்ணினுடைய இரண்டு மடங்கையும் மூன்று மடங்கையும் கூட்டினாலும் ஐந்து மடங்கு கிடைக்கும் என்பதனை இப்படி சுருக்கி எழுதலாம்.

$$x \text{ எந்த எண் ஆனாலும் } 2x + 3x = 5x$$

எந்த எண்ணையும் ஒன்றால் பெருக்கினால் அதே எண் கிடைக்கும் என்ற கருத்தை இப்படி எழுதலாம்.

$$x \text{ எந்த எண் ஆனாலும் } x \times 1 = x$$

எந்த எண்ணையும் ஒன்றால் வகுத்தால் அதே எண்தான் கிடைக்கும் என்ற கருத்தை இவ்வாறு எழுதலாம்.

$$x \text{ எந்த எண் ஆனாலும் } x \div 1 = x$$

இது என்  
கணித நாவலின்  
பூரண வடிவம்



இது அதன்  
இயற்கணித  
மொழிசபயர்ப்பின்  
பூரண வடிவம்



எழுத்துக்களைப் பயன்படுத்தி கணக்கில் செயல்களை எழுதும் போது வகுத்தலின் பின்ன வடிவத்தைத்தான் சாதாரணமாக எழுதுகின்றோம். அப்போது மேலே குறிப்பிட்டதை இவ்வாறு எழுதலாம்.

$$x \text{ எந்த எண் ஆனாலும் } \frac{x}{1} = x$$

பல எண்களைக் குறித்துள்ள செயல்களைச் சொல்வதற்கு ஒன்றிற்கு மேற்பட்ட எழுத்துக்களை உபயோகப்படுத்த வேண்டியதாகும்.

எடுத்துக்காட்டாக 5 உடன் 3 ஐக் கூட்டி, அதிலிருந்து 5 குறைத்தால் 3 கிடைக்குமல்லவா.

$$(5 + 3) - 5 = 3$$

ஜந்திற்கும் மூன்றிற்கும் பதிலாக வேறெந்த எண்களை எடுத்தாலும் இது சரியாகும். .

அதாவது எந்த எண்ணுடனும் ஓர் எண்ணைக் கூட்டி, முதல் எண்ணைக் குறைத்தால் கூட்டிய எண் கிடைக்கும்.

இதை எழுத்துக்கள் உபயோகித்து எப்படிச் சுருக்கி எழுதலாம்?

முதலில் செய்த ஒவ்வொன்றையும் எழுத்துக்கள் உபயோகித்து எழுதலாம்.

- (i) முதல் எண்  $x$  என்றும், கூட்டிய எண்  $y$  என்றும் எடுப்போம்.
- (ii)  $x$  என்ற எண்ணுடன்  $y$  என்ற எண்ணைக் கூட்டியது  $x + y$
- (iii) கூட்டிக் கிடைத்த எண்ணிலிருந்து முதல் எண்ணைக் குறைத்து கிடைப்பது  $(x + y) - x$
- (iv) இப்போது கிடைத்தது முதலில் கூட்டிய எண்ணே ஆகும்,  $(x + y) - x = y$

இதை எல்லாம் சேர்த்து இப்படி எழுதலாம்.

$$x, y \text{ எந்த எண்களானாலும் } (x + y) - x = y$$

அளவுகளையும் எண்களையும் குறித்துள்ள கருத்துக்களை இப்படி எழுத்துக்கள் உபயோகித்து சுருக்கி எழுதுகின்ற முறைக்கு இயற்கணிதம் (algebra) என்று பெயர்.

சாதாரண மொழியில் கூறுகின்ற சில கருத்துகளை இயற்கணித மொழியில் கூறுகின்ற முறையைத்தான் இப்போது பார்த்தோம். எடுத்துக்காட்டாக.

சாதாரண மொழி வடிவம்	இயற்கணித மொழி வடிவம்
எந்த எண்ணின் இரண்டு மடங்கையும் மூன்று மடங்கையும் கூட்டினால் அந்த எண்ணின் ஐந்து மடங்கு கிடைக்கும்.	$x$ எந்த எண் ஆனாலும், $2x + 3x = 5x$
ஓர் எண்ணுடன் வேறாரு எண் கூட்டி முதல் எண்ணைக் குறைத்தால் கூட்டிய எண் கிடைக்கும்.	$x, y$ எந்த எண்களானாலும் $(x + y) - x = y$



இதைப் போல் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள செயல்களை இயற்கணித மொழியில் எழுதலாமல்லவா

- (1) எந்த எண்ணூடனும் பூஜ்ஜியத்தைக் கூட்டினால் அதே எண்தான் கிடைக்கும்.
- (2) எந்த எண்ணிலிருந்தும் பூஜ்ஜியத்தைக் கழித்தால் அதே எண் கிடைக்கும்.
- (3) எந்த எண்ணிலிருந்தும் அதே எண்ணைக் கழித்தால் பூஜ்ஜியமாகும்.
- (4) எந்த எண்ணையும் பூஜ்ஜியத்தால் பெருக்கினால் பூஜ்ஜியம் கிடைக்கும்.
- (5) எந்த எண்ணையும் அதே எண்ணால் வகுத்தால் ஒன்று கிடைக்கும்.
- (6) எந்த எண்ணோடும் அதன் இரண்டு மடங்கைக் கூட்டினால் மூன்று மடங்கு ஆகும்.
- (7) எந்த எண்ணின் மூன்று மடங்கிலிருந்தும் இரண்டு மடங்கைக் கழித்தால் அதே எண்தான் கிடைக்கும்.
- (8) ஓர் எண்ணூடன் வேறொரு எண்ணைக் கூட்டி, கூட்டிய எண்ணைக் கழித்தால் முதல் எண் கிடைக்கும்

## ஓவ்வான்றாகவும் மொத்தமாகவும்

ஒரு சிறிய கணக்கு:

15 உடன் 28 ஐக் கூட்டி அத்துடன் 2 ஐயும் கூட்டினால் எத்தனையாகும்?

விடை கண்டுபிடித்தீர்களா. எப்படி கண்டுபிடித்தீர்கள்?

$$15 + 28 = 43$$

$$43 + 2 = 45$$

இவ்வாறல்லவா செய்தீர்கள்?

15 உடன் முதலில் 28 ஐயும் பிறகு 2 ஐயும் கூட்டுவதற்குப் பதிலாக மொத்தமாக 30 ஐக் கூட்டினால் மனக்கணக்காகச் செய்யலாமல்லவா?

ஓர் எண்ணூடன் இரண்டு எண்களை ஓவ்வான்றாகக் கூட்டுவதற்குப் பதிலாக அவற்றின் தொகையைக் கூட்டுவது தான் இலகுவாக இருக்கும்.

எதுவானாலும், இப்போது கண்ட கருத்துக்கள், எந்த மூன்று எண்களையெடுத்தாலும் சரியாகுமல்லவா?

அதாவது,

**எந்த எண்ணினுடனும் இரண்டு எண்களை ஒன்றன்பின் ஒன்றாகக் கூட்டினாலும், இவ்விரண்டு எண்களின் தொகையைக் கூட்டினாலும் ஓரே எண்தான் கிடைக்கும்**

இது இயற்கணித மொழியில் எப்படி எழுதலாம்?

- (i) முதல் எண்  $x$ , கூட்டுகின்ற எண்கள்  $y, z$  என்று எடுக்கவும்
- (ii)  $x$  உடன்  $y$  ஐக் கூட்டிப் பிறகு  $z$  கூட்டியபோது  $(x + y) + z$

(iii) கூட்டுகின்ற எண்களின் தொகை  $y + z$ ; இது  $x$  உடன் கூட்டியது  $x + (y + z)$

(iv) இரண்டு முறைகளில் செய்தாலும் ஒரே விடை  $(x + y) + z = x + (y + z)$

இனி இப்பொழுது கண்டவற்றை, இயற்கணித மொழியில் எழுதுவோம்.

$$x, y, z \text{ எந்த எண்களானாலும் } (x + y) + z = x + (y + z)$$

தொகையைக் கூட்டுவதை விட ஒவ்வொன்றாகக் கூட்டுவதை எளிதாக்கும் சூழ்நிலைகளும் உண்டு.

எடுத்துக்காட்டாக  $25 + 18$  ஜக் கணக்கிட வேண்டுமென்று கருதுங்கள்.  $18 = 5 + 13$  என்று நினைத்தால்

முதலில் 5 ஜக் கூட்டி 30, பிறகு 13 ஜக் கூட்டி 43 என மனக்கணக்காகச் செய்யலாமல்லவா.

இனி மற்றொரு கணக்கு

25 லிருந்து 8 ஜக் கழித்து அதிலிருந்து 2 ஜக் கழிக்கவும்

எப்படி செய்வது?

$$25 - 8 = 17$$

$$17 - 2 = 15$$

என்றல்லவா கணக்கீடு செய்தீர்கள். மொத்தமாக 10 ஜக் கழித்து

$25 - 10 = 15$  என எளிதாகக் கண்டுபிடித்தீர்களா?

25 லிருந்து 8 ஜக் கழிப்பது என்பது 25 லிருந்து 8 ஜ மாற்றினோம் என்பது அதன் பொருள். மேலும் 2 நீக்கினால்?

மொத்தம் 10 ஜ மாற்றினோம் அல்லவா. வேறு எண்கள் எடுத்து இதை பரிசோதனை செய்து பார்க்கவும்.

இச்செயலை ஒரு பொதுக் கருத்தாக எவ்வாறு கூறலாம்?

எந்த எண்ணிலிருந்தும் இரண்டு எண்களை ஒன்றன் பின் ஒன்றாகக் கழித்தாலும், இவ்விரண்டு எண்களின் தொகையைக் கழித்தாலும் ஒரே எண்தான் கிடைக்கும்.

இயற்கணித மொழியில்?

$$x, y, z \text{ என்பவை எந்த மூன்று எண்களானாலும் } (x - y) - z = x - (y + z)$$

கூட்டலில் கூறப்பட்டது போல தொகையைக் கழிப்பதை விட ஒவ்வொன்றாகக் கழிப்பது தான், சிலவேளை இலகுவாக அமையும்.



எடுத்துக்காட்டாக 500 லிருந்து 201 ஜக் கழிக்க முதலில் 200 ஜக் கழித்தால் 300 கிடைக்கும். பிறகு 1 ஜக் கழித்தால் 299 எனக் கணக்கிடுவதுதான் இலகுவாகும்?



இனிக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளக் கணக்குகளை மனக்கணக்காகச் செய்க

- (1) (i)  $49 + 125 + 75$   
 (ii)  $3\frac{1}{2} + 8\frac{3}{4} + \frac{1}{4}$   
 (iii)  $15.5 + 0.25 + 0.75$   
 (iv)  $38 + 27$   
 (v)  $136 + 64$
- (2) (i)  $(135 - 73) - 27$   
 (ii)  $\left(37 - 1\frac{1}{2}\right) - \frac{1}{2}$   
 (iii)  $(298 - 4.5) - 3.5$   
 (iv)  $78 - 29$   
 (v)  $140 - 51$

### கூட்டலும் கழித்தலும்

இந்தக் கணக்கைப் பாருங்கள்

வகுப்பு தொடங்கியபோது 38 மாணவர்கள் இருந்தனர். சிறிது நேரம் கழிந்து 5 பேர் கூட வந்தனர். பின்னர் 3 பேர் கணிதப் பேரவைக் கூட்டத்திற்குச் சென்றனர்.

இப்போது வகுப்பில் எத்தனை பேர் உள்ளனர்?

மேற்கூறியவற்றை நடந்த முறையில் கணக்கிடலாம்.

- (i) 5 மாணவர்கள் கூட வந்த போது  $38 + 5 = 43$
- (ii) 3 பேர் போன பிறகு  $43 - 3 = 40$

மேற்கூறிய நிகழ்வுகளை மொத்தத்தில் ஆலோசித்தால் இப்படியும் கணக்கிடலாம்.

- (i) 5 பேர் வரவும், 3 பேர் போகவும் செய்தனர். அப்போது வகுப்பில் கூடுதலாக உள்ளவர்கள்  $5 - 3 = 2$
- (ii) தொடக்கத்தில் இருந்த 38 பேருடன் கூடுதலாக வந்த 2 பேரையும் கூட்டினால்  $38 + 2 = 40$  மாணவர்கள்.

இந்தக் கணக்கில் செய்தது என்ன?

ஓர் எண்ணைக் கூட்டவும் மற்றொரு எண்ணைக் கழிக்கவும் செய்வதற்குப் பதில் முதல் எண்ணிலிருந்து இரண்டாவது எண்ணைக் கழித்துக்கிடைத்த எண்ணைக் கூட்டினால் போதுமா?

### அடைப்புக்குறிகளின் தேவை

7 ஜயம் 4 ஜயம் கூட்டி அத்துடன் 2 ஜக் கூட்டினாலும் முதலில் 4 ஜயம் 2 ஜயம் கூட்டினிட்டு அத்துடன் 7 ஜக் கூட்டினாலும் கிடைப்பது 13 ஆகும். அதாவது,  
 $(7 + 4) + 2 = 7 + (4 + 2)$

எனவே இதனை அடைப்புக் குறியில்லாமல்  $7 + 4 + 2$  என்று எழுதலாம். ஆனால் 7 லிருந்து 4 ஜக் கழித்து அதன்பின் 2 ஜயம் கழித்தால் கிடைப்பது 1 ஆகும் 4 லிருந்து 2 ஜக் கழித்து அதனை 7 லிருந்து கழித்தால் 5 கிடைக்கும் அதாவது,

$$(7 - 4) - 2 = 1$$

$$7 - (4 - 2) = 5$$

எனவே  $7 - 4 - 2$  என்று எழுதினால் அதில் எந்தச் செயலை முதலில் செய்வது என்பதற்கிணங்க விடையும் மாறும். அதனால் செயல்களின் வரிசையைத் தெளிவுபடுத்துவதற்காக அடைப்புக்குறியைப் பயன்படுத்தலாம்.

மற்றொரு எடுத்துக்காட்டைப் பாருங்கள்

$$(108 + 25) - 15 = 108 + (25 - 15) = 108 + 10 = 118$$

இங்கே ஒரு செயலைக் கவனிக்கவும். இவ்வாறு கணக்குக் கூட்ட, கூட்டுகின்ற எண் கழிக்கின்ற எண்ணை விட பெரியதாயிருக்க வேண்டும்: எடுத்துக்காட்டாக இந்த கணக்கைப் பாருங்கள்.

$$(25 + 10) - 15$$

இதைக் கணக்கிடுவதற்கு முதலில் 10 லிருந்து 15 ஜக் கழிக்க முடியாதல்லவா. அப்பொழுது இந்தச் செயல் முறையை ஒரு பொதுக் கருத்தாக எவ்வாறு கூறலாம்?

எந்த எண்ணுடனும் ஒரு பெரிய எண்ணைக் கூட்டிச் சிறிய எண்ணைக் கழித்தாலும், பெரியதிலிருந்து சிறிய எண்ணைக் கழித்துக் கிடைக்கும் எண்ணைக் கூட்டினாலும் ஒரே எண்தான் கிடைக்கும்

இதன் இயற்கணித வடிவமோ?

$$x, y, z \text{ எந்த மூன்று எண்களானாலும், } y > z \text{ எனில் } (x + y) - z = x + (y - z).$$

இதைத் திருப்பி உபயோகிப்பது சில வேளை வசதியாகும். எடுத்துக்காட்டாக இந்தக் கணக்கைப் பாருங்கள்.

25 உடன் 99 ஜக் கூட்டினால் எத்தனை கிடைக்கும்?

இங்கே 99 என்பது 100 லிருந்து 1 ஜக் கழித்தது என நினைத்தால் 99 கூட்டுவதற்குப் பதில் 100 ஜக் கூட்டி 1 ஜக் கழித்தால் போதும் எனக் காணலாமல்லவா?

அப்போது 25 உடன் 100 ஜக் கூட்டினால் 125. அதிலிருந்து 1 ஜக் கழித்தால் 124 என மனதில் கணக்கிடலாம்.

இப்போது செய்த செயல்பாடு என்ன?

$$25 + (100 - 1) = (25 + 100) - 1$$

மேலே இயற்கணித மொழியில் எழுதியதை

$$x + (y - z) = (x + y) - z$$

எனத் திருப்பி வாசித்ததன் செயல்பாடாகும்.



இனிக் கீழேயுள்ள கணக்குகளை மனக்கணக்காகச் செய்யலாமல்லவா:

- (i)  $(136 + 29) - 19$
- (ii)  $\left(3\frac{1}{2} + 5\frac{3}{4}\right) - 2\frac{1}{4}$
- (iii)  $(298 + 14.5) - 12.5$
- (iv)  $23 + (35 - 18)$
- (v)  $65 + 98$

கூட்டிக் கழிப்பதன் கணக்கைப் பார்த்தீர்களா? இனிக் கழித்துக் கூட்டுவதன் கணக்கைப் பார்ப்போம்:

கோடுவின் பணப்பெட்டியில் ரூ 110 உள்ளது. அவன் பேனா வாங்க ரூ 15 ஜி எடுத்தான். ரூ 10 க்குப் பேனா கிடைத்தது. மீதி கிடைத்த ரூ 5 ஜிப் பெட்டியில் போட்டான். இப்போது பெட்டியில் எத்தனை ரூபாய் உள்ளது ?

கோடு செய்த முறையில் கணக்கைக் கூட்டலாம்

$$(i) \quad 15 \text{ ரூபாயை எடுத்த பிறகு பெட்டியில் } 110 - 15 = 95 \text{ ரூ}$$

$$(ii) \quad 5 \text{ ரூபாய் திருப்பிப் போட்ட பின்பு } 95 + 5 = 100 \text{ ரூ}$$

செயல்களைச் செய்து முடித்த பிறகு இப்படியும் ஆலோசிக்கலாம்:

$$(i) \quad 15 \text{ ரூபாயை எடுத்து } 5 \text{ ரூபாயைத் திருப்பிப் போட்டானால் பெட்டியில் } 15 - 5 = 10 \text{ ரூபாய் குறைந்தது.}$$

$$(ii) \quad \text{இப்போது பெட்டியிலுள்ளது } 110 - 10 = 100 \text{ ரூபாய்.}$$

இதைப் போல்  $(234 - 45) + 15$  ஜி எப்படிச் செய்யலாம்?

45 ஜக் கழித்து பின்னர் 15 ஜக் கூட்டினோமென்றால்  $45 - 15 = 30$  தானே கடைசியாகக் கழித்தது, இப்படி ஆலோசித்தால் விடை  $234 - 30 = 204$  என்று இலகுவாகக் கணக்கிடலாம்.

கூட்டவும் கழிக்கவும் செய்யும் செயல்களை எல்லாம் இப்படிச் செய்ய முடியுமா?

$$(29 - 7) + 17$$

என்ற கணக்கில் இப்படி மாற்றி எழுதிச் செய்ய இயலாதல்லவா?

அப்போது இந்தச் செயல்முறையைப் பொதுக் கருத்தாக இப்படிக் கூறலாம்.

எந்த எண்ணிலிருந்தும் ஒரு பெரிய எண்ணைக் கழித்துபின்பு ஒரு சிறிய எண்ணை அந்த எண்ணுடன் கூட்டினால் கிடைப்பதும், பெரிய மற்றும் சிறிய எண்களின் வித்தியாசத்தை அந்த எண்ணிலிருந்து கழித்தால் கிடைப்பதும் ஒரே எண்ணாகும்.

இயற்கணித மொழியில் இப்படியும்:

$$x, y, z \text{ எந்த மூன்று எண்களானாலும், } y > z \text{ எனில் } (x - y) + z = x - (y - z)$$

இதனை

$$x - (y - z) = (x - y) + z$$

என்று திருப்பி வாசிப்பதற்கும் சில பயன்பாடுகள் உண்டு.

237 லிருந்து 99 ஜக் கழிக்க வேண்டுமென்று கருதுக. 99 என்பது 100 லிருந்து 1 ஜக் கழித்துக் கிடைத்தது என்று ஆலோசித்தால், 99 ஜக் கழிப்பதற்குப் பதில் 100 ஜக் கழித்து 1 ஜக் கூட்டினால் போதும் என்பதைப் பார்க்க வேண்டும். 237 லிருந்து 100 ஜக் கழிக்க 137 உடன் 1 ஜக் கூட்டி 138 என்ற விடை எளிதாகக் கிடைக்கும்.

அதாவது,

$$237 - 99 = 237 - (100 - 1) = (237 - 100) + 1 = 137 + 1 = 138$$



இதேப் போல பின்வரும் கணக்குகளை மனக்கணக்காகச் செய்து பார்க்கவும்:

(i)  $(135 - 73) + 23$

(ii)  $(38 - 8\frac{1}{2}) + \frac{1}{2}$

(iii)  $(19 - 6.5) + 2.5$

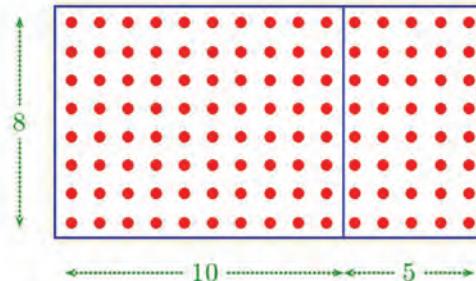
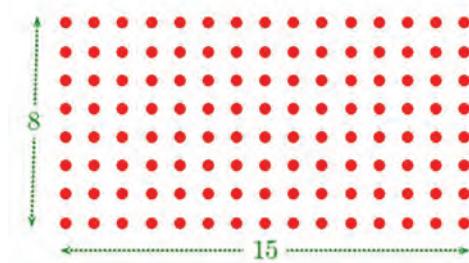
(iv)  $135 - (35 - 18)$

(v)  $240 - (40 - 13)$

### கூட்டலும் கழித்தலும் பெருக்கலும்

$15 \times 8$  ஐக் கண்டுபிடிப்பது எவ்வாறு?

$$15 \times 8 = (10 + 5) \times 8 = (10 \times 8) + (5 \times 8) = 80 + 40 = 120$$



அதாவது 8 ஜி 15 ஆல் பெருக்கினாலும், 10 ஆலும் 5 ஆலும் தனித்தனியாகப் பெருக்கிக் கூட்டினாலும் 120 தான் கிடைக்கும்.

மற்ற எண்களுக்கும் இது சரிதானே. எடுத்துக்காட்டாக  $3\frac{1}{2} \times 4$  ஐக் கணக்கிடுவது எவ்வாறு ?

$$3\frac{1}{2} \times 4 = \left(3 + \frac{1}{2}\right) \times 4 = (3 \times 4) + \left(\frac{1}{2} \times 4\right) = 12 + 2 = 14$$

இதனை ஒரு பொதுக் கருத்தாகக் கூறலாம்.

எந்த இரண்டு எண்களின் தொகையை ஓர் எண் கொண்டு பெருக்கினாலும், ஒவ்வொரு எண்ணையும் வெவ்வேறாகப் பெருக்கிக் கூட்டினாலும் ஒரே எண்தான் கிடைக்கும்.

இயற்கணித மொழியில் இப்படியாகும்:

$x, y, z \text{ எந்த மூன்று எண்களானாலும் } (x + y)z = xz + yz$

தொகைக்குப் பதிலாக வித்தியாசத்தைப் பெருக்குவதும் இதேப் போல செய்யலாம் அல்லவா. எடுத்துக்காட்டாக  $19 \times 25$  ஐக் கணக்கிடவேண்டும் எனக் கருதவும்.  $19 = 20 - 1$  என்பதை உபயோகப்படுத்தினால் இவ்வாறு கணக்கிடலாம் அல்லவா.

$$19 \times 25 = (20 - 1) \times 25 = (20 \times 25) - (1 \times 25) = 500 - 25 = 475$$

இதை ஒரு பொதுக் கருத்தாக எழுதலாம்:

எந்த இரண்டு எண்களின் வித்தியாசத்தை ஓர் எண்ணால் பெருக்கினாலும், வித்தியாசத்திலுள்ள ஒவ்வொரு எண்ணையும் தனித் தனியாகப் பெருக்கிக் கழித்தாலும் ஒரே எண்தான் கிடைக்கும்.

இயற்கணித மொழியில் இப்படியும் எழுதலாம்:

$$x, y, z \text{ எந்த மூன்று எண்களானாலும் } (x - y)z = xz - yz$$

இவற்றைத் திருப்பி எழுதுவதும் சில கணக்குகளைக் கணக்கிடுவதற்கு உதவும்

$$xz + yz = (x + y)z$$

$$xz - yz = (x - y)z$$

எடுத்துக்காட்டாக, 35 ன் பாதியினுடையவும் 15 இன் பாதியினுடையவும் தொகையை இவ்வாறு கணக்கிடலாம்:

$$\left(35 \times \frac{1}{2}\right) + \left(15 \times \frac{1}{2}\right) = (35 + 15) \times \frac{1}{2} = 50 \times \frac{1}{2} = 25$$

வித்தியாசம் இப்படியும் வரும்:

$$\left(35 \times \frac{1}{2}\right) - \left(15 \times \frac{1}{2}\right) = (35 - 15) \times \frac{1}{2} = 20 \times \frac{1}{2} = 10$$



இனிச் சில மனக்கணக்குகளைச் செய்து பார்ப்போம்.

- (i)  $103 \times 15$
- (ii)  $98 \times 25$
- (iii)  $(63 \times 12) + (37 \times 12)$
- (iv)  $(65 \times 11) - (55 \times 11)$
- (v)  $\left(15 \times \frac{3}{4}\right) + \left(5 \times \frac{3}{4}\right)$
- (vi)  $\left(5\frac{1}{2} \times 23\right) - \left(4\frac{1}{2} \times 23\right)$

## இந்திய அரசியலமைப்புச் சட்டம்

### பாகம் 4 அ

#### இந்தியக் குடிமக்களின் அடிப்படைக் கடமைகள்

51 அ பிரிவுக்குறு

- (அ) இந்திய அரசியலமைப்புச் சட்டத்துக்கு இணங்கி ஒழுகுதலும், அதன் உயரிய நோக்கங்களையும் நிறுவனங்களையும் மற்றும் தேசியக் கொடியையும் தேசிய கீத்தையும் மதித்தலும்:
- (ஆ) நம் நாட்டின் விடுதலைப் போராட்டத்திற்கு எழுச்சியூட்டிய உயர்ந்த எண்ணங்களை நெஞ்சில் நிறுத்திப் பின்பற்றுதல்;
- (இ) இந்தியாவின் இறையாண்மையையும் ஒற்றுமையையும் நேர்மையையும் நிலைநிறுத்திக் காப்பாற்றுதல்;
- (ஈ) இந்திய அரசு வேண்டும்போது நாட்டைப் பாதுகாக்கவும் நாட்டுக்காகத் தொண்டு புரியவும் தயாராயிருத்தல்;
- (ஊ) சமயம், மொழி, வட்டாரம், இன வேற்றுமைகள் வரம்பு மீறுகிற நிலையில் அதற்கு எதிராக எல்லா இந்திய மக்களிடையேயும் நல்லினக்கத்தையும், பொதுவான உடன்பிறப்பு உணர்வையும் வளர்த்தல்; பெண்மையின் மதிப்புக்கு இழிவு ஏற்படுத்தும் செயல்களை விட்டொழித்தல்;
- (ஒ) நமது கலவைப் பண்பாட்டின் உயர்ந்த மரபை மதித்துப் பேணுதல்;
- (ஓ) காடுகள், ஏரிகள், ஆறுகள், வனவிலங்குகள் உள்ளிட்ட இயற்கையான சுற்றுப்புறச் சூழலைப் பாதுகாத்து மேம்படுத்தலும், வாழும் உயிர்கள் மீது இரக்கம் கொள்ளுதலும்;
- (ஔ) அறிவியல் சார்ந்த மனப்பாங்கு, மனிதநேயம், விசாரித்து அறியும் உள்ளறிவுத்திறம், சீர்திருத்தத்திறம் ஆகியவற்றை வளர்த்தல்.
- (எ) பொது உடைமைகளைப் பாதுகாத்தலும் வன்முறையை விட்டொழித்தலும்;
- (ஏ) பெரும் முயற்சிகள் சாதனங்களின் உயர்ந்த படிகளை நோக்கி இடைவிடாமல் முன்னேறத்தக்க வகையில் தனிமனித கூட்டு நடவடிக்கையின் எல்லாப் பரப்புகளிலும் முதன்மை நிலை எய்த முயலுதல்;
- (ஐ) ஆறு வயதிற்கும் பதிநான்கு வயதிற்கும் இடைப்பட்ட பருவமுள்ள தன் குழந்தைக்கு, அதன் பெற்றோர் அல்லது பாதுகாவலர் கல்விக்கான வாய்ப்புகளை ஏற்படுத்திக் கொடுத்தல்;
- ஆகிய இவையெனத்தும் ஒவ்வொரு இந்தியக் குடிமகளின் அடிப்படைக் கடமைகளாகும்.

## குழந்தைகளின் உரிமைகள்

அன்பார்ந்த குழந்தைகளே,

உங்கள் உரிமைகள் எவ்வளியன்று தொயிவேண்டாமா? உங்கள் உரிமைகளைப் பாதுகாக்கத் தற்போது ஓர் ஆணையம் செயல்பட்டு வருகிறது. அதன் பெயர் கேரள மாநிலப் பாஸர் உரிமைப் பாதுகாப்பு ஆணையம் என்பதாகும். உரிமைகள் பற்றிய அறிவு, உங்கள் பங்கேற்பு, பாதுகாப்பு, சமூகத்தில் போன்றவற்றை உறுதிப்படுத்த ஆக்கழும் உணக்கழும் அளிக்கிறது இவ்வாணையம். உங்கள் உரிமைகள் எவ்வளியன்று பார்ப்போம்.

- பேசுவதற்கும்கிருத்து வெளியீட்டிற்குமான சுதந்திரம்.
- தனிநபர் சுதந்திரம் மற்றும் உயிர் பாதுகாப்பு உரிமை.
- வாழ்வதற்கும் வளர்வதற்குமான உரிமை.
- ஜாதி-மத-இன-நிற சிந்தனைகளுக்கு அப்பாற்பட்டு மதிப்பதற்கும் அங்கீகிரிப் பதற்குமான உரிமை.
- உடல், உள், பால் பலாத்காரங்களிலிருந்து பாதுகாத்துக்கொள்வதற்கும் பராமரிப்பதற்குமான உரிமை.
- பங்கேற்பிற்கான உரிமை.
- குழந்தை தொழில் மற்றும் ஆபத்தான தொழில்களிலிருந்து விடுதலை.
- குழந்தைத்திருமணத்திலிருந்து பாதுகாப்பு.
- தமது பண்பாட்டை அறிந்து அதற்கேற்ப வாழ வதற்கான உரிமை.
- புறக்கணிப்புகளிலிருந்து பாதுகாப்பு.
- இலவச - கட்டாயக் கல்விக்கான உரிமை.
- விளையாடுவதற்கும் கற்பதற்குமான உரிமை.
- அன்பும் பாதுகாப்பும் நிறைந்த குடும்பத்தையும் சமூகத்தையும் பெறுவதற்கான உரிமை

### சில கடமைகள்

- பள்ளிக்கூடம், பொதுஇடங்கள் ஆகியவற்றை அழியாமல் பாதுகாக்க வேண்டும்.
- பள்ளிக்கூடத்திலும் கற்றல் செயல்பாடு களிலும் ஒழுக்கத்தைக் கட்டபிடிக்க வேண்டும்.
- பள்ளிக்கூட அதிகாரிகள், ஆசிரியர், பெற்றோர், உடன் பயில்வோரை மதிக்கவும் அங்கீகிரிக்கவும் வேண்டும்.
- ஜாதி-மத-இன-நிறச் சிந்தனைகளுக்கு அப்பாற்பட்டு எல்லோரையும் மதித்து அங்கீகிரிப்பதற்கான மன நிலையை அடையவேண்டும்

இதைச் சுருக்கன்ற வேண்டிய முகவரி:



கேரளமாநிலக் குழந்தைகள் உரிமைப் பாதுகாப்பு மையம்  
சமூக நீதித்துறை இயக்ககம், அளைகள் பில்டிங்,

பூஜபுரம், திருவனந்தபுரம் - 12. தொலைபேசி எண் : 0471 - 2326603

இ-மெயில் : [childrights.cpcr@kerala.gov.in](mailto:childrights.cpcr@kerala.gov.in), [rte.eper@kerala.gov.in](mailto:rte.eper@kerala.gov.in)

[www.kesepcr.kerala.gov.in](http://www.kesepcr.kerala.gov.in)

சைல்டு ஹெல்ப் ஸலன்-1098, திரைம் ஸ்டோப்பர்-1090, நிர்ப்பா-1800 425 1400

கேரள போலீஸ் ஹெல்ப் ஸலன் - 0471-324300/44000/45000

Online R. T. E Monitoring : [www.nireekshana.org.in](http://www.nireekshana.org.in)