வகுப்பு VIII

கணிதம்

பகுதி- 2

கேரள அரசு
கல்வித்துறை

மாநிலக் கல்வியாராய்ச்சி மற்றும் பயிற்சி நிறுவனம் (SCERT), கேரளம்
2016

KT 555-1/Maths 8 (T) Vol-2

தேசிய கீதம்

ஜன கண மன அதிநாயக ஜய ஹே
பாரத பாக்ய விதாதா
பஞ்சாப சிந்து குஜராத மராட்டா
திராவிட உத்கல பங்கா
விந்திய ஹிமாசல யமுனா கங்கா
உச்சல ஜலதி தரங்கா
தவ சுப நாமே ஜாகே
தவ சுப ஆசிஸ மாகே
காகே தவ ஜய காதா
ஜன கண மங்கள தாயக ஜய ஹே
பாரத பாக்ய விதாதா
ஜய ஹே! ஜய ஹே! ஜய ஹே!
ஜய ஜய ஜய ஜய ஹே!

உறுதிமொழி

இந்தியா எனது நாடு. இந்தியர் அனைவரும் எனது உடன்பிறந்தோர். எனது நாட்டை நான் உயிரினும் மேலாக மதிக்கிறேன். அதன் வளம் வாய்ந்த பல்வகைப் பரம்பரைப் புகழில் நான் பெருமைகொள்கிறேன். அதற்குத்தக நான் என்றும் நடந்துகொள்வேன். என் பெற்றோர், ஆசிரியர், மூத்தோர் இவர்களை நான் நன்கு மதிப்பேன். எல்லாருடனும் நான் பண்புடன் பழகுவேன். எனது நாட்டினிடமும் நாட்டு மக்களிடமும் பக்தியுடன் இருப்பேன் என உறுதி கூறுகிறேன். அவர்களின் நலத்திலும் வளத்திலும்தான் எனது இன்பமும் அடங்கியிருக்கிறது.

Prepared by :

State Council of Educational Research and Training (SCERT)
Poojappura, Thiruvananthapuram 695 012, Kerala

Website : www.scertkerala.gov.in
E-mail : scertkerala@gmail.com
Phone : 0471-2341883, Fax : 0471-2341869
Typesetting and Layout : SCERT
First Edition : 2015, Repeint : 2016
Printed at : KBPS, Kakkanad, Kochi-30

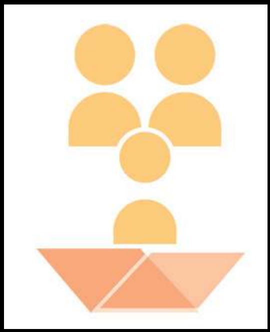
அன்பார்ந்த குழந்தைகளே,

கணித உலகில் நாம்
நெடுந்தூரம் பயணம் செய்துள்ளோம்.
தேடல்களும் கண்டுபிடிப்புகளும்
தொடரலாம் மேலும் நாம்
கணிதத்தில் முன்னேற வேண்டும்.
எண்களின் பரந்த உலகில்
வடிவியலின் உத்திகள் தேடி
இயற்கணிதத்தின் புதிய நிலை நோக்கி
தேடலைத் தொடரலாம்.

அன்புடன்,

முனைவர் ஜெ. பிரசாத்,

இயக்குநர்
மாநிலக் கல்வியாராய்ச்சி மற்றும் பயிற்சி நிறுவனம்,



Participants in Workshop

T.P.Prakasan, GHS Vaazhakkad, Malappuram.

Unnikrishnan.M.V, GHSS Kumbala, Kasargode.

Narayanan.K, BARHSS Bovikkana, Kasarakode.

Mohanan.C, GMRHSS Angadikkal South, Chengannur.

Ubhaithullah.K.C, SOHS, Arikkode, Malappuram.

Vijayakumar.T.K, GHSS Cherkula, Kasaragode.

V.K.Balagangadharan, GHSS, Calicut University Campus, Malappuram.

Narayananunni, DIET, Palakkad

Ebraham Kurian, CHSS, Pothukallu, Nilambur

Anil Kumar, Janatha HSS, Venjaramoodu.

Krishna Prasad, CMSAVHSS, Chappanangadi, Malappuram.

T.Sreekumar, GGHSS, Karamana, Thiruvananthapuram

Cover

Rakesh P Nair

Expert

Dr.E. Krishnan
(Rtd.) Prof. University College, Thiruvananthapuram

Academic Coordinator

Sujith kumar.G, Research Officer, SCERT

Tamil Version

S.C. Edwin Daniel Headmaster, GHS, Pambanar, Idukki.

S. Krishna Kumar HSA, PHSS, Elappara, Idukki.

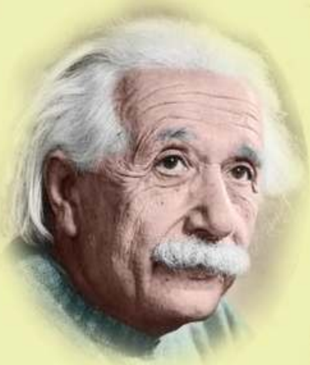
T. Kumaradhas Headmaster(Rtd.), GHS Kozhippara, Palakkad.

Dr. Kanchana Professer Head Of Dept.Tamil (Rtd.) University of Kerala, Thiruvananthapuram.

Academic Co-ordinator

Dr. Sahaya Dhas, Research Officer, SCERT

State Council Of Educational Research And Trainingn (SCERT)
Vidhya Bhavan Poojapura, Thiruvananthapuram 695 012



உள்ளடக்கம்

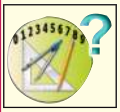
இந்தப் புத்தகத்தில் வசதிக்காக ,சில குறியீடுகள் பயன்படுத்தப்பட்டுள்ளன.

ICT வாய்ப்புகள்

கணக்கு செய்து பார்ப்போம்

செயல்திட்டம்

மீள்பார்வை



விவாதிக்கலாம்

6

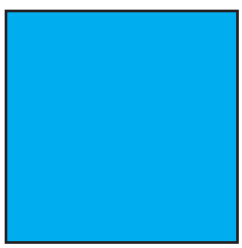
நாற்கரங்கள் வரைதல்

வகைப்படுத்துதல்

பலவகை நாற்கரங்களைக் குறித்துப் படித்தோம் அல்லவா. அவற்றின் சிறப்புகள் எவை என மேலும் ஒரு முறை பார்க்கலாம்

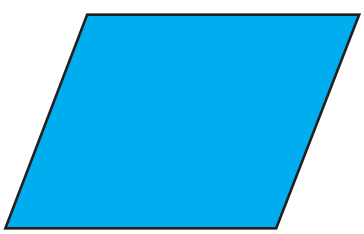
செவ்வகம் (rectangle)

- எதிர் பக்கங்கள் சமம்
- எதிர் பக்கங்கள் இணையானவை
- கோணங்கள் யாவும் செங்கோணங்கள்
- மூலை விட்டங்கள் சமம்
- மூலை விட்டங்கள் ஒன்றுக்கொன்று இரு சமவெட்டிகள்.



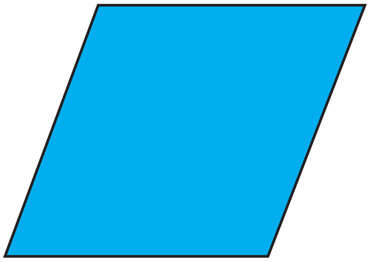
சதுரம்(square)

- பக்கங்கள் யாவும் சமம்
- எதிர் பக்கங்கள் இணையானவை
- கோணங்கள் யாவும் செங்கோணங்கள்
- மூலை விட்டங்கள் சமம்
- மூலை விட்டங்கள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்து இரு சமவெட்டிகள்



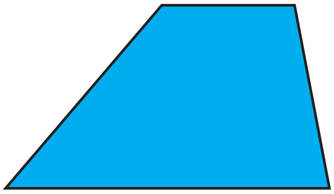
இணைகரம்
(parallelogram)

- எதிர் பக்கங்கள் சமம்
- எதிர் பக்கங்கள் இணையானவை
- மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றுக்கொன்று இரு சமவெட்டிகள்
- எதிர் கோணங்கள் சமம்
- ஒரே பக்கத்திலுள்ள கோணங்களின் தொகை 180°



சாய்வு சதுரம்
(rhombus)

- பக்கங்கள் யாவும் சமம்
- எதிர்பக்கங்கள் இணையானவை
- மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்து இரு சமவெட்டிகள்
- எதிர் கோணங்கள் சமம்
- ஒரே பக்கத்திலுள்ள கோணங்களின் தொகை 180°



சரிவகம் (trapezium)

- ஒரு ஜோடி எதிர் பக்கங்கள் மட்டும் இணையானவை
- இணையல்லாத பக்கங்கள் ஒவ்வொன்றினுடையவும் கோணங்களின் தொகை 180°

இரு சமப்பக்க சரிவகம்
(isosceles trapezium)

- ஒரு ஜோடி எதிர் பக்கங்கள் மட்டும் இணையானவை
- இணையல்லாத எதிர் பக்கங்கள் சமம்
- மூலை விட்டங்கள் சமம்
- இணையான பக்கங்கள் ஒவ்வொன்றினுடையவும் கோணங்கள் சமம்
- சமப்பக்கங்கள் ஒவ்வொன்றினுடையவும் கோணங்களின் தொகை 180°

சதுரங்கள்

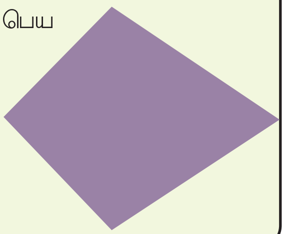
செங்கோணமானி பயன்படுத்தி, தரப்பட்டுள்ள அளவுகளில் செவ்வகம், சதுரம் போன்றவற்றை வரைய ஐந்தாம் வகுப்பில் கற்றிருக்கிறோம். நினைவுகூர்வதற்காக ஒரு சதுரம் வரைவோம். பக்கங்களின் நீளம் 4 சென்டிமீட்டர் உள்ள சதுரம் வரைந்து பார்க்கவும்

வட்டமானி பயன்படுத்தி செங்குத்து வரையும் முறையினைச் **சர்வ சமமுக்கோணங்கள்** என்ற பாடத்தில் கண்டோம் அல்லவா. எனவே செங்கோணமானி இல்லாமலும் செவ்வகம் வரைய இயலும். இவ்வாறு ஒரு சதுரம் வரையவும்.

பக்கத்தின் நீளத்துக்குப் பதிலாக மூலைவிட்டத்தின் நீளம் தரப்பட்டுள்ளது எனில்?

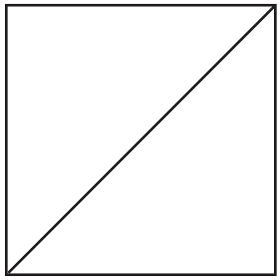
பறக்காத பட்டம்

பட்டம் விட்டிருக்கிறீர்களா? பொதுவாக, பட்டத்தின் வடிவம் எப்படி இருக்கும்? இதுவும்ஒரு நாற்கரம் தான். இதன் இரண்டுஜோடி அருகேயுள்ள பக்கங்கள் சமமாகும். பொது வாக இவ்வாறான நாற்கரங்களைப் பட்டம் (kite) என்பதே வடிவியல் பெயராகும்.



எடுத்துக்காட்டாக, மூலைவிட்டத்தின் நீளம் 5 சென்டிமீட்டரான சதுரத்தை எவ்வாறு வரையலாம்?

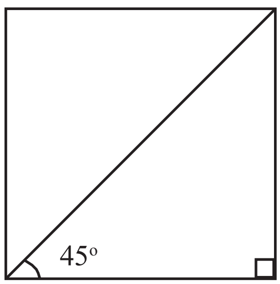
ஒரு சாதாரண சதுரமும் மூலைவிட்டமும் வரைந்து பார்க்கவும்.



மூலை விட்டம் சதுரத்தை இரு முக்கோணங்களாக ஆக்குகிறது. இந்த முக் கோணங்களின் கோணங்களின் அளவைக்கூறலாமா?

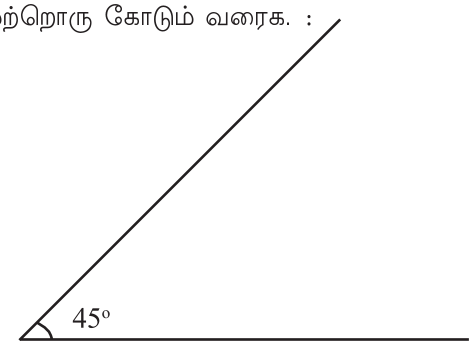
இரண்டிலும் ஒரு கோணம் செங்கோணமாகும். இரண்டும் இரு சமப்பக்க முக்கோணங்கள் அல்லவா.

எனவே மற்ற இரு கோணங்களும் 45^o. (அது எவ்வாறாகும்?)

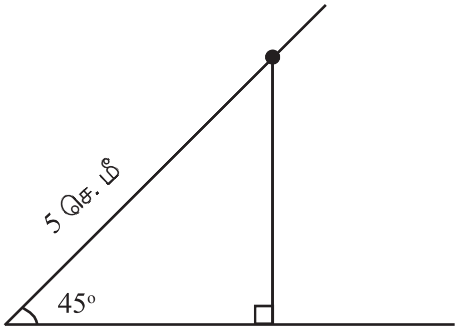


இனி முன்னர் கூறியது போல் 5 சென்டிமீட்டர் மூலைவிட்டம் உள்ள சதுரத்தை வரையலாம் அல்லவா?

முதலில் கிடைமட்டமாக ஒரு கோடும் அதன் ஒரு முனையிலிருந்து 45^o சாய்வில் மற்றொரு கோடும் வரைக. :

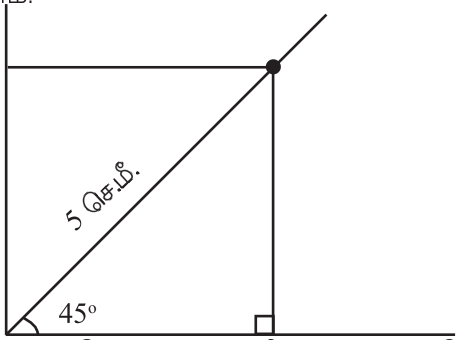


சாய்ந்த கோட்டில் 5 சென்டிமீட்டர் அடையாளப்படுத்தி. அந்த இடத்திலிருந்து கிடைமட்டக் கோட்டுக்குச் செங்குத்துக் கோடு வரைக.



(இந்த இடத்தில் சாய்வுக் கோடாக 45° கோணம் வரைந்தும் இவ்வாறு செங்குத்து வரையலாம்).

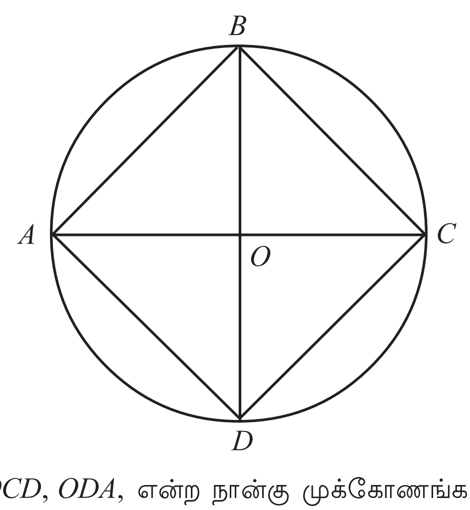
இனி இரண்டு உச்சிகள் வழியாகவும் செங்குத்து வரைந்து சதுரத்தை முழுமைப்படுத்தலாம்.



வெளியே நீண்டு நிற்கும் கோடுகளை அழித்து படத்தை மெருகூட்டலாம்.

வேறொரு முறையிலும் சதுரம் வரையலாம்.

ஒரு வட்டமும், ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தான இரு விட்டங்களும் வரைக. அவற்றின் முனைகளைச் சேர்க்கவும்:



OAB, *OBC*, *OCD*, *ODA*, என்ற நான்கு முக்கோணங்கள் சமமாகும்.

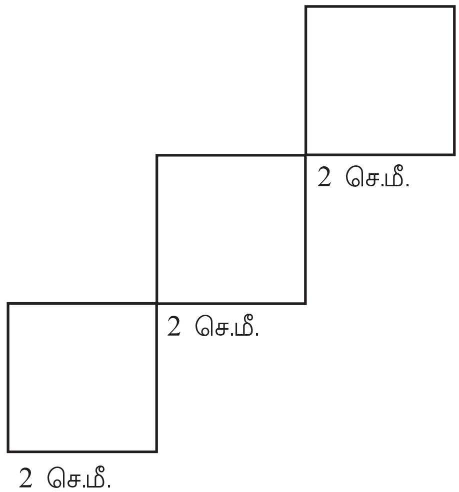
அப்படியானால் *ABCD* நாற்கரத்தைக் குறித்து என்னக் கூறலாம்?

5 சென்டிமீட்டர் மூலைவிட்டம் உள்ள சதுரம் வரைய வேறொரு முறை கிடைத்தது அல்லவா?

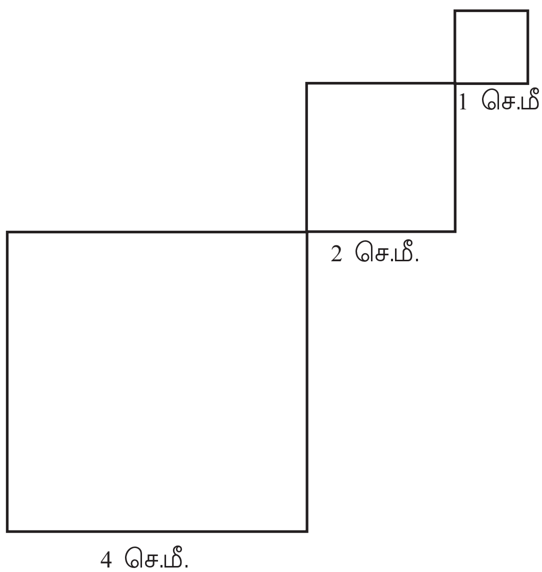
2.5 சென்டிமீட்டர் ஆரம் உள்ள வட்டம் வரைந்து இரண்டு செங்குத்து விட்டங்கள் வரைந்து பார்க்கவும்.

கீழ்க்காணும் சதுர வடிவிலுள்ள படங்களைக் குறிப்பேட்டில் வரையலாமா?

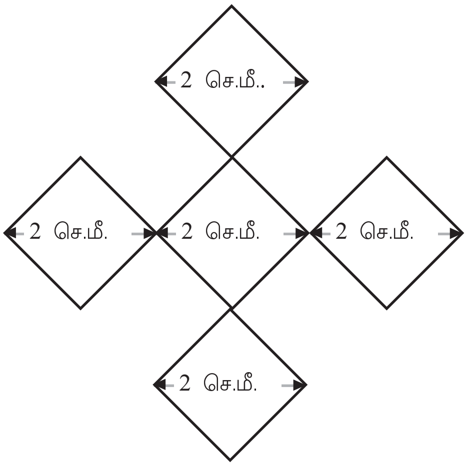
(1)



(2)



(3)



செவ்வகங்கள்

நீளமும் அகலமும் தரப்பட்டால் செவ்வகம் வரைவதற்குத் தெரியும் அல்லவா.

8 சென்டிமீட்டர் நீளமும் 5 சென்டிமீட்டர் அகலமும் உள்ள ஒரு செவ்வகம் வரைக.

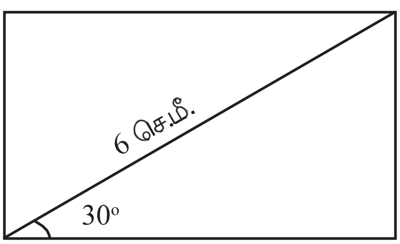
மூலை விட்டத்தின் நீளம் தரப்பட்டால் செவ்வகம் வரையலாம் அல்லவா?

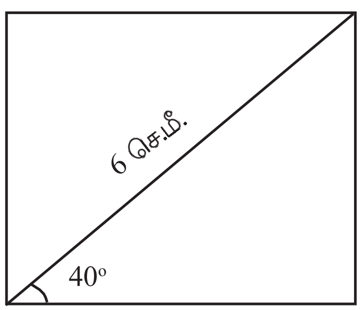
எடுத்துக்காட்டாக மூலைவிட்டம் 6 சென்டிமீட்டரான செவ்வகம் வரைவது எவ்வாறு?

முன்னர் செய்தது போன்று சதுரம் வரையலாம். சதுரம் அல்லாத ஒரு செவ்வகத்தின் மூலைவிட்டம் 6 சென்டிமீட்டராக வரையலாமா?

சதுரத்தைப் போன்று மற்ற செவ்வகங்களிலும், பக்கத்துக்கும் மூலைவிட்டத்துக்கும் இடையே உள்ள கோணம் 45^o ஆக இருக்க வேண்டும் என்பதில்லை.

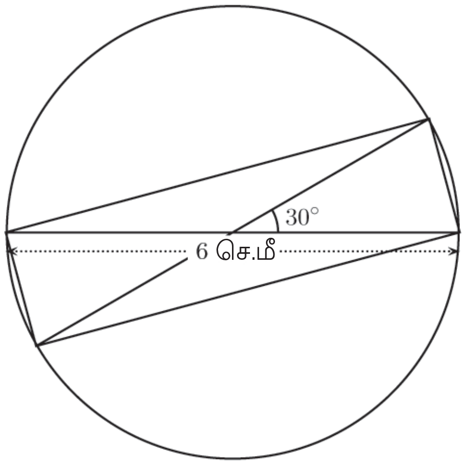
எனவே மூலைவிட்டம் 6 சென்டிமீட்டரான பல செவ்வகங்கள் வரையலாம்.

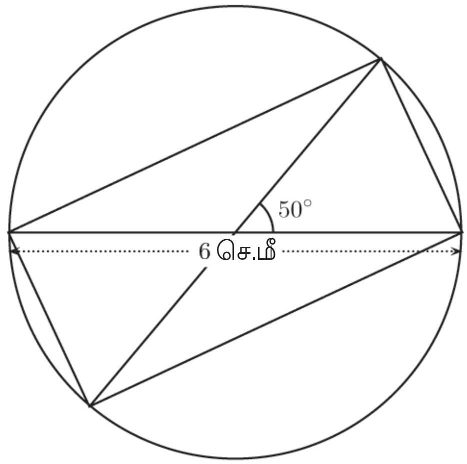




சதுரம் வரைந்தது போன்று முதலில் கோணமும் பின்னர் செங்கோணங்களுமாக இச்செவ்வகங்களைக் குறிப்பேட்டில் வரைக.

வட்டம் வரைந்தும் குறிப்பிட்ட மூலை விட்டம் உள்ள செவ்வகங்கள் வரையலாம். சதுரம் அல்லாத செவ்வகங்களில் மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்து அல்லாததால் எந்த இரண்டு விட்டங்கள் எடுத்தும் செவ்வகம் வரையலாம்.

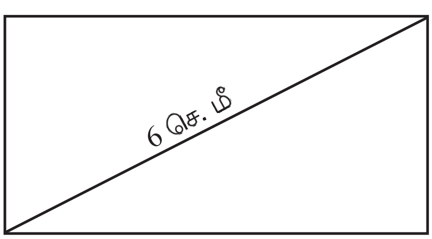




இது போன்று மூலைவிட்டம் 5 சென்டிமீட்டரும், அவற்றிற்கு இடையே உள்ள கோணம் 40° -உம் உள்ள செவ்வகம் வரையலாமா?

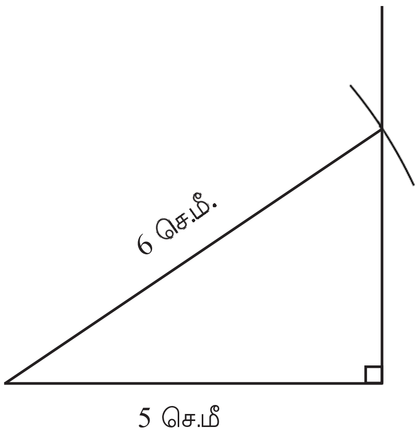
மற்றொரு வினா: ஒரு பக்கம் 5 சென்டிமீட்டரும், மூலைவிட்டம் 6 சென்டிமீட்டருமான செவ்வகம் வரையலாமா?

இச்செவ்வகத்தைக் குறித்து ஏறக்குறைய ஒரு பொதுக் கருத்து கிடைக்க மேற்கூறிய அளவுகளொன்றும் இல்லாத ஒரு செவ்வகம் வரைந்து, இந்த அளவுகளை எழுதிப் பார்க்கவும்.



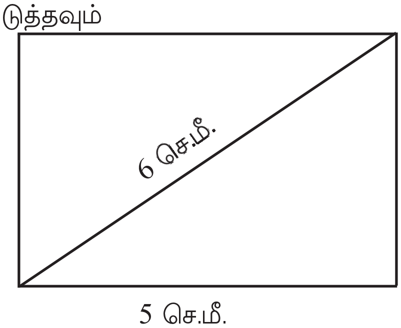
மூலைவிட்டம் செவ்வகத்தைப் பிரிக்குமாறு ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தை முதலில் வரையலாம்.

கர்ணம் 6 சென்டிமீட்டரும் மற்றொரு பக்கம் 5 சென்டிமீட்டருமான செங்கோண முக்கோணம் வரைய வேண்டும்.



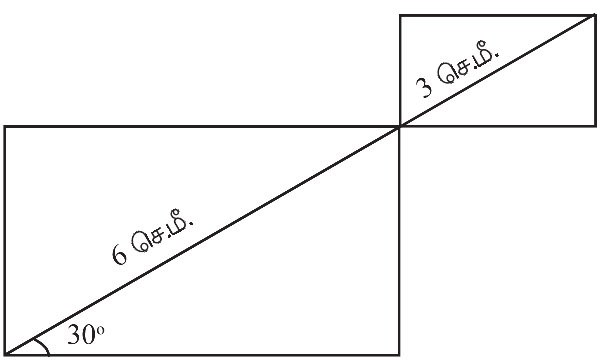
இது நமக்குத் தேவையான செவ்வகத்தின் பாதியாக ஆயிற்று.

மேற்பகுதியில் உள்ள பாதியும் வரைந்து. செவ்வகத்தை முழுமைப்படுத்தவும்



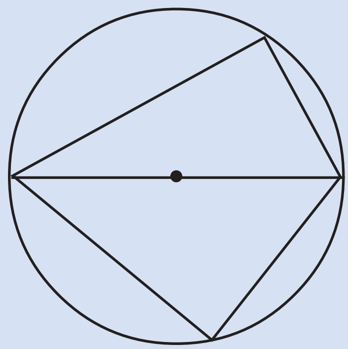
கீழ்க்காணும் படங்களைக் குறிப்பேட்டில் வரைக.

(1)



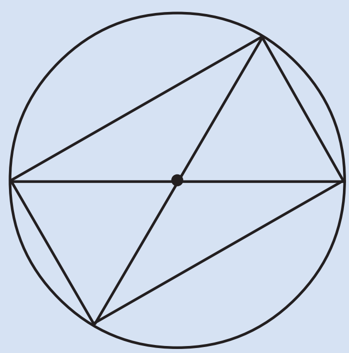
வட்டத்தில் செவ்வகம்

ஒரு வட்டமும் அதன் ஒரு விட்டமும் வரைக. விட்டத்தின் இரு பகுதிகளிலும் ஒவ்வொரு புள்ளிகளை அடையாளப்படுத்தி. விட்டத்தின் முனைகளைச் சேர்க்கவும்.



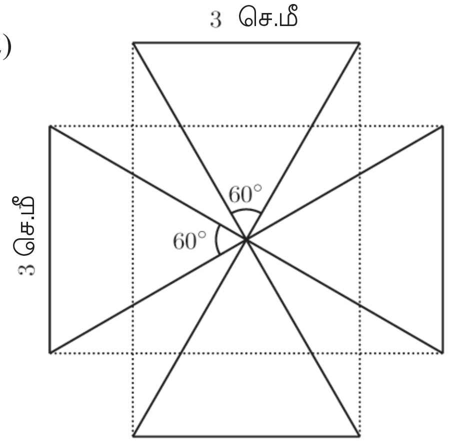
இவ்வாறு கிடைக்கும் நாற்கரம் செவ்வகம் ஆக வேண்டும் என்றில்லை. ஆனால் விட்டத்தின் இரு பக்கங்களிலும் உள்ள இரு கோணங்களும் செங்கோணங்களாகும்.(எதனால்?) மற்ற இரண்டு கோணங்களோ?

படத்தில் செங்கோண உச்சிகள் வேறொரு விட்டத்தின் முனைகளிலானால்?

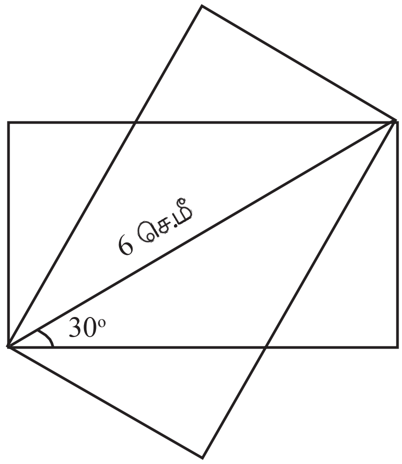


நான்கு உச்சிகளும் செங்கோண உச்சிகள் ஆயிற்று. எனவே நாற்கரம் செவ்வகம் ஆயிற்று.

(2)



(3)

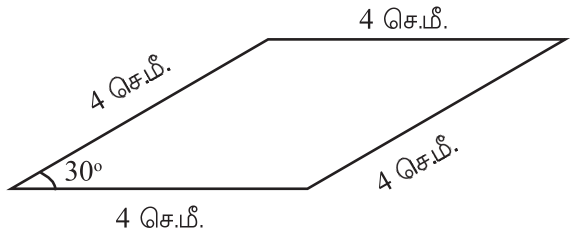


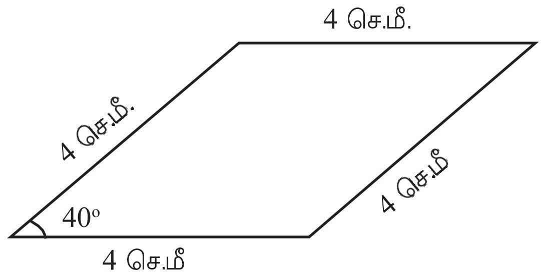
(செவ்வகங்கள் சமமாக இருக்கவேண்டும்)

இணைகரங்கள்

பக்கங்களின் நீளம் 4 சென்டிமீட்டரான சமப்பக்க இணைகரம் வரையலாமா? சதுரமும் ஒரு சமப்பக்க இணைகரம் அல்லவா. அதை எளிதாக வரையலாம். சதுரமல்லாத சமப்பக்க இணைகரமானால்?

அடுத்தடுத்துள்ள பக்கங்கள் செங்கோணமாக வேண்டும் என்றில்லை. ஆகவே எந்தக் கோணத்திலும் வரையலாம்.



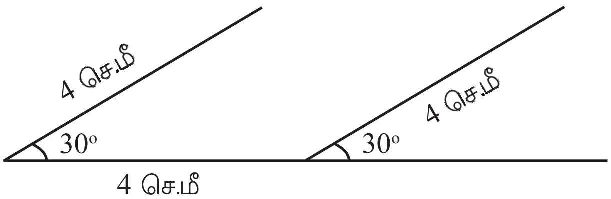


முதல் படத்தைக் குறிப்பேட்டில் வரையலாமா?

பல முறைகளில் வரையலாம்.

முதலாவது 4 சென்டிமீட்டர் நீளத்தில் ஒரு கோடும் அதன் இடது முனையில் 30^o சாய்வில் 4 சென்டிமீட்டர் நீளத்தில் வேறொரு கோடும் வரைக. கோடு களின் மற்ற முனைகள் வழியாக இணைகோடுகள் வரைக

அல்லது 4 சென்டிமீட்டர் கிடைமட்டமாக ஒரு கோடு வரைந்து, இரு முனைகளிலும் 30^o சாய்வில், 4 சென்டிமீட்டர் நீளம் உள்ள கோடுகள் வரைக.



இனி சாய்ந்த கோடுகளின் மேல் முனைகளைச் சேர்த்தால் போதும் அல்லவா.(வெளியே நீண்டு நிற்கும் பகுதியை அழிக்கலாம்.)

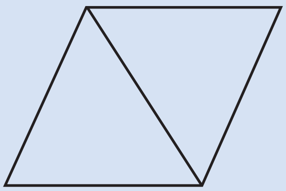
இது போன்று 40^o கோணம் உள்ள சாய்வுசதுரமும் வரைக.

சதுரத்தைப் போன்று, சாய்வு சதுரத்தின் மூலைவிட்டங்கள் சமமல்ல. இரண்டு மூலைவிட்டங்களும் தரப்பட்டால் சாய்வு சதுரம் வரைவது எவ்வாறு?

எடுத்துக்காட்டாக மூலைவிட்டங்களின் நீளம் 6 சென்டி மீட்டரும் 4 சென்டிமீட்டரும் ஆன சாய்வு சதுரம் வரைய வேண்டும்.

இருசமப்பக்க முக்கோணம்

ஒரு சாய்வு சதுரத்தின் ஒரு மூலைவிட்டம் வரைந்தால் அது இரண்டு இருசமப்பக்க முக்கோணங்களாகும், இவை சமமாகும்.

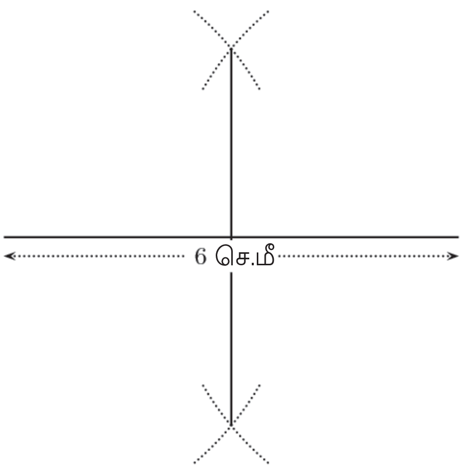


எனவே பக்கங்களும் ஒரு மூலைவிட்டமும் தரப்பட்டால் சாய்வு சதுரம் வரைவதற்கு, மூலைவிட்டத்தின் இரு பக்கங்களிலும் இருசமப்பக்க முக்கோணங்கள் வரைந்தால் போதும். மூலைவிட்டமும் பக்கங்களுக்குச் சமமானால்?

மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தாக இருக்கும் என்பதை நினைவில் கொண்டு வந்தால் இது எளிதாகும்.

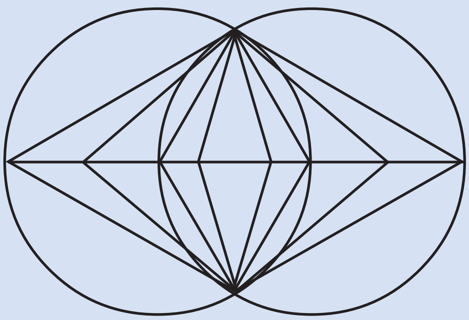
முதலில் 6 சென்டிமீட்டர் நீளத்தில் ஒரு கோடு வரைந்து அதன் செங்குத்து இருசமவெட்டி வரைக.

இனி இந்தச் செங்குத்து இருசமவெட்டியின் வெட்டும் புள்ளியின் மேலேயும் கீழேயும் 2 சென்டிமீட்டர் அடையாளப்படுத்தி, முதல் கோட்டின் இரண்டு முனைகளையும் சேர்த்தால் தேவையான சாய்வு சதுரம் கிடைக்கிறது.

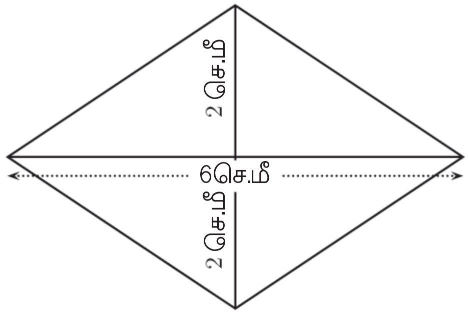


வட்டமும் சாய்வு சதுரமும்

ஒரு கோடு வரைந்து அதன் முனைகளை மையங்களாக்கி ஒரே அளவில் இரு வட்டங்கள் வரைக. முதலில் வரைந்த கோட்டை நீட்டி வரைந்து வட்டங்களுடன் சேர்க்கவும். மூலைவிட்டம் இக்கோட்டில் வருமாறு பல சாய்வு சதுரங்கள் வரையலாம்.

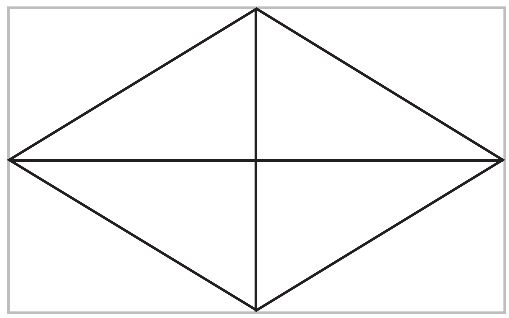


படத்தில் காணும் நான்கு சாய்வு சதுரங்களுடைய ஒரு மூலைவிட்டம் ஒரு கோட்டில் அல்லவா?



வேறு ஏதேனும் முறையில் இந்தச் சாய்வு சதுரத்தை வரையலாமா?

இந்தப் படத்தைப் பாருங்கள்

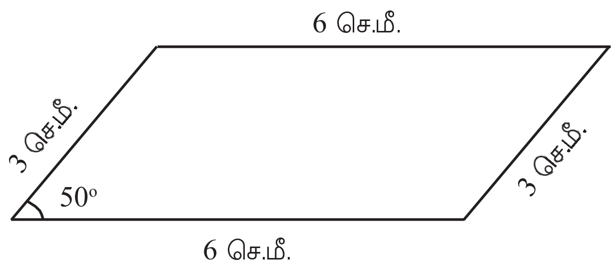


ஒரு செவ்வகத்தினுள்ளே சாய்வு சதுரம் வரைவது எவ்வாறு?

1) மூலை விட்டங்களின் நீளம் 5.5 சென்டிமீட்டரும் 3 சென்டிமீட்டரும் ஆன ஒரு சாய்வுசதுரத்தினைக் குறிப்பேட்டில் வரைக.

2) மூலைவிட்டங்களின் நீளம் 5.5 சென்டிமீட்டரும் 3.5 சென்டிமீட்டரும் ஆன வேறொரு சாய்வு சதுரமும் வரைக.

சில அளவுகளைத் தீர்மானித்து சமப்பக்கம் அல்லாத இணைகரம் வரைக. எடுத்துக்காட்டாக இப்படத்தைப் பார்க்கவும்:



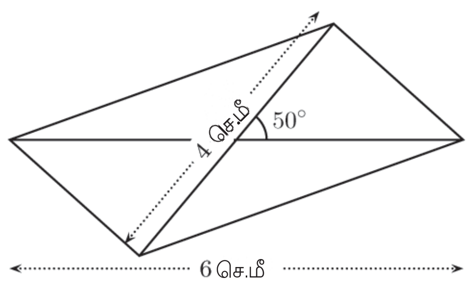
சாய்வு சதுரம் வரைந்தது போன்று முதலில் பக்கங்களின் நீளம் 6 சென்டிமீட்டரும் 3 சென்டிமீட்டரும் 50° கோணமும், பின்னர் அதன் முனைகளில்

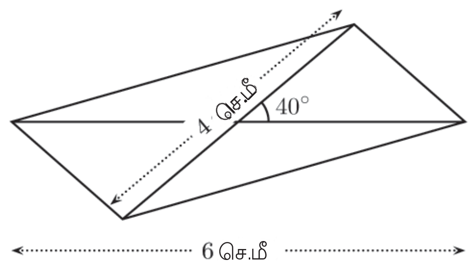
இருந்து இணைகோடுகளும் வரையலாம், அல்லது 6 சென்டிமீட்டர் கோட்டின் இரு முனைகளிலும் 50° சாய்வில் 3சென்டிமீட்டர் கோடு வரைந்து உச்சிகளைச் சேர்க்கவும்.

வரைந்து பார்க்கவும்.

பக்கங்கள் இதே நீளத்திலும், சாய்வு 60° என வரும் ஓர் இணைகரமும் வரைக.

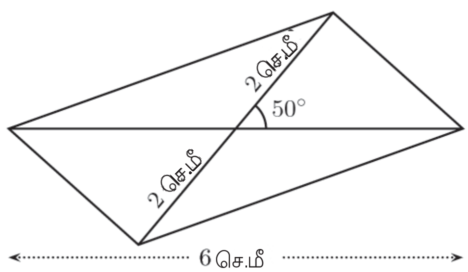
பக்கங்களின் நீளம் சமமல்லாத இணைகரங்களிலும் மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றுக்கொன்று சமபாகங்கள் ஆக்கும், ஆனால் செங்குத்தல்ல, ஆகவே ஒரே மூலைவிட்டங்கள் உள்ள பல இணைகரங்கள் வரையலாம். இந்தப் படங்களைப் பார்க்கவும்.





சாய்வு சதுரம் வரைந்தது போலவே இவற்றை வரையலாம். முதல் படம் வரைய, 6 சென்டிமீட்டர் மூலைவிட்டத்தின் செங்குத்து இரு சமவெட்டி வரை வதற்குப் பதிலாக, மையப்புள்ளி வழியே 50° சாய்வில் இரண்டாவது மூலை விட்டம் வரைந்தால் போதும்

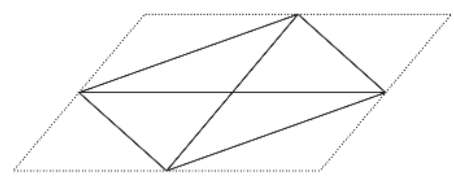
இது போன்று இரண்டாவது படத்தைக் குறிப்பேட்டில் வரைக.



பொதுவாக இணைகரத்தின் மூலைவிட்டங்கள் சமமல்ல அதனால் ஒரு பக்கம், ஒரு மூலைவிட்டம் என இவற்றின் நீளம் மட்டுமே தரப்பட்டால், அதைக் குறித்துள்ள முழு விபரங்களும் கிடைக்கவில்லை.(செவ்வகத்திற்கு இவை போதும் என நினைவில் கொள்க)

வேறொரு முறை

இந்தப் படத்தைப் பார்க்கவும்

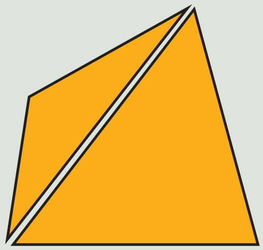


வெளியிலுள்ள இணைகரத்தின் பக்கங்களின் நீளத்துக்கும் உள் இணைகரத்தின் மூலை விட்டங்களின் நீளத்துக்கும் இடையே உள்ள தொடர்பு என்ன? கோணங்களுக்கு இடையே உள்ள தொடர்பு என்ன?

உள் இணைகரத்தின் உச்சிகளுக்கு வெளியேயுள்ள இணைகரத்தின் பக்கங்களுடன் உள்ள தொடர்பு என்ன?மூலைவிட்டங்களின் நீளங்களும் அவற்றிற்கு இடையே உள்ள கோணமும் தரப்பட்டால், இணைகரம் வரைவதற்கு வேறொரு முறை கிடைத்தது அல்லவா?

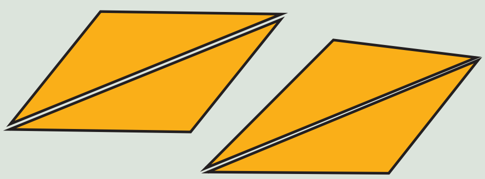
முக்கோணங்களும் நாற்கரங்களும்

எந்த நாற்கரத்தினையும் ஒரு மூலைவிட்டம் வரைந்து இரு முக்கோணங்கள் ஆக்கலாம் அல்லவா.



திருப்பிக் கூறினால் ஒரு ஜோடி பக்கங்களின் நீளம் சமமான எந்த இரு முக்கோணங்களைச் சேர்த்தும் ஒரு நாற்கரத்தினை உருவாக்கலாம்.

சேர்த்து வைக்கும் முக்கோணங்கள் சமமெனில் இணைகரமோ பட்டமோ உருவாக்கலாம்

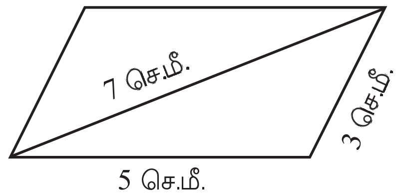


இது போன்று பலவித நாற்கரங்கள் உருவாக்குவதற்குச் சேர்த்து வைக்கும் முக்கோணங்களுக்கு எத்தகைய சிறப்பியல்புகள் தேவை எனக் கண்டுபிடிக்கவும்.

இரண்டு பக்கங்கள், ஒரு மூலைவிட்டம் என இவற்றின் நீளம் தரப்பட்டாலோ?

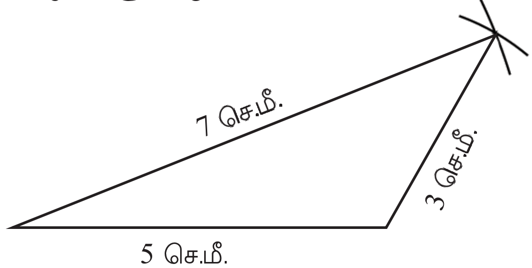
எடுத்துக்காட்டாக, பக்கங்கள் 5 சென்டிமீட்டர், 3 சென்டிமீட்டர், ஒரு மூலைவிட்டம் 7 சென்டிமீட்டர். இந்த அளவுகளில் இணைகரத்தை எவ்வாறு வரையலாம்?

முதலில் மாதிரிப் படம் வரைந்து, இந்த அளவுகளை எழுதுக:

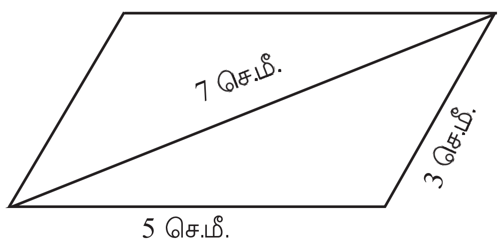


செவ்வகம் வரைந்தது போல், மேலேயும், கீழேயும் உள்ள முக்கோணங்களைத் தனித்தனியாக வரைந்தாலோ?

முதலில் கீழ்க்காணும் முக்கோணம் வரையலாம்.

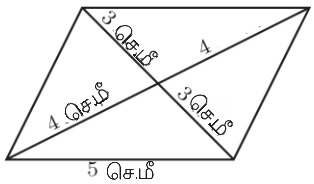


இனி இணைகோடுகளோ வட்டத்தின் பகுதிகளோ வரைந்து, நான்காவது உச்சியையும் கண்டுபிடிக்கலாம் அல்லவா.

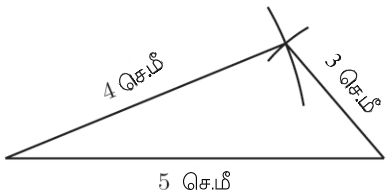


இரண்டு பக்கங்களும் ஒரு மூலைவிட்டமும் தரப்படுவதற்குப் பதிலாக மாற்றித்தரப்பட்டாலோ? எடுத்துக்காட்டாக, ஒரு பக்கம் 5 சென்டிமீட்டர், மூலைவிட்டங்கள் 6 சென்டிமீட்டர், 8 சென்டிமீட்டர் என்ற அளவுகளில் இணைகரம் வரைவது எவ்வாறு?

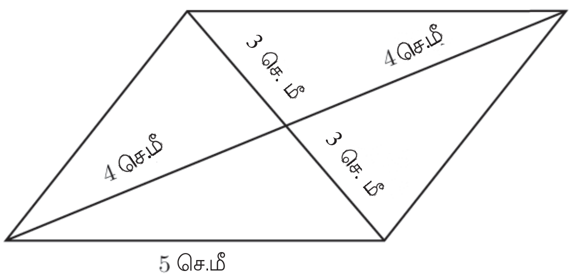
மாதிரிப் படம் வரைந்து இந்த அளவுகளை எழுதிப் பார்க்கவும். மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றுக்கொன்று சமப் பாகம் செய்வதால் அளவுகளை இவ்வாறு எழுதலாம்.



முதலில் கீழே உள்ள பக்கமும், மூலைவிட்டங்களின் பாதியும் சேர்ந்த முக்கோணம் வரையலாம்.



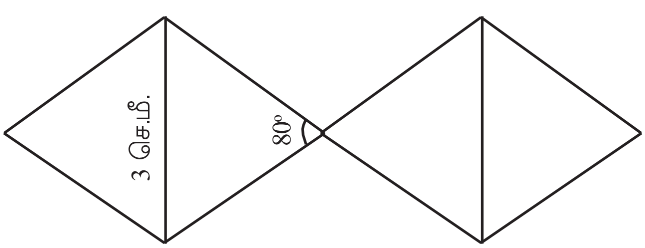
இனி மேலே உள்ள கோடுகளை இரு மடங்காக்கி இணைகரத்தை முழுமைப்படுத்தலாம் அல்லவா



இது போன்று ஒரு பக்கம் 6.5 சென்டிமீட்டரும், மூலைவிட்டங்கள் 8 சென்டிமீட்டரும் 7 சென்டிமீட்டரும் உள்ள இணைகரம் வரைந்து பார்க்கவும்.

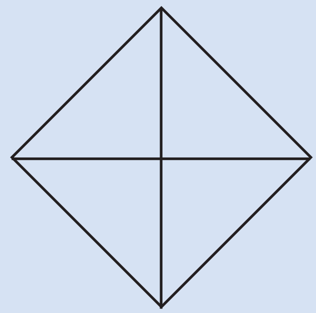
கீழ்க்காணும் படம் வரைக

1) சமமான இரண்டு சாய்வு சதுரங்கள்

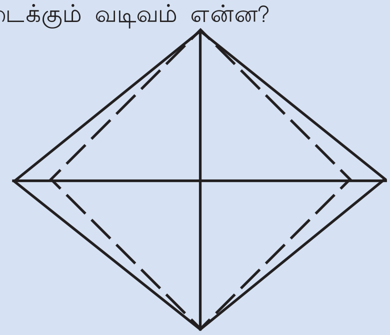


செங்குத்து மூலைவிட்டங்கள்

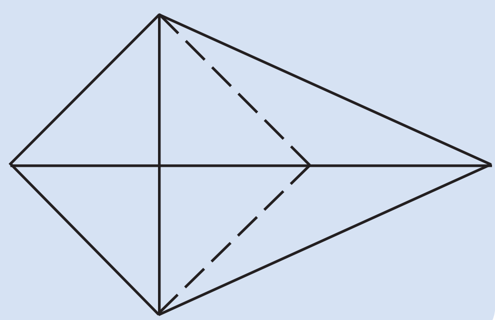
ஒரே நீளம் உள்ள இரு கோடுகளை ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்து இரு சமவெட்டிகளாக வரைக. இவற்றின் முனைகளை இணைத்து வரைந்தால் சதுரமாகும்



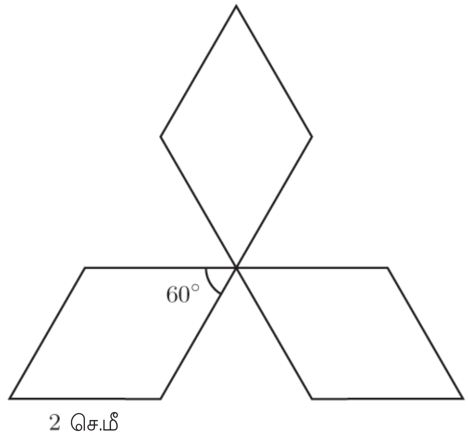
இனி முதலில் வரைந்த கோடுகளில் ஒன்றினை இரு பக்கங்களிலும் ஒரே போல் நீட்டவும். இவற்றின் முனைகளைச் சேர்த்தால் கிடைக்கும் வடிவம் என்ன?



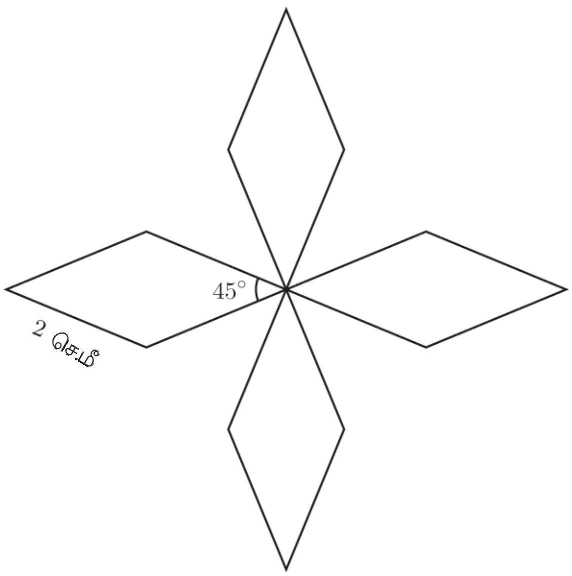
முதல் படத்தில் வரைந்த ஒரு கோட்டினை இரு பக்கங்களிலும் நீட்டுவதற்குப் பதிலாக ஒரு பக்கத்துக்கு மட்டும் நீட்டினால் கிடைக்கும் வடிவம் என்ன?



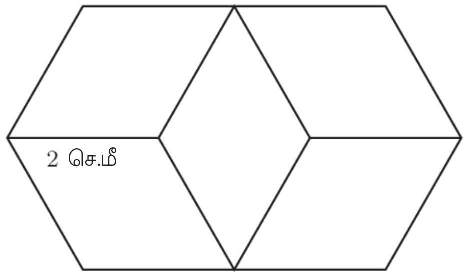
2) சமமான மூன்று சாய்வு சதுரங்கள்



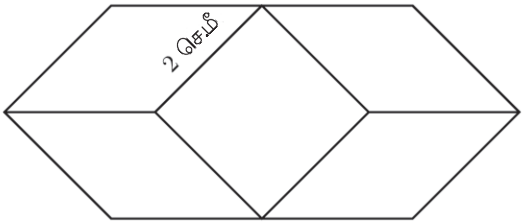
3) சமமான நான்கு சாய்வு சதுரங்கள்



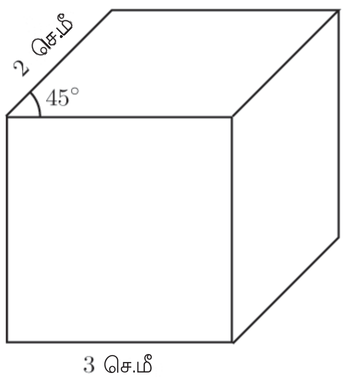
4) சமமான ஐந்து சாய்வு சதுரங்கள்



5) ஒரு சதுரத்தைச் சுற்றிலும் நான்கு சாய்வு சதுரங்கள்

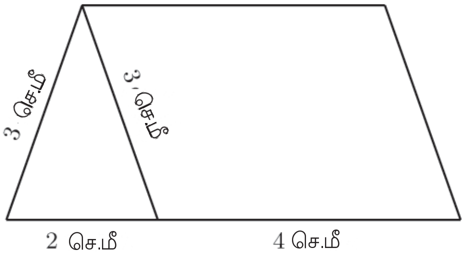


6) ஒரு சதுரத்தின் இரண்டு பக்கங்களில் இணைகரங்கள்



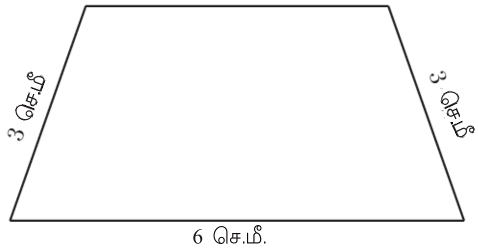
சரிவகங்கள்

ஓர் இருசமபக்க முக்கோணமும் ஓர் இணைகரமும் சேர்ந்த வடிவமே கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது:



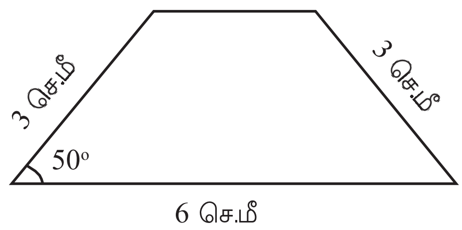
இவ்வடிவத்தை வரைந்து பார்க்கவும்.

இடையில் வரும் கோட்டினை அழித்துவிட்டால் கிடைக்கும் வடிவம் என்ன?



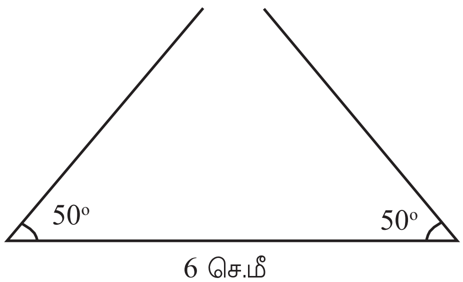
அடுத்தடுத்துள்ள இரண்டு பக்கங்களின் நீளம் 6 சென்டிமீட்டர், 3 சென்டிமீட்டர். அவற்றின் இடையிலுள்ள கோணம் 50°. இந்த அளவுகளில் இணைகரத்தை முன்னர் வரைந்திருக்கிறோம்.

இதே அளவில் இருசமப்பக்க சரிவகம் வரையலாமா?

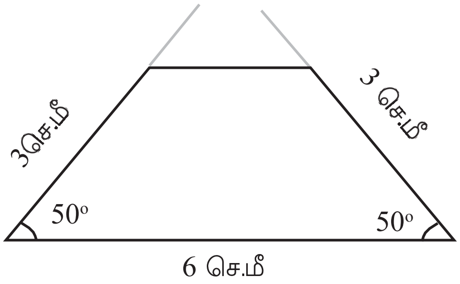


இருசமப்பக்க சரிவகம் ஆனால் கீழ்க்கோட்டின் வலது கோணமும் 50° தான்

எனவே 6 சென்டிமீட்டர் கோடு வரைந்து 50° கோணங்கள் வரையத் தொடங்கலாம்:



இந்த இரு கோடுகளிலும் 3 சென்டிமீட்டர் அடையாளப்படுத்தி, முனைகளைச் சேர்த்தால் சரிவகம் கிடைக்கும்.

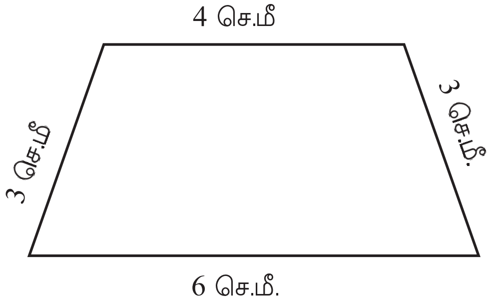


(மேலே உள்ள பக்கம் கீழ் உள்ள பக்கத்திற்கு இணையாகும் என நிறுவலாமா?)

பக்கங்களின் நீளம் மாறாமலும், கோணம் 60° ஆகவும் இருசமப்பக்க சரிவகம் வரைந்து பார்க்கவும்.

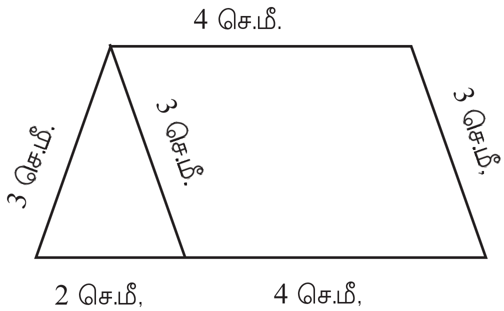
கோணத்துக்குப் பதிலாக நான்காவது பக்கத்தின் நீளம் தரப்பட்டால்?

எடுத்துக்காட்டாக, கீழ்க்காணும் சரிவகத்தை எவ்வாறு வரையலாம்?

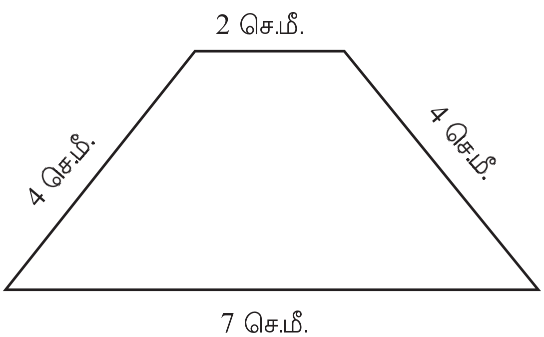


இப்படம் முன்பே வரைந்தது தான் அல்லவா?

இருசமப்பக்க முக்கோணத்தையும் இணைகரத்தையும் சேர்த்தே வரைத்தோம்



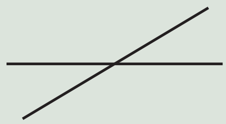
இது போன்று கீழ்க்காணும் இருசமப்பக்க சரிவகத்தைக் குறிப்பேட்டில் வரையலாமா?



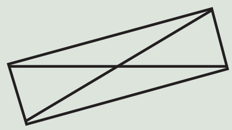
முதலில் முக்கோணமும் பின்னர் இணைகரமும் வரையவேண்டும்.

மூலைவிட்ட முக்கியத்துவம்

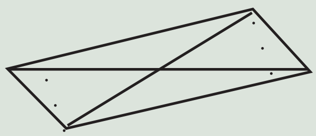
ஒரே நீளம் உள்ள இரு கோடுகளும் ஒன்றுக் கொன்று இருசம வெட்டிகளாக, ஆனால் செங்குத்து அல்லாமல் வரைக.



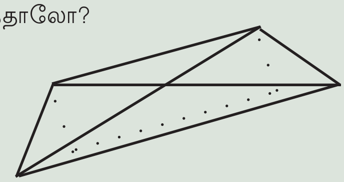
இவற்றின் முனைகளைச் சேர்த்தால் எந்தவகை நாற்கரங்கள் கிடைக்கும்.

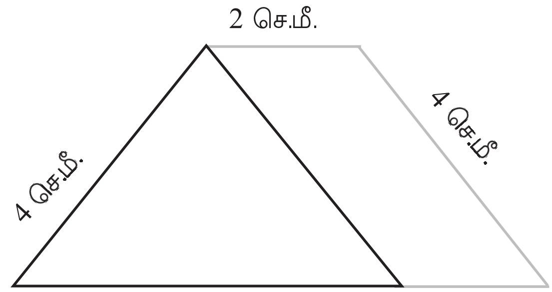


இனி முன்னர் செய்தது போன்று ஒரு கோட் டின் நீளத்தை இரு பக்கங்களிலும் ஒரே போல நீட்டி முனைகளைச் சேர்த்தாலோ?



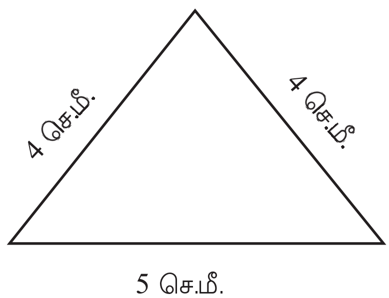
இனி முதல் படத்தில் ஒருகோடினை இரு பக்கங்களிலும் ஒரே போல நீட்டுவதற்குப் பதிலாக கிடையாக உள்ள கோட்டினை வலப் பக்கத்திலும் சாய்ந்த கோட்டினைக் கீழாக ஒரே போன்று நீட்டி முனைகளைச் சேர்த்தாலோ?



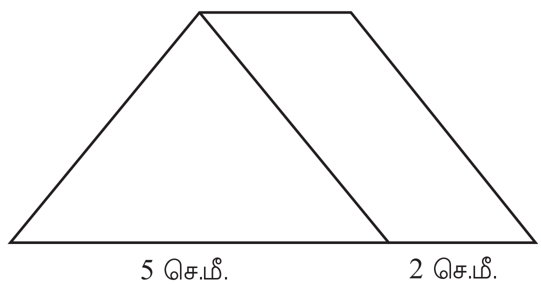


முக்கோணத்தின் கீழ்ப்பக்கம் $7 - 2 = 5$ சென்டிமீட்டர்; வலப் பக்கமோ?

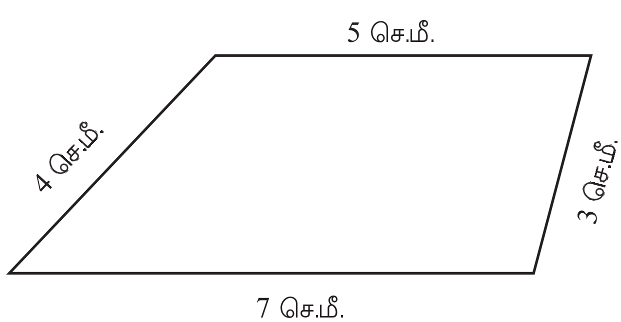
எனவே, பக்கங்கள் 5 சென்டிமீட்டர், 4 சென்டிமீட்டர், 4 சென்டிமீட்டர் உள்ள முக்கோணம் வரைய வேண்டும்.



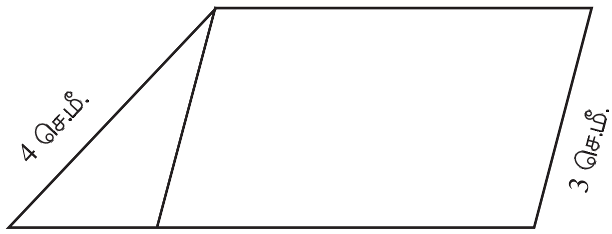
இனி கீழே உள்ள கோட்டினை நீட்டவும், இணைகோடுகள் வரைந்தும் சரிவகம் ஆக்கலாம்.



இருசமப்பக்கம் அல்லாத சரிவகத்தினையும் இது போன்று வரையலாம், எல்லாப் பக்கங்களின் நீளமும் வேண்டும். இப்படத்தைப் பார்க்கவும்:



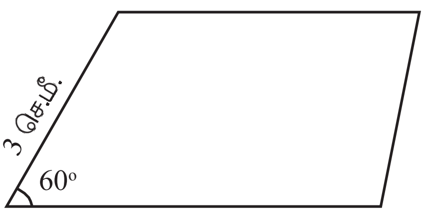
இதையும் முக்கோணமாகவும் இணைகரமாகவும் பிரிக்கலாம் அல்லவா:



முக்கோணத்தின் மற்ற இரு பக்கங்களின் நீளம் என்ன?

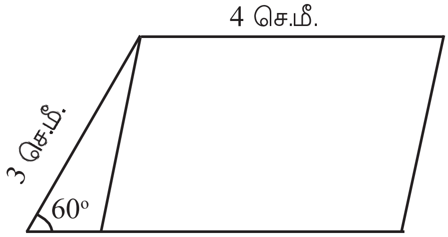
அப்படியானால் முதலில் 2 சென்டிமீட்டர், 4 சென்டிமீட்டர், 3 சென்டிமீட்டர் பக்கங்கள் உள்ள முக்கோணம் வரைந்த பின் முன்பு செய்தது போல் சரிவகம் வரையலாம். வரைந்து பார்க்கவும்.

நான்கு பக்கங்களுக்குப் பதிலாக மூன்று பக்கங்களும் ஒரு கோணமுமே குறிப்பிட்ட அளவுகளில் தேவை எனில்?

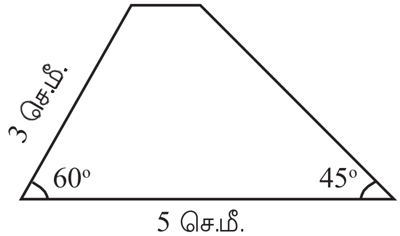


அளவுகள் படத்தில் உள்ளது போல் எனில் வரைதல் எளிதாகும்.

முன்னர் செய்தது போன்று முதலாவது ஒரு முக்கோணமும் பின்னர் ஓர் இணைகரமுமாக வரையலாம்.



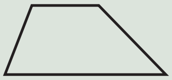
இனி இரு பக்கங்களும் இரண்டு கோணங்களுமானால்?



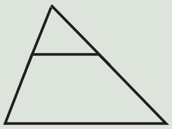
முதலில் 5 சென்டிமீட்டர் நீளத்தில் கோடுவரைந்து இடப் பக்கத்தில் 60° சாய்விலும் வலப் பக்கத்தில் 45° சாய்விலும் கோடுகள் வரைக. இடது கோட்டில் 3 சென்டிமீட்டர் அடையாளப்படுத்தி கீழேயுள்ள கோட்டுக்கு இணைகோடு வரைக. செய்து பார்க்கவும்.(இடப் பக்கத்தின் மேல்முனையில் 120° கோணம் வரைந்தும் இணைகோடு வரையலாம்)

சரிவகமும் முக்கோணமும்

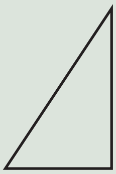
ஒரு சரிவகம் வரையவும்



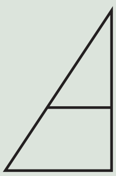
இதன் இணையல்லாத எதிர்பக்கங்களை நீட்டினால் ஒன்றையொன்று சந்திக்கும் அல்லவா. எனவே முக்கோணம் ஆகிறது



மேலும் ஒரு முக்கோணம் வரையலாம்



இதன் ஒரு பக்கத்திற்கு இணையாக முக்கோணத்தினுள் ஒரு கோடு வரையவும்.



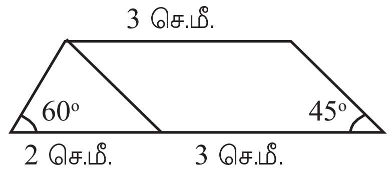
மேலேயுள்ள இரு கோடுகளை அழிக்கவும். ஒரு சரிவகம் கிடைத்தது அல்லவா?

இருசமப்பக்க சரிவகத்திலிருந்து தொடங்கினால் கிடைப்பது எவ்வகையான முக்கோணம்?

திருப்பிக் கூறினால், இருசமப்பக்க முக்கோணத்தை இவ்வாறு வெட்டினால் கிடைக்கும் சரிவகத்தின் சிறப்பியல்பு என்ன?

இந்தச் சரிவகமோ?

முன்னர் செய்தது போன்று முக்கோணமும் இணைகரமும் எனப் பிரித்தால்?

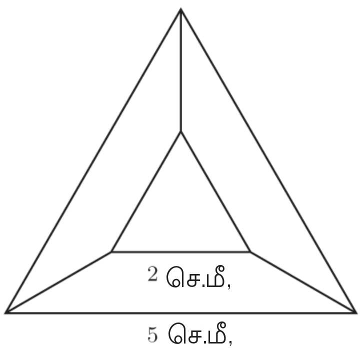


முக்கோணத்தின் அடிப்பக்கமும், அதன் ஒரு முனையிலுள்ள கோணமும் அறியலாம். மற்ற முனையிலுள்ள கோணமோ?

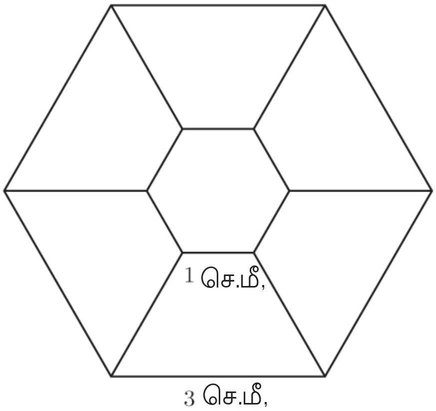
இனி முக்கோணமும், தொடர்ந்து சரிவகமும் வரையலாமா?

கீழே உள்ள படங்களை வரையவும்.

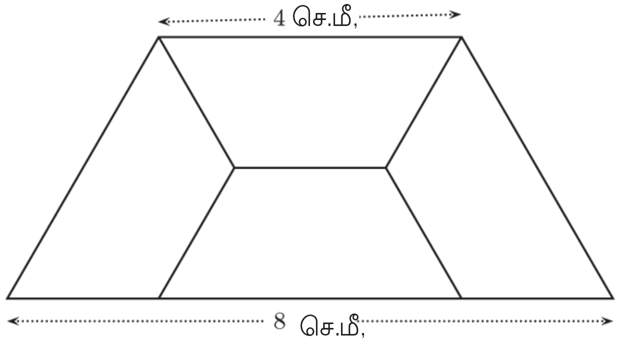
1) சமமான மூன்று இரு சமப்பக்க சரிவகங்கள்



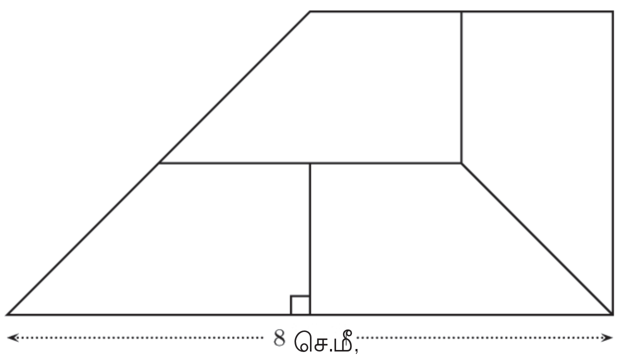
2) சமமான ஆறு இருசமப்பக்க சரிவகங்கள்:



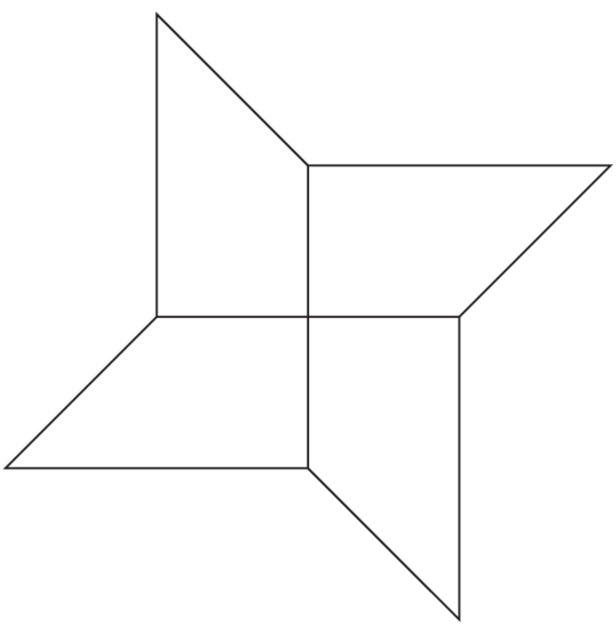
3) சமமான நான்கு இருசமபக்க சரிவகங்கள்



4) சமமான வேறு நான்கு சரிவகங்கள்

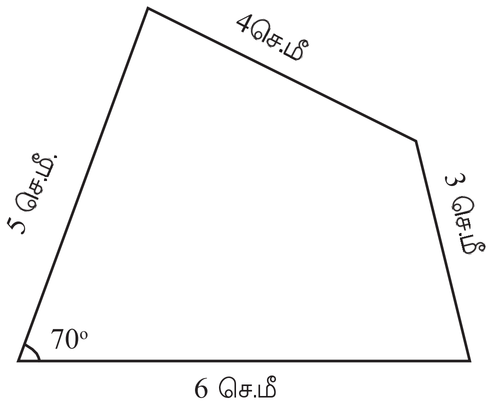


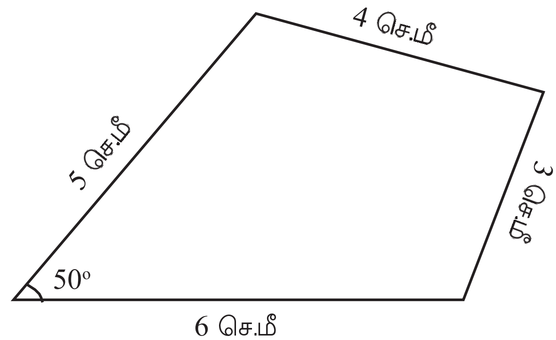
5) முன் கணக்கிலுள்ள சரிவகங்களின் வேறொரு அடுக்கு



நாற்கரங்கள்

இனி சிறப்பியல்புகள் இல்லாத சாதாரண நாற்கரங்கள் வரைந்து பார்க்கலாம். பக்கங்களின் நீளம் ஒன்று போலானாலும் இரு நாற்கரங்கள் சமமாக வேண்டும் என்பதில்லை. அதனால் ஒரே பக்கங்கள் உள்ள வித்தியாசமான நாற்கரங்கள் வரையலாம். இந்த நாற்கரங்களைப் பாருங்கள்.

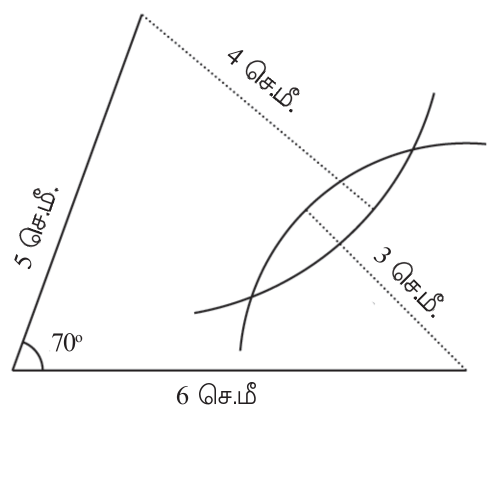




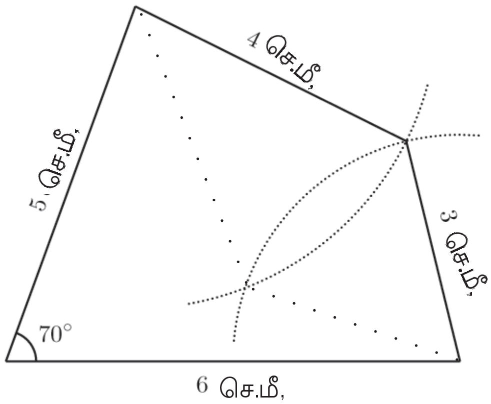
இந்த நாற்கரங்களைக் குறிப்பேட்டில் வரையலாமா?

முதலாவதை எப்படி வரைவது எனப் பார்க்கலாம். 6 சென்டிமீட்டர் நீளத்தில் கோடு வரைந்து அதன் இடது முனையில் 70° சாய்வில், 5 சென்டிமீட்டர் நீளம் உள்ள கோடு வரைக. இப்போது நாற்கரத்தின் மூன்று உச்சிகளும் உள்ளன. நான்காவது உச்சியை எவ்வாறு காண்பது?

அது மேல் உச்சியிலிருந்து 4 சென்டிமீட்டரும் ,வலது மூலையிலிருந்து 3 சென்டிமீட்டரும் தொலைவில் உள்ளது. அதாவது, இந்த உச்சிகள் மையமாகவும் இந்த நீளங்கள் ஆரமாகவும் வரையப்படும் இரு வட்டங்களிலும் உள்ள புள்ளிதான் நான்காவது உச்சி.



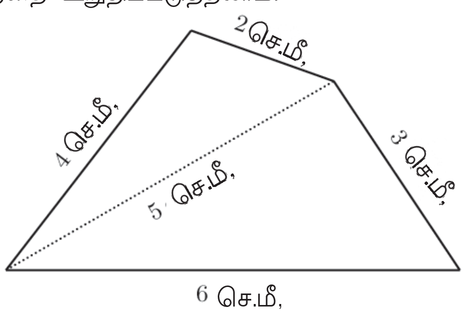
இந்த வட்டங்கள் வெட்டும் ஒரு புள்ளியை எடுத்துக்கொண்டால் நமக்குத் தேவையான நாற்கரம் கிடைக்கும்.



(பிற புள்ளியை எடுத்தால் கிடைக்கும் குழிந்த நாற்கரத்தை எடுத்துக் கொள்வதில்லை).

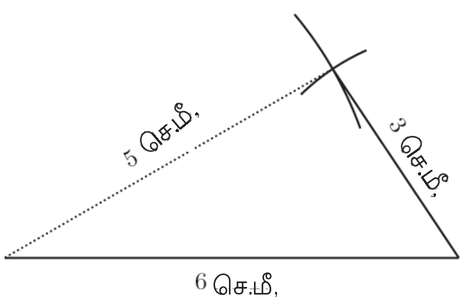
இது போன்று, கோணம் 50° ஆன இரண்டாவது நாற்கரத்தையும் குறிப்பேட்டில் வரைந்து பார்க்கவும்.

நான்கு பக்கங்களும் ஒரு கோணமும் தருவதற்குப் பதிலாக நான்கு பக்கங்களும் ஒரு மூலைவிட்டமும் தந்தாலும் நாற்கரத்தை உறுதிப்படுத்தலாம்.



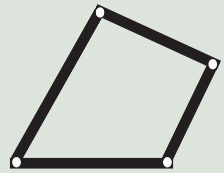
இதனை எவ்வாறு வரைய இயலும்?

முதலில் கீழே உள்ள முக்கோணம் வரையலாம்.



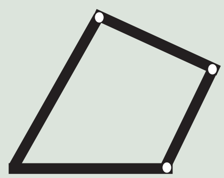
நிலையான நாற்கரம்

அகலம் குறைந்த நான்கு பிளாஸ்டிக் துண்டு களையோ, கட்டியான அட்டைத் துண்டு களையோ 3, 4, 5, 6 சென்டிமீட்டர் நீளத்தில் வெட்டி எடுக்கவும். குண்டூசியோ, ஆணியோ பயன்படுத்தி இவற்றின் முனைகளைச் சேர்த்து ஒரு நாற்கரம் உருவாக்கவும்

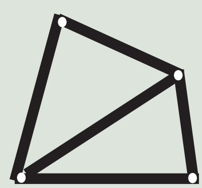


இதனை விரிவாக்கியும், சுருக்கியும் பல நாற் கரங்களாக மாற்றலாம் அல்லவா. பக்கங்களின் நீளங்கள் மாறுவதும் இல்லை.

இனி ஒரு முனையில் உள்ள ஊசியை மாற்றி அவ்விரண்டு துண்டுகளின் முனைகளைப் பசை தேய்த்து நன்றாக ஒட்டவும். இந்த நாற்கரத்தைச் சுருக்கவோ விரிவாக்கவோ முடி கிறதா?

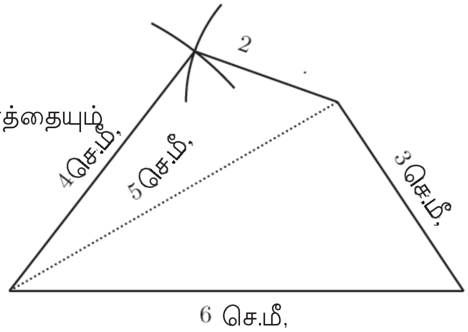


இரு துண்டுகளின் முனைகளை ஒட்டுவதற்குப் பதிலாக, ஐந்தாவதொரு துண்டினைக் குறுக்காகப் பொருத்தினால்.



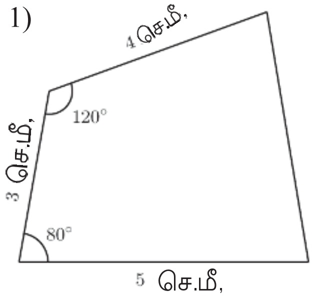
இப்போதும் அசைக்க முடிகிறதா?

இனி இரண்டாவது முக்கோணத்தையும் வரைந்தால் நாற்கரமாகும்.

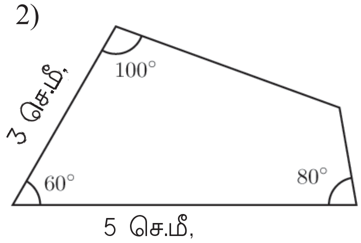


கீழ்க்காணும் நாற்கரங்கள் வரைக.

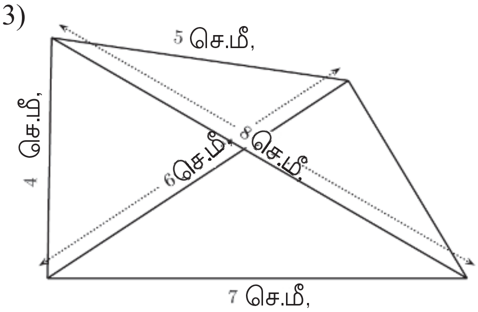
1)



2)



3)

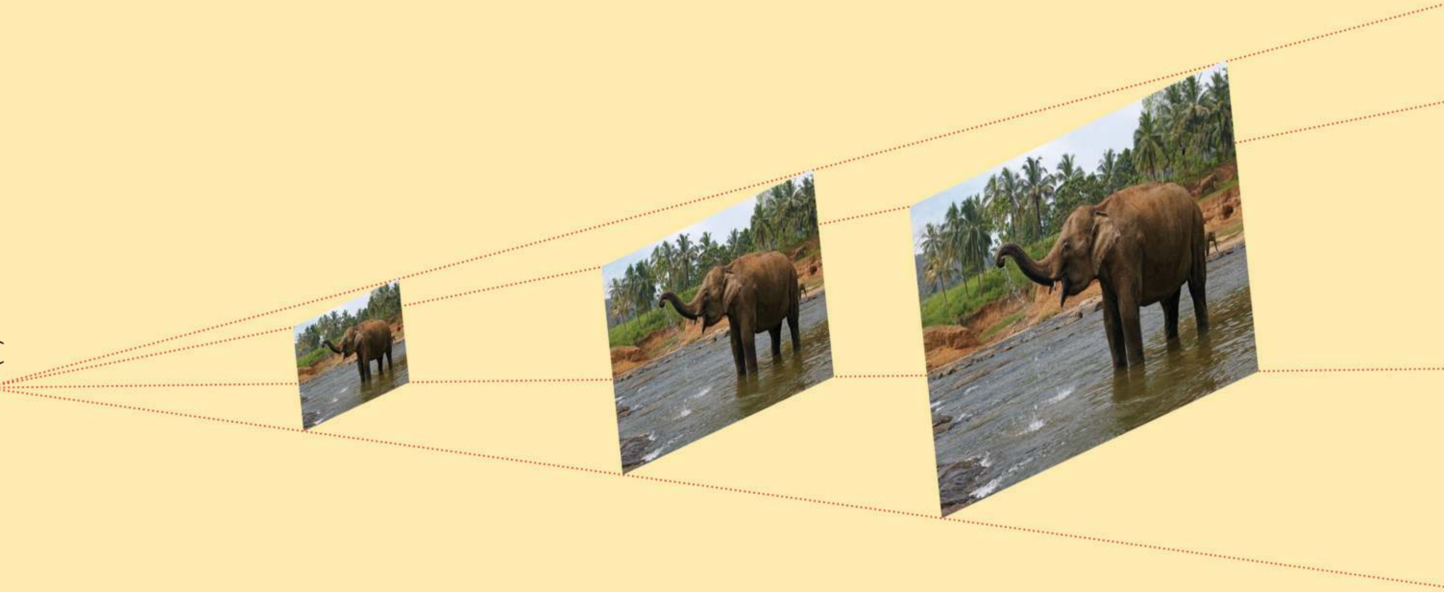


மீள்பார்வை

கற்றல் அடைவுகள்	என்னால் இயலும்	ஆசிரியர் உதவியுடன் இயலும்	இனியும் மேம்பட வேண்டும்
• பல்வேறு முறைகளில் சதுரம் வரைதல் பற்றி விளக்குதல்.			
• பல்வேறு முறைகளில் ஒரு செவ்வகம் வரைய இயலுதல்.			
• ஓர் இணைகரம் வரைவதற்குத் தேவையான பல அளவு களைக் கண்டடைதல்.			
• தரப்பட்ட அளவுகளில் இணைகரம் வரைதல்.			
• ஒரு சரிவகம் வரைவதற்குத் தேவையான அளவுகளைக் கண்டடைதல்.			
• தரப்பட்ட அளவுகளில் சரிவகம் வரையும் முறையினை விளக்குதல்.			
• எந்தவொரு நாற்கரம் வரைவதற்கும் தேவையான அளவுகளைத் தீர்மானித்தல்.			

7

விகிதம்



KT 555-3/Maths 8 (T) Vol-2

பாகங்களின் தொடர்பு

இந்தப் படத்தைப் பார்க்கவும்.

AB என்ற கோடு ஐந்து சமப் பாகங்களாக ஆக்கப்பட்டிருக்கிறது.

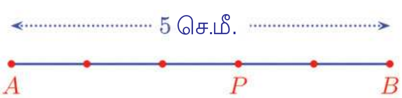
முதல் மூன்று பாகங்கள் சேர்ந்தது AP எனில் AP, BP என்ற கோடுகளின் நீளங்களின் இடையே உள்ள தொடர்பை எவ்வாறெல்லாம் கூற இயலும்?

- AP, BP இவற்றிற்கு AB -உடன் உள்ள தொடர்பு
  - AB -இன் $\frac{3}{5}$ பாகம் AP
  - AB -இன் $\frac{2}{5}$ பாகம் BP
- AP -க்கும், BP -க்கும் இடையே உள்ள தொடர்பு
  - AP -இன் $\frac{2}{3}$ பாகம் BP
  - BP -இன் $\frac{3}{2}$ மடங்கு AP
- AP, BP இவற்றிற்கு 2, 3 என்ற எண்ணல் எண்களுடன் உள்ள தொடர்பு
  - AP -இன் 2 மடங்கும், BP -இன் 3 மடங்கும் சமம்.
  - AP -இன் $\frac{1}{3}$ பாகமும், BP -இன் $\frac{1}{2}$ பாகமும் சமம்; இந்த நீளத்தின் 3 மடங்காகும் AP; 2 மடங்காகும் BP

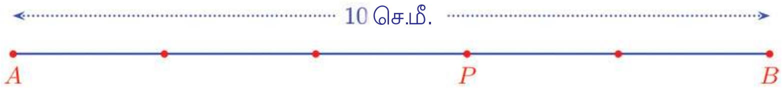
இக்கூறுகள் அனைத்தையும் சேர்த்து எவ்வாறு கூறலாம்?

AP, BP என்ற நீளங்களின் இடையே உள்ள விகிதம் $3 : 2$.

இங்கு AB -இன் சரியான நீளம் என்னவென்று கூறப்படவில்லை அல்லவா. கீழ்க்காணும் படத்தில் இது 5 சென்டிமீட்டராகும்:

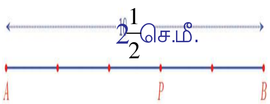


அப்போது AP -இன் நீளம் 3 செண்டிமீட்டர், BP -இன் நீளம் 2 செண்டிமீட்டர், AB -இன் நீளத்தை இரு மடங்கு ஆக்கினால்?



AP -இன் நீளம் $3 \times 2 = 6$ செண்டிமீட்டரும் BP -இன் நீளம் $2 \times 2 = 4$ செண்டிமீட்டருமாகும். ஆனால் மேற்குறிப்பிட்டுள்ள தொடர்புகள் ஒன்றும் மாறவில்லை அல்லவா.

AB -இன் நீளத்தைப் பாதியாக ஆக்கினால்?



$AP = 3 \times \frac{1}{2} = 1\frac{1}{2}$ செண்டிமீட்டர், $BP = 2 \times \frac{1}{2} = 1$ செ.மீ.

ஆனாலும் பழைய தொடர்புகளுக்கு மாற்றம் இல்லை

இனி இரண்டு நீளங்களுக்கு இடையே உள்ள விகிதம் 3 : 5 எனக்கூறினால்?

சரியான நீளங்கள் என்னவென்று கூற இயலாது அது 3செண்டிமீட்டரும் 5 செண்டிமீட்டரும் ஆகலாம் அல்லது

6 செண்டிமீட்டர் , 10 செண்டிமீட்டர்

$1\frac{1}{2}$ செண்டிமீட்டர், $2\frac{1}{2}$ செண்டிமீட்டர்

6 மீட்டர், 10மீட்டர்

எனப் பல அளவுகள் ஆகலாம்.

இதொன்றும் இல்லையெனில் ஏதோ ஒரு சிறு நூலால் அளந்த போது முதலாவதன் நீளம் 3 நூல் என்றும் இரண்டாவதன் நீளம் 5 நூல் என்றும் கிடைத்திருக்கலாம்.

எப்படியானாலும் முதலாவது ஏதோ ஒரு குறிப்பிட்ட நீளத்தின் 3 மடங்கும் இரண்டாவது அதே நீளத்தின் 5 மடங்கும் என்று கூறலாம்.

சிறிது இயற்கணிதம் பயன்படுத்தி இந்தக் குறிப்பிட்ட நீளம் x செண்டிமீட்டர் என்றால் முதலாவது நீளம் $3x$ செண்டிமீட்டர், இரண்டாவது நீளம் $5x$ செண்டிமீட்டர் எனப் பொதுவாகக் கூறலாம்.

விகிதமும் வேதியியலும்

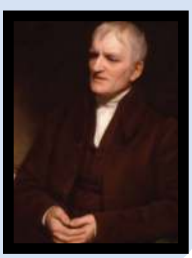
வேதியியலில் வேதிப் பொருட்கள் தனிமங்கள் எனவும் சேர்மங்கள் எனவும் வேறுபடுத்தப்பட்டுள்ளன அல்லவா.

எந்த ஒரு சேர்மங்களிலும் அதில் அடங்கும் தனிமங்களின் பொருண்மை (mass) ஒரு குறிப்பிட்ட விகிதத்தில் இருக்கும் என 18 -ஆம் நூற்றாண்டில் ஜோஸப் புரூஸ்ட் என்ற அறிவியல் அறிஞர் கண்டுபிடித்தார்.

எடுத்துக்காட்டாக, காப்பர் கார்பனேட்டில் எப்போதும் கார்பனேட்டின் பொருண்மையின் 5:3 மடங்கு காப்பரும், கார்பனின் 4 மடங்கு ஆக்சிஜனுமாக இருக்கும் எனப் பரிசோதனைகள் வாயிலாக அவர் கண்டுபிடித்தார்.

தனிமங்களின் மிகச்சிறிய துகள்களை எண்ணல் எண்களின் வாயிலாக ஒப்புமைப்படுத்லாம் என்ற சிந்தனைதான் அணு என்ற கருத்தைச் சென்றடைந்தது. பத்தொன்பதாம் நூற்றாண்டில் ஜோண் டால்டன் என்ற விஞ்ஞானி இவ்வாறான ஒரு கோட்பாட்டை வெளியிட்டார்.

'டால்ட்டனின் கோட்பாட்டின்படி தனிமங்களின் மிகச்சிறிய துகள்களான அணுக்கள் (atoms) சேர்ந்தே சேர்மங்கள் உருவாகின்றன. எந்தச் சேர்மங்களிலும் அதிலுள்ள பல்வேறு தனிமங்களின் அணுக்களின் எண்ணிக்கை ஒரு குறிப்பிட்ட விகிதத்தில் இருக்கும்.



மற்ற அளவுகளின் விகிதத்திலும் இதைக்கூறலாம்; எடுத்துக்காட்டாக, இரண்டு புட்டிகளின் உள்ளளவுகளின் விகிதம் 3 : 5 எனில் ஏதேனும் ஒரு பாத்திரம் எடுத்து இரண்டையும் நிறைத்த போது, முதலாவது நிறைய 3 தடவையும், இரண்டாவது நிறைய 5 தடவையும் ஊற்ற வேண்டி வந்தது எனக்கூறலாம்.

அளவுப் பாத்திரத்தில் x மில்லிலிட்டர் தண்ணீர் கொள்ளும் என எடுத்துக்கொண்டால் முதல் புட்டியில் $3x$ மில்லிலிட்டரும், இரண்டாவது புட்டியில் $5x$ மில்லி லிட்டரும் தண்ணீர் கொள்ளும் எனப் பொதுவாகக் கூறலாம்.

ஒரு வகுப்பிலுள்ள மாணவர்கள், மாணவிகள் விகிதம் 3 : 5 எனக்கூறினால்?

சரியான எண்ணிக்கை 30-உம் 50 -உம் எனில்,10 மாணவர்கள் உள்ள 3 குழுக்களாக மாணவர்களையும் 5 குழுக்களாக மாணவிகளையும் காணலாம்.

சரியான எண்ணிக்கை 15 -உம் 25 -உம் எனில் 5 மாணவர்கள் வீதம் உள்ள 3 குழுக்களாக மாணவர்களையும் 5 குழுக்களாக மாணவிகளையும் காணலாம்.

எப்படியாயினும்ஒரே எண்ணிக்கையில் 3 குழுக்களாக மாணவர்களையும் 5 குழுக்களாக மாணவிகளையும் காணலாம்.

ஒரு குழுவில் மாணவர்களின் எண்ணிக்கை x என எடுத்துக் கொண்டால், மாணவர்களின் எண்ணிக்கை $3x$, மாணவிகளின் எண்ணிக்கை$5x$.

இந்த எடுத்துக்காட்டுகளிலிருந்து காணும் பொதுக் கருத்து என்ன?

தனிமங்களின் தொடர்பு

உயிர் நிலைநிற்கத் தேவையான காரணிகளில் முக்கியப் பங்கு வகிப்பது நீர். மனித உடலில் மிகக் கூடுதலாக அடங்கியுள்ள பொருளும் நீர்தான். இந்த நீரில் ஹைட்ரஜன், ஆக்சிஜன்என்ற தனிமங்கள் அடங்கியுள்ளன. இந்தத் தனிமங்கள் எந்த அளவில் நீரில் அடங்கியுள்ளன எனத் தெரியுமா?

ஒரு நீர் மூலக்கூறில் 2 ஹைட்ரஜன் அணுக்களும் 1 ஆக்சிஜன் அணுவும் உள்ளன. அதாவது வேதியியலில் நீரின் குறியீடு H_2O. ஆகும். அதாவது ஹைட்ரஜன், ஆக்சிஜன் இவற்றின் விகிதம் 2 : 1.

நாம் பயன்படுத்தும் சாதாரண உப்பில் அடங்கியுள்ள தனிமங்கள் சோடியமும் (Na) குளோரினும் (Cl) ஆகும். இவற்றின் அளவுகள் சமம். அதாவது இவற்றிற்கு இடையே உள்ள விகிதம் 1 : 1. சாதாரண உப்பின் குறியீடு NaCl ஆகும்.

இரண்டு அளவுகளின் விகிதம் $a : b$ எனில் முதல் அளவு ax -உம் இரண்டாவது அளவு bx -உம் ஆகும் விதத்தில் x என்ற ஓர் அளவு உண்டு.

இனி ஏழாம் வகுப்பில் செய்த ஒரு கணக்கைப் பார்க்கவும் (**விகிதம்** என்ற பாடப்பகுதியில் **பாகங்களின் கணக்கு**)

24 மீட்டர் சுற்றளவு உள்ள ஒரு செவ்வகத்தின் அகலமும் நீளமும் 3:5 என்ற விகிதத்திலாகும். அகலமும் நீளமும் எத்தனை மீட்டர்?

இதனை எப்படிச் செய்தோம்?

இயற்கணிதம் பயன்படுத்தி வேறொரு முறையிலும் கணக்கிடலாம்.அகலம் நீளம் என இவற்றின் விகிதம் 3 : 5 ஆனதால் அகலம் $3x$ மீட்டர், நீளம் $5x$மீட்டர் என எடுக்கலாம். x -ஐக் கண்டுபிடிக்க மீட்டர் கணக்கில் கூறப்பட்ட சுற்றளவினை உபயோகிக்கலாம்.

அகலமும் நீளமும் $3x$ மீட்டர், $5x$ மீட்டர் ஆனதால், சுற்றளவு,

$$2\,(3x + 5x) = 16x \text{ மீட்டர்}$$

இது 24 மீட்டர் எனக்கூறப்பட்டுள்ளது. எனவே $16x = 24$; அதிலிருந்து

$$x = \frac{24}{16} = \frac{3}{2}$$

இனி அகலமும் நீளமும் கண்டுபிடிக்கலாம் அல்லவா

$$\text{அகலம்} = 3 \times \frac{3}{2} \text{ மீட்டர்} = 4\frac{1}{2} \text{ மீட்டர்}$$

$$\text{நீளம்} = 5 \times \frac{3}{2} \text{ மீட்டர்} = 7\frac{1}{2} \text{ மீட்டர்}$$

வேறொரு கணக்கு:

ஒரு செவ்வகத்தின் அகலமும் நீளமும் 4 : 7 என்ற விகிதத்தில் உள்ளது. நீளம், அகலத்தை விட 15 மீட்டர் கூடுதலாகும் அகலமும் நீளமும் எத்தனை மீட்டர்?

தரப்பட்டுள்ள விகிதத்துக்கு ஏற்ப நீளமும் அகலமும் கூட்டியதன் $\frac{4}{11}$ பாகம் அகலம், நீளம் $\frac{7}{11}$ பாகம்.

எனவே நீளத்துக்கும் அகலத்துக்கும் உள்ள வித்தியாசம் அவற்றின் தொகையின் $\frac{7}{11} - \frac{4}{11} = \frac{3}{11}$ பாகமாகும். இந்த வித்தியாசம் 15 மீட்டர் எனத் தரப்பட்டுள்ளது அல்லவா. எனவே 15 -இன் $\frac{11}{3}$ மடங்குதான் நீளத்தினுடையவும் அகலத்தினுடையவும் தொகை. அதாவது,

$$15 \text{ மீட்டர்} \times \frac{11}{3} = 55 \text{ மீட்டர்}$$

இனி நீளமும் அகலமும் கணக்கிடலாம்:

$$\text{நீளம்} = 55 \times \frac{7}{11} = 35 \text{ மீட்டர்}$$

$$\text{அகலம்} = 35 - 15 = 20 \text{ மீட்டர்}$$

முதல்கணக்கில் உள்ளது போல் இயற்கணிதம் பயன்படுத்தியும் செய்யலாம்.

அகலம் $4x$, நீளம் $7x$ என்க

எனவே நீளம், அகலத்தை விட $7x - 4x = 3x$ மீட்டர் கூடுதலாகும். இது 15 மீட்டர் எனத் தரப்பட்டுள்ளது. எனவே $3x = 15$ என்றும் அதிலிருந்து $x = 5$ எனவும் கிடைக்கும் அல்லவா.

இனி அகலமும் நீளமும் கணக்கிடலாம்

$$\text{அகலம்} = 4 \times 5 \text{ மீட்டர்} = 20 \text{ மீட்டர்}$$

$$\text{நீளம்} = 7 \times 5 \text{ மீட்டர்} = 35 \text{ மீட்டர்}$$

இனிக்கும் விகிதம்

சர்க்கரையில் என்னென்ன தனிமங்கள் உள்ளன என அறிவீர்களா?

கார்பன், ஹைட்ரஜன், ஆக்சிஜன் என இவை ஒவ்வொன்றும் பல அளவுகளில் உள்ளன. 12 கார்பன் அணுவும் 22 ஹைட்ரஜன் அணுவும், 11 ஆக்சிஜன் அணுவும் அடங்கியதே சர்க்கரையின் ஒரு மூலக்கூறு. அதாவது சர்க்கரையில் கார்பன், ஹைட்ரஜன், ஆக்சிஜன் என்பவற்றின் விகிதம் 12 : 22 : 11. சர்க்கரை மூலக்கூறின் குறியீடு $C_{12}\ H_{22}\ O_{11}$. சர்க்கரையைச் சூடாக்கினால் என்ன நடக்கும்? காரணம் என்ன?

மேலும் ஒரு கணக்கு:

ஒரு செவ்வகத்தின் அகலமும் நீளமும் 4 : 5 என்ற விகிதத்திலாகும். அதன் பரப்பளவு 320 சதுரமீட்டர், அகலமும் நீளமும் எத்தனை மீட்டர்?

அகலம் $4x$ மீட்டர், நீளம் $5x$ மீட்டர் என எடுத்துக்கொண்டால் பரப்பளவு

$$4x \times 5x = 20x^2 \text{ சதுரமீட்டர்}$$

இது 320 சதுரமீட்டர் எனத் தரப்பட்டுள்ளதால்

$$20x^2 = 320$$

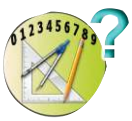
x^2 என்ற எண்ணின் 20 மடங்கு 320 என்றல்லவா இதன் பொருள்? எனவே இந்த எண் $320 \div 20 = 16$; அதாவது

$$x^2 = 16$$

வர்க்கம் 16 ஆகும் எண் 4 அல்லவா. ஆகவே $x = 4$

$$\text{அகலம் } 4 \times 4 \text{ மீட்டர்} = 16 \text{ மீட்டர்}$$

$$\text{நீளம் } 5 \times 4 \text{ மீட்டர்} = 20 \text{ மீட்டர்}$$



இக்கணக்கில் அகலம் 4 மீட்டர், நீளம் 5 மீட்டர் என எடுத்தால் பரப்பளவு 20 சதுரமீட்டர், கணக்கில் தரப்பட்டுள்ள பரப்பளவு இதன் 16 மடங்காகும். அப்படியானால் அகலம் 4 மீட்டரின் 16 மடங்கும், நீளம் 5 மீட்டரின் 16 மடங்கும் எனக் கணக்கிட்டால் சரியாக ஆகாதது ஏன்?

1) ஓர் ஒழுங்கு பலகோணத்தின் உட்கோணங்களுடையவும் வெளிக்கோணங்களுடையவும் அளவுகளின் விகிதம் 7 : 2 ஆகும். ஒவ்வொரு கோணமும் எவ்வளவு? இப் பல கோணத்திற்கு எத்தனை பக்கங்கள் உண்டு?

2) ஒரு வகுப்பிலுள்ள மாணவிகளினுடையவும், மாணவர்களினுடையவும் விகிதம் 7:5 ஆகும்.மாணவர்களின் எண்ணிக்கையைவிட 8 மாண விகள் கூடுதலாக உள்ளனர். வகுப்பிலுள்ள மாணவ மாணவிகளின் எண்ணிக்கை எவ்வளவு?

3) நீலம், மஞ்சள் நிற வண்ணங்களை 2 : 5 என்ற விகிதத்தில் சேர்த்து புதிய வண்ணம் உருவாக்கப்பட்டது. நீலநிறத்தை விட 6 லிட்டர் கூடுத லாக மஞ்சள் நிறம் தேவைப்பட்டது. ஒவ்வொன்றிலும் எத்தனை லிட்டர் எடுக்கப்பட்டது?

4) நான்கு செங்கோண முக்கோணங்கள்; அனைத்திலும் செங்குத்துப் பக்கங்களின் விகிதம் 3 : 4 ஆகும். ஒவ்வொரு முக்கோணத்தைக் குறித்தும் வேறொரு விபரமும் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. பக்கங்களின் நீளம் கணக்கிடுக.

i) செங்குத்துப் பக்கங்களின் நீளங்களுக்கு இடையே உள்ள வித்தியாசம் 24 மீட்டர்

ii) கர்ணம் 24 மீட்டர்

iii) சுற்றளவு 24 மீட்டர்

iv) பரப்பளவு 24 சதுரமீட்டர்

மாறும் தொடர்புகள்

ஒரு செவ்வகத்தின் நீளம் 6 சென்டிமீட்டர், அகலம் 4 சென்டிமீட்டர். எனவே நீளம் அகலத்தின் விகிதம் 3 : 2

நீளத்தில் 2 சென்டிமீட்டர் கூட்டி செவ்வகத்தைப் பெரிதாக்கினால்? நீளமும் அகலமும் 8 சென்டிமீட்டர், 4 சென்டிமீட்டர், விகிதம் 2 : 1

திருப்பி ஒரு வினா

> ஒரு செவ்வகத்தின் நீளமும் அகலமும் 3 : 2; என்ற விகிதத்தில் உள்ளது. நீளத்தில் 2 சென்டிமீட்டர் கூட்டி, செவ்வகத்தைப் பெரிதாக்கிய போது இந்த விகிதம் 5:3 ஆயிற்று. முதல் செவ்வகத்தின் நீளமும் அகலமும் எவ்வளவாக இருந்தது?

முதலாவது செவ்வகத்தின் நீளமும் அகலமும் 3 : 2 என்ற விகிதம் ஆனதால் சரியான நீளத்தையும் அகலத்தையும் $3x$ சென்டிமீட்டர், $2x$சென்டிமீட்டர் என எடுத்துக் கொள்ளலாம்.

நீளம் 2 சென்டிமீட்டர் கூட்டிய போது இவை, $3x + 2$ சென்டிமீட்டர், $2x$ சென்டிமீட்டர் என ஆயின. இவற்றின் விகிதம்5 : 3 எனத் தரப்பட்டுள்ளது. இதனைப் பயன்படுத்தி x என்ற எண் எது எனக் கண்டுபிடிக்க வேண்டும்.

இரு அளவுகளின் விகிதம் 5 : 3 என்றால் அவற்றில் பெரியதன் 3 மடங்கும், சிறியதன் 5 மடங்கும் சமமாகும் எனப் பொருள் உண்டு அல்லவா.

நமது கணக்கில் பெரிய நீளம் $3x + 2$ சென்டிமீட்டர். சிறிய நீளம் $2x$ சென்டிமீட்டர், எனவே இவற்றின் உறவு

$$3(3x + 2) = 5 \times 2x$$

இதனைச் சுருக்கமாக இவ்வாறு எழுதலாம்.

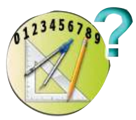
$$9x + 6 = 10x$$

இதிலிருந்து $x = 6$ என்று காணலாம் அல்லவா (எவ்வாறு?)

அங்குமிங்கும்

ஒரு செவ்வகத்தின் நீளமும் அகலமும் 33 சென்டிமீட்டர், 1 சென்டிமீட்டர். வேறொரு செவ் வகத்தின் நீளமும் அகலமும் 11 சென்டிமீட்டர், 6 சென்டிமீட்டர் இந்தச் செவ்வகங்களின் சுற்றளவு களுக்கு இடையே உள்ள விகி தம் என்ன? பரப்பளவுகளுக்கு இடையிலோ? இத்தகைய தொடர்புள்ள வேறு ஜோடி செவ்வகங்களைக் கண்டுபிடிக்கலாமா?

அதாவது முதலாவது செவ்வகத்தின் நீளம் 18 சென்டிமீட்டர், அகலம் 12 சென்டிமீட்டர்



ஒரு செவ்வகத்தின் நீளத்துக்கும் அகலத்துக்கும் உள்ள விகிதம் 3 : 2. நீளத்தை ஏதாவது அளவில் கூட்டி இவ்விகிதத்தை 4 : 3 என ஆக்கமுடியுமா? 5 : 3 என ஆக்கமுடியுமா?

வேறொரு வினா

விகிதமும் பரப்பளவும்

ஒரே சுற்றளவு உள்ள இரு செவ்வகங்களில் ஒன்றின் நீளம், அகலத்தின் விகிதம் 2 : 1. இரண்டாவதின் நீளம், அகலத்தின் விகிதம் 3 : 2. எதன் பரப்பளவு கூடுதலாக இருக்கும்?

சுற்றளவு சமமானதால் அகலத்தினுடையவும் நீளத்தினுடையவும் தொகை சமமாகும். இது s சென்டிமீட்டர் என எடுத்தால் முதல் செவ்வகத்தின் பக்கங்கள் $\frac{1}{3}s$, $\frac{2}{3}s$ சென்டிமீட்டர்

எனவே பரப்பளவு $\frac{2}{9}s^2$ ச. செ. மீ

இரண்டாவது செவ்வகத்தின் பரப்பளவோ?

$$\frac{2}{5}s \times \frac{3}{5}s = \frac{6}{25}s^2 \text{ ச. செ. மீ}$$

$\frac{2}{9}$, $\frac{6}{25}$ இவற்றில் பெரியது எது?

$$\frac{2}{9} < \frac{6}{25}.$$

ஆகவே இரண்டாவது செவ்வகத்திற்கே கூடுதல் பரப்பளவு

இனி இதே சுற்றளவும் பக்கங்களின் விகிதம் 1 : 3 -உம் ஆன செவ்வகத்தினுடையதோ? பரப்பளவு எதற்குக் கூடுதல்?

இந்தச் செவ்வகங்களின் நீளம், அகலத்திற்கு உள்ள வித்தியாசத்தைக் கண்டுபிடித்துப் பார்க்கவும். வித்தியாசத்திற்கும் பரப்பளவிற்கும் ஏதேனும் தொடர்பு உண்டா?

ஒரு செவ்வகத்தின் நீளத்துக்கும் அகலத்துக்கும் உள்ள விகிதம் 3 : 2. நீளத்தில் அதன் பாதியைக் கூட்டி செவ்வகம் பெரிதாக்கப்படுகிறது. பெரிய செவ்வகத்தின் நீளம், அகலங்களுக்கு இடையே உள்ள விகிதம் என்ன?

முதல் செவ்வகத்தில், நீளத்தின் $\frac{2}{3}$ பாகம் அகலம் ஆகும். நீளத்துடன் அதன் பாதியைக் கூட்டினால் நீளம் இப்போதுள்ளதின் $1\frac{1}{2}$ மடங்காகும். அப்படியானால் வினா $\frac{2}{3}$ -இன் எத்தனை மடங்கு $1\frac{1}{2}$ என்றாகும்

$$1\frac{1}{2} \div \frac{2}{3} = \frac{3}{2} \times \frac{3}{2}$$

$$= \frac{9}{4}$$

அதாவது, புதிய செவ்வகத்தில் அகலத்தின் $\frac{9}{4}$ மடங்கே நீளம், அதனால் நீளத்துக்கும் அகலத்துக்கும் இடையே உள்ள விகிதம் 9 : 4.

இயற்கணிதம் பயன்படுத்தியும் இக்கணக்கைச் செய்யலாம். முதல் செவ்வகத்தின் நீளமும் அகலமும் $3x$ சென்டிமீட்டர், $2x$ சென்டிமீட்டர் என எடுத்துக் கொள்ளலாம். எனவே நீளத்தின் பாதி $1\frac{1}{2}x$ சென்டிமீட்டர். இதைக் கூட்டும் போது நீளம் $4\frac{1}{2}x$ சென்டிமீட்டர் அகலம் $2x$ சென்டிமீட்டர் ஆகும்.

இவற்றிற்கு இடையே உள்ள விகிதம் $4\frac{1}{2} : 2$ எனக்கூறலாம், எண்ணல் எண்ணாகக் கூறினால் 9 : 4.

1) ஒரு திரவத்தில் அமிலமும் நீரும் 4 : 3 என்ற விகிதத்தில் உள்ளது. இதனுடன் 10 லிட்டர் அமிலம் கூடுதலாகச் சேர்ந்த போது, இது 3 : 1 என்ற விகிதத்தில் ஆயிற்று. இப்போது எத்தனை லிட்டர் அமிலமும் நீரும் உண்டு?

2) இரு கோணங்களின் விகிதம் 1 : 2 ஆகும். சிறிய கோணத்தை 6° கூட்டி பெரிய கோணத்தை 6° குறைத்த போது அதன் விகிதம் 2 : 3 ஆகும். முதல் கோணங்களுக்கு எத்தனை டிகிரி?

3) ஒரு செவ்வகத்தின் இரு பக்கங்களின் விகிதம் 4 : 5 ஆகும்.

   i) சிறிய பக்கத்தின் எத்தனை பாகம் கூட்டி அதனைச் சதுரமாக்கலாம்?

   ii) பெரிய பக்கத்தின் எத்தனை பாகம் குறைத்து அதனைச் சதுரமாக்கலாம்?

4) இரு அளவுகளின் விகிதம் 3 : 5 ஆகும்.

   i) சிறிய அளவை மட்டும் நான்கு மடங்கு ஆக்கினால் விகிதம் என்னவாகும்?

   ii) சிறிய அளவை இரண்டு மடங்கு ஆக்கி பெரிய அளவைப் பாதியாக ஆக்கினால் விகிதம் என்ன வாகும்?

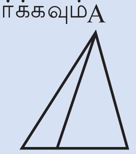
5) i) இரண்டு புட்டிகளின் உள்ளளவுகளின் விகிதம் 3:4 ஆகும். சிறிய புட்டியில் இரண்டு தடவையும் பெரிய புட்டியில் ஒரு தடவையும் தண்ணீர் நிறைத்து ஒரு பாத்திரத்தில் ஊற்றப்பட்டது. சிறிய புட்டியில் இரு தடவை நிறைத்தும் பெரிய புட்டியில் பாதி நிறைத்தும் மற்றொரு பாத்திரத்தில் ஊற்றப்பட்டது. பாத்திரங்களிலுள்ள தண்ணீரின் அளவுகளின் விகிதம் என்ன?

   ii) மேலே உள்ள கணக்கில் புட்டிகளின் அளவுகளின் விகிதம் 4 : 7 எனில்?

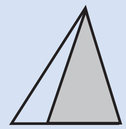
6) ஒரு செவ்வகத்தின் அகலமும் நீளமும் 2 : 3 என்ற விகிதத்தில் உள்ளது. இதை விட அகலம் 1 சென்டி மீட்டரும் நீளம் 3 சென்டிமீட்டரும் குறைவான வேறொரு செவ்வகத்தின் விகிதம் 3 : 4 ஆகும். இரு செவ்வகங்களின் அகலமும் நீளமும் கணக்கிடுக.

பரப்பளவுகளின் தொடர்பு

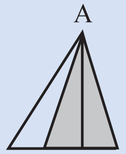
படத்தைப் பார்க்கவும்



இதில் ABD, ACD என்ற முக்கோணங்களின் பரப்பளவுகளின் இடையிலான விகிதம் என்ன?



A -யிலிருந்து BC -க்குச் செங்குத்துக் கோடு வரைக.



இந்தச் செங்குத்துக் கோட்டின் நீளம் h எனில்

ΔABD -இன் பரப்பளவு

$$\frac{1}{2}\ h \times BD$$

ΔACD -இன் பரப்பளவு

$$\frac{1}{2}\ h \times CD$$

எனவே

$$\frac{\Delta ABD \text{ -இன் பரப்பளவு}}{\Delta ACD \text{ -இன் பரப்பளவு}} = \frac{BD}{CD}$$

அதாவது இந்தப் பரப்பளவுகளின் விகிதம் BD, CD என்ற நீளங்களின் விகிதம் தான்.

அப்படியானால் ஒரு முக்கோணத்தை ஒரே பரப்பளவு உள்ள இரண்டு முக்கோணங்களாகப் பிரிப்பது எவ்வாறு?

ஒரு பாகத்தின் பரப்பளவு இரண்டாவது பாகத்தின் பரப்பளவின் இரு மடங்காக ஆக்க வேண்டுமெனில்?

மூன்றளவுகள்

இந்தப் படத்தைப் பாருங்கள்

AB என்ற கோடு 11 சமப் பாகங்கள் ஆக்கப்பட்டிருக்கிறது. இதில்

2 பாகங்கள் சேர்ந்தது, AP

5 பாகங்கள் சேர்ந்தது, PQ

4 பாகங்கள் சேர்ந்தது QB

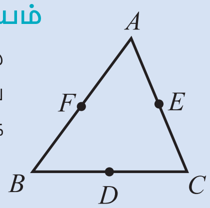
இந்தத் துண்டுகளுக்கு இடையே உள்ள தொடர்புகளைப் பாகமும் மடங்குமாக எவ்வாறெல்லாம் கூறமுடியும்?

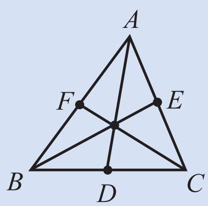
- AP, PQ, QB இவற்றுடன் AB -க்கு உள்ள தொடர்பு
  - AB -இன் $\frac{2}{11}$ பாகம் AP
  - AB -இன் $\frac{5}{11}$ பாகம் PQ
  - AB -இன் $\frac{4}{11}$ பாகம் QB
- AP, PQ, QB இவற்றினை ஜோடிகளாக எடுத்தால் உள்ள தொடர்பு
  - AP -இன் $\frac{5}{2}$ மடங்கு PQ; PQ -இன் $\frac{2}{5}$ பாகம் AP
  - PQ -இன் $\frac{4}{5}$ பாகம் QB; QB -இன் $\frac{5}{4}$ மடங்கு PQ
  - QB -இன் $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ பாகம் AP, AP -இன் $\frac{4}{2} = 2$ மடங்கு QB
- AP, PQ, QB இவற்றிற்கு 2, 5, 4 என்ற எண்களுடன் உள்ள தொடர்பு
  - AP -இன் 5 மடங்கும், PQ -இன் 2 மடங்கும் சமமாகும். PQ -இன் 4 மடங்கும், QB -இன் 5 மடங்கும் சமமாகும்.

    AP -இன் 2 மடங்கு QB -க்குச் சமமாகும்.
  - AP -இன் $\frac{1}{2}$ பாகமும் PQ -இன் $\frac{1}{5}$ பாகமும் QB-இன் $\frac{1}{4}$ பாகமும் சமமாகும். இந்த நீளத்தின் 2 மடங்கு AP, 5 மடங்கு PQ, 4 மடங்கு QB

நடுக்கோட்டு மையம்

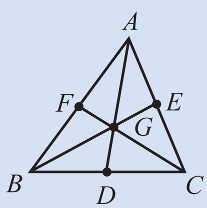
ஒரு முக்கோணம் வரைந்து, அதன் பக்கங்களின் நடுப்புள்ளிகளைக் குறிக்கவும்.





இனி இந்த நடுப்புள்ளிகள் ஒவ்வொன்றினையும் எதிர் உச்சிகளுடன் இணைக்கவும்:

இக்கோடுகளை முக்கோணத்தின் மையக்கோடுகள் (medians) என்று கூறுகிறோம். இம்மூன்று மையக்கோடுகளும் முக்கோணத்தினுள் ஒரு புள்ளி வழியே கடந்து செல்கின்றன அல்லவா?



இப்புள்ளியை முக்கோணத்தின் நடுக்கோட்டு மையம் (centroid) எனக் கூறுகிறோம்

இப்புள்ளி மையக்கோடுகளை 2 : 1 என்ற விகிதத்தில் பிரிக்கிறது. அதாவது நமது படத்தில்

$$\frac{AG}{GD} = \frac{BG}{GE} = \frac{CG}{GF} = 2$$

இப்புள்ளிக்கு வேறொரு சிறப்பும் உண்டு. இது போன்ற ஒரு படத்தைக் கட்டி அட்டையில் வரைந்து வெட்டி எடுக்கவும். இப்புள்ளியில் பென்சில் முனை வைத்து சாயாது சரியாது முக்கோணத்தை நிறுத்த முடியும்.

அதாவது முக்கோணத்தின் நடுக்கோட்டு மையம் அதன் புவியீர்ப்பு மையம் (centre of gravity) ஆகும்.

இரண்டளவுகளில் உள்ளவை போன்று இங்கும் இவற்றை யெல்லாம் சேர்த்து, AP, PQ, QB இவற்றின் விகிதம் $2:5:4$ என்று கூறலாம்.

எனவே ஏதேனும் மூன்று அளவுகளின் விகிதம் $3:4:2$ எனக் கூறினால் ஏதோ ஓர் அளவின் 2 மடங்குதான் இவற்றின் மிகச்சிறிய அளவு; 4 மடங்கு மிகப்பெரிய அளவு, 3 மடங்கு இடைப்பட்ட அளவு எனப் புரிந்து கொள்ளலாம்.

இயற்கணித மொழியில் கூறினால்,

மூன்று அளவுகளின் விகிதம் $a:b:c$ எனில் முதலாவது அளவு ax -உம் இரண்டாவது அளவு bx-உம் மூன்றாவது அளவு cx -உம் ஆகின்ற x என்ற ஓர் அளவு உண்டு.

இக்கணக்கைப் பாருங்கள்:

ஒரு முக்கோணத்தின் பக்கங்களின் விகிதம் $3:5:7$ ஆகும்.அதன் சுற்றளவு 45 செ.மீ. பக்கங்களின் நீளம் என்ன?

செங்கோண முக்கோணங்கள்

3 சென்டிமீட்டர், 4 சென்டிமீட்டர் 5 சென்டி மீட்டர் பக்கங்கள் உள்ள முக்கோணத்தின் சிறப்புத்தன்மை என்ன?

$3^2 + 4^2 = 5^2$ ஆனதால் இது ஒரு செங்கோண முக்கோணமாகும்.

பக்கங்களின் நீளங்கள் அனைத்தையும் இரு மடங்கு ஆக்கினால்?

அப்போது கிடைக்கும் முக்கோணமும் செங் கோண முக்கோணம் தான்?

$6^2 + 8^2 = 10^2$ என்பது சரியாகும், அதாவது பக் கங்கள் இரு மடங்கானால் கிடைக்கும் முக் கோணமும் செங்கோண முக்கோணம் தான்.

பக்கங்களின் நீளங்கள் x மடங்கு என ஆக்கி னால்?

$(3x)^2 + (4x)^2 = 9x^2 + 16x^2 = 25x^2 = (5x)^2$

அதாவது, $3x$, $4x$, $5x$ பக்கங்கள் உள்ள முக்கோணமும் செங்கோண முக்கோணமாகும்.

சுருங்கக் கூறினால் பக்கங்களின் நீளம் $3:4:5$ ஆன எல்லா முக்கோணங்களும் செங் கோண முக்கோணங்களாகும்.

பக்கங்களின் நீளம் $5:12:13$ ஆன முக் கோணங்கள் செங்கோண முக்கோணமாகுமா?

அளவுகளின் விகிதம் $3:5:7$ என்பதன் பொருள்,இந்த அளவுகள் அவற்றின் தொகையின் $\frac{3}{15}, \frac{5}{15}, \frac{7}{15}$ பாகம் என்பதாகும்.இக்கணக்கில் நீளங்களின் தொகை சுற்றளவாகும். அதாவது 45 செ.மீ. அப்படியானால் பக்கங்களின் நீளங்கள்,

$$45 \text{ செ.மீ} \times \frac{3}{15} = 9 \text{ செ.மீ}$$

$$45 \text{ செ.மீ} \times \frac{5}{15} = 15 \text{ செ.மீ}$$

$$45 \text{ செ.மீ} \times \frac{7}{15} = 21 \text{செ.மீ}$$

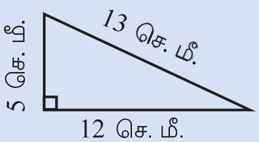
எப்படிக் கண்டுபிடிக்கலாம்

இயற்கணிதம் பயன்படுத்தியும் செய்யலாம். பக்கங்களின் நீளம் $3x$ செ.மீ, $5x$ செ.மீ, $7x$ செ.மீ என எடுக்கலாம்.

ஆகவே சுற்றளவு $15x$ செ.மீ.

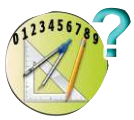
முக்கோணங்களின் கூட்டமைப்பு

ஒரு முக்கோணத்தின் பக்கங்களின் நீளங்கள் 5 செமீ, 12 செ.மீ, 13 செமீ ஆகும். இது ஒரு செங்கோண முக்கோணம் அல்லவா?.



பக்கங்களின் விகிதம் 3 : 4 : 5 ஆன ஏதேனும் ஒரு முக்கோணத்தை இம்முக்கோணத்தோடு சேர்த்து வைத்து ஒரு பெரிய முக்கோணம் உருவாக்க முடியுமா? இவ்வாறான எத்தனை முக்கோணங்கள் உள்ளன? அவற்றின் பக்கங்களின் நீளம் எவையெல்லாம்?

சுற்றளவு 45 செ.மீ எனத்தரப்பட்டுள்ளது. ஆகவே $15x = 45$ எனவும், $x = 3$ எனவும் காணலாம். அதாவது பக்கங்களின் நீளம் $3 \times 3 = 9$ சென்டிமீட்டர், $5 \times 3 = 15$ சென்டிமீட்டர் $7 \times 3 = 21$ சென்டிமீட்டர்



ஏதேனும் முக்கோணத்தின் பக்கங்களின் விகிதம் 3 : 5 : 8 என ஆகுமா?

வேறொரு கணக்கைப் பார்க்கலாம்

ABC என்ற முக்கோணத்தில் AB, BC இவற்றின் விகிதம் 2 : 3 -உம் BC, CA இவற்றின் விகிதம் 4 : 5 -உம் ஆகும். மூன்று பக்கங்களுக்கு இடையே உள்ள விகிதம் என்ன?

AB, BC இவற்றிற்கு இடையிலான விகிதம் 2:3 என்பதன் பொருள் AB -இன் நீளம் BC -இன் $\frac{2}{3}$ பாகம் ஆகும்.

BC, CA இவற்றின் விகிதம் 4:5 என்பதன் பொருள், CA -இன் நீளம் BC -இன் $\frac{5}{4}$ மடங்கு என்பதாகும்.

காங்கிரீட் கலவை

காங்கிரீட் கலவை தயார் செய்ய ஒரு மூடை சிமெண்டுக்கு இரண்டு மூடை மணல் என்ற கணக்கிலும், ஒரு மூடை மணலுக்கு இரண்டு மூடை சல்லி என்ற கணக்கிலும் எடுக்க வேண்டும், ஒரு மூடை சிமெண்டுக்கு எத்தனை மூடை சல்லி வேண்டும்? இரண்டு மூடை மணலுக்கு நான்கு மூடை சல்லி வேண்டும் அல்லவா.அதாவது ஒரு மூடை சிமிண்டுக்கு இரண்டு மூடை மணலும் நான்கு மூடை சல்லியும் வேண்டும்.

இதை இவ்வாறு கூறலாம்

சிமெண்டும் மணலுக்கும், மணலும் சல்லிக்கும் இடையிலான விகிதம் 1:2 . இரண்டாவது விகிதத்தினை 2:4 என மாற்றி எழுதினால் சிமெண்டும் மணலும் சல்லியும் 1:2: 4 என்ற விகிதத்தில் உள்ளன என எளிதாகக் கண்டுபிடிக்கலாம்

அப்போது BC -இன் நீளம் கொண்டு அளந்தால் AB -இன் நீளம் $\frac{2}{3}$, BC -இன் நீளம் 1, CA -இன் நீளம் $\frac{5}{4}$.

இனி BC -இன் $\frac{1}{12}$ பாகத்தால் அளந்தாலோ? எல்லா நீளங்களும் 12 மடங்காகும்

அதாவது AB -இன் நீளம் $\frac{2}{3} \times 12 = 8$, BC -இன் நீளம் 12.

CA -இன் நீளம் $\frac{5}{4} \times 12 = 15$.

நீளங்களின் விகிதம் 8 : 12 : 15

இதனை இயற்கணிதம் பயன்படுத்திச் செய்யலாம்.

ஒரு நீளத்தின் 2 மடங்கு AB -உம் 3 மடங்கு BC -உம் ஆகும் என்பது முதலாவது குறிப்பிட்ட விகிதத்தின் பொருள், இரண்டாவது குறிப்பிட்ட விகிதத்தின் பொருளோ?

ஒரு நீளத்தின் 4 மடங்கு BC -உம் 5 மடங்கு CA -உம் ஆகும். இவ்விரண்டு சிறிய நீளங்களால் அளக்கும் போது BC -இன் நீளம் வித்தியாசமானதால் இந்த நீளங்களும் வித்தியாசமாகும். இவற்றை x செமீ , y செ.மீ என எடுத்துக்கொண்டால்

$AB = 2x$ செ.மீ, $BC = 3x$ செ.மீ

$BC = 4y$ செ.மீ, $CA = 5y$ செ.மீ

$3x$, $4y$ என்றிவ்வாறு இரண்டு விதத்தில் எழுதியதும் BC -இன் நீளமே ஆனதால், $3x = 4y$

$$y = \frac{3}{4}x$$

எனவே

$$CA = 5y \text{ செ.மீ} = 5 \times \frac{3}{4}x \text{ செ.மீ.} = \frac{15}{4}x \text{ செ.மீ.}$$

மேலும்

$$AB = 2x \text{ செ.மீ}$$

$$BC = 3x \text{ செ.மீ}$$

$$CA = \frac{15}{4}x \text{ செ.மீ}$$

எனக் கணக்கிடலாம் இவற்றின் விகிதம் $2 : 3 : \frac{15}{4}$.

எண்ணல் எண்களை மட்டுமே பயன்படுத்தி இதனை $8 : 12 : 15$ என எழுதலாம்.

மற்றொரு சிந்தனை

AB, BC இவற்றின் விகிதம் $2 : 3$ என்பதன் பொருள், BC -இன் $\frac{2}{3}$ பாகம் AB என்பது அல்லவா. BC, CA இவற்றின் விகிதம் $4 : 5$ என்பதன் பொருள், BC -இன் $\frac{5}{4}$ மடங்கு CA என்பதே

வேறொரு முறையில் கூறலாம். BC -இன் $\frac{1}{3}$ பாகம் கொண்டு அளந்தால் AB -இன் நீளம் 2; BC -இன் $\frac{1}{4}$ பாகம் கொண்டு அளந்தால் CA -இன் நீளம் 5. அப்படியானால் BC -இன் $\frac{1}{12}$ பாகம் கொண்டு அளந்தாலோ? AB -இன் நீளம் 8; CA -இன் நீளம் 15, BC -இன் நீளம் 12. அதாவது, AB, BC, CA இவற்றின் விகிதம் $8 : 12 : 15$.

1) ஜோணி 50000 ரூபாயும், ஜலீல் 40000 ரூபாயும் ஜெயன் 20000 ரூபாயும் முதலீடு செய்து ஒரு கூட்டுத் தொழில் தொடங்கினர். ஒரு மாதத்திற்குப் பின்னர் கிடைத்த இலாபம் 3300 ரூபாய். இதை முதலீட்டின் விகிதத்தில் பங்கிட்டனர். ஒவ்வொருவருக்கும் எவ்வளவு ரூபாய் கிடைத்தது?

2) மூன்று தண்ணீர்த்தொட்டிகளின் உள்ளளவுகளின் விகிதம் $2 : 3 : 5$ ஆகும். மிகச் சிறியதில் 2500 லிட்டர் தண்ணீர் நிறைக்கலாம், மற்ற இரண்டிலும் எத்தனை லிட்டர் வீதம் தண்ணீர் நிறைக்கலாம்?

3) ஒரு முக்கோணத்தின் கோணங்கள் $1 : 3 : 5$ என்ற விகிதத்தில் உள்ளன. ஒவ்வொரு கோணமும் எவ்வளவு?

4) ஒரு முக்கோணத்தின் வெளிக்கோணங்கள் $5 : 6 : 7$ என்ற விகிதத்தில் உள்ளன. இக்கோணங்களின் அளவுகள் என்ன?

கோணங்களின் விகிதம்

ஒரு முக்கோணத்தின் கோணங்களின் விகிதம் 1 :2:3. கோணங்கள் எவை? விகிதம்2: 3 : 5 எனில்? 5 : 7 : 12 எனில்? இம்முக்கோணங்களுக்குப் பொதுவாக ஏதேனும் சிறப்புகள் உண்டா? விகிதத்தின் எண்களுக்கோ?

5) ஒரு முக்கோணத்தின் பக்கங்களின் விகிதம் 2 : 3 : 4; மிகப் பெரிய பக்கம் மிகச் சிறிய பக்கத்தைவிட 20 சென்டிமீட்டர் கூடுதலாகும். ஒவ்வொரு பக்கத்தின் நீளம் கண்டுபிடிக்கவும்.

6) ஒரு பெட்டியில் மூன்று நிறங்களில் முத்துக்கள் உள்ளன. கறுத்த முத்துக்களினுடையவும் வெள்ளை முத்துக்களினுடையவும் எண்ணிக்கையின் விகிதம், 3 : 5; வெள்ளை முத்துக்களினுடையவும் சிவந்த முத்துக்களினுடையவும் எண்ணிக்கையின் விகிதம், 2 : 3. மூன்று நிறங்களிலும் உள்ள முத்துக்களின் எண்ணிக்கையின் விகிதம் என்ன?

7) ஒரு செவ்வகக் கட்டையின் அகலமும் நீளமும், உயரமும் 3:2:5; என்ற விகிதத்தில் உள்ளது. அதன் கனஅளவு 3750 கன சென்டிமீட்டர். நீளமும், அகலமும் உயரமும் கணக்கிடுக.

மீள் பார்வை

கற்றல் அடைவுகள்	என்னால் இயலும்	ஆசிரியர் உதவியுடன் இயலும்	இனியும் மேம்பட வேண்டும்
• இரண்டு அளவுகளுக்கு இடையிலான விகிதத்தினைப் பாகங்களாகவும் மடங்குகளாகவும் விளக்குதல்.			
• இரண்டு அளவுகளுக்கு இடையிலான விகிதத்தினையும், அதில் ஓர் அளவையும் பயன்படுத்தி இரண்டாவது அளவினைக் கணக்கிடுதல்.			
• இரு அளவுகளின் விகிதமும், அவற்றிற்கிடையே உள்ள வேறு ஏதேனும் தொடர்பும் தரப்பட்டால் ஒவ்வொரு அளவினையும் கணக்கிடும் முறை விளக்குதல்.			
• மூன்று அளவுகளின் விகிதத்தினைப் பல முறைகளில் விளக்குதல்.			
• மூன்று அளவுகளில் இரண்டு வீதமுள்ள விகிதத்தினைப் பயன்படுத்தி மூன்று அளவுகளின் விகிதத்தினைக் கண்டுபிடிக்கும் வழிமுறைகளை விளக்குதல்.			
• மூன்று அளவுகளின் விகிதமும், ஏதேனும் இரண்டின் இடையிலான வேறு ஏதேனும் தொடர்பும் கிடைத்தால் ஒவ்வொரு அளவையும் கண்டடைதல்.			

8

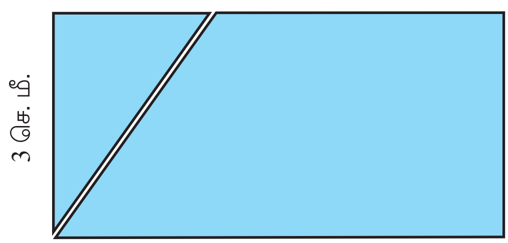
நாற்கரத்தின் பரப்பளவு

ஒரே பரப்பளவு

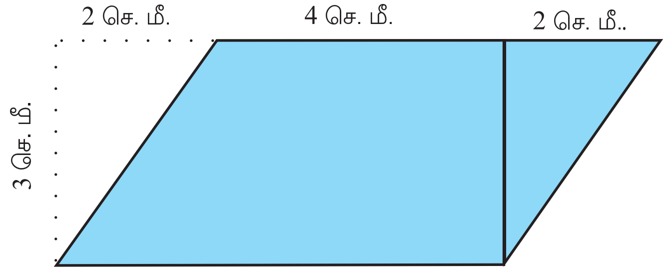
இந்தச் செவ்வகத்தைப் பார்க்கவும்

இதன் பரப்பளவு என்ன?

இனி இந்தச் செவ்வகத்தைக் கட்டிஅட்டையில் வெட்டி எடுக்கவும். கீழே காண்பது போல இடப்பக்கத்திலிருந்து ஒரு முக்கோணத்தை வெட்டி மாற்றவும்.



இந்த முக்கோணத்தை வலப்பக்கத்தில் சேர்த்து வைத்தாலோ?



இப்போது ஓர் இணைகரம் உருவாயிற்று (இது இணைகரம்தான் என நிறுவலாமா?)

இந்த இணைகரத்தின் பரப்பளவு என்ன?

செவ்வகத்திலிருந்து ஒன்றும் வெட்டி நீக்கவில்லையே, மாற்றிவைத்தது மட்டும்தானே?

ஆகவே இணைகரத்தின் பரப்பளவும் 18 சதுர சென்டிமீட்டர் ஆகும்.

மேல்பக்கமாக 2 சென்டிமீட்டர் எடுத்து வெட்டுவதற்குப் பதிலாக, 1 செ.மீ ஆனாலோ?

பரப்பளவு மாறியதா?

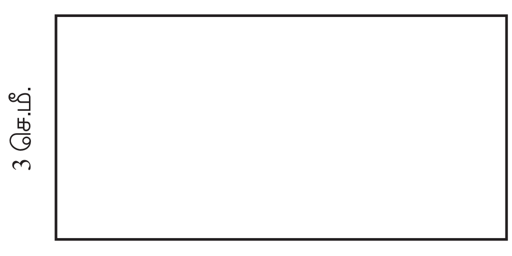
3 சென்டிமீட்டர் வெட்டி மாற்றினாலோ?

இவ்வாறு வரையப்படும் எல்லா இணைகரங்களின் பரப்பளவும் 18 சதுர சென்டிமீட்டரே. ஒரு பக்கம் 6 சென்டிமீட்டர், மற்ற பக்கம் வேறுபட்டது ஆகும்.

அப்படியானால் ஒரு வினா:

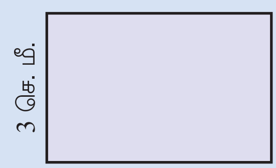
> பக்கங்களின் நீளம் 6 சென்டிமீட்டரும், 4 சென்டிமீட்டரும், பரப்பளவு 18 சதுர சென்டிமீட்டருமான இணைகரம் வரையலாமா?

முதலில் முன்னர் கண்ட செவ்வகத்தை வரையலாம்:

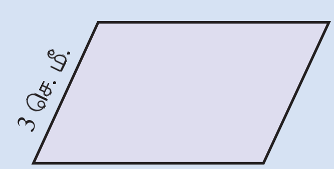


மாறும் பரப்பளவு

5 சென்டிமீட்டர் நீளமும் 3 சென்டிமீட்டர் அகலமும் உள்ள ஒரு செவ்வகம் வரைக.



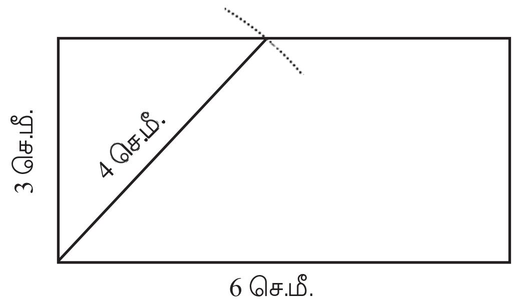
இனி பக்கங்களைச் சிறிது சாய்த்து ஓர் இணைகரம் வரைக.



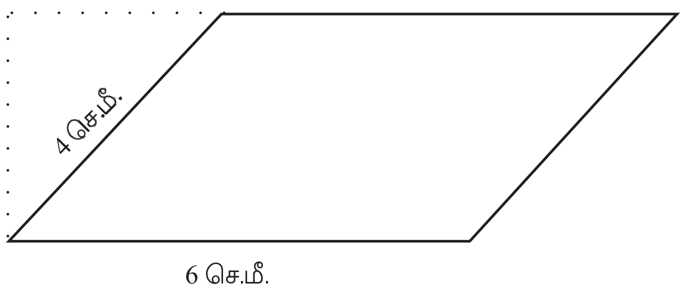
பரப்பளவு கூடியதா? குறைந்ததா?

நமக்குத் தேவையான இணைகரத்தின் இரண்டாவது பக்கம் 4 சென்டிமீட்டராகும். அதற்குக் கீழ்முனையிலிருந்து 4 சென்டிமீட்டர் ஆரத்தில் ஒரு வட்டப்பகுதி

வரைந்து மேல் பக்கத்தை வெட்டிக் கடக்கும் இடத்தை அடையாளப்படுத்தவும், இந்தஇடத்தையும் கீழ்முனையையும் சேர்த்து ஒரு கோடு வரைக.



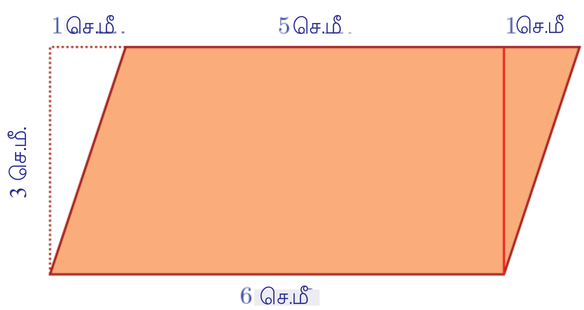
இனி, கீழ்ப்பக்கத்தின் மற்ற முனையிலிருந்து இக்கோட்டிற்கு இணையான கோடு வரைந்து, மேல் பக்கத்தை நீட்டிச் சேர்த்தால் போதும்

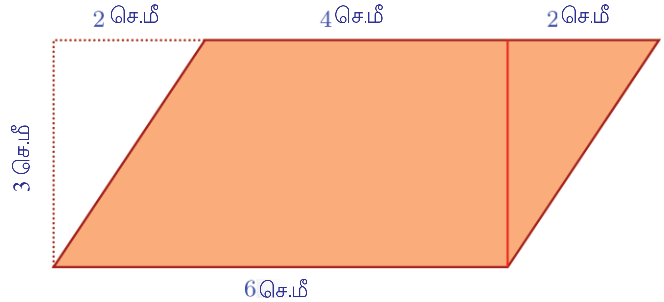


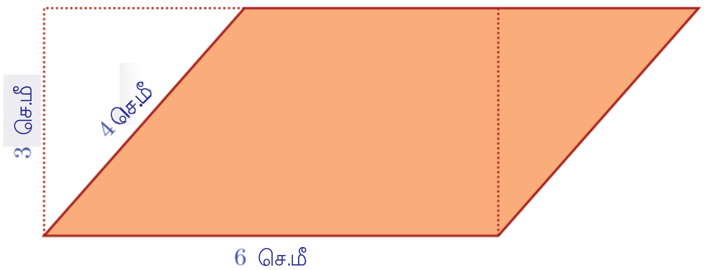
இதுபோன்று, பக்கங்களின் நீளம் 6 சென்டிமீட்டரும் பரப்பளவு 18 சதுர சென்டிமீட்டரும் ஆன சாய்வுசதுரம் வரைக.

இணைகரங்கள்

ஒரு பக்கம் 6 சென்டிமீட்டரும், பரப்பளவு 18 சதுர சென்டிமீட்டரும் ஆன பல இணைகரங்கள் வரைவோமா?





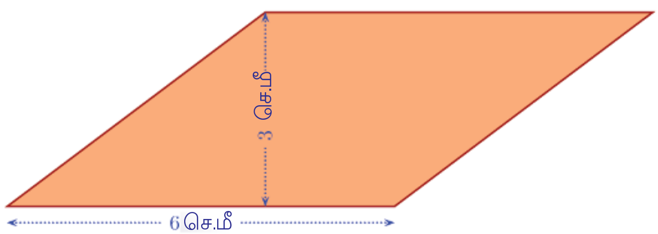


இவற்றிலெல்லாம் இரண்டாவது பக்கம் வித்தியாசமாகும். ஆனால் மாறாத வேறொரு அளவு உண்டு

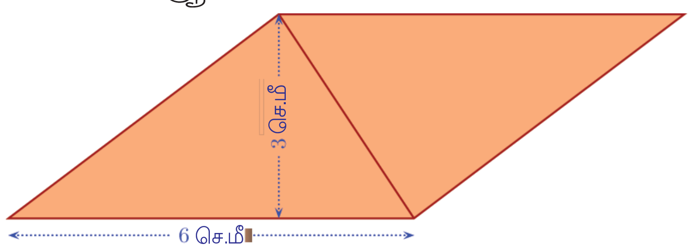
எல்லாவற்றிலும் கீழேயும் மேலேயும் உள்ள பக்கங்களுக்கு இடையே உள்ள அகலம் 3 சென்டிமீட்டர் அல்லவா?

அப்படியானால் ஒரு ஜோடி இணைபக்கங்களின் நீளம் 6 சென் டிமீட்டரும் அவற்றிற்கு இடையேயுள்ள தூரம் 3 சென்டிமீட் டரும் ஆன எல்லா இணைகரங்களின் பரப்பளவு 18 சதுர சென்டிமீட்டர் தானா?

இந்தப் படத்தைப் பாருங்கள்.



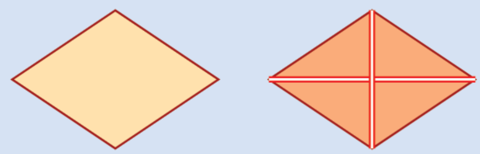
ஒரு மூலைவிட்டம் வரைந்து இதை இரண்டு சமமான முக் கோணங்கள் ஆக்கலாம்.



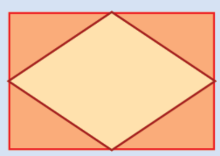
கீழே உள்ள முக்கோணத்தின் பரப்பளவு என்ன?

இருமடங்கு பரப்பளவு

ஒரே போலுள்ள இரு சாய்வு சதுரங்களை வெட்டி எடுத்து ஒன்றை மூலை விட்டம் வழி யாக வெட்டி எடுக்கவும்.



இவ்வாறு கிடைக்கும் நான்கு முக்கோணங் களை வெட்டாத சாய்வு சதுரத்தின் சுற்றிலும் கீழ்க்காணுமாறு வைக்கவும்.



இப்போது கிடைத்த செவ்வகத்தின் பரப்பளவுக்கும் ஒரு சாய்வு சதுரத்தின் பரப்பளவிற்கும் உள்ள தொடர்பு என்ன?

இந்தச் செவ்வகத்தின் பக்கங்களின் நீளம் என்ன?

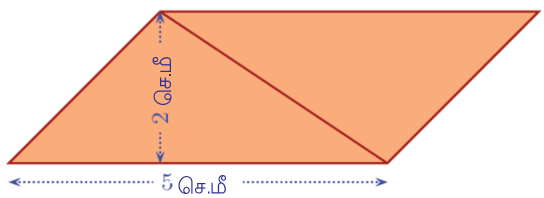
ஒரு பக்கத்தின் நீளம் 6 சென்டிமீட்டரும் எதிர் முனையிலிருந்துள்ள தூரம் 3 சென்டிமீட்டரும் ஆனதால், பரப்பளவு $\frac{1}{2} \times 6 \times 3 = 9$ சதுர சென்டிமீட்டர்.

மற்ற முக்கோணத்திற்கும் இதே பரப்பளவு அல்லவா. (ஏன்?)

எனவே இணைகரத்தின் பரப்பளவு 18 சதுர சென்டிமீட்டர்.

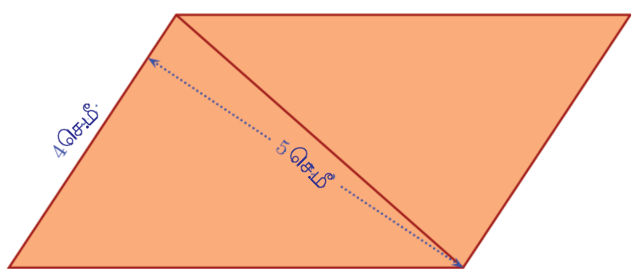
இதுபோன்று கீழே வரையப்பட்டுள்ள இணைகரத்தின் பரப்பளவு எவ்வளவு?

முன்னர் செய்தது போன்று மூலைவிட்டம் வரைந்து இரண்டு முக்கோணங்கள் ஆக்கலாம்:



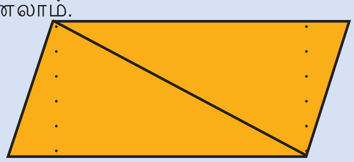
5 , 2 என்பவற்றின் பெருக்கல் தொகையின் பாதிதான் ஒவ்வொரு முக்கோணத்தினுடையவும் பரப்பளவு, எனவே இணைகரத்தின் பரப்பளவு இதன் பெருக்கல் தொகையாகும், அதாவது, $5 \times 2 = 10$ சதுர சென்டிமீட்டர்.

அளவுகள் இப்படி ஆனாலோ?

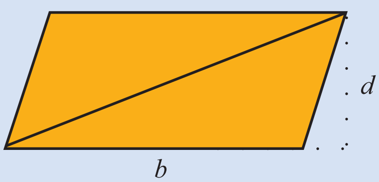


பெரிய மூலைவிட்டம்

இணைகரத்தின் சிறிய மூலைவிட்டம் வரைந்து இரண்டு சம முக்கோணங்களாக்கி பரப்பளவு கண்டுபிடித்தது போன்று, இரண்டாவது மூலைவிட்டம் வரைந்தும் பரப்பளவு காணலாம்.



இந்தப் பெரிய மூலைவிட்டம் வரைந்தாலும் இரண்டு சர்வசம முக்கோணங்கள் கிடைக்கும். கீழே உள்ள முக்கோணத்தின் பரப்பளவு காண மேலேயுள்ள வலது உச்சியிலிருந்து கீழே கோட்டினை நீட்டி வரைந்ததற்குச் செங்குத்து வரைந்தால் போதுமானது.



அதாவது, ஒரு முக்கோணத்தின் பரப்பளவு, $\frac{1}{2}bd$

இணைகரத்தின் பரப்பளவு

$$2 \times \frac{1}{2}\, bd = bd$$

இரண்டு முக்கோணங்களுடைய ஒரு பக்கம் 4 சென்டிமீட்டர், எதிர் முனையிலிருந்துள்ள தூரம் 5 சென்டிமீட்டர், ஒவ்வொன்றின் பரப்பளவும், 4×5 என்பதன் பாதி, இணைகரத்தின் பரப்பளவு $4 \times 5 = 20$ சதுர சென்டிமீட்டர்.

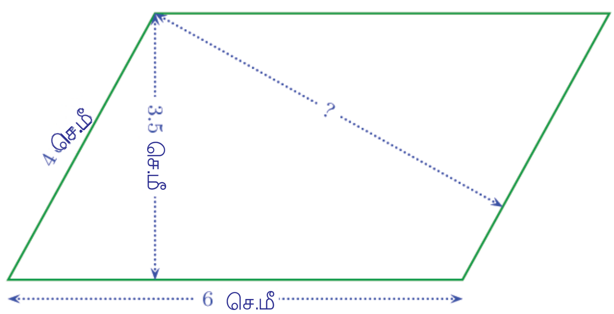
எந்த ஓர் இணைகரத்தின் பரப்பளவினையும் இவ்வாறு கணக்கிடலாம் அல்லவா.

இணைகரத்தின் பரப்பளவு, ஒரு பக்கத்தினுடையவும், எதிர் பக்கத்துக்குள்ள தூரத்தினுடையவும் பெருக்கல் பலனாகும்.

பக்கங்களின் நீளம் 5 சென்டிமீட்டரும், 6 சென்டிமீட்டரும் பரப்பளவு 35 சதுர சென்டிமீட்டரும் ஆன இணைகரம் வரையமுடியுமா?

பக்கங்களின் நீளம் 6 சென்டிமீட்டரும் 5 சென்டிமீட்டரும் ஆன பல இணைகரங்களின் பரப்பளவு எவ்வளவு வரை ஆகலாம்? மிகக் கூடுதல் பரப்பளவு உள்ள இணைகரத்தின் சிறப்பியல்பு என்ன?

வேறொரு கணக்கு, இந்த இணைகரத்தைப் பாருங்கள்



இதன் இடப்பக்கத்துக்கும் வலப்பக்கத்துக்கும் இடையே உள்ள தூரம் என்ன?

கீழ்ப்பக்கம் 6 சென்டிமீட்டரும், மேல்பக்கத்துக்கு உள்ள தூரம் 3.5 சென்டிமீட்டரும் ஆனதால், இணைகரத்தின் பரப்பளவு $6 \times 3.5 = 21$ சதுரசென்டிமீட்டர்.

இடப்பக்கம் 4 சென்டிமீட்டர் ஆனதால், வலப்பக்கத்திற்கு உள்ள தூரத்தை 4 -ஆல் பெருக்கினாலும் பரப்பளவான 21 சதுர சென்டிமீட்டர் கிடைக்க வேண்டும். எனவே வலப் பக்கத்திற்கு உள்ள தூரம் $21 \div 4 = 5.25$ சென்டிமீட்டர்.

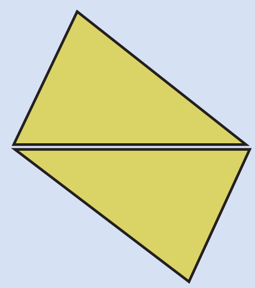
1) பக்கங்களின் நீளம் 5 சென்டிமீட்டரும் 6 சென்டிமீட்டரும், பரப்பளவு 25 சதுர சென்டிமீட்டரும் ஆன இணைகரம் வரைக.

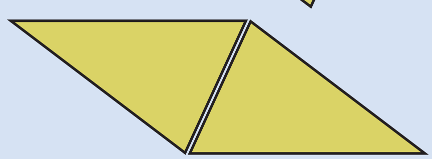
2) பரப்பளவு 25 சதுர சென்டிமீட்டரும் , சுற்றளவு 24 சென்டிமீட்டரும் ஆன ஓர் இணைகரம் வரைக.

பரப்பளவு மாறாமல்

கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள இணைகரத்தைப் பார்க்கவும்.

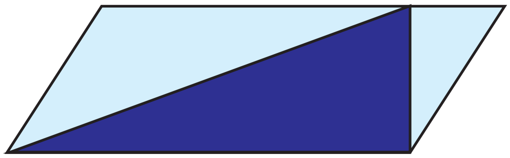
மூலை விட்டங்கள் வழியே வெட்டி எடுத்து இணைபக்கங்களைச் சேர்த்து வைத்து உருவாக்கிய புதிய இணைகரங்களைப் பார்க்கவும்.





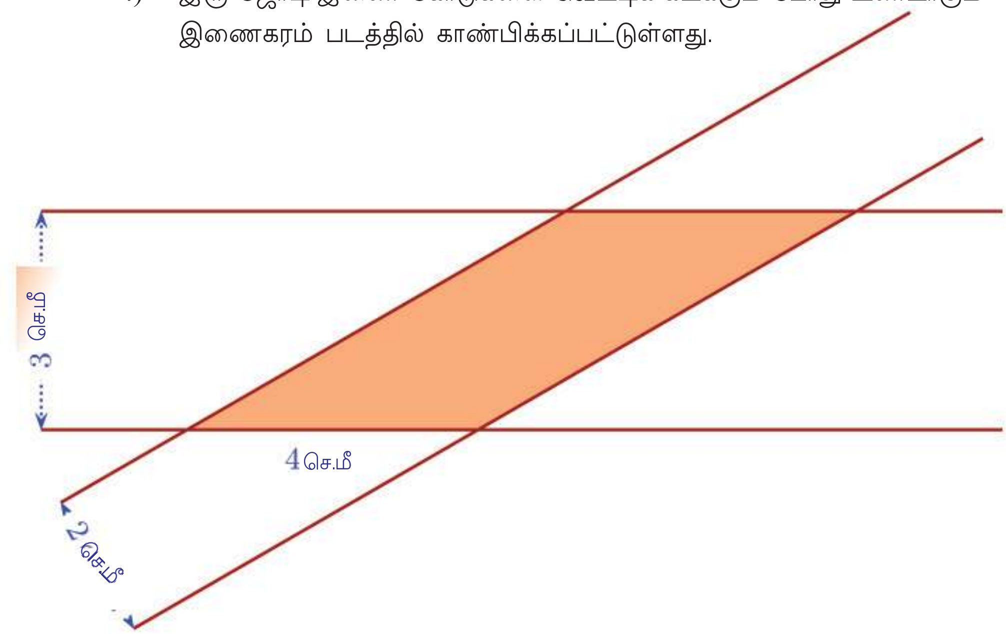
இந்த இணைகரங்களின் பக்கங்களும் மூலை விட்டமும், முதலாவதின் ஒரு மூலை விட்டத்துடனும் பக்கங்களினுடனும் எவ்வாறு தொடர்பு கொண்டுள்ளது? பிற மூலை விட்டம் வழியாக வெட்டி எடுத்து வைத்தாலோ?

3) படத்தில் ஓர் இணைகரத்தின் இரு கீழ்முனைகள் மேல்பக்கத்தின் ஒரு புள்ளியுடன் சேர்க்கப்பட்டுள்ளன.



படத்தில் நீலநிறம் உள்ள முக்கோணத்தின் பரப்பளவு, இணைகரத்தின் பரப் பளவின் எவ்வளவு பாகம்?

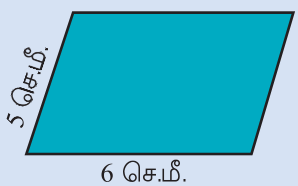
4) இரு ஜோடி இணை கோடுகளை வெட்டிக் கடக்கும் போது உண்டாகும் இணைகரம் படத்தில் காண்பிக்கப்பட்டுள்ளது.



இணைகரத்தின் பரப்பளவு என்ன? சுற்றளவு என்ன?

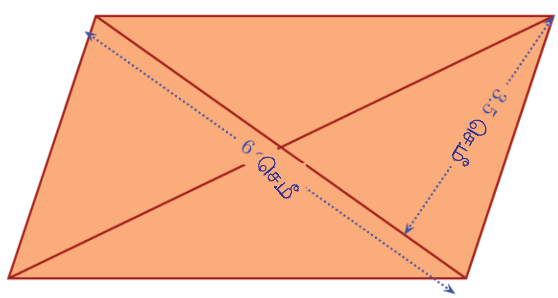
மாறாத பரப்பளவு

கோடுகளின் நீளம் 5 சென்டிமீட்டரும், 6 சென்டிமீட்டரும் ஆன ஓர் இணைகரம் வரைக.

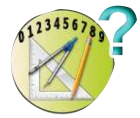


கீழேயும் மேலேயும் உள்ள பக்கங்களின் நீளமும் பரப்பளவும் மாறாமல், இடதும் வலதும் உள்ள பக்கங்கள் 10 சென்டிமீட்டராக வேறொரு இணைகரம் வரையவேண்டும். எவ்வாறு வரைய இயலும்?

5) கீழே வரையப்பட்டுள்ள இணைகரத்தின் பரப்பளவு காண்க.



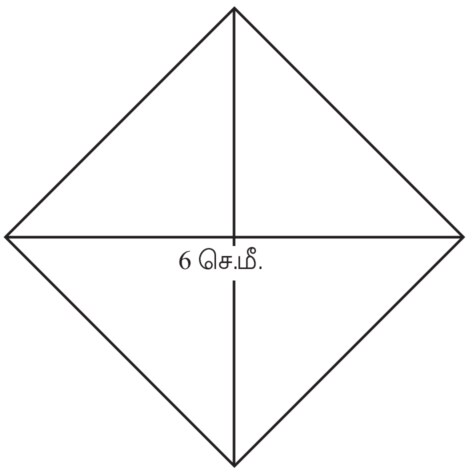
மூலைவிட்டங்களின் நீளம் 6 சென்டிமீட்டரும், 4 சென்டிமீட்டரும் ஆன இணைகரங்களின் பரப்பளவு எவ்வளவு வரை ஆகலாம்? மிகக்கூடுதல் பரப்பளவு உள்ள இணைகரத்தின் சிறப்புத்தன்மை என்ன?



சாய்வு சதுரம்

பக்கங்களின் நீளம் தரப்பட்டால் சதுரம் வரையலாம், மூலைவிட்டங்களின் நீளம் தந்தாலும் சதுரம் வரையலாம்.

மூலைவிட்டம் 6 சென்டிமீட்டர் ஆன சதுரம் வரைக.



இருஜோடி இணை பக்கங்களுக்கு இடையே உள்ள தூரம் ஒரே போலுள்ள இணைகரத்தின் சிறப்புத்தன்மை என்ன?

இதன் பரப்பளவு என்ன?

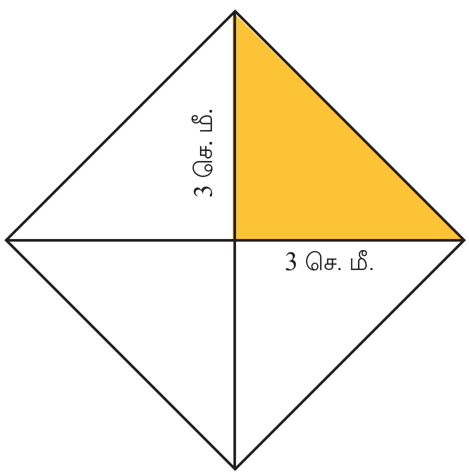
சதுரத்தின் பரப்பளவு, பக்கத்தின் வர்க்கம் எனத் தெரியும், ஆனால் இந்தச் சதுரத்தின் நீளத்தைக் கண்டுபிடிப்பது எளிதல்ல, அதற்கு இவ்வாறு சிந்திக்கலாம்.

சமமான நான்கு இருசமப்பக்க செங்கோண முக்கோணங்கள் சேர்ந்ததே இந்தச் சதுரம்

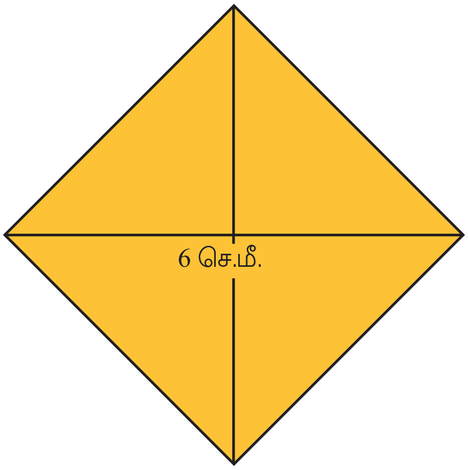
எல்லா முக்கோணங்களுடைய செங்கோணப் பக்கங்களின் நீளம் 3 சென்டிமீட்டர்.

அப்படியானால் ஒரு முக்கோணத்தின் பரப்பளவு

$\frac{1}{2} \times 3 \times 3 = 4\ \frac{1}{2}$ சதுர சென்டிமீட்டர்.



சதுரத்தின் மொத்தப் பரப்பளவு, $4 \times 4\frac{1}{2} = 18$ சதுர சென்டிமீட்டர்.



இதுபோன்று மூலைவிட்டங்கள் 5 சென்டிமீட்டர் ஆன சதுரத்தின் பரப்பளவு என்ன?

செங்குத்துப் பக்கங்கள் $2\frac{1}{2}$ சென்டிமீட்டர் ஆன நான்கு இருசமப்பக்க செங்கோணமுக்கோணங்களின் பரப்பளவுகளின் தொகை அதாவது,

$$4 \times \frac{1}{2} \times 2\frac{1}{2} \times 2\frac{1}{2} = \frac{25}{2} = 12\frac{1}{2} \text{ ச.செ.மீ}$$

இதன் பொதுத் தத்துவத்தை அறிந்து கொள்ள, சிறிது இயற்கணிதம் பயன்படுத்தலாம். மூலைவிட்டங்களின் நீளம் d என எடுத்தால், நான்கு இருசமப் பக்க செங்கோணமுக்கோணங்களுடைய செங்குத்துப்பக்கங்களின் நீளம், $\frac{1}{2}d$.

ஓர் இருசமப்பக்க செங்கோண முக்கோணத்தின் பரப்பளவு

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}d \times \frac{1}{2}d = \frac{1}{8}d^2$$

சதுரத்தின் பரப்பளவு,

$$4 \times \frac{1}{8}d^2 = \frac{1}{2}d^2$$

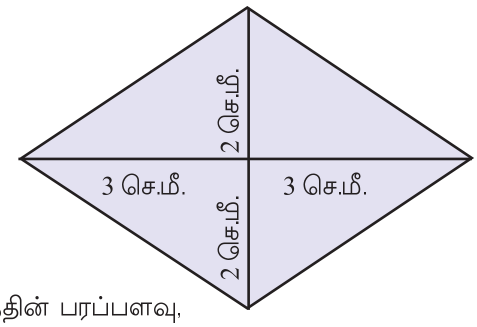
சாதாரண மொழியில் கூறினால்

சதுரத்தின் பரப்பளவு அதன் மூலைவிட்டத்தின் வர்க்கத்தின் பாதியாகும்.

இதற்கு ஏற்ப 8 சதுர சென்டிமீட்டர் பரப்பளவு உள்ள சதுரம் வரைய மூலைவிட்டம் எத்தனை எடுக்க வேண்டும்? வரைந்து பாருங்கள்.

சதுரம் அல்லாத, சாய்வுசதுரத்தையும் மூலைவிட்டங்கள் நான்கு செங்கோண முக்கோணங்கள் ஆக்குகின்றன.(இரு சமப்பக்கம் அல்ல என்பது மட்டும்) அப்போது எந்த ஒரு சாய்வு சதுரத்தின் பரப்பளவையும் இவ்வாறு கண்டுபிடிக்கலாம்.

எடுத்துக்காட்டாக, மூலைவிட்டங்கள். 6 செ.மீட்டரும் 4 செ.மீட்டரும் ஆன சாய்வு சதுரத்தைப் பார்க்கலாம்.



சாய்வு சதுரத்தின் பரப்பளவு,

$$4 \times \frac{1}{2} \times 3 \times 2 = 12 \text{ ச. செ.மீ}$$

பொதுவாகக் கூறினால் மூலைவிட்டங்களின் நீளம் d_1, d_2 ஆன சாய்வுசதுரத்தின் பரப்பளவு,

$$4 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\, d_1 \times \frac{1}{2}\, d_2 = \frac{1}{2}\, d_1 d_2$$

அதாவது,

சாய்வுசதுரத்தின் பரப்பளவு, மூலைவிட்டங்களின் பெருக்கல் தொகையின் பாதியாகும்.

எடுத்துக்காட்டாக, மூலைவிட்டங்களின் நீளம் 5 சென்டிமீட்டரும், 4 சென்டிமீட்டரும் ஆன சாய்வு சதுரத்தின் பரப்பளவு, 10 சதுர சென்டிமீட்டர்.

1) $4\frac{1}{2}$ சதுர சென்டிமீட்டர் பரப்பளவு உள்ள சதுரம் வரைக.

2) 9 சதுர சென்டிமீட்டர் பரப்பளவு உள்ள சதுரம் அல்லாத சாய்வுசதுரம் வரைக

3) ஒரு சாய்வுசதுரத்தின் பரப்பளவு, 216 சதுர சென்டிமீட்டரும் ஒரு மூலைவிட்டம் 24 சென்டிமீட்டருமாகும். அதன் கீழ்க்காணும் அளவுகளைக் கணக்கிடுக.

   i) இரண்டாவது மூலைவிட்டத்தின் நீளம்

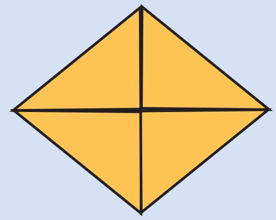
   ii) பக்கத்தின் நீளம்

   iii) சுற்றளவு

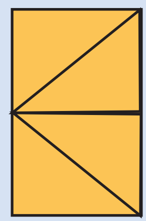
   iv) இணை பக்கங்களுக்கு இடையே உள்ள தூரம்.

சாய்வு சதுரமும் செவ்வகமும்

ஒரு சாய்வு சதுரம் வரைந்து அதன் இரு மூலைவிட்டங்களும் வரைக. இனி இரு மூலைவிட்டங்கள் வழியாக வெட்டி நான்கு முக்கோணங்கள் ஆக்கவும்.



இந்தச் செவ்வகத்தின் பரப்பளவு, சாய்வு சதுரத்தின் பரப்பளவுதான் அல்லவா.

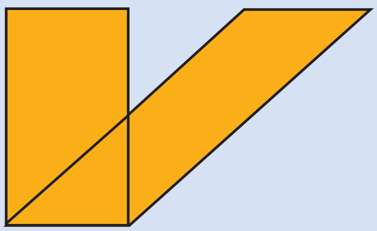


செவ்வகத்தின் பக்கங்களுக்கும் சாய்வு சதுரத்தின் மூலைவிட்டங்களுக்கும் இடையே உள்ள தொடர்பு?

அப்படியானால் சாய்வு சதுரத்தின் பரப்பளவிற்கும் மூலைவிட்டங்களின் நீளத்துக்கும் இடையே உள்ள தொடர்பு என்ன?

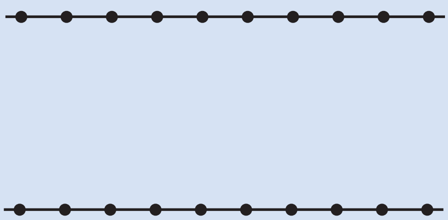
செவ்வகம் சாய்ந்தாலும்

இப்படம் பார்க்கவும்

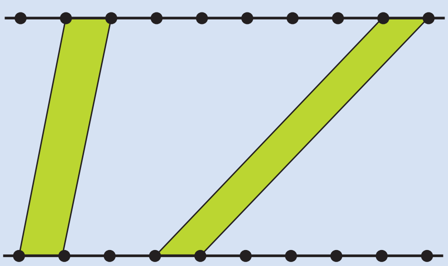


இதில் செவ்வகத்துக்கும் இணைகரத்துக்கும் ஒரே பரப்பளவு என நிறுவலாமா?

இணையான இருகோடுகள் வரைந்து, இரண்டிலும் ஒரே இடைவெளியில் புள்ளிகளை அடையாளப்படுத்துக.



கீழே உள்ள கோட்டின் அடுத்தடுத்துள்ள ஏதேனும் இரு புள்ளிகளையும் மேலே உள்ள கோட்டின் அடுத்தடுத்துள்ள ஏதேனும் இரு புள்ளிகளையும் சேர்த்து பல நாற்கரங்கள் உருவாக்கலாம் அல்லவா.



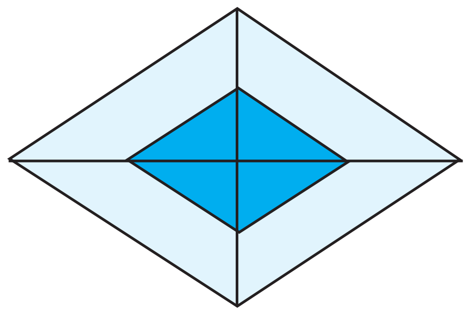
இவையெல்லாம் இணைகரங்கள் அல்லவா? இவற்றின் பரப்பளவைக் குறித்து என்ன கூறலாம்?

4) 68 மீட்டர் நீளம் உள்ள ஒரு கயிற்றினால் தரையில் ஒரு சாய்வு சதுரம் உருவாக்கப்பட்டது. இதன் இரண்டு எதிர் உச்சிகளுக்கு இடையே உள்ள தூரம் 16 மீட்டராகும்.

   i) பிற இரு எதிர் உச்சிகளுக்கு இடையே உள்ள தூரம் எத்தனை மீட்டர்?

   ii) கயிறு வளைத்தெடுத்த இடத்தின் பரப்பளவு எத்தனை சதுரமீட்டர் ஆகும்?

5) படத்தில் ஒரு சாய்வு சதுரத்தின் மூலைவிட்டங்களின் மையப்புள்ளிகளைச் சேர்த்து சிறிய நாற்கரம் வரையப் பட்டிருக்கிறது.



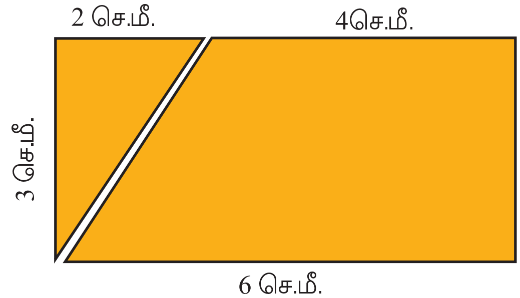
   i) இந்த நாற்கரம் சாய்வு சதுரம் ஆகும் என நிறுவுக.

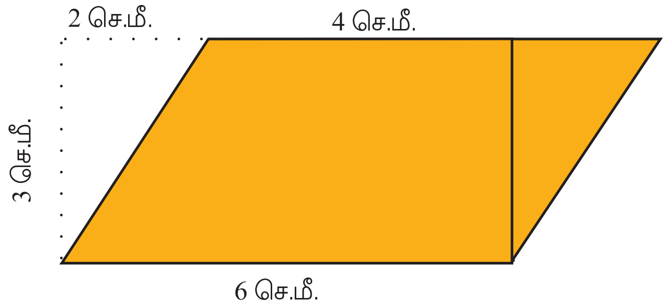
   ii) சிறிய சாய்வு சதுரத்தின் பரப்பளவு, 3 சதுர சென்டி மீட்டராகும். பெரிய சதுரத்தின் பரப்பளவு என்ன?

6) பக்கங்கள் 6 சென்டிமீட்டரும் 4 சென்டிமீட்டரும் ஆன ஒரு நாற்கரத்தினுள்ளே உருவாக்கும் மிகப்பெரிய சாய்வு சதுரத்தின் பரப்பளவு என்ன?

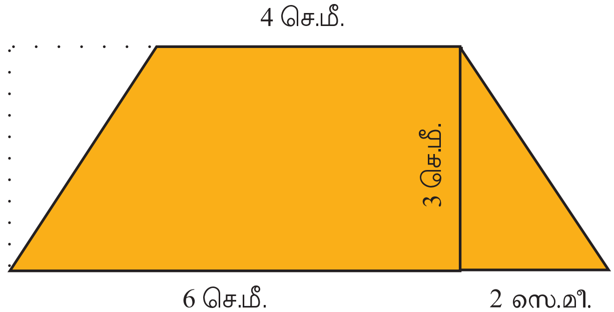
இருசமப்பக்க சரிவகம்

செவ்வகத்தின் ஒரு பக்கத்திலிருந்து முக்கோணத்தை வெட்டி நீக்கி மறுபக்கத்தில் வைத்து இணைகரம் உருவாக்கினோம் அல்லவா.





முக்கோணத்தை வலப் பக்கத்தில் மாற்றி வைத்தால் என்ன கிடைக்கும்?



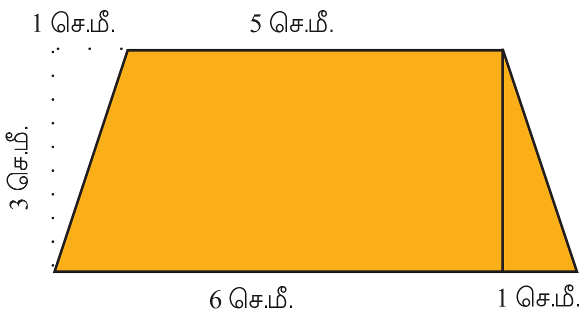
இந்த இருசமப்பக்க சரிவகத்தின் பரப்பளவு, செவ்வகத்தின் பரப்பளவே ஆகும். அதாவது 18 சதுர சென்டிமீட்டர்

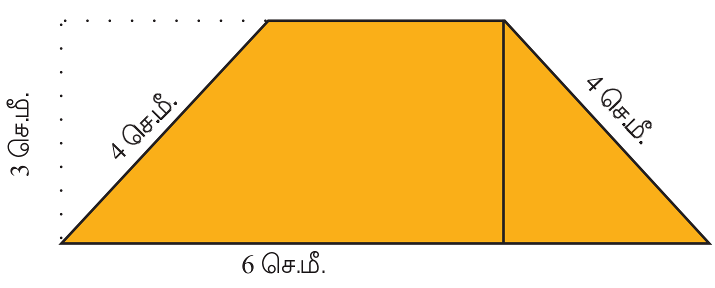
இதன் வேறெந்த அளவுகள் தெரியும்?

இணைபக்கங்களின் நீளம் என்ன?

அவற்றிற்கு இடையே உள்ள தூரமோ?

இணைகரத்தில் செய்தது போன்று, பல முக்கோணங்களை வெட்டிப் பார்க்கலாம்:





இந்த எல்லா இருசமப்பக்க சரிவகங்களின் பரப்பளவும் 18 சதுர சென்டி மீட்டராகும்.

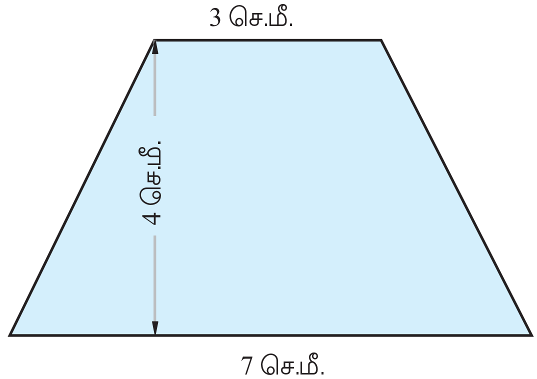
ஒவ்வொன்றிலும் நாற்கரத்தின் மேல் பக்கம் சிறிது குறைக்கப்பட்டு, கீழ்ப்பக் கம் அதே அளவு கூட்டப்பட்டது. வேறொரு விதத்தில் கூறினால், எல்லா வற்றிலும் இணை பக்கங்களின் தொகை, நாற்கரத்தினுடையதுதான், அதா வது, 12 சென்டிமீட்டர்.

1) 7 சென்டிமீட்டர் நீளமும், 4 சென்டிமீட்டர் அகலமும் உள்ள செவ்வகம் வரைக. இதே பரப்பளவு உள்ள இரு சமப்பக்க சரிவகங்களைக் கீழ்க்காணும் அளவுகளில் வரைக.

   i) இணைபக்கங்களின் நீளம் 9 சென்டிமீட்டர், 5 சென்டி மீட்டர்

   ii) இணையல்லாத பக்கங்களின் நீளம் 5 சென்டிமீட்டர்

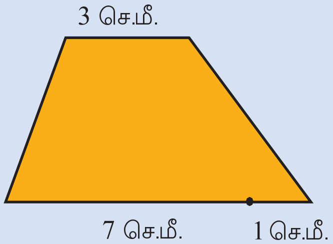
2) கீழே வரையப்பட்டுள்ள இரு சமப்பக்க சரிவகத்தின் பரப்பளவினைக் கணக்கிடுக.



3) ஓர் இருசமப்பக்க சரிவகத்தின் இணைபக்கங்களின் நீளம் 8 சென்டிமீட்டர், 14 சென்டிமீட்டர், சமப்பக்கங்களின் நீளம் 5 செ.மீ அதன் பரப்பளவு என்ன?

எப்படி வரையலாம்?

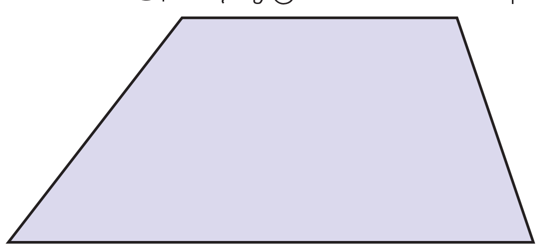
இந்தச் சரிவகத்தைப் பாருங்கள்



இதன் கீழ்ப்பக்கத்தின் நீளத்தில் 1 செமீ. குறைத்து வேறொரு சரிவகம் வரைய வேண்டும். பரப்பளவு மாறக்கூடாது. வரையலாமா?

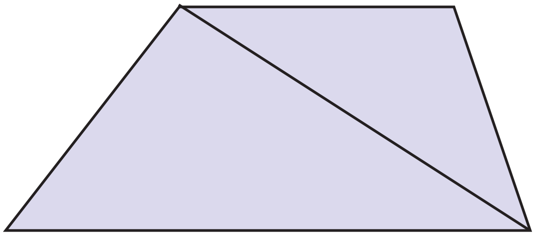
சரிவகம்

இரு சமப்பக்கம் அல்லாத ஒரு சரிவகம் பார்க்கவும்.

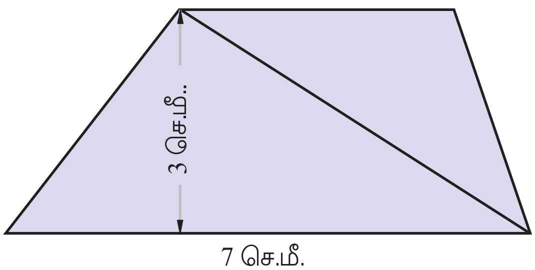


இதன் பரப்பளவைக் காண்பது எவ்வாறு?

இணைகரத்தில் செய்தது போன்று, ஒரு மூலைவிட்டம் வரைந்து இரண்டு முக்கோணங்களாகப் பிரிக்கவும்.



கீழே உள்ள முக்கோணத்தின் பரப்பளவைக் கணக்கிட, கீழ்ப்பக்கத்தின் நீளமும் எதிர்முனைக்கும் உள்ள தூரமும் தேவை



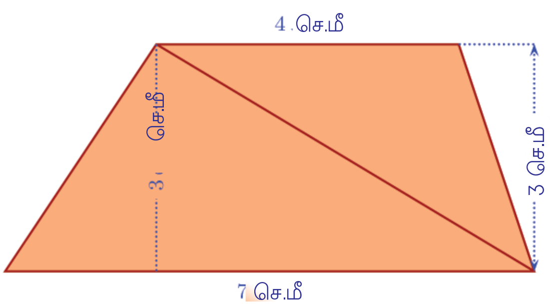
அப்போது இம்முக்கோணத்தின் பரப்பளவு,

$$\frac{1}{2} \times 7 \times 3 = 10\frac{1}{2} \text{ ச.செ.மீ}$$

இனி மேலே உள்ள முக்கோணத்தின் பரப்பளவோ?

அதற்கு மேலே உள்ள பக்கத்தின் நீளமும், எதிர்மூலையிலிருந்துள்ள தூரமும் அளக்க வேண்டும். கீழேயும் மேலேயும் உள்ள பக்கங்கள் இணையானவை ஆனதால் இந்தத் தூரம் 3 சென்டிமீட்டர் ஆகும்.

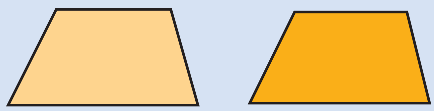
மேலே உள்ள முக்கோணத்தின் பரப்பளவு



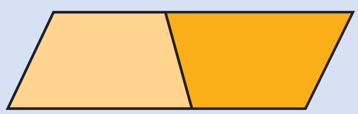
$$\frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6 \text{ ச. செ. மீ}$$

மற்றொரு முறை

சமமான இரு சரிவகங்களை வெட்டி எடுக்கவும்.



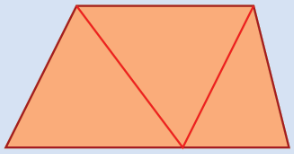
ஒரு சரிவகத்தைத் தலைகீழாக வைத்து மற்ற சரிவகத்துடன் இவ்வாறு சேர்த்து வைக்கவும்



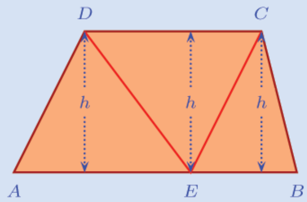
இப்போது ஓர் இணைகரம் ஆயிற்று .(எதனால்) இதன் மேலேயும் கீழேயும் உள்ள பக்கங்கள், சரிவகத்தின் இணைபக்கங்களைச் சேர்த்து வைத்ததாகும். உயரம் சரிவகத்தின் உயரம் தான். எனவே இணைகரத்தின் பரப்பளவு சரிவகத்தின் இணை பக்கங்களின் தொகையினுடையவும் உயரத்தினுடையவும் பெருக்கல் தொகையாகும். சரிவகத்தின் பரப்பளவு இந்தப் பெருக்கல் தொகையின் பாதியாகும்.

சரிவகமும் முக்கோணமும்

இப் படத்தைப் பார்க்கவும்



ஒரு சரிவகத்தை மூன்று முக்கோணங்களாகப் பிரிக்கிறோம். சரிவகத்தின் பரப்பளவு இம்முக்கோணங்களின் பரப்பளவுகளின் தொகை அல்லவா..



இம் முக்கோணங்களுக்கெல்லாம் ஒரே உயரம் தான்

எனவே சரிவகத்தின் பரப்பளவு

$$\left(\frac{1}{2}\times h\times AE\right)+\left(\frac{1}{2}\times h\times EB\right)+\left(\frac{1}{2}\times h\times CD\right)$$

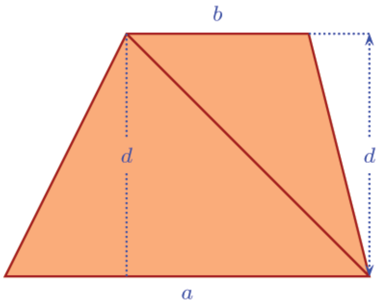
$$=\frac{1}{2}\times h(AE+EB+CD)$$

$$=\frac{1}{2}\times h(AB+CD)$$

சரிவகத்தின் பரப்பளவு இவ்விரு முக்கோணங்களின் பரப்பளவுகளின் தொகையாகும். அதாவது, $16\frac{1}{2}$ ச.செமீ

இதைக் கணக்கிட சரிவகத்தின் எந்த அளவுகளைப் பயன்படுத்தினோம்?

இக்கணக்கின் பொதுவான முறையைப் புரிந்து கொள்ள ஒரு சரிவகத்தின் இணை பக்கங்களின் நீளம் a, b எனவும் அவற்றிற்கு இடையே உள்ள தூரம் d எனவும் எடுத்துக்கொள்ளலாம்



படத்தில் கீழுள்ள முக்கோணத்தின் பரப்பளவு $\frac{1}{2}ad$ -உம் மேலுள்ள முக்கோணத்தின் பரப்பளவு $\frac{1}{2}bd$ -உம் அல்லவா.

எனவே சரிவகத்தின் பரப்பளவு,

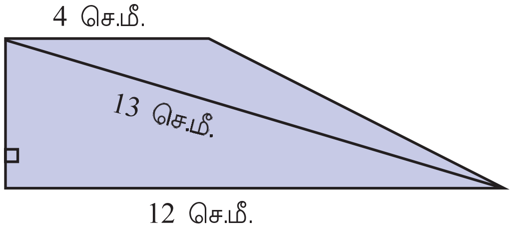
$$\frac{1}{2}ad + \frac{1}{2}bd = \frac{1}{2}(a+b)d$$

இயற்கணிதத்தைத் தவிர்த்து சாதாரண மொழியில் கூறினால்?

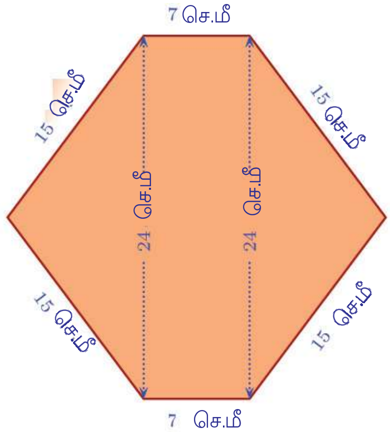
சரிவகத்தின் பரப்பளவு இணை பக்கங்களின் தொகையினுடையவும் அவற்றிற்கு இடையே உள்ள தூரத்தினுடையவும் பெருக்கல் தொகையின்பாதி ஆகும்.

1) ஒரு சரிவகத்தின் இணைபக்கங்கள் 30 செ.மீட்டரும், 10 செ.மீட்டருமாகும். அவற்றிற்கு இடையே உள்ள தூரம் 20 செ. மீட்டர் அதன் பரப்பளவு என்ன?

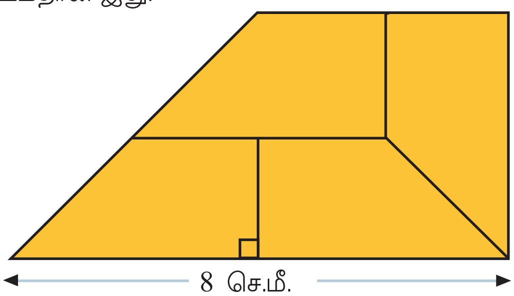
2) படத்தில் சரிவகத்தின் பரப்பளவினைக் கணக்கிடுக



3) படத்தில் அறுகோணத்தின் பரப்பளவினைக் கணக்கிடுக



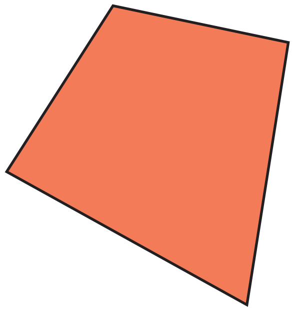
4) **நாற்கரங்கள் வரைதல்** என்ற பாடத்தில் வரைந்த ஒரு படம்தான் இது.



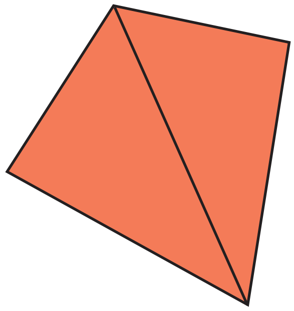
நான்கு சரிவகங்களும் சேர்ந்த பெரிய சரிவகத்தின் பரப்பளவு என்ன?

நாற்கரம்

படத்தில் நாற்கரத்தின் பரப்பளவினை எவ்வாறு கண்டுபிடிக்க இயலும்?

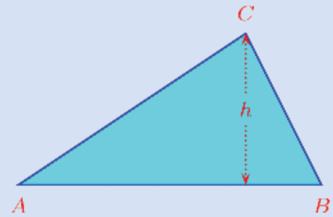


ஒரு மூலைவிட்டம் வரைந்து இரு முக்கோணங்கள் ஆக்கினால்?

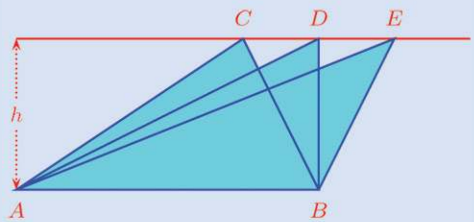


மூலைவிட்டத்தின் நீளம் தெரியுமெனில் இம் முக்கோணங் களின் பரப்பளவு காண இனி எந்த அளவுகள் வேண்டும்?

மாறாத பரப்பளவும் மாறும் சுற்றளவும்

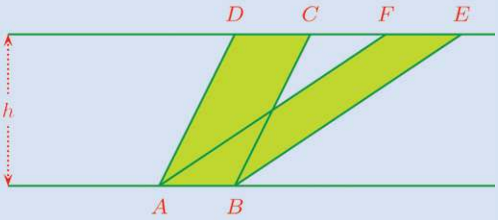


படத்தில் ΔABC -இன் பரப்பளவு $\frac{1}{2} \times AB \times h$ அல்லவா. AB க்கு இணையான ஒரு கோடு வழியாக C -ஐ நகர்த்தினால் முக்கோணம் மாறும்.



ΔABC, ΔABD, ΔABE என்பனவற்றின் மூன்றாம் முனையிலிருந்து AB -க்குள்ள உயரம் h ஆனதால் பரப்பளவு ஒரே போலிருக்கும். ஆனால் இவற்றின் சுற்றள வுகள் வித்தியாசமானவை எனக் காணும் போதே அறியலாம் சுற்றளவு மிகக் குறைந்த முக்கோணத்தின் சிறப்புத்தன்மை என்ன?

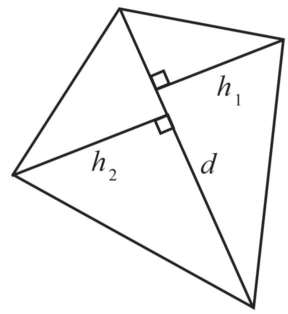
குறைந்த சுற்றளவு



படத்தில் $ABCD$ என்ற இணைகரத்தின் பரப்பளவு $AB\times h$ அல்லவா. CD என்ற பக்கத்தை AB -க்கு இணையான EF என்ற இடத்துக்கு மாற்றினாலும் பரப்பளவு $AB \times h$ ஆகும். CD -இன் இடம் மேல் கோட்டில் எவ்விடத்திலானாலும் பரப்பளவு மாறாது. ஆனால் சுற்றளவு மாறுகிறது . மிகக் குறைந்த சுற்றளவு உள்ள இணைகரத்தின் சிறப்புத்தன்மை என்ன?

இது போன்று பரப்பளவு மாறாது சரிவகத்தின் சுற்றளவை மாற்றலாமா? இவற்றில் மிகக் குறைந்த சுற்றளவு உள்ள சரிவகத்தின் சிறப்புத்தன்மை என்ன?

எதிர் உச்சிகளிலிருந்து இந்த மூலை விட்டத்துக்கு உள்ள தூரம் அறிந்தால் போதும். மூலைவிட்டத்தின் நீளம் d எனவும் இந்தத் தூரங்கள் h_1, h_2 என்றும் எடுத்தால் நாற்கரத்தின் பரப்பளவு

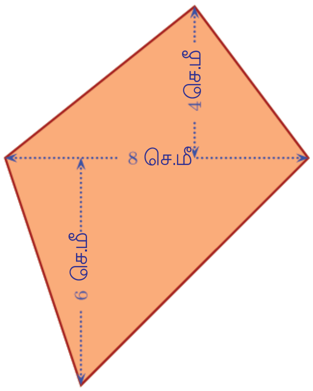


$$\frac{1}{2}dh_1 + \frac{1}{2}dh_2 = \frac{1}{2}d(h_1 + h_2)$$

இதனைச் சாதாரண மொழியில் கூறினால்?

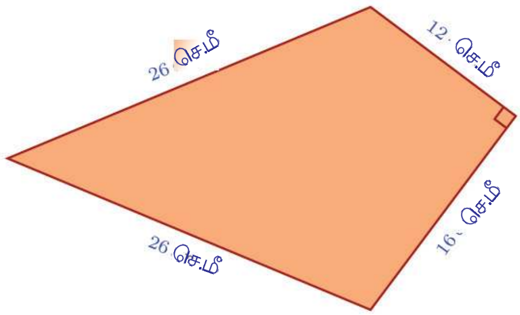
ஒரு நாற்கரத்தின் பரப்பளவு ஒரு மூலைவிட்டத்தினுடையவும் எதிர் உச்சிகளிலிருந்து அம்மூலை விட்டத்துக்குள்ள தூரங்களின் தொகையினுடையவும் பெருக்கல் தொகையின் பாதியாகும்.

1) படத்தில் நாற்கரத்தின் பரப்பளவு என்ன?

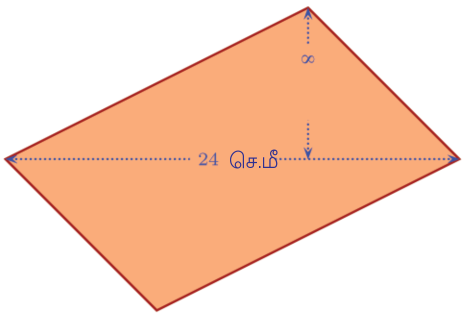


2) மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தான நாற்கரத்தின் பரப்பளவு, மூலை விட்டங்களின் பெருக்கல் தொகையின் பாதியாகும் என நிறுவுக

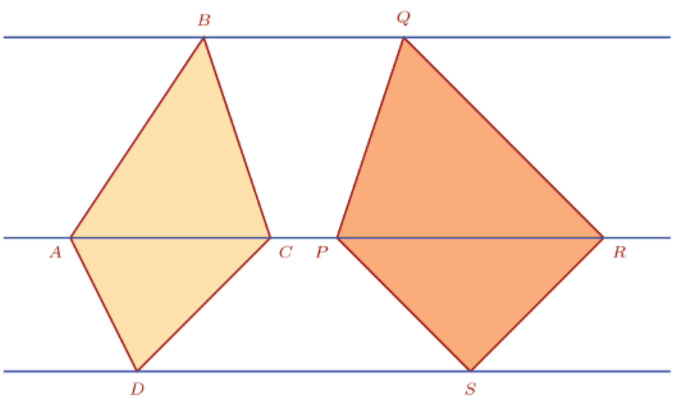
3) படத்தில் நாற்கரத்தின் பரப்பளவினைக் கணக்கிடுக .



4) படத்தில் இணைகரத்தின் பரப்பளவினைக் கணக்கிடுக.



5) படத்தில் நீலக் கோடுகள் மூன்றும் இணையானவை



$ABCD$, $PQRS$ என்ற செவ்வகங்களின் பரப்பளவுகளின் விகிதம் AC, PR என்ற மூலைவிட்டங்களின் நீளங்களுக்கு இடையிலான விகிதம் தான் என நிறுவுக

i) பரப்பளவுகள் சமம் எனில் மூலைவிட்டங்களின் நீளம் எவ்வாறு இருக்க வேண்டும்?

ii) 15 சதுர சென்டிமீட்டர் பரப்பளவு உள்ள இணைகரமோ சரிவகமோ அல்லாத இரண்டு நாற்கரங்கள் வரைக.

மீள்பார்வை

கற்றல் அடைவுகள்	என்னால் இயலும்	ஆசிரியர் உதவியுடன் இயலும்	இனியும் மேம்பட வேண்டும்
• ஒரு செவ்வகத்திலிருந்து, அதே பரப்பளவு உள்ள பல இணைகரங்கள் வரைவதற்கான வழிமுறையினை விளக்குதல்.			
• இணைகரத்தின் பரப்பளவினைக் கண்டுபிடிக்க வேண்டிய வழிமுறைகளைப் புரிந்து கொள்ளுதல்.			
• சாய்வு சதுரத்தின் பரப்பளவினை மூலைவிட்டங்கள் பயன் படுத்திக் கண்டுபிடிக்கும் முறையினைப் புரிந்து கொள்ளுதல்.			
• குறிப்பிட்ட பரப்பளவுள்ள சாய்வு சதுரங்கள் வரைதல்.			
• செவ்வகத்திலிருந்து அதே பரப்பளவு உள்ள இருசமப் பக்க சரிவகம் வரைவதற்கான முறைகளை விளக்குதல்.			
• எந்த நாற்கரத்தின் பரப்பளவினையும் கண்டுபிடிக்க உதவும் பொதுவான முறையினைப் புரிந்து கொள்ளுதல்.			

9

குறை எண்கள்

+	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
5	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
4	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8
2	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7
1	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
0	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
-1	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
-2	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3
-3	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2
-4	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1
-5	-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0

×	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
5	-25	-20	-15	-10	-5	0	5	10	15	20	25
4	-20	-16	-12	-8	-4	0	4	8	12	16	20
3	-15	-12	-9	-6	-3	0	3	6	9	12	15
2	-10	-8	-6	-4	-2	0	2	4	6	8	10
1	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-1	5	4	3	2	1	0	-1	-2	-3	-4	-5
-2	10	8	6	4	2	0	-2	-4	-6	-8	-10
-3	15	12	9	6	3	0	-3	-6	-9	-12	-15
-4	20	16	12	8	4	0	-4	-8	-12	-16	-20
-5	25	20	15	10	5	0	-5	-10	-15	-20	-25

பழைய கணக்குகள்

பூஜ்யத்தை விடக் குறைவான காலநிலைகளைக் குறிக்க குறைஎண்களைப் பயன்படுத்தும் முறைகளை ஏழாம் வகுப்பில் பார்த்தோம் அல்லவா? தண்ணீர் பனிக்கட்டியாக மாறும் வெப்பநிலையே $0°C$, அதாவது பூஜ்யம் டிகிரி சென்டிகிரேடு எனக் கணக்கிடப்படுகிறது. அதைவிடக் குளிர்ந்த சூழ் நிலையைக் குறிக்க $-1°C$, $-20.5°C$ என இவ்வாறு பயன்படுத்தப்பட வேண் டியுள்ளது.

அளவுகளும் எண்களும்

பலவகை அளவுகளைக் குறிப்பதற்கே மனிதன் எண்களை உருவாக்கினான். . கால் நடைகளை மேய்த்துக் கொண்டிருந்த பழங் காலத்தில் நண்பர்களுடையவும் கால்நடை களுடையவும் எண்ணிக்கையை அறிய மனி தர்களுக்கு எண்ணல் எண்கள் மட்டும் போது மானதாக இருந்தது. விவசாயம் ஆரம்பித்த போதுதான் நீளம், எடை, நேரம் ஆகிய வற்றை அளக்க வேண்டிய தேவை ஏற்பட் டது. இத்தகையவற்றை அளக்க ஓர் அலகு வேண்டும். எடுத்துக்காட்டாக இன்று நீளத்தை அளக்க மீட்டர், எடையை அளக்க கிலோ கிராம், நேரத்தை அளக்க நிமிடம் என்ற அல குகள் பயன்படுத்தப்படுகின்றன. அலகுகளை விடச் சிறிய அலகுகளைக் குறிக்கத்தான் குறை எண்கள் உருவாக்கப்பட்டன.

சில விளையாட்டுகளில் புள்ளிகளைக் குறிக்கவும், சில தேர் வுகளில் மதிப்பெண்கள் போடவும் குறை எண்களைப் பயன் படுத்துவதையும் பார்த்தோம். இவற்றின் அடிப்படையில் சில கணக்கீடுகளையும் பார்த்தோம்.

எடுத்துக்காட்டாக

$$3 - 7 = -(7 - 3) = -4$$

$$2 - 5\frac{1}{2} = -\left(5\frac{1}{2} - 2\right) = -3\frac{1}{2}$$

என்றெல்லாம் கணக்கிடலாம். இந்தச் செயல்களின் பொதுத் தத்துவம் ஏழாம் வகுப்பில் இவ்வாறு கூறப்பட்டுள்ளது.

> எந்த இரண்டு மிகை எண்கள் எடுத்தாலும், சிறிய எண்ணிலிருந்து பெரிய எண்ணைக் கழிக்கவும் என் பதன் பொருள், பெரிய எண்ணிலிருந்து சிறிய எண் ணைக் கழித்து கிடைப்பதைக் குறை எண்ணாக எடுக்கவும் என்பதாகும். இதை இயற்கணிதத்தில் எழுதினால்

x, y என்ற எந்த இரண்டு மிகை எண்கள் எடுத்தாலும்

$x < y$ எனில் $x - y = -(y - x)$

இதேப்போல்,

$$-3 + 7 = 7 - 3 = 4$$

$$-2 + 5\frac{1}{2} = 5\frac{1}{2} - 2 = 3\frac{1}{2}$$

போன்ற கணக்குகளையும் பார்த்தோம்

இந்தச் செயல்களின் பொதுத்தத்துவம் கீழ்வருமாறு

> எந்த இரண்டு மிகை எண்கள் எடுத்தாலும் ஏதேனும் ஒன்றின் குறை எண்ணோடு கூட்டுக என்பதன் பொருள், இரண்டாவது எண்ணிலிருந்து முதல் எண்ணைக் கழிக்கவும் என்பதாகும்.

அதாவது,

x, y என்ற எந்த இரண்டு மிகை எண்கள் எடுத்தாலும்

$-x + y = y - x$

இவை இரண்டையும் சேர்த்துப் பயன்படுத்தி

$$-7 + 3 = 3 - 7 = -4$$

$$-5\frac{1}{2} + 2 = 2 - 5\frac{1}{2} = -3\frac{1}{2}$$

என்றவாறு கணக்கிடலாம்.

மேலும்,

$$-3 - 7 = -(3 + 7) = -10$$

$$-2 - 5\frac{1}{2} = -\left(2 + 5\frac{1}{2}\right) = -7\frac{1}{2}$$

என்றும் நாம் பார்த்திருக்கிறோம்.

எண்ணல் எண்களின் செயல்பாடுகள்

இரண்டு குழுக்களை ஒன்றாக எடுத்தால் மொத்தம் எத்தனை எண்ணிக்கை இருக்கும் என்ற கணக்கீட்டிலிருந்துதான் எண்ணல் எண் களின் கூட்டல் என்ற செயல்பாடு உருவானது. ஒன்று போலுள்ள சில பொருட்களின் எண்ணிக்கையைக் கணக்கிட ஒரே எண்ணிக் கையிலுள்ள குழுக்களாக்கும் வழியைத் தெரிந்து கொண்டபோதுதான் மீண்டும் மீண் டும் கூட்டல் என்ற கருத்து உருவானது, அதைப் பெருக்கல் என்ற பெயரில் அழைக் கவும் செய்தனர். எடுத்துக்காட்டாக, தேங்காய் போன்றவற்றை எண்ணும் போது இரண்டிரண் டாகவோ அல்லது மும்மூன்றாகவோ எண்ணிய பின் இரண்டால் அல்லது மூன்றால் பெருக்கியே கணக்கிடப்படுகிறது.

இந்தச் செயல்களின் பொதுத் தத்துவத்தைத் தெரிந்து கொண்டோம்.

எந்த இரண்டு மிகை எண்கள் எடுத்தாலும், ஓர் எண்ணின் குறை எண்ணிலிருந்து இரண்டாவது எண்ணைக் கழிக்கவும் என்பதன் பொருள், இந்த மிகை எண்களின் தொகையின் குறை எண்ணை எடுக்கவும் என்பதாகும்.

இயற்கணிதத்தில் கூறினால்

x, y என்ற எந்த இரண்டு மிகை எண்கள் எடுத்தாலும்

$-x - y = -(x + y)$.

மேற்கூறிய தத்துவங்களைப் பயன்படுத்தி இவற்றைக் கணக்கிடவும்.

i) $5 - 10$ ii) $-10 + 5$

iii) $-5 - 10$ iv) $-5 - 5$

v) $-5 + 5$ vi) $-\frac{1}{2} + 1\frac{1}{2}$

vii) $-\frac{1}{2} - 1\frac{1}{2}$ viii) $-\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

குறைவேகம்

குறை எண்களைப் பயன்படுத்துவதால் இயற்பியலிலும் சில வசதிகள் உள்ளன. ஏழாம் வகுப்பில் பார்த்த எடுத்துக்காட்டை மீண்டும் பார்ப்போம். (**குறை எண்கள்** என்ற பாடத்தில் **வேகக் கணக்கு, குறைவேகங்கள்** என்ற பகுதிகள்)

பின்ன எண்களின் செயல்கள்

அலகை விடச் சிறிய இரண்டு நீளங்களையோ எடையையோ சேர்த்து வைப்பதன் அளவைக் கண்டுபிடிக்க வேண்டும் என்ற தேவையே, பின்ன எண்களின் கூட்டல் என்ற கணிதச் செயலுக்கு வழிகாட்டியது. அலகின் சிறிய ஒரு பாகம் எடுத்து, அதனுடையவும் ஒரு பாகத்தைக் கணக்கிடுவது தான் பின்ன எண்களின் பெருக்கல். இது எண்ணல் எண்களின் பெருக்கல் போல மீண்டும் மீண்டும் வரும் கூட்டல் அல்ல. அதாவது கணிதத்தில் ஒரே பெயரில் உள்ள(ஒரே அடையாளம் பயன்படுத்தி எழுதும்) செயல்களுக்குச் சூழ்நிலைக்கு ஏற்ப பொருள் மாறும்.

பூமியிலிருந்து மேல்நோக்கி எறியப்படும் ஒரு பொருள், சிறிது தூரம் மேல்நோக்கிச் சென்ற பின் கீழ்நோக்கி விழும் என்பது ஒரு சாதாரண அனுபவம். இதற்கு ஒரு கணக்கு உண்டு. நேரே மேல்நோக்கி எறிவோமானால், ஒவ்வொரு வினாடியிலும் 9.8 மீட்டர்/வினாடி என்ற அளவில் வேகம் குறையும். அவ்வாறு குறைந்து குறைந்து, வேகம் இல்லாத வேளையில் கீழ்நோக்கி வர ஆரம்பிக்கும். இவ்வாறு விழும் போது ஒவ்வொரு வினாடியிலும் 9.8 மீட்டர்/வினாடி என்ற அளவில் வேகம் அதிகரித்துக் கொண்டிருக்கும்

மேலும் 2 வினாடிக்குப் பின் உள்ள வேகமே தேவை. இந்த 2வினாடிகளில் அதிக வேகத்துடன் கீழ்நோக்கிப் பயணிக்கிறது. 2வினாடிக்குப் பின் வேகம் $2 \times 9.8 = 19.6$ மீட்டர்/ விநாடி.

5 விநாடி ஆகும் போது வேகம் $49 - (5 \times 9.8) = 0$ ஆகும். தொடர்ந்து கீழ்நோக்கியே பயணம். வேகம் பழைய அளவில் தான் அதிகரிக்கும்.

அப்படியானால் எறிந்த 7 வினாடிகள் கழித்து வேகம் என்ன ஆகும்? 5 வினாடிகள் ஆன போது வேகம் பூஜ்யம் ஆனது. இனி மீதியுள்ள இரண்டு வினாடிகள் கீழ்நோக்கியே பயணம். இந்த வேகம் $2 \times 9.8 = 19.6$ மீட்டர்/வினாடி

எறிந்து 9 வினாடிகள் ஆனபின் வேகம்?

இந்தப் பயண விபரத்தை இயற்கணிதத்தில் ஆக்கலாம்.

எறிந்த பின் t வினாடி ஆகும் போது வேகம் என்ன?

ஐந்து வினாடிகள் வரை, குறைகின்ற வேகத்துடன் மேல்நோக்கிப் பயணம் அதாவது $t < 5$ எனில், வேகம் $49 - 9.8t$ மீட்டர்/ விநாடி

ஐந்து வினாடிகள் ஆகும் போது வேகம் பூஜ்யம், அதற்குப் பின் உள்ள ஒவ்வொரு வினாடியிலும் அதிகரிக்கும் வேகத்துடன் கீழ்நோக்கிப் பயணம் அதாவது $t > 5$ எனில், $(t - 5)$ வினாடிகள் கீழ்நோக்கியே பயணம். அப்போது வேகம் $9.8\,(t - 5) = 9.8t - 49$ மீட்டர்/வினாடி.

அப்போது t வினாடியில் வேகம் v மீட்டர்/வினாடி என எடுத்தால், v -க்கும் t -க்கும் இடையில் உள்ள தொடர்பைக் கீழ்க்காணும்படி பல முறைகளில் எழுதலாம்.

$$v = \begin{cases} 49 - 9.8t, & t < 5 \text{ எனில்} \\ 0, & t = 5 \text{ எனில்} \\ 9.8t - 49, & t > 5 \text{ எனில்} \end{cases}$$

கீழ்நோக்கியுள்ள வேகங்களைக் குறை எண்களாக எழுதினால்?

எடுத்துக்காட்டாக, 8 வினாடிகளில் வேகம் கண்டுபிடிக்க, மேலே காணப்படும் சமன்பாட்டின் மூன்றாவது பாகத்தையே பயன்படுத்தினால் $(9.8\times8)-49=29.4$ மீட்டர்/வினாடி எனக் கிடைக்கும்

இந்த வேகம் கீழ்நோக்கி ஆனபடியால், -29.4 மீட்டர் வினாடி என எழுதலாம்.

இனி இந்தச் சமன்பாட்டின் முதல்பாகமான $49 - 9.8t$ என்பதில் $t = 8$ எனக் கொண்டால் $v = 49 - (9.8 \times 8) = -29.4$ மீட்டர்/ வினாடி எனக் கிடைக்கும்.

பொதுவாகக் கூறினால், இந்த முறையில் வேகத்தைக் குறை எண்களாக எழுதினால், நேரத்திற்கும் வேகத்திற்கும் இடையே உள்ள தொடர்பு

$$v = 49 - 9.8t$$

என்ற ஒரே சமன்பாடாக மாறும்.

இதில் வேறொரு வசதியும் உண்டு. வேகம் மிகை எண்ணோ, குறை எண்ணோ என்பதைப் பொறுத்து பயணம் மேல்நோக்கியா அல்லது கீழ்நோக்கியா எனப் புரிந்து கொள்ளலாம்.

கணித உலகம்

கிரகங்களின் சலனம் போன்றவற்றைக் கணக்கிட வானியல் அறிஞர்கள் பழங்காலம் முதல் பலவகையான கணிதச் செயல்களைப் பயன்படுத்தினர். ஆனால் சலனத்தையும் சக்தியையும் பற்றிய பொதுவான தத்துவங்களை உருவாக்கவும் கணிதத்தைப் பயன்படுத்தலாம் என்ற சிந்தனை பிரபலமானது பதினான்காம் நூற்றாண்டில் ஐரோப்பாவில் ஆகும். இதன் தொடர்ச்சியாக பதினேழாம் நூற்றாண்டில் இத்தாலியில் கலிலியோ உயரத்தில் இருந்து விழுகின்ற பொருள் பயணம் செய்யும் தூரம், நேரத்தின் வர்க்கத்தினுடைய குறிப்பிட்ட மடங்கு எனக் கண்டுபிடித்தார்.

கணிதத்திற்கும் இயற்பியலுக்கும் இடையிலுள்ள தொடர்பைக் கீழ்க்காணுமாறு கூறுகிறார்.

> பிரபஞ்சம் என்னும் தத்துவ நூலில்தான் இது எழுதப்பட்டுள்ளது. அதைப் புரிந்து கொள்ள அது எழுதப்பட்டுள்ள மொழியை அறிய வேண்டும். கணிதத்தின் மொழியில்தான் அது எழுதப்பட்டுள்ளது.

98 மீட்டர்/வினாடி வேகத்தில் மேல்நோக்கி எறியும் பொருளின் ஒவ்வொரு வினாடியிலும் உள்ள பயண வேகம் கண்டுபிடிப்பதற்கான ஒரு சமன்பாடு என்ன? இந்தப் பொருள் எத்தனை வினாடிகளில் மிக உயரமான இடத்தை அடையும்? 13 வினாடிகள் ஆகும் போது பொருளின் வேகம் என்ன? பயணம் செய்வது மேல்நோக்கியா அல்லது கீழ்நோக்கியா?

புதிய கூட்டலும் கழித்தலும்

$v = 49 - 9.8t$ என்பதில்

$t = 3$ எனக் கொண்டால் $v = 19.6$ என்றும்

$t = 5$ எனக் கொண்டால் $v = 0$ என்றும்,

$t = 7$ எனக்கொண்டால் $v = -19.6$ என்றும் கிடைக்கும்.

இங்கு t ஆக வெவ்வேறு எண்களை எடுக்கும் போது v ஆக மிகை எண்ணும், பூஜ்யமும்,குறை எண்ணும் கிடைக்கின்றன.

எந்த வகை எண்ணும் v என்ற ஓர் எழுத்தால் மட்டும் குறிப்பிடப்படுகிறது.

இது இயற்கணிதத்தில் ஒரு பொதுவான முறை ஆகும். மிகை எண்களும் குறை எண்களும் எல்லாம் அடையாளங்கள்ஒன்றும் இல்லாமல் எழுத்துக் களால் குறிப்பிடப்படுகின்றன. அப்படியானால் x, y போன்ற எழுத்துக்களைச் சூழ்நிலைக்கு ஏற்ப மிகை எண்களாகவும், குறை எண்களாகவும் எழுதும் பழக்கம் உண்டு.

இனி இந்தச் சமன்பாட்டைப் பார்க்கவும்

$$z = x + y$$

இதில் $x = -10, y = 3$ என எடுத்தால், முன்பு பார்த்தது போல்,

$$z = -10 + 3 = -7$$

இது போல்

$x = -3, y = 10$ என எடுத்தால்

$$z = -3 + 10 = 7$$

$x = 10, y = -3$ என எடுத்தால்?

$$z = 10 + (-3)$$

இதற்கு உரிய பொருள் என்ன?

இரு மிகை எண்களைக் கூட்டும் போது எந்த எண்ணையும் முதலில் எடுக் கலாம் அல்லவா. இந்தத் தத்துவம் இங்கே சரியாக வேண்டுமெனில்

$$10 + (-3) = -3 + 10$$

எனப் பொருள் கொடுக்க வேண்டும்.

அதாவது,

$$z = 10 + (-3) = -3 + 10 = 10 - 3 = 7$$

இது போல், $x = 8, y = -2$ என எடுத்துக் கொண்டு கணக்கிடவும்

$x = -10, \ y = -3$ என எடுத்தால்?

$$z = -10 + (-3)$$

முன்னர் செய்தது போல் -3 கூட்டவும் என்பது 3 கழிக்கவும் என எடுத்தால்

$$z = -10 + (-3) = -10 - 3 = -13.$$

$x = -5$ உம் $y = -6$ உம் ஆனால்?

இந்த முறையில்

$$7 + (-5) = 7 - 5 = 2$$

$$-7 + (-5) = -7 - 5 = -12$$

என்று இவ்வாறு எல்லாம் கணக்கிடலாம்.

பொதுவாகக் கூறினால்

ஒரு மிகை எண்ணின் குறை எண்ணைக் கூட்டவும் என்பதன் பொருள். இந்த மிகை எண்ணைக் கழிக்கவும் என்பதாகும்.

இது போல் கழித்தலுக்கும் பொருள் கொடுக்க வேண்டும். எடுத்துக்காட்டாக இந்தச் சமன்பாட்டைப் பார்க்கவும்.

$$z = x - y$$

இதில் $x = 10, y = 3$ எனக் கொண்டால்

$$z = 10 - 3 = 7$$

$x = 3, y = 10$ எனக் கொண்டால்

$$z = 3 - 10 = -7$$

$x = 10, y = -3$ எனக் கொண்டால்?

$$z = 10 - (-3)$$

ஒரு மிகை எண்ணின் குறை எண்ணைக் கழிப்பது இதுவரை பார்க்கவில்லை. இதன் பொருள் என்ன?

இவ்வாறு சிந்திக்கலாம்: $10 - 3$ என்பதன் ஒரு பொருள், 3 -உடன் எந்த எண்ணைக் கூட்டினால் 10 கிடைக்கும் என்பதல்லவா, அதாவது $3 + 7 = 10$; ஆனபடியால் $10 - 3 = 7$

இதைப் பொறுத்து, $10 - (-3)$ என்பதன் பொருள் -3 உடன் எந்த எண்ணைக் கூட்டினால் 10 கிடைக்கும் என்பதாகும்.

-3 உடன் 3 கூட்டினால் 0 ஆகும். 10 ஆக இன்னும் ஒரு 10 -ஐக் கூட்ட வேண்டும். மொத்தம் $10 + 3 = 13$ கூட்ட வேண்டும். சுருக்கமாகக் கூறினால்

$$10 - (-3) = 10 + 3 = 13$$

அதாவது 10 -லிருந்து -3 -ஐக் கழிக்கவும் என்பதற்கு, 10 -உடன் 3 கூட்டவும் என்றுதான் பொருள் கொடுக்கப்படுகிறது.

இதுபோல் $x = -10, y = -3$ எனக் கொண்டால்?

$$z = -10 - (-3)$$

இங்கும் -3 கழிக்கவும் என்பதை 3 கூட்டவும் எனக் கொண்டால்

$$z = -10 + 3 = -7$$

இந்த முறைப்படி

$$7 - (-5) = 7 + 5 = 12$$

$$15 - (-8) = 15 + 8 = 23$$

$$-7 - (-5) = -7 + 5 = -2$$

$$-15 - (-8) = -15 + 8 = -7$$

என்றவாறு கணக்கிடலாம்

பொதுவாகக் கூறினால்

ஒரு மிகை எண்ணின் குறை எண்ணைக் கழிக்கவும் என்பதன் பொருள், அந்த மிகை எண்ணைக் கூட்டவும் என்பதாகும்

வரையறைகள்

ஒரு சொல்லினுடையவோ கருத்தினுடையவோ விளக்கத்தை வரையறை எனக் கூறுகிறோம். எடுத்துகாட்டாக

ஆறுகாலி என்றால் ஆறுகால் உள்ள உயிரினம் என்பதே உயிரியலில் உள்ள ஒரு வரையறையாகும்.

இதுபோல் $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}$ என்பதன் பொருள் $\frac{1}{2}$-இன் $\frac{1}{3}$ பாகம் என்பதாகும். இது கணிதத்தில் ஒருவரையறையாகும்.

இதன் அடிப்படையில் $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$ எனக் கணக்கிடப்படுகிறது.

இந்த வரையறையின் படி

$$0 - (-3) = 0 + 3 = 3$$

$0 - 3$ என்பதை -3 என எழுதுவது போல் $0 - (-3)$ என்பதை $-(-3)$ என எழுதலாம். அதாவது

$$-(-3) = 0 - (-3) = 0 + 3 = 3$$

$-(-(-3))$ ஆனால்?

$-(-3) = 3$; அப்படியானால் $-(-(-3)) = -3$

சுருக்கமாகக் கூறினால்

ஓர் எண்ணின் குறை எண்ணின் குறை எண் அந்த எண்ணே ஆகும்.

அதாவது,

x எந்த எண் ஆனாலும், $-(-x) = x$

1) x ஆக பல மிகை எண்களும், குறை எண்களும், பூஜ்யமும் எடுத்து $x + 1$, $x - 1$, $1 - x$ ஆகியவற்றைக் கணக்கிடவும். கீழே தரப்பட்டுள்ள சமன்பாடுகள் எல்லா எண்களுக்கும் சரியாகுமா எனப் பரிசோதிக்கவும்.

i) $(1 + x) + (1 - x) = 2$ ii) $x - (x - 1) = 1$

iii) $1 - x = -(x - 1)$

2) x, y ஆக, பல எண்களை எடுத்து $x + y, x - y$ என்பன கணக்கிடவும். பலவகை எண்களுக்குக் கீழே தரப்பட்டுள்ள சமன்பாடுகள் சரியாகுமா எனப் பரிசோதிக்கவும்.

i) $(x + y) - x = y$

ii) $(x + y) - y = x$

iii) $(x - y) + y = x$

பயன்பாடுகள்

ஒரு புள்ளியிலிருந்து ஒரே திசையில் சில தூரங்களும், தொடர்ந்து அதே திசையிலோ அல்லது எதிர் திசையிலோ சில தூரங்களும் பயணம் செய்வதாக நினைத்துக் கொள்ளவும். இறுதியில், தொடங்கிய இடத்திலிருந்து எங்கே சென்று சேர்ந்தோம் என்று கண்டுபிடிக்க வேண்டும். பலமுறைகளில் இவ்வாறு பயணம் செய்யும் எடுத்துக்காட்டுகளை ஓர் அட்டவணையாகஎழுதலாம்.

முதல் பயணம்	இரண்டாம் பயனம்	சென்று சேரும் இடம்
5மீட்டர் வலப்பக்கம்	3 மீட்டர் வலப்பக்கம்	8 மீட்டர் வலப்பக்கம்
3 மீட்டர் வலப்பக்கம்	5 மீட்டர் வலப்பக்கம்	
5 மீட்டர் வலப்பக்கம்	3 மீட்டர் இடப்பக்கம்	2 மீட்டர் வலப்பக்கம்
3 மீட்டர் இடப்பக்கம்	5 மீட்டர் வலப்பக்கம்	
5 மீட்டர் இடப்பக்கம்	3 மீட்டர் வலப்பக்கம்	
3 மீட்டர் வலப்பக்கம்	5 மீட்டர் இடப்பக்கம்	
5 மீட்டர் இடப்பக்கம்	3 மீட்டர் இடப்பக்கம்	
3 மீட்டர் இடப்பக்கம்	5 மீட்டர் இடப்பக்கம்	

வலப்பக்கம், இடப்பக்கம் ஆகிய விளக்கங்களைப் பயன்படுத்தாமல், வலப்பக்கமாகப் பயணம் செய்யும் தூரத்தை மிகை எண்ணாகவும், இடப்பக்கமாகப் பயணம் செய்யும் தூரத்தைக் குறை எண்ணாகவும் எழுதினால்?

முதல் பயணம்	இரண்டாம் பயணம்	சென்று சேரும் இடம்
5 மீட்டர்	3 மீட்டர்	8 மீட்டர்
3 மீட்டர்	5 மீட்டர்	8 மீட்டர்
5 மீட்டர்	–3 மீட்டர்	2 மீட்டர்
–3 மீட்டர்	5 மீட்டர்	2 மீட்டர்
–5 மீட்டர்	3 மீட்டர்	–2 மீட்டர்
3 மீட்டர்	–5 மீட்டர்	–2 மீட்டர்
–5 மீட்டர்	–3 மீட்டர்	–8 மீட்டர்
–3 மீட்டர்	–5 மீட்டர்	–8 மீட்டர்

இந்த அட்டவணையின் ஒவ்வொரு வரிசையிலும் உள்ள கடைசி எண், முதல் இரண்டு எண்களைக் கூட்டியது அல்லவா?

அப்படியானால் இதே முறையில் மிகை எண்களும் குறை எண்களும் எனத் தூரத்தை எழுதினால் சென்று சேரும் இடத்தைக் கண்டுபிடிக்க முதல் இரண்டு தூரங்களையும் கூட்டினால் போதும்.

எடுத்துக்காட்டாக, 23 மீட்டர் இடப்பக்கமாகவும் 15 மீட்டர் வலப்பக்கமாகவும் பயணம் செய்யப்பட்டது எனக் கூறினால் இடப்பெயர்ச்சி

$$-23 + 15 = -8$$

அதாவது, தொடங்கிய இடத்திலிருந்து 8 மீட்டர் இடப்பக்கமாகும்.

பொதுவாகக் கூறினால் இந்த முறையில் முதலில் x மீட்டரும் பிறகு y மீட்டரும் பயணம் செய்யப்படுகிறது எனில் இடப்பெயர்ச்சியினைக் கண்டுபிடிக்கவும்.

$$z = x + y$$

என்ற ஒரு சமன்பாடு போதும்

பலதூரம் ஒரு சொல்

ஒரு புள்ளியிலிருந்து தொடங்கி சிறிது தூரம் ஒரே திசையிலும், தொடர்ந்து சிறிது தூரம் அதே திசையிலோ அல்லது எதிர் திசையிலோ பயணம் செய்யும் பொருளின் கடைசி இடம், குறை எண்கள் பயன்படுத்தாமல் இயற்கணிதத்தில் எழுதினால்?

முதலில் பயணம் செய்த தூரம் x, இரண்டாவது பயணம் செய்த தூரம் y, கடைசி இடம் z தூரம் என எடுக்கலாம். x, y இவை இரண்டும் ஒரே திசையில் எனில் $z = x + y$ என எழுதலாம்

x வலப்பக்கமாகவும் y இடப்பக்கமாகவும் ஆனால்? $x > y$ எனில் $z = x - y$ வலப்பக்கமாகவும், $x < y$ எனில் $z = y - x$ இடப்பக்கம் எனக் கூறலாம். x இடப்பக்கமாகவும் y வலப்பக்கமாகவும் ஆனால்?

குறை எண்களைப் பயன்படுத்தாமல் இடப்பக்கமாகவும் வலப்பக்கமாகவும் தூரங்கள் கூறப்படுகிறதெனில், பொதுவாக இடப்பெயர்ச்சியினை எழுத எத்தனை சமன்பாடுகள் கிடைக்கும் எனச் சிந்தித்துப் பார்க்கவும்.

இயற்கணிதத்தில் மிகை எண்களையும், குறை எண்களையும் எழுத்துக்களால் குறிப்பிடுவதால் வேறு சில வசதிகளும் உள்ளன. முன்னர் கற்ற ஒரு பொதுத் தத்துவத்தைப் பார்க்கவும்.

> எந்த இரு மிகை எண்களை எடுத்தாலும் சிறிய எண்ணிலிருந்து பெரிய எண்ணைக் கழிக்கவும் என்பது பெரிய எண்ணிலிருந்து சிறிய எண்ணைக் கழித்து கிடைக்கும் எண்ணின் குறை எண்ணை எடுக்கவும் என்பது தான் பொருள்.

x, y என்ற எந்த இரண்டு மிகை எண்களை எடுத்தாலும்
$x < y$ எனில் $x - y = -(y - x)$

இதில் $x < y$ எனில்?

எடுத்துக்காட்டாக $x = 7, y = 3$ எனக் கொண்டால்

$$x - y = 7 - 3 = 4$$

$$y - x = 3 - 7 = -4$$

$$-(y - x) = -(-4) = 4$$

அப்போது $x - y = -(y - x)$.

இதுபோன்ற பிற ஜோடி எண்களை எடுத்துப் பரிசோதிக்கவும் $x - y =(y-x)$ என்பது சரியல்லவா?

இனி இதில் x, y மிகை எண்களாகத் தான் ஆக வேண்டுமா? எடுத்துக்காட்டாக, $x = 8, y = -3$ எனக் கொண்டால்

$$x - y = 8 - (-3) = 11$$

$$y - x = -3 - 8 = -11$$

$$-(y - x) = -(-11) = 11$$

$x - y = -(y - x)$ என்பது இதிலும் சரியல்லவா?

மிகை எண்களும் குறை எண்களுமான வேறு ஜோடிகளைப் பரிசோதித்துப் பார்க்கவும். இது சரியா? அப்படியானால் முன்னர் கூறிய பொதுத் தத்துவம் எல்லா எண் ஜோடிகளுக்கும் பொருந்தும்.

எந்த இரு எண்களை எடுத்தாலும் ஓர் எண்ணிலிருந்து மற்ற எண்ணைக் கழிப்பது, திருப்பிக் கழிப்பதன் குறை எண் ஆகும்.

x, y என்ற எந்த இரு எண்களை எடுத்தாலும்
$$\boldsymbol{x - y = -(y - x)}$$

இனி இரண்டாவது பொதுத் தத்துவத்தைப் பார்ப்போம்.

ஒரு மிகை எண்ணின் குறை எண்ணுடன் ஒரு மிகை எண்ணைக் கூட்டவும் என்பதன் பொருள் இரண்டாவது எண்ணிலிருந்து முதல் எண்ணைக் கழிக்கவும் என்பதாகும்.

அதாவது

x, y என்ற எந்த இரு மிகை எண்களை எடுத்தாலும் $-x + y = y - x$.

இது எல்லா எண்களுக்கும் (மிகை எண்களுக்கும் குறை எண்களுக்கும்) சரியாகுமா எனப் பரிசோதிக்கவும்.

எடுத்துக்காட்டாக, $x = -7,\ y = 3$ எனக் கொண்டால்

$$-x + y = -(-7) + 3 = 10$$

$$y - x = 3 - (-7) = 3 + 7 = 10$$

அப்போது

$$-x + y = y - x$$

$x = -8,\ y = -5$ ஆனால்?

$$-x + y = -(-8) + (-5) = 8 + (-5)$$

$$= 8 - 5 = 3$$

$$y - x = -5 - (-8) = -5 + 8$$
$$= 8 - 5 = 3$$

இங்கும்

$$-x + y = y - x$$

வேறு ஜோடிகள் எடுத்துப் பரிசோதிக்கவும்.

இந்தத் தத்துவம் எல்லா எண்களுக்கும் சரி எனக் காணலாம்.

அப்போது நாம் பார்த்த தத்துவத்தை இவ்வாறு மாற்றி எழுதலாம்.

எந்த எண்ணினுடையவும் குறை எண்ணுடன் ஓர் எண்ணைக் கூட்டுவதும் இரண்டாவது எண்ணிலிருந்து முதல் எண்ணைக் கழிப்பதும் சமம் ஆகும்.

***x*, *y* என்ற எந்த இரு எண்களை எடுத்தாலும்**

$$-x + y = y - x.$$

மூன்றாவது பார்த்த தத்துவம் என்ன?

எந்த இரு மிகை எண்களை எடுத்தாலும் ஒன்றின் குறை எண்ணிலிருந்து இரண்டாவது எண்ணைக் கழிக்கவும் என்பதன் பொருள், இந்த மிகை எண்களினுடைய தொகையின் குறை எண் எடுக்கவும் என்பதாகும்.

இதன் இயற்கணித வடிவம் என்ன?

இந்தச் சமன்பாடு எல்லா வகையான எண்களுக்கும் சரிதானா எனப் பரிசோதிக்கவும்.

1) கீழே தரப்பட்டுள்ளவை சர்வசம சொற்றொடர்கள் தானா எனப் பரிசோதிக்கவும். ஒவ்வொன்றிலும், $x = 1, 2, 3, 4, 5$என எடுக்கும் போதும், $x = -1, -2, -3, -4, -5$ என எடுக்கும் போதும் கிடைக்கும் எண் வரிசைகளை எழுதுக.

i) $-x + (x + 1) = 1$ ii) $-x + (x + 1) + (x + 2) - (x + 3) = 0$

iii) $-x - (x + 1) + (x + 2) + (x + 3) = 4$

2) x, y, z ஆக, பல மிகை எண்களையும் குறை எண்களையும் எடுத்து, $x + (y + z)$ -உம் $(x + y) + z$ -உம் கணக்கிடவும். எல்லாவற்றிலும் $x+(y+z)=(x+y)+z$ என்ற சமன்பாடு சரியாகுமா எனப் பரிசோதிக்கவும்.

புதிய பெருக்கல்

ஒரு கோட்டில் பயணம் செய்யும் புள்ளிகளைப் பற்றி மீண்டும் சிந்திக்க லாம். இந்த முறை, வேகத்தையும் கணக்கில் கொள்ளலாம். ஒரே வேகத்தில் பயணம் எனில், ஒரு குறிப்பிட்ட நேரத்தில் தொடங்கிய இடத்திலிருந்து உள்ள தூரத்தைக் கணக்கிட வேகத்தை நேரத்தால் பெருக்கினால் போதும். எடுத்துக்காட்டாக, வேகம் 10 மீட்டர்/ வினாடி 3 வினாடியில் 30 மீட்டர் தூரத்தில் போகலாம்.

தொடங்கிய இடத்திலிருந்து வலப்பக்கம் அல்லது இடப்பக்கம் பயணம் செய் யலாம் அல்லவா. முன்பு செய்தது போல வலப்பக்கத்தின் தூரத்தை மிகை எண்களாகவும் இடப்பக்கத்தின் தூரத்தைக் குறைஎண்களாகவும் எழுதலாம்.

வேகம் 10 மீட்டர்/வினாடி என்று எடுப்போம். பயணம் தொடங்கி t வினாடி கள் ஆகும் போது அடையும் இடம், தொடங்கிய இடத்திலிருந்து s மீட்டர் தூரத்தில் எனப் பொதுவாகக் கூறினால் s, t இவற்றிற்கு இடையே உள்ள தொடர்பு என்ன?

பயணம் வலப்பக்கம் எனில் $s = 10t$ மீட்டர் இடப்பக்கம் எனில். $s = -10t$ மீட்டர் என இரண்டாகக் கூற வேண்டும்.

பொதுவாகக் கூறினால், v மீட்டர்/ வினாடி என்ற வேகத்தில் வலப்பக்கம் பயணம் எனில் $s = vt$ மீட்டர் இதே வேகத்தில் இடப் பக்கம் பயணம் எனில் $s = -vt$ மீட்டர்

வலப்பக்கம் உள்ள வேகத்தை மிகை எண்ணாகவும் இடப்பக்கம் உள்ள வேகத்தைக் குறை எண்ணாகவும் கொண்டால் இரண்டடிற்கும் பொதுவாக

$$s = vt$$

எனக்கூறலாமா?

எடுத்துக்காட்டாக இடப்பக்கம் பயணம் எனக் கருதவும் 2 வினாடிகளில் அடையும் தூரம் 20 மீட்டர் இடப்பக்கமாகும்.

இப்போது கூறியதற்கு ஏற்ப, $v = -10$ மீட்டர்/ வினாடி என்றும் $s = -20$ என்றும் எடுக்க வேண்டும் அப்போது $s = vt$ என்ற சமன்பாடு சரியாக வேண்டுமெனில்

$$(-10) \times 2 = -20$$

என எடுக்க வேண்டும்

இது போன்று,

$$(-5) \times 8 = -40$$
$$(-1) \times 1 = -1$$
$$-\frac{1}{2} \times 4 = -2$$
$$\left(-\frac{1}{2}\right) \times \frac{1}{3} = -\frac{1}{6}$$

என்பவையே பொருளாகும்.

அப்படியானால் வேறொரு வினா. $5 \times (-8)$ என்றால் பொருள் என்ன?

மிகை எண்களைப் பெருக்கும் போது, எந்த வரிசையில் எடுத்தாலும் ஒரே பலன் அல்லவா? எடுத்துக்காட்டாக $5 \times 8 = 8 \times 5 = 40$

குறை எண்களிலும் இது சரியாக $5 \times (-8) = (-8) \times 5$ என எடுக்க வேண்டும்

அதாவது,

$$5 \times (-8) = (-8) \times 5 = -40$$
$$1 \times (-1) = (-1) \times 1 = -1$$
$$\frac{1}{2} \times \left(-\frac{1}{3}\right) = \left(-\frac{1}{3}\right) \times \frac{1}{2} = -\frac{1}{6}$$

என்பவையே பொருளாகின்றன.

இதைப் பொறுத்து

$$3 \times (-5) = -(3 \times 5) = -15$$
$$(-3) \times 5 = -(3 \times 5) = -15$$

என இவ்வாறு கணக்கிடலாம்

பொதுவாகக் கூறினால்

ஒரு மிகை எண்ணினுடையவும் ஒரு மிகை எண்ணின் குறை எண்ணினுடையவும் பெருக்கல்பலன் என்பதன் பொருள், அந்த மிகை எண்களின் பெருக்கல்பலனின் குறை எண் என்பதாகும்

x, y என்ற எந்த இரு மிகை எண்களை எடுத்தாலும்

$$(-x)\ y = x\ (-y) = -(xy)$$

சதுரங்களின் எடுத்துக்காட்டைச் சற்று மாற்றிப் பார்ப்போம். ஒரு கோடு வழியாக ஒரே வேகத்தில் பயணம் செய்யும் புள்ளியைப் பயணத்தின் ஏதேனும் ஒரு நிலையிலிருந்து கவனித்தோம் எனக் கருதவும். அப்போதைய இடத்தை வசதிக்காக O என எடுக்கலாம்.10 மீட்டர்/வினாடி என்ற வேகத்தில் இடப்பக்கத்திலிருந்து வலப்பக்கம் நோக்கியுள்ள பயணம் எனவும் கருதவும். கவனிக்கத் தொடங்கிய, 2 வினாடிகளுக்குப் பின் O -என்பதிலிருந்து 20 மீட்டர் வலப்பக்கத்தில் புள்ளியின் இடம் உள்ளது. கவனிக்கத் தொடங்கியதன் 2 வினாடிகள் முன்னரோ?

இனி பயணம் வலப்பக்கமிருந்து இடப்பக்கம் எனில்? கவனிக்கத் தொடங்கிய 2 வினாடிகளுக்கு பின் பொருளின் இடம் எங்கு உள்ளது? 2 வினாடிக்கு முன்னரோ?

வேகம்	நேரம்	தூரம்
10 மீட்டர்/வினாடி வலப்பக்கம்	2 வினாடிக்குப் பின்	20 மீட்டர் வலப்பக்கம்
10 மீட்டர்/வினாடி வலப்பக்கம்	2 வினாடிக்குப் பின்	20 மீட்டர் இடப்பக்கம்
10 மீட்டர்/வினாடி இடப்பக்கம்	2 வினாடிக்குப் பின்	20 மீட்டர் இடப்பக்கம்
10 மீட்டர்/வினாடி இடப்பக்கம்	2 வினாடிக்குப் பின்	20 மீட்டர் வலப்பக்கம்

வலப்பக்கம் உள்ள வேகமும் தூரமும் மிகை எண்களாகவும், இடப்பக்கம் உள்ளவற்றைக் குறை எண்களாகவும் எழுதினால்?

வேகம்	நேரம்	தூரம்
10 மீட்டர்/வினாடி	2 வினாடிக்குப் பின்	20 மீட்டர்
10 மீட்டர்/வினாடி	2 வினாடிக்கு முன்	–20 மீட்டர்
–10 மீட்டர்/வினாடி	2 வினாடிக்குப் பின்	–20 மீட்டர்
–10 மீட்டர்/வினாடி	2 வினாடிக்கு முன்	20 மீட்டர்

நேரத்திலும் பின், முன் என்பவற்றை மாற்றி கவனிக்கத் தொடங்கிய பின் உள்ள நேரத்தை மிகை எண்ணாகவும் முன் உள்ள நேரத்தை குறை எண்ணாகவும் எழுதினால்?

v (மீட்டர்/வினாடி)	t (வினாடி)	s (மீட்டர்)
10	2	20
10	– 2	– 20
– 10	2	– 20
–10	– 2	20

இங்கும் நேரம், வேகம், தூரம் இவற்றிற்கு இடையே உள்ள தொடர்பு எல்லாச் சூழ்நிலைகளிலும்

$$s = vt$$

என்ற ஒரு சமன்பாடாக எழுதலாமா?

மிகை எண்களினுடையவும் குறைஎண்களினுடையவும் பெருக்கலின் வரையறைக்கு ஏற்ப, அட்டவணையில் உள்ள முதல் மூன்று வரிசைகளிலும் இது சரியாகும். இறுதி வரிசையில்?

$v = -10$, $t = -2$ எனக் கொண்டால்

$$vt = (-10) \times (-2)$$

குறை எண் பெருக்கல்

குறை எண்களின் பெருக்கல் என்ற கருத்தை முதலாவது அறிமுகப்படுத்தியது கி. பி. ஏழாம் நூற்றாண்டில் இந்தியாவின் பிரம்ம குப்தன் ஆவார். அவருடைய பிரம்மஸ் புடீய சித்தாந்தம் என்ற நூலில் இது விளக்கப்பட்டுள்ளது. ஓர் எண்ணும் அதன் வர்க்கமும் உட்படும் பிரச்சினைகளையும் அவற்றின் தீர்வுக்கான முறைகளையும் ஒரே முறையில் எழுதுவதற்காகவே குறை எண்ணைக் குறை எண்ணால் பெருக்கும் போது மிகை எண்ணாக எடுக்க வேண்டும் எனவும் பிற வரையறைகளையும் அவர் வெளியிட்டுள்ளார்.

இரு குறை எண்களின் பெருக்கல்பலன் என்னவென்று இது வரை கூறப்படவில்லை அல்லவா.

இங்கு $s = 20$ ஆகும். அப்போது $s = vt$ என்ற சமன்பாடு சரியாக வேண்டுமெனில்,

$$(-10) \times (-2) = 20$$

என்று எடுக்கவேண்டும்

இதுபோல்

$$(-3) \times (-4) = 12$$

$$(-5) \times (-8) = 40$$

$$\left(-\frac{1}{3}\right) \times \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{6}$$

என்பன பொருளாகும், பொதுவாகக் கூறினால்

இரு மிகை எண்களின் குறை எண்களின் பெருக்கல்பலன் என்பதன் பொருள் அந்த மிகை எண்களின் பெருக்கல் பலன் என்பதாகும்.

x, y என்ற எந்த இரு மிகை எண்களை எடுத்தாலும் $(-x)(-y) = xy$

1) x, y, z ஆக, பல மிகை எண்களையும் குறை எண்களையும் எடுத்து $(x + y)z$ -உம் $xz + yz$ -உம் கணக்கிடவும், எல்லாவற்றிலும் $(x + y)z = xz + yz$ என்ற சமன்பாடு சரியாகுமா எனப் பரிசோதிக்கவும்.

2) கீழ்க்காணும் சமன்பாடுகளில் எல்லாம் x ஆகக் கூறப்பட்டுள்ள எண்களை எடுக்கும் போது, y ஆகக் கிடைக்கும் எனக் கண்டுபிடிக்கவும்

   i) $y = x^2, x = -5, x = 5$

   ii) $y = x^2 + 3x + 2, x = -2$

   iii) $y = x^2 + 5x + 4, x = -2, x = -3$

   iv) $y = x^3 + 1, \ x = -1$

   v) $y = x^3 + x^2 + x + 1, x = -1$

3) P என்ற புள்ளியிலிருந்து தொடங்கி ஒரு கோடு வழி பயணம் செய்யும் பொருளின் இடத்தைப் பல்வேறு நேரங்களில் கணக்கிட, நேரம் t வினாடி என்றும், P என்பதிலிருந்து உள்ள தூரம் s மீட்டர் என்றும் கருதப்படுகிறது.இவற்றிற்கு இடையே உள்ள தொடர்பு $s = 12t - 2t^2$ என்றும் கணக்கிடப்பட்டுள்ளது. இதில் P -லிருந்து வலப்பக்கம் உள்ள தூரம் மிகை எண் ஆகவும் இடப்பக்கம் உள்ள தூரம் குறை எண் ஆகவும் எடுக்கப்பட்டுள்ளது..

   i) நேரம் 6 வினாடிகள் ஆகும் போது பொருளின் இடம் P -இன் இடப்பக்கமா? வலப்பக்கமா?

ii) 6 வினாடிகள் ஆகும் போது இடம் எங்கே?

iii) 6 வினாடிக்குப் பின்

(இதில் $12t - 2t^2 = 2t\,(6 - t)$ என எழுதுவது தான் வசதி)

4) எண்ணல் எண்களையும் அவற்றின் குறை எண்களையும், பூஜ்யத்தையும் சேர்த்து பொதுவாக முழு எண்கள் என்று கூறலாம். $x^2 + y^2 = 25$ என்ற சமன்பாடு சரியாகின்ற எத்தனை ஜோடி முழு எண்கள் உள்ளன?

குறை எண் வகுத்தல்

அனைத்து மிகை எண்களிலும் வகுத்தல் என்ற செயலுக்குப் பொருள் கொடுப்பது, பெருக்கலின் அடிப்படையில் அல்லவா. எடுத்துக்காட்டாக $6 \div 2$ என்பதன் பொருள், 2 ஐ எந்த எண்ணால் பெருக்கினால் 6 கிடைக்கும் என்பதாகும். அதாவது $2 \times 3 = 6$ ஆனபடியால் $6 \div 2 = 3$ எனக்கூறப்படுகிறது.

இதுபோல் $\frac{3}{4} \times 2 = 1\frac{1}{2}$ ஆனபடியால் $1\frac{1}{2} \div \frac{3}{4} = 2$ எனக்கூறப்படுகிறது. (ஆறாம் வகுப்பில் **பாகமும் மடங்கும்** என்ற பாடத்தில் **பின்ன வகுத்தல்** என்ற பகுதி)

அப்போது $(-6) \div 2$ என்பதன் பொருள் 2 -ஐ எந்த எண்ணால் பெருக்கினால் -6 கிடைக்கும் என்பதாகும்.

2 ஐ-3 -ஆல் பெருக்கும் போது அல்லவா -6 கிடைக்கிறது.

எனவே $(-6) \div 2 = -3$ என எழுதலாம்.

-15 -ஐ 3 -ஆல் வகுத்தால்?

$6 \div (-2)$ ஆனால்?

-2 -ஐ, எந்த எண்ணால் பெருக்கினால் 6 கிடைக்கிறது?

அப்போது $6 \div (-2) = -3$.

$20 \div (-5)$ என்ன?

$(-6) \div (-2)$ கணக்கிடலாமா?

இயற்கணிதத்தில் பொதுவாக $x \div y$ என்பதை $\frac{x}{y}$ என எழுதலாம். அப்போது

$$z = \frac{x}{y}$$

என்ற சமன்பாட்டில்

$x = -6,\ y = 2$ எனக்கொண்டால் $z = -3$

$x = 6,\ y = -2$ எனக்கொண்டால் $z = -3$

$x = -6,\ y = -2$ எனக்கொண்டால் $z = 3$

-1 இன் அடுக்குகள்

$$(-1)^2 = (-1) \times (-1) = 1$$

$$(-1)^3 = (-1)^2 \times (-1) = 1 \times (-1) = -1$$

$$(-1)^4 = (-1)^3 \times (-1) = (-1) \times (-1) = 1$$

$$(-1)^5 = (-1)^4 \times (-1) = 1 \times (-1) = -1$$

என்ன காண்கிறீர்கள்?. மேலும் அடுக்குகளைப் பயன்படுத்திப் பார்க்கவும். படி இரட்டை எண் எனில் 1 -உம், ஒற்றை எண் எனில் -1 -உம் கிடைக்கிறது அல்லவா?

பொதுவாகக் கூறினால் எந்த எண் n எடுத்தாலும்

$$(-1)^n = (-1)^n \begin{cases} 1, & n \text{ இரட்டை எண் எனில்} \\ -1, & n \text{ ஒற்றை எண் எனில்} \end{cases}$$

வர்க்கமூலம்

25 -இன் வர்க்கமூலம் என்ன?

$$5 \times 5 = 25$$

எனவே 25 -இன் வர்க்கமூலம் 5.

$$(-5) \times (-5) = 25$$

என்பதையும் இப்போது பார்த்தோம். எனவே -5 என்பதும் 25 -இன் வர்க்கமூலம் தான்.

இது போல பூஜ்யம் அல்லாத எந்த முழு வர்க்கத்திற்கும் இரு வர்க்கமூலங்கள் உள்ளன. அதில் ஒன்று மிகை எண்ணும் மற்றது முதல் எண்ணின் குறை எண்ணுமாகும். இவற்றில் மிகை எண்ணான வர்க்கமூலத்தைத் தான் $\sqrt{\ }$ அடையாளத்தால் குறிப்பிடுகிறோம்.

எடுத்துக்காட்டாக: $\sqrt{25} = 5$

இரண்டாவது வர்க்க மூலமான -5. அப்படியானால் $-\sqrt{25}$ அல்லவா.

1) $y = \dfrac{1}{x}$ என்ற சமன்பாட்டில் x ஆக $-\dfrac{2}{3}, -\dfrac{1}{2}, -\dfrac{3}{5}$ என்ற எண்களை எடுத்தால் y ஆகக் கிடைக்கும் எண்களைக் கணக்கிடவும்.

2) $y = \dfrac{1}{x-1} + \dfrac{1}{x+1}$ என்ற சமன்பாட்டில் $x = -2$ என எடுக்கும் போதும் $x = -\dfrac{1}{2}$ என எடுக்கும் போதும் y ஆகக் கிடைக்கும் எண்களைக் கணக்கிடவும்.

3) $z = \dfrac{x}{y} - \dfrac{y}{x}$ என்ற சமன்பாட்டில், x, y ஆகக் கீழ்க்காணும் எண்களை எடுக்கும் போது z ஆகக் கிடைக்கும் எண்களைக் கணக்கிடவும்.

i. $x = 10, y = -5$ ii. $x = -10, y = 5$

iii. $x = -10, y = -5$ iv. $x = 5, y = -10$

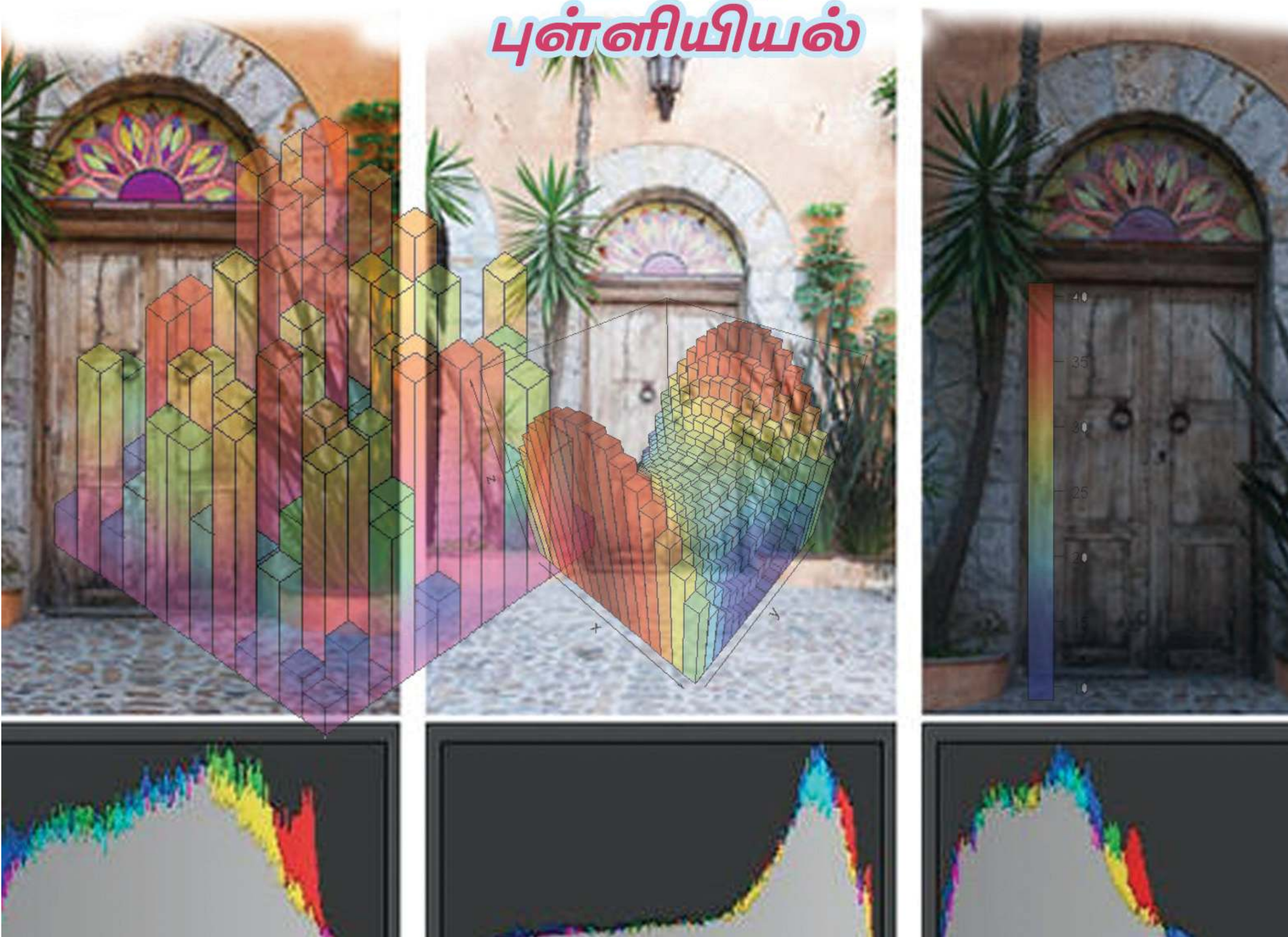
v. $x = -5, y = 10$

மீள்பார்வை

கற்றல் அடைவுகள்	என்னால் இயலும்	ஆசிரியர் உதவியுடன் இயலும்	இனியும் மேம்பட வேண்டும்
• இயற்கணிதத்தில் மிகை எண்களையும் குறை எண்களையும் அடையாளம் சேர்க்காமல் எழுத்துக்களாக எழுதும் முறையையும் அதன் வசதியையும் புரிந்து கொள்ளுதல்.			
• மிகை எண்களையும் குறை எண்களையும் ஒன்றாகச் சேர்த்து எடுக்கும் போது கூட்டல், கழித்தல் ஆகிய செயல்களுக்குப் புதிய வரையறைகள் தேவை என்பதை அறிந்து கொண்டதுடன், இந்த வரையறைகளைப் புரிந்து கொள்ளவும்இயலுதல்.			
• குறை எண்களைப் பயன்படுத்தும் சில சூழ்நிலைகளில் பெருக்கலைப் பயன்படுத்த வேண்டிய தேவையைத் தெரிந்து கொண்டதுடன், இந்த வரையறையைப் புரிந்து கொள்ளவும் செய்தல்.			
• மிகை எண்களில் உள்ளது போல் குறை எண்களிலும் வகுத்தல் என்பது பெருக்கலின் எதிர்மறை எனப் புரிந்து கொள்ளுதல்.			
• இயற்கணிதச் சொற்றொடர்களில் எழுத்துக்களை மிகை எண்களாகவும் குறை எண்களாகவும் எடுத்து எளிதாக்க முடிதல்.			

10

புள்ளியியல்



அட்டவணைப்படுத்துதல்

பள்ளிக்கூடத்தில் 8 'எ' வகுப்பில் 40 குழந்தைகள் உள்ளனர். சுகாதார மன்றத்தின் சார்பில் ஒவ்வொருவரின் இரத்தப் பிரிவினை உறுதிப்படுத்தியது கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

O+	B+	O+	AB+	AB−	B−
O+	AB−	AB+	AB+	B−	AB+
A+	O+	O+	O+	O+	A+
O−	A+	A+	O+	O+	O+
B+	B+	A+	A+	B+	O+
AB+	A+	B+	B+	O+	A+
B−	O+	O+	B+		

i) O− இரத்தப் பிரிவில் உள்ள குழந்தைகள் எத்தனை பேர்?

ii) B− இரத்தப் பிரிவில் உள்ள குழந்தைகள் எத்தனை பேர்?

iii) O+ இரத்தப் பிரிவில் உள்ள குழந்தைகள் எத்தனை பேர்?

iv) எந்த இரத்தப் பிரிவில் உள்ளவர்கள் மிகவும் கூடுதல்?

v) எந்த இரத்தப் பிரிவில் உள்ளவர்கள் மிகவும் குறைவு?

முதல் வினாவிற்கு விடை கண்டுபிடிக்க O− இரத்தப் பிரிவை மட்டும் எண்ணினால் போதும். இரண்டாவதற்கு B− மூன்றாவதற்கு

O^+ உம் எண்ணினால் போதும்

நான்காவது வினாவிற்கு?

எல்லாவற்றிற்கும் தனித்தனியாக எண்ண வேண்டும் அல்லவா?

இங்கு ஒவ்வொரு இனத்திலும் எத்தனை பேர் இருக்கிறார்கள் என ஆரம்பத்திலேயே கணக்கிட்டு வைத்தால் சுலபம் ஆகும்.

பிரிவு	எண்ணிக்கை
A+	8
B+	7
AB+	5
O+	13
B−	3
AB−	2
O−	2

இந்த அட்டவணையைப் பார்த்து கடைசி இரண்டு வினாக்களுக்கு விடைகளைக் கண்டுபிடிக்கவும்.

வேறொரு கணக்கு

ஒரு வகுப்பிலுள்ள குழந்தைகளுக்குத் தேர்வில் கிடைத்த மதிப்பெண்கள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன

8	7	6	3	8	8	7	7	6
7	9	7	6	8	7	2	6	7
10	6	7	3	9	5	4	5	4
4	4	5	8	10	8	8	9	7
7	6	8	8	7	4	5	9	8

i) எந்த மதிப்பெண் அதிகக் குழந்தைகளுக்குக் கிடைத்தது?

ii) 8 -உம் 8 -ஐவிடக் கூடுதலும் மதிப்பெண் கிடைத்த குழந்தைகள் எத்தனை பேர்?

iii) 8 -ஐவிடக் குறைவான மதிப்பெண் கிடைத்த குழந்தைகள் எத்தனை பேர்?

iv) 10 மதிப்பெண் கிடைத்த குழந்தைகள் எத்தனை பேர்?

முன்னர் உருவாக்கியது போன்று ஓர் அட்டவணையை இங்கும் உருவாக்கவும்.

ஒவ்வொரு மதிப்பெண்ணும் எத்தனை முறை மீண்டும் மீண்டும் வருகிறது என்பதல்லவா காண வேண்டும்.

இங்கு மிகக் குறைந்த மதிப்பெண் 2 -உம் மிகக் கூடிய மதிப்பெண் 10 -உம் ஆகும்.

2 முதல் 10 வரை உள்ள எண்களை ஒரு நிரலில் (மேலிருந்து கீழாக) எழுதி ஒவ்வொன்றும் எத்தனை முறை மீண்டும் மீண்டும் வருகிறது எனப் பார்க்கவும். ஐந்தாம் வகுப்பில் படித்த குறியீடு முறையை நாம் பயன்படுத்தலாம்.

மதிப்பெண்	குறியீடு	குழந்தைகளின் எண்ணிக்கை
2	|	1
3	||	2
4	~~||||~~	5
5	||||	4
6	~~||||~~ |	6
7	~~||||~~ ~~||||~~ |	11
8	~~||||~~ ~~||||~~	10
9	||||	4
10	||	2
	மொத்தம்	45

இனி அட்டவணையைப் பார்த்து முன்னர் கேட்ட வினாவிற்கு விடை கண்டு பிடிப்பது சுலபம் அல்லவா

அட்டவணையில் 2 ஒருமுறை, 3 இரண்டு முறை 7 பதினொன்று முறை என்றிவ்வாறு ஒவ்வொரு மதிப்பெண்ணும் எத்தனை முறை என்றல்லவா காண்பிக்கப்பட்டுள்ளது. இவ்வாறு அட்டவணையில் ஒவ்வொன்றும் எத்தனை முறை மீண்டும் மீண்டும் வருகின்றது என்பதனைப் பொதுவாக நிகழ்வெண் (frequency) என்று கூறுவர்.

இவ்வாறான அட்டவணையை நிகழ்வெண் அட்டவணை (frequency table) என்றும் கூறுவர்.

1) ஒரு கிராமத்தில் உள்ள 50 குடும்பங்களின் அங்கத்தினர்களின் எண்ணிக்கை கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

8	6	9	4	4	2	6	5	4	3
7	3	3	2	3	7	6	3	2	5
5	13	9	9	7	4	4	5	4	3
3	7	2	3	3	10	8	6	6	4
2	4	5	4	3	8	7	5	6	3

நிகழ்வெண் அட்டவணையைத் தயார்செய்து கீழே உள்ள வினாக்களுக்கு விடைகள் கண்டுபிடிக்கவும்.

i) இரு அங்கத்தினர்கள் மட்டும் உள்ள குடும்பங்கள் எத்தனை?

ii) நான்கும் அதைவிடக் குறைவாகவும் அங்கத்தினர்கள் உள்ள குடும்பங்கள் எத்தனை?

iii) பத்தும் அதைவிடக் கூடுதலாகவும் அங்கத்தினர்கள் உள்ள குடும்பங்கள் எத்தனை?

iv) எத்தனை அங்கத்தினர்கள் உள்ள குடும்பங்கள் மிகவும் கூடுதல்

2) 8 B வகுப்பில் 44 குழந்தைகள் உள்ளனர். ஒவ்வொரு குழந்தையும் எத்தனை கிலோமீட்டர் தூரத்திலிருந்து வருகிறார்கள் எனக் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

6	2	7	12	1	9	2	6
5	7	3	4	1	5	4	4
5	8	6	5	2	5	9	5
11	12	1	9	2	14	4	7
9	6	6	7	3	2	6	3
4	7	9	3				

நிகழ்வெண் அட்டவணையைத் தயார் செய்து கீழே உள்ள வினாக்களுக்கு விடை எழுதவும்.

i) சரியாக ஒரு கிலோமீட்டர் தூரத்திலிருந்து வரும் குழந்தைகள் எத்தனை பேர்?

ii) 5 கிலோமீட்டருக்கு அதிகமான தூரத்திலிருந்து வரும் குழந்தைகள் எத்தனை பேர்?

iii) 5 கிலோமீட்டருக்கும் 10 கிலோமீட்டருக்கும் இடைப்பட்ட தூரத்திலிருந்து வரும் குழந்தைகள் எத்தனை பேர்?

vi) 10 கிலோமீட்டருக்கு அதிகமான தூரத்திலிருந்து வரும் குழந்தைகள் எத்தனை பேர்?

3) ஓர் ஆண்டுத் தேர்வில் 35 குழந்தைகளுக்குக் கிடைத்த மதிப்பெண்கள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

15	10	18	11	19	16	15	17	14	18	13	15
17	16	15	14	15	17	14	15	13	16	11	11
16	20	13	12	10	16	17	13	12	14	12	

நிகழ்வெண் அட்டவணையைத் தயார் செய்து கீழே உள்ள வினாக்களுக்கு விடைகளைக் கண்டுபிடிக்கவும்.

i) 20 மதிப்பெண்கள் கிடைத்த குழந்தைகள் எத்தனை பேர்?

ii) 10 -க்கும் 15 -க்கும் இடையில் மதிப்பெண்கள் கிடைத்த குழந்தைகள் எத்தனை பேர்?

iii) 10 -க்குக் குறைவான மதிப்பெண்கள் கிடைத்த குழந்தைகள் எத்தனை பேர்?

iv) மிகவும் கூடுதல் மதிப்பெண்கள் கிடைத்த குழந்தைகள் எத்தனை பேர்?

வேறொரு வடிவம்

ஒரு மட்டைப் பந்து விளையாட்டு வீரர் 50 ஒரு நாள் போட்டிகளில் அடித்த ரன்கள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

50	0	49	60	100	68	27	48	15	65	101	45	2
52	25	18	29	53	72	90	32	81	28	104	35	49
2	60	87	71	38	102	35	71	68	20	10	30	55
47	21	35	12	20	11	27	43	38	40	48		

i) அவர் எடுத்த சதங்கள் எத்தனை?

ii) அவர் எடுத்த அரை சதங்கள் எத்தனை?

iii) 50 -க்குக் குறைவான ரன்கள் பெற்ற எத்தனை போட்டிகள் உள்ளன?

இங்கு விளையாட்டு வீரர் எடுத்த மிகக் குறைந்த ரன் பூஜ்யமும் மிகக் கூடிய ரன் 104 -உம் அல்லவா.

இதுவரை செய்தது போன்று அட்டவணையைத் தயார் செய்ய 0 முதல் 104 வரை உள்ள எண்களை முதல் நிரலில் எழுத வேண்டும். ஆனால் அனைத்து எண்களும் இங்கே தேவையில்லை. இங்ஙனம் வரும் அட்டவணையிலிருந்து விளையாட்டு வீரரின் திறமையைக் குறித்துள்ள பொதுக் கருத்தினை உருவாக்கவும் இயலாது.

வேறொரு முறையில் அட்டவணையைத் தயார் செய்வோம்.

ஒரு நிரலில் ரன்களை ஒவ்வொன்றாக எழுதுவதற்குப் பதில் சதம் (100 -உம், 100 -ஐ விடக் கூடுதலும்), அரைசதம் (50 - 99) அரை சதத்தை விடக் குறைவு (50-க்குக் குறைவு) என ஒவ்வொரு பிரிவுகளை எழுதி அட்டவணையைத் தயார் செய்யலாம்.

பிரிவு	குறியீடு	போட்டிகள்
0 - 49	𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 |	31
50 - 99	𝍸 𝍸 𝍸	15
100 -உம் அதற்குக் கூடுதலும்		

இந்த அட்டவணையைப் பார்த்து முன்னர் கேட்ட வினாக்களுக்கு எளிதில் விடை கூறலாம் அல்லவா?

விளையாட்டு வீரரின் திறமையை மேலும் பகுப்பாய்வு செய்ய வேண்டுமெனில்?

- 10 -க்குக் குறைவாக ரன்கள் எடுத்த போட்டிகள் எத்தனை?
- 90 -க்கும் 100 -க்கும் இடையே ரன்கள் எடுத்த போட்டிகள் எத்தனை?
- 40 -க்கும் 50 -க்கும் இடையே ரன்கள் எடுத்த போட்டிகள் எத்தனை?

இவ்வாறு பல வழிகளில் கணக்கிடும் போது அதற்கு ஏற்ற வகையில் பிரிவுகளாக ஆக்கி அட்டவணையைத் தயார் செய்ய வேண்டும்.

0 முதல் 9 வரை, 10 முதல் 19 வரை, 20 முதல் 29 வரை எனப் பிரிவுகள் ஆக்கி ஒவ்வொன்றிலும் எத்தனை வீதம் வருகிறது எனக் கணக்கிடலாம்.

அட்டவணைகள்

தகவல்கள் சேகரித்ததிலிருந்து சரியான கருத்தாக்கங்களை உருவாக்க அவற்றை ஒழுங்குபடுத்த வேண்டும். இவ்வாறு ஒழுங்குபடுத்துவதற்கான ஒரு வழிமுறையே அவற்றை வகைப்படுத்தி அட்டவணையாக்குவதாகும். சாதாரணமாக, புள்ளி விபரக் கணக்கில் உபயோகிக்கும் ஒன்றுதான் நிகழ்வெண் அட்டவணை.

இங்ஙனம் அட்டவணையாக்கும் போது சில தகவல்கள் விடுபட்டுப் போகின்றன. உதாரணமாக, வருமானத்தைப் பற்றிச் சேகரித்த மொத்தத் தகவல்களைப் பிரிவுகளாக்கி, ஒவ்வொரு பிரிவில் உள்ளவர்களின் எண்ணிக்கையை மட்டும் வெளியிடும் போது, அதிலிருந்து ஒவ்வொருவரின் உண்மையான வருமானம் என்னவென்று கண்டுபிடிக்க முடியாது.

ஆனால் இது போன்ற ஓர் அட்டவணையிலிருந்து வேறுபட்ட வருமானம் உள்ளவர்களின் பிரிவுகளைக் குறித்துள்ள பொதுவான தகவல்கள் கிடைக்கின்றன. ஆனால் ஒழுங்குபடுத்தப்படாத மொத்தத் தகவல்களிலிருந்து கிடைப்பதில்லை

பிரிவு	குறியீடு	குழந்தைகளின் எண்ணிக்கை
0 – 9	$\vert\vert\vert\vert$	4
10 – 19	$\cancel{\vert\vert\vert\vert}\ \vert$	6
20 – 29	$\cancel{\vert\vert\vert\vert}\ \vert\vert$	7
30 – 39	$\cancel{\vert\vert\vert\vert}\ \vert\vert$	7
40 – 49	$\cancel{\vert\vert\vert\vert}\ \vert\vert$	7
50 – 59	$\vert\vert\vert\vert\ \vert$	6
60 – 69	$\vert\vert\vert$	3
70 – 79	$\vert\vert\vert$	3
80 – 89	$\vert\vert\vert$	3
90 – 99	$\vert$	1
100 – 109	$\vert\vert\vert$	3
மொத்தம்		50

முன்னர் கேட்கப்பட்ட வினாக்களுக்கு இனி எளிதாக விடை கூறலாம் அல்லவா

வேறொரு நிகழ்வைப் பார்ப்போம்.

பள்ளிக்கூடத்தில் உள்ள சுகாதார மன்ற அங்கத்தினர்களின் எடை (கிலோகிராமில்) கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

38	$37\frac{1}{2}$	$40\frac{1}{2}$	59	48	48	$37\frac{1}{2}$
58	50	$54\frac{1}{2}$	39	40	$40\frac{1}{2}$	49
32	43	45	53	37	44	51
$50\frac{1}{2}$	$32\frac{1}{2}$	46	55	36	$44\frac{1}{2}$	47
$42\frac{1}{2}$	33					

நிகழ்வெண் அட்டவணையை உருவாக்க வேண்டும்.

30 – 34, 35 – 39, 40 – 44, 45 – 49 என்றிவ்வாறு பிரிவுகளாக ஆக்கினால் சரியாகுமா?

உதாரணமாக எடை $44\frac{1}{2}$ என்பதனை எந்தப் பிரிவில் எடுக்க வேண்டும்?

இடைவெளிகளை 30 – 35, 35 – 40, 40 – 45 என்றிவ்வாறு

பகுக்கும் முறை

தகவல்களைச் சுருக்கமாகச் சொல்லவும், அதன்மூலம் அவற்றைக் குறித்துள்ள பொதுவான கருத்துகளைச் சுலபமாக்குவதற்கும் தான் அவற்றைப் பகுத்து அட்டவணையாக் கப்படுகிறது. இங்ஙனம் செய்யும் போது சில தகவல்கள் விடுபடுவதையும் கண்டோம் மிகச் சிறிய இடைவெளிகொண்ட அதிகப் பிரிவுகள் ஆக்கினால் இவ்வாறான விடுபடுதலைக் குறைக்கலாம். ஆனால் அட்டவணை சிறியதாக இருக்காது. மேலும் பெரிய இடைவெளி கொண்ட குறைவான பிரிவுகள் ஆக்கினால் தகவல்களின் வெளியிடல் சுருங்கிப் போகும். அதனால் கருத்தாக்கங்களை உருவாக்க முடியாமல் தகவல்கள் விடுபட்டுப் போகும்.

உதாரணமாக வருமானங்கள் குறித்துள்ள தகவல்களை அட்டவணையாக்கும் போது 1 ரூபாய் இடைவிட்டுள்ள பிரிவுகள் ஆக்கினாலோ? திரட்டிய தகவல்கள் அனைத்தும் அட்டவணையில் இருக்கும். ஆனால் சுருக்கமாக இருக்காது. மேலும் மிகவும் குறைந்த வருமானம் முதல் மிகவும் கூடிய வருமானம் வரையுள்ள ஒரே ஒரு பிரிவாக ஆக்கினாலோ? அட்டவணை மிகவும் சுருங்கிப் போகும், ஆகவே பொதுவான கருத்தாக்கங்கள் கிடைப்பதில்லை.

எடுக்கலாம். அப்படியானால் $44\frac{1}{2}$ என்ற அளவு 40 – 45 என்ற பிரிவில் வரும் அல்லவா. 40 என்ற அளவு, 35 – 40 அல்லது 40 – 45 என்பதில் எந்தப் பிரிவில் உட்படுத்த வேண்டும். சாதாரணமாக 40 – 45 என்ற பிரிவு இடைவெளியில் தான் 40 உட்படுத்தப்படுகிறது. இது போன்ற 45 என்ற அளவு 45 – 50 என்ற பிரிவில் தான் உட்படுத்தப்படுகிறது.

இனி நிகழ்வெண் பட்டியல் உருவாக்கலாம் அல்லவா.

பிரிவு	குறியீடு	நிகழ்வெண்
30 – 35		
35 – 40		
40 – 45		
45 – 50		
50 – 55		
55 – 60		

1) 40 நகரங்களில் ஒரு நாளின் மிகக்கூடிய வெப்பநிலை (டிகிரி செல்சியஸில்) கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. நிகழ்வெண் பட்டியல் உருவாக்கவும்.

41	23	32	40	25	30	38	47	40	39
26	31	37	32	36	41	30	25	27	30
29	40	38	36	43	37	28	27	32	36
38	36	33	32	28	27	23	26	28	31

2) உடற்தகுதிப் பரிசோதனையில் கலந்துகொண்ட 45 நபர்களின் உயரம் சென்டி மீட்டரில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. நிகழ்வெண் பட்டியல் உருவாக்கவும்.

160	145	168	156	168.4	170	163	177	143	175	169	154
163	176	160.3	164	150	168	166	148	154	159	164.5	
165	155	148.2	158	174	169	168	165	170	141	172.7	
179	167	171	159	167	171	165	171	167	162	171	

உயரம்	குறியீடு	எண்ணிக்கை
140 – 145		
145 – 150		

புதிய ஒரு படம்

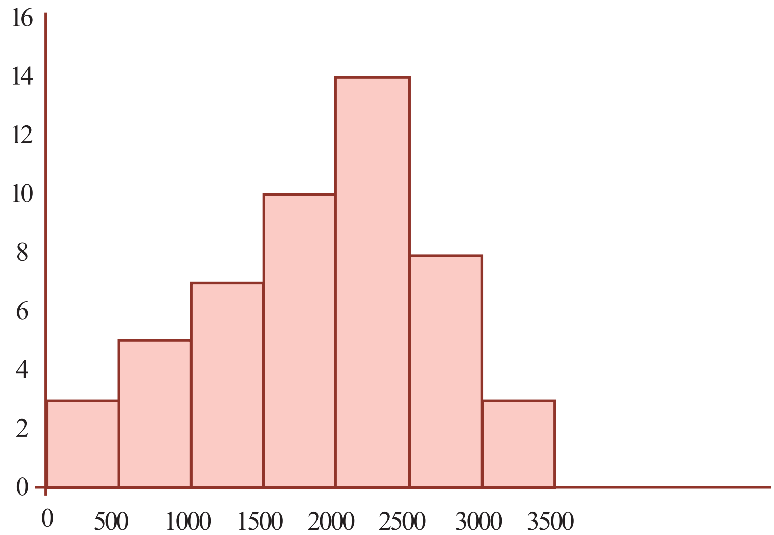
எண் வடிவிலான தகவல்களைச் செவ்வகப் படமாகவும் வட்டப்படமாகவும் வெளியிடத் தெரியும் அல்லவா.

இனி நிகழ்வெண் பட்டியலில் உள்ள தகவல்களைப் படமாக்குவது எங்ஙனம் எனப் பார்ப்போம்.

50 குடும்பங்கள் ஒரு நாள் உபயோகிக்கும் தண்ணீரின் அளவு கீழே உள்ள அட்டவணையில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

தண்ணீரின் அளவு (லிட்டரில்)	குடும்பங்களின் எண்ணிக்கை
0 – 500	3
500 – 1000	5
1000 – 1500	7
1500 – 2000	10
2000 – 2500	14
2500 – 3000	8
3000 – 3500	3
மொத்தம்	50

அட்டவணையில் உள்ள தகவல்களைப் படமாக்கிப் பார்க்கவும்.



பிரிவுகள் கிடைகோட்டிலும் நிகழ்வெண்கள் நிலைகோட்டிலும் அடையாளப் படுத்தப்பட்டுள்ளன. செவ்வகத்தின் அகலம் ஒவ்வொரு பிரிவின் அளவையும் உயரம் நிகழ்வெண்ணையும் குறிப்பிடுகிறது. இங்ஙனம் வரையும் படம் நிகழ்வுச் செவ்வகம் (histogram).ஆகும்.

1) ஒரு நெடுந்தூர ஓட்டப்பந்தயத்தில் இலக்கைச் சென்றடைய 30 குழந்தைகள் எடுத்துக் கொண்ட நேரம் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. நிகழ்வுச் செவ்வகம் வரையவும்.

நேரம் - நிமிடத்தில்	குடும்பங்களின் எண்ணிக்கை
10 – 13	2
13 – 16	5
16 – 19	12
19 – 22	8
22 – 25	3

2) ஒரு பகுதியில் உள்ள 60 குடும்பங்களின் ஒரு நாள் வருமானம் அட்டவணையில் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

நாள்வருமானம் (ரூபாயில்)	குடும்பங்களின் எண்ணிக்கை
200 – 250	3
250 – 300	7
300 – 350	15
350 – 400	20
400 – 450	9
450 – 500	6

நிகழ்வுச் செவ்வகம் வரையவும்.

3) ஜூன், ஜூலை மாதங்களில் கிடைத்த மழையின் விபரங்கள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. இவ் விபரங்களின் நிகழ்வுச் செவ்வகம் வரையவும்.

மழை (மி. மீ.)	நாட்கள்
10 – 20	4
20 – 30	6
30 – 40	9
40 – 50	15
50 – 60	10
60 – 70	8
70 – 80	5
80 – 90	3
90 – 100	1

4) ஓட்டப்பந்தயத்தில் 25 பெண்களும் 23 ஆண்களும் இலக்கைச் சென்றடைய எடுத்துக்கொண்ட நேரம் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. பெண்களையும் ஆண்களையும் குறிப்பிடுகின்ற நிகழ்வுச் செவ்வகங்களை வெவ்வேறாக வரையவும்.

நேரம் வினாடியில்	எண்ணிக்கை	
	பெண்கள்	ஆண்கள்
30 – 40	2	3
40 – 50	6	7
50 – 60	8	5
60 – 70	5	5
70 – 80	4	3

5) ஒரு வகுப்பிலுள்ள 45 குழந்தைகளின் எடை கிலோகிராமில் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

41, 31, 48, 34, 75, 39, 45, 41, 55

52, 40, 57, 43, 61, 47, 64, 56, 47

41, 59, 46, 67, 45, 64, 48, 52, 58

53, 64, 59, 43, 50, 62, 54, 68, 59

69, 57, 57, 53, 52, 56, 61, 55, 69

நிகழ்வெண் அட்டவணை தயார் செய்து நிகழ்வுச் செவ்வகம் வரையவும்.

மீள்பார்வை

கற்றல் அடைவுகள்	என்னால் இயலும்	ஆசிரியர் உதவியுடன் இயலும்	இனியும் மேம்பட வேண்டும்
• தரப்பட்டுள்ள விபரங்களை ஒவ்வொன்றாக எடுத்து நிகழ்வெண் அட்டவணையாக எழுதுதல்			
• தரப்பட்டுள்ள விபரங்களைப் பிரிவுகளாக ஆக்கி நிகழ்வெண் அட்டவணை தயாராக்குதல்.			
• நிகழ்வெண் அட்டவணையைத் தயாராக்கும் போது பிரிவுகள் ஆக்குவதன் தேவையை விளக்குதல்.			
• நிகழ்வெண் அட்டவணையில் உள்ள விபரங்களை நிகழ்வுச் செவ்வகம் வாயிலாக வெளியிடுதல்			