ഗണിതം

ഭാഗം - 1

സ്റ്റാൻഡേർഡ്
VII

കേരളസർക്കാർ
പൊതുവിദ്യാഭ്യാസവകുപ്പ്

തയ്യാറാക്കിയത്
സംസ്ഥാന വിദ്യാഭ്യാസ ഗവേഷണ പരിശീലന സമിതി (SCERT) കേരളം

2024

ST-357-1-MATHS (M)-7-VOL-1

ദേശീയഗാനം

ജനഗണമന അധിനായക ജയഹേ
ഭാരത ഭാഗ്യവിധാതാ,
പഞ്ചാബസിന്ധു ഗുജറാത്ത മറാഠാ
ദ്രാവിഡ ഉത്ക്കല ബംഗാ,
വിന്ധ്യഹിമാചല യമുനാഗംഗാ,
ഉച്ഛ്വല ജലധിതരംഗാ,
തവശുഭനാമേ ജാഗേ,
തവശുഭ ആശിഷ മാഗേ,
ഗാഹേ തവ ജയ ഗാഥാ
ജനഗണമംഗലദായക ജയഹേ
ഭാരത ഭാഗ്യവിധാതാ
ജയഹേ, ജയഹേ, ജയഹേ,
ജയ ജയ ജയ ജയഹേ!

പ്രതിജ്ഞ

ഇന്ത്യ എന്റെ രാജ്യമാണ്. എല്ലാ ഇന്ത്യക്കാരും എന്റെ സഹോദരീ സഹോദരന്മാരാണ്.

ഞാൻ എന്റെ രാജ്യത്തെ സ്നേഹിക്കുന്നു; സമ്പൂർണ്ണവും വൈവിധ്യപൂർണ്ണവുമായ അതിന്റെ പാരമ്പര്യത്തിൽ ഞാൻ അഭിമാനം കൊള്ളുന്നു.

ഞാൻ എന്റെ മാതാപിതാക്കളെയും ഗുരുക്കന്മാരെയും മുതിർന്നവരെയും ബഹുമാനിക്കും.

ഞാൻ എന്റെ രാജ്യത്തിന്റെയും എന്റെ നാട്ടുകാരുടെയും ക്ഷേമത്തിനും ഐശ്വര്യത്തിനും വേണ്ടി പ്രയത്നിക്കും.

ഗണിതം

7

State Council of Educational Research and Training (SCERT)
Poojappura, Thiruvananthapuram 695012, Kerala
Website : www.scertkerala.gov.in
e-mail : scertkerala@gmail.com, Phone : 0471 - 2341883,
Typesetting and Layout : SCERT
First Edition : 2024
Printed at : KBPS, Kakkanad, Kochi-30
© Department of General Education, Government of Kerala

പ്രിയപ്പെട്ട കുട്ടികളേ,

ഗണിതത്തിലെ അടിസ്ഥാനാശയങ്ങൾ പലതും നാം നേടിക്കഴിഞ്ഞു.
എണ്ണൽസംഖ്യകൾ, ഭിന്നസംഖ്യകൾ, ദശാംശരൂപങ്ങൾ, ബീജഗണിതത്തിലെ ചില കാര്യങ്ങൾ... അങ്ങനെ പലതും.
ഇവയെല്ലാം ഉപയോഗപ്പെടുത്തി യുക്തിസഹമായി പ്രശ്നപരിഹരണം നടത്താനും കാര്യകാരണ ബന്ധം കണ്ടെത്തി വിശദീകരിക്കാനും പാറ്റേണുകൾ പൂർത്തിയാക്കാനുമെല്ലാം നമുക്ക് അവസരം ലഭിച്ചിട്ടുണ്ട്.
ഇനിയും നാം മുന്നോട്ടു പോകുകയാണ്.
നേടിയ ആശയങ്ങളുടെ കൂടുതൽ പ്രയോഗതലങ്ങളിലേക്ക്, പുതിയ ക്രിയാരീതികളിലേക്ക്, സംഖ്യാബന്ധങ്ങളുടെ യുക്തി കണ്ടെത്തി സ്വന്തം ഭാഷയിൽ വിശദീകരിക്കുകയും ഗണിതഭാഷയിൽ എഴുതുകയും ചെയ്യുന്നതിലേക്ക്, ജ്യാമിതിയുടെ ആഴത്തിലുള്ള വിശകലനത്തിലേക്ക്, കൂടുതൽ സങ്കീർണ്ണമായ പ്രശ്നപരിഹരണത്തിലേക്ക്, ഗണിതചിന്തയുടെയും ഗണനചിന്തയുടെയും പുതിയ സാധ്യതകളിലേക്ക്, ആത്മവിശ്വാസത്തോടെ ചിന്തിച്ചും രസിച്ചും കൂട്ടുകൂടിയും പുതിയ രീതികൾ അന്വേഷിച്ചും നമുക്ക് മുന്നോട്ടു പോകാം.

സ്നേഹാശംസകളോടെ,

ഡോ. ജയപ്രകാശ് ആർ.കെ.
ഡയറക്ടർ
എസ്.സി.ഇ.ആർ.ടി., കേരളം

പാഠപുസ്തകരചനാസമിതി

അഡ്വൈസർ

ഡോ. ഈ. കൃഷ്ണൻ,
ഗണിതവിഭാഗം മേധാവി (റിട്ട.),
യൂണിവേഴ്സിറ്റി കോളേജ്, തിരുവനന്തപുരം

ചെയർപേഴ്സൺ

സി. വേണുഗോപാൽ
അസിസ്റ്റന്റ് പ്രൊഫസർ (റിട്ട.)
ഐ. എ. എസ്. ഇ., തൃശൂർ

വിദഗ്ധർ

ഡോ. റ്റി. ജി. ശരച്ചന്ദ്രൻ
ഡെപ്യൂട്ടി ഡയറക്ടർ (റിട്ട.),
കോളേജ് വിദ്യാഭ്യാസ വകുപ്പ്, കേരളം

ഡോ. പ്രീനു സി. എസ്.
അസിസ്റ്റന്റ് പ്രൊഫസർ,
യൂണിവേഴ്സിറ്റി കോളേജ്, തിരുവനന്തപുരം

അംഗങ്ങൾ

കുഞ്ഞബ്ദുള്ള എം.
റിട്ടയേർഡ് ഹെഡ്മാസ്റ്റർ
മുയിപ്പോത്ത് എം.യു.പി. സ്കൂൾ,
കോഴിക്കോട്

തുളസീധരൻ പിള്ള കെ.ജി.
ട്രെയിനർ, ബി.ആർ.സി. അഞ്ചൽ,
കൊല്ലം

സുരേഷ് ബാബു റ്റി.
റിട്ട.എൽ.പി.എസ്.റ്റി.
യു.പി.ജി.എസ്, പുനുക്കന്നൂർ,
കൊല്ലം

സജീവ് സി.എസ്.
എച്ച്.എസ്.എസ്.ടി. ഗണിതം
ജി.എച്ച്.എസ്.എസ്.
എടത്തനാട്ടുകര, പാലക്കാട്

അച്ചുതൻ സി.ജി.
എച്ച്. എസ്. എസ്. ടി. (ഗണിതം)
ജി.എച്ച്.എസ്.എസ്. കാരാക്കുറിശ്ശി,
പാലക്കാട്

ഡി.കെ. ബിജു
യു.പി.എസ്.എ.
കുറുവങ്ങാട് സൗത്ത് യു.പി. സ്കൂൾ
കൊയിലാണ്ടി, കോഴിക്കോട്

ഫാത്തിമ കെ.
യു.പി.എസ്.ടി.,
ജി.എച്ച്.എസ്.എസ്.
കരുവാരകുണ്ട്, മലപ്പുറം

ജോബിൻ കുരുവിള
യു.പി.എസ്.റ്റി., സെന്റ് ആന്റണീസ്
ഹയർ സെക്കന്ററി സ്കൂൾ,
പൂഞ്ഞാർ, കോട്ടയം

ധനേശൻ എം. വി.
എച്ച്.എസ്.എസ്.ടി. ഇംഗ്ലീഷ്
ജി.എഫ്.എച്ച്.എസ്.എസ്.
പടന്നക്കടപ്പുറം, കാസറഗോഡ്

രാജീവ് എൻ.ടി.
ജി.എച്ച്.എസ്.എസ്. തരിയോട്,
വയനാട്

പ്രകാശൻ പാച്ചൻ
പരുത്തിയറ

ഹരികൃഷ്ണൻ ജി.
എൽ.ടി.എ., ഗവ. വി.എച്ച്.എസ്.എസ്.
ഫോർ ഗേൾസ് കൊട്ടാരക്കര

അക്കാദമിക് കോഡിനേറ്റർ

ഡോ. ശിവകുമാർ കെ.എസ്.
റിസർച്ച് ഓഫീസർ, എസ്.സി.ഇ.ആർ.ടി.

സംസ്ഥാന വിദ്യാഭ്യാസ ഗവേഷണ പരിശീലന സമിതി (SCERT)
വിദ്യാഭവൻ, പൂജപ്പുര, തിരുവനന്തപുരം 695 012

ഉള്ളടക്കം

1.	സമാന്തരവരകൾ	7
2.	ഭിന്നസംഖ്യകൾ	23
3.	ത്രികോണങ്ങൾ	43
4.	വിപരീതഭിന്നങ്ങൾ	61
5.	ദശാംശരീതികൾ	69
6.	അംശബന്ധം	83
7.	കണക്കിലെ ചുരുക്കെഴുത്ത്	93

ഈ പുസ്തകത്തിൽ സൗകര്യത്തിനായി
ചില ചിഹ്നങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ചിരിക്കുന്നു

കണക്കു ചെയ്തു നോക്കാം

ഐ.സി.റ്റി. സാധ്യത

ഭാരതത്തിന്റെ ഭരണഘടന

ആമുഖം

ഭാരതത്തിലെ ജനങ്ങളായ നാം ഭാരതത്തെ ഒരു [1]**[പരമാധികാര സ്ഥിതിസമത്വ മതേതര ജനാധിപത്യ റിപ്പബ്ലിക്കായി]** സംവിധാനം ചെയ്യുവാനും അതിലെ പൗരന്മാർക്കെല്ലാം:

സാമൂഹ്യവും സാമ്പത്തികവും രാഷ്ട്രീയവും ആയ **നീതിയും**;

ചിന്തയ്ക്കും ആശയപ്രകടനത്തിനും വിശ്വാസത്തിനും മതനിഷ്ഠയ്ക്കും ആരാധനയ്ക്കും ഉള്ള **സ്വാതന്ത്ര്യവും**;

പദവിയിലും അവസരത്തിലും **സമത്വവും**; സംപ്രാപ്തമാക്കുവാനും;

അവർക്കെല്ലാമിടയിൽ

വ്യക്തിയുടെ അന്തസ്സും [2][രാഷ്ട്രത്തിന്റെ ഐക്യവും അഖണ്ഡതയും] ഉറപ്പുവരുത്തിക്കൊണ്ട് **സാഹോദര്യം** പുലർത്തുവാനും;

സഗൗരവം തീരുമാനിച്ചിരിക്കയാൽ;

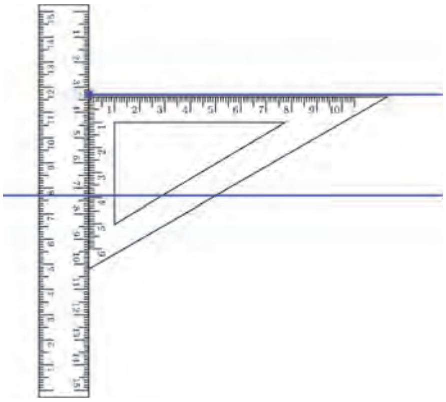
നമ്മുടെ ഭരണഘടനാനിർമ്മാണസഭയിൽ ഈ 1949 നവംബർ ഇരുപത്താറാം ദിവസം **ഇതിനാൽ ഈ ഭരണഘടനയെ സ്വീകരിക്കുകയും നിയമമാക്കുകയും നമുക്കുതന്നെ പ്രദാനം ചെയ്യുകയും ചെയ്യുന്നു.**

---

1. 1976 - ലെ ഭരണഘടന (നാല്പത്തിരണ്ടാം ഭേദഗതി) ആക്റ്റ് 2-ാം വകുപ്പു പ്രകാരം "പരമാധികാര ജനാധിപത്യ റിപ്പബ്ലിക്" എന്നതിന് പകരം ചേർത്തത് (3.1.1977 മുതൽ പ്രാബല്യം).
2. മേല്പറഞ്ഞ ആക്റ്റ് 2-ാം വകുപ്പു പ്രകാരം "രാഷ്ട്രത്തിന്റെ ഐക്യം" എന്നതിനു പകരം ചേർത്തത് (3.1.1977 മുതൽ പ്രാബല്യം).

1 സമാന്തരവരകൾ

ഓർമ്മ പുതുക്കാൻ

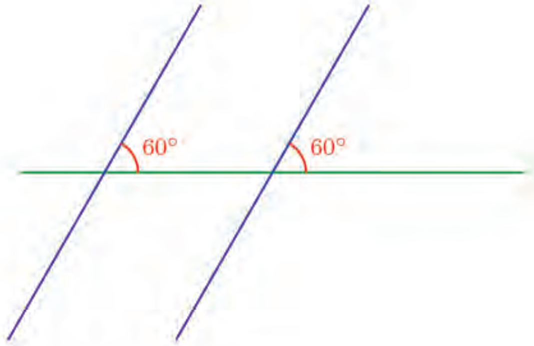


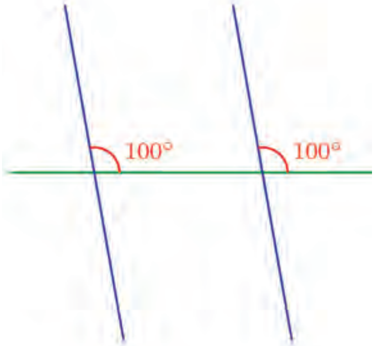
ആറാം ക്ലാസിൽ സമാന്തരവരകളെക്കുറിച്ച് കേട്ടിട്ടുണ്ടല്ലോ.

എത്ര നീട്ടിയാലും കൂട്ടിമുട്ടാത്ത, തമ്മിലുള്ള അകലം മാറാത്ത, വരകൾ.

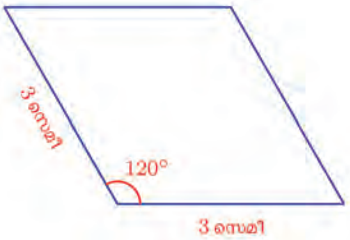
സ്കെയിലും മട്ടവും ഉപയോഗിച്ച് ഇവ വരച്ചിട്ടുമുണ്ട്.

ഒരു വരയുമായി ഒരേ ചരിവിൽ വരയ്ക്കുന്ന രണ്ടു വരകൾ സമാന്തരമാണെന്നും കണ്ടിട്ടുണ്ട്.



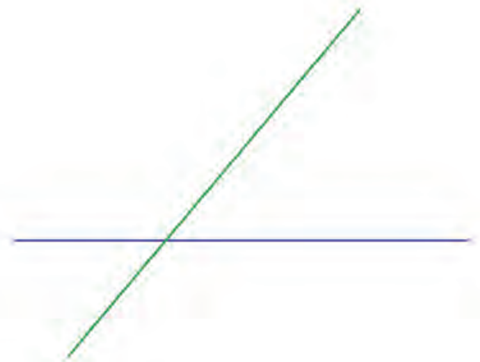


രണ്ടു ജോടി എതിർവശങ്ങളും സമാന്തരമായ ചതുർഭുജമാണ് സാമാന്തരികം എന്നും അറിയാം. അപ്പോൾ ഈ സാമാന്തരികം ഇതേ അളവുകളിൽ വരയ്ക്കാമോ ?

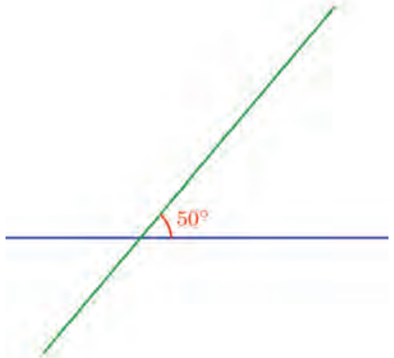


വരകളും കോണുകളും

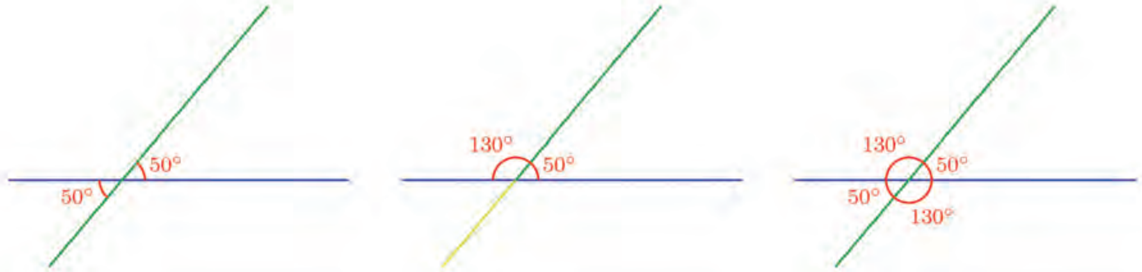
ഒരു വര മറ്റൊരു വരയെ മുറിച്ചുകടക്കുമ്പോൾ അവയുടെ ഇടയിൽ എത്ര കോണുകളുണ്ടാകും ?



ഇതിൽ ഒരെണ്ണം അറിയാമെങ്കിൽ, മറ്റ് മൂന്നും കണക്കാക്കാമോ ?

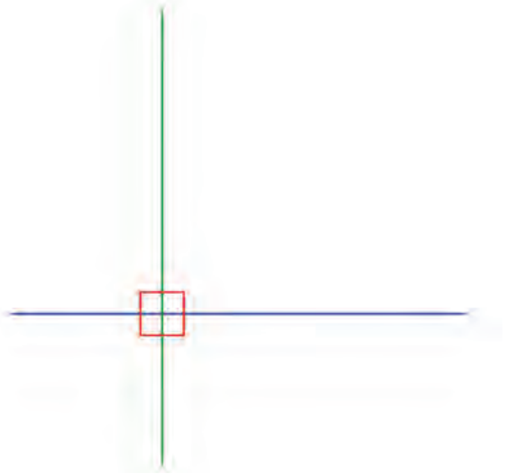


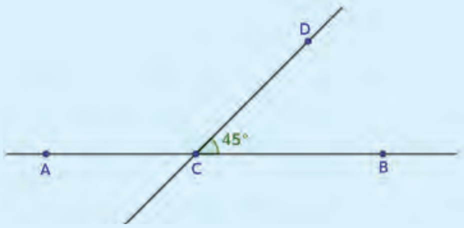
ഇതും ആറാംക്ലാസിൽ കണ്ട കാര്യമാണ്.



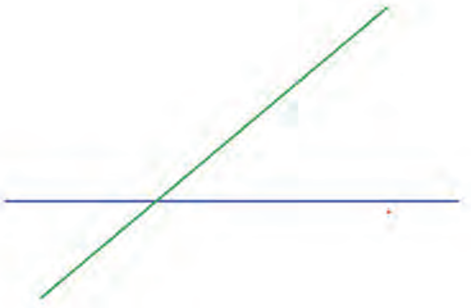
ഇങ്ങനെയുള്ള നാലു കോണുകൾ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം പൊതുവായി പറയുന്നതെങ്ങനെ ?

മുറിച്ചു കടക്കുന്ന വരകൾ ലംബമാണെങ്കിൽ, പ്രത്യേകിച്ചൊന്നും പറയാനില്ല; എല്ലാ കോണുകളും 90°.

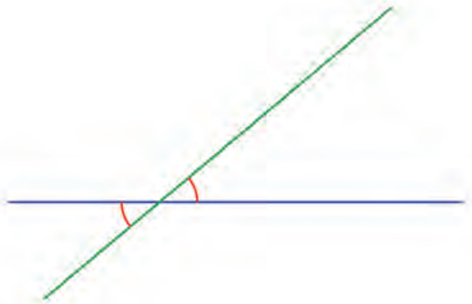


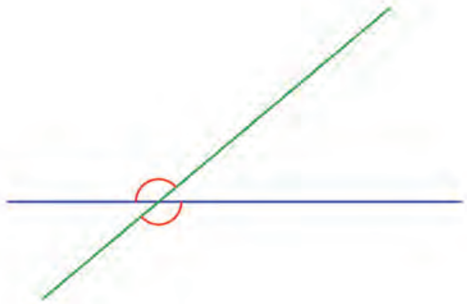
>
> *AB* എന്ന ഒരു വര വരച്ച് അതിൽ ഒരു ബിന്ദു *C* യും വരയുടെ പുറത്ത് ഒരു ബിന്ദു *D* യും അടയാളപ്പെടുത്തുക *C, D* എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽക്കൂടി കടന്നുപോകുന്ന വര വരയ്ക്കുക. $\angle BCD$ കണ്ടുപിടിക്കുക. ഇതിന് Angle ടൂള് ഉപയോഗിച്ച് *B, C, D* എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽ ക്രമമായി ക്ലിക്കുചെയ്താൽ മതി (മറ്റേതെങ്കിലും ക്രമത്തിൽ ക്ലിക്കുചെയ്താൽ എന്തുസംഭവിക്കുമെന്ന് നോക്കൂ).
>
> 
>
>
> ഇതുപോലെ മറ്റ് കോണുകളും അടയാളപ്പെടുത്തുക. കോണളവുകൾ തമ്മിൽ എന്താണ് ബന്ധം? *D* യുടെ സ്ഥാനം മാറ്റി നോക്കൂ. കോണുകൾ മാറുന്നില്ലേ? അവ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം മാറുന്നുണ്ടോ?

ഒന്ന് അല്പം ചരിഞ്ഞ വര ആയാലോ ?



രണ്ടു ചെറിയ കോണുകളും, രണ്ടു വലിയ കോണുകളും

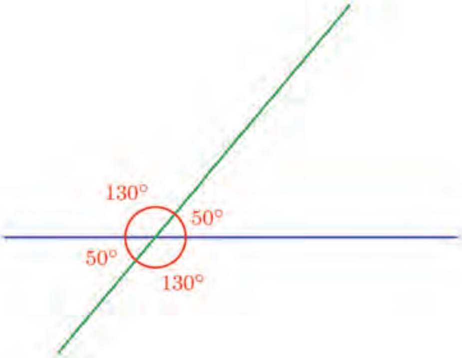




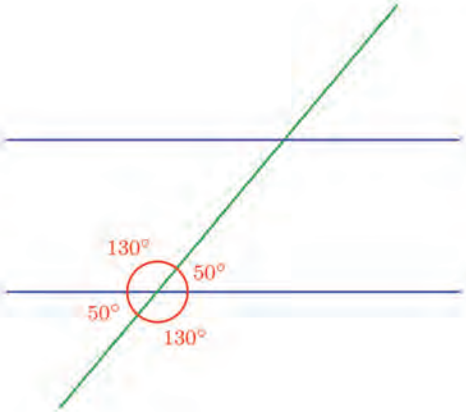
ഇവ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം എന്താണ്?

- ചെറിയ കോണുകൾ രണ്ടിനും ഒരേ അളവ്.
- വലിയ കോണുകൾ രണ്ടിനും ഒരേ അളവ്.
- ഒരു ചെറിയ കോണും, ഒരു വലിയ കോണും കൂട്ടിയാൽ 180°.

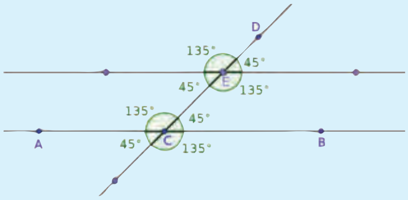
ഇനി നേരത്തെ വരച്ച ചിത്രം ഒന്നുകൂടി നോക്കൂ:



നീല വരയ്ക്ക് സമാന്തരമായി മുകളിൽ ഒരു വര കൂടി വരച്ചാലോ ?



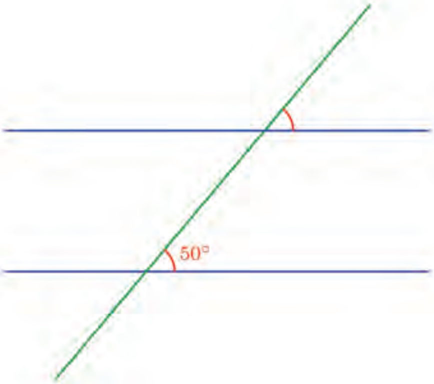
മുൻ പ്രവർത്തനത്തിലേതുപോലെ പരസ്പരം കൂട്ടിമുട്ടുന്ന രണ്ടു വരകൾ വരച്ച് അവയ്ക്കിടയിലെ കോണുകൾ അടയാളപ്പെടുത്തുക. *CD* എന്ന വരയിൽ *E* എന്ന ഒരു ബിന്ദു അടയാളപ്പെടുത്തി അതിലൂടെ *AB* യ്ക്ക് സമാന്തരമായി ഒരു വര വരയ്ക്കുക. *E* യ്ക്കു ചുറ്റുമുള്ള നാലു കോണുകളും അടയാളപ്പെടുത്തുക (കോണുകൾ അടയാളപ്പെടുത്താനുള്ള സൗകര്യത്തിനായി വരയിൽ കൂടുതൽ ബിന്ദുക്കൾ അടയാളപ്പെടുത്താവുന്നതാണ്).



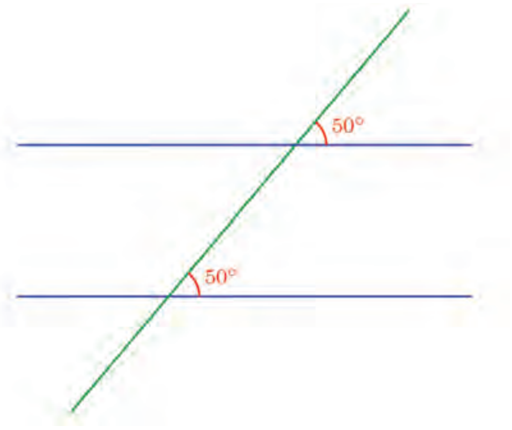
ഇപ്പോൾ അടയാളപ്പെടുത്തിയിട്ടുള്ള എട്ടു കോണുകളും തമ്മിൽ എന്താണ് ബന്ധം. *D* യുടെ സ്ഥാനം മാറ്റിനോക്കൂ. കോണളവുകൾ മാറുമ്പോഴും അവ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം മാറുന്നുണ്ടോ ? *E* യുടെ സ്ഥാനം മാറ്റിനോക്കൂ. *E* എന്ന ബിന്ദു *C* യിൽ എത്തുമ്പോൾ എന്ത് സംഭവിക്കുന്നു ?

മുകളിലെ നീല വരയും, പച്ച വരയുമായി നാലു കോണുകൾ ഉണ്ടാക്കുന്നുണ്ടല്ലോ. അവയെക്കുറിച്ച് എന്തു പറയാം ?

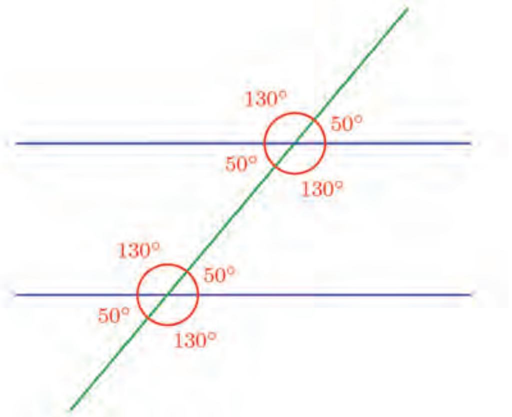
താഴത്തെ ചെറിയ കോണും അതിനു മുകളിൽ അടയാളപ്പെടുത്തിയ കോണും മാത്രം നോക്കാം:



നീല വരകൾ സമാന്തരമായതിനാൽ, ഇവ രണ്ടും ഒരേ അളവിൽ ആകണമല്ലോ.



അപ്പോൾ മുകളിലെ മറ്റ് കോണുകളോ ?

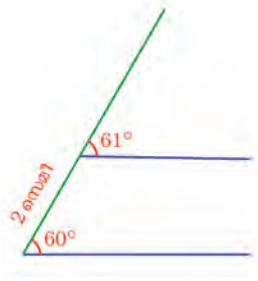


തുടങ്ങുന്നത് 50° ക്കു പകരം മറ്റേതെങ്കിലും അളവിലുള്ള കോണായാൽ, മറ്റു കോണുകളുടെയും അളവുകൾ മാറുമെങ്കിലും, കോണുകൾ തമ്മിലുള്ള ബന്ധങ്ങൾ ഇതുപോലെതന്നെ ആയിരിക്കുമല്ലോ. അതായത്,

സമാന്തരമായ രണ്ടു വരകളെ മറ്റൊരു വര മുറിച്ചു കടക്കുന്നത് ഒരേ അളവുള്ള കോണുകളിലാണ്

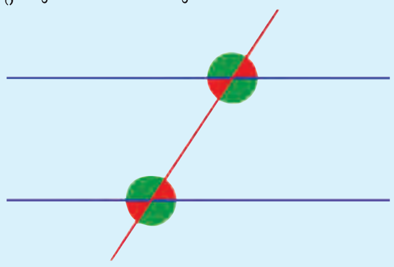
കോൺ മാറിയാൽ

രണ്ടു വരകൾക്ക് മറ്റൊരു വരയുമായുള്ള ചരിവ് അല്പം വ്യത്യസ്തമായാൽപ്പോലും, അവ സമാന്തരമാകില്ല. ഉദാഹരണമായി ഈ ചിത്രം നോക്കുക:

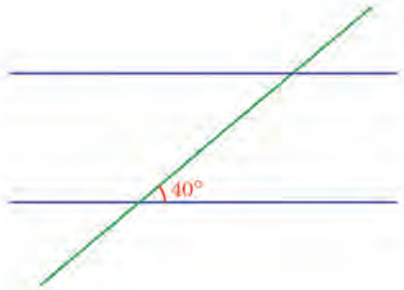


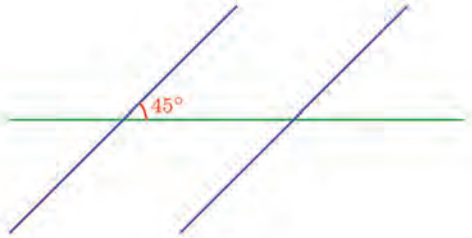
ചിത്രത്തിലെ നീല വരകൾ സമാന്തരമാണെന്ന് തോന്നുമെങ്കിലും, കോണുകൾക്ക് 1° വ്യത്യാസമുള്ളതിനാൽ, അവ വേണ്ടത്ര നീട്ടിയാൽ കൂട്ടിമുട്ടും. എത്ര നീട്ടണമെന്ന് കണക്കുകൂട്ടാൻ കഴിയും. ഇവ കൂട്ടിമുട്ടാൻ, ഒരു മീറ്ററിലധികം നീട്ടേണ്ടി വരും!

മുൻ പ്രവർത്തനത്തിലേതുപോലെ രണ്ടു സമാന്തരവരകളും അവയെ മുറിച്ച് കടക്കുന്ന ഒരു വരയും വരയ്ക്കുക. മുറിച്ചു കടക്കുന്ന ബിന്ദുക്കൾക്കു ചുറ്റുമുള്ള എട്ടു കോണുകളും അടയാളപ്പെടുത്തുക. അവയുടെ അളവുകൾ മറച്ചുവയ്ക്കാം (Right click ചെയ്ത് Show label എന്നതിലെ ✓ അടയാളം കളഞ്ഞാൽ മതി). ഒരേ അളവുള്ള നാല് ചെറിയ കോണുകൾക്കും ഒരേ നിറം നൽകുക (Right Click → Object Properties → Colour ഇതിൽ നിന്ന് ആവശ്യമുള്ള നിറം തെരഞ്ഞെടുക്കാം. Opacity കൂടി വർദ്ധിപ്പിക്കാം). അതുപോലെ ഒരേ അളവുള്ള നാല് വലിയ കോണുകൾക്കും മറ്റൊരു നിറം നൽകുക.



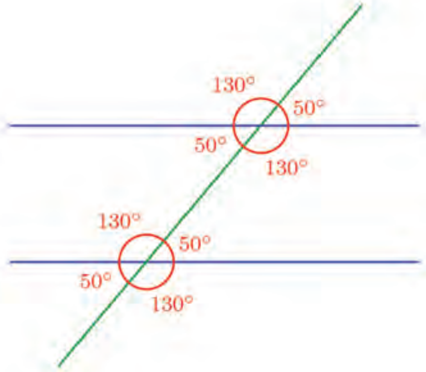
ചുവടെയുള്ള ചിത്രങ്ങളിൽ സമാന്തരമായ നീല വരകൾ, പച്ച വരയുമായി ഉണ്ടാക്കുന്ന മറ്റ് ഏഴ് കോണുകൾ കണക്കാക്കാമോ ?





കോൺ പൊരുത്തങ്ങൾ

രണ്ട് വരകൾ മുറിച്ചു കടക്കുമ്പോൾ ഉണ്ടാകുന്ന നാലു കോണുകൾ തമ്മിലുള്ള ബന്ധങ്ങൾ പൊതുവായി പറഞ്ഞല്ലോ. ഇതുപോലെ രണ്ടു സമാന്തരവരകളെ മറ്റൊരു വര മുറിച്ചു കടക്കുന്ന എട്ട് കോണുകളും തമ്മിലുള്ള ബന്ധങ്ങളെക്കുറിച്ചും പൊതുവായി എന്തു പറയാം ?



നേരത്തെ കണ്ട ഈ ചിത്രം വീണ്ടും നോക്കാം:

താഴത്തെ നാലു കോണുകൾ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം പറഞ്ഞു കഴിഞ്ഞു; ഇതുതന്നെയാണ് മുകളിലെ നാലു കോണുകൾ തമ്മിലുള്ള ബന്ധവും.

താഴത്തെ ഒരു കോണും, മുകളിലെ ഒരു കോണും എടുത്താലോ ?

രണ്ടും ചെറിയ കോണുകളായാൽ, രണ്ടും 50°.

രണ്ടും വലിയ കോണുകളായാൽ, രണ്ടും 130°.

ഒന്നു ചെറുതും മറ്റൊന്ന് വലുതും ആയാൽ, ചെറുത് 50°, വലുത് 130°; തുക 180°.

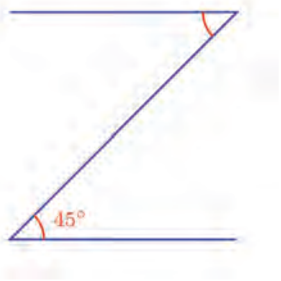
കോണുകൾ മാറിയാലും ഈ ബന്ധങ്ങൾക്ക് മാറ്റമുണ്ടാകില്ലല്ലോ. അപ്പോൾ പൊതുവായി ഇങ്ങനെ പറയാം:

സമാന്തരമായ രണ്ടു വരകളെ ഒരു ചരിഞ്ഞ വര മുറിച്ചു കടക്കുമ്പോൾ ഉണ്ടാകുന്ന കോണുകളിൽ

- ചെറിയ കോണുകൾക്കെല്ലാം ഒരേ അളവാണ്.
- വലിയ കോണുകൾക്കെല്ലാം ഒരേ അളവാണ്.
- ഒരു ചെറിയ കോണും ഒരു വലിയ കോണും കൂട്ടിയാൽ 180° ആകും.

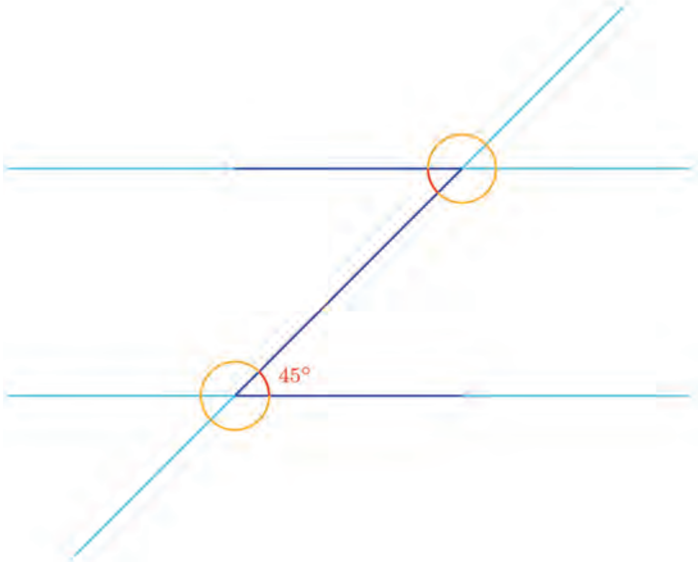
മുറിക്കുന്ന വര, സമാന്തരവരകളിൽ ഒന്നിന് ലംബമായാൽ, മറ്റേ വരയ്ക്കും ലംബമാകും; എല്ലാ കോണുകളും മട്ടമാകും.

ഇനി ഈ ചിത്രം നോക്കൂ:



മുകളിലെയും താഴത്തെയും വരകൾ സമാന്തരമാണ്. മുകളിലെ കോൺ എത്രയാണ് ?

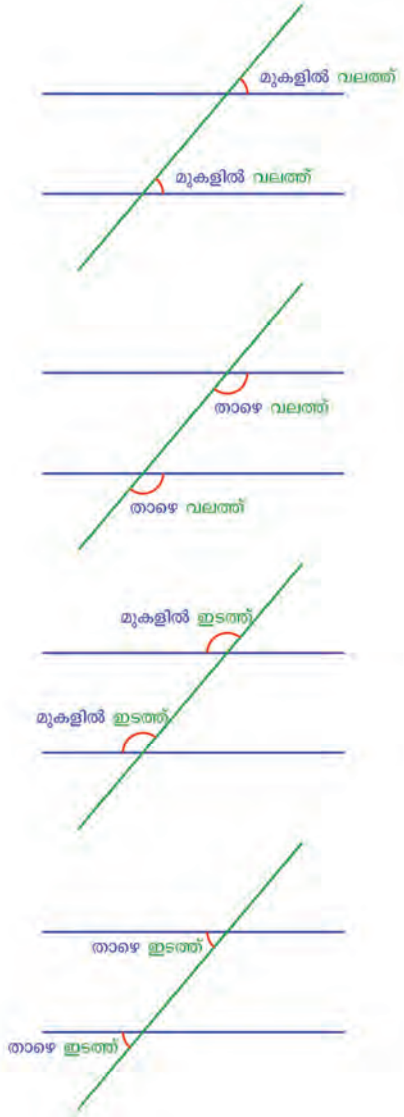
കോണുകളെല്ലാം വ്യക്തമാകാൻ, വരകൾ നീട്ടി വരച്ചതായി സങ്കല്പിക്കാം:



അപ്പോൾ മുകളിലും താഴെയുമുള്ള സാമന്തരവരകളെ ചരിഞ്ഞവര മുറിച്ച് കടക്കുന്ന കോണുകളിൽ ചെറിയ രണ്ടെണ്ണമാണ് ആദ്യചിത്രത്തിലെ കോണുകൾ എന്നു കാണാം. അതിനാൽ അവയ്ക്ക് ഒരേ അളവാണ്.

സ്ഥാനവും കോണും

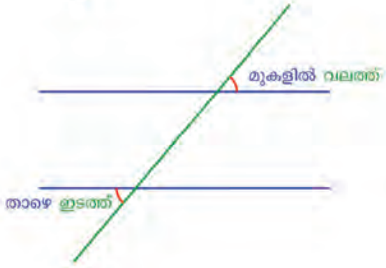
രണ്ടു സമാന്തരവരകളെ മറ്റൊരു വര മുറിച്ചു കടക്കുമ്പോൾ ഉണ്ടാകുന്ന കോണുകളെ, അവയുടെ സ്ഥാനങ്ങൾ അനുസരിച്ച് ഇനം തിരിക്കാം. വരകളുടെ ഒരേ സ്ഥാനത്ത് വരുന്ന ജോടികളാണ് ചുവടെയുള്ള ചിത്രങ്ങളിൽ



ഓരോ ജോടിയെയും, സമാനകോണുകൾ (corresponding angles) എന്നാണ് പറയുന്നത്. ഓരോ ജോടിയിലെയും കോണുകൾക്ക് ഒരേ അളവാണ്.

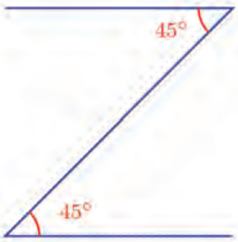
എതിർസ്ഥാനങ്ങൾ

രണ്ടു സമാന്തരവരകളെ മറ്റൊരു വര മുറിച്ചു കടക്കുമ്പോൾ ഉണ്ടാകുന്ന കോണുകളിൽ എതിർസ്ഥാനത്തുവരുന്ന ജോടികളാണ് ചുവടെയുള്ള ചിത്രങ്ങളിൽ

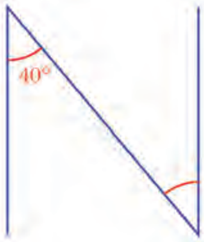


ഓരോ ജോടിയെയും, മറുകോണുകൾ (alternate angles) എന്നാണ് പറയുന്നത്. ഓരോ ജോടിയിലെയും കോണുകൾക്ക് ഒരേ അളവാണ്.

അതായത്, മുകളിലെ കോണും 45° തന്നെ.



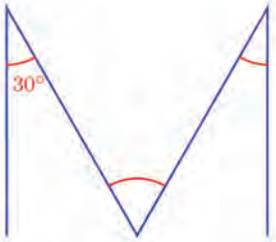
ചിത്രം ഇങ്ങനെ ആയാലോ ?



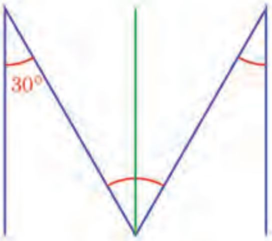
ഇത് ആദ്യത്തെ ചിത്രം തന്നെ കോൺ അല്പം മാറ്റി, ഒന്നു കറക്കി വച്ചതല്ലേ ?

മറ്റേ കോൺ എത്രയാണ് ?

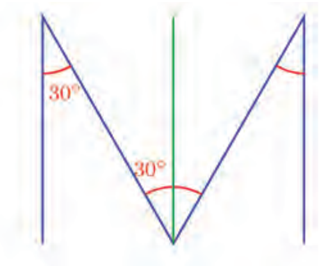
ഇനി ഈ ചിത്രം നോക്കൂ:



കുത്തനെയുള്ള വരകൾ സമാന്തരമാണ്. പക്ഷേ അവ രണ്ടിനെയും മുറിച്ചു കടക്കുന്ന വരയൊന്നും ഇല്ലല്ലോ. കുത്തനെ ഒരു വര കൂടി വരച്ചാലോ ?

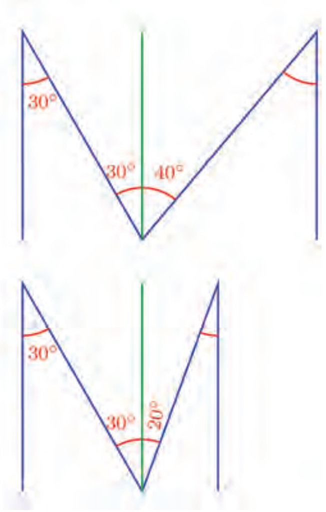


അപ്പോൾ നടുവിലെ കോൺ രണ്ടു ഭാഗമായി. അതിലെ ഇടതു ഭാഗം കണക്കാക്കാമല്ലോ.

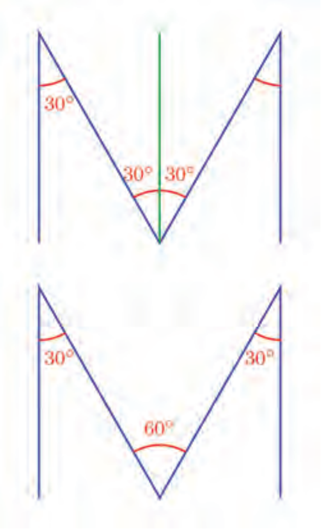


കോണിന്റെ വലത് ഭാഗമോ ?

അത് പലതായി എടുത്തുവരച്ച് നോക്കാം:

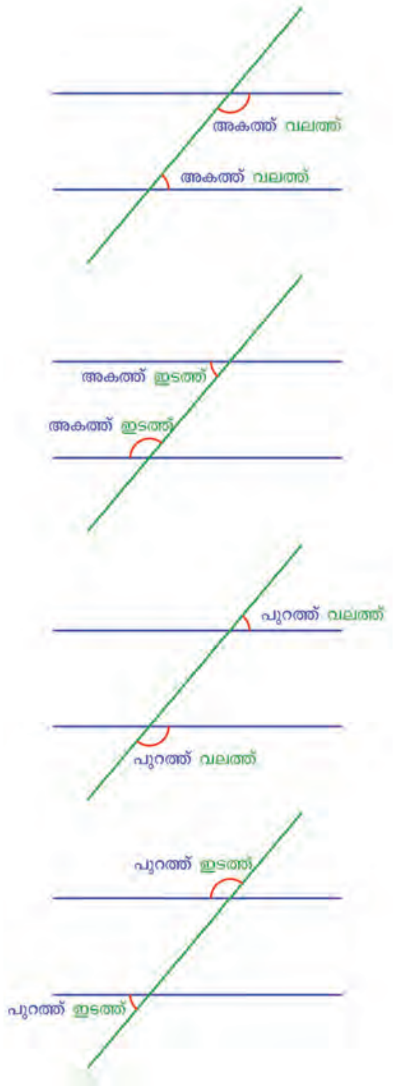


ചിത്രം ഭംഗിയാകണമെങ്കിൽ ഈ കോൺ എത്രയായി എടുക്കണം ?



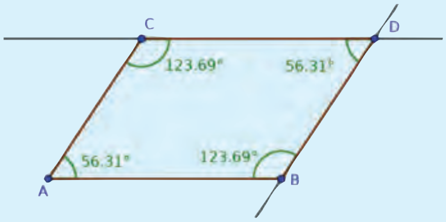
അകത്തും പുറത്തും

രണ്ടു സമാന്തരവരകളെ മറ്റൊരു വര മുറിച്ചു കടക്കുമ്പോൾ ഉണ്ടാകുന്ന കോണുകളിൽ, സമാന്തരവരകൾക്ക് ഇടയ്ക്കുള്ള ജോടികളും അവയ്ക്കു പുറത്തുള്ള ജോടികളുമാണ് ചുവടെ കാണിച്ചിരിക്കുന്നത്.



ആദ്യത്തെ രണ്ടു ജോടികളെ ആന്തരസഹ കോണുകൾ എന്നും (co-interior angles) അവസാനത്തെ രണ്ടു ജോടികളെ ബാഹ്യസഹ കോണുകൾ (co-exterior angles) എന്നുമാണ് പറയുന്നത്. ഓരോ ജോടിയിലെയും കോണുകളുടെ തുക 180° ആണ്.

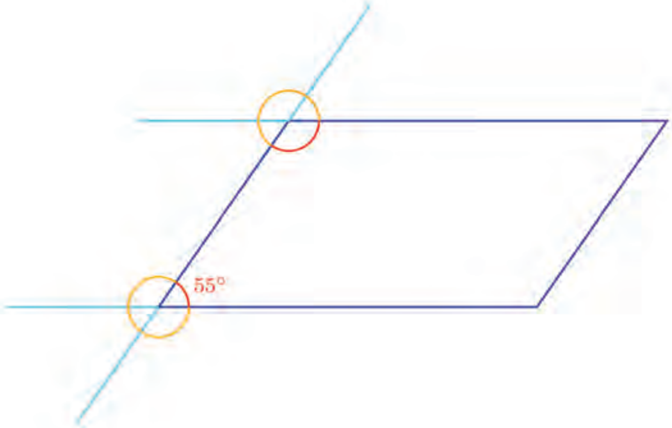
ഒരു സാമാന്തരികം വരയ്ക്കാം. ഇതിനായി AB എന്ന ഒരു വരയും AC എന്ന ഒരു വരയും വരയ്ക്കുക. B യിലൂടെ AC ക്ക് സമാന്തരമായും C യിലൂടെ AB ക്ക് സമാന്തരമായും വരകൾ വരച്ച് അവ കൂട്ടിമുട്ടുന്ന ബിന്ദു D അടയാളപ്പെടുത്തുക. Polygon ടൂൾ ഉപയോഗിച്ച് സാമാന്തരികം $ABDC$ വരയ്ക്കുക. Angle ടൂളുപയോഗിച്ച് സാമാന്തരികത്തിനുള്ളിൽ ക്ലിക്കു ചെയ്താൽ എല്ലാ കോണുകളും കാണാൻ സാധിക്കും.



ഈ കോണുകൾ തമ്മിൽ എന്താണ് ബന്ധം ? C യുടെ സ്ഥാനം മാറ്റിനോക്കൂ. കോണുകൾ മാറുന്നുണ്ടോ? അവ തമ്മിലുള്ള ബന്ധമോ ?

മറ്റൊരു ചോദ്യം: ചുവടെയുള്ള സാമാന്തരികത്തിന്റെ മറ്റു കോണുകൾ കണക്കാക്കാമോ ?

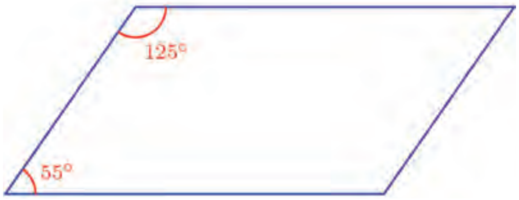
ആദ്യം 55° കോണിന് മുകളിലുള്ള കോൺ നോക്കാം. ഇത് കണക്കാക്കാൻ, മുകളിലത്തെയും താഴത്തെയും വശങ്ങളായ സമാന്തരവരകളെ ഇടത് വശം മുറിച്ചുകടക്കുന്ന കോണുകൾ നോക്കാം:



ഈ കോണുകളിലെ ഒരു ചെറിയ കോണും വലിയ കോണുമാണ്, 55° കോണും, അതിനു മുകളിലെ കോണും.

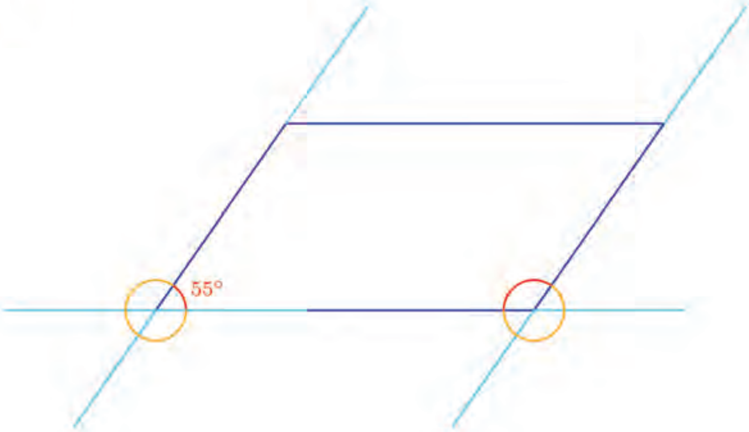
അതിനാൽ അവയുടെ തുക 180°.

അപ്പോൾ മുകളിലെ കോൺ, 180° – 55° = 125°.



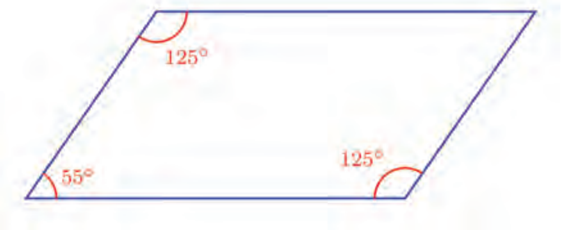
ഇനി 55° കോണിന്റെ വലത് വശത്ത് അടയാളപ്പെടുത്തിയ കോൺ നോക്കാം.

ഇത് കണക്കാക്കാൻ, സാമാന്തരികത്തിന്റെ ഇടതും വലതും വശങ്ങളായ സമാന്തരവരകളെ താഴത്തെ വശം മുറിച്ചു കടക്കുന്ന കോണുകൾ നോക്കാം:



ഈ കോണുകളിലെ ഒരു ചെറിയ കോണും വലിയ കോണുമാണ്, 55° കോണും, അതിന്റെ വല തുവശത്തുള്ള കോണും.

അപ്പോൾ നേരത്തെ കണക്കാക്കിയതുപോലെ ഈ കോണും 125° തന്നെ



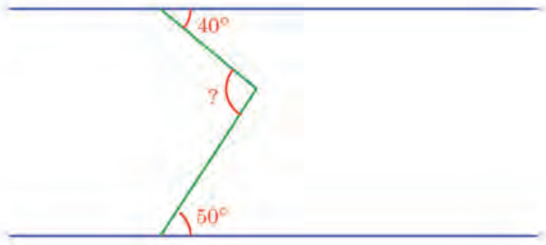
ഇതുപോലെ നാലാമത്തെ കോണും കണക്കാക്കിക്കൂടേ ? ചെയ്തുനോക്കൂ.

ഇനി ഈ കണക്കുകൾ ചെയ്തു നോക്കൂ:

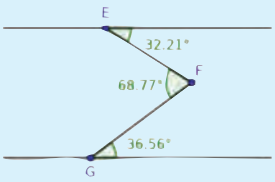
(1) ചിത്രത്തിലെ സാമാന്തരികം, തന്നിരിക്കുന്ന അളവുകളിൽ വരയ്ക്കുക:

അതിലെ മറ്റു മൂന്നു കോണുകൾ കണക്കാക്കുക.

(2) ചിത്രത്തിൽ താഴത്തേയും മുകളിലേയും നീല വരകൾ സമാന്തരമാണ്. പച്ച വരകൾക്കിടയിലെ കോൺ കണക്കാക്കുക:



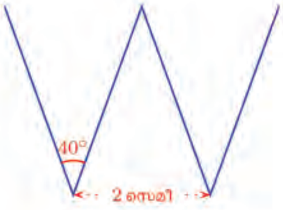
സമാന്തരമായി രണ്ടു വരകൾ വരച്ച് അവയിൽ ഓരോ ബിന്ദുവും അവയ്ക്കിടയിൽ മൂന്നാമതൊരു ബിന്ദുവും അടയാളപ്പെടുത്തുക. വരയിലെ ബിന്ദുക്കളെ മൂന്നാമത്തെ ബിന്ദുവുമായി യോജിപ്പിച്ച് വരകൾ വരയ്ക്കുക. ഈ വരകൾ സമാന്തരവരകളുമായി ഉണ്ടാക്കുന്ന കോണുകളും, വരയ്ക്കിടയിലുള്ള കോണും അടയാളപ്പെടുത്തുക.



ഈ മൂന്നു കോണുകളും തമ്മിലുള്ള ബന്ധമെന്താണ് ? ബിന്ദുക്കളുടെ സ്ഥാനം മാറ്റിനോക്കൂ. കോണുകൾ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം നിലനിൽക്കുന്നുണ്ടോ ?

(3) ചിത്രത്തിൽ ഇടത്തോട്ടു ചരിഞ്ഞ വരകളുടെ ജോടിയും, വലത്തോട്ടു ചരിഞ്ഞ വരകളുടെ ജോടിയും സമാന്തരമാണ്.

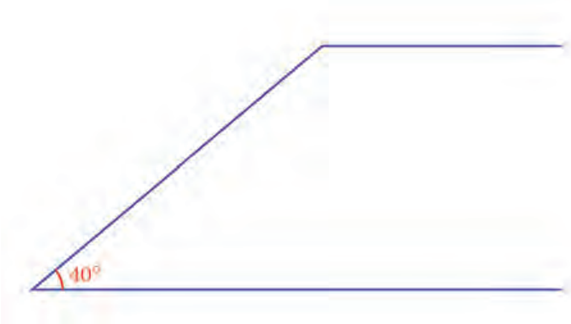
ഈ ചിത്രം വരയ്ക്കുക.



ST-357-2-MATHS (M)-7-VOL-1

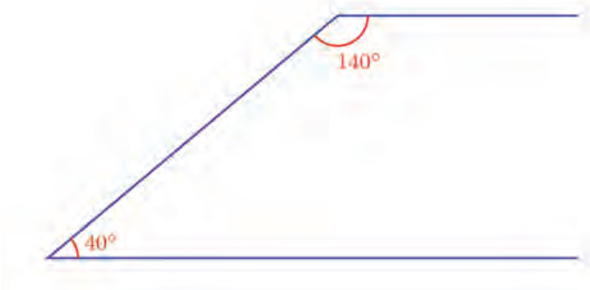
ത്രികോണക്കണക്ക്

ഈ ചിത്രം നോക്കൂ:



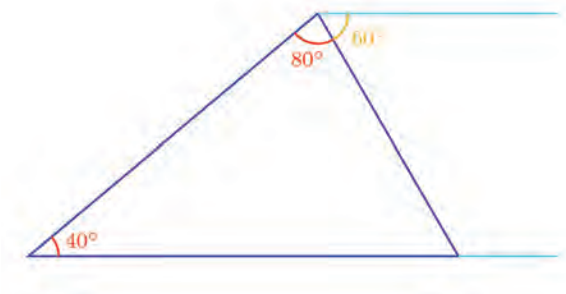
മുകളിലെയും താഴത്തെയും വരകൾ സമാന്തരമാണ്.

അപ്പോൾ മുകളിലെ കോൺ കണക്കാക്കാമല്ലോ.



ഈ കോൺ 140° യെക്കാൾ കുറച്ചു വരച്ചാൽ, വരകൾ കൂട്ടിമുട്ടും.

60° കുറച്ചു വരയ്ക്കാം:



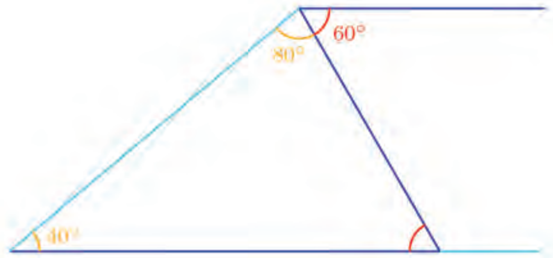
അപ്പോൾ ഒരു ത്രികോണമായി.

അതിലെ കോണുകൾ എന്തൊക്കെയാണ് ?

ഇടത്തെ കോൺ, നേരത്തെയുള്ള 40 തന്നെ. മുകളിലെ കോൺ, $140° - 60° = 80°$

മൂന്നാമത്തെ കോണോ ?

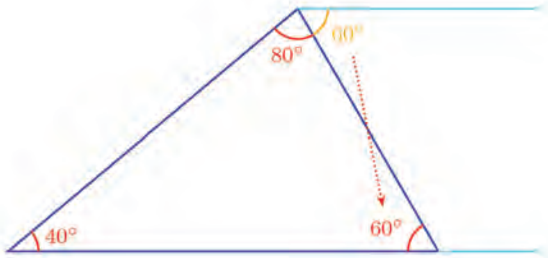
ആദ്യത്തെ സമാന്തരവരകളെ ഇപ്പോൾ വരച്ച ചരിഞ്ഞ വര കൂട്ടിമുട്ടുമ്പോൾ താഴത്തെ വരയിൽ ഉണ്ടാകുന്ന ഒരു ചെറിയ കോണാണല്ലോ ഇത്



അതിന്റെ അളവ്, ഈ വര മുകളിലെ വരയുമായി ഉണ്ടാക്കുന്ന ഒരു ചെറിയ കോണിന്റെ അളവുതന്നെയാണ്.

മുകളിൽ ഉണ്ടായ ഒരു ചെറിയ കോൺ 60° അല്ലേ ?

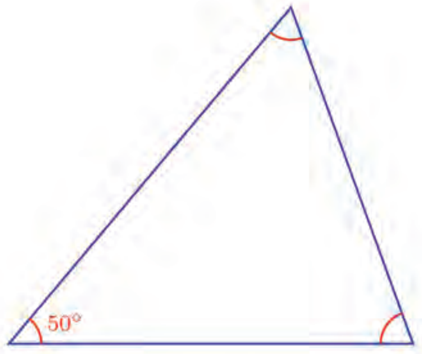
അപ്പോൾ താഴെയുണ്ടാകുന്ന ചെറുകോണും 60° തന്നെ.



അതായത്, മുകളിൽ കുറഞ്ഞ 60° ത്രികോണത്തിലെ കോണായി മാറി.

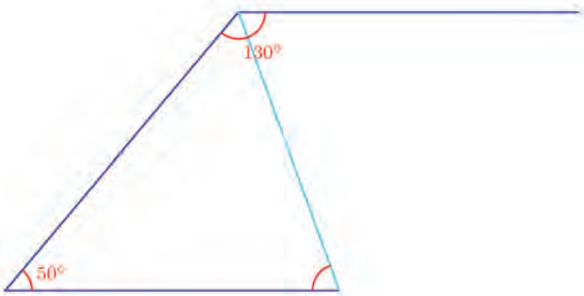
ത്രികോണത്തിലെ ഈ കോണിന്റെയും മുകളിലെ കോണിന്റെയും തുക 80° + 60° = 140°.

ഇനി ഈ ചിത്രം നോക്കൂ:

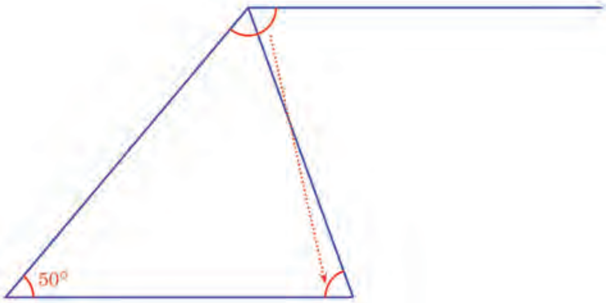


ഈ ത്രികോണത്തിലെ മറ്റു രണ്ടു കോണുകളുടെ തുക കണക്കാക്കാമോ ?

ആദ്യത്തെ കണക്കിൽ ത്രികോണത്തിന്റെ വലതുവശം വന്നത് സമാന്തരവരയ്ക്കു പകരം ചരിച്ചു വരച്ചിട്ടാണല്ലോ. ഇവിടെ മറിച്ചാലോചിക്കാം: ചരിഞ്ഞ വലതുവശത്തിനു പകരം സമാന്തരവര. അത്തരമൊരു വര ഇടതുവശവുമായി ഉണ്ടാക്കുന്ന കോൺ എത്രയായിരിക്കും ?



ത്രികോണം വരച്ചപ്പോൾ ഈ കോൺ രണ്ടു ഭാഗമായി. ഒരു ഭാഗം ത്രികോണത്തിന്റെ മേൽക്കോൺ. മറുഭാഗമോ ?



അതായത്, മുകളിലെ 130° കോണിന്റെ ഒരു ഭാഗം, ത്രികോണത്തിന്റെ മേൽക്കോണും, മറുഭാഗം ത്രികോണത്തിന്റെ വലത് കോണുമാണ്.

അപ്പോൾ ത്രികോണത്തിന്റെ ഈ കോണുകളുടെ തുക 130°.

ഈ കണക്കുകളിൽനിന്നു കിട്ടിയ കാര്യം, പൊതുവായി എങ്ങനെ പറയാം ?

ഒരു ത്രികോണത്തിലെ ഒരു കോണിന്റെ അളവ്, 180° യിൽനിന്നു കുറച്ചാൽ, മറ്റു രണ്ടു കോണുകളുടെ തുക കിട്ടും.

Polygon ടൂൾ ഉപയോഗിച്ച് ഒരു ത്രികോണം വരച്ച് അതിന്റെ കോണളവുകൾ അടയാളപ്പെടുത്തുക (Angle ടൂൾ ഉപയോഗിച്ച് ത്രികോണത്തിനുള്ളിൽ ക്ലിക്കുചെയ്താൽ മതി). കോണുകളുടെ തുക എത്രയാണ് ? ത്രികോണത്തിന്റെ മൂലകളുടെ സ്ഥാനം മാറ്റിനോക്കൂ.

ഉദാഹരണമായി, ത്രികോണത്തിലെ ഒരു കോൺ 60° ആണെങ്കിൽ, മറ്റു രണ്ടു കോണുകളുടെ തുക.

$180° - 60° = 120°$

ത്രികോണങ്ങളുടെ മൂന്നു കോണുകളുടെയും തുകയോ ?

ഇത് ഏതു ത്രികോണത്തിനും ശരിയാണല്ലോ.

ഏതു ത്രികോണത്തിലെയും കോണുകളുടെയെല്ലാം തുക 180° ആണ്.

ഇനി ഈ കണക്കു നോക്കൂ:

> ഒരു മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ ഒരു കോൺ 40° ആണ്. മട്ടമല്ലാത്ത മറ്റേ കോൺ എത്ര ഡിഗ്രിയാണ് ?

ഇങ്ങനെ ആലോചിക്കാം. മട്ടമല്ലാത്ത കോണുകളുടെ തുക

$$180° - 90° = 90°$$

ഇതിൽ ഒരെണ്ണം 40° ആണ്. അപ്പോൾ മറ്റേ കോൺ

$$90° - 40° = 50°$$

മറ്റൊരുതരത്തിലും ആലോചിക്കാം. മൂന്നു കോണുകളുടെയും തുക 180° ആണല്ലോ. അതിൽ രണ്ടെണ്ണത്തിന്റെ തുക

$$90° + 40° = 130°$$

അപ്പോൾ മൂന്നാമത്തെ കോൺ

$$180° - 130° = 50°$$

മറ്റൊരു കണക്ക്:

> ഒരു ത്രികോണത്തിലെ ഒരു കോൺ 72° ആണ്. മറ്റ് രണ്ട് കോണുകൾക്ക് ഒരേ അളവാണ്. അവ എന്തൊക്കെയാണ് ?

മറ്റ് രണ്ട് കോണുകളുടെ തുക എത്രയാണ് ?

$$180° - 72° = 108°$$

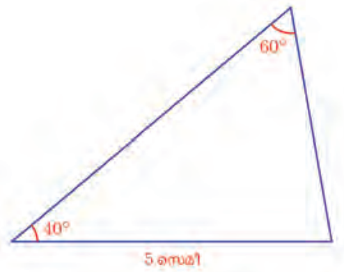
ഈ രണ്ട് കോണുകൾക്കും ഒരേ അളവായതിനാൽ, ഓരോന്നും തുകയുടെ പകുതിയല്ലേ ?

അപ്പോൾ അവ ഓരോന്നും

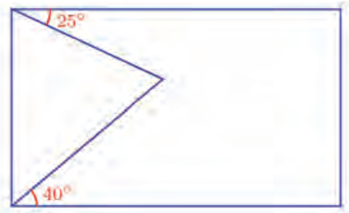
$$\frac{108°}{2} = 54°$$

ഇനി ഈ കണക്കുകൾ ചെയ്തു നോക്കൂ:

(1) ചുവടെ കാണിച്ചിരിക്കുന്ന ത്രികോണം വരയ്ക്കുക:

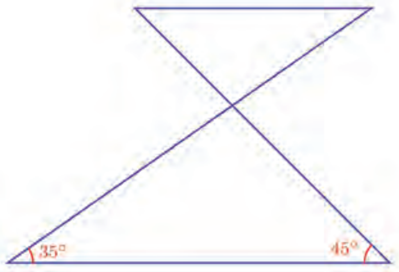


(2) ചിത്രത്തിൽ ചതുരത്തിനകത്ത് ഒരു ത്രികോണം വരച്ചിരിക്കുന്നു.



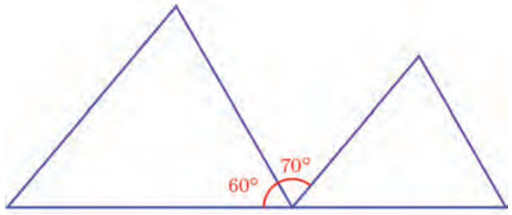
ത്രികോണത്തിലെ കോണുകൾ കണക്കാക്കുക.

(3) ചിത്രത്തിലെ താഴത്തെയും മുകളിലെയും വരകൾ സമാന്തരമാണ്.



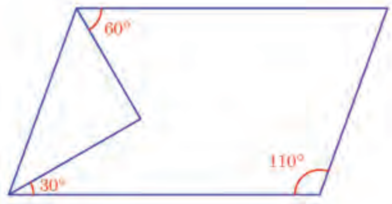
താഴത്തെ ത്രികോണത്തിലെ മൂന്നാം കോണും, മുകളിലെ ത്രികോണത്തിലെ എല്ലാ കോണുകളും കണക്കാക്കുക.

(4) ചിത്രത്തിൽ വലിയ ത്രികോണത്തിന്റെ ഇടതും വലതും വശങ്ങൾ, ചെറിയ ത്രികോണത്തിന്റെ ഇടതും വലതും വശങ്ങൾക്ക് സമാന്തരമാണ്.



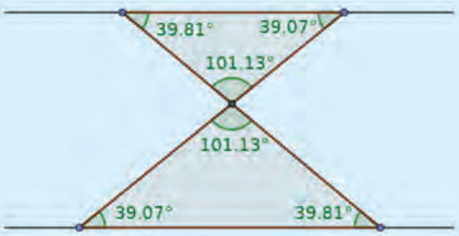
വലിയ ത്രികോണത്തിന്റെ മറ്റു രണ്ടു കോണുകളും ചെറിയ ത്രികോണത്തിന്റെ മൂന്ന് കോണുകളും കണക്കാക്കുക.

5. ചിത്രത്തിൽ സാമാന്തരികത്തിനകത്ത് ഒരു ത്രികോണം വരച്ചിരിക്കുന്നു.



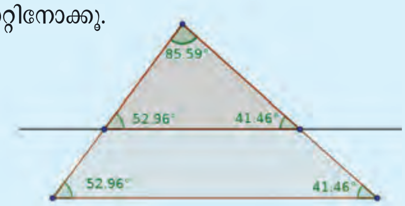
ത്രികോണത്തിലെ കോണുകൾ കണക്കാക്കുക

സമാന്തരമായി രണ്ടു വരകൾ വരച്ച് ഓരോന്നിലും രണ്ട് ബിന്ദുക്കൾ വീതം അടയാളപ്പെടുത്തുക. അവ ചിത്രത്തിലേതുപോലെ യോജിപ്പിച്ച് വരകൾ കൂട്ടിമുട്ടുന്ന ബിന്ദു അടയാളപ്പെടുത്തുക. Polygon ടൂൾ ഉപയോഗിച്ച് രണ്ടു ത്രികോണങ്ങൾ വരച്ച് അവയുടെ കോണുകൾ അടയാളപ്പെടുത്തുക



ത്രികോണത്തിന്റെ കോണുകൾ തമ്മിൽ എന്താണ് ബന്ധം ? ബിന്ദുക്കളുടെ സ്ഥാനം മാറ്റി നോക്കൂ

ഒരു ത്രികോണം വരച്ച് അതിന്റെ ഒരു വശത്ത് ഒരു ബിന്ദു അടയാളപ്പെടുത്തുക. ഈ ബിന്ദുവിലൂടെ ത്രികോണത്തിന്റെ മറ്റൊരു വശത്തിന് സമാന്തരമായി ഒരു വര വരയ്ക്കുക. ഈ വര മൂന്നാമത്തെ വശവുമായി കൂട്ടിമുട്ടുന്ന ബിന്ദു അടയാളപ്പെടുത്തുക. വശങ്ങളിലെ ബിന്ദുക്കളും ത്രികോണത്തിന്റെ ഒരു മൂലയും ശീർഷങ്ങളായി വരുന്ന ചെറിയ ത്രികോണം വരയ്ക്കുക. ആദ്യത്തെ ത്രികോണത്തിന്റെയും ചെറിയ ത്രികോണത്തിന്റെയും കോണുകൾ അടയാളപ്പെടുത്തുക. ഈ കോണുകൾ തമ്മിൽ എന്താണ് ബന്ധം ? ത്രികോണങ്ങളുടെ മൂലകൾ മാറ്റിനോക്കൂ.



2 ഭിന്നസംഖ്യകൾ

മടങ്ങും ഗുണനവും

ഒരു പായ്ക്കറ്റിൽ രണ്ടു കിലോഗ്രാം പഞ്ചസാര. ഇത്തരം നാലു പായ്ക്കറ്റിൽ ആകെ എത്ര കിലോഗ്രാം ?

മനസ്സിൽത്തന്നെ കണക്കുകൂട്ടാമല്ലോ: രണ്ടു കിലോഗ്രാമിന്റെ നാലു മടങ്ങ്; അതായത് 8 കിലോഗ്രാം.

വിസ്തരിച്ചെഴുതിയാൽ,

$$2 \times 4 = 2 + 2 + 2 + 2 = 8$$

അര കിലോഗ്രാം പായ്ക്കറ്റുകൾ ആണെങ്കിലോ ?

രണ്ടു പായ്ക്കറ്റിൽ ഒരു കിലോഗ്രാം; നാലു പായ്ക്കറ്റിൽ രണ്ടു കിലോഗ്രാം.

അതായത്, അര കിലോഗ്രാമിന്റെ നാലു മടങ്ങ്, രണ്ടു കിലോഗ്രാം.

സംഖ്യകൾ മാത്രമായി പറഞ്ഞാൽ, അരയുടെ നാലു മടങ്ങ്, രണ്ട്.

രണ്ടിന്റെ നാലു മടങ്ങിനെ 2×4 എന്നെഴുതിയതുപോലെ, അരയുടെ നാലു മടങ്ങിനെ $\frac{1}{2} \times 4$ എന്നാണ് എഴുതുന്നത്. അതായത്

$$\frac{1}{2} \times 4 = \frac{1}{2} \text{ ന്റെ } 4 \text{ മടങ്ങ് } = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 2$$

ഒരു കുപ്പിയിൽ കാൽ ലിറ്റർ വെള്ളം കൊള്ളും. മൂന്നു കുപ്പി നിറയ്ക്കാൻ എത്ര വെള്ളം വേണം ?

കാൽ ലിറ്ററിന്റെ മൂന്നു മടങ്ങ്, മുക്കാൽ ലിറ്റർ.

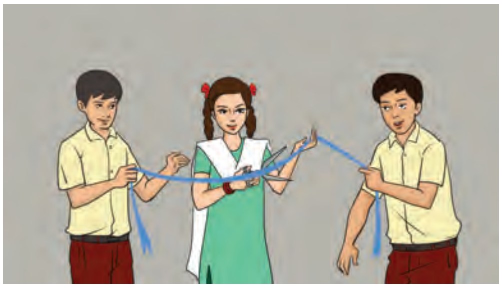
സംഖ്യകൾ മാത്രമായി പറഞ്ഞാൽ

$$\frac{1}{4} \text{ ന്റെ } 3 \text{ മടങ്ങ്, } \frac{3}{4}$$

ഗുണനമായി എഴുതിയാലോ ?

$$\frac{1}{4} \times 3 = \frac{1}{4} \text{ ന്റെ } 3 \text{ മടങ്ങ് } = \frac{3}{4}$$

ഒരു കണക്കുകൂടി: കാൽ മീറ്റർ നീളമുള്ള അഞ്ചു ചരടുകൾ അറ്റത്തോടറ്റം ചേർത്തുവച്ചാൽ ആകെ എത്ര നീളമാകും ?



നാലു കാൽ ചേർന്നാൽ ഒന്ന്; ഒരു കാലും കൂടിയായാൽ ഒന്നേകാൽ. ആകെ ഒന്നേകാൽ മീറ്റർ. അതായത്,

$\frac{1}{4}$ ന്റെ 5 മടങ്ങ്, $1\frac{1}{4}$

ഗുണനമായി എഴുതിയാലോ ?

$$\frac{1}{4} \times 5 = 1\frac{1}{4}$$

ഇനി ചുവടെപ്പറയുന്ന കണക്കുകളിലെല്ലാം ഉത്തരം മനക്കണക്കായി കണ്ടുപിടിക്കുക; ഓരോന്നും മടങ്ങുകളായും സംഖ്യകളുടെ ഗുണനക്രിയയായും എഴുതുക.

(1) കാൽ കിലോഗ്രാം വീതം ഭാരമുള്ള രണ്ടു കഷണം മത്തങ്ങയുടെ ആകെ ഭാരം എത്ര കിലോഗ്രാമാണ് ? നാലു കഷണങ്ങളുടെ ഭാരമോ ? ആറു കഷണമായാലോ ?

(2) ഒരു കപ്പിൽ മൂന്നിലൊന്നു ലിറ്റർ പാൽ നിറയ്ക്കാം. രണ്ടു കപ്പിൽ ആകെ എത്ര ലിറ്റർ നിറയ്ക്കാം ? നാലു കപ്പിലോ ?

(3) മുക്കാൽ മീറ്റർ വീതം നീളമുള്ള നാലു കഷണം നാടയുടെ ആകെ നീളം എത്ര മീറ്ററാണ് ? അഞ്ചു കഷണമായാലോ ?

(4) ഒരു കളിസ്ഥലത്തിന് ചുറ്റും ഒരു പ്രാവശ്യം നടക്കാൻ $\frac{1}{4}$ മണിക്കൂർ സമയം വേണം. ഇതേ വേഗത്തിൽ

(i) 4 പ്രാവശ്യം നടക്കാൻ എത്ര സമയം വേണം ?

(ii) 7 പ്രാവശ്യം നടക്കാനോ ?

ഇനി ഇത്തരം കണക്കുകൾ ചെയ്യാനുള്ള ക്രിയാരീതികൾ നോക്കാം:

$\frac{1}{3}$ ന്റെ 2 മടങ്ങ് എത്രയാണ് ?

$$\frac{1}{3} \times 2 = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

3 മടങ്ങ് ആയാലോ ?

$$\frac{1}{3} \times 3 = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = 1$$

ഇനി 4 മടങ്ങ് കിട്ടാൻ ഒരു $\frac{1}{3}$ കൂടി കൂട്ടിയാൽപ്പോരേ ?

$$\frac{1}{3} \times 4 = \left(\frac{1}{3} \times 3\right) + \frac{1}{3} = 1\frac{1}{3}$$

ഇത് ഇങ്ങനെയും കണക്കാക്കാം:

$$\frac{1}{3} \times 4 = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{1+1+1+1}{3} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$$

ഇതുപോലെ $\frac{2}{3}$ ന്റെ 4 മടങ്ങ് എങ്ങനെ കണക്കാക്കും ?

$$\frac{2}{3} \times 4 = \frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3} = \frac{2+2+2+2}{3} = \frac{2 \times 4}{3} = \frac{8}{3}$$

ഇതിൽ 8 നെ 3 ന്റെ മടങ്ങും മിച്ചവുമായി പിരിച്ചെഴുതിയാൽ

$$\frac{8}{3} = \frac{6+2}{3} = \frac{6}{3} + \frac{2}{3} = 2\frac{2}{3}$$

$\frac{2}{3}$ ന്റെ 10 മടങ്ങ് ആയാലോ ?

$\frac{2}{3}$ കൾ 10 എണ്ണം കൂട്ടണം

$$\frac{2}{3} \times 10 = \frac{2 \times 10}{3} = \frac{20}{3} = \frac{18+2}{3} = \frac{18}{3} + \frac{2}{3} = 6\frac{2}{3}$$

ഇനി ഈ കണക്ക് നോക്കൂ:

ഒരു കുപ്പിയിൽ $\frac{3}{4}$ ലിറ്റർ പാൽ;
ഇത്തരം 7 കുപ്പികളിൽ എത്ര ലിറ്റർ പാലുണ്ട് ?

$\frac{3}{4}$ ന്റെ 7 മടങ്ങാണ് കണക്കാക്കേണ്ടത്

$$\frac{3}{4} \times 7 = \frac{3 \times 7}{4} = \frac{21}{4}$$

ഇനി 21 നെ 4 ന്റെ മടങ്ങും മിച്ചവുമായി പിരിച്ചെഴുതണം:

$$\frac{21}{4} = \frac{20+1}{4} = \frac{20}{4} + \frac{1}{4} = 5\frac{1}{4}$$

അപ്പോൾ 7 കുപ്പികളിൽ ആകെ $5\frac{1}{4}$ ലിറ്റർ

വീതവും ഭിന്നവും

4 ലിറ്റർ പാൽ 3 പേർക്ക് ഒരു പോലെ വീതിച്ചാൽ ഓരോരുത്തർക്കും എത്ര ലിറ്റർ കിട്ടും ?

ആദ്യം 1 ലിറ്റർ വീതം കൊടുക്കാം. മിച്ചമുള്ള 1 ലിറ്റർ ഒരു പോലെ വീതിച്ചാൽ, ഓരോരുത്തർക്കും $\frac{1}{3}$ ലിറ്റർ കൂടി; ആകെ $1\frac{1}{3}$ ലിറ്റർ

ഇവിടെ 4 നെ 3 ആയി ഭാഗിച്ചതിനാൽ ഇത് ഹരണമായി എഴുതാം:

$$4 \div 3 = 1\frac{1}{3}$$

ഭിന്നമായും എഴുതാം:

$$\frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$$

ഇതുപോലെ ഈ കണക്കുകൾ ചെയ്തുനോക്കൂ:

(1) ഒരു ഇരുമ്പുകട്ടയുടെ ഭാരം $\frac{1}{4}$ കിലോഗ്രാമാണ്.

(i) ഇത്തരം 15 കട്ടകളുടെ മൊത്തം ഭാരം എത്ര കിലോഗ്രാമാണ് ?

(ii) 16 കട്ടകളുടെയോ ?

(2) 2 മീറ്റർ നീളമുള്ള കുറേ കമ്പികൾ ഓരോന്നും, ഒരേ നീളമുള്ള 5 ഭാഗങ്ങളായി മുറിച്ചു

(i) ഓരോ കഷണത്തിന്റെയും നീളം എത്ര മീറ്ററാണ്?

(ii) 4 കഷണങ്ങളുടെ ആകെ നീളം എത്ര മീറ്ററാണ്?

(iii) 10 കഷണങ്ങളുടെയോ?

(3) 5 ലിറ്റർ പാൽ, ഒരേ പോലെയുള്ള 6 കുപ്പികളിൽ നിറച്ചു.

(i) ഓരോ കുപ്പിയിലും എത്ര ലിറ്റർ പാലുണ്ട്?

(ii) 3 കുപ്പികളിൽ ആകെ എത്ര ലിറ്റർ പാലുണ്ട്?

(iii) 4 കുപ്പികളിലോ?

ഭാഗവും ഗുണനവും

ആറു മീറ്റർ നീളമുള്ള നാട, രണ്ടു സമഭാഗങ്ങളാക്കി. ഓരോ കഷണത്തിന്റെയും നീളം എത്രയാണ്?

ആറു മീറ്ററിന്റെ പകുതി, അതായത് മൂന്നു മീറ്റർ.

പകുതി എന്നതിനെ $\frac{1}{2}$ ഭാഗം എന്നും പറയാം.

അപ്പോൾ 6 മീറ്ററിന്റെ $\frac{1}{2}$ ഭാഗം, 3 മീറ്റർ.

സംഖ്യകൾ മാത്രം ഉപയോഗിച്ചു പറഞ്ഞാൽ

6 ന്റെ $\frac{1}{2}$ ഭാഗം 3

മടങ്ങുപോലെ, ഭാഗത്തെയും ഗുണനമായാണ് എഴുതുന്നത്; അതായത്,

$6 \times \frac{1}{2}$ = 6 ന്റെ $\frac{1}{2}$ ഭാഗം = 3

ആറു മീറ്റർ നാട, മൂന്നു സമഭാഗങ്ങളാക്കിയാലോ?

ഓരോ കഷണത്തിന്റെയും നീളം, ആറു മീറ്ററിന്റെ മൂന്നിലൊന്ന്; അതായത് രണ്ടു മീറ്റർ

6 മീറ്ററിന്റെ $\frac{1}{3}$ ഭാഗം 2 മീറ്റർ

സംഖ്യകൾ മാത്രമായി പറഞ്ഞാൽ

6 ന്റെ $\frac{1}{3}$ ഭാഗം 2

ഗുണനമായി എഴുതിയാൽ

$$6 \times \frac{1}{3} = 2$$

രണ്ടു മീറ്റർ നീളമുള്ള നാടയാണ് മൂന്നു സമഭാഗങ്ങളാക്കിയത് എങ്കിലോ ?

ഓരോ മീറ്ററിനെയും മൂന്നു സമഭാഗങ്ങളാക്കി, രണ്ടു ഭാഗങ്ങൾ എടുത്താൽ മതിയല്ലോ:

അപ്പോൾ

2 മീറ്ററിന്റെ $\frac{1}{3}$ ഭാഗം $\frac{2}{3}$ മീറ്റർ

സംഖ്യകൾ മാത്രമായി പറഞ്ഞാൽ

2 ന്റെ $\frac{1}{3}$ ഭാഗം $\frac{2}{3}$

ഗുണനമായി എഴുതുന്നത്

$2 \times \frac{1}{3}$ = 2 ന്റെ $\frac{1}{3}$ ഭാഗം $= \frac{2}{3}$

മറ്റൊരു ചോദ്യം: അഞ്ചു കിലോഗ്രാമിന്റെ കാൽ ഭാഗം എത്രയാണ് ?

നാലു കിലോഗ്രാമിന്റെ കാൽഭാഗം, ഒരു കിലോഗ്രാം; മിച്ചമുള്ള ഒരു കിലോഗ്രാമിന്റെ കാൽഭാഗം, കാൽ കിലോഗ്രാം.

ആകെ ഒന്നേകാൽ കിലോഗ്രാം

സംഖ്യകൾ മാത്രമായി പറഞ്ഞാൽ

5 ന്റെ $\frac{1}{4}$ ഭാഗം $1\frac{1}{4}$

$5 \times \frac{1}{4}$ = 5 ന്റെ $\frac{1}{4}$ ഭാഗം $= 1\frac{1}{4}$

ഭാഗവും മടങ്ങും

മൂന്നു ലിറ്റർ പാൽ, നാലു പേർക്ക് വീതിച്ചാൽ ഒരാൾക്ക് എത്ര ലിറ്റർ കിട്ടും ?

മൂന്നു ലിറ്ററിന്റെ നാലിലൊരു ഭാഗം, അതായത്, മുക്കാൽ ലിറ്റർ. മറ്റൊരു വിധത്തിലും ആലോചിക്കാം. ഒരു ലിറ്റർ പാൽ നാലുപേർക്കു വീതിക്കുമ്പോൾ ഒരാൾക്ക് കാൽ ലിറ്റർ. മൂന്നു ലിറ്റർ ഉള്ളതിനാൽ ഇതു മൂന്നു തവണ ചെയ്യാം. അപ്പോൾ ഒരാൾക്ക് കിട്ടുന്നത്, കാൽ ലിറ്ററിന്റെ മൂന്നു മടങ്ങ്, മുക്കാൽ ലിറ്റർ.

അതായത്, മൂന്നു ലിറ്ററിന്റെ നാലിലൊരു ഭാഗവും, കാൽ ലിറ്ററിന്റെ മൂന്നു മടങ്ങും, മുക്കാൽ ലിറ്റർ തന്നെ.

സംഖ്യകളുടെ ഗുണനമായി പറഞ്ഞാൽ

$$3 \times \frac{1}{4} = \frac{1}{4} \times 3$$

ഇതുപോലെ ചുവടെപ്പറയുന്ന കണക്കുകളിലെല്ലാം ഉത്തരം മനക്കണക്കായി കണ്ടുപിടിക്കുക. ഓരോന്നും ഭാഗങ്ങളായും സംഖ്യകളുടെ ഗുണനക്രിയയായും എഴുതുക.

(1) ഒൻപതു ലിറ്റർ പാൽ, മൂന്നു കുട്ടികൾക്ക് ഒരുപോലെ വീതിച്ചു. ഒരു കുട്ടിക്ക് എത്ര ലിറ്റർ പാൽ കിട്ടും ? നാലു പേർക്കാണ് വീതിക്കുന്നതെങ്കിലോ ?

(2) ആറു കിലോഗ്രാം അരി, ഒരുപോലെയുള്ള അഞ്ചു സഞ്ചികളിലാക്കി. ഓരോ സഞ്ചിയിലും എത്ര കിലോഗ്രാം അരിയുണ്ട് ? നാലു സഞ്ചികളിലാക്കിയാലോ ?

(3) ഏഴു മീറ്റർ നീളമുള്ള ചരട്, ആറു സമഭാഗങ്ങളാക്കി. ഒരു കഷണത്തിന്റെ നീളം എത്രയാണ് ? മൂന്നു സമഭാഗങ്ങളാക്കിയാലോ ?

ഭാഗങ്ങൾ കണക്കാക്കാനുള്ള ക്രിയാരീതികൾ നോക്കാം:

8 ന്റെ $\frac{1}{4}$ ഭാഗം എത്രയാണ് ?

8 നെ 4 സമഭാഗങ്ങളാക്കിയാൽ, ഓരോ ഭാഗവും 2 ആണല്ലോ. ഗുണനമായി എഴുതിയാൽ

$$8 \times \frac{1}{4} = \frac{8}{4} = 2$$

8 ന്റെ $\frac{3}{4}$ ഭാഗമായാലോ ?

8 നെ 4 സമഭാഗങ്ങളാക്കിയതിൽ 3 എണ്ണം

മറ്റൊരുതരത്തിൽ പറഞ്ഞാൽ 8 നെ 4 സമഭാഗങ്ങളാക്കിയതിൽ ഒന്നിന്റെ 3 മടങ്ങ്

അതായത്, 2 ന്റെ 3 മടങ്ങ്; എന്നുവെച്ചാൽ 6

ഗുണനക്രിയയായി എഴുതിയാൽ

$$8 \times \frac{3}{4} = \frac{8}{4} \times 3 = 2 \times 3 = 6$$

ഇങ്ങനെയും ചെയ്യാം

$$8 \times \frac{3}{4} = \frac{8}{4} \times 3 = \frac{24}{4} = 6$$

9 ന്റെ $\frac{3}{4}$ ഭാഗം ആയാലോ ?

$$9 \times \frac{3}{4} = \frac{9}{4} \times 3$$

ഇവിടെ $\frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$ എന്നെഴുതി തുടരുന്നതിനേക്കാൾ എളുപ്പം, ഇങ്ങനെ ചെയ്യുന്നതാണ്.

$$9 \times \frac{3}{4} = \frac{9}{4} \times 3 = \frac{9 \times 3}{4} = \frac{27}{4}$$

ഇത് കുറേക്കൂടി വ്യക്തമായി പറയാൻ 27 നെ 4 ന്റെ മടങ്ങും മിച്ചവുമായി എഴുതണം:

$$\frac{27}{4} = \frac{24+3}{4} = \frac{24}{4} + \frac{3}{4} = 6\frac{3}{4}$$

ഇനി ഈ കണക്കു നോക്കൂ:

7 മീറ്റർ നീളമുള്ള ഒരു ചരടിന്റെ $\frac{3}{5}$ ഭാഗം മുറിച്ചെടുക്കണം. ഇത് എത്ര മീറ്ററാണ് ?

7 ന്റെ $\frac{3}{5}$ ഭാഗമാണ് കണക്കാക്കേണ്ടത്.

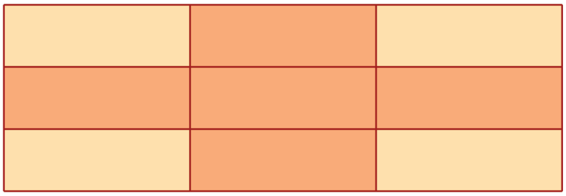
എങ്ങനെ കണക്കാക്കും ?

$$7 \times \frac{3}{5} = \frac{7 \times 3}{5} = \frac{21}{5} = \frac{20+1}{5} = \frac{20}{5} + \frac{1}{5} = 4\frac{1}{5}$$

മുറിച്ചെടുക്കേണ്ടത് $4\frac{1}{5}$ മീറ്റർ (4 മീറ്റർ 20 സെന്റിമീറ്റർ എന്നു പറഞ്ഞാൽ, മുറിക്കാൻ എളുപ്പമാകും).

ഇതുപോലെ ഈ കണക്കുകൾ ചെയ്തുനോക്കൂ:

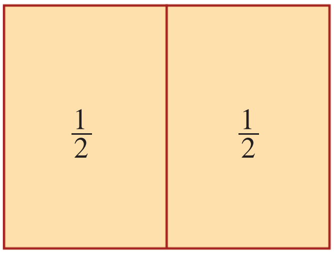
1. ഒരു ക്ലാസിൽ 35 കുട്ടികളുണ്ട്. ഇതിൽ $\frac{3}{5}$ ഭാഗം പെൺകുട്ടികളാണ്. ക്ലാസിൽ എത്ര പെൺ കുട്ടികളുണ്ട് ?
2. 10 കിലോഗ്രാം അരി 8 സഞ്ചികളിൽ ഒരുപോലെ നിറച്ചു. അതിൽ 3 സഞ്ചിയിലെ അരി ഒന്നിച്ചെടുത്താൽ എത്ര കിലോഗ്രാം ആയി ?
3. ചിത്രത്തിലെ ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ്, 27 ചതുരശ്രസെന്റിമീറ്ററാണ്. അതിനെ ഒരുപോലെയുള്ള 9 ഭാഗങ്ങളാക്കിയിരിക്കുന്നു.



നിറം കടുപ്പിച്ചിരിക്കുന്ന ഭാഗത്തിന്റെ പരപ്പളവ് എത്ര ചതുരശ്രസെന്റിമീറ്ററാണ് ?

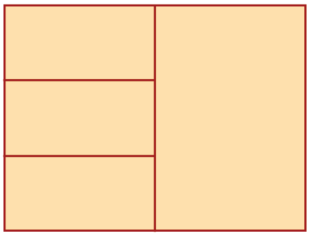
ഭാഗത്തിന്റെ ഭാഗം

ഈ ചിത്രം നോക്കൂ:

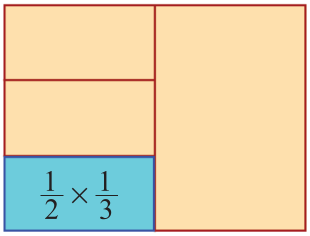


ഒരു ചതുരത്തെ രണ്ടു സമഭാഗങ്ങളാക്കിയിരിക്കുന്നു. ഓരോ ഭാഗവും വലിയ ചതുരത്തിന്റെ പകുതി, അതായത് $\frac{1}{2}$ ഭാഗം.

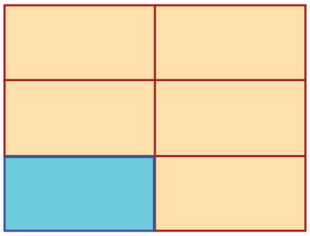
ഇനി ഇതിൽ ഒരു ഭാഗത്തിനെ മൂന്നു തുല്യഭാഗങ്ങളാക്കിയാലോ ?



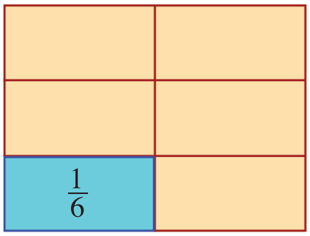
ഈ മൂന്നു ചെറിയ ചതുരങ്ങൾ ഓരോന്നും വലിയ ചതുരത്തിന്റെ $\frac{1}{2}$ ന്റെ $\frac{1}{3}$ ഭാഗമാണല്ലോ. അതായത് $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}$ ഭാഗം.



ഇതു മറ്റൊരുതരത്തിൽ കാണാൻ, വിലങ്ങനെയുള്ള വരകൾ നീട്ടി വരച്ചുനോക്കാം:



ഇപ്പോൾ കിട്ടിയ 6 ചെറിയ ചതുരവും വലിയ ചതുരത്തിന്റെ എത്ര ഭാഗമാണ് ?

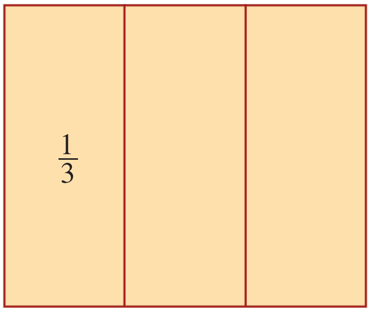


അപ്പോൾ എന്തു കിട്ടി?

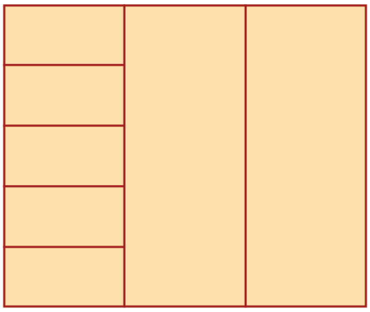
$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

ഇതുപോലെ $\frac{1}{3}$ ന്റെ $\frac{1}{5}$ ഭാഗം, അതായത് $\frac{1}{3} \times \frac{1}{5}$ കണക്കാക്കാൻ പറ്റുമോ ?

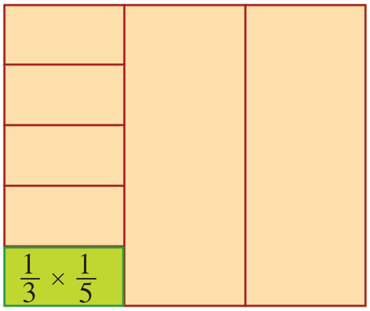
ഒരു ചതുരം വരച്ച്, ആദ്യം മൂന്നു സമഭാഗങ്ങളാക്കാം:



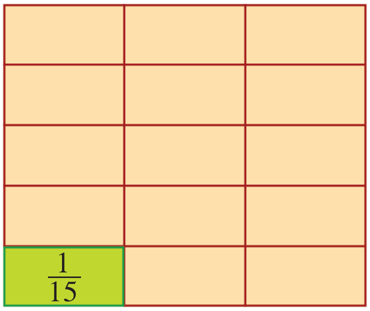
ഇനി വിലങ്ങനെ വരകൾ വരച്ച്, ഇവയിൽ ഒരു ചതുരത്തിനെ 5 സമഭാഗങ്ങളാക്കാം.



ഇപ്പോൾ കിട്ടിയ ചെറിയ ചതുരങ്ങൾ ഓരോന്നും മൊത്തം വലിയ ചതുരത്തിന്റെ $\frac{1}{3}$ ന്റെ $\frac{1}{5}$ ഭാഗം; അതായത് $\frac{1}{3} \times \frac{1}{5}$



വിലങ്ങനെയുള്ള വരകളെല്ലാം നീട്ടി വരച്ചാലോ ?



അപ്പോൾ,

$\frac{1}{3} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{15}$

ഇനി ഈ കണക്കുകൾ ചെയ്തുനോക്കൂ:

(1) ചതുരങ്ങൾ വരച്ച്, ഈ ഗുണനഫലങ്ങൾ കണക്കാക്കുക.

(i) $\frac{1}{2} \times \frac{1}{4}$

(ii) $\frac{1}{3} \times \frac{1}{6}$

(iii) $\frac{1}{5} \times \frac{1}{8}$

(2) ഒരു മീറ്റർ നീളമുള്ള ചരട്, അഞ്ചു സമഭാഗങ്ങളാക്കി. അതിലൊരു കഷണത്തിന്റെ പകുതിയുടെ നീളം എത്ര മീറ്ററാണ് ? സെന്റിമീറ്ററിൽ പറഞ്ഞാലോ ?

(3) ഒരു ലിറ്റർ പാൽ ഒരേ വലുപ്പമുള്ള രണ്ടു കുപ്പികളിൽ നിറച്ചു. അതിലൊരു കുപ്പിയുടെ കാൽ ഭാഗമെടുത്ത് ചായയുണ്ടാക്കി. എത്ര ലിറ്റർ പാലെടുത്താണ് ചായയുണ്ടാക്കിയത് ? മില്ലിലിറ്ററിൽ പറഞ്ഞാലോ ?

മറ്റൊരു തരം കണക്ക്: $\frac{2}{3}$ ന്റെ $\frac{1}{5}$ ഭാഗം എത്രയാണ്?

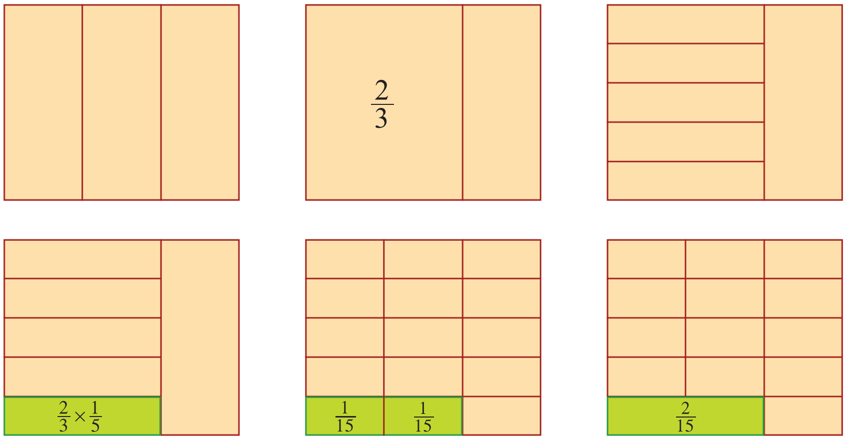
ഇങ്ങനെ ആലോചിക്കാം:

- $\frac{2}{3}$ ഭാഗം എന്നത്, 2 ന്റെ $\frac{1}{3}$ ഭാഗം
- $\frac{2}{3}$ ന്റെ $\frac{1}{5}$ ഭാഗം എന്നത്, 2 ന്റെ $\frac{1}{3}$ ഭാഗത്തിന്റെ $\frac{1}{5}$ ഭാഗം
    - $\frac{1}{3}$ ഭാഗത്തിന്റെ $\frac{1}{5}$ ഭാഗം $\frac{1}{15}$
    - 2 ന്റെ $\frac{1}{3}$ ഭാഗത്തിന്റെ $\frac{1}{5}$ ഭാഗം എന്നത്, 2 ന്റെ $\frac{1}{15}$ ഭാഗം
- $\frac{2}{3}$ ന്റെ $\frac{1}{5}$ ഭാഗം എന്നത് $\frac{2}{15}$ ഭാഗം

ഗുണനമായി എഴുതിയാൽ,

$$\frac{2}{3} \times \frac{1}{5} = 2 \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{5} = 2 \times \frac{1}{15} = \frac{2}{15}$$

ചതുരം വരച്ചു $\frac{2}{3}$ ന്റെ $\frac{1}{5}$ ഭാഗം നേരിട്ടു കണക്കാക്കാം:



$\frac{2}{3}$ ന്റെ $\frac{4}{5}$ ഭാഗം ആയാലോ ? അതായത് $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5}$.

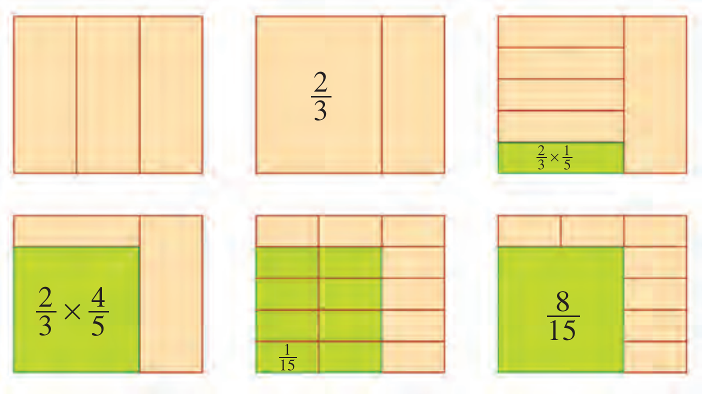
$\frac{2}{3}$ ഭാഗത്തിന്റെ $\frac{1}{5}$ ഭാഗം കണ്ടുപിടിച്ച്, അതിന്റെ 4 മടങ്ങ് കണക്കാക്കണം.

$$\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{2}{3} \times \frac{1}{5} \times 4$$
$$= 2 \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{5} \times 4$$
$$= \frac{2}{15} \times 4$$
$$= \frac{8}{15}$$

ഗുണനങ്ങളെല്ലാം ഒരുമിച്ച് അവസാനം ചെയ്യാമെന്നുവച്ചാൽ, ഇത് ഇങ്ങനെയും എഴുതാം:

$$\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = 2 \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{5} \times 4$$
$$= 2 \times \frac{1}{3 \times 5} \times 4$$
$$= 2 \times \frac{1}{15} \times 4$$
$$= \frac{2}{15} \times 4$$
$$= \frac{8}{15}$$

ഇതിനും ചിത്രം വരയ്ക്കാം:



ഇനി ഈ കണക്കുകൾ ചെയ്തുനോക്കൂ:

(1) രണ്ടു മീറ്റർ നീളമുള്ള കയർ, ഒരേ നീളമുള്ള അഞ്ചു കഷണങ്ങളായി മുറിച്ചു. ഇതിലൊരു കഷണത്തിന്റെ മുക്കാൽ ഭാഗത്തിന്റെ നീളം എത്ര മീറ്ററാണ്? ഇത് എത്ര സെന്റിമീറ്ററാണ് ?

(2) മൂന്നു ലിറ്റർ വെള്ളം, ഒരേപോലെയുള്ള നാലു കുപ്പികളിൽ നിറച്ചു. അതിലൊരു കുപ്പിയിലെ വെള്ളം, ഒരേപോലെയുള്ള അഞ്ചു കപ്പുകളിൽ നിറച്ചു. ഇപ്പോൾ ഒരു കപ്പിൽ എത്ര ലിറ്റർ വെള്ളമുണ്ട് ? അത് എത്ര മില്ലി ലിറ്ററാണ് ?

(3) നാലു കിലോഗ്രാം ഭാരമുള്ള തണ്ണിമത്തങ്ങ, ഒരേപോലെയുള്ള അഞ്ചു കഷണമാക്കി. അതിൽ ഒരു കഷണത്തിനെ വീണ്ടും പകുതിയാക്കി. ഈ രണ്ടു കഷണങ്ങളോരോന്നിനും എത്ര കിലോഗ്രാം ഭാരമുണ്ട്? അത് എത്ര ഗ്രാമാണ്?

(4) ഒരു പാത്രത്തിൽ നിറച്ച പാൽ ഒരേ വലുപ്പമുള്ള മൂന്നു കുപ്പികളിൽ നിറച്ചു. ഓരോ കുപ്പിയിലെയും പാൽ ഒരേ വലുപ്പമുള്ള നാലു കപ്പുകളിൽ നിറച്ചു. ഒരു കപ്പിലുള്ള പാൽ, ആദ്യത്തെ പാത്രത്തിലെ പാലിന്റെ എത്ര ഭാഗമാണ്?

(5) 12 സെന്റിമീറ്റർ നീളത്തിൽ *AB* എന്ന വര വരയ്ക്കുക. *AB* യുടെ $\frac{2}{3}$ ഭാഗമായി *AC* അടയാളപ്പെടുത്തുക. *AC* യുടെ $\frac{1}{4}$ ഭാഗമായി *AD* അടയാളപ്പെടുത്തുക. *AB* യുടെ എത്ര ഭാഗമാണ് *AD* ?

(6) ചുവടെ പറഞ്ഞിരിക്കുന്ന ഭാഗങ്ങൾ ഗുണനക്രിയയിലൂടെ കണക്കാക്കുക.

(i) $\frac{2}{5}$ ന്റെ $\frac{3}{7}$ ഭാഗം (ii) $\frac{2}{7}$ ന്റെ $\frac{3}{5}$ ഭാഗം

(iii) $\frac{3}{4}$ ന്റെ $\frac{2}{3}$ ഭാഗം (iv) $\frac{3}{10}$ ന്റെ $\frac{5}{6}$ ഭാഗം

വീണ്ടും ചില ഗുണനക്രിയകൾ

ഒരു കുപ്പിയിൽ ഒന്നര ലിറ്റർ വെള്ളം കൊള്ളും. ഇത്തരം നാലു കുപ്പി വെള്ളം ഒരു പാത്രത്തിലൊഴിച്ചു. പാത്രത്തിൽ എത്ര വെള്ളമുണ്ട് ?

രണ്ടു തവണ ഒഴിക്കുമ്പോൾ മൂന്നു ലിറ്റർ; നാലു തവണയാകുമ്പോൾ ആറു ലിറ്റർ, അല്ലേ ? ഇവിടെ കണ്ടുപിടിച്ചത്, $1\frac{1}{2}$ ലിറ്ററിന്റെ 4 മടങ്ങാണല്ലോ. ഇത് ഗുണനമായി എഴുതിയാൽ

$$1\frac{1}{2} \times 4 = 6$$

$2\frac{1}{4}$ ലിറ്റർ വെള്ളം കൊള്ളുന്ന 3 കുപ്പി വെള്ളമാണ് പാത്രത്തിൽ ഒഴിച്ചതെങ്കിലോ ?

2 ലിറ്റർ വീതമുള്ള കുപ്പികളാണെങ്കിൽ 6 ലിറ്റർ. ഇവിടെ ഓരോ കുപ്പിയിലും $\frac{1}{4}$ ലിറ്റർ കൂടിയുണ്ട്. അപ്പോൾ $\frac{3}{4}$ ലിറ്റർ കൂടി കൂട്ടണം. അതായത് $6\frac{3}{4}$ ലിറ്റർ

ഈ ചെയ്തത് ഗുണനമായി എഴുതിയാലോ ?

$$\begin{aligned} 2\frac{1}{4} \times 3 &= \left(2 + \frac{1}{4}\right) \times 3 \\ &= (2 \times 3) + \left(\frac{1}{4} \times 3\right) \\ &= 6 + \frac{3}{4} \\ &= 6\frac{3}{4} \end{aligned}$$

മറ്റൊരു വിധത്തിലും ഇതു കണക്കാക്കാം. $2\frac{1}{4}$ ലിറ്ററിനെ $\frac{9}{4}$ ലിറ്റർ എന്നെഴുതാമല്ലോ. അപ്പോൾ,

$$\begin{aligned} 2\frac{1}{4} \times 3 &= \frac{9}{4} \times 3 \\ &= 9 \times \frac{1}{4} \times 3 \\ &= 9 \times \frac{3}{4} \\ &= \frac{27}{4} \\ &= 6\frac{3}{4} \end{aligned}$$

ഇതുപോലെ $3\frac{1}{2}$ യുടെ 5 മടങ്ങ് എങ്ങനെയെല്ലാം കണക്കാക്കാം ?

ഇങ്ങനെ ചെയ്യാം:

$$3\frac{1}{2} \times 5 = \left(3 + \frac{1}{2}\right) \times 5$$
$$= (3 \times 5) + \left(\frac{1}{2} \times 5\right)$$
$$= 15 + 2\frac{1}{2}$$
$$= 17\frac{1}{2}$$

അല്ലെങ്കിൽ, ഇങ്ങനെയുമാകാം:

$$3\frac{1}{2} \times 5 = \frac{7}{2} \times 5$$
$$= \frac{7 \times 5}{2}$$
$$= \frac{35}{2}$$
$$= 17\frac{1}{2}$$

മറ്റൊരു കാര്യം നോക്കാം: ആറു മീറ്റർ എന്നത്, രണ്ടു മീറ്ററിന്റെ മൂന്നു മടങ്ങാണ്; ഏഴു മീറ്ററോ ? രണ്ടു മീറ്ററിന്റെ മൂന്നു മടങ്ങും, പിന്നെ ഒരു മീറ്ററും. മറ്റൊരുതരത്തിൽ പറഞ്ഞാൽ, രണ്ടു മീറ്ററിന്റെ മൂന്നു മടങ്ങും, പിന്നെ രണ്ടു മീറ്ററിന്റെ പകുതിയും.

അപ്പോൾ, ഏഴു മീറ്ററിനെ, രണ്ടു മീറ്ററിന്റെ മൂന്നര മടങ്ങെന്നു പറയാം.

ഗുണനമായെഴുതിയാൽ,

$$2 \times 3\frac{1}{2} = 7$$

അല്പം വിസ്തരിച്ചെഴുതിയാൽ,

$$2 \times 3\frac{1}{2} = 2 \times \left(3 + \frac{1}{2}\right)$$
$$= (2 \times 3) + \left(2 \times \frac{1}{2}\right)$$
$$= 6 + 1$$
$$= 7$$

ഇതുപോലെ അഞ്ചിന്റെ രണ്ടേകാൽ മടങ്ങെന്നാൽ, അഞ്ചിന്റെ രണ്ടു മടങ്ങും, അഞ്ചിന്റെ കാൽ ഭാഗവും ചേർന്നത് എന്നർഥം. അതായത്, പത്തും ഒന്നേകാലും പതിനൊന്നേകാൽ ആണ്.

ഗുണനമായി എഴുതിയാൽ,

$$\begin{aligned} 5 \times 2\tfrac{1}{4} &= 5 \times \left(2 + \tfrac{1}{4}\right) \\ &= (5 \times 2) + \left(5 \times \tfrac{1}{4}\right) \\ &= 10 + 1\tfrac{1}{4} \\ &= 11\tfrac{1}{4} \end{aligned}$$

വേറൊരു രീതിയിലും കണക്കാം:

$$\begin{aligned} 5 \times 2\tfrac{1}{4} &= 5 \times \frac{9}{4} \\ &= \frac{5 \times 9}{4} \\ &= \frac{45}{4} \\ &= 11\tfrac{1}{4} \end{aligned}$$

$2\frac{1}{4}$ ന്റെ $3\frac{1}{2}$ മടങ്ങ് എങ്ങനെ കണക്കാക്കും ? $2\frac{1}{4}$ നെ $\frac{9}{4}$ എന്നും $3\frac{1}{2}$ യെ $\frac{7}{2}$ എന്നും എഴുതിയാൽ

$$2\frac{1}{4} \times 3\frac{1}{2} = \frac{9}{4} \times \frac{7}{2} = \frac{9 \times 7}{4 \times 2} = \frac{63}{8} = \frac{56 + 7}{8} = 7\frac{7}{8}$$

ഇനി ഈ കണക്കുകൾ സ്വയം ചെയ്തുനോക്കൂ:

(1) ഒരു കുപ്പായം തുന്നാൻ, ഒന്നര മീറ്റർ തുണി വേണം; അതേപോലുള്ള അഞ്ചു കുപ്പായത്തിന് എത്ര തുണി വേണം ?

(2) ഒരു കിലോഗ്രാം വെണ്ടക്കയുടെ വില, മുപ്പതു രൂപ. രണ്ടര കിലോഗ്രാമിന് എത്ര രൂപയാകും ?

(3) ഒരാൾ ഒരു മണിക്കൂറിൽ രണ്ടര കിലോമീറ്റർ നടക്കും. ഈ വേഗത്തിൽ ഒന്നര മണിക്കൂർ കൊണ്ട് എത്ര കിലോമീറ്റർ നടക്കും ?

(4) റോണിയുടെ കൈയിൽ 36 സ്റ്റാമ്പുണ്ട്. അതിന്റെ $2\frac{1}{2}$ മടങ്ങ് തന്റെ കൈയിലുണ്ടെന്നാണ് സഹീറ പറയുന്നത്. അതെത്രയാണ് ?

(5) ജോജി ദിവസവും $4\frac{1}{2}$ മണിക്കൂർ ജോലി ചെയ്യും. 6 ദിവസം കൊണ്ട് എത്ര മണിക്കൂർ ജോലി ചെയ്യും ?

(6) ചുവടെ പറഞ്ഞിരിക്കുന്നവ കണക്കാക്കുക.

(i) $5\frac{1}{3}$ ന്റെ 4 മടങ്ങ്

(ii) 5 ന്റെ $4\frac{1}{3}$ മടങ്ങ്

(iii) $\frac{2}{3}$ ന്റെ $1\frac{1}{2}$ മടങ്ങ്

(iv) $2\frac{1}{2}$ യുടെ $\frac{2}{5}$ ഭാഗം

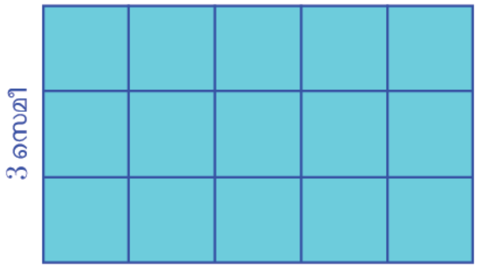
(v) $5\frac{1}{2}$ യുടെ $2\frac{1}{2}$ മടങ്ങ്

ഭിന്നപ്പരപ്പ്

ചതുരങ്ങളുടെ പരപ്പളവിനെക്കുറിച്ച് അഞ്ചാം ക്ലാസിൽ പഠിച്ചല്ലോ.

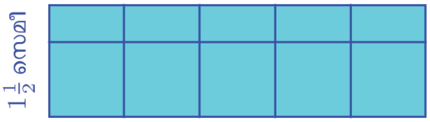
5 സെന്റിമീറ്റർ നീളവും 3 സെന്റിമീറ്റർ വീതിയുമുള്ള ഒരു ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് എത്ര ചതുരശ്രസെന്റിമീറ്ററാണ് ?

വശങ്ങളുടെ നീളം 1 സെന്റിമീറ്റർ ആയ സമചതുരങ്ങൾ ചതുരത്തിനുള്ളിൽ അടുക്കിയിട്ടാണ് ഇത് കണ്ടുപിടിച്ചത്:

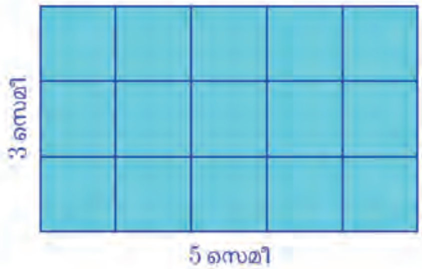


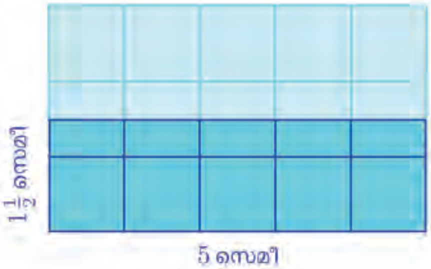
ഇത്തരം സമചതുരങ്ങൾ $5 \times 3 = 15$ എണ്ണം ചതുരത്തിനുള്ളിൽ നിറയ്ക്കാം; പരപ്പളവ് 15 ചതുരശ്രസെന്റിമീറ്റർ.

വശങ്ങളുടെ നീളം 5 സെന്റിമീറ്ററും, $1\frac{1}{2}$ സെന്റിമീറ്ററും ആണെങ്കിലോ ?



ഇത് ആദ്യം കണ്ട ചതുരത്തിന്റെ പകുതിയല്ലേ?





അപ്പോൾ പരപ്പളവ്, 15 ന്റെ പകുതി $7\frac{1}{2}$ ചതുരശ്രസെന്റിമീറ്റർ.

ഇത് മറ്റൊരു വിധത്തിലും പറയാം. വലതു ചിത്രത്തിലെ മുകളിലത്തെ വരിയിലെ ചെറുചതുരങ്ങൾ ഓരോന്നിന്റെയും പരപ്പളവ് എത്രയാണ് ?

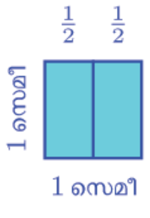
ഓരോന്നും 1 ചതുരശ്രസെന്റിമീറ്റർ പരപ്പളവുള്ള സമചതുരത്തിന്റെ പകുതിയല്ലേ ?

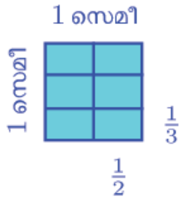
അപ്പോൾ ഓരോന്നിന്റെയും പരപ്പളവ്, $\frac{1}{2}$ ചതുരശ്രസെന്റിമീറ്റർ എന്നു പറയാം.

ഇത്തരം അഞ്ചെണ്ണം ചേർന്നാൽ, ആകെ പരപ്പളവ് $\frac{1}{2} \times 5 = 2\frac{1}{2}$ ചതുരശ്രസെന്റിമീറ്റർ. വലിയ ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് $5 + 2\frac{1}{2} = 7\frac{1}{2}$ ചതുരശ്രസെന്റിമീറ്റർ.

വശങ്ങളുടെ നീളം $\frac{1}{2}$ സെന്റിമീറ്ററും $\frac{1}{3}$ സെന്റിമീറ്ററും ആയ ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് എങ്ങനെ കണക്കാക്കും ?

ഇത്തരമൊരു ചതുരം വരയ്ക്കാൻ, വശങ്ങളെല്ലാം ഒരു സെന്റിമീറ്ററായ ഒരു സമചതുരത്തിനെ കുത്തനെ ഒരു വരയും, വിലങ്ങനെ രണ്ടു വരയും വരച്ച്, 6 സമഭാഗങ്ങളാക്കാം:

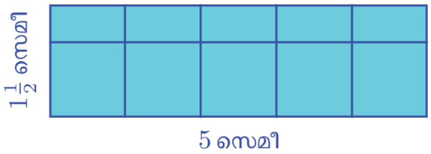




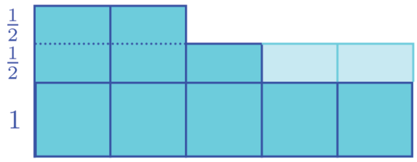
ഇങ്ങനെ കിട്ടുന്ന ഓരോ ചെറിയ ചതുരത്തിന്റെയും വശങ്ങളുടെ നീളം $\frac{1}{2}$ സെന്റിമീറ്ററും $\frac{1}{3}$ സെന്റിമീറ്ററും ആണല്ലോ. പരപ്പളവോ ?

ഒന്നും അരയും

5 സെന്റിമീറ്റർ നീളവും 3 സെന്റിമീറ്റർ വീതിയും ഉള്ള ചതുരത്തെ പകുതിയാക്കിയപ്പോൾ ഇങ്ങനെയായി:



മുകൾവരിയിലെ അര ചതുരങ്ങൾ രണ്ടെണ്ണം ഇങ്ങനെ മാറ്റി അടുക്കിയാലോ ?



പരപ്പളവ് $5 + 2\frac{1}{2} = 7\frac{1}{2}$ ചതുരശ്രസെന്റിമീറ്റർ

ഇവ ഓരോന്നും വലിയ ചതുരത്തിന്റെ $\frac{1}{6}$ ഭാഗമാണ്. വലിയ ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് 1 ചതുരശ്രസെന്റിമീറ്റർ. അപ്പോൾ ഒരു ചെറുചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് $\frac{1}{6}$ ചതുരശ്രസെന്റിമീറ്റർ

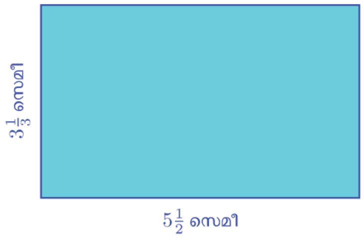
വശങ്ങളുടെ നീളം $\frac{1}{3}$ സെന്റിമീറ്ററും $\frac{1}{5}$ സെന്റിമീറ്ററും ആയ ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവോ ?

വശങ്ങളുടെ നീളം 1 സെന്റിമീറ്റർ ആയ സമചതുരത്തെ മറ്റൊരു തരത്തിൽ ഭാഗിച്ച്, ഈ പരപ്പളവ്

$$\frac{1}{3} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{15}$$

എന്നു കാണാമല്ലോ.

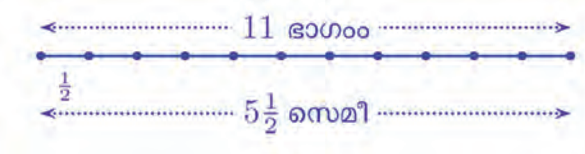
$5\frac{1}{2}$ സെന്റിമീറ്റർ നീളവും, $3\frac{1}{3}$ സെന്റിമീറ്റർ വീതിയുമുള്ള ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് എന്താണ്?



താഴത്തെ വശത്തിനെ $\frac{1}{2}$ സെന്റിമീറ്റർ നീളമുള്ള എത്ര ഭാഗമാക്കാം?

$\frac{1}{2}$ സെന്റിമീറ്റർ നീളമുള്ള 10 വരകൾ ചേർന്നാൽ 5 സെന്റിമീറ്റർ; $5\frac{1}{2}$ സെന്റിമീറ്ററാകാൻ ഒരു വര കൂടിവേണം.

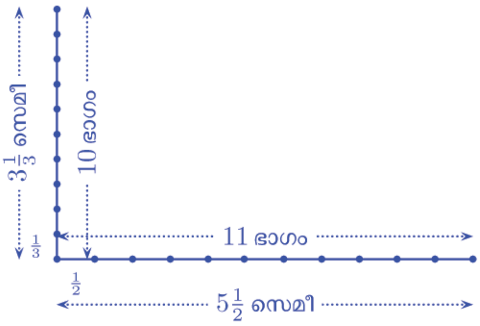
$$5\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times 11$$



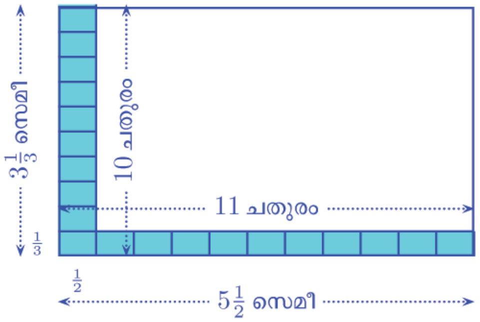
ഇനി ചതുരത്തിന്റെ ഇടതുവശത്തിനെ $\frac{1}{3}$ സെന്റിമീറ്റർ നീളമുള്ള ഭാഗമാക്കാം ?

$\frac{1}{3}$ സെന്റിമീറ്റർ നീളമുള്ള 9 വരകൾ ചേർന്നാൽ 3 സെന്റിമീറ്റർ; $3\frac{1}{3}$ സെന്റിമീറ്ററാകാൻ ഒരു വര കൂടി

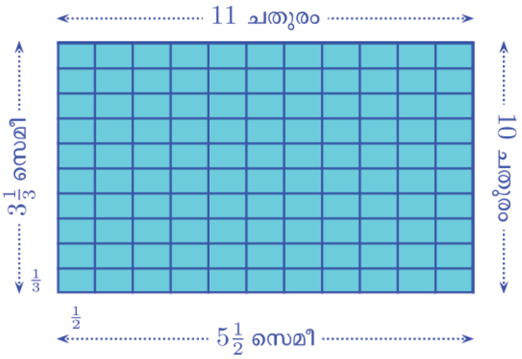
$$3\frac{1}{3} = \frac{1}{3} \times 10$$



അപ്പോൾ ചതുരത്തിന്റെ കുറേ ഭാഗം, $\frac{1}{2}$ സെന്റിമീറ്റർ നീളവും $\frac{1}{3}$ സെന്റിമീറ്റർ വീതിയുമുള്ള ചതുരങ്ങൾ കൊണ്ടു നിറയ്ക്കാം.



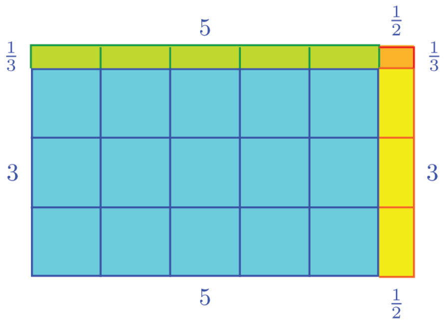
ചതുരം മൊത്തം നിറയ്ക്കാൻ ഇത്തരം എത്ര ചെറുചതുരങ്ങൾ വേണം ?



ആകെ $11 \times 10 = 110$ ചെറുചതുരങ്ങൾ; ഓരോന്നിന്റെയും പരപ്പളവ്, $\frac{1}{6}$ ചതുരശ്ര സെന്റിമീറ്റർ;

ചതുരവിഭജനം

$5\frac{1}{2}$ സെന്റിമീറ്റർ നീളവും $3\frac{1}{3}$ സെന്റിമീറ്റർ വീതിയുമുള്ള ചതുരത്തെ ഇങ്ങനെയും ഭാഗിക്കാം:



പരപ്പളവുകൾ നാലായി കണക്കാക്കാം:

നീലച്ചതുരം

$$5 \times 3 = 15$$

പച്ചച്ചതുരം

$$5 \times \frac{1}{3} = 1\frac{2}{3}$$

മഞ്ഞച്ചതുരം

$$\frac{1}{2} \times 3 = 1\frac{1}{2}$$

ചുവന്ന ചതുരം

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

ആകെ പരപ്പളവ്

$$15 + 1\frac{2}{3} + 1\frac{1}{2} + \frac{1}{6} = 18\frac{1}{3} \text{ ചസെമീ}$$

ആകെ പരപ്പളവ്

$$110 \times \frac{1}{6} = 18\frac{1}{3} \text{ ചതുരശ്രസെന്റിമീറ്റർ}$$

ഇതു കണ്ടുപിടിക്കാൻ ചെയ്ത ക്രിയകൾ ഒന്നുകൂടി നോക്കാം.

$$5\frac{1}{2} = 11 \times \frac{1}{2}$$

$$3\frac{1}{3} = 10 \times \frac{1}{3}$$

$$11 \times 10 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = 110 \times \frac{1}{6}$$

അവസാനമെഴുതിയ ഗുണനം ഇങ്ങനെയും എഴുതാമല്ലോ.

$$11 \times 10 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \left(11 \times \frac{1}{2}\right) \times \left(10 \times \frac{1}{3}\right)$$

$$= 5\frac{1}{2} \times 3\frac{1}{3}$$

അപ്പോൾ അളവുകൾ ഭിന്നസംഖ്യകളായാലും, ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ്, നീളത്തിന്റെയും വീതിയുടെയും ഗുണനഫലം തന്നെയാണ്.

ഇനി ഈ കണക്കുകൾ ചെയ്തുനോക്കൂ:

(1) ചില ചതുരങ്ങളുടെ നീളവും വീതിയും ചുവടെ പറഞ്ഞിരിക്കുന്നു. ഓരോന്നിന്റെയും പരപ്പളവ് കണ്ടുപിടിക്കുക:

(i) $3\frac{1}{4}$ സെന്റിമീറ്റർ, $4\frac{1}{2}$ സെന്റിമീറ്റർ

(ii) $5\frac{1}{3}$ മീറ്റർ, $6\frac{3}{4}$ മീറ്റർ

(iii) $1\frac{1}{3}$ മീറ്റർ, $\frac{3}{4}$ മീറ്റർ

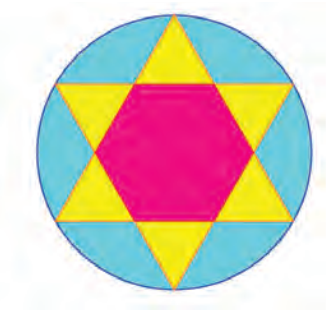
(2) വശങ്ങളുടെയെല്ലാം നീളം $1\frac{1}{2}$ മീറ്റർ ആയ സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് എത്രയാണ്?

(3) ഒരു സമചതുരത്തിന്റെ ചുറ്റളവ്, 14 മീറ്റർ; അതിന്റെ പരപ്പളവ് എത്രയാണ്?

3 ത്രികോണങ്ങൾ

നക്ഷത്രചിത്രം

ഈ ചിത്രം നോക്കൂ



എങ്ങനെയാണ് ഇത് വരയ്ക്കുക ?

എന്തെല്ലാം വരയ്ക്കണമെന്ന് ആദ്യം നോക്കാം: രണ്ട് ത്രികോണങ്ങളും ഒരു വട്ടവും.

ത്രികോണങ്ങൾക്കെന്താണ് പ്രത്യേകത ?

എല്ലാവശത്തിനും ഒരേ നീളം. അങ്ങനെയൊരു ത്രികോണം ആദ്യം വരയ്ക്കാം. വശങ്ങളുടെ നീളം 3 സെന്റിമീറ്റർ എന്നെടുക്കാം.

താഴത്തെ വര ആദ്യം വരയ്ക്കാം:

ഇനി ത്രികോണത്തിന്റെ മൂന്നാം മൂല എവിടെ അടയാളപ്പെടുത്തണം ?

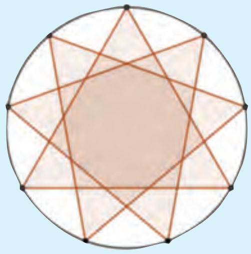
ഇടതും വലതും വശങ്ങൾക്കും 3 സെന്റിമീറ്റർ തന്നെ വേണമല്ലോ.

അപ്പോൾ മൂന്നാം മൂല ആദ്യം വരച്ച വരയുടെ രണ്ടറ്റത്തുനിന്നും 3 സെന്റിമീറ്റർ അകലത്തിലായിരിക്കണം

ഒരറ്റത്തുനിന്ന് 3 സെന്റിമീറ്റർ അകലെ എത്ര കുത്തിടാം ?

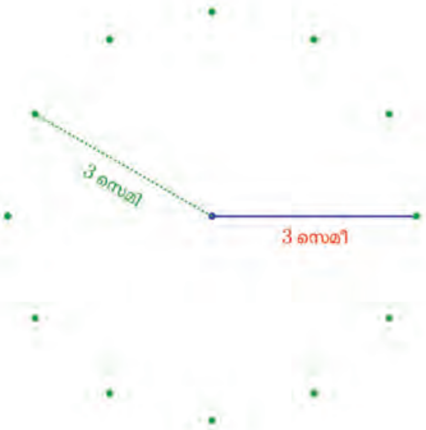
നക്ഷത്രചിത്രങ്ങൾ ജിയോജിബ്രയിൽ വരയ്ക്കുന്നതെങ്ങനെയെന്ന് നോക്കാം. Regular Polygon ടൂൾ ഉപയോഗിച്ച് ഒരു സമഷഡ്ഭുജം വരയ്ക്കുക. (ഇതിനായി ടൂൾ തിരഞ്ഞെടുത്തതിനുശേഷം രണ്ട് ബിന്ദുക്കളിൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്യുമ്പോൾ ലഭിക്കുന്ന ജാലകത്തിൽ മൂലകളുടെ എണ്ണം 6 എന്ന് നൽകിയാൽ മതി). ഇതിന്റെ ഒന്നിടവിട്ട മൂലകൾ യോജിപ്പിച്ചാൽ ഒരു സമഭുജത്രികോണമായി മറ്റു മൂന്ന് മൂലകൾ യോജിപ്പിച്ച് അടുത്ത സമഭുജത്രികോണവും വരയ്ക്കാം. വൃത്തം വേണമെന്നുണ്ടെങ്കിൽ circle through 3 points ടൂൾ ഉപയോഗിച്ച് മൂന്ന് മൂലകളിൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്താൽ മതി. ഇനി ഷഡ്ഭുജം മറച്ച് വയ്ക്കാം.

ഇതുപോലെ 9 വശങ്ങളുള്ള ഒരു സമബഹുഭുജം വരച്ച് അതിൽ നിന്ന് ഇത്തരമൊരു നക്ഷത്രം വരയ്ക്കാം.

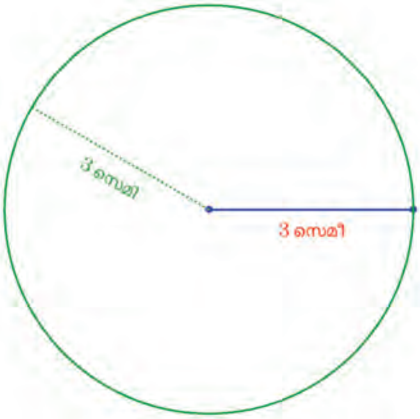


ഇവിടെ മൂന്ന് സമഭുജത്രികോണങ്ങളാണല്ലോ ഉള്ളത്. ഇതുപോലെ കൂടുതൽ സമഭുജത്രികോണങ്ങളുള്ള നക്ഷത്രചിത്രങ്ങൾ വരച്ചുനോക്കൂ.

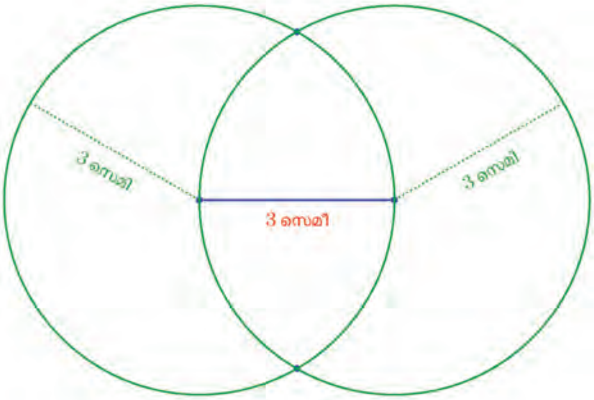
അങ്ങനെയുള്ള കുറേ കുത്തുകൾ സങ്കല്പിച്ചുനോക്കൂ.



ഈ വട്ടം വരച്ചാൽ അതിൽ എവിടെയെങ്കിലും ആയിരിക്കണം മൂന്നാം മൂല.



ഇതുപോലെ വലത്തെ മൂല കേന്ദ്രമായി, 3 സെന്റിമീറ്റർ ആരമെടുത്ത് വരയ്ക്കുന്ന വൃത്തത്തിലും ആയിരിക്കണം മൂന്നാം മൂല.



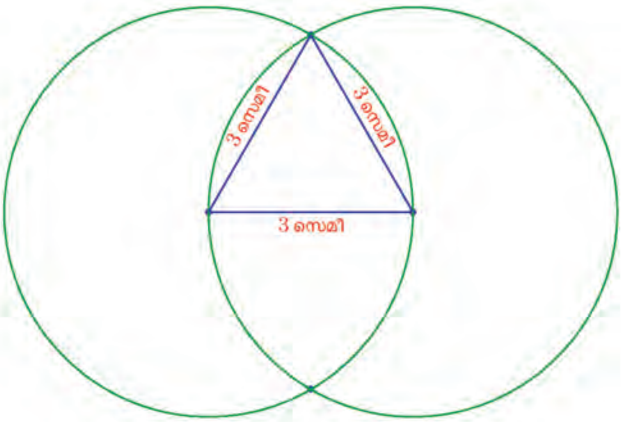
ഈ വൃത്തങ്ങൾ, താഴെയും മുകളിലുമായി രണ്ട് സ്ഥലത്ത് മുറിച്ചു കടക്കുന്നില്ലേ ?

ആ ബിന്ദുക്കളെക്കുറിച്ച് എന്തു പറയാം ?

ആദ്യം വരച്ച വട്ടത്തിലായതിനാൽ, വരയുടെ ഇടതറ്റത്തുനിന്ന് 3 സെന്റിമീറ്റർ അകലെയാണ്; രണ്ടാമത്തെ വട്ടത്തിലായതിനാൽ, വലതറ്റത്തുനിന്ന് 3 സെന്റിമീറ്റർ അകലെയാണ്.

അപ്പോൾ ഇതിൽ ഏതും മൂന്നാം മൂലയാകാം.

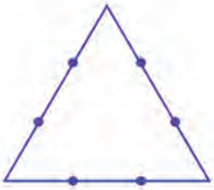
മുകളിലെ ബിന്ദു എടുത്ത് ത്രികോണം വരയ്ക്കാം:



ഇനി വൃത്തങ്ങൾ മായ്ച്ച് കളയാം.

ത്രികോണമായി. നക്ഷത്രം വരയ്ക്കുന്നതെങ്ങനെ ?

അതിന് ത്രികോണത്തിന്റെ മൂന്നു വശങ്ങളിലും 1 സെന്റിമീറ്റർ ഇടവിട്ട് കുത്തുകളിടുക:



ഈ കുത്തുകൾ ഉപയോഗിച്ച് രണ്ടാമത്തെ ത്രികോണം വരയ്ക്കാമല്ലോ.

ഇതിനെച്ചുറ്റി ഒരു വട്ടവും കൂടി വരച്ചാൽ ആദ്യം കണ്ട ചിത്രത്തിന്റെ രൂപമായി. അതിന് കോമ്പസ്സ് എവിടെ കുത്തണം ?

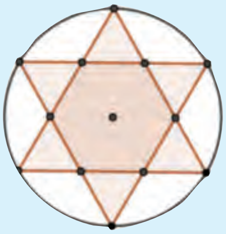
അത് കണ്ടുപിടിക്കൂ (ഊഹിച്ച് എവിടെയെങ്കിലും ആയാൽപ്പോര, കൃത്യമായിരിക്കണം).

ചിത്രം മുഴുവനാക്കിയാൽ ഇഷ്ടപ്പെട്ട നിറങ്ങൾ കൊടുത്ത് ഭംഗിയാക്കാം.

ഇതേപോലെ രണ്ട് ത്രികോണങ്ങൾ വരച്ച്, ചില വരകൾ മായ്ക്കുകയും, ചിലത് കൂട്ടിച്ചേർക്കുകയും ചെയ്ത്, നിറം കൊടുക്കുന്ന രീതിയും മാറ്റിയാൽ ഈ ചിത്രങ്ങൾ കിട്ടും.

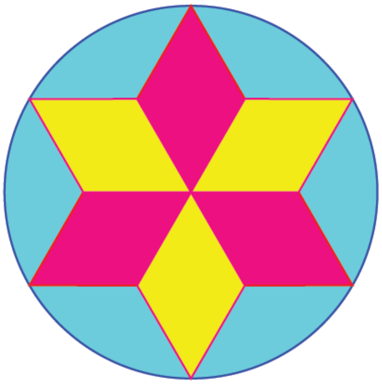
സമഷഡ്ഭുജം ഉപയോഗിച്ച് നക്ഷത്രചിത്രം വരച്ചല്ലോ. ഇതുപയോഗിച്ച് മനോഹരമായ മറ്റ് ചിത്രങ്ങളും വരയ്ക്കാം.

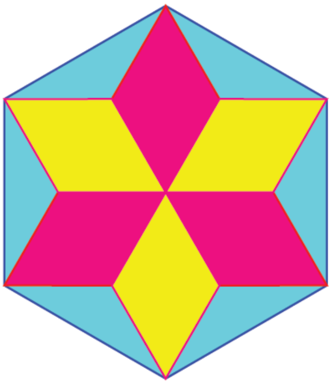
Intersect ടൂളുപയോഗിച്ച്, ത്രികോണങ്ങളുടെ വശങ്ങൾ കൂട്ടിമുട്ടുന്ന ബിന്ദുക്കൾ അടയാളപ്പെടുത്താം. Mid-point or Centre ടൂൾ ഉപയോഗിച്ച് വൃത്തകേന്ദ്രവും അടയാളപ്പെടുത്താം.



ഇനി ത്രികോണങ്ങൾ മറച്ചുവച്ചതിനുശേഷം Polygon ടൂളുപയോഗിച്ച് കുത്തുകൾ വേണ്ട വിധം യോജിപ്പിച്ച് വിവിധ ചിത്രങ്ങൾ വരയ്ക്കാം. നിറങ്ങൾ നൽകാൻ ബഹുഭുജത്തിൽ Right click ചെയ്ത് object properties ⇒ colour എന്നതിൽ നിന്നും ആവശ്യമായ നിറം തിരഞ്ഞെടുത്താൽ മതി. Opacity ഉപയോഗിച്ച് ചിത്രത്തിന്റെ സുതാര്യത മാറ്റാവുന്നതാണ്.

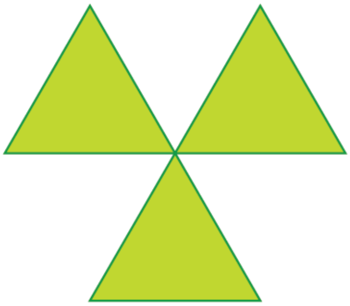
ഈ ചിത്രം വരയ്ക്കാൻ ശ്രമിച്ചു നോക്കൂ.

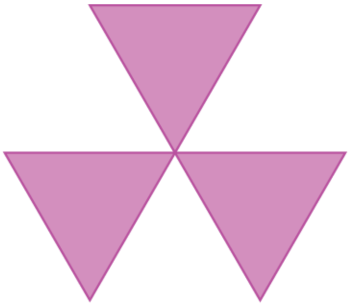




ശ്രമിച്ചുനോക്കൂ

ചുവടെ കാണിച്ചിരിക്കുന്ന ചിത്രങ്ങളും വരച്ചുനോക്കൂ:



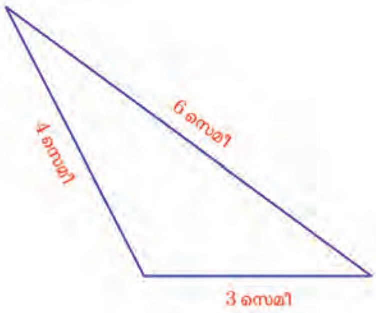


വരയും കണക്കും

വശങ്ങൾക്കെല്ലാം ഒരേ നീളമായ ത്രികോണങ്ങൾ വരച്ചല്ലോ. അത്തരം ത്രികോണങ്ങൾക്ക് സമഭുജത്രികോണങ്ങൾ (equilateral triangles) എന്നാണ് പേര്.

വശങ്ങൾക്ക് ഒരേ നീളമല്ലാത്ത ത്രികോണങ്ങളും ഇതേ രീതിയിൽ വരച്ചുകൂടേ?

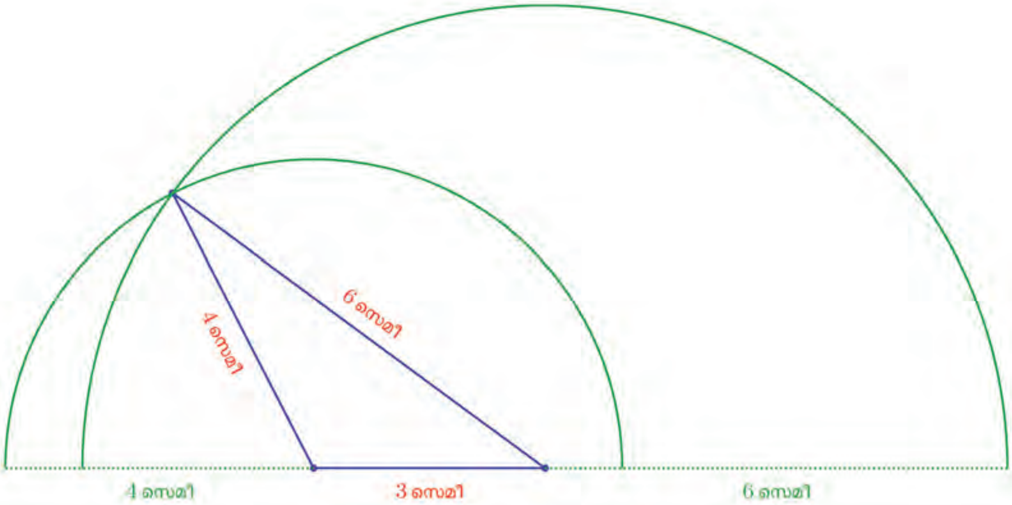
ഉദാഹരണമായി, വശങ്ങളുടെ നീളം 3 സെന്റിമീറ്ററും, 4 സെന്റിമീറ്ററും, 6 സെന്റിമീറ്ററും, ആയ ത്രികോണം:



എങ്ങനെയാണ് ഇതു വരയ്ക്കുക ?

3 സെന്റിമീറ്റർ നീളമുള്ള വര വരച്ച്, ഒരറ്റത്തുനിന്ന് 4 സെന്റിമീറ്ററും, മറ്റേ അറ്റത്തുനിന്ന് 6 സെന്റിമീറ്ററും അകലെ മൂന്നാം മൂല അടയാളപ്പെടുത്തുക.

അതിന് ഓരോ അറ്റത്തുനിന്നും ഓരോ വട്ടം വരച്ചാൽ പോരേ?

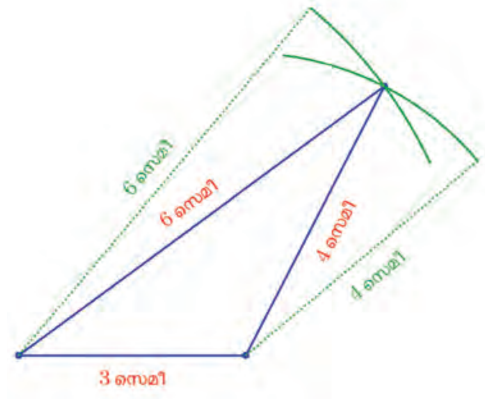


മൂന്നാം മൂലയായി മുകളിലെ സ്ഥാനം മാത്രം മതി എന്നതുകൊണ്ടാണ്, മുകളിലെ പാതി വട്ടം മാത്രം വരച്ചത്. (ശരിക്കുപറഞ്ഞാൽ അത്ര പോലും ആവശ്യമില്ല; വട്ടങ്ങളുടെ രണ്ട് ചെറിയ കഷണങ്ങൾ, കൂട്ടിമുട്ടുന്ന തരത്തിൽ വരച്ചാൽ മതിയല്ലോ)

വശങ്ങൾ അങ്ങോട്ടുമിങ്ങോട്ടും മാറ്റി, ഇങ്ങനെയും വരയ്ക്കാം:

രണ്ട് വശങ്ങൾ

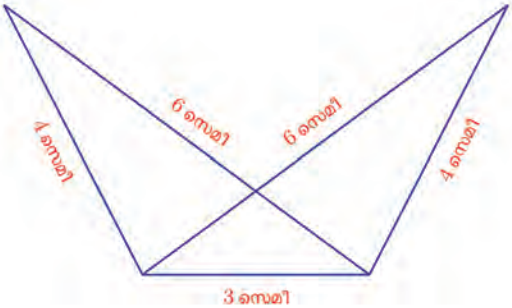
AB = 6, AC = 5 ആയ ത്രികോണം ABC വരയ്ക്കണം. Segment with Given Length ടൂൾ ഉപയോഗിച്ച് നീളം 6 ആയി AB എന്ന ഒരു വര വരയ്ക്കുക. A കേന്ദ്രമായി 5 യൂണിറ്റ് ആരത്തിൽ ഒരു വൃത്തം വരച്ച് അതിൽ ഒരു ബിന്ദു C അടയാളപ്പെടുത്തുക. ത്രികോണം ABC വരയ്ക്കുക. C യുടെ സ്ഥാനം വൃത്തത്തിലൂടെ മാറ്റിനോക്കൂ. AB, AC എന്നീ വശങ്ങളുടെ നീളം മാറുന്നുണ്ടോ? BC യുടെ നീളമോ ? BC യുടെ പരമാവധി നീളം എത്രയാണ് ? ഏറ്റവും കുറഞ്ഞ നീളമോ ? ഈ വശത്തിന്റെ നീളമായി വരാവുന്ന സംഖ്യയ്ക്ക് മറ്റു രണ്ടു വശങ്ങളുടെ നീളവുമായി എന്താണ് ബന്ധം ?



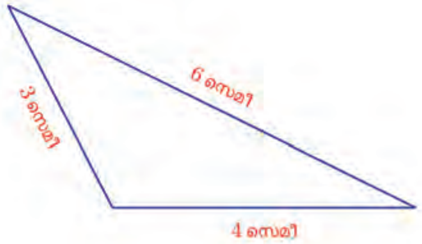
ഈ രണ്ടു ത്രികോണങ്ങളും തമ്മിൽ എന്തെങ്കിലും വ്യത്യാസമുണ്ടോ?

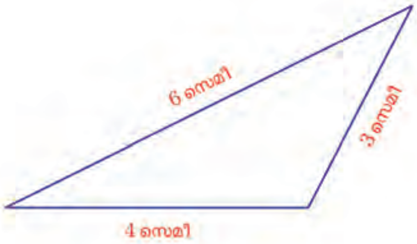
ഇടംവലം തിരിഞ്ഞിട്ടല്ലേയുള്ളൂ ?

ഒരുമിച്ചു വരച്ചാൽ ഇത് വേഗം കാണാം:



നീളങ്ങൾ മാറ്റാതെ, വശങ്ങളുടെ സ്ഥാനം മാറ്റിയും വരയ്ക്കാമല്ലോ.

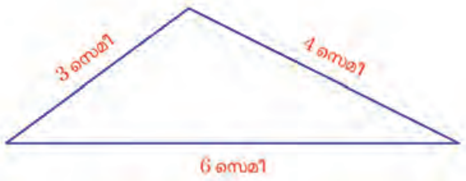




തിരിച്ചും മറിച്ചും വച്ചു എന്നല്ലാതെ ഈ വരച്ച ആറ് ചിത്രങ്ങളും തമ്മിൽ എന്തെങ്കിലും വ്യത്യാസമുണ്ടോ ?

സംശയം തീർന്നില്ല എങ്കിൽ, ഇതിൽ ഒരെണ്ണം കട്ടിക്കടലാസിൽ വെട്ടിയെടുത്ത്, ഓരോന്നിന്റെയും മുകളിൽ പലതരത്തിൽ വച്ചു നോക്കൂ.

ഇനി ഇതിൽ ഏതെങ്കിലും ഒരു ചിത്രം നോക്കൂ:



ഒരു ത്രികോണം വരച്ച് അതിന്റെ കോണളവുകളും വശങ്ങളുടെ നീളവും അടയാളപ്പെടുത്തുക. കോണുകളുടെ വലുപ്പവും വശങ്ങളുടെ നീളവും താരതമ്യം ചെയ്യൂ. ത്രികോണത്തിന്റെ മൂലകൾ മാറ്റിനോക്കൂ.

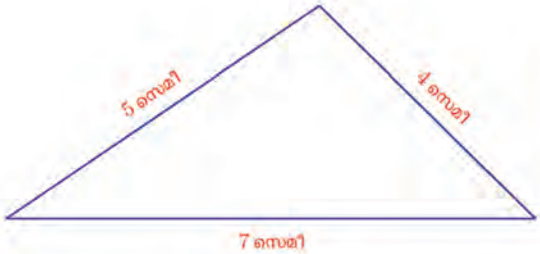
ഇതിലെ ഏറ്റവും വലിയ കോൺ ഏതാണ് ?

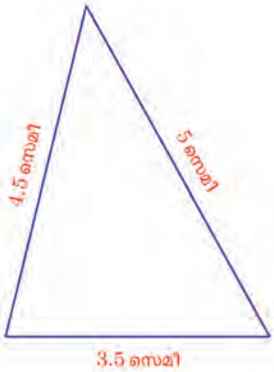
ഏറ്റവും ചെറുതോ ?

അളക്കാതെതന്നെ നോക്കിപ്പറയാമല്ലോ

അവയുടെ എതിരെയുള്ള വശങ്ങൾ നോക്കൂ:

വശങ്ങളുടെ നീളം പലതായെടുത്ത്, കുറേ ത്രികോണങ്ങൾ വരച്ചു നോക്കൂ. എല്ലാറ്റിലും ഏറ്റവും വലിയ കോണിനെതിരെ ഏറ്റവും നീളം കൂടിയ വശവും, ഏറ്റവും ചെറിയ കോണിനെതിരെ ഏറ്റവും നീളം കുറഞ്ഞ വശവും ആണോ ?





എന്തുകൊണ്ടാണിത് ?

കോൺ വലുതാകുംതോറും, അവയുടെ വശങ്ങൾ കൂടുതൽ അകലുമല്ലോ.

ത്രികോണങ്ങളെക്കുറിച്ചുള്ള ഇക്കാര്യം ഇങ്ങനെ എഴുതാം:

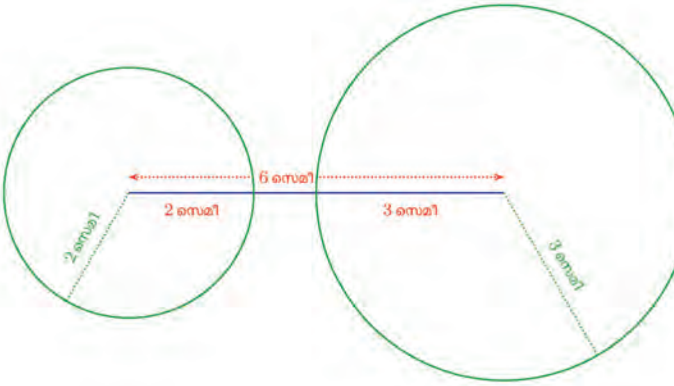
ഏതു ത്രികോണത്തിലും, കോണുകൾക്കും എതിർവശങ്ങൾക്കും ഒരേ വലുപ്പക്രമമാണ്.

വശങ്ങളുടെ നീളം പലതായി ത്രികോണങ്ങൾ വരച്ചല്ലോ.

> 6 യൂണിറ്റ് നീളത്തിൽ AB എന്ന ഒരു വര വരച്ച് A കേന്ദ്രമായി 2 യൂണിറ്റ് ആരത്തിൽ ഒരു വൃത്തം വരയ്ക്കുക. Min = 0, Max = 10 ആകത്തക്ക വിധം ഒരു slider '*a*' നിർമ്മിക്കുക. Circle → Centre & Radius ടൂൾ ഉപയോഗിച്ച് B യിൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്യുമ്പോൾ ലഭിക്കുന്ന ജാലകത്തിൽ വൃത്തത്തിന്റെ ആരമായി '*a*' എന്ന് നൽകുക. Intersect ടൂൾ ഉപയോഗിച്ച്, വൃത്തങ്ങൾ കൂട്ടിമുട്ടുന്ന ഒരു ബിന്ദു C അടയാളപ്പെടുത്തുക. (വൃത്തങ്ങൾ കൂട്ടിമുട്ടത്തക്കവിധം സ്ലൈഡറിന്റെ വില ക്രമീകരിക്കാം.) ത്രികോണം ABC വരച്ച് വശങ്ങളുടെ നീളം അടയാളപ്പെടുത്തുക. സ്ലൈഡർ മാറ്റിനോക്കൂ. ഏതൊക്കെ വിലകൾക്കാണ് ത്രികോണം ലഭിക്കുന്നത് ?

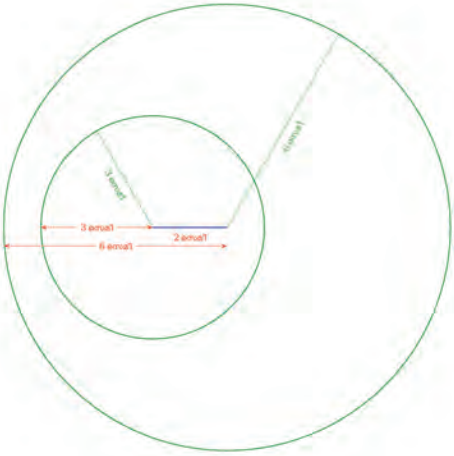
അപ്പോഴൊരു ചോദ്യം: വശങ്ങളുടെ നീളം ഏതു മൂന്ന് സംഖ്യകളായും ത്രികോണം വരയ്ക്കാൻ പറ്റുമോ ?

ഉദാഹരണമായി, 6 സെന്റിമീറ്റർ, 2 സെന്റിമീറ്റർ, 3 സെന്റിമീറ്റർ എന്നെടുത്താലോ ?



അതായത് 6 സെന്റിമീറ്റർ വരയുടെ ഒരറ്റത്തുനിന്ന് 2 സെന്റിമീറ്റർ അകലെയുള്ള ബിന്ദുക്കൾ എല്ലാം തന്നെ, മറ്റേ അറ്റത്തുനിന്ന് 3 സെന്റിമീറ്റിനേക്കാൾ കൂടുതൽ അകലത്തിൽ ആണ്; മറിച്ചും.

2 സെന്റിമീറ്റർ വര താഴത്തെ വശമാക്കി വരയ്ക്കാൻ നോക്കിയാലോ ?



രണ്ട് ചിത്രങ്ങളിലെയും ചുവന്ന വരകൾ ഒന്നുകൂടി നോക്കൂ. ത്രികോണം വരയ്ക്കാൻ സാധിക്കാത്തതിന്റെ കാരണമെന്താണ് ?

ഏറ്റവും വലിയ നീളമായ 6, മറ്റ് രണ്ട് നീളങ്ങളായ 2 ഉം 3 ഉം കൂട്ടിയതിനേക്കാൾ കൂടുതലാണ്.

അപ്പോൾ മൂന്ന് നീളങ്ങൾ ത്രികോണമാകണമെങ്കിൽ, ഏറ്റവും വലിയ നീളം മറ്റ് രണ്ട് നീളങ്ങളുടെ തുകയേക്കാൾ ചെറുതായിരിക്കണം.

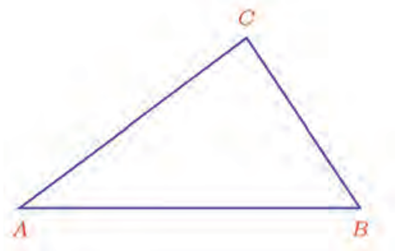
ഇത് ത്രികോണങ്ങളുടെ വശങ്ങളുടെ നീളത്തെക്കുറിച്ചുള്ള ഒരു പൊതുതത്വമായി എഴുതാം:

ഏത് ത്രികോണത്തിലും, ഏറ്റവും വലിയ വശത്തിന്റെ നീളം മറ്റ് രണ്ട് വശങ്ങളുടെ നീളങ്ങളുടെ തുകയേക്കാൾ ചെറുതാണ്.

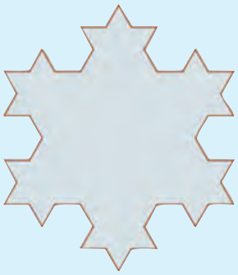
ഇത് മറ്റൊരു രീതിയിലും പറയാം : ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ ചെറിയ രണ്ട് വശങ്ങളുടെ നീളം കൂട്ടിയാൽ ഏറ്റവും വലിയ വശത്തിന്റെ നീളത്തെക്കാൾ കൂടുതലായിരിക്കും.

ഇതിൽനിന്ന് ത്രികോണത്തിന്റെ ഏത് രണ്ട് വശങ്ങളുടെ നീളം കൂട്ടിയാലും, മൂന്നാമത്തെ വശത്തിന്റെ നീളത്തെക്കാൾ കൂടുതലായിരിക്കും എന്നും കാണാം (അതെങ്ങനെ ?)

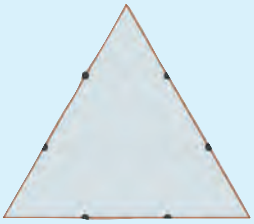
ഒന്നാലോചിച്ചാൽ, ഇത് പെട്ടെന്ന് കാണാവുന്നതാണല്ലോ.



A യിൽനിന്നു B യിലേക്ക് നേരെ പോകുന്നതിനേക്കൾ ദൂരം കൂടുതലല്ലേ, C യിലൂടെ വഴിമാറിപ്പോകുന്നത്.



ഇങ്ങനെ ഒരു ചിത്രം വരച്ചുനോക്കാം. ഇതിനായി ആദ്യം ഒരു സമഭുജത്രികോണം വരച്ച് അതിന്റെ ഓരോ വശവും മൂന്ന് തുല്യഭാഗങ്ങളാക്കണം.



ഓരോ വശത്തിന്റെയും നടുവിലുള്ള ഭാഗത്ത് ഓരോ സമഭുജത്രികോണങ്ങൾ വരയ്ക്കുക.

ഈ നക്ഷത്രത്തിന്റെ ഓരോ വശവും മൂന്ന് തുല്യഭാഗങ്ങളാക്കി നടുവിലുള്ള ഭാഗത്ത് ഓരോ സമഭുജത്രികോണങ്ങൾ വരച്ചാൽ നമ്മുടെ ചിത്രമായി. ആദ്യം വരയ്ക്കുന്ന ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ നീളം 9 ന്റെ ഗുണിതമായാൽ കാര്യങ്ങൾ എളുപ്പമായി. ഒരു വശത്തെ മൂന്ന് തുല്യഭാഗങ്ങളാക്കാൻ വശത്തിന്റെ നീളത്തിന്റെ മൂന്നിലൊന്ന് ആരമുള്ള ഒരു വൃത്തം ത്രികോണത്തിന്റെ മൂല കേന്ദ്രമാക്കി വരച്ച്, വൃത്തവും വശവും കൂട്ടിമുട്ടുന്ന ബിന്ദു അടയാളപ്പെടുത്തിയാൽ മതി.

ഈ കണക്കുകൾ ചെയ്തു നോക്കൂ.

(1) വശങ്ങളുടെ നീളം എണ്ണൽസംഖ്യകളായ ത്രികോണത്തിന്റെ 2 വശങ്ങളുടെ നീളം 5 സെന്റിമീറ്ററും 8 സെന്റിമീറ്ററും ആയാൽ മൂന്നാമത്തെ വശത്തിന്റെ നീളം ഏതൊക്കെ സംഖ്യയാകാം ?

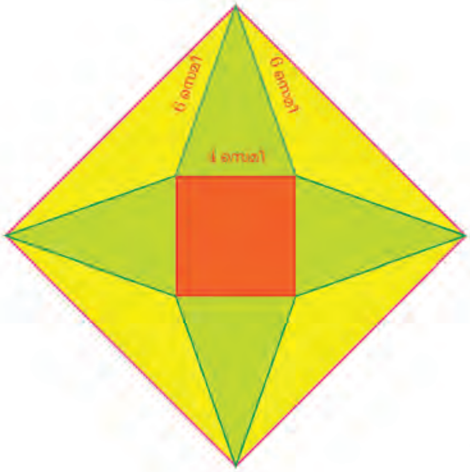
(2) വശങ്ങളുടെ നീളം എണ്ണൽസംഖ്യകളായ ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ രണ്ട് വശങ്ങളുടെ നീളം 1 സെന്റിമീറ്ററും 99 സെന്റിമീറ്ററും ആണ്. മൂന്നാം വശത്തിന്റെ നീളം എത്രയാണ് ?

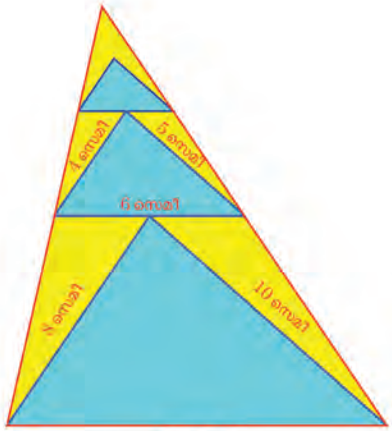
(3) ചുവടെയുള്ള കൂട്ടങ്ങളിൽ ത്രികോണം നിർമ്മിക്കാൻ കഴിയുന്ന അളവുകൾ ഏതൊക്കെയാണ് ?

(i) 4 സെ.മീ, 6 സെ.മീ, 10 സെ.മീ (ii) 3 സെ.മീ, 4 സെ.മീ, 5 സെ.മീ

(iii) 10 സെ.മീ, 5 സെ.മീ, 4 സെ.മീ

(4) ഈ ചിത്രങ്ങൾ വരയ്ക്കുക:





കോൺ കണക്ക്

മൂന്നു വശങ്ങളുടെയും നീളം നിശ്ചയിച്ച്, ത്രികോണം വരയ്ക്കുന്നതു കണ്ടു. നീളങ്ങളായി എടുക്കുന്ന സംഖ്യകൾ തമ്മിൽ ഉണ്ടാകേണ്ട ബന്ധവും മനസ്സിലാക്കി.

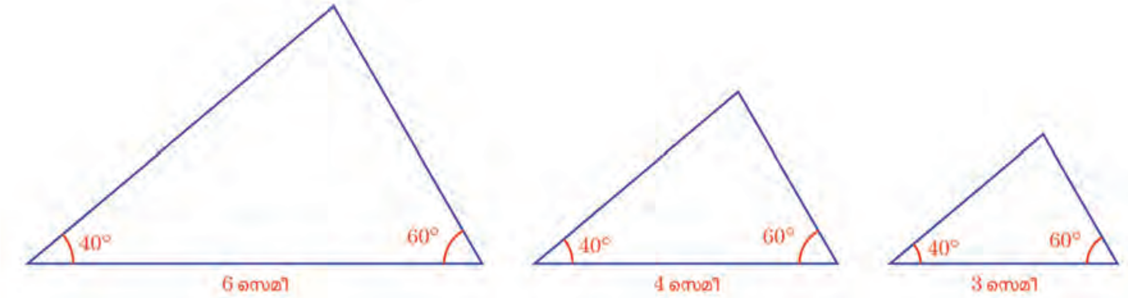
മൂന്നു കോണുകളാണ് തീരുമാനിക്കുന്നതെങ്കിലോ ?

ത്രികോണത്തിന്റെ കോണുകളുടെ തുക 180° ആണെന്ന് അറിയാമല്ലോ (**സമാന്തരവരകൾ** എന്ന പാഠം).

അപ്പോൾ രണ്ട് കോണുകൾ മാത്രമേ തീരുമാനിക്കാൻ പറ്റുകയുള്ളൂ. ഉദാഹരണമായി, രണ്ട് കോണുകൾ 40°, 60° എന്നെടുത്താൽ, മൂന്നാമത്തെ കോൺ 80° എന്നെടുത്താലേ ത്രികോണമാകൂ.

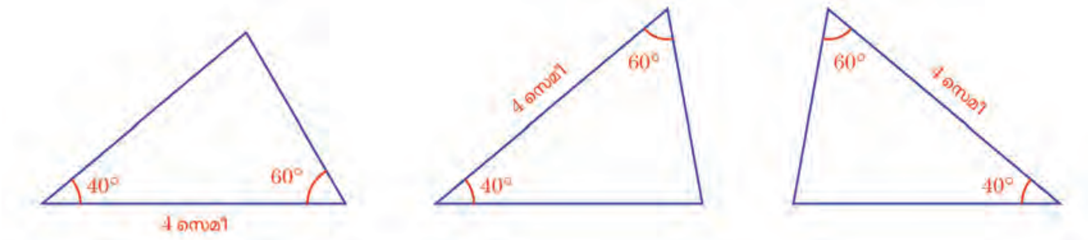
ഈ കോണുകളുള്ള ത്രികോണം വരയ്ക്കുന്നതെങ്ങനെ ?

ഒന്നല്ല, പല ത്രികോണങ്ങൾ വരയ്ക്കാം.

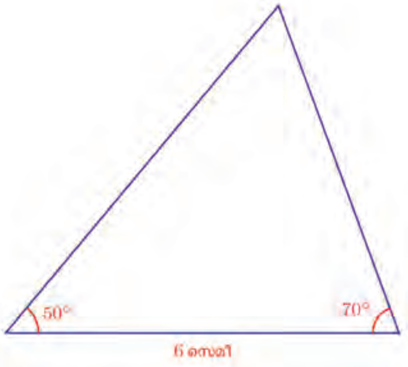


അപ്പോൾ ഒരേയൊരു ത്രികോണമാണ് ഉദ്ദേശിക്കുന്നതെങ്കിൽ, രണ്ട് കോണുകൾ മാത്രമല്ല, അവ നിൽക്കുന്ന വരയുടെ നീളവും നിശ്ചയിക്കണം.

ഒരു മറു ചോദ്യമുണ്ട്: ഒരു വശത്തിന്റെ നീളം 4 സെന്റിമീറ്ററും, അതിന്മേൽ 40°, 60° കോണുകളുമായി, പല ത്രികോണങ്ങൾ വരച്ചുകൂടേ ?

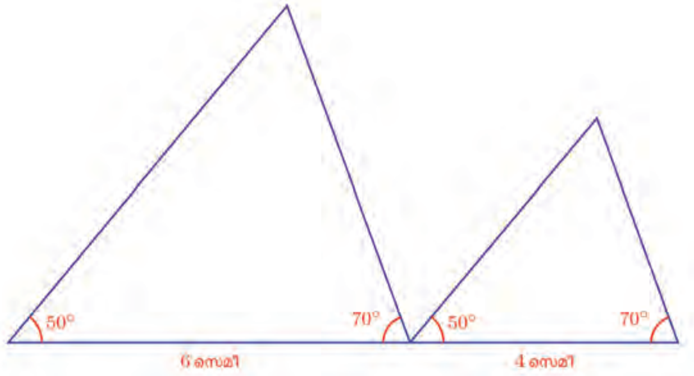


കോണുകളുടെ സ്ഥാനങ്ങൾ അങ്ങോട്ടും ഇങ്ങോട്ടും മാറ്റി, ഇനിയും വരയ്ക്കാം (ശ്രമിച്ചുനോക്കൂ). പക്ഷേ ഇവയെല്ലാം തന്നെ മുമ്പു കണ്ടതുപോലെ, ഒരേ ത്രികോണത്തെ തിരിച്ചും മറിച്ചും വച്ചതല്ലേ ? അതായത്, ഒരു വശം 4 സെന്റിമീറ്ററും, അതിന്മേലുള്ള കോണുകൾ 40° യും 60° യും ആയ ഒരു ത്രികോണമേയുള്ളൂ.

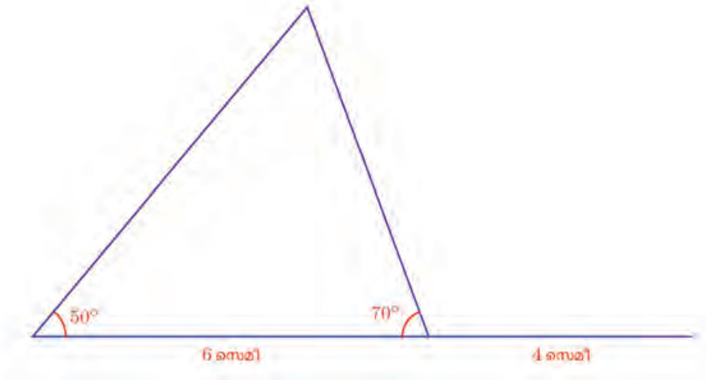


ഇങ്ങനെ വരയ്ക്കുന്ന ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ വലുപ്പം മാറ്റി വരയ്ക്കാനും എളുപ്പമാണ്. ഉദാഹരണമായി, ഈ ചിത്രം നോക്കുക:

ഇതിനോട് ചേർന്ന് ഇങ്ങനെയൊരു ത്രികോണവും കൂടി വരയ്ക്കണം:

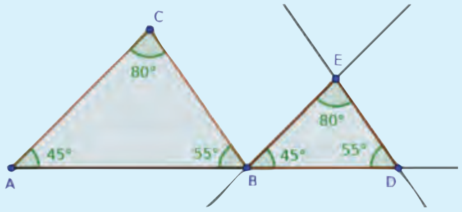


ആദ്യം താഴത്തെ വശം 4 സെന്റിമീറ്റർ നീട്ടാം.



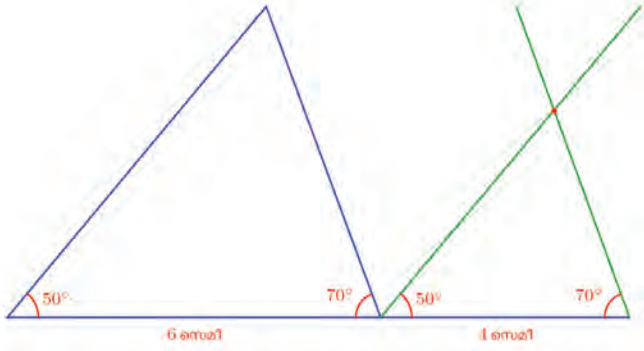
ഇനി ഈ നീട്ടിയ ഭാഗത്തിന്റെ ഇടതറ്റത്ത് 50° കോൺ വരയ്ക്കാം:

Polygon ടൂളുപയോഗിച്ച് ഒരു ത്രികോണം ABC വരയ്ക്കുക. Ray ടൂൾ ഉപയോഗിച്ച് AB നീട്ടി വരയ്ക്കുക. ഈ വരയിൽ D എന്ന ഒരു ബിന്ദു അടയാളപ്പെടുത്തുക. D യിലൂടെ BC ക്ക് സമാന്തരമായി ഒരു വരയും B യിലൂടെ AC ക്ക് സമാന്തരമായി മറ്റൊരു വരയും വരച്ച് അവ തമ്മിൽ കൂട്ടിമുട്ടുന്ന ബിന്ദു E അടയാളപ്പെടുത്തുക. ത്രികോണം BDE വരയ്ക്കുക. Angle ടൂൾ ഉപയോഗിച്ച് ത്രികോണങ്ങൾക്കുള്ളിൽ ക്ലിക്കുചെയ്താൽ കോണളവുകൾ കാണാൻ കഴിയും.



D യുടെ സ്ഥാനം വരയിലൂടെ മാറ്റിനോക്കൂ.

ഇതുപോലെ വരയുടെ വലതറ്റത്ത് 70° കോണും.

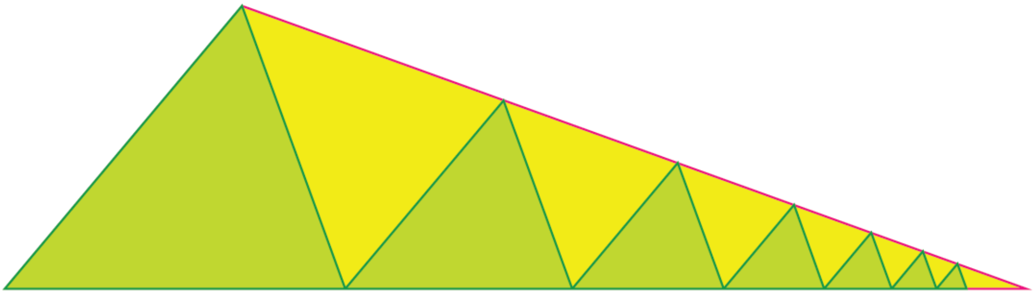


ഈ ചിത്രത്തിൽ ഒരു കാര്യം ശ്രദ്ധിച്ചോ ?

പുതിയ ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങൾ, പഴയ ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങൾക്ക് സമാന്തരമാണ് (എന്തുകൊണ്ട് ?).

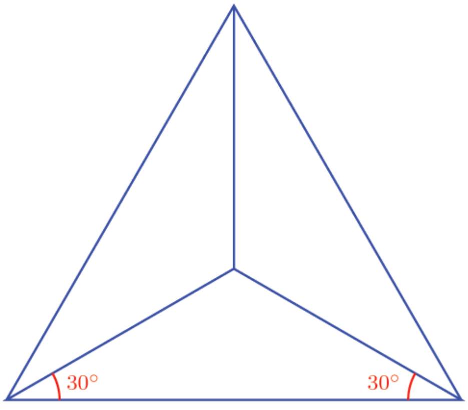
അപ്പോൾ പുതിയ ത്രികോണം വരയ്ക്കാൻ വീണ്ടും കോണുകൾ അളന്നു വരയ്ക്കുന്നതിന് പകരം, പഴയ ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങൾക്ക് സമാന്തരമായി വരകൾ വരച്ചാലും മതി (ജിയോജിബ്രയിൽ ഇതാണ് സൗകര്യം).

ഇനി ഇങ്ങനെയൊരു ചിത്രം വരയ്ക്കാമല്ലോ.

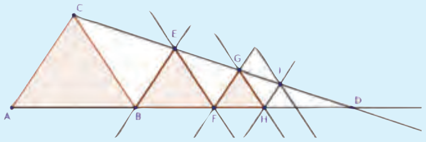


ചുവടെയുള്ള ത്രികോണം വരയ്ക്കാമോ ?

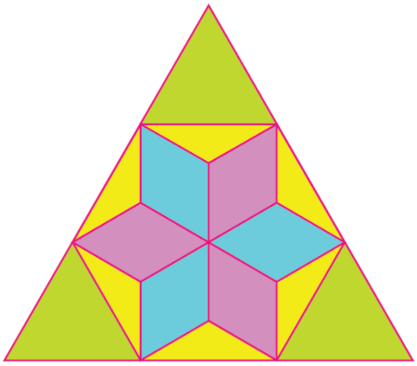
ഇവ മൂന്നെണ്ണം ചേർത്തുവച്ച് സമഭുജത്രികോണമാക്കാം:



ത്രികോണം ABC വരയ്ക്കുക. AB നീട്ടി വരച്ച് അതിൽ ഒരു ബിന്ദു D അടയാളപ്പെടുത്തുക CD യോജിപ്പിക്കുക. B യിലൂടെ AC ക്ക് സമാന്തരമായി ഒരു വര വരച്ച് ഈ വര CD എന്ന വരയുമായി കൂട്ടിമുട്ടുന്ന ബിന്ദു E അടയാളപ്പെടുത്തുക. E യിലൂടെ BC ക്ക് സമാന്തരമായ വര വരച്ച് താഴത്തെ വരയുമായി കൂട്ടിമുട്ടുന്ന ബിന്ദു F അടയാളപ്പെടുത്തുക. ത്രികോണം BFE വരയ്ക്കുക. ഇതുപോലെ മറ്റ് ത്രികോണങ്ങളും വരച്ച് നിറം നൽകാം. ഇനി ആവശ്യമില്ലാത്ത വരകൾ മറച്ചുവയ്ക്കുകയുമാകാം.

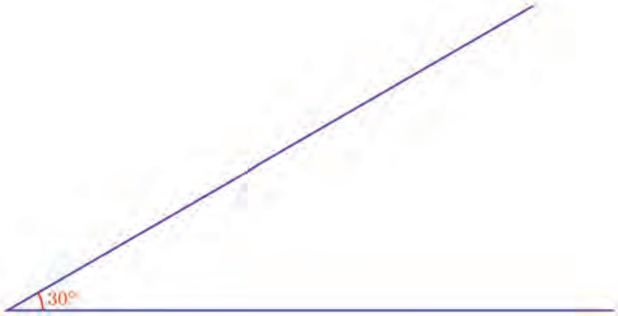


ഇത്തരം ചെറിയ ത്രികോണങ്ങൾ കൂടുതലെണ്ണം ചേർത്തുവച്ച് ഈ ചിത്രങ്ങൾ വരയ്ക്കാമോ ?

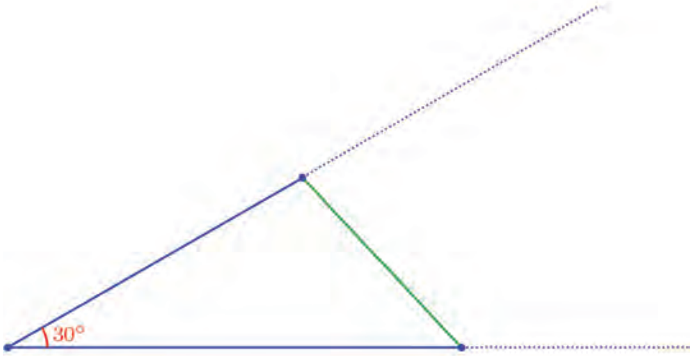


വശങ്ങളും കോണുകളും

ഒരു കോണിന്റെ വശങ്ങൾ എത്ര വേണമെങ്കിലും നീട്ടാം:



ഒരു വരകൊണ്ട് തടുത്താൽ ത്രികോണമായി.



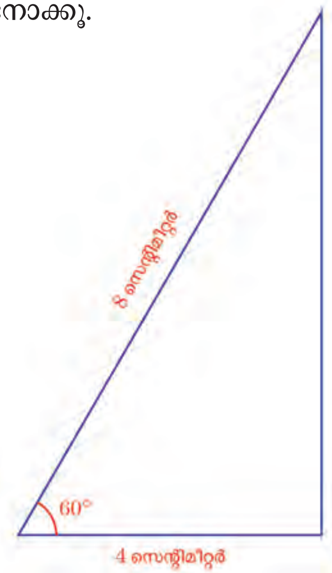
ഇങ്ങനെയൊരു വര വരയ്ക്കാൻ, കോണിന്റെ ഓരോ വശത്തും ഓരോ ബിന്ദു അടയാളപ്പെടുത്തിയാൽ മതിയല്ലോ.

മറ്റൊരുവിധത്തിൽ പറഞ്ഞാൽ, ഒരു കോണും, അതിന്റെ വശങ്ങളുടെ നീളവും നിശ്ചയിച്ചുകഴിഞ്ഞാൽ ത്രികോണമായി.

ഉദാഹരണമായി, മുകളിൽ വരച്ച കോണിൽ, താഴത്തെ വശം 6 സെന്റിമീറ്ററും, മുകളിലെ വശം 4.5 സെന്റിമീറ്ററും ആയി തീരുമാനിച്ചാൽ, നേരത്തേ വരച്ച ത്രികോണം കിട്ടും.

ഇക്കാര്യം മറ്റൊരു വിധത്തിലും പറയാം: രണ്ടു വശങ്ങളും, അവയുടെ ഇടയിലെ കോണും തീരുമാനിച്ചു കഴിഞ്ഞാൽ ത്രികോണമായി.

ഇനി രണ്ട് വശങ്ങളുടെ നീളം 4 സെന്റിമീറ്റർ, 8 സെന്റിമീറ്റർ, അവയുടെ ഇടയിലെ കോൺ 60° ആയി ഒരു ത്രികോണം വരച്ചുനോക്കൂ.



ത്രികോണത്തിന് എന്തെങ്കിലും പ്രത്യേകത തോന്നുന്നുണ്ടോ ?

ഒരു വശം മറ്റേ വശത്തിന്റെ രണ്ട് മടങ്ങും, ഇടയിലെ കോൺ 60° യും ആയി വേറെ ത്രികോണങ്ങൾ വരച്ചു നോക്കൂ.

എല്ലാം മട്ടത്രികോണമാണോ ?

അപ്പോൾ അവയുടെ മൂന്നാമത്തെ കോൺ എത്ര ഡിഗ്രിയാണ് ?

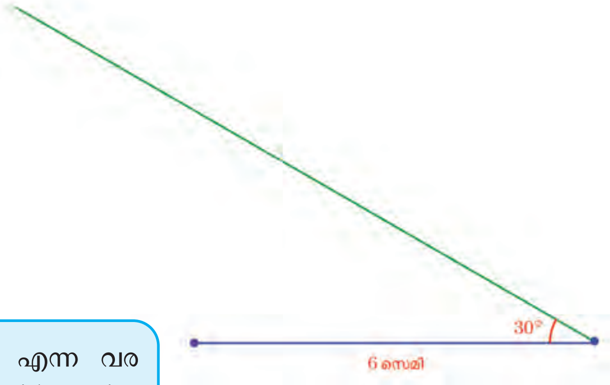
ജ്യാമിതിപ്പെട്ടിയിലെ മട്ടങ്ങളിൽ, വശങ്ങളെല്ലാം വ്യത്യസ്തമായത് എടുത്ത് നീളം കുറഞ്ഞ വശവും, നീളം കൂടിയ വശവും അളന്ന് നോക്കൂ. വലുത്, ചെറുതിന്റെ രണ്ടു മടങ്ങാണോ ?

വേറൊരു കാര്യം നോക്കാം. രണ്ട് വശങ്ങളും അവ ചേരുന്ന കോണും തീരുമാനിച്ചാൽ, ത്രികോണം വരയ്ക്കാം.

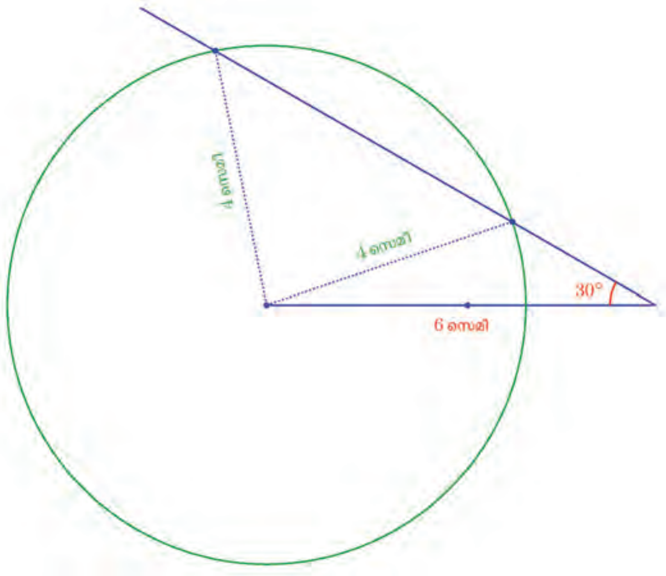
രണ്ട് വശങ്ങളുടെ നീളവും, അവയുടെ ഇടയിൽ അല്ലാത്ത ഒരു കോണുമാണ് എടുക്കുന്നതെങ്കിലോ ?

ഇത് വരയ്ക്കുന്നതെങ്ങനെ ?

6 സെന്റിമീറ്റർ നീളത്തിൽ വരയും, അതിന്റെ വലതറ്റത്ത് 30° കോണും വരയ്ക്കാം:

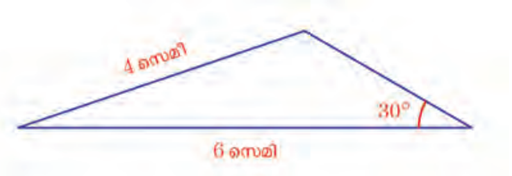


ത്രികോണത്തിന്റെ മൂന്നാം മൂല ഈ വരയിൽ എവിടെയെങ്കിലും ആകണമല്ലോ. താഴത്തെ വരയുടെ ഇടതറ്റത്തുനിന്ന് 4 സെന്റിമീറ്റർ അകലെയും ആകണം. അതായത്, ഇടതറ്റം കേന്ദ്രമായി, 4 സെന്റിമീറ്റർ ആരമായ വൃത്തത്തിലാകണം. ഈ വൃത്തം വരച്ചാലോ ?

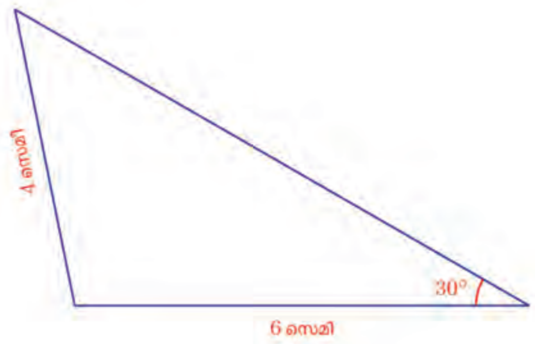


നീളം 10 ആയി AB എന്ന വര വരയ്ക്കുക. Angle with Given Size ടൂൾ ഉപയോഗിച്ച് B യിലും തുടർന്ന് A യിലും ക്ലിക്കു ചെയ്യുമ്പോൾ ലഭിക്കുന്ന ജാലകത്തിൽ കോണളവ് 30° എന്നു നൽകുക. B′ എന്ന ഒരു ബിന്ദു ലഭിക്കും. AB′ എന്ന വര വരയ്ക്കുക (Ray ടൂൾ ഉപയോഗിക്കാം). ഒരു സ്ലൈഡർ '*a*' (min : 0, max : 10) നിർമ്മിക്കുക. Circle: Centre & Radius ടൂളുപയോഗിച്ച് B യിൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്യുമ്പോൾ ലഭിക്കുന്ന ജാലകത്തിൽ വൃത്തത്തിന്റെ ആരമായി '*a*' എന്നു നൽകുക. വൃത്തം AB′ എന്ന വരയുമായി കൂട്ടിമുട്ടുന്ന ബിന്ദുക്കൾ C, D ഇവ അടയാളപ്പെടുത്തുക, ABC, ABD എന്നീ ത്രികോണങ്ങൾ വരയ്ക്കുക. സ്ലൈഡറിന്റെ വില മാറ്റിനോക്കൂ. ഒന്നിലധികം ത്രികോണങ്ങൾ കിട്ടുന്നത് എപ്പോഴൊക്കെയാണ് ? ഒരു ത്രികോണം മാത്രം കിട്ടുന്ന സന്ദർഭത്തിൽ ആ ത്രികോണത്തിന്റെ പ്രത്യേകത എന്താണ്. ത്രികോണമൊന്നുപോലും കിട്ടാതിരിക്കുന്നുണ്ടോ ?

വൃത്തം വരയെ രണ്ട് സ്ഥലത്ത് മുറിച്ച് കടക്കുന്നുണ്ടല്ലോ. ഇതിൽ താഴത്തെ ബിന്ദു മൂന്നാം മൂലയായി എടുത്താൽ, ഇപ്പോൾ കണ്ട ത്രികോണമായി.



മുകളിലെ ബിന്ദു മൂന്നാം മൂലയായി എടുത്താലോ ?

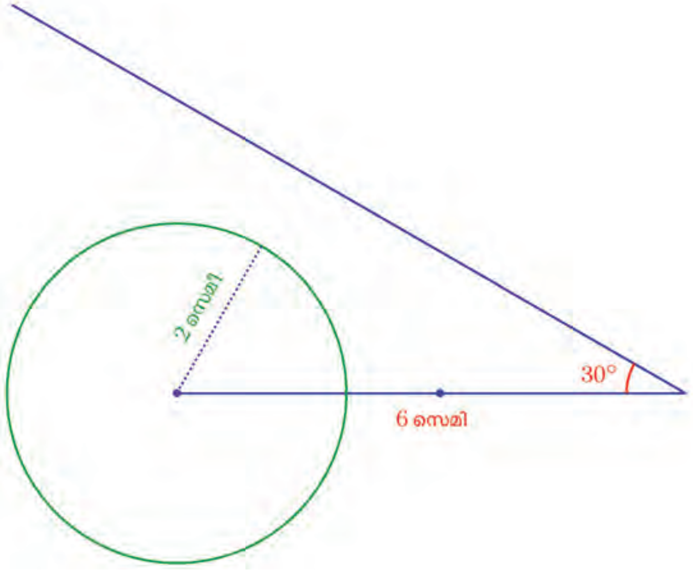


അതായത്, ഈ അളവുകളിൽ രണ്ട് ത്രികോണങ്ങൾ വരയ്ക്കാം.

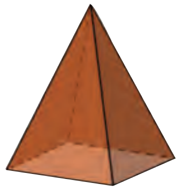
ത്രികോണത്തിന്റെ ഇടതുവശം, 4 സെന്റിമീറ്ററിന് പകരം മറ്റൊരു നീളമായാലും രണ്ട് ത്രികോണങ്ങൾ കിട്ടുമോ ?

ഉദാഹരണമായി, 2 സെന്റിമീറ്റർ ആയാലോ ?

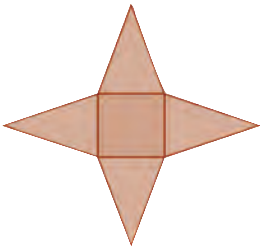
ഇതുപോലെ വരയും വട്ടവും വരച്ചുനോക്കൂ:



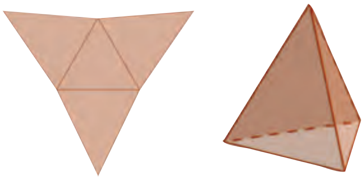
ത്രിമാനരൂപങ്ങൾ



ഒരു സമചതുരസ്തൂപികയുടെ ചിത്രമാണിത്. ഇത്തരമൊന്ന് നിർമ്മിച്ച് നോക്കാം. താഴെ കാണുന്ന രൂപം നോക്കൂ. ഒരു സമചതുരത്തിന്റെ നാല് വശങ്ങളിലും സമപാർശ്വത്രികോണങ്ങൾ (രണ്ട് വശങ്ങൾ തുല്യമായ ത്രികോണങ്ങൾ) വരച്ചതാണിത്.



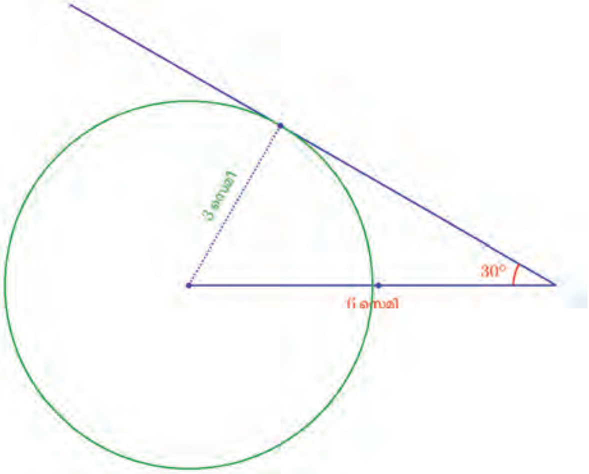
ഇത്തരമൊന്ന് കട്ടിക്കടലാസിൽ വെട്ടിയെടുക്കുക. ഇത് മടക്കി ഒട്ടിച്ചാൽ സമചതുരസ്തൂപികയായി.



ആദ്യത്തെ ചിത്രത്തിൽ കാണുന്നതുപോലെ ഒരു സമഭുജത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങളിൽ സമപാർശ്വത്രികോണങ്ങൾ വരച്ച് വെട്ടിയെടുത്ത് മടക്കി ഒട്ടിച്ചാൽ രണ്ടാമത്തെ ചിത്രത്തിൽ കാണുന്ന സമഭുജത്രികോണസ്തൂപിക നിർമ്മിക്കാം.

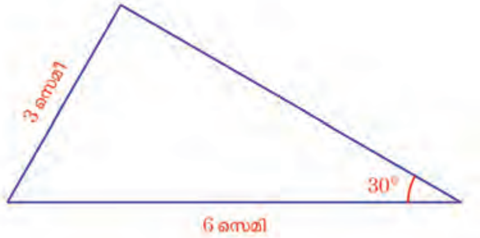
വട്ടം വരയെ മുട്ടുക തന്നെയില്ല. ത്രികോണം വരയ്ക്കാനും കഴിയില്ല.

വശത്തിന്റെ നീളം 3 സെന്റിമീറ്റർ ആയാലോ ?



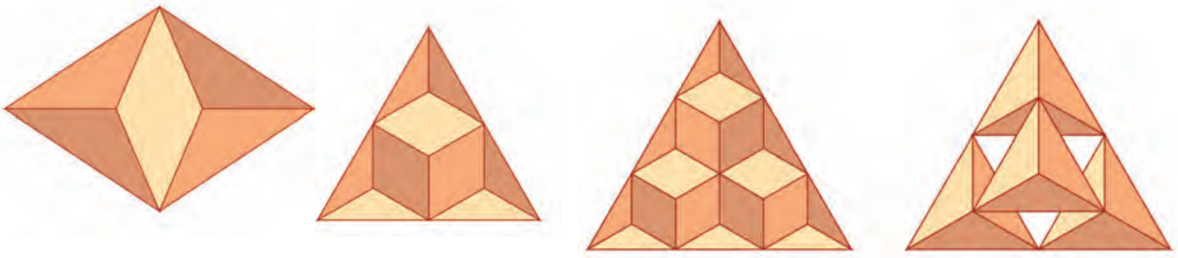
വട്ടം വരയെ ഒരേ ഒരു സ്ഥാനത്ത് മുട്ടും.

ഈ അളവുകളിൽ ഒരേ ഒരു ത്രികോണവും വരയ്ക്കാം:



വശത്തിന്റെ നീളം 6 സെന്റീമിറ്ററിൽ കൂടുതലായി എടുത്താലോ ? വരച്ചുനോക്കൂ.

ഇനി ഈ പാഠത്തിലെ രീതികൾ ഉപയോഗിച്ച് ഈ ചിത്രങ്ങൾ വരച്ചു നോക്കൂ.



4 വിപരീതഭിന്നങ്ങൾ

ഭാഗവും മടങ്ങും

ഒരു പായ്ക്കറ്റിൽ രണ്ടു പേനയുണ്ട്. മറ്റൊന്നിൽ എട്ടെണ്ണവും:

ഇവ രണ്ടു തരത്തിൽ ഒത്തുനോക്കാം:

ഇനി ഇവയുടെ ഭാരങ്ങൾ നോക്കൂ:

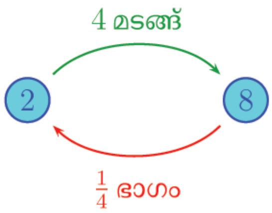
ഒന്ന് 5 കിലോഗ്രാം, മറ്റൊന്ന് 15 കിലോഗ്രാം

ഇവ എങ്ങനെ മടങ്ങും ഭാഗവുമായി പറയും ?

ആദ്യത്തെ ഉദാഹരണം സംഖ്യകൾ മാത്രമായി പറഞ്ഞാലോ ?

2 ന്റെ 4 മടങ്ങ് 8

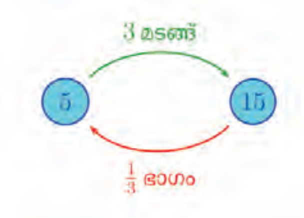
8 ന്റെ $\frac{1}{4}$ ഭാഗം 2



രണ്ടാമത്തെ ഉദാഹരണവും ഇതുപോലെ ചെയ്യാം:

5 ന്റെ 3 മടങ്ങ് 15

15 ന്റെ $\frac{1}{3}$ ഭാഗം 5



ഇനി ഈ കണക്കു നോക്കൂ:

ഒരു പാത്രത്തിൽ 10 ലിറ്റർ വെള്ളം കൊള്ളും; മറ്റൊരു പാത്രത്തിൽ 15 ലിറ്ററും. ഇവ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം മടങ്ങും ഭാഗവുമായി എങ്ങനെയെല്ലാം പറയാം ?

ഇങ്ങനെ ആലോചിക്കാം. വലിയ പാത്രം നിറയ്ക്കാൻ ചെറിയ പാത്രം എത്ര തവണ നിറച്ച് ഒഴിക്കണം ?

ഒരു തവണ ഒഴിക്കുമ്പോൾ 10 ലിറ്ററായല്ലോ. ഇനി 5 ലിറ്റർ കൂടി മതി; അതായത്, ചെറിയ പാത്രത്തിന്റെ പകുതി നിറച്ച് ഒഴിച്ചാൽ മതി.

അതായത്, 10 ലിറ്ററിന്റെ $1\frac{1}{2}$ മടങ്ങാണ് 15 ലിറ്റർ

മറിച്ച് ആലോചിച്ചാലോ ?

15 ലിറ്റർ പാത്രം നിറച്ച് വെള്ളമെടുത്താൽ, അത് മുഴുവൻ വേണ്ട, 10 ലിറ്റർ പാത്രം നിറയാൻ. പാത്രത്തിൽ എത്ര ലിറ്റർ മിച്ചമുണ്ടാകും ?

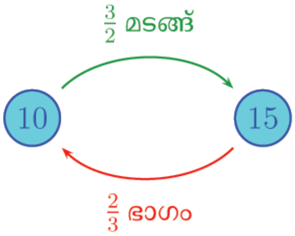
മിച്ചം വരുന്ന 5 ലിറ്റർ, 15 ലിറ്ററിന്റെ $\frac{1}{3}$ ഭാഗമാണല്ലോ. അപ്പോൾ ഒഴിച്ച 10 ലിറ്റർ 15 ലിറ്ററിന്റെ $\frac{2}{3}$ ഭാഗം

അതായത്,

10 ലിറ്ററിന്റെ $1\frac{1}{2}$ മടങ്ങ് 15 ലിറ്റർ

15 ലിറ്ററിന്റെ $\frac{2}{3}$ ഭാഗം 10 ലിറ്റർ

സംഖ്യകൾ മാത്രമായി പറഞ്ഞാൽ,



10 ന്റെ $\frac{3}{2}$ മടങ്ങ് 15

15 ന്റെ $\frac{2}{3}$ ഭാഗം 10

ഇത് മറ്റൊരു വിധത്തിലും ആലോചിക്കാം.

10 ന്റെ $\frac{1}{10}$ ഭാഗമെടുത്താൽ 1 ആകും; 1 ന്റെ 15 മടങ്ങ് 15

അതായത്, 10 ന്റെ $\frac{15}{10}$ മടങ്ങാണ് 15.

$$\frac{15}{10} = \frac{3 \times 5}{2 \times 5} = \frac{3}{2}$$ ആണല്ലോ.

തിരിച്ചുള്ള ആലോചനയും ഇതുപോലെ ആകാം.

15 ന്റെ $\frac{1}{15}$ ഭാഗം 1 ഉം, 1 ന്റെ 10 മടങ്ങ് 10 ഉം. അങ്ങനെ, 15 ന്റെ $\frac{10}{15}$ ഭാഗമാണ് 10.

$$\frac{10}{15} = \frac{2 \times 5}{3 \times 5} = \frac{2}{3}$$

ഇതുപോലെ ഈ കണക്കും ചെയ്യാമല്ലോ:

ഒരു കയറിന്റെ നീളം 4 മീറ്റർ; മറ്റൊരു കയറിന്റെ നീളം 14 മീറ്റർ. ഇവ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം, മടങ്ങും ഭാഗവുമായി പറയുന്നതെങ്ങനെ ?

4 ന്റെ $\frac{14}{4}$ മടങ്ങ് 14

14 ന്റെ $\frac{4}{14}$ ഭാഗം 4

ഇതിലെ ഭിന്നങ്ങളെ മാറ്റിയെഴുതാം.

$$\frac{14}{4} = \frac{7\times2}{2\times2} = \frac{7}{2}$$

$$\frac{4}{14} = \frac{2\times2}{7\times2} = \frac{2}{7}$$

അപ്പോൾ,

4 ന്റെ $\frac{7}{2}$ മടങ്ങ് 14

14 ന്റെ $\frac{2}{7}$ ഭാഗം 4

ആദ്യത്തെ വരിയിലെ $\frac{7}{2}$ നെ $3\frac{1}{2}$ എന്നു മാറ്റിയെഴുതി, ഇങ്ങനെ പറയുകയും ആകാം:

4 ന്റെ $3\frac{1}{2}$ മടങ്ങ് 14

14 ന്റെ $\frac{2}{7}$ ഭാഗം 4

ഇനി ഈ കണക്കുകൾ ചെയ്തുനോക്കൂ:

(1) സുമയുടെ കൈയിൽ 16 രൂപയുണ്ട്. സഫീറിന്റെ കൈയിൽ 4 രൂപയും

(i) സുമയുടെ കൈയിലുള്ളതിന്റെ എത്ര ഭാഗമാണ് സഫീറിന്റെ കൈയിലുള്ളത് ?

(ii) സഫീറിന്റെ കൈയിലുള്ളതിന്റെ എത്ര മടങ്ങാണ് സുമയുടെ കൈയിലുള്ളത് ?

(2) വലിയ സഞ്ചിയിൽ 9 കിലോഗ്രാം പഞ്ചസാരയുണ്ട്. ചെറിയ സഞ്ചിയിൽ 6 കിലോഗ്രാമും.

(i) ചെറിയ സഞ്ചിയിലുള്ളതിന്റെ എത്ര മടങ്ങാണ് വലിയ സഞ്ചിയിൽ ഉള്ളത്?

(ii) വലിയ സഞ്ചിയിലുള്ളതിന്റെ എത്ര ഭാഗമാണ് ചെറിയ സഞ്ചിയിൽ ഉള്ളത്?

(3) ഒരു ഇരുമ്പു കട്ടയുടെ ഭാരം 6 കിലോഗ്രാം, മറ്റൊരു കട്ടയുടെ ഭാരം 26 കിലോഗ്രാം

(i) ചെറിയ കട്ടയുടെ ഭാരം, വലിയ കട്ടയുടെ ഭാരത്തിന്റെ എത്ര ഭാഗമാണ്?

(ii) വലിയ കട്ടയുടെ ഭാരം, ചെറിയ കട്ടയുടെ ഭാരത്തിന്റെ എത്ര മടങ്ങാണ്?

(4) ഒരു റിബണിന്റെ നീളം, മറ്റൊരു ചെറിയ റിബണിന്റെ നീളത്തിന്റെ $2\frac{2}{3}$ മടങ്ങാണ്. ചെറിയ റിബണിന്റെ നീളം വലുതിന്റെ എത്ര ഭാഗമാണ് ?

തിരിച്ചും മറിച്ചും

കഴിഞ്ഞ ഭാഗത്തു ചെയ്ത കണക്കുകളിലെല്ലാം ഒരു കാര്യം ശ്രദ്ധിച്ചോ?

മടങ്ങോ, ഭാഗമോ തിരിച്ചു പറയാൻ, ഭിന്നം മറിച്ചിട്ടാൽ മതി

ആദ്യം കണ്ട കണക്കുകളിലും ഇങ്ങനെ പറയാമോ?

ഉദാഹരണമായി, പേനക്കണക്കിൽ,

2 ന്റെ 4 മടങ്ങ് 8

8 ന്റെ $\frac{1}{4}$ ഭാഗം 2

എന്നാണല്ലോ കണ്ടത്?

4 നെ $\frac{4}{1}$ എന്നെടുത്താൽ, ഇവിടെയും ഭിന്നത്തിനെ മറിച്ചിടുക തന്നെയാണല്ലോ നടന്നത്.

ഭിന്നം മറിച്ചിടുക എന്നതിനു പകരം (അല്പം ഗൗരവത്തിൽ), ഭിന്നത്തിന്റെ അംശവും ഛേദവും പരസ്പരം മാറ്റി എന്നും പറയാം. ഇങ്ങനെ കിട്ടുന്ന ഭിന്നത്തിന് വിപരീതഭിന്നം (reciprocal) എന്നാണു പറയുന്നത്. വ്യുൽക്രമം എന്നും പറയാം.

ഉദാഹരണമായി,

- $\frac{2}{3}$ ഉം $\frac{3}{2}$ ഉം വിപരീതഭിന്നങ്ങളാണ്;
- $\frac{3}{4}$ ഉം $\frac{4}{3}$ ഉം വിപരീതഭിന്നങ്ങളാണ്

ഇനി ഈ കണക്ക് നോക്കൂ.

$1\frac{1}{2}$ കിലോഗ്രാം തക്കാളിക്ക് 30 രൂപ. ഒരു കിലോഗ്രാം തക്കാളിയുടെ വിലയെത്രയാണ് ?

പലതരത്തിൽ ആലോചിക്കാം. ഒരു വഴി ഇങ്ങനെ:

- $\frac{1}{2}$ യുടെ 3 മടങ്ങ് $1\frac{1}{2}$
- $\frac{1}{2}$ കിലോഗ്രാം തക്കാളിയുടെ വിലയുടെ 3 മടങ്ങാണ് 30 രൂപ
- $\frac{1}{2}$ കിലോഗ്രാമിന്റെ വില $30 \div 3 = 10$ രൂപ
- ഒരു കിലോഗ്രാമിന് $10 \times 2 = 20$ രൂപ

ഇങ്ങനെയും ആലോചിക്കാം;

- $1\frac{1}{2}$ യുടെ 2 മടങ്ങ് 3
- 3 കിലോഗ്രാം തക്കാളിയുടെ വില $30 \times 2 = 60$ രൂപ
- ഒരു കിലോഗ്രാമിന് $60 \div 3 = 20$ രൂപ

വിപരീതഭിന്നങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച്, നേരിട്ടും ചെയ്യാം:

- ഒരു കിലോഗ്രാം തക്കാളിയുടെ വിലയുടെ $1\frac{1}{2}$ മടങ്ങാണ് 30 രൂപ
- $1\frac{1}{2}$ എന്നാൽ $\frac{3}{2}$

- ഒരു കിലോഗ്രാമിന്റെ വില 30 രൂപയുടെ $\frac{2}{3}$ ഭാഗം
- $30 \times \frac{2}{3} = 20$ രൂപ

മറ്റൊരു കണക്കു നോക്കാം.

ഒരു ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് $\frac{1}{2}$ ചതുരശ്രമീറ്റർ, ഒരു വശത്തിന്റെ നീളം $\frac{3}{4}$ മീറ്റർ; മറ്റേ വശത്തിന്റെ നീളം എത്രയാണ്?

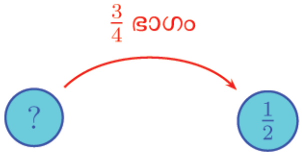
വശങ്ങളുടെ നീളം ഭിന്നസംഖ്യയായാലും, പരപ്പളവ് അവയുടെ ഗുണനഫലം തന്നെയാണെന്നു കണ്ടല്ലോ. അപ്പോൾ ഈ കണക്കിൽ, പരപ്പളവായ $\frac{1}{2}$ എന്ന സംഖ്യ, ഒരു വശത്തിന്റെ നീളമായ $\frac{3}{4}$ ന്റെയും കണ്ടുപിടിക്കേണ്ട നീളമായ സംഖ്യയുടെയും ഗുണനഫലമാണ്.

അപ്പോൾ സംഖ്യകൾ മാത്രമായി ആലോചിച്ചാൽ, ഈ ചോദ്യം ഇങ്ങനെയാകും:

ഏതു സംഖ്യയെ $\frac{3}{4}$ കൊണ്ട് ഗുണിച്ചാലാണ് $\frac{1}{2}$ കിട്ടുക ?

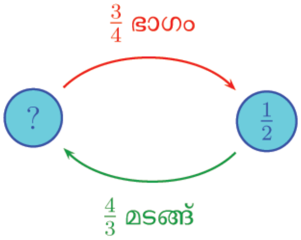
$\frac{3}{4}$ കൊണ്ട് ഗുണിക്കുക എന്നാൽ, $\frac{3}{4}$ ഭാഗമാണല്ലോ. അപ്പോൾ ചോദ്യം വീണ്ടും മറ്റൊരു വിധത്തിലാക്കാം:

ഏതു സംഖ്യയുടെ $\frac{3}{4}$ ഭാഗമാണ് $\frac{1}{2}$?



തിരിച്ചു പറയാൻ വിപരീതഭിന്നം ഉപയോഗിക്കാമല്ലോ ?

$\frac{1}{2}$ യുടെ $\frac{4}{3}$ മടങ്ങാണ് നമുക്ക് വേണ്ട സംഖ്യ.



$$\frac{1}{2} \times \frac{4}{3} = \frac{2}{3}$$

അതായത്, ചതുരത്തിന്റെ മറ്റേ വശത്തിന്റെ നീളം $\frac{2}{3}$ മീറ്റർ

ഇതുപോലെ ഈ കണക്കുകൾ ചെയ്യാമല്ലോ:

(1) ഒരു ക്ലാസിലെ 27 കുട്ടികൾക്ക് കണക്കിൽ എ പ്ലസ് കിട്ടി. ഇവർ ക്ലാസിലെ കുട്ടികളുടെ $\frac{3}{4}$ ഭാഗമാണ്. ക്ലാസിൽ ആകെ എത്ര കുട്ടികളുണ്ട് ?

(2) $\frac{1}{2}$ ലിറ്റർ വെള്ളം ഒഴിച്ചപ്പോൾ ഒരു കുപ്പിയുടെ $\frac{2}{3}$ ഭാഗം നിറഞ്ഞു. കുപ്പിയിൽ എത്ര ലിറ്റർ വെള്ളം കൊള്ളും ?

(3) ഒരു പാത്രത്തിന്റെ $\frac{3}{4}$ ഭാഗം വെള്ളമെടുത്തപ്പോൾ $1\frac{1}{2}$ ലിറ്ററായി. പാത്രത്തിൽ നിറയെ വെള്ളമെടുത്താൽ എത്ര ലിറ്ററാകും ?

(4) ഒരേ നീളമുള്ള മൂന്നു നാടകളിൽ രണ്ടെണ്ണവും, മൂന്നാമത്തേതിന്റെ പകുതിയും അറ്റത്തോടറ്റം ചേർത്തുവച്ചപ്പോൾ ഒരു മീറ്ററായി. ഒരു നാടയുടെ നീളം എത്ര സെന്റിമീറ്ററാണ് ?

ഭിന്നഹരണം

5 പേനയ്ക്ക് 40 രൂപ; ഒരു പേനയുടെ വില എത്രയാണ് ?

40 നെ 5 കൊണ്ട് ഹരിക്കണം, അല്ലേ ?

$$40 \div 5 = 8$$

ഒരു പേനയ്ക്ക് 8 രൂപ.

5 കൊണ്ടു ഹരിക്കുക എന്നാൽ, $\frac{1}{5}$ ഭാഗം കണക്കാക്കുക തന്നെയല്ലേ ?

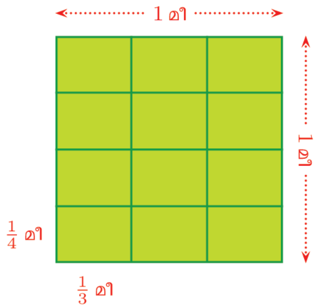
$$40 \times \frac{1}{5} = \frac{40}{5} = 8$$

അതായത്, എണ്ണൽസംഖ്യകളുടെ ഹരണം, വിപരീതഭിന്നം കൊണ്ടുള്ള ഗുണനമാണ്.

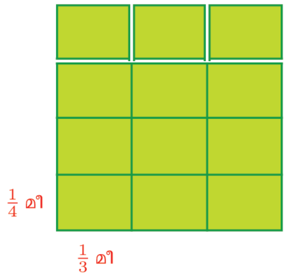
അപ്പോൾ ഭിന്നസംഖ്യകളുടെ കാര്യത്തിലും വിപരീതഭിന്നം കൊണ്ടുള്ള ഗുണനത്തെ ഹരണമെന്നു വിളിക്കുകയും, ഹരണക്രിയയായി എഴുതുകയും ചെയ്യാം.

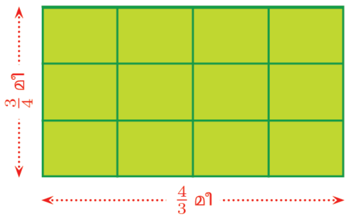
വിപരീതഗുണനം

1 മീറ്റർ നീളവും 1 മീറ്റർ വീതിയുമുള്ള സമചതുരത്തെ, ചുവടെ കാണിച്ചിരിക്കുന്നതുപോലെ സമഭാഗങ്ങളാക്കി:



മുകൾവരിയിലെ മൂന്നു ചെറിയ ചതുരങ്ങൾ മുറിച്ചു മാറ്റി, ചതുരത്തിന്റെ ഇടതുവശത്ത് ഇങ്ങനെ മാറ്റിയടുക്കി:





ഈ ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് $\frac{4}{3} \times \frac{3}{4}$ ചതുരശ്ര മീറ്റർ.

ആദ്യത്തെ സമചതുരത്തിൽ നിന്ന് ഒന്നും മുറിച്ചുകളയുകയോ, കൂട്ടിച്ചേർക്കുകയോ ചെയ്തിട്ടില്ലല്ലോ. അപ്പോൾ പരപ്പളവ് മാറിയിട്ടില്ല. അതായത്

$$\frac{4}{3} \times \frac{3}{4} = 1$$

ഉദാഹരണമായി, നേരത്തെ ചെയ്ത ചതുരക്കണക്കിൽ, രണ്ടാമത്തെ വശം കണ്ടുപിടിക്കാൻ $\frac{1}{2}$ യെ $\frac{3}{4}$ കൊണ്ടു ഹരിക്കണം എന്നു പറയുകയും, അങ്ങനെ എഴുതുകയും ചെയ്യാം:

$$\frac{1}{2} \div \frac{3}{4} = \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} = \frac{2}{3}$$

ഇനി ചുവടെയുള്ള കണക്കുകൾ, വിപരീതഭിന്നങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ചും ഹരണപ്രശ്നമായി വിശദീകരിച്ചും, ഉത്തരം കണക്കാക്കുക.

(1) 16 മീറ്റർ നീളമുള്ള ഒരു കമ്പി $\frac{2}{3}$ മീറ്റർ നീളമുള്ള കഷണങ്ങളാക്കിയാൽ, എത്ര കഷണങ്ങളുണ്ട് ?

(2) $5\frac{1}{4}$ ലിറ്റർ വെള്ളം $\frac{3}{4}$ ലിറ്റർ വീതം കൊള്ളുന്ന കുപ്പികളിലാക്കണം. എത്ര കുപ്പികൾ വേണം ?

(3) $13\frac{1}{2}$ കിലോഗ്രാം പഞ്ചസാര $2\frac{1}{4}$ കിലോഗ്രാം വീതമുള്ള സഞ്ചികളിലാക്കണം. എത്ര സഞ്ചികൾ വേണം?

(4) ഒരു ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് $22\frac{1}{2}$ ചതുരശ്രസെന്റിമീറ്ററും, അതിന്റെ ഒരു വശത്തിന്റെ നീളം $3\frac{3}{4}$ സെന്റിമീറ്ററുമാണ്. മറ്റേ വശത്തിന്റെ നീളം എത്രയാണ് ?

(5) $11\frac{1}{2}$ മീറ്റർ നീളമുള്ള ഒരു കയറിൽനിന്ന് $2\frac{1}{2}$ മീറ്റർ നീളമുള്ള എത്ര കഷണങ്ങൾ മുറിച്ചെടുക്കാം ? മിച്ചം എത്ര മീറ്ററുണ്ടാകും ?

ഒരു പ്രശ്നം

36 മീറ്റർ നീളമുള്ള ഒരു കമ്പിയിൽ നിന്ന് $2\frac{1}{2}$ മീറ്റർ നീളമുള്ള എത്ര കഷണം മുറിച്ചെടുക്കാം ?

മിച്ചം എത്ര മീറ്റർ ഉണ്ടാകും ?

ഇതാണ് ചോദ്യം. അപ്പു ചെയ്തത് ഇങ്ങനെ:

$$36 \div 2\frac{1}{2} = 36 \div \frac{5}{2}$$
$$= 36 \times \frac{2}{5}$$
$$= \frac{72}{5}$$

72 നെ 5 കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ, ഹരണഫലം 14, ശിഷ്ടം 2. അതിനാൽ 14 കഷണങ്ങൾ കിട്ടും, മിച്ചം 2 മീറ്റർ.

അമ്മു ചെയ്തത് മറ്റൊരു രീതിയിലാണ്. $2\frac{1}{2}$ മീറ്റർ നീളമുള്ള 2 കഷണങ്ങൾ ചേർന്നാൽ 5 മീറ്ററാകും.

$$7 \times 5 = 35$$

അപ്പോൾ $7 \times 2 = 14$ കമ്പികൾ മുറിച്ചെടുക്കാം.

മിച്ചം $36 - 35 = 1$ മീറ്റർ

ആരുടെ ഉത്തരമാണ് ശരി ?

5 ദശാംശരീതികൾ

ദശാംശരൂപങ്ങൾ

ഒരു ചെറിയ കണക്കിൽ തുടങ്ങാം:

43 സെന്റിമീറ്റർ നീളമുള്ള ഒരു ചരട് 10 സമഭാഗങ്ങളാക്കി. ഒരു കഷണത്തിന്റെ നീളം എത്രയാണ് ?

$\frac{43}{10}$ സെന്റിമീറ്റർ എന്ന് എളുപ്പം പറയാം. അല്പം കൂടി വിശദീകരിച്ച് $4\frac{3}{10}$ സെന്റിമീറ്റർ എന്നും പറയാം. ഇത് ദശാംശരൂപത്തിലാക്കിയാൽ 4.3 സെന്റിമീറ്റർ.

അളവൊന്നുമില്ലാതെ സംഖ്യകൾ മാത്രമായി പറഞ്ഞാൽ

$$\frac{43}{10} = 4.3$$

ചോദ്യം അല്പം മാറ്റി ഇങ്ങനെയാക്കിയാലോ ?

439 മീറ്റർ നീളമുള്ള ഒരു ചരട് 100 സമഭാഗങ്ങളാക്കി. ഒരു കഷണത്തിന്റെ നീളം എത്രയാണ് ?

നേരത്തെ ചെയ്തതുപോലെ,

$$\frac{439}{100} \text{ മീറ്റർ} = 4\frac{39}{100} \text{ മീറ്റർ} = 4.39 \text{ മീറ്റർ}$$

എന്നു കണക്കാക്കാം. സംഖ്യകൾ മാത്രമായി പറഞ്ഞാൽ

$$\frac{439}{100} = 4.39$$

ഇനി സംഖ്യകൾ മാത്രമായി ഒരു കണക്ക്:

$\frac{4391}{1000}$ ന്റെ ദശാംശരൂപം എന്താണ് ?

$$\frac{4391}{1000} = 4\frac{391}{1000} = 4.391$$

ഇനി ഈ ഭിന്നസംഖ്യകളുടെ ദശാംശരൂപങ്ങൾ എഴുതാമല്ലോ

$$\frac{325}{10} =$$

$$\frac{325}{100} =$$

$$\frac{325}{1000} =$$

സംഖ്യയിലെ ദശാംശസ്ഥാനത്തിൽ വരുന്ന മാറ്റം ശ്രദ്ധിച്ചോ? എന്തുകൊണ്ടാണിത്?

325 നെ ഇങ്ങനെ പിരിച്ചെഴുതാമല്ലോ

$$325 = (3 \times 100) + (2 \times 10) + 5$$

$\frac{1}{10}$ ഭാഗമാക്കുമ്പോൾ

$$\frac{325}{10} = (3 \times 10) + (2 \times 1) + \left(5 \times \frac{1}{10}\right)$$

അതായത്, സ്ഥാനവിലകൾ എല്ലാം പത്തിലൊന്നായി ചുരുങ്ങുന്നു; സ്ഥാനങ്ങൾ ഒരു ചുവട് വലത്തേയ്ക്ക് നീങ്ങുന്നു:

100	10	1	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1000}$	
3	2	5				$\times \frac{1}{10}$
	3	2	5			

$$\frac{325}{10} = 32.5$$

വീണ്ടും ഓരോ തവണ $\frac{1}{10}$ ഭാഗം എടുക്കുമ്പോഴും ഇതുതന്നെയാണ് സംഭവിക്കുന്നത്.

100	10	1	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1000}$	
3	2	5				$\times \frac{1}{10}$
	3	2	5			$\times \frac{1}{10}$
		3	2	5		$\times \frac{1}{10}$
		0	3	2	5	

അതായത്,

$$\frac{325}{100} = \frac{325}{10} \times \frac{1}{10} = 32.5 \times \frac{1}{10} = 3.25$$

$$\frac{325}{1000} = \frac{325}{100} \times \frac{1}{10} = 3.25 \times \frac{1}{10} = 0.325$$

ഇതുപോലെ ഈ പട്ടിക പൂർത്തിയാക്കാമോ ?

100	10	1	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1000}$	$\frac{1}{10000}$	
4	7	6					$\times \frac{1}{10}$
							$\times \frac{1}{10}$
							$\times \frac{1}{10}$
							$\times \frac{1}{10}$

ഇവ ഭിന്നങ്ങളുടെ ദശാംശരൂപമായും എഴുതുക.

$$\frac{476}{10} =$$

$$\frac{476}{100} =$$

$$\frac{476}{1000} =$$

$$\frac{476}{10000} =$$

അപ്പോൾ മറിച്ചൊരു ചോദ്യം:

327.45 ന്റെ ഭിന്നസംഖ്യാരൂപം എന്താണ് ?

32745 ന്റെ $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{1000}$, ... ഇവയിൽ ഏതു ഭാഗം എടുത്താലാണ് 327.45 കിട്ടുക ?

327.45 ന്റെ ദശാംശസ്ഥാനത്ത് എത്ര അക്കങ്ങളുണ്ട് ?

അപ്പോൾ ഏതു ഭാഗമാണ് എടുക്കേണ്ടത് ?

$$327.45 = \frac{32745}{100}$$

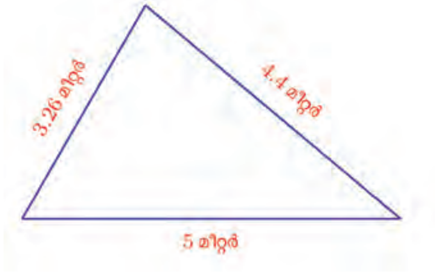
327.045 ആയാലോ ?

ഇതുപോലെ ചുവടെയുള്ള സംഖ്യകളെയെല്ലാം ഭിന്നസംഖ്യയായി എഴുതാമല്ലോ:

(i) 45.6 (ii) 45.06 (iii) 45.67 (iv) 4.506 (v) 456.07

മടങ്ങുകൾ

ദശാംശരീതിയിലുള്ള അളവുകൾ കൂട്ടാനും കുറയ്ക്കാനുമെല്ലാം ആറാം ക്ലാസിൽ പഠിച്ചല്ലോ. ഒരു കണക്ക് നോക്കാം:



ഈ ത്രികോണത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് എത്ര മീറ്ററാണ്?

$$5 + 4.4 + 3.26 = 5.00 + 4.40 + 3.26 = 12.66$$

ചുറ്റളവ് 12.66 മീറ്റർ.

ഇനി ഈ ത്രികോണത്തിന്റെ ചുറ്റളവോ?

$$4.25 + 4.25 + 4.25 = 12.75$$

എന്ന് ചെയ്യുന്നതിനു പകരം, 4.25×3 എന്നെഴുതി നോക്കിയാലോ?

ഈ ഗുണനം എങ്ങനെ ചെയ്യും?

4.25 മീറ്റർ എന്നാൽ 425 സെന്റിമീറ്റർ ആണല്ലോ. അപ്പോൾ ചുറ്റളവ് സെന്റിമീറ്ററിൽ കണക്കാക്കിയാൽ $425 \times 3 = 1275$

ഇനി ഇതിനെ മീറ്ററിലാക്കാം. ഒരു സെന്റിമീറ്റർ എന്നാൽ $\frac{1}{100}$ മീറ്റർ.

$$1275 \text{ സെന്റിമീറ്റർ} = \frac{1275}{100} \text{ മീറ്റർ} = 12.75 \text{ മീറ്റർ}$$

ഇങ്ങനെ രണ്ട് ഘട്ടമായി ചെയ്യുന്നതിനു പകരം, 4.25 നെ നേരിട്ട് 3 കൊണ്ട് ഗുണിച്ചുകൂടേ?

അതിന് ആദ്യം 4.25 നെ ഭിന്നസംഖ്യയായി എഴുതാം:

$$4.25 = \frac{425}{100}$$

ഇനി ഗുണിക്കാം

$$4.25 \times 3 = \frac{425}{100} \times 3 = \frac{1275}{100} = 12.75$$

ഇതുപോലെ ഈ കണക്കും ചെയ്യാമല്ലോ

ഒരു കുപ്പിയിൽ 1.25 ലിറ്റർ വെള്ളം കൊള്ളും. ഇത്തരം 4 കുപ്പികൾ നിറയ്ക്കാൻ എത്ര ലിറ്റർ വെള്ളം വേണം ?

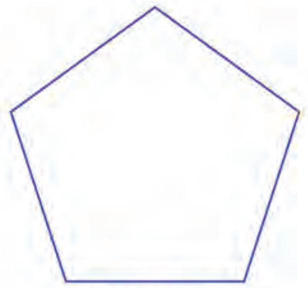
1.25 ന്റെ 4 മടങ്ങാണ് കണക്കാക്കേണ്ടത്.

$$1.25 \times 4 = \frac{125}{100} \times 4 = \frac{500}{100} = 5$$

അതായത്, കുപ്പികൾ നിറയ്ക്കാൻ 5 ലിറ്റർ വെള്ളം വേണം.

ഇതുപോലെ ചുവടെയുള്ള കണക്കുകൾ ചെയ്തുനോക്കൂ:

(1) ഒരു സമപഞ്ചഭുജത്തിന്റെ ചിത്രമാണ് ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നത്.



ഇതിന്റെ ചുറ്റളവ് കണക്കാക്കുക

(2) ഒരു കുട്ടിക്ക് ഷർട്ട് തയ്ക്കാൻ 1.45 മീറ്റർ തുണി വേണം. 4 ഷർട്ടിന് എത്ര മീറ്റർ തുണി വേണം ?

(3) ഒരു സഞ്ചിയിൽ 4.75 കിലോഗ്രാം അരി നിറയ്ക്കാം. ഇത്തരം 8 സഞ്ചികളിൽ ആകെ എത്ര കിലോഗ്രാം അരി നിറയ്ക്കാം ?

(4) ഒരു പാത്രത്തിലെ വെളിച്ചെണ്ണ 6 കുപ്പികളിൽ നിറച്ചു. ഒരു കുപ്പിയിൽ 0.75 ലിറ്റർ കൊള്ളും. പാത്രത്തിൽ ആകെ എത്ര ലിറ്റർ എണ്ണ ഉണ്ടായിരുന്നു ?

ദശാംശഗുണനം

ഈ കണക്ക് നോക്കൂ:

8.5 സെന്റിമീറ്റർ നീളവും 6.5 സെന്റിമീറ്റർ വീതിയുമുള്ള ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് എത്ര ചതുരശ്ര സെന്റിമീറ്ററാണ്?

വശങ്ങളുടെ നീളം ഭിന്നസംഖ്യകളായാലും പരപ്പളവ്, നീളങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമാണെന്ന് കണ്ടല്ലോ. അപ്പോൾ ചോദ്യത്തിലെ പരപ്പളവ് കണക്കാക്കാൻ 8.5 നെയും 6.5 നെയും ഭിന്നസംഖ്യകളാക്കി ഗുണിക്കാം:

$$8.5 \times 6.5 = \frac{85}{10} \times \frac{65}{10} = \frac{85 \times 65}{10 \times 10} = \frac{5525}{100} = 55.25$$

അതായത്, പരപ്പളവ് = 55.25 ചതുരശ്രസെന്റിമീറ്റർ

മറ്റൊരു കണക്ക് നോക്കാം

ഒരു മില്ലിലിറ്റർ മണ്ണെണ്ണയുടെ ഭാരം 0.81 ഗ്രാം ആണെന്നു കണക്കാക്കിയിട്ടുണ്ട്. 10.5 മില്ലിലിറ്റർ മണ്ണെണ്ണയുടെ ഭാരം എത്ര ഗ്രാം ആണ്?

മില്ലിഗ്രാമിലേക്കും, മില്ലിലിറ്ററിലേക്കും മാറ്റാതെ തന്നെ ചെയ്തു നോക്കാം.

$$0.81 \times 10.5 = \frac{81}{100} \times \frac{105}{10} = \frac{81 \times 105}{1000} = \frac{8505}{1000} = 8.505$$

അതായത്, ഭാരം 8.505 ഗ്രാം

ഇതുപോലെ ഈ കണക്കുകൾ ചെയ്തുനോക്കൂ:

(1) 6.25 മീറ്റർ നീളവും 4.2 മിറ്റർ വീതിയുമുള്ള ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് എത്ര ചതുരശ്ര മീറ്ററാണ്?

(2) ഒരു മില്ലിലിറ്റർ വെളിച്ചെണ്ണയുടെ ഭാരം 0.91 ഗ്രാം ആണ്. 10.5 മില്ലിലിറ്റർ വെളിച്ചെണ്ണയുടെ ഭാരം എത്ര ഗ്രാം ആണ്?

(3) ഒരു ലിറ്റർ പെട്രോളിന്റെ വില 110.12 രൂപയാണ്. 2.5 ലിറ്റർ പെട്രോളിന്റെ വില എത്രയാണ്?

ഗുണനക്രിയകൾ

314 × 12 എത്രയാണ്?

$$314 \times 12 = 314 \times (10 + 2) = (314 \times 10) + (314 \times 2) = 3140 + 628 = 3768$$

31.4 × 12 ആയാലോ?

$$31.4 \times 12 = \frac{314}{10} \times 12 = \frac{314 \times 12}{10}$$

ഇതിലെ 314 × 12 നേരത്തേ കണക്കാക്കിയതാണല്ലോ.

$$31.4 \times 12 = \frac{3768}{10} = 376.8$$

ഇനി 314 × 1.2 ആയാലോ ?

$$314 \times 1.2 = 314 \times \frac{12}{10} = \frac{314 \times 12}{10} = \frac{3768}{10} = 376.8$$

ഇതുപോലെ

$$3.14 \times 12 = \frac{314}{100} \times 12 = \frac{314 \times 12}{100} = \frac{3768}{100} = 37.68$$

എന്നും

$$314 \times 0.12 = 314 \times \frac{12}{100} = \frac{314 \times 12}{100} = \frac{3768}{100} = 37.68$$

എന്നുമെല്ലാം കണക്കാക്കാമല്ലോ.

31.4 × 1.2 എന്താണെന്ന് പെട്ടെന്നു പറയാമോ ?

3.14 × 1.2 ആയാലോ ?

ഈ ഗുണനങ്ങളെല്ലാം ഒന്നിച്ചുനോക്കാം:

$$314 \times 12 = 3768$$
$$31.4 \times 12 = 376.8$$
$$314 \times 1.2 = 376.8$$
$$3.14 \times 12 = 37.68$$
$$314 \times 0.12 = 37.68$$
$$31.4 \times 1.2 = 37.68$$
$$3.14 \times 1.2 = 3.768$$

ഗുണനഫലത്തിലെ അക്കങ്ങളെല്ലാം 3, 7, 6, 8 തന്നെയല്ലേ ?

അവയുടെ ക്രമവും മാറിയിട്ടില്ല.

മാറിയത് എന്താണ് ?

ആദ്യത്തെ ഗുണനഫലത്തിൽ, ദശാംശസ്ഥാനങ്ങളിൽ (അതായത്, പത്തിലൊന്ന്, നൂറിലൊന്ന് എന്നിങ്ങനെയുള്ള സ്ഥാനങ്ങളിൽ) അക്കങ്ങളൊന്നുമില്ല.

രണ്ടാമത്തെയും, മൂന്നാമത്തെയും ഗുണനഫലങ്ങളിൽ, പത്തിലൊന്നിന്റെ സ്ഥാനത്ത് ഒരു അക്കമുണ്ട്. അടുത്ത മൂന്നെണ്ണത്തിലോ ? അവസാനത്തേതിലോ ?

ഗുണിക്കുന്ന സംഖ്യകളിലെ ദശാംശസ്ഥാനത്തെ അക്കങ്ങളുടെ എണ്ണവും, ഗുണനഫലത്തിലെ ദശാംശസ്ഥാനത്തെ അക്കങ്ങളുടെ എണ്ണവും തമ്മിൽ എന്താണ് ബന്ധം ?
എന്തുകൊണ്ടാണിത് ?

ദശാംശസ്ഥാനത്തെ അക്കങ്ങളുടെ എണ്ണം, ഭിന്നരൂപത്തിലെ ഛേദത്തിനെ ആശ്രയിച്ചാണല്ലോ.

3.14×0.12 നോക്കുക.

3.14 നെ ഭിന്നമായി എഴുതുമ്പോൾ, ഛേദം എന്തായിരിക്കും?

0.12 ന്റെ ഭിന്നരൂപത്തിലോ ?

അപ്പോൾ ഗുണനഫലത്തിന്റെ ഛേദം എന്തായിരിക്കും?

ഗുണനഫലത്തിന്റെ ദശാംശരൂപത്തിൽ, ദശാംശസ്ഥാനങ്ങളിലെ അക്കങ്ങളുടെ എണ്ണമോ ?

ഇനി ഈ കണക്കുകൾ ചെയ്തുനോക്കൂ:

(1) $1234 \times 56 = 69104$ ആണ്

(i) ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന കണക്കുകളുടെ ഉത്തരം, ഗുണിച്ചുനോക്കാതെ പറയുക.

(i) 1.234×56

(ii) 12.34×5.6

(iii) 123.4×0.56

(iv) 1234 x 0.056

(ii) ഇതുപോലെ 6.9104 ഉത്തരം കിട്ടുന്ന എത്ര ഗുണനഫലങ്ങൾ കണ്ടുപിടിക്കാം ?

(2) ചുവടെയുള്ള ഗുണനങ്ങളിൽ, 1.234×5.67 എന്ന ഗുണനഫലം തന്നെ കിട്ടുന്നവ ഏതെല്ലാമാണ് ?

(i) 12.34×0.567

(ii) 1.234×567

(iii) 0.1234×5.67

(iv) 1.234×56.7

(v) 123.4×0.0567

(3) ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നവയിൽ ഏറ്റവും വലിയ ഗുണനഫലവും, ഏറ്റവും ചെറിയ ഗുണനഫലവും കണ്ടുപിടിക്കുക:

(i) 0.11×0.11

(ii) 1.1×1.1

(iii) 1.01×1.01

(iv) 0.101×1.1

(v) 10.1×0.101

ഭാഗങ്ങൾ

10 മീറ്റർ നീളമുള്ള ഒരു കയർ രണ്ടു സമഭാഗങ്ങളാക്കി. ഓരോ കഷണത്തിന്റെയും നീളം എത്രയാണ് ?

10 മീറ്ററിന്റെ പകുതി, 5 മീറ്റർ.

ഇത് ഹരണമായും എഴുതാം:

$$10 \div 2 = 5$$

10.4 മീറ്റർ കയറാണെങ്കിലോ ?

10 ന്റെ പകുതി 5; മിച്ചമുള്ള 0.4 ന്റെ പകുതി എത്രയാണ് ? 0.2 തന്നെയാണോ ?

അതു പരിശോധിക്കാൻ, 0.4 നെ ഭിന്നസംഖ്യയായി എഴുതാം:

$$0.4 \times \frac{1}{2} = \frac{4}{10} \times \frac{1}{2} = \frac{4}{20} = \frac{2}{10} = 0.2$$

ഒരു കഷണത്തിന്റെ നീളം 5.2 മീറ്റർ.

ഇതും ഹരണമായി എഴുതാം:

$$10.4 \div 2 = 5.2$$

മറ്റൊരു ചോദ്യം നോക്കാം:

> 24.8 സെന്റിമീറ്റർ നീളമുള്ള ഒരു ചരടുകൊണ്ട് ഒരു സമചതുരമുണ്ടാക്കി. അതിന്റെ വശങ്ങളുടെ നീളം എത്രയാണ് ?

24 ന്റെ നാലിലൊരു ഭാഗം 6; ഇനി ബാക്കിയുള്ളത് 0.8 സെന്റിമീറ്റർ. അതിന്റെ നാലിലൊരു ഭാഗം കണക്കാക്കാൻ, അതിനെ ഭിന്നസംഖ്യയായി എഴുതാം:

$$0.8 \times \frac{1}{4} = \frac{8}{10} \times \frac{1}{4} = \frac{8}{40} = \frac{2}{10} = 0.2$$

അപ്പോൾ 6.2 സെന്റിമീറ്റർ ആണ് ഒരു വശത്തിന്റെ നീളം

ഹരണരൂപത്തിൽ എഴുതിയാൽ

$$24.8 \div 4 = 6.2$$

ചോദ്യം മാറ്റി ഇങ്ങനെയാക്കിയാലോ ?

23.2 സെന്റിമീറ്റർ നീളമുള്ള ഒരു ചരടുകൊണ്ട് ഒരു സമചതുരമുണ്ടാക്കി. അതിന്റെ വശങ്ങളുടെ നീളം എത്രയാണ് ?

ഇത് നേരത്തെ ചെയ്തപോലെ കണക്കാക്കാൻ കഴിയില്ലല്ലോ.

23.2 നെ തന്നെ ഭിന്നസംഖ്യയാക്കി, നാലിലൊരുഭാഗം കണക്കാക്കാം:

$$23.2 \times \frac{1}{4} = \frac{232}{10} \times \frac{1}{4} = \frac{232}{40}$$

ഇനിയോ ?

അവസാനം കിട്ടിയ ഭിന്നസംഖ്യ ഇങ്ങനെയെഴുതാം:

$$\frac{232}{40} = \frac{58 \times 4}{10 \times 4} = \frac{58}{10} = 5.8$$

അതായത്, വശത്തിന്റെ നീളം 5.8 സെന്റിമീറ്റർ.

ഹരണക്രിയയായി എഴുതിയാൽ

$$23.2 \div 4 = 5.8$$

മറ്റൊരു കണക്ക് നോക്കാം:

34.4 കിലോഗ്രാം അരി 8 പേർക്ക് ഒരുപോലെ വീതിച്ചു. ഒരാൾക്ക് എത്ര കിലോഗ്രാം അരി കിട്ടി?

കഴിഞ്ഞ കണക്കിൽ ചെയ്തതുപോലെ, 34.4 നെ ഭിന്നരൂപത്തിൽ എഴുതി, ആ ഭാഗം കണക്കാക്കാം:

$$34.4 \times \frac{1}{8} = \frac{344}{10} \times \frac{1}{8} = \frac{344}{80} = \frac{43 \times 8}{10 \times 8} = \frac{43}{10} = 4.3$$

അതായത്, ഒരാൾക്ക് 4.3 കിലോഗ്രാം കിട്ടും.

മറ്റൊരുവിധത്തിൽ പറഞ്ഞാൽ,

$$34.4 \div 8 = 4.3$$

ഇനി ഈ കണക്കുകൾ ചെയ്തുനോക്കൂ:

(1) ഒരു സമഭുജത്രികോണത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് 12.9 സെന്റിമീറ്ററാണ്. ഓരോ വശത്തിന്റെയും നീളം എത്ര സെന്റിമീറ്ററാണ് ?

(2) 16.5 കിലോഗ്രാം അരി 5 പേർക്ക് ഒരുപോലെ വീതിച്ചു. ഓരോരുത്തർക്കും എത്ര കിലോഗ്രാം കിട്ടി ?

(3) ഒരു വലിയ പാത്രത്തിൽ 25.2 ലിറ്റർ വെളിച്ചെണ്ണയുണ്ട്. ഇത് ഒരേ അളവിൽ 6 ചെറിയ പാത്രങ്ങളിൽ ഒഴിച്ചു. ഓരോ പാത്രത്തിലും എത്ര ലിറ്ററുണ്ട് ?

(4) 33.6 കിലോഗ്രാം അരി 8 പേർ തുല്യമായി വീതിച്ചെടുത്തു. സുജാത തനിക്കു കിട്ടിയതിനെ മൂന്നായി ഭാഗിച്ച്, ഒരു ഭാഗം റസിയയ്ക്ക് കൊടുത്തു. റസിയയ്ക്ക് കിട്ടിയത് എത്ര കിലോഗ്രാമാണ് ?

(5) $7407 \div 6 = 1234.5$ എന്നത് ഉപയോഗിച്ച്, ചുവടെപ്പറയുന്ന കണക്കുകൾ ഹരിച്ചുനോക്കാതെ പറയാമോ ?

(i) $740.7 \div 6$ (ii) $74.07 \div 6$

(iii) $7.407 \div 6$ (iv) $0.7407 \div 6$

(v) $0.07407 \div 6$

ഭിന്നവും ദശാംശവും

9 സെന്റിമീറ്റർ നീളമുള്ള ഒരു കയർ ഒരേ നീളമുള്ള രണ്ടു കഷണങ്ങളായി മുറിച്ചു. ഒരു കഷണത്തിന്റെ നീളം എത്രയാണ്?

$4\frac{1}{2}$ സെന്റിമീറ്റർ. ഇതിനെ ദശാംശരൂപത്തിൽ പറയുന്നതെങ്ങനെ ?

$\frac{1}{2}$ സെന്റിമീറ്റർ എന്നാൽ 5 മില്ലിമീറ്റർ; അതായത് $\frac{5}{10}$ സെന്റിമീറ്റർ. ഇതിനെ 0.5 സെന്റിമീറ്റർ എന്നും പറയാമല്ലോ.

അപ്പോൾ ഒരു കഷണത്തിന്റെ നീളം 4.5 സെന്റിമീറ്റർ.

ഇതിലെ കണക്ക് മാത്രം നോക്കാം. $\frac{1}{2}$ നെ ദശാംശരൂപത്തിലാക്കാൻ എന്താണ് ചെയ്തത് ?

$\frac{1}{2}$ ന്റെ പല ഭിന്നരൂപങ്ങളിൽനിന്ന് $\frac{5}{10}$ എടുത്തു.

$$\frac{1}{2} = \frac{5}{10} = 0.5$$

ഇതുപോലെ $\frac{1}{5}$ ന്റെ ദശാംശരൂപം കണ്ടുപിടിക്കാമോ ?

$\frac{1}{5}$ ന്റെ പല ഭിന്നരൂപങ്ങളിൽ, ഛേദം 10 ആയത് ഏതാണ് ?

$$\frac{1}{5} = \frac{2}{10} = 0.2$$

$\frac{1}{4}$ ന് ദശാംശരൂപമുണ്ടോ ?

ഒരു ഭിന്നത്തിന്റെ പല രൂപങ്ങൾ കിട്ടുന്നത്, അംശത്തെയും ഛേദത്തെയും ഒരേ സംഖ്യകൊണ്ട് ഗുണിച്ചിട്ടാണല്ലോ.

4 ന്റെ ഗുണിതമൊന്നും 10 ആവില്ല

പക്ഷേ $4 \times 25 = 100$ ആണല്ലോ. അപ്പോൾ

$$\frac{1}{4} = \frac{25}{100} = 0.25$$

ഇതുപോലെ,

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \times 25}{4 \times 25} = \frac{75}{100} = 0.75$$

$\frac{1}{8}$ ന്റെ ദശാംശരൂപമോ ?

10 ഉം 100 ഉം 8 ന്റെ ഗുണിതമല്ല

ഇങ്ങനെ ആലോചിക്കാം,

$$8 = 2 \times 2 \times 2$$

2 നെ 5 കൊണ്ടു ഗുണിച്ചാൽ 10 ആകും. അപ്പോൾ 8 നെ മൂന്ന് 5 കൾ കൊണ്ടു ഗുണിച്ചാൽ, മൂന്നു 10 കളുടെ ഗുണനമാകുമല്ലോ.

$$8 \times (5 \times 5 \times 5) = (2 \times 5) \times (2 \times 5) \times (2 \times 5) = 10 \times 10 \times 10$$

അതായത്,

$$8 \times 125 = 1000$$

അപ്പോൾ

$$\frac{1}{8} = \frac{125}{1000} = 0.125$$

ഇതുപോലെ,

$$\frac{3}{8} = \frac{3 \times 125}{8 \times 125} = \frac{375}{1000} = 0.375$$

എന്നും

$$\frac{5}{8} = \frac{5 \times 125}{8 \times 125} = \frac{625}{1000} = 0.625$$

എന്നും എഴുതാമല്ലോ.

ഇതുപോലെ ഈ കണക്കുകൾ ചെയ്തുനോക്കൂ:

(1) ചുവടെയുള്ള ഭിന്നസംഖ്യകളുടെ ദശാംശരൂപം കണ്ടുപിടിക്കുക.

(i) $\frac{3}{5}$ (ii) $\frac{4}{5}$ (iii) $\frac{1}{20}$ (iv) $\frac{7}{8}$

(2) 3 ലിറ്റർ പാൽ, ഒരേ അളവിൽ 8 കുപ്പികളിൽ നിറച്ചു. ഒരു കുപ്പിയിൽ എത്ര ലിറ്റർ പാലുണ്ട്?

(3) 17 മീറ്റർ നീളമുള്ള കയർ, 25 സമഭാഗങ്ങളാക്കി. ഒരു കഷണത്തിന്റെ നീളം എത്ര മീറ്ററാണ്?

(4) 19 കിലോഗ്രാം അരി 20 പേർക്ക് ഒരേപോലെ വീതിച്ചു. ഒരാൾക്ക് എത്ര കിലോഗ്രാം കിട്ടി?

ഇനി ഈ കണക്ക് നോക്കൂ:

8.5 കിലോഗ്രാം അരി, ഒരേ അളവിൽ രണ്ടു സഞ്ചിയിലാക്കി. ഒരു സഞ്ചിയിൽ എത്ര കിലോഗ്രാമുണ്ട്?

നേരത്തെ ചില കണക്കുകളിൽ ചെയ്തപോലെ 8.5 നെ ഭിന്നരൂപത്തിലാക്കി, പകുതി കണക്കാക്കാം

$$8.5 \times \frac{1}{2} = \frac{85}{10} \times \frac{1}{2} = \frac{85}{20} = \frac{17 \times 5}{4 \times 5} = \frac{17}{4} = 4\frac{1}{4} = 4.25$$

അതായത്, ഒരു സഞ്ചിയിൽ 4.25 കിലോഗ്രാം.

വേറൊരു കണക്ക്

10.5 ലിറ്റർ വെള്ളം, ഒരേ അളവിൽ 6 കുപ്പികളിൽ നിറച്ചു. ഒരു കുപ്പിയിൽ എത്ര ലിറ്ററുണ്ട്?

10.5 നെ ഭിന്നസംഖ്യയാക്കി $\frac{1}{6}$ ഭാഗം കണക്കാക്കാം

$$\frac{105}{10} \times \frac{1}{6} = \frac{105}{60} = \frac{21 \times 5}{12 \times 5} = \frac{21}{12} = \frac{7 \times 3}{4 \times 3} = \frac{7}{4} = 1\frac{3}{4} = 1.75$$

ഒരു കുപ്പിയിൽ 1.75 ലിറ്റർ

ഇതുപോലെ ചുവടെയുള്ള കണക്കുകൾ ചെയ്യാമല്ലോ.

(1) 14.5 സെന്റിമീറ്റർ നീളമുള്ള ഒരു നാട, രണ്ടു സമഭാഗങ്ങളാക്കി. ഓരോ കഷണത്തിന്റെയും നീളം എത്ര സെന്റിമീറ്ററാണ് ?

(2) 20.5 മീറ്റർ ചുറ്റളവുള്ള സമചതുരത്തിന്റെ ഒരു വശത്തിന്റെ നീളം എത്ര മീറ്ററാണ് ?

(3) 6 പേനയുടെ വില 40.50 രൂപയാണ്. ഒരു പേനയുടെ വില എത്രയാണ് ?

ദശാംശഹരണം

വിപരീതഭിന്നങ്ങൾ എന്ന പാഠത്തിലെ ഒരു കണക്ക് വീണ്ടും നോക്കാം:

$5\frac{1}{4}$ ലിറ്റർ വെള്ളം $\frac{3}{4}$ ലിറ്റർ വീതം കൊള്ളുന്ന കുപ്പികളിലാക്കണം. എത്ര കുപ്പികൾ വേണം ?

എങ്ങനെയാണ് ഇതു ചെയ്തത് ?

കുപ്പികളുടെ എണ്ണത്തെ $\frac{3}{4}$ കൊണ്ടു ഗുണിച്ചാൽ $5\frac{1}{4}$ കിട്ടണം.

സംഖ്യകൾ മാത്രമായി ആലോചിച്ചാൽ, ഏതു സംഖ്യയെ $\frac{3}{4}$ കൊണ്ടു ഗുണിച്ചാൽ $5\frac{1}{4}$ കിട്ടും എന്നതാണ് ചോദ്യം. അപ്പോൾ ചോദ്യം ഇങ്ങനെയാക്കാം:

ഏത് സംഖ്യയുടെ $\frac{3}{4}$ ഭാഗമാണ് $5\frac{1}{4}$?

ഇതു കണക്കാക്കാൻ, $5\frac{1}{4}$ ന്റെ $\frac{4}{3}$ മടങ്ങ് കണ്ടുപിടിച്ചാൽ മതി എന്ന് ആ പാഠത്തിൽ കണ്ടല്ലോ.

$$5\frac{1}{4} \times \frac{4}{3} = \frac{21}{4} \times \frac{4}{3} = \frac{21}{3} = 7$$

അതായത് 7 കുപ്പികൾ വേണം.

ഈ ചോദ്യത്തിൽത്തന്നെ അളവുകൾ ദശാംശരൂപത്തിലാണെങ്കിലോ ?

5.25 ലിറ്റർ വെള്ളം 0.75 ലിറ്റർ വീതം കൊള്ളുന്ന കുപ്പികളിലാക്കണം. എത്ര കുപ്പികൾ വേണം ?

അളവുകളെയെല്ലാം ഭിന്നരൂപത്തിലാക്കി ചെയ്യാം.

$$5.25 = \frac{525}{100}$$

$$0.75 = \frac{75}{100}$$

ഭിന്നങ്ങളെ ലഘൂകരിച്ച് $\frac{21}{4}$ ഉം $\frac{3}{4}$ ഉം ആക്കി, ഇപ്പോൾ ചെയ്തതുപോലെ തുടരാം

അല്ലെങ്കിൽ, $\frac{525}{100}$ ന്റെ $\frac{100}{75}$ മടങ്ങ് കണക്കാക്കാം

$$\frac{525}{100} \times \frac{100}{75} = \frac{525}{75} = \frac{7 \times 3 \times 25}{3 \times 25} = 7$$

ഇത് ഹരണമായി എഴുതാം

$$5.25 \div 0.75 = 7$$

ഇനി ഈ കണക്ക് നോക്കൂ:

ഒരു ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് 3.25 ചതുരശ്രമീറ്ററും, നീളം 2.5 മീറ്ററുമാണ്. വീതി എത്ര മീറ്ററാണ് ?

അളവുകളെല്ലാം മാറ്റിനിർത്തിയാൽ, ഏത് സംഖ്യയെ 2.5 കൊണ്ടു ഗുണിച്ചാൽ 3.25 കിട്ടും എന്നാണ് കണക്കാക്കേണ്ടത്. അതായത് ചോദ്യം ഇങ്ങനെയാക്കാം:

ഏതു സംഖ്യയുടെ 2.5 മടങ്ങാണ് 3.25 ?

ഇത് കണ്ടുപിടിക്കാൻ, സംഖ്യകളെ ഭിന്നരൂപത്തിലാക്കാം:

$$3.25 = \frac{325}{100}$$

$$2.5 = \frac{25}{10}$$

അപ്പോൾ ഏതു സംഖ്യയുടെ $\frac{25}{10}$ മടങ്ങാണ് $\frac{325}{100}$ എന്നാണ് കണ്ടുപിടിക്കേണ്ടത്.

അതു കിട്ടാൻ, വിപരീതഭിന്നം ഉപയോഗിക്കാമല്ലോ.

$$\frac{325}{100} \times \frac{10}{25} = \frac{325}{10 \times 25} = \frac{13}{10} = 1.3$$

അപ്പോൾ വീതി 1.3 മീറ്ററാണ്.

ഹരണമായി എഴുതിയാൽ,

$$3.25 \div 2.5 = 1.3$$

ഈ കണക്കുകൾ ചെയ്തു നോക്കാം.

(1) ഒരു പാത്രത്തിൽ 4.05 ലിറ്റർ വെളിച്ചെണ്ണയുണ്ട്. ഇത് 0.45 ലിറ്റർ കൊള്ളുന്ന കുപ്പികളിലാക്കണം. എത്ര കുപ്പികൾ വേണം ?

(2) 17.5 മീറ്റർ നീളമുള്ള കമ്പി, 2.5 മീറ്റർ നീളമുള്ള കഷണങ്ങളാക്കി. എത്ര കഷണങ്ങളുണ്ട് ?

(3) 6.5 കിലോഗ്രാം മുളകുപൊടി, 0.25 കിലോഗ്രാം വീതം പാക്കറ്റുകളിലാക്കിയാൽ, എത്ര പാക്കറ്റ് ഉണ്ടാകും ?

6 അംശബന്ധം

ചതുരക്കണക്ക്

ഈ ചിത്രങ്ങൾ നോക്കൂ:

ഒരേ ചിത്രം, പല വലുപ്പം

ഇനി ഈ ചിത്രം നോക്കൂ:

ഇത് ആദ്യം കണ്ട ചിത്രം പോലെയാണോ ?

ആദ്യത്തെ മൂന്നു ചിത്രങ്ങളും സമചതുരമല്ല; ഉയരം നീളത്തേക്കാൾ കുറവാണ്.

ഈ നാലാമത്തെ ചിത്രമോ ?

നീളം മൂന്നാമത്തെ ചിത്രത്തിനൊപ്പമാണ്. ഉയരം വേണ്ടതിലധികമായി (ആനയുടെ രൂപവും ശരിയല്ല). അപ്പോൾ ചിത്രങ്ങളുടെ വലുപ്പം മാറുമ്പോൾ നീളവും വീതിയും ഒരേ പോലെ മാറണം.

കുറേക്കൂടി വ്യക്തമായി പറയാം. ആദ്യത്തെ മൂന്നു ചിത്രങ്ങളിലും ചതുരത്തിന്റെ ഉയരം നീളത്തിന്റെ $\frac{3}{4}$ ഭാഗമാണ്. നാലാമത്തെ ചിത്രത്തിൽ, ഉയരം നീളത്തിന് തുല്യമാണ്.

ഇക്കാര്യം ഗണിതഭാഷയിൽ പറയുന്നത് ഇങ്ങനെയാണ്

ആദ്യത്തെ മൂന്നു ചതുരങ്ങളിലും, ഉയരവും നീളവും മൂന്നിനു നാല് എന്ന അംശബന്ധത്തിലാണ് (in the ratio three to four)

'മൂന്നിനു നാല് ' എന്നതിനെ ചുരുക്കിയെഴുതുന്നത് 3 : 4 എന്നാണ്. അപ്പോൾ മുകളിലെഴുതിയത്, അല്പം ചുരുക്കാം.

ആദ്യത്തെ മൂന്നു ചതുരങ്ങളിലും, ഉയരവും നീളവും 3 : 4 എന്ന അംശബന്ധത്തിലാണ്.

പല സ്മാർട്ഫോണുകളുടെ ക്യാമറയിലും, ചിത്രത്തിന്റെ ഉയരവും നീളവും തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം മൂന്നു തരത്തിൽ മാറ്റാം.

ഒന്ന്, ഇപ്പോൾ കണ്ട 3 : 4 എന്ന അംശബന്ധം തന്നെ.

മറ്റൊന്ന്, 9 : 16 എന്ന അംശബന്ധം. എന്താണ് ഇതിന്റെ അർത്ഥം ?

ഉയരം നീളത്തിന്റെ $\frac{9}{16}$ ഭാഗം.

മൂന്നാമത്തേത്, 1 : 1 എന്ന അംശബന്ധം.

ഉയരവും നീളവും ഒരേ അളവിൽ, അതായത് സമചതുരച്ചിത്രം.

ഒരേ ദൃശ്യം തന്നെ ഈ മൂന്നു അംശബന്ധങ്ങളിലും എടുത്ത ചിത്രങ്ങൾ നോക്കൂ:

3 : 4

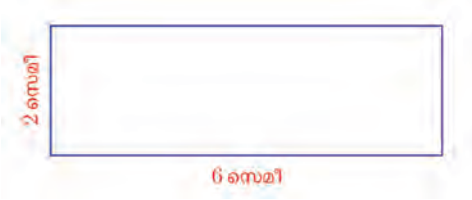
9 : 16

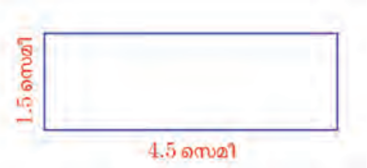
1 : 1

(ആദ്യം കണ്ട ആനയുടെ സമചതുരച്ചിത്രം, ഈ അംശബന്ധത്തിൽ എടുത്ത ചിത്രമല്ല. കമ്പ്യൂട്ടർ ഉപയോഗിച്ച് കൃത്രിമമായി മാറ്റിയതാണ്; അതുകൊണ്ടുതന്നെ ആനയുടെ രൂപം വികൃതവുമായി). ഇവിടെയെല്ലാം ഉയരവും നീളവും തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധമാണ്, 3 : 4 ഉം 9 : 16 ഉം. നീളവും ഉയരവും തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം പറയാൻ ഇവ 4 : 3 ഉം 16 : 9, ആയി പറയണം.

ഉയരം നീളത്തിന്റെ $\frac{3}{4}$ ഭാഗമാണെങ്കിൽ, നീളം ഉയരത്തിന്റെ $\frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$ മടങ്ങാണല്ലോ. (**വിപരീത ഭിന്നങ്ങൾ** എന്ന പാഠം)

മറ്റ് ചില ചതുരങ്ങൾ നോക്കാം:





രണ്ടിലും നീളം ഉയരത്തിന്റെ മൂന്നു മടങ്ങല്ലേ? അപ്പോൾ ഉയരവും നീളവും തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം 1 : 3. ഇനി ഈ രണ്ടു ചതുരങ്ങൾ നോക്കൂ:

രണ്ടിലും നീളം ഉയരത്തിന്റെ ഒന്നര മടങ്ങല്ലേ ?

ഇത് അംശബന്ധമായി പറയുന്നതെങ്ങനെ ?

ഒന്നിനു ഒന്നര എന്ന് പറയാം; പക്ഷേ സാധാരണയായി അംശബന്ധം പറയുമ്പോൾ ഭിന്നസംഖ്യകൾ ഒഴിവാക്കുകയാണ് പതിവ്.

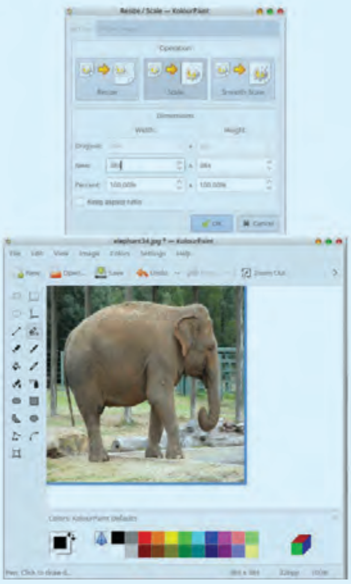
ഉയരം 2 സെന്റിമീറ്റർ എന്നെടുത്താലോ ?

2 ന്റെ $1\frac{1}{2}$ മടങ്ങ് എത്രയാണ്?

ചിത്രാംശബന്ധം

KITE GNU-Linux ലെ KolourPaint ഉപയോഗിച്ച് ചിത്രങ്ങൾ വരയ്ക്കുക മാത്രമല്ല, മറ്റു ചിത്രങ്ങളുടെ വലുപ്പം മാറ്റാനും കഴിയും. അതിന് Image → Resize/Scale എടുക്കണം:

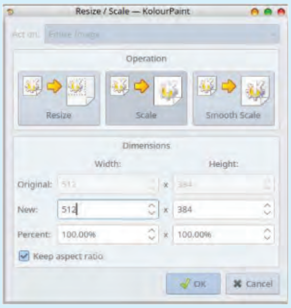
അപ്പോൾ തുറക്കുന്ന ജാലകത്തിൽ Width ഉം Height ഉം മാറ്റാം:



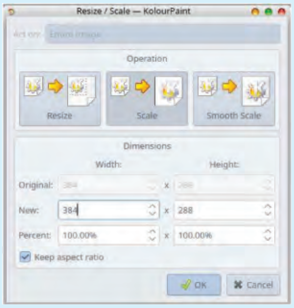
രൂപാംശബന്ധം

ചതുരാകൃതിയിലുള്ള ഒരു ചിത്രത്തിന്റെ ഉയരവും നീളവും തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധത്തിന് രൂപാംശബന്ധം (aspect ratio) എന്നാണ് പറയുന്നത്.

ചിത്രത്തിന്റെ രൂപം മാറാതിരിക്കണമെങ്കിൽ, ചിത്രം വലുതാക്കുകയോ, ചെറുതാക്കുകയോ ചെയ്യുമ്പോൾ ഈ അംശബന്ധം മാറരുത്. KolourPaint ലെ വലുപ്പം മാറ്റാനുള്ള ജാലകത്തിൽ, Keep aspect ratio എന്നത് ക്ലിക്ക് ചെയ്താൽ, ഉയരമോ നീളമോ ഏതെങ്കിലും ഒന്നു മാത്രമേ നമുക്ക് മാറ്റാൻ കഴിയുള്ളു.



രൂപാംശബന്ധം മാറാതിരിക്കാൻ, മറ്റേ വശം എന്താകണമെന്നു കണക്കുകൂട്ടി, സ്വയം മാറിക്കോളും.



ചിത്രവും, രൂപം മാറാതെ ചെറുതോ വലുതോ ആകും.

അപ്പോൾ ഇത്തരം ചതുരങ്ങളിൽ ഉയരവും നീളവും രണ്ടിനു മൂന്ന് എന്ന അംശബന്ധത്തിലാണെന്നു പറയാം; 2 : 3 എന്നെഴുതുകയും ചെയ്യാം.

ഇവിടെ അംശബന്ധം 4 : 6 എന്നു പറഞ്ഞുകൂടേ? അങ്ങനെ പറഞ്ഞാലും തെറ്റില്ല; പക്ഷേ സാധാരണയായി കഴിയുന്നതും ചെറിയ സംഖ്യകൾ ഉപയോഗിച്ചാണ് അംശബന്ധം പറയാറുള്ളത്.

ഇനി ഇക്കാര്യം അംശബന്ധത്തിൽ പറയുന്നതെങ്ങനെ?

ഒരു ചതുരത്തിന്റെ നീളം, ഉയരത്തിന്റെ രണ്ടര മടങ്ങാണ്.

ഉയരം 1 സെന്റിമീറ്ററാണെങ്കിൽ, നീളം $2\frac{1}{2}$ സെന്റിമീറ്റർ; ഉയരം 2 സെന്റിമീറ്ററാക്കിയാലോ ?

അപ്പോൾ ഉത്തരം കിട്ടി.

ചതുരത്തിന്റെ ഉയരവും നീളവും 2 : 5 എന്ന അംശബന്ധത്തിലാണ്.

നീളം, ഉയരത്തിന്റെ ഒന്നേകാൽ മടങ്ങാണെങ്കിലോ ? ഉയരം 2 സെന്റിമീറ്ററാണെങ്കിൽ, നീളം $2\frac{1}{2}$ സെന്റിമീറ്റർ

അപ്പോഴും ഭിന്നസംഖ്യ ഒഴിയുന്നില്ല; ഉയരം 4 സെന്റിമീറ്ററാക്കിയാലോ ?

അപ്പോൾ ഇത്തരം ചതുരങ്ങളിൽ ഉയരവും നീളവും 4 : 5 എന്ന അംശബന്ധത്തിലാണ്.

ഇവിടെയെല്ലാം മറ്റൊരു കാര്യം ശ്രദ്ധിച്ചോ ?

ഉയരവും നീളവും ഒരേ മടങ്ങായി നീട്ടിയാലും, ഒരേ ഭാഗമായി ചുരുക്കിയാലും അംശബന്ധം മാറുന്നില്ല. ഉദാഹരണമായി, ചുവടെപ്പറയുന്ന ഉയരവും നീളവും നോക്കുക:

ഉയരം	നീളം
3 സെന്റിമീറ്റർ	4 സെന്റിമീറ്റർ
6 മീറ്റർ	8 മീറ്റർ
1 മീറ്റർ	$1\frac{1}{3}$ മീറ്റർ
$\frac{3}{4}$ മീറ്റർ	1 മീറ്റർ

ഇവയിലെല്ലാം, നീളം ഉയരത്തിന്റെ $\frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$ മടങ്ങ് തന്നെയാണ്; മറിച്ചു പറഞ്ഞാൽ ഉയരം, നീളത്തിന്റെ $\frac{3}{4}$ ഭാഗമാണ്. അംശബന്ധത്തിൽ പറഞ്ഞാൽ,

ഉയരവും നീളവും 3 : 4 എന്ന അംശബന്ധത്തിലാണ്;

നീളവും ഉയരവും 4 : 3 എന്ന അംശബന്ധത്തിലാണ്.

ഇനി ഈ കണക്കുകൾ ചെയ്തുനോക്കൂ:

(1) ചുവടെ പറഞ്ഞിരിക്കുന്ന ഓരോ ചതുരത്തിന്റെയും ഉയരവും നീളവും തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം കഴിയുന്നതും ചെറിയ എണ്ണൽസംഖ്യകൾ ഉപയോഗിച്ചു എഴുതുക.

(i) ഉയരം 8 സെന്റിമീറ്റർ; നീളം 10 സെന്റിമീറ്റർ

(ii) ഉയരം 8 മീറ്റർ; നീളം 12 മീറ്റർ

(iii) ഉയരം 20 സെന്റിമീറ്റർ; നീളം 1 മീറ്റർ

(iv) ഉയരം 40 സെന്റിമീറ്റർ; നീളം 1 മീറ്റർ

(v) ഉയരം 1.5 സെന്റിമീറ്റർ; നീളം 2 സെന്റിമീറ്റർ

(2) ചുവടെയുള്ള പട്ടികയിൽ ചില ചതുരങ്ങളുടെ ഉയരം, നീളം, അവ തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം എന്നിവയിൽ രണ്ടെണ്ണം തന്നിട്ടുണ്ട്. മൂന്നാമത്തേത് കണ്ടുപിടിച്ച് പട്ടിക പൂർത്തിയാക്കുക.

ഉയരം (സെമീ)	നീളം (സെമീ)	അംശബന്ധം
6	8	
3		3 : 4
$\frac{3}{4}$	1	
	1	3 : 4
6	15	
2		2 : 5
1		2 : 5
	1	2 : 5

പതാകകൾ

നമ്മുടെ ദേശീയ പതാകയുടെ ചിത്രം വരയ്ക്കുമ്പോൾ നിറങ്ങൾ മാത്രം ശരിയായാൽപ്പോരാ, ചതുരത്തിന്റെ വീതിയും നീളവും തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധവും ശരിയാകണം. ഇത് 2 : 3 ആണ്. അതായത്, ദേശീയ പതാക വരയ്ക്കുമ്പോൾ നീളം 3 സെന്റിമീറ്ററായെടുത്താൽ, വീതി 2 സെന്റിമീറ്റർ തന്നെ ആയിരിക്കണം.

വ്യത്യസ്ത രാജ്യങ്ങളുടെ പതാകകളിൽ ഈ അംശബന്ധം വ്യത്യസ്തമാണ്. ഉദാഹരണമായി ഓസ്ട്രേലിയയുടെ പതാകയിൽ ഇത് 1 : 2 ആണ്.

ജർമ്മനിയുടെ പതാകയിൽ ഈ അംശബന്ധം 3 : 5 ആണ്.

മറ്റ് അളവുകൾ

ചതുരത്തിന്റെ ഉയരവും നീളവും അല്ലാത്ത രണ്ടു നീളങ്ങളെയും മടങ്ങും ഭാഗവുമായി പറയാൻ അംശബന്ധം ഉപയോഗിക്കാം.

ഉദാഹരണമായി, 4 മീറ്ററും 6 മീറ്ററും നീളമുള്ള രണ്ടു കയറുകൾ നോക്കാം. 6 മീറ്ററിന്റെ $\frac{1}{6}$ ഭാഗം 1 മീറ്റർ; അതിന്റെ 4 മടങ്ങ് 4 മീറ്റർ. അങ്ങനെ, 6 മീറ്ററിന്റെ $\frac{4}{6}$ ഭാഗം 4 മീറ്റർ (**വിപരീതഭിന്നങ്ങൾ** എന്ന പാഠം).

$\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ ആയതിനാൽ, ചെറിയ കയറും വലിയ കയറും തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം 2 : 3 എന്നു പറയാം.

അപ്പോൾ, രണ്ടു നീളങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം 2 : 3 എന്നു പറഞ്ഞാൽ, ചെറുതിന്റെ നീളം വലുതിന്റെ നീളത്തിന്റെ $\frac{2}{3}$ ഭാഗം എന്നു മാത്രമേ അറിയാൻ കഴിയുകയുള്ളൂ.

അവയുടെ ശരിയായ നീളങ്ങൾ പലതുമാകാം:

2 മീറ്റർ,	3 മീറ്റർ
4 മീറ്റർ,	6 മീറ്റർ
6 മീറ്റർ,	9 മീറ്റർ
1 മീറ്റർ,	$2\frac{1}{2}$ മീറ്റർ
3 മീറ്റർ,	$4\frac{1}{2}$ മീറ്റർ
$\frac{1}{2}$ മീറ്റർ,	$\frac{3}{4}$ മീറ്റർ

ഇവയെല്ലാം മീറ്ററിനു പകരം, സെന്റിമീറ്ററോ, കിലോമീറ്ററോ ആകാം; ചെറിയ നീളം, വലിയ നീളത്തിന്റെ $\frac{2}{3}$ ഭാഗമാകണമെന്നു മാത്രം.

നീളം മാത്രമല്ല മറ്റു തരത്തിലുള്ള രണ്ട് അളവുകളെയും ഭാഗവും മടങ്ങുമായി പറയാൻ അംശബന്ധം ഉപയോഗിക്കാം.

ഉദാഹരണമായി, 15 ലിറ്റർ ബക്കറ്റും 25 ലിറ്റർ ബക്കറ്റും എടുത്താൽ, ചെറിയ ബക്കറ്റിൽ കൊള്ളുന്നത്, വലിയ ബക്കറ്റിൽ കൊള്ളുന്നതിന്റെ $\frac{15}{25}$ ഭാഗമാണല്ലോ.

$\frac{15}{25} = \frac{3}{5}$ ആയതിനാൽ, ചെറിയ ബക്കറ്റിന്റെയും വലിയ ബക്കറ്റിന്റെയും ഉള്ളളവുകൾ തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം 3 : 5 എന്നു പറയാം.

എണ്ണങ്ങളും അംശബന്ധമായി പറയാം. ഉദാഹരണമായി, ഒരു ക്ലാസിൽ 12 ആൺകുട്ടികളും, 21 പെൺകുട്ടികളുമാണ് ഉള്ളതെങ്കിൽ, ആൺകുട്ടികളുടെ എണ്ണം, പെൺകുട്ടികളുടെ എണ്ണത്തിന്റെ $\frac{12}{21}$ ഭാഗമാണല്ലോ.

$\frac{12}{21} = \frac{4}{7}$ ആയതിനാൽ, ആൺകുട്ടികളുടെ എണ്ണവും പെൺകുട്ടികളുടെ എണ്ണവും 4 : 7 എന്ന അംശബന്ധത്തിലാണെന്നു പറയാം.

ഇതുപോലെ ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന കണക്കുകളിലെല്ലാം, കഴിയുന്നത്ര ചെറിയ എണ്ണൽസംഖ്യകൾ ഉപയോഗിച്ച് അംശബന്ധങ്ങൾ കണക്കാക്കുക.

(1) ആമിനയുടെ കൈയിൽ 105 രൂപയും, മേഴ്സിയുടെ കൈയിൽ 175 രൂപയുമുണ്ട്. ചെറിയ തുകയും വലിയ തുകയും തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം കണക്കാക്കുക

(2) ഒരു സമ്മേളനത്തിൽ 96 സ്ത്രീകളും, 144 പുരുഷന്മാരും പങ്കെടുത്തു. സ്ത്രീകളുടെ എണ്ണവും പുരുഷന്മാരുടെ എണ്ണവും തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം കണ്ടുപിടിക്കുക.

(3) രണ്ടു പെൻസിലുകളിൽ ചെറുതിന്റെ നീളം 4.5 സെന്റിമീറ്ററും, വലുതിന്റെ നീളം 7.5 സെന്റിമീറ്ററുമാണ്. വലുതിന്റെയും ചെറുതിന്റെയും നീളങ്ങൾ ഏത് അംശബന്ധത്തിലാണ്?

ചലനവും അംശബന്ധവും

കളിവണ്ടികളോ പഴയ ക്ലോക്കുകളോ അഴിച്ചുനോക്കിയിട്ടുണ്ടോ? അവയിൽ പല വലുപ്പത്തിലുള്ള പൽച്ചക്രങ്ങൾ കണ്ടിട്ടില്ലേ? ചിത്രം നോക്കൂ:

ഒരു യന്ത്രത്തിന്റെ ചെറിയൊരു ഭാഗമാണിത്. ഇതിൽ മുഴുവനായി കാണുന്ന പൽച്ചക്രങ്ങളിൽ ചെറുതിന് 13 പല്ലും വലുതിന് 21 പല്ലുമാണുള്ളത്. ചെറിയ ചക്രം 21 തവണ കറങ്ങിക്കഴിയുമ്പോൾ വലിയ ചക്രം 13 തവണ മാത്രമേ കറങ്ങിയിട്ടുണ്ടാവുകയുള്ളൂ.

ഇങ്ങനെ പൽച്ചക്രങ്ങളുടെ പല്ലുകളുടെ എണ്ണം നിശ്ചിത അംശബന്ധങ്ങളിൽ ക്രമീകരിച്ചാണ് യന്ത്രങ്ങളിൽ കറക്കത്തിന്റെ വേഗം നിയന്ത്രിക്കുന്നത്.

(4) ഒരു ചരടുകൊണ്ട് ഒരു ചതുരത്തിന്റെ വശങ്ങൾ അളന്നപ്പോൾ വീതി, ചരടിന്റെ $\frac{1}{4}$ ഭാഗവും നീളം, ചരടിന്റെ $\frac{1}{3}$ ഭാഗവും എന്നു കണ്ടു. വീതിയും നീളവും തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം എന്താണ്?

(5) ഒരു വലിയ കുപ്പി നിറയ്ക്കാൻ $3\frac{1}{2}$ ഗ്ലാസ് വെള്ളവും, ചെറിയ കുപ്പി നിറയ്ക്കാൻ $2\frac{1}{2}$ ഗ്ലാസ് വെള്ളവും വേണം. വലിയ കുപ്പിയുടെയും ചെറിയ കുപ്പിയുടെയും ഉള്ളളവുകൾ തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം എന്താണ്?

ചേരുവകളുടെ ബന്ധം

ഇഡ്ഡലിയുണ്ടാക്കാൻ, അമ്മുവിന്റെ അമ്മ രണ്ടു കപ്പ് അരിയും, ഒരു കപ്പ് ഉഴുന്നുമെടുത്താണ് അരയ്ക്കുന്നത്.

വിരുന്നുകാർ വരുന്നതിന്റെ തലേന്ന് നാലു കപ്പ് അരിയെടുത്തു. എത്ര കപ്പ് ഉഴുന്നെടുക്കണം ?

രുചിയും ഗുണവും മാറാതിരിക്കാൻ, എപ്പോഴും അരിയെടുക്കുന്നതിന്റെ പകുതിതന്നെ ഉഴുന്നെടുക്കണം.

അപ്പോൾ നാലു കപ്പ് അരിയ്ക്ക്, രണ്ടു കപ്പ് ഉഴുന്നെടുക്കണം.

അരിയും ഉഴുന്നും 2 : 1 എന്ന അംശബന്ധത്തിലായിരിക്കണം എന്നും പറയാം.

മറ്റൊരു മിശ്രിതക്കണക്ക്

അജിയുടെ വീടിന്റെ ചുമരുകൾക്ക് ചായമടിക്കാൻ ആദ്യം 25 ലിറ്റർ പച്ച നിറവും, 20 ലിറ്റർ വെള്ളയും കലർത്തിയെടുത്തു. ഇതു മതിയാകാതെ വന്നപ്പോൾ വീണ്ടും 15 ലിറ്റർ പച്ചയെടുത്തു. ഇതിൽ എത്ര ലിറ്റർ വെള്ള ചേർക്കണം ?

ആദ്യമടിച്ച നിറംതന്നെ കിട്ടണമെങ്കിൽ, നിറങ്ങളുടെ അംശബന്ധം മാറരുത്.

ആദ്യം പച്ചയും വെള്ളയും എന്ത് അംശബന്ധത്തിലാണ് കലർത്തിയത് ?

അതായത്, 5 ലിറ്റർ പച്ചയ്ക്ക്, 4 ലിറ്റർ വെള്ള എന്നാണ് കണക്ക്.

ഈ അംശബന്ധത്തിൽത്തന്നെ ആകണമെങ്കിൽ 15 ലിറ്റർ പച്ചയ്ക്ക് എത്ര ലിറ്റർ വെള്ള ചേർക്കണം ? 5 ന്റെ എത്ര മടങ്ങാണ് 15 ?

അപ്പോൾ 4 ലിറ്ററിന്റെ 3 മടങ്ങ് വെള്ള ചേർക്കണം; അതായത് 12 ലിറ്റർ.

ഇതേ പച്ച നിറം കിട്ടാൻ, 16 ലിറ്റർ വെള്ളയുടെ കൂടെ എത്ര ലിറ്റർ പച്ച ചേർക്കണം ?

ഇതുപോലെ ഈ കണക്കുകൾ ചെയ്തുനോക്കൂ:

(1) ദോശയുണ്ടാക്കാൻ 6 കപ്പ് അരിയ്ക്ക് 2 കപ്പ് ഉഴുന്ന് എന്നാണ് കണക്ക്. 9 കപ്പ് അരിയെടുത്താൽ, എത്ര കപ്പ് ഉഴുന്നെടുക്കണം ?

(2) വീട്ടിലെ ചുവർ തേയ്ക്കുന്നതിന് സിമെന്റും മണലും 1 : 5 എന്ന അംശബന്ധത്തിലാണ് ഉപയോഗിച്ചത്. ഇതിനായി 45 ചാക്ക് സിമെന്റ് വാങ്ങി. എത്ര ചാക്ക് മണൽ വാങ്ങണം ?

(3) വീടിന് ചായം തേയ്ക്കുമ്പോൾ 12 ലിറ്റർ ചായത്തിന്റെ കൂടെ 8 ലിറ്റർ ടർപെന്റൈനും ആണ് ചേർത്തത്. 15 ലിറ്റർ ചായത്തിന്റെ കൂടെ എത്ര ലിറ്റർ ടർപെന്റൈൻ ചേർക്കണം ?

(4) ഒരു പഞ്ചായത്തിലെ ഒന്നാം വാർഡിൽ സ്ത്രീകളുടെയും പുരുഷന്മാരുടെയും എണ്ണം 11 : 10 എന്ന അംശബന്ധത്തിലാണ്. ഇവിടെ 1793 സ്ത്രീകളാണുള്ളത്. ഇവിടെ എത്ര പുരുഷന്മാരുണ്ട് ? സ്ത്രീകളും പുരുഷന്മാരും കൂടി ആകെ എത്രപേരുണ്ട് ?

ഭാഗക്കണക്ക്

ഇഡ്ഡലി ഉണ്ടാക്കാൻ അരിയും ഉഴുന്നും 2 : 1 എന്ന അംശബന്ധത്തിലാണ് എടുക്കുന്നതെന്നു പറഞ്ഞല്ലോ. അരിയും ഉഴുന്നും കൂടി ആകെ 9 കപ്പാണ് എടുത്തത്. ഇതിൽ അരി എത്ര കപ്പാണ് ?

2 കപ്പ് അരിയും, 1 കപ്പ് ഉഴുന്നുമെടുത്താൽ ആകെ 3 കപ്പായി.

ഇവിടെ ആകെ 9 കപ്പ് വേണം.

3 ന്റെ എത്ര മടങ്ങാണ് 9 ?

അംശബന്ധം പാലിക്കാൻ, അരിയും ഉഴുന്നും 3 മടങ്ങുതന്നെ എടുക്കണം. അപ്പോൾ അരി 6 കപ്പ്, ഉഴുന്ന് 3 കപ്പ്.

മറ്റൊരു കണക്ക് നോക്കാം:

> ഒരു സൊസൈറ്റിയിൽ 600 പുരുഷന്മാരും 400 സ്ത്രീകളും അംഗങ്ങളാണ്. ഇവരിൽ നിന്ന് 30 പേരുടെ പ്രവർത്തകസമിതി ഉണ്ടാക്കണം അതിൽ പുരുഷന്മാരുടെയും സ്ത്രീകളുടെയും എണ്ണത്തിന്റെ അംശബന്ധം സംഘത്തിലേതുതന്നെ ആയിരിക്കണം. പ്രവർത്തകസമിതിയിൽ എത്ര പുരുഷന്മാരും എത്ര സ്ത്രീകളും ഉണ്ടായിരിക്കണം ?

സംഘത്തിൽ പുരുഷന്മാരുടെയും സ്ത്രീകളുടെയും അംശബന്ധം 3 : 2 ആണല്ലോ. 3 പുരുഷന്മാരും 2 സ്ത്രീകളും ചേർന്നാൽ 5 പേരായി

ഇവിടെ 30 പേരെയാണ് ആവശ്യം.

5 ന്റെ എത്ര മടങ്ങാണ് 30 ?

അപ്പോൾ സമിതിയിൽ $3 \times 6 = 18$ പുരുഷന്മാരും, $2 \times 6 = 12$ സ്ത്രീകളും ഉണ്ടായിരിക്കണം.

ഒരു കണക്ക് കൂടി

സ്കൂളിലൊരു പച്ചക്കറിത്തോട്ടമുണ്ടാക്കാൻ ചതുരാകൃതിയിലുള്ള ഒരു സ്ഥലം കയർകെട്ടി തിരിക്കണം. കയറിന്റെ നീളം 32 മീറ്റർ. വീതിയും നീളവും 3 : 5 എന്ന അംശബന്ധത്തിലായിരിക്കണം എന്നാണ് തീരുമാനം. വീതിയും നീളവും എത്ര മീറ്റർ വീതം ആയിരിക്കണം ?

കയറിന്റെ നീളം 32 മീറ്ററാണ്; അതിനാൽ, ചതുരത്തിന്റെ ചുറ്റളവും ഇതു തന്നെ. വീതിയും നീളവും 3 മീറ്റർ, 5 മീറ്റർ എന്നെടുത്താൽ ചുറ്റളവ് എത്രയാണ് ?

16 ന്റെ എത്ര മടങ്ങാണ് 32 ?

$$\frac{32}{16} = 2$$

അപ്പോൾ വീതി, മൂന്നു മീറ്ററിന്റെ രണ്ട് മടങ്ങ്; അതായത് 6 മീറ്റർ. നീളം, അഞ്ചു മീറ്ററിന്റെ രണ്ട് മടങ്ങ്; അതായത് 10 മീറ്റർ.

ഇനി ഈ കണക്കുകൾ ചെയ്തുനോക്കൂ:

(1) സുഹറയും സീതയും ചേർന്ന് ഒരു കച്ചവടം തുടങ്ങി. സുഹറ 40000 രൂപയും സീത 50000 രൂപയുമാണ് മുടക്കിയത്. ലാഭമായി കിട്ടിയ 9000 രൂപ, മുടക്കുമുതലിന്റെ അംശബന്ധത്തിൽ വീതിച്ചെടുത്തു. ഓരോരുത്തർക്കും എത്ര രൂപ കിട്ടി?

(2) രമേശനും ജോണും ഒരു ജോലി കരാറെടുത്തു. രമേശൻ ആറു ദിവസവും, ജോൺ ഏഴു ദിവസവുമാണ് ജോലി ചെയ്തത്. കിട്ടിയ 6500 രൂപ, ജോലി ചെയ്ത ദിവസങ്ങളുടെ അംശബന്ധത്തിൽ വീതിച്ചു. ഓരോരുത്തർക്കും എത്ര രൂപ കിട്ടി ?

(3) രാമുവും രാജുവും ഒരു തുക 3 : 2 എന്ന അംശബന്ധത്തിൽ വീതിച്ചപ്പോൾ രാമുവിന് 480 രൂപ കിട്ടി.

(i) രാജുവിന് എത്ര രൂപ കിട്ടി ?

(ii) ആകെ എത്ര രൂപയാണ് വീതിച്ചത്?

(4) 9 സെന്റിമീറ്റർ നീളത്തിൽ AB എന്നൊരു വര വരയ്ക്കുക. ഇതിൽ P എന്ന കുത്തിടണം. AP, PB എന്നിവയുടെ നീളങ്ങൾ 1 : 2 എന്ന അംശബന്ധത്തിലായിരിക്കണം. A യിൽ നിന്ന് എത്ര അകലെയാണ് P അടയാളപ്പെടുത്തേണ്ടത്? കണക്കുകൂട്ടി അടയാളപ്പെടുത്തുക.

(5) 15 സെന്റിമീറ്റർ നീളമുള്ള ഒരു വര വരയ്ക്കുക. ഇതിനെ 2 : 3 എന്ന അംശബന്ധത്തിൽ ഭാഗിക്കുന്ന ബിന്ദു ഇതിൽ അടയാളപ്പെടുത്തണം. നീളങ്ങൾ കണക്കാക്കി ബിന്ദു അടയാളപ്പെടുത്തുക.

(6) 30 സെന്റിമീറ്റർ ചുറ്റളവും, വശങ്ങളുടെ നീളം 1 : 2 എന്ന അംശബന്ധത്തിലും ആയ ചതുരം വരയ്ക്കുക.

(i) ഇതേ ചുറ്റളവിൽ, വശങ്ങളുടെ നീളം 2 : 3, 3 : 7 എന്നീ അംശബന്ധങ്ങളിൽ ആയ മറ്റ് രണ്ടു ചതുരങ്ങൾ കൂടി വരയ്ക്കുക.

(ii) മൂന്നു ചതുരങ്ങളുടെയും പരപ്പളവുകൾ കണക്കാക്കുക. ഏതു ചതുരത്തിനാണ് പരപ്പളവ് ഏറ്റവും കൂടുതൽ ?

7 കണക്കിലെ ചുരുക്കെഴുത്ത്

സംഖ്യകളും അക്ഷരങ്ങളും

വശങ്ങളുടെയെല്ലാം നീളം 5 മീറ്റർ ആയ സമചതുരത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് എത്രയാണ് ?

വശങ്ങളുടെയെല്ലാം നീളം കൂട്ടിയതാണല്ലോ ചുറ്റളവ്. അപ്പോൾ ഈ കണക്കിൽ നാല് അഞ്ചുകൾ കൂട്ടണം. അതായത് അഞ്ചിന്റെ നാലു മടങ്ങ്

$$\text{ചുറ്റളവ്} = 5 \text{ മീറ്റർ} \times 4 = 20 \text{ മീറ്റർ}$$

വശങ്ങളുടെ നീളം 5 മീറ്ററിനു പകരം മറ്റെന്തെങ്കിലും ആണെങ്കിലും, ചുറ്റളവ് കണക്കാക്കുന്നത് ഇങ്ങനെ തന്നെയല്ലേ ?

അപ്പോൾ പൊതുവായി ഇങ്ങനെ പറയാം:

സമചതുരത്തിന്റെ ചുറ്റളവ്, ഒരു വശത്തിന്റെ നീളത്തിന്റെ നാലു മടങ്ങാണ്.

ഇത് അല്പം ചുരുക്കി കണക്കുഭാഷയിൽ ഇങ്ങനെ പറയാം:

$$\text{സമചതുരത്തിന്റെ ചുറ്റളവ്} = \text{ഒരു വശത്തിന്റെ നീളം} \times 4$$

ഇത് അല്പം കൂടി ചുരുക്കിയെഴുതാൻ, വശത്തിന്റെ നീളം s (side) എന്ന അക്ഷരംകൊണ്ടും, ചുറ്റളവിനെ p (perimeter) എന്ന അക്ഷരംകൊണ്ടും സൂചിപ്പിക്കാം.

ഒരു സമചതുരത്തിന്റെ വശത്തിന്റെ നീളം s, ചുറ്റളവ് p എന്നെടുത്താൽ,

$$p = s \times 4$$

ഇങ്ങനെ അളവുകൾ തമ്മിലുള്ള പല ബന്ധങ്ങളെയും അക്ഷരങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് എഴുതുന്ന രീതി ആറാം ക്ലാസിലെ **അക്ഷരക്കണക്ക്** എന്ന പാഠത്തിൽ കണ്ടിട്ടുണ്ടല്ലോ.

ഇങ്ങനെ എഴുതുന്നതിന്റെ ചില രീതികളും കണ്ടു,

- ഗുണനചിഹ്നം എഴുതാതെ ചേർത്തെഴുതുക
- അക്ഷരവും സംഖ്യയും ഒരുമിച്ചുവരുമ്പോൾ, സംഖ്യ ആദ്യം എഴുതുക

ഇതനുസരിച്ച്, സമചതുരത്തിന്റെ വശത്തിന്റെ നീളവും, ചുറ്റളവും തമ്മിലുള്ള ബന്ധം ഇങ്ങനെ എഴുതാം:

സമചതുരത്തിന്റെ ഒരു വശത്തിന്റെ നീളം s, ചുറ്റളവ് p എന്നെടുത്താൽ

$$p = 4s$$

അളവുകളല്ലാതെ വെറും സംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള ബന്ധങ്ങളും ഇങ്ങനെ അക്ഷരങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് ചുരുക്കിയെഴുതാം.

ഉദാഹരണമായി,

ഒരു സംഖ്യയോട് അതുതന്നെ കൂട്ടുന്നതാണ് അതിന്റെ രണ്ടു മടങ്ങ്

ഇക്കാര്യം കണക്കുഭാഷയിൽ ഇങ്ങനെ എഴുതാം:

ഒരു സംഖ്യ + അതേ സംഖ്യ = സംഖ്യ × 2

സംഖ്യ (number) എന്നതിനെ n എന്ന അക്ഷരം കൊണ്ടു സൂചിപ്പിച്ചാൽ, ഇക്കാര്യം ഇങ്ങനെ എഴുതാം:

n ഏതു സംഖ്യ ആയാലും $n + n = 2n$

ഇതിൽ സംഖ്യയെ സൂചിപ്പിക്കാൻ n എന്ന അക്ഷരത്തിനു പകരം ഇഷ്ടമുള്ള ഏതു അക്ഷരവും ഉപയോഗിക്കാം:

x ഏതു സംഖ്യ ആയാലും $x + x = 2x$

തുടർന്ന്,

ഒരു സംഖ്യയുടെ രണ്ടു മടങ്ങിനോട് ആ സംഖ്യ കൂട്ടിയാൽ മൂന്നു മടങ്ങാകും

എന്നതിനെ ഇങ്ങനെ എഴുതാം:

x ഏതു സംഖ്യ ആയാലും $2x + x = 3x$

ഇതുപോലെ, ഏതു സംഖ്യയുടെയും രണ്ടു മടങ്ങും മൂന്നു മടങ്ങും കൂട്ടിയാൽ അഞ്ചു മടങ്ങു കിട്ടും എന്നതിനെ ഇങ്ങനെ ചുരുക്കിയെഴുതാം:

x ഏതു സംഖ്യ ആയാലും $2x + 3x = 5x$

ഏതു സംഖ്യയെയും ഒന്നു കൊണ്ടു ഗുണിച്ചാൽ അതേ സംഖ്യതന്നെ കിട്ടും എന്ന കാര്യം ഇങ്ങനെയെഴുതാം:

x ഏതു സംഖ്യ ആയാലും $x \times 1 = x$

ഏതു സംഖ്യയെയും ഒന്നു കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ, അതേ സംഖ്യതന്നെ കിട്ടും എന്ന കാര്യം ഇങ്ങനെയും:

x ഏതു സംഖ്യ ആയാലും $x \div 1 = x$

അക്ഷരങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് കണക്കിലെ ക്രിയകൾ എഴുതുമ്പോൾ ഹരണത്തിന്റെ ഭിന്നരൂപമാണ് സാധാരണയായി എഴുതുന്നത്. അപ്പോൾ മുകളിൽ എഴുതിയത് ഇങ്ങനെയാകും:

x ഏതു സംഖ്യ ആയാലും $\frac{x}{1} = x$

പല സംഖ്യകളെക്കുറിച്ചുള്ള കാര്യങ്ങൾ പറയുന്നതിന് ഒന്നിൽക്കൂടുതൽ അക്ഷരങ്ങൾ ഉപയോഗിക്കേണ്ടിവരും.

ഉദാഹരണമായി, 5 നോട് 3 കൂട്ടി, പിന്നെ 5 കുറച്ചാൽ, 3 കിട്ടുമല്ലോ.

$$(5 + 3) - 5 = 3$$

5 നും 3 നും പകരം, മറ്റേത് സംഖ്യകൾ എടുത്താലും ഇതു ശരിയാകും. അതായത്,

ഏതു സംഖ്യയോടും ഒരു സംഖ്യ കൂട്ടി, ആദ്യത്തെ സംഖ്യ കുറച്ചാൽ, കൂട്ടിയ സംഖ്യ കിട്ടും

ഇത് എങ്ങനെ അക്ഷരങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് ചുരുക്കിയെഴുതും ?

ആദ്യം, ചെയ്തതോരോന്നും അക്ഷരങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് എഴുതാം:

(i) ആദ്യത്തെ സംഖ്യ x, കൂട്ടിയ സംഖ്യ y എന്നെടുക്കാം

(ii) x എന്ന സംഖ്യയോട് y എന്ന സംഖ്യ കൂട്ടിയത് $x + y$

(iii) കൂട്ടിക്കിട്ടിയ സംഖ്യയിൽനിന്ന്, ആദ്യത്തെ സംഖ്യ കുറച്ചു കിട്ടുന്നത് $(x + y) - x$

(iv) ഇപ്പോൾ കിട്ടിയത് ആദ്യം കൂട്ടിയ സംഖ്യതന്നെയാണ്, $(x + y) - x = y$

ഇതെല്ലാം ചേർത്ത് ഇങ്ങനെ എഴുതാം:

x, y ഏതു സംഖ്യകളായാലും $(x + y) - x = y$

അളവുകളെയും സംഖ്യകളെയും കുറിച്ചുള്ള കാര്യങ്ങൾ ഇങ്ങനെ അക്ഷരങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ചു ചുരുക്കിയെഴുതുന്ന രീതിക്ക് ബീജഗണിതം (algebra) എന്നാണ് പേര്.

സാധാരണ ഭാഷയിൽ പറയുന്ന ചില കാര്യങ്ങൾ ബീജഗണിത ഭാഷയിൽ പറയുന്ന രീതിയാണ് ഇപ്പോൾ കണ്ടത്. ഉദാഹരണമായി

സാധാരണ ഭാഷ	ബീജഗണിത ഭാഷ
ഏതു സംഖ്യയുടെയും രണ്ടു മടങ്ങും മൂന്നു മടങ്ങും കൂട്ടിയാൽ സംഖ്യയുടെ അഞ്ചു മടങ്ങ് കിട്ടും	x ഏതു സംഖ്യയായാലും, $2x + 3x = 5x$
ഒരു സംഖ്യയോട് മറ്റൊരു സംഖ്യ കൂട്ടി, ആദ്യത്തെ സംഖ്യ കുറച്ചാൽ, കൂട്ടിയ സംഖ്യ കിട്ടും	x, y ഏതു സംഖ്യകളായാലും $(x + y) - x = y$

ഇതുപോലെ ചുവടെപ്പറഞ്ഞിരിക്കുന്ന കാര്യങ്ങൾ ബീജഗണിതഭാഷയിൽ എഴുതാമല്ലോ:

(1) ഏതു സംഖ്യയോടും പൂജ്യം കൂട്ടിയാൽ അതേ സംഖ്യതന്നെ കിട്ടും.

(2) ഏതു സംഖ്യയിൽ നിന്നും പൂജ്യം കുറച്ചാൽ അതേ സംഖ്യ കിട്ടും.

(3) ഏതു സംഖ്യയിൽ നിന്നും അതേ സംഖ്യ കുറച്ചാൽ പൂജ്യമാകും.

(4) ഏതു സംഖ്യയെയും പൂജ്യം കൊണ്ടു ഗുണിച്ചാൽ പൂജ്യമാകും.

(5) ഏതു സംഖ്യയെയും അതുകൊണ്ടുതന്നെ ഹരിച്ചാൽ ഒന്നു കിട്ടും.

(6) ഏതു സംഖ്യയോടും അതിന്റെ രണ്ടു മടങ്ങ് കൂട്ടിയാൽ, മൂന്നു മടങ്ങ് ആകും.

(7) ഏതു സംഖ്യയുടെയും മൂന്നു മടങ്ങിൽനിന്ന് രണ്ടു മടങ്ങു കുറച്ചാൽ, സംഖ്യതന്നെ കിട്ടും.

(8) ഏതു സംഖ്യയോടും മറ്റൊരു സംഖ്യ കൂട്ടി, കൂട്ടിയ സംഖ്യ കുറച്ചാൽ ആദ്യത്തെ സംഖ്യ കിട്ടും.

ഒന്നൊന്നായും മൊത്തമായും

ഒരു ചെറിയ കണക്ക്:

15 നോട് 28 കൂട്ടി, പിന്നെ 2 ഉം കൂടി കൂട്ടിയാൽ എത്രയാകും ?

ഉത്തരം കണ്ടുപിടിച്ചല്ലോ. എങ്ങനെയാണ് കണക്കാക്കിയത് ?

$$15 + 28 = 43$$

$$43 + 2 = 45$$

എന്നാണോ ചെയ്തത് ?

15 നോട് ആദ്യം 28 ഉം, പിന്നെ 2 ഉം കൂട്ടുന്നതിനു പകരം, ഒരുമിച്ച് 30 കൂട്ടിയാൽ മനസ്സിൽത്തന്നെ ചെയ്യാമായിരുന്നില്ലേ ?

ഒരു സംഖ്യയോട് രണ്ടു സംഖ്യകൾ ഓരോന്നായി കൂട്ടുന്നതിനു പകരം അവയുടെ തുക കൂട്ടുന്നതായിരിക്കും ചിലപ്പോൾ എളുപ്പം.

ഏതായാലും, ഇപ്പോൾ കണ്ട കാര്യം, ഏതു മൂന്നു സംഖ്യകളെടുത്താലും ശരിയല്ലേ ?

അതായത്,

> ഏതു സംഖ്യയോടും രണ്ടു സംഖ്യകൾ ഒന്നിനുശേഷം മറ്റൊന്നായി കൂട്ടിയാലും, ഈ രണ്ടു സംഖ്യകളുടെ തുക കൂട്ടിയാലും ഒരേ സംഖ്യതന്നെ കിട്ടും

ഇത് ബീജഗണിതഭാഷയിൽ എങ്ങനെ എഴുതും ?

(i) ആദ്യത്തെ സംഖ്യ x, കൂട്ടുന്ന സംഖ്യകൾ y, z എന്നെടുക്കാം.

(ii) x നോട് y കൂട്ടി, പിന്നീട് z കൂട്ടിയത് $(x + y) + z$

(iii) കൂട്ടുന്ന സംഖ്യകളുടെ തുക $y + z$; ഇത് x നോട് കൂട്ടിയത് $x + (y + z)$

(iv) രണ്ടു തരത്തിൽ ചെയ്താലും ഒരേ ഉത്തരം $(x + y) + z = x + (y + z)$

ഇനി ഇപ്പോൾ കണ്ട കാര്യം ബീജഗണിതഭാഷയിൽ പറയാമല്ലോ:

x, y, z ഏതു സംഖ്യകളായാലും $(x + y) + z = x + (y + z)$

തുക കൂട്ടുന്നതിനേക്കാൾ ഓരോന്നായി കുട്ടുന്നത് എളുപ്പമാകുന്ന സന്ദർഭങ്ങളും ഉണ്ട്.

ഉദാഹരണമായി, 25 + 18 കണക്കാക്കണമെന്നു കരുതുക. 18 = 5 + 13 എന്നോർത്താൽ, ആദ്യം 5 കൂട്ടി 30, പിന്നെ 13 ഉം കൂട്ടി 43 എന്ന് മനസ്സിൽത്തന്നെ ചെയ്യാമല്ലോ.

ഇനി മറ്റൊരു കണക്ക്

25 ൽ നിന്ന് 8 കുറച്ച്, അതിൽനിന്ന് 2 കുറയ്ക്കുക

എങ്ങനെയാണ് ചെയ്തത്?

$$25 - 8 = 17$$

$$17 - 2 = 15$$

എന്നാണോ കണക്കാക്കിയത്, അതോ മൊത്തമായി 10 കുറച്ച്, 25 – 10 = 15 എന്നു പെട്ടെന്നു കണ്ടുപിടിച്ചോ?

25 ൽ നിന്ന് 8 കുറയ്ക്കുകയെന്നാൽ, 25 എണ്ണത്തിൽനിന്ന് 8 എണ്ണം മാറ്റി എന്നർഥം; ഇനി 2 ഉം കൂടി മാറ്റിയാലോ?

മൊത്തം 10 എണ്ണം മാറ്റിയില്ലേ?

മറ്റു സംഖ്യകൾ എടുത്ത് ഇത് ആലോചിച്ചുനോക്കൂ.

ഇക്കാര്യം ഒരു പൊതുതത്വമായി എങ്ങനെ പറയാം?

ഏതു സംഖ്യയിൽനിന്നും രണ്ടു സംഖ്യകൾ ഒന്നിനു ശേഷം മറ്റൊന്നായി കുറച്ചാലും, ഈ രണ്ടു സംഖ്യകളുടെ തുക കുറച്ചാലും ഒരേ സംഖ്യതന്നെ കിട്ടും.

ബീജഗണിത ഭാഷയിലോ?

x, y, z ഏതു മൂന്നു സംഖ്യകളായാലും $(x - y) - z = x - (y + z)$

കൂട്ടലിന്റെ കാര്യത്തിൽ പറഞ്ഞതുപോലെ തുക കുറയ്ക്കുന്നതിനേക്കാൾ ഓരോന്നായി കുറയ്ക്കുന്നതാവും ചിലപ്പോൾ എളുപ്പം

ഉദാഹരണമായി, 500 ൽ നിന്നു 201 കുറയ്ക്കാൻ, ആദ്യം 200 കുറച്ച് 300, പിന്നെ 1 കുറച്ച് 299 എന്നു കണക്കാക്കുന്നതല്ലേ എളുപ്പം ?

ഇനി ചുവടെയുള്ള കണക്കുകൾ മനസ്സിൽ ത്തന്നെ ചെയ്യുക:

(1) (i) $49 + 125 + 75$

(ii) $3\frac{1}{2} + 8\frac{3}{4} + \frac{1}{4}$

(iii) $15.5 + 0.25 + 0.75$

(iv) $38 + 27$

(v) $136 + 64$

(2) (i) $(135 - 73) - 27$

(ii) $\left(37 - 1\frac{1}{2}\right) - \frac{1}{2}$

(iii) $(298 - 4.5) - 3.5$

(iv) $78 - 29$

(v) $140 - 51$

ബ്രാക്കറ്റുകളുടെ ആവശ്യം

7 ഉം 4 ഉം കൂട്ടി, പിന്നീട് 2 കൂട്ടിയാലും, ആദ്യം 4 ഉം 2 ഉം കൂട്ടി, പിന്നീട് അത് 7 നോട് കൂട്ടിയാലും, കിട്ടുന്നത് 13 തന്നെ. അതായത്

$(7 + 4) + 2 = 7 + (4 + 2)$

അതിനാൽ ഈ തുക, ബ്രാക്കറ്റില്ലാതെ $7 + 4 + 2$ എന്നെഴുതാം. പക്ഷേ 7 ൽ നിന്ന് 4 കുറച്ച്, പിന്നിട് 2 കുറച്ചാൽ കിട്ടുന്നത് 1 ഉം, 4 ൽ നിന്ന് 2 കുറച്ച്, അതിനെ 7 ൽ നിന്നു കുറച്ചാൽ 5 ഉം ആണ് കിട്ടുന്നത്. അതായത്

$$(7 - 4) - 2 = 1$$

$$7 - (4 - 2) = 5$$

അപ്പോൾ $7 - 4 - 2$ എന്നെഴുതിയാൽ ഏതു ക്രിയ ആദ്യം ചെയ്യുന്നു എന്നതിനനുസരിച്ച് ഉത്തരം മാറും. അതിനാൽ ക്രിയകളുടെ ക്രമം വ്യക്തമാക്കാൻ ബ്രാക്കറ്റ് ഉപയോഗിക്കണം.

കൂട്ടലും കുറയ്ക്കലും

ഈ കണക്കു നോക്കൂ:

ക്ലാസ് തുടങ്ങിയപ്പോൾ 38 കുട്ടികളുണ്ടായിരുന്നു. അല്പം വൈകി 5 കുട്ടികൾ കൂടി എത്തി. കുറച്ചു കഴിഞ്ഞപ്പോൾ 3 കുട്ടികൾ കണക്കുകൂട്ടത്തിന്റെ യോഗത്തിനു പോയി. ഇപ്പോൾ ക്ലാസിൽ എത്ര പേരുണ്ട് ?

സംഭവങ്ങൾ നടന്ന മുറയ്ക്ക് കണക്കുകൂട്ടാം.

(i) 5 കുട്ടികൾ കൂടി വന്നപ്പോൾ $38 + 5 = 43$

(ii) 3 കുട്ടികൾ പോയപ്പോൾ $43 - 3 = 40$

സംഭവങ്ങളെക്കുറിച്ച് മൊത്തത്തിൽ ആലോചിച്ചാൽ, ഇങ്ങനെയും കണക്കുകൂട്ടാം:

(i) 5 കുട്ടികൾ വരികയും, 3 കുട്ടികൾ പോവുകയും ചെയ്തു. അപ്പോൾ ക്ലാസിൽ കൂടുതലായുള്ളവർ $5 - 3 = 2$

(ii) ആദ്യമുണ്ടായിരുന്ന 38 പേരും, കൂടുതലായ 2 പേരും കൂടി, ആകെ $38 + 2 = 40$ കുട്ടികൾ

ഈ കണക്കിൽ ചെയ്തത് എന്താണ് ?

ഒരു സംഖ്യ കൂട്ടുകയും മറ്റൊന്ന് കുറയ്ക്കുകയും ചെയ്യുന്നതിനു പകരം, ആദ്യത്തെ സംഖ്യയിൽ നിന്ന് രണ്ടാമത്തെ സംഖ്യ കുറച്ചത് കൂട്ടി.

മറ്റൊരു ഉദാഹരണം നോക്കൂ:

$$(108 + 25) - 15 = 108 + (25 - 15) = 108 + 10 = 118$$

ഇവിടെ ഒരു കാര്യം ശ്രദ്ധിക്കേണ്ടതുണ്ട്. ഇങ്ങനെ കണക്കുകൂട്ടാൻ, കൂട്ടുന്ന സംഖ്യ കുറയ്ക്കുന്ന സംഖ്യയേക്കാൾ വലുതായിരിക്കണം. ഉദാഹരണമായി ഈ കണക്കു നോക്കുക:

$$(25 + 10) - 15$$

ഇതു കണക്കാക്കാൻ ഇപ്പറഞ്ഞതുപോലെ ആദ്യം 10 ൽ നിന്ന് 15 കുറയ്ക്കാൻ കഴിയില്ലല്ലോ. അപ്പോൾ ഈ ക്രിയാരീതി ഒരു പൊതുതത്വമായി എങ്ങനെ പറയാം ?

ഏതു സംഖ്യയോടും ഒരു വലിയ സംഖ്യ കൂട്ടി ഒരു ചെറിയ സംഖ്യ കുറച്ചാലും, വലുതിൽ നിന്ന് ചെറുത് കുറച്ചത് കൂട്ടിയാലും ഒരേ സംഖ്യതന്നെ കിട്ടും

ഇതിന്റെ ബീജഗണിതരൂപമോ ?

x, y, z ഏതു മൂന്നു സംഖ്യകളായാലും, $y > z$ ആണെങ്കിൽ $(x + y) - z = x + (y - z)$.

ഇത് മറിച്ചു പ്രയോഗിക്കുന്നതാണ് ചിലപ്പോൾ സൗകര്യം. ഉദാഹരണമായി ഈ കണക്കു നോക്കൂ:

25 നോട് 99 കൂട്ടിയാൽ എത്രയാകും ?

ഇവിടെ 99 എന്നത് 100 ൽ നിന്ന് 1 കുറച്ചതാണ് എന്നാലോചിച്ചാൽ, 99 കൂട്ടുന്നതിനു പകരം 100 കൂട്ടി, 1 കുറച്ചാൽ മതി എന്നു കാണാമല്ലോ.

അപ്പോൾ 25 നോട് 100 കൂട്ടി 125, അതിൽ നിന്ന് 1 കുറച്ച് 124 എന്ന് മനസ്സിൽത്തന്നെ കണക്കുകൂട്ടാം.

ഇപ്പോൾ ചെയ്ത ക്രിയ എന്താണ് ?

$$25 + (100 - 1) = (25 + 100) - 1$$

മുകളിൽ ബീജഗണിതഭാഷയിൽ എഴുതിയതിനെ

$$x + (y - z) = (x + y) - z$$

എന്നു തിരിച്ചു വായിച്ചതിന്റെ പ്രയോഗം.

ഇനി ചുവടെയുള്ള കണക്കുകൾ മനസ്സിൽ ചെയ്യാമല്ലോ:

(i) $(136 + 29) - 19$

(ii) $\left(3\frac{1}{2} + 5\frac{3}{4}\right) - 2\frac{1}{4}$

(iii) $(298 + 14.5) - 12.5$

(iv) $23 + (35 - 18)$

(v) $65 + 98$

കൂട്ടിയിട്ട് കുറയ്ക്കുന്നതിന്റെ കണക്കു കണ്ടല്ലോ. ഇനി മറിച്ച്, കുറച്ചിട്ട് കൂട്ടുന്നതിന്റെ കണക്കു നോക്കാം:

ഗോപുവിന്റെ പണപ്പെട്ടിയിൽ 110 രൂപയുണ്ട്. പേന വാങ്ങാൻ 15 രൂപയെടുത്തു. 10 രൂപയ്ക്ക് പേന കിട്ടി. മിച്ചം വന്ന 5 രൂപ പെട്ടിയിലിട്ടു. ഇപ്പോൾ പെട്ടിയിൽ എത്ര രൂപയുണ്ട് ?

ഗോപു ചെയ്ത മുറയ്ക്ക് കണക്കു കൂട്ടാം

(i) 15 രൂപ എടുത്തുകഴിഞ്ഞപ്പോൾ പെട്ടിയിൽ 110 – 15 = 95 രൂപ

(ii) 5 രൂപ തിരിച്ചിട്ടപ്പോൾ 95 + 5 = 100 രൂപ

കാര്യങ്ങളെല്ലാം കഴിഞ്ഞശേഷം ഇങ്ങനെയും ആലോചിക്കാം:

(i) 15 രൂപ എടുത്തു, 5 രൂപ തിരിച്ചിട്ടു, എന്നു പറഞ്ഞാൽ പെട്ടിയിൽ കുറഞ്ഞത് 15 – 5 = 10 രൂപ

(ii) ഇപ്പോൾ പെട്ടിയിലുള്ളത് 110 – 10 = 100 രൂപ

ഇതുപോലെ (234 – 45) + 15 എങ്ങനെ ചെയ്യും ?

45 കുറച്ചു, പിന്നെ 15 കൂട്ടി; എന്നുവച്ചാൽ, 45 – 15 = 30 അല്ലേ അവസാനം കുറഞ്ഞിട്ടുള്ളൂ? ഇങ്ങനെ ആലോചിച്ചാൽ ഉത്തരം 234 – 30 = 204 എന്നു എളുപ്പം കണക്കാക്കാം.

കുറയ്ക്കുകയും കൂട്ടുകയും ചെയ്യുന്ന ക്രിയകളെല്ലാം ഇങ്ങനെ ചെയ്യാൻ പറ്റുമോ ?

$$(29 - 7) + 17$$

എന്ന കണക്കിൽ ഇങ്ങനെ മാറ്റിയെഴുതി ചെയ്യാൻ പറ്റില്ലല്ലോ.

അപ്പോൾ ഈ ക്രിയാരീതി പൊതുതത്വമായി ഇങ്ങനെ പറയാം:

ഏതു സംഖ്യയിൽ നിന്നും ഒരു വലിയ സംഖ്യ കുറച്ച് ഒരു ചെറിയ സംഖ്യ കൂട്ടിയാലും, വലുതിൽനിന്ന് ചെറുത് കുറച്ചത് കുറച്ചാലും, ഒരേ സംഖ്യതന്നെ കിട്ടും

ബീജഗണിത ഭാഷയിൽ ഇങ്ങനെയും:

x, y, z ഏതു മൂന്നു സംഖ്യകളായാലും, $y > z$ ആണെങ്കിൽ $(x - y) + z = x - (y - z)$

ഇതിനെ

$$x - (y - z) = (x - y) + z$$

എന്നു തിരിച്ചു വായിക്കുന്നതിനും ചില ഉപയോഗങ്ങളുണ്ട്.

ഉദാഹരണമായി, 237 ൽ നിന്നു 99 കുറയ്ക്കണമെന്നു കരുതുക. 99 എന്നത്, 100 ൽ നിന്ന് 1 കുറച്ചതാണ് എന്നാലോചിച്ചാൽ, 99 കുറയ്ക്കുന്നതിനു പകരം 100 കുറച്ച്, 1 കൂട്ടിയാൽ മതി എന്നു കാണണം; 237 ൽ നിന്നു 100 കുറച്ച് 137, അതിനോട് 1 കൂട്ടി 138 എന്ന് ഉത്തരവും എളുപ്പം കിട്ടും.

അതായത്,

$$237 - 99 = 237 - (100 - 1) = (237 - 100) + 1 = 137 + 1 = 138$$

ഇതുപോലെ ഈ കണക്കുകൾ മനസ്സിൽത്തന്നെ ചെയ്തുനോക്കൂ:

(i) $(135 - 73) + 23$

(ii) $(38 - 8\frac{1}{2}) + \frac{1}{2}$

(iii) $(19 - 6.5) + 2.5$

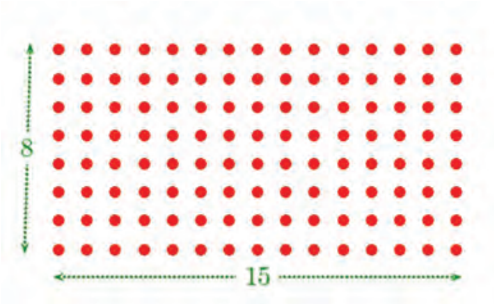
(iv) $135 - (35 - 18)$

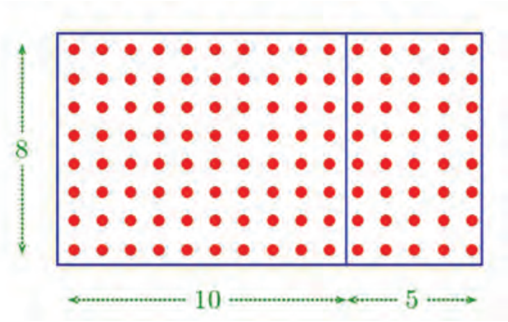
(v) $240 - (40 - 13)$

കൂട്ടലും കുറയ്ക്കലും പിന്നെ ഗുണിക്കലും

15×8 കണക്കാക്കുന്നത് എങ്ങനെയാണ് ?

$$15 \times 8 = (10 + 5) \times 8 = (10 \times 8) + (5 \times 8) = 80 + 40 = 120$$





അതായത്, 8 നെ 15 കൊണ്ടു ഗുണിച്ചാലും 10 കൊണ്ടും 5 കൊണ്ടും വെവ്വേറെ ഗുണിച്ച് കൂട്ടിയാലും 120 തന്നെ കിട്ടും.

മറ്റു സംഖ്യകൾക്കും ഇതു ശരിയാണല്ലോ. ഉദാഹരണമായി $3\frac{1}{2} \times 4$ കണക്കാക്കുന്നത് എങ്ങനെയാണ് ?

$$3\frac{1}{2} \times 4 = \left(3 + \frac{1}{2}\right) \times 4 = (3 \times 4) + \left(\frac{1}{2} \times 4\right) = 12 + 2 = 14$$

ഇക്കാര്യം ഒരു പൊതുതത്വമായി പറയാം:

> ഏതു രണ്ടു സംഖ്യകളുടെയും തുകയെ ഒരു സംഖ്യ കൊണ്ടു ഗുണിച്ചാലും, തുകയിലെ ഓരോ സംഖ്യയേയും വെവ്വേറെ ഗുണിച്ചു കൂട്ടിയാലും ഒരേ സംഖ്യതന്നെ കിട്ടും

ബീജഗണിതഭാഷയിൽ ഇങ്ങനെയാകും:

> x, y, z ഏതു മൂന്നു സംഖ്യകളായാലും $(x + y)z = xz + yz$

തുകയ്ക്ക് പകരം വ്യത്യാസത്തിനെ ഗുണിക്കുന്നതും ഇതുപോലെ ചെയ്യാമല്ലോ, ഉദാഹരണമായി 19×25 കണക്കാക്കണമെന്നു കരുതുക. $19 = 20 - 1$ എന്നത് ഉപയോഗിച്ചാൽ ഇങ്ങനെ കണക്കാക്കാമല്ലോ.

$$19 \times 25 = (20 - 1) \times 25 = (20 \times 25) - (1 \times 25) = 500 - 25 = 475$$

ഇതും ഒരു പൊതുതത്വമായി എഴുതാം:

> ഏതു രണ്ടു സംഖ്യകളുടെയും വ്യത്യാസത്തെ ഒരു സംഖ്യ കൊണ്ടു ഗുണിച്ചാലും, വ്യത്യാസത്തിലെ ഓരോ സംഖ്യയേയും വെവ്വേറെ ഗുണിച്ചു കുറച്ചാലും ഒരേ സംഖ്യതന്നെ കിട്ടും

ബീജഗണിതഭാഷയിൽ ഇങ്ങനെയും:

> x, y, z ഏതു മൂന്നു സംഖ്യകളായാലും $(x - y)z = xz - yz$

ഇവയുടെയും തിരിച്ചെഴുത്തുകൾ ചില കണക്കുകൂട്ടലുകളെ സഹായിക്കും

$$xz + yz = (x + y)z$$

$$xz - yz = (x - y)z$$

ഉദാഹരണമായി, 35 ന്റെ പകുതിയുടെയും 15 ന്റെ പകുതിയുടെയും തുക ഇങ്ങനെ കണക്കാക്കാം:

$$\left(35 \times \frac{1}{2}\right) + \left(15 \times \frac{1}{2}\right) = (35 + 15) \times \frac{1}{2} = 50 \times \frac{1}{2} = 25$$

വ്യത്യാസം ഇങ്ങനെയും:

$$\left(35 \times \frac{1}{2}\right) - \left(15 \times \frac{1}{2}\right) = (35 - 15) \times \frac{1}{2} = 20 \times \frac{1}{2} = 10$$

ഇനി ചില മനക്കണക്കുകൾ ശ്രമിച്ചുനോക്കൂ:

(i) 103×15

(ii) 98×25

(iii) $(63 \times 12) + (37 \times 12)$

(iv) $(65 \times 11) - (55 \times 11)$

(v) $\left(15 \times \frac{3}{4}\right) + \left(5 \times \frac{3}{4}\right)$

(vi) $\left(5\frac{1}{2} \times 23\right) - \left(4\frac{1}{2} \times 23\right)$

ഭാരതത്തിന്റെ ഭരണഘടന

ഭാഗം IV ക

മൗലിക കർത്തവ്യങ്ങൾ

51 ക. മൗലിക കർത്തവ്യങ്ങൾ - താഴെപ്പറയുന്നവ ഭാരതത്തിലെ ഓരോ പൗരന്റെയും കർത്തവ്യം ആയിരിക്കുന്നതാണ് :

(ക) ഭരണഘടനയെ അനുസരിക്കുകയും അതിന്റെ ആദർശങ്ങളെയും സ്ഥാപനങ്ങളെയും ദേശീയപതാകയെയും ദേശീയഗാനത്തെയും ആദരിക്കുകയും ചെയ്യുക;

(ഖ) സ്വാതന്ത്ര്യത്തിനുവേണ്ടിയുള്ള നമ്മുടെ ദേശീയസമരത്തിന് പ്രചോദനം നൽകിയ മഹനീയാദർശങ്ങളെ പരിപോഷിപ്പിക്കുകയും പിൻതുടരുകയും ചെയ്യുക;

(ഗ) ഭാരതത്തിന്റെ പരമാധികാരവും ഐക്യവും അഖണ്ഡതയും നിലനിർത്തുകയും സംരക്ഷിക്കുകയും ചെയ്യുക;

(ഘ) രാജ്യത്തെ കാത്തുസൂക്ഷിക്കുകയും ദേശീയസേവനം അനുഷ്ഠിക്കുവാൻ ആവശ്യപ്പെടുമ്പോൾ അനുഷ്ഠിക്കുകയും ചെയ്യുക;

(ങ) മതപരവും ഭാഷാപരവും പ്രാദേശികവും വിഭാഗീയവുമായ വൈവിധ്യങ്ങൾക്കതീതമായി ഭാരതത്തിലെ എല്ലാ ജനങ്ങൾക്കുമിടയിൽ, സൗഹാർദവും പൊതുവായ സാഹോദര്യമനോഭാവവും പുലർത്തുക, സ്ത്രീകളുടെ അന്തസ്സിന് കുറവു വരുത്തുന്ന ആചാരങ്ങൾ പരിത്യജിക്കുക;

(ച) നമ്മുടെ സമ്മിശ്രസംസ്കാരത്തിന്റെ സമ്പന്നമായ പാരമ്പര്യത്തെ വിലമതിക്കുകയും നിലനിറുത്തുകയും ചെയ്യുക;

(ഛ) വനങ്ങളും തടാകങ്ങളും നദികളും വന്യജീവികളും ഉൾപ്പെടുന്ന പ്രകൃത്യാ ഉള്ള പരിസ്ഥിതി സംരക്ഷിക്കുകയും അഭിവൃദ്ധിപ്പെടുത്തുകയും, ജീവികളോട് കാരുണ്യം കാണിക്കുകയും ചെയ്യുക;

(ജ) ശാസ്ത്രീയമായ കാഴ്ചപ്പാടും മാനവികതയും, അന്വേഷണത്തിനും പരിഷ്കരണത്തിനും ഉള്ള മനോഭാവവും വികസിപ്പിക്കുക;

(ഝ) പൊതുസ്വത്ത് പരിരക്ഷിക്കുകയും ശപഥം ചെയ്ത് അക്രമം ഉപേക്ഷിക്കുകയും ചെയ്യുക;

(ഞ) രാഷ്ട്രം യത്നത്തിന്റെയും ലക്ഷ്യപ്രാപ്തിയുടെയും ഉന്നതതലങ്ങളിലേക്ക് നിരന്തരം ഉയരത്തക്കവണ്ണം വ്യക്തിപരവും കൂട്ടായതുമായ പ്രവർത്തനത്തിന്റെ എല്ലാ മണ്ഡലങ്ങളിലും ഉൽക്കൃഷ്ടതയ്ക്കുവേണ്ടി അധ്വാനിക്കുക;

(ട) ആറിനും പതിനാലിനും ഇടയ്ക്ക് പ്രായമുള്ള തന്റെ കുട്ടിക്കോ തന്റെ സംരക്ഷണയിലുള്ള കുട്ടികൾക്കോ, അതതു സംഗതി പോലെ, മാതാപിതാക്കളോ രക്ഷാകർത്താവോ വിദ്യാഭ്യാസത്തിനുള്ള അവസരങ്ങൾ ഏർപ്പെടുത്തുക.

കുട്ടികളുടെ അവകാശങ്ങൾ

പ്രിയമുള്ള കുട്ടികളേ,

നിങ്ങൾക്കുള്ള അവകാശങ്ങളെന്തെല്ലാമെന്ന് അറിയേണ്ടതില്ലേ? അവകാശങ്ങളെക്കുറിച്ചുള്ള അറിവ് നിങ്ങളുടെ പങ്കാളിത്തം, സംരക്ഷണം, സാമൂഹികനീതി എന്നിവ ഉറപ്പാക്കാൻ പ്രേരണയും പ്രചോദനവും നൽകും. നിങ്ങളുടെ അവകാശങ്ങൾ സംരക്ഷിക്കാൻ ഇപ്പോൾ ഒരു കമ്മീഷൻ പ്രവർത്തിക്കുന്നുണ്ട്. കേരള സംസ്ഥാന ബാലാവകാശസംരക്ഷണ കമ്മീഷൻ എന്നാണ് അതിന്റെ പേര്. എന്തെല്ലാമാണ് നിങ്ങൾക്കുള്ള അവകാശങ്ങൾ എന്നു നോക്കാം.

- സംസാരത്തിനും ആശയപ്രകടനത്തിനുമുള്ള സ്വാതന്ത്ര്യം
- ജീവന്റെയും വ്യക്തിസ്വാതന്ത്ര്യത്തിന്റെയും സംരക്ഷണം
- അതിജീവനത്തിനും പൂർണ്ണവികാസത്തിനുമുള്ള അവകാശം
- ജാതി-മത-വർഗ-വർണ്ണ ചിന്തകൾക്കതീതമായി ബഹുമാനിക്കപ്പെടാനും അംഗീകരിക്കപ്പെടാനുമുള്ള അവകാശം
- മാനസികവും ശാരീരികവും ലൈംഗികവുമായ പീഡനങ്ങളിൽ നിന്നുള്ള സംരക്ഷണത്തിനും പരിചരണത്തിനുമുള്ള അവകാശം
- പങ്കാളിത്തത്തിനുള്ള അവകാശം
- ബാലവേലയിൽനിന്നും ആപൽക്കരമായ ജോലികളിൽനിന്നുമുള്ള മോചനം
- ശൈശവവിവാഹത്തിൽനിന്നുള്ള സംരക്ഷണം
- സ്വന്തം സംസ്കാരം അറിയുന്നതിനും അതനുസരിച്ച് ജീവിക്കുന്നതിനുമുള്ള സ്വാതന്ത്ര്യം
- അവഗണനകളിൽനിന്നുള്ള സംരക്ഷണം
- സൗജന്യവും നിർബന്ധിതവുമായ വിദ്യാഭ്യാസ അവകാശം
- കളിക്കാനും പഠിക്കാനുമുള്ള അവകാശം
- സ്നേഹവും സുരക്ഷയും നൽകുന്ന കുടുംബവും സമൂഹവും ലഭ്യമാകാനുള്ള അവകാശം

നിങ്ങളുടെ ചില ഉത്തരവാദിത്വങ്ങൾ

- സ്കൂൾ, പൊതുസംവിധാനങ്ങൾ എന്നിവ നശിപ്പിക്കാതെ സംരക്ഷിക്കുക.
- സ്കൂളിലും പഠനപ്രവർത്തനങ്ങളിലും കൃത്യനിഷ്ഠ പാലിക്കുക.
- സ്കൂൾ അധികാരികളെയും അധ്യാപകരെയും മാതാപിതാക്കളെയും സഹപാഠികളെയും ബഹുമാനിക്കുകയും അംഗീകരിക്കുകയും ചെയ്യുക.
- ജാതി-മത-വർഗ-വർണ്ണ ചിന്തകൾക്കതീതമായി മറ്റുള്ളവരെ ബഹുമാനിക്കാനും അംഗീകരിക്കാനും സന്നദ്ധരാവുക.

ബന്ധപ്പെടേണ്ട വിലാസം:

കേരള സംസ്ഥാന ബാലാവകാശസംരക്ഷണ കമ്മീഷൻ

ശ്രീ ഗണേഷ്, റ്റി.സി. 14/2036, വാൻറോസ് ജംങ്ഷൻ,
കേരള യൂണിവേഴ്സിറ്റി പി.ഒ, തിരുവനന്തപുരം – 34
ഫോൺ 0471 – 2326603
ഇ- മെയിൽ childrights.cpcr@kerala.gov.in, rte.cpcr@kerala.gov.in
വെബ്സൈറ്റ് : www.kescpcr.kerala.gov.in

ചൈൽഡ് ഹെൽപ്പ് ലൈൻ - 1098, ക്രൈം സ്റ്റോപ്പർ - 1090, നിർഭയ – 1800 425 1400
കേരള പൊലീസ് ഹെൽപ്പ് ലൈൻ - 0471 – 3243000/44000/45000

online ***R.T.E Monitoring : www.nireekshana.org.in***