സ്റ്റാറ്റിസ്റ്റിക്സ് ഫോർ ഇക്കണോമിക്സ്

XI

കേരളസർക്കാർ
വിദ്യാഭ്യാസവകുപ്പ്

തയാറാക്കിയത്
സംസ്ഥാന വിദ്യാഭ്യാസ ഗവേഷണ പരിശീലന സമിതി (SCERT), കേരളം
2019

First Edition
February 2006 Phalguna 1927
Reprinted
December 2006 Pausa 1928
December 2007 Pausa 1929
January 2009 Magha 1930
January 2010 Magha 1931
January 2011 Magha 1932
January 2012 Magha 1933
December 2012 Agrahayana 1934
February 2015 Magha 1936
April 2016 Chaitra 1938
December 2016 Pausa 1938
January 2018 Magha 1939

PD 300T HK

© National Council of Educational Research and Training, 2006

₹ 55.00

Printed on 80 GSM paper with NCERT watermark

Published at the Publication Division by the Secretary, National Council of Educational Research and Training, Sri Aurobindo Marg, New Delhi 110 016 and printed at Babloo Binding House, Patna Cold Storage, Shahganj, Patna - 800 006

ISBN 81-7450-497-4

ALL RIGHTS RESERVED

- No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system or transmitted, in any form or by any means, electronic, mechanical, photocopying, recording or otherwise without the prior permission of the publisher.
- This book is sold subject to the condition that it shall not, by way of trade, be lent, re-sold, hired out or otherwise disposed of without the publisher's consent, in any form of binding or cover other than that in which it is published.
- The correct price of this publication is the price printed on this page, Any revised price indicated by a rubber stamp or by a sticker or by any other means is incorrect and should be unacceptable.

OFFICES OF THE PUBLICATION DIVISION, NCERT

NCERT Campus
Sri Aurobindo Marg
New Delhi 110 016 **Phone : 011-26562708**

108, 100 Feet Road
Hosdakere Halli Extension
Banashankari III Stage
Bengaluru 560 085 **Phone : 080-26725740**

Navjivan Trust Building
P.O.Navjivan
Ahmedabad 380 014 **Phone : 079-27541446**

CWC Campus
Opp. Dhankal Bus Stop
Panihati
Kolkata 700 114 **Phone : 033-25530454**

CWC Complex
Maligaon
Guwahati 781 021 **Phone : 0361-2674869**

Publication Team

Head, Publication Division : *M. Siraj Anwar*

Chief Editor : *Shveta Uppal*

Chief Business Manager : *Gautam Ganguly*

Chief Production Officer : *Arun Chitkara*

Editor : *M.G. Bhagat*

Production Assistant : *Mukesh Gaur*

Cover
Shweta Rao

Illustrations and Layout
Sarita Verma Mathur

Foreword

The National Curriculum Framework (NCF), 2005, recommends that children's life at school must be linked to their life outside the school. This principle marks a departure from the legacy of bookish learning which continues to shape our system and causes a gap between the school, home and community. The syllabi and textbooks developed on the basis of NCF signify an attempt to implement this basic idea. They also attempt to discourage rote learning and the maintenance of sharp boundaries between different subject areas. We hope these measures will take us significantly further in the direction of a child-centred system of education outlined in the National Policy on Education (1986).

The success of this effort depends on the steps that school principals and teachers will take to encourage children to reflect on their own learning and to pursue imaginative activities and questions. We must recognise that, given space, time and freedom, children generate new knowledge by engaging with the information passed on to them by adults. Treating the prescribed textbook as the sole basis of examination is one of the key reasons why other resources and sites of learning are ignored. Inculcating creativity and initiative is possible if we perceive and treat children as participants in learning, not as receivers of a fixed body of knowledge.

These aims imply considerable change in school routines and mode of functioning. Flexibility in the daily time-table is as necessary as rigour in implementing the annual calendar so that the required number of teaching days are actually devoted to teaching. The methods used for teaching and evaluation will also determine how effective this textbook proves for making children's life at school a happy experience, rather than a source of stress or boredom. Syllabus designers have tried to address the problem of curricular burden by restructuring and reorienting knowledge at different stages with greater consideration for child psychology and the time available for teaching. The textbook attempts to enhance this endeavour by giving higher priority and space to opportunities for contemplation and wondering, discussion in small groups, and activities requiring hands-on experience.

The National Council of Educational Research and Training (NCERT) appreciates the hard work done by the textbook development team

responsible for this book. We wish to thank the Chairperson of the advisory group for Social Sciences textbooks at Higher Secondary Level, Professor Hari Vasudevan and the Chief Advisor for this book, Professor Tapas Majumdar for guiding the work of this committee. Several teachers contributed to the development of this textbook; we are grateful to them and their principals for making this possible. We are indebted to the institutions and organisations which have generously permitted us to draw upon their resources, material and personnel. We are especially grateful to the members of the National Monitoring Committee, appointed by the Department of Secondary and Higher Education, Ministry of Human Resource Development under the Chairmanship of Professor Mrinal Miri and Professor G.P. Deshpande, for their valuable time and contribution. As an organisation committed to systemic reform and continuous improvement in the quality of its products, NCERT welcomes comments and suggestions which will enable us to undertake further revision and refinement.

Director
National Council of Educational
Research and Training

New Delhi
20 December 2005

ആമുഖം

ഏതു വിജ്ഞാനവും മാതൃഭാഷയിൽ പഠിക്കാനും പ്രകാശനം ചെയ്യാനും സാധിക്കും. അതിനുള്ള അവസരം പഠിതാക്കൾക്ക് ഒരുക്കേണ്ടത്, ഏതൊരു പഠന സമ്പ്രദായത്തിന്റെയും അനിവാര്യതയാണ്. അതിന്റെ തുടക്കമെന്ന നിലയ്ക്കാണ് ഹയർസെക്കന്ററി തലത്തിൽ ഭാഷേതര വിഷയങ്ങളിലെ പാഠപുസ്തകങ്ങൾ മലയാളത്തിൽ പ്രസിദ്ധീകരിക്കുന്നത്.

മാതൃഭാഷയിലൂടെയുള്ള വിദ്യാഭ്യാസം, ജ്ഞാനസമ്പാദനത്തിനുള്ള സുഗമ മാർഗം എന്നതിനോടൊപ്പം സാംസ്കാരികത്തനിമയുടെ തിരിച്ചറിയൽ കൂടിയാണ്. അതുകൊണ്ടാണ് വികസിതരാജ്യങ്ങൾ മാതൃഭാഷയെ മുഖ്യ ബോധന മാധ്യമമായി സ്വീകരിച്ചിരിക്കുന്നത്. ഇന്ത്യയിലാകട്ടെ, ദേശീയതലത്തിലുള്ള പ്രധാന പരീക്ഷകളെല്ലാം പ്രാദേശിക ഭാഷകളിൽക്കൂടി നടത്തുന്നതിനുള്ള സംവിധാനവും ഉണ്ടായി വരികയാണ്. ഈയൊരു സാഹചര്യത്തിൽ നമ്മുടെ കുട്ടികളും മാതൃഭാഷയുടെ ശക്തിസൗന്ദര്യങ്ങൾ തിരിച്ചറിഞ്ഞ് വിവിധ വിഷയങ്ങളിൽ ജ്ഞാനനിർമിതിയിൽ ഏർപ്പെടേണ്ടതുണ്ട്. അതിന് അവരെ സജ്ജരാക്കുകയാണ് ഈ പാഠപുസ്തകങ്ങളുടെ മുഖ്യ ലക്ഷ്യം.

പരിഭാഷപ്പെടുത്തിയ പുസ്തകങ്ങളിൽ അതത് വിഷയങ്ങളിലെ സാങ്കേതിക പദങ്ങൾ പരമാവധി മലയാളത്തിലാക്കിയിട്ടുണ്ട്. നമ്മുടെ ഭാഷയിൽ ചിരപരിചിതമായ ഇംഗ്ലീഷ് പദങ്ങളെ അതേപടി സ്വീകരിച്ചിട്ടുമുണ്ട്. വിവർത്തനത്തിന് തീർത്തും വഴങ്ങാത്ത പദങ്ങളെ അതേരീതിയിൽ തന്നെ ഉപയോഗിച്ചിരിക്കുന്നു. മാതൃഭാഷയിൽ പഠിക്കുന്നവർക്ക് ആശയഗ്രഹണം സുഗമമാക്കുന്ന വിധത്തിലാണ് പാഠപുസ്തകരചന നടത്തിയിരിക്കുന്നത്. അതോടൊപ്പം മലയാളഭാഷയുടെ വളർച്ചയ്ക്കും ഈ പ്രവർത്തനം സഹായകമാകുമെന്ന് കരുതുന്നു.

പാഠപുസ്തകവിവർത്തന രംഗത്ത് നമ്മുടെ രാജ്യത്ത് നടന്ന വലിയൊരു കാൽവെപ്പാണ് ഇത്. പ്രഥമ സംരംഭമെന്നനിലയിൽ പല പരിമിതികളും പരിഭാഷയിൽ വന്നിട്ടുണ്ടാകാം. ക്ലാസ്മുറിയിൽ പ്രയോഗത്തിൽ വരുമ്പോഴാണ് അവയെല്ലാം കൂടുതൽ ബോധ്യപ്പെടുക. തുടർന്ന് വരുന്ന ഘട്ടങ്ങളിൽ അവയൊക്കെ പരിഹരിക്കുന്നതിന് എല്ലാ അഭ്യുദയകാംക്ഷികളിൽ നിന്നും വിശിഷ്യ അധ്യാപകർ, വിദ്യാർത്ഥികൾ എന്നിവരിൽ നിന്നും അഭിപ്രായങ്ങളും നിർദേശങ്ങളും പ്രതീക്ഷിക്കുന്നു.

ഡോ.ജെ. പ്രസാദ്

ഡയറക്ടർ,

എസ്.സി.ഇ.ആർ.ടി. കേരളം

Acknowledgements

Acknowledgements are due to Savita Sinha, *Professor and Head,* Department of Education in Social Sciences and Humanities, for her support in developing this textbook.

The Council is also thankful to J. Khuntia, *Senior Lecturer,* School of Correspondence Courses, Delhi University; T.M. Thomas, *Associate Professor*, Deshbandhu College, Delhi University; M.V. Srinivasan and Jaya Singh, *Lecturer,* DESSH, NCERT, for helping in finalising the textbook.

Special thanks are due to Vandana R. Singh, *Consultant Editor,* for going through the manuscript and suggesting relevant changes.

The Council also gratefully acknowledges the contributions of Amjad Husain and Girish Goyal, *DTP Operators;* Dillip Kumar Agasti, *Proofreader;* Dinesh Kumar, *In-charge,* Computer Station, in shaping this book. The contribution of the Publication Department, NCERT, in bringing out this book is also duly acknowledged.

പാഠപുസ്തകവിവർത്തനം

ശില്പശാലയിൽ പങ്കെടുത്തവർ

കെ.പി. മുഹമ്മദാലി
ഡോ. കെ.ബി. മേനോൻ മെമ്മോറിയൽ
ഹയർ സെക്കണ്ടറി സ്കൂൾ, തൃത്താല

രഘു. റ്റി.റ്റി.
ഗവ. ഹയർ സെക്കണ്ടറി സ്കൂൾ
നിറമരുതൂർ, മലപ്പുറം

സജീഷ് കെ.സി
ഗവ. ഹയർ സെക്കണ്ടറി സ്കൂൾ
പീച്ചി, തൃശ്ശൂർ

റോബിൻസ് കെ തോമസ്
ഗവ.ഗേൾസ് ഹയർ സെക്കണ്ടറി സ്കൂൾ
മലപ്പുറം

വിദഗ്ധർ

ശ്രീ. ടി. പി. കുഞ്ഞിക്കണ്ണൻ
അസോസിയേറ്റ് പ്രൊഫസർ (റിട്ട.)
ഡി.കെ.ടി.എം ഗവ. കോളേജ് പേരാമ്പ്ര

ശ്രീ. രാജഗോപാൽ.കെ
കോഴ്സ് ഡയറക്ടർ (മുൻ)
സി-ഡിറ്റ്, തിരുവനന്തപുരം

ഡോ. ഇന്ദിര പി.എം
അസിസ്റ്റന്റ് പ്രൊഫസർ,
മഹാത്മാഗാന്ധി ഗവ. ആർട്സ് കോളേജ്,
മാഹി

ഡോ. സിദ്ധിക് ആർ
അസിസ്റ്റന്റ് പ്രൊഫസർ,
കേരള സർവകലാശാല

ഡോ. മഞ്ജു എസ് നായർ
അസോസിയേറ്റ് പ്രൊഫസർ,
കേരള സർവകലാശാല

സി.വി.സുരേഷ്കുമാർ
എച്ച്.എസ്.എസ്.റ്റി (മലയാളം)
എം.വി.ഹയർസെക്കന്ററി സ്കൂൾ
അരുമാനൂർ, തിരുവനന്തപുരം

അക്കാദമിക് കോഡിനേറ്റർ

രഞ്ജിത് എസ്
റിസർച്ച് ഓഫീസർ, എസ്.സി.ഇ.ആർ.ടി.

THE CONSTITUTION OF INDIA

PREAMBLE

WE, THE PEOPLE OF INDIA, having solemnly resolved to constitute India into a [1]**[SOVEREIGN SOCIALIST SECULAR DEMOCRATIC REPUBLIC]** and to secure to all its citizens :

JUSTICE, social, economic and political;

LIBERTY of thought, expression, belief, faith and worship;

EQUALITY of status and of opportunity and to promote among them all;

FRATERNITY assuring the dignity of the individual and the [2][unity and integrity of the Nation];

IN OUR CONSTITUENT ASSEMBLY this twenty-sixth day of November, 1949 do **HEREBY ADOPT, ENACT AND GIVE TO OURSELVES THIS CONSTITUTION.**

1. Subs. by the Constitution (Forty-second Amendment) Act, 1976, Sec.2, for "Sovereign Democratic Republic" (w.e.f. 3.1.1977)
2. Subs. by the Constitution (Forty-second Amendment) Act, 1976, Sec.2, for "Unity of the Nation" (w.e.f. 3.1.1977)

ഉള്ളടക്കം

ആമുഖം

യൂണിറ്റ് I: ആമുഖം 9–19

യൂണിറ്റ് II: ദത്തങ്ങളുടെ ശേഖരണം 20–37

യൂണിറ്റ് III: ദത്തങ്ങളുടെ ക്രമീകരണം 38–58

യൂണിറ്റ് IV: ദത്തങ്ങളുടെ അവതരണം 59–81

യൂണിറ്റ് V: കേന്ദ്രപ്രവണതാമാനകങ്ങൾ 82–102

യൂണിറ്റ് VI: പ്രകീർണനമാനകങ്ങൾ 103–125

യൂണിറ്റ് VII: സഹബന്ധം. 126–143

യൂണിറ്റ് VIII: സൂചികാങ്കങ്ങൾ 144–163

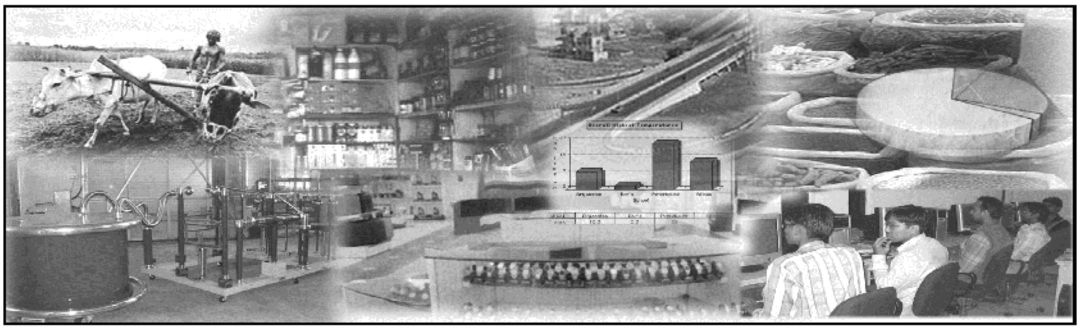
യൂണിറ്റ് IX: സാംഖ്യക ഉപാധികളുടെ ഉപയോഗം 164–178

H2X8P9

K7B4U6

അധ്യായം 1

ആമുഖം
(Introduction)



പഠനനേട്ടങ്ങൾ

- സാമ്പത്തികശാസ്ത്രം എന്തിനെക്കുറിച്ച് പ്രതിപാദിക്കുന്നു എന്നറിയുന്നു.
- സാമ്പത്തികപ്രവർത്തനങ്ങളായ ഉപഭോഗം, ഉൽപാദനം, വിതരണം മുതലായവയും സാമ്പത്തികശാസ്ത്രവും തമ്മിലുള്ള ബന്ധം മനസ്സിലാക്കാൻ കഴിയുന്നു.
- ഉപഭോഗം, ഉൽപാദനം, വിതരണം എന്നിവ വിശദീകരിക്കാൻ സാംഖ്യകത്തെക്കുറിച്ചുള്ള അറിവ് എങ്ങനെ സഹായിക്കുന്നു എന്ന ധാരണ നേടുന്നു.
- സാമ്പത്തികപ്രവർത്തനങ്ങളെക്കുറിച്ച് മനസിലാക്കുന്നതിൽ സാംഖ്യകത്തിന്റെ പ്രയോജനങ്ങൾ മനസ്സിലാക്കുന്നു.

1. എന്തുകൊണ്ട് സാമ്പത്തികശാസ്ത്രം? (Why Economics?)

സാമ്പത്തികശാസ്ത്രത്തെക്കുറിച്ച് നിങ്ങൾ മുൻക്ലാസുകളിൽ കേട്ടിരിക്കുമല്ലോ. ആധുനികസാമ്പത്തിക ശാസ്ത്രത്തിന്റെ ഉപജ്ഞാതാക്കളിൽ ഒരാളായ ആൽഫ്രഡ് മാർഷൽ, "മനുഷ്യരുടെ സാധാരണ ജീവിത വ്യവഹാരത്തെ കുറിച്ചുള്ള പഠനമാണ് സാമ്പത്തികശാസ്ത്രം" എന്ന് പറയുകയുണ്ടായി. നമുക്കതിന്റെ ഉള്ളടക്കം മനസ്സിലാക്കാൻ ശ്രമിക്കാം.

സാധനങ്ങൾ വാങ്ങുമ്പോൾ (ഇത് വ്യക്തിഗത ആവശ്യങ്ങളോ കുടുംബത്തിന്റെ ആവശ്യങ്ങളോ തൃപ്തിപ്പെടുത്തുന്നതിനോ, മറ്റുള്ളവർക്ക് സമ്മാനം നൽകുന്നതിനോ വേണ്ടിയാവാം) നിങ്ങൾ

ഒരു ഉപഭോക്താവ് (Consumer) ആകുന്നു. ലാഭം നേടുന്ന സാധനങ്ങൾ വിൽക്കുമ്പോൾ (നിങ്ങൾ ഒരു കടയുടമയാകാം) നിങ്ങൾ ഒരു വിൽപ്പനക്കാരൻ (Seller) എന്നറിയപ്പെടുന്നു.

നിങ്ങൾ വസ്തുക്കൾ നിർമ്മിക്കുമ്പോൾ (നിങ്ങൾ ഒരു കർഷകനോ നിർമ്മാണ കമ്പനിയോ ആകാം) അല്ലെങ്കിൽ സേവനം നൽകുമ്പോൾ (നിങ്ങൾ ഒരു ഡോക്ടർ, പോർട്ടർ, ടാക്സി ഡ്രൈവർ അല്ലെങ്കിൽ വസ്തുക്കൾ വഹിച്ചുകൊണ്ടു പോകുന്ന ഒരാൾ എന്നിവരാകാം) നിങ്ങൾ ഒരു ഉത്പാദകൻ (Producer) ആകുന്നു. നിങ്ങൾ പ്രതിഫലം കൈപ്പറ്റി മറ്റൊരാൾക്കുവേണ്ടി ഏതെങ്കിലും ജോലിയിൽ ഏർപ്പെട്ടാൽ (മറ്റൊരാളാൽ തൊഴിലിന് നിയോഗിക്കപ്പെട്ടാൽ വേതനമോ ശമ്പളമോ ലഭിക്കും.) നിങ്ങൾ ഒരു തൊഴിലാളിയാണ് (Employee). വേതനം നൽകി മറ്റൊരാളെ ജോലിയ്ക്ക് നിയോഗിക്കുമ്പോൾ നിങ്ങൾ തൊഴിലുടമ (Employer) എന്നറിയപ്പെടുന്നു.

മുകളിൽ പറഞ്ഞ അവസ്ഥകളിലെല്ലാം നിങ്ങൾ ലാഭകരമായി പ്രവൃത്തികളിൽ വ്യാപൃതരായി എന്ന് കരുതപ്പെടുന്നു. ധനപരമായ നേട്ടത്തിനു വേണ്ടി ഏറ്റെടുക്കുന്ന പ്രവർത്തനങ്ങളാണ് സാമ്പത്തിക പ്രവർത്തനങ്ങൾ. ഇതിനെയാണ് സാമ്പത്തികശാസ്ത്രജ്ഞർ സാമാന്യ ജീവിതവ്യവഹാരം (Ordinary Business of Life) എന്നർത്ഥമാക്കുന്നത്.

പ്രവർത്തനങ്ങൾ

- നിങ്ങളുടെ കുടുംബാംഗങ്ങളുടെ വിവിധ പ്രവർത്തനങ്ങളുടെ പട്ടിക തയാറാക്കുക. നിങ്ങൾക്ക് അവയെല്ലാം സാമ്പത്തിക പ്രവർത്തനങ്ങൾ എന്ന് വിളിക്കാനാകുമോ? കാരണം എഴുതുക.
- നിങ്ങളെ ഒരു ഉപഭോക്താവായി സ്വയം പരിഗണിക്കുന്നുണ്ടോ? എന്തുകൊണ്ട്?

ഒന്നും കൊടുക്കാതെ നമുക്ക് നേടാനാകില്ല (We cannot get something for nothing)

അലാവുദ്ദീനും അത്ഭുതവിളക്കും എന്ന കഥ നിങ്ങൾ കേട്ടിരിക്കുമല്ലോ. അലാവുദ്ദീൻ ഭാഗ്യവാനായ ഒരാളാണെന്ന് നിങ്ങൾ സമ്മതിക്കുമല്ലോ. എന്തെല്ലാം, എപ്പോഴെല്ലാം വേണമെന്ന് അദ്ദേഹം ആഗ്രഹിക്കുന്നുവോ, അപ്പോൾ തന്റെ മാന്ത്രികവിളക്കിൽ ഒന്ന് തടവിയാൽ മതി. ഉടനെ ഒരു ഭൂതം (ജിന്ന്) പ്രത്യക്ഷപ്പെട്ട് ആവശ്യങ്ങൾ നിർവഹിച്ച് കൊടുക്കുമായിരുന്നു. ഒരു കൊട്ടാരമാണ് വേണ്ടതെങ്കിലോ തൽക്ഷണം അദ്ദേഹത്തിന് അത് നിർമിച്ചുകിട്ടുമായിരുന്നു. രാജാവിന്റെ മകൾക്കു വേണ്ടി വിലപിടിപ്പുള്ള സാധനങ്ങൾ നൽകണമെങ്കിൽ കണ്ണടച്ച് തുറക്കുന്ന നേരം കൊണ്ട് അവ ലഭിക്കുമായിരുന്നു.

എന്നാൽ യഥാർഥജീവിതത്തിൽ നമ്മൾ അലാവുദ്ദീനെപ്പോലെ ഭാഗ്യശാലികളല്ല. പരിധിയില്ലാത്ത ആവശ്യങ്ങൾ നമ്മുടെ മുമ്പിലുണ്ടെങ്കിലും, അദ്ദേഹത്തിന്റേതുപ്പോലെ അവ പരിഹരിക്കാൻ നമ്മുടെ കൈയ്യിൽ ഒരു മാന്ത്രികവിളക്ക് ഇല്ല. ഒരു ഉദാഹരണത്തിന്, നിങ്ങളുടെ കൈവശം പോക്കറ്റുമണിയായി അല്പം പണമുണ്ടെന്ന് കരുതുക. അതിന്റെ അളവ് കൂടുതലാണെങ്കിൽ നിങ്ങൾ ആഗ്രഹിക്കുന്ന മിക്ക

വാറും വസ്തുക്കൾ വാങ്ങിക്കാൻ നിങ്ങൾക്ക് കഴിയും. എന്നാൽ പോക്കറ്റുമണിയുടെ അളവ് കുറവാണെങ്കിൽ നിങ്ങൾക്ക് വാങ്ങിക്കാൻ കഴിയുന്ന സാധനങ്ങളുടെ അളവ് പരിമിതമായിരിക്കും. ഏറ്റവും അത്യാവശ്യമുള്ള വസ്തുക്കൾ മാത്രം തെരഞ്ഞെടുക്കാൻ നിങ്ങൾ നിർബന്ധിക്കപ്പെടും. ഇതാണ് സാമ്പത്തികശാസ്ത്രബോധനത്തിന്റെ അടിസ്ഥാനം.

പ്രവർത്തനങ്ങൾ

- നിശ്ചിതവരുമാനം മാത്രമുള്ള ഒരാൾക്ക് നിലവിലെ വിലയ്ക്ക് (നടപ്പുവില) ഏതൊരു വസ്തുവും ആഗ്രഹിക്കുന്ന അളവിൽ തെരഞ്ഞെടുക്കാനും, കമ്പോളത്തിൽ നടപ്പുവിലയ്ക്ക് അവ വാങ്ങിക്കുവാനും കഴിയുമെന്ന് നിങ്ങൾ കരുതുന്നുണ്ടോ?
- നടപ്പുവിലകൾ (Current Prices) വർധിക്കുകയാണെങ്കിൽ എന്താണ് സംഭവിക്കുക?

വിഭവദൗർലഭ്യ(scarcity)മാണ് എല്ലാ സാമ്പത്തികപ്രശ്നങ്ങളുടേയും മൂലകാരണം. വിഭവദൗർലഭ്യമില്ലെങ്കിൽ സാമ്പത്തികപ്രശ്നങ്ങൾ ഒന്നും ഉണ്ടാകുമായിരുന്നില്ല. ഒരുപക്ഷേ, സാമ്പത്തികശാസ്ത്രമെന്ന വിഷയം തന്നെ നിങ്ങൾ പഠിക്കുമായിരുന്നില്ല. വിഭവദൗർലഭ്യം പല രീതിയിൽ നമുക്ക് നിത്യജീവിതത്തിൽ അഭിമുഖീകരിക്കേണ്ടി വരാറുണ്ട്. റെയിൽവേ ബുക്കിങ് കൗണ്ടറിന് മുന്നിലെ നീണ്ട ക്യൂ, ആൾത്തിരക്കേറിയ ബസുകളും തീവണ്ടികളും, അവശ്യവസ്തുക്കളുടെ ലഭ്യതക്കുറവ്, പുതിയ സിനിമ കാണുന്നതിനായി ടിക്കറ്റ് ലഭിക്കാനുള്ള തിരക്ക് തുടങ്ങിയവയെല്ലാം ദൗർലഭ്യത്തിന്റെ പ്രത്യക്ഷ ഉദാഹരണങ്ങളാണ്. നമുക്ക് ദൗർലഭ്യം അഭിമുഖീകരിക്കേണ്ടിവരുന്നത് നമ്മുടെ ആവശ്യങ്ങൾ നിറവേറ്റുന്നതിനുള്ള വസ്തുക്കൾ പരിമിതമായതുകൊണ്ടാണ്. ദൗർലഭ്യത്തിന്റെ മറ്റ് ഉദാഹരണങ്ങളെപ്പറ്റി നിങ്ങൾക്ക് ആലോചിക്കാമല്ലോ?

ഉത്പാദകരുടെ കൈവശമുള്ള വിഭവങ്ങൾ പരിമിതമാണെന്ന് മാത്രമല്ല അവയ്ക്ക് ഒന്നിലേറെ ഉപയോഗങ്ങളുമുണ്ട്. നിങ്ങളുടെ ഭക്ഷണത്തിന്റെ കാര്യം തന്നെ ഉദാഹരണമായി എടുക്കാം. പോഷകാഹാരത്തിന്റെ ആവശ്യകത ഭക്ഷണത്തിലൂടെ തൃപ്തിപ്പെടുത്തുന്നുണ്ട്. നിങ്ങൾ ഉപയോഗിക്കുന്ന ഭക്ഷ്യവസ്തുക്കൾ കർഷകൻ ഉൽപാദിപ്പിക്കുന്നതാണ്. ഇതിനായി ഓരോ കാലത്തും വെള്ളം, ഭൂമി, തൊഴിൽ, വളം തുടങ്ങിയ വിഭവങ്ങളെ കൃഷിക്ക് ഉപയോഗിക്കുന്നു. ഈ വിഭവങ്ങൾക്കെല്ലാം നിരവധി ബദൽ ഉപയോഗങ്ങളുമുണ്ട്.

ഇതേ വിഭവങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് ഭക്ഷ്യേതരവിളകളായ റബ്ബർ, പരുത്തി, ചണം മുതലായവയും ഉത്പാദിപ്പിക്കാം. വിഭവങ്ങൾ വൈവിധ്യമാർന്ന ഉപയോഗമുള്ളതിനാൽ അവ ഉപയോഗിച്ച് നിർമ്മിക്കുന്ന വസ്തുക്കൾക്കിടയിൽ തെരഞ്ഞെടുപ്പ് എന്ന പ്രശ്നം ഉയർന്നു വരുന്നു.

പ്രവർത്തനങ്ങൾ

- നിങ്ങളുടെ ആവശ്യങ്ങൾ തിരിച്ചറിയുക. അതിൽ എത്രയെണ്ണം സ്വയം സഫലീകരിക്കാനാകും? എത്രയെണ്ണം സഫലീകരിക്കാനാവാതെ വരും? എന്തുകൊണ്ട് നിങ്ങൾക്ക് അവ സഫലീകരിക്കാൻ കഴിയുന്നില്ല?

- നിത്യജീവിതത്തിൽ നിങ്ങൾ നേരിടുന്ന വ്യത്യസ്ത തരം ദൗർലഭ്യങ്ങൾ (scarcities) എന്തെല്ലാമാണ്? അതിന്റെ കാരണങ്ങൾ കണ്ടെത്തുക.

ഉപഭോഗം, ഉത്പാദനം, വിതരണം (Consumption, Production, Distribution)

വിവിധതരം സാമ്പത്തികപ്രവർത്തനങ്ങളിൽ ഏർപ്പെട്ടിരിക്കുന്ന മനുഷ്യനെക്കുറിച്ചുള്ള പഠനമാണ് സാമ്പത്തികശാസ്ത്രം ഉൾക്കൊള്ളുന്നത്. ഇതിനായി വൈവിദ്ധ്യമാർന്ന സാമ്പത്തികപ്രവർത്തനങ്ങളായ ഉപഭോഗം, ഉൽപാദനം, വിതരണം എന്നീ മൂന്നു ഭാഗങ്ങളായാണ് പൊതുവേ സാമ്പത്തികശാസ്ത്രം ചർച്ചചെയ്യപ്പെടുന്നത്.കുറിച്ച് വിശ്വസനീയമായ വസ്തുതകൾ മനസ്സിലാക്കണം. ഉപഭോഗം, ഉത്പാദനം, വിതരണം എന്നീ മൂന്നു ഭാഗങ്ങളായാണ് പൊതുവെ സാമ്പത്തികശാസ്ത്രം ചർച്ച ചെയ്യപ്പെടുന്നത്.

ഉപഭോഗത്തെ (Consumption) കുറിച്ചുള്ള പഠനം എന്നത്, ധാരാളം ബദൽ ഉത്പന്നങ്ങൾ കമ്പോളത്തിൽ ഉണ്ടായിരിക്കെ, ഉപഭോക്താവ് അവയുടെ വിലയും തന്റെ വരുമാനവും മനസിലാക്കിക്കൊണ്ട് എന്ത് വാങ്ങണമെന്ന തീരുമാനമെടുക്കലാണ്.

ഉത്പാദനചിലവിനെയും ഉൽപന്നത്തിന്റെ വിലയേയും അടിസ്ഥാനപ്പെടുത്തി കമ്പോളത്തിനു വേണ്ടി എന്ത് ഉത്പാദിപ്പിക്കണം എന്നുകൂടി നാം മനസ്സിലാക്കണം. ഇതിനെകുറിച്ചുള്ള പഠനമാണ് ഉൽപാദനം. ഒരു രാജ്യത്ത് ഒരു വർഷം ആകെ ഉത്പാദിപ്പിച്ച വരുമാനം (ഇത് മൊത്ത ആഭ്യന്തര ഉത്പാദനം എന്നറിയപ്പെടുന്നു). മൊത്തവരുമാനം, വേതനം (ശമ്പളം) ലാഭം, പലിശ എന്നിവയിലൂടെ ജനങ്ങൾക്കിടയിൽ എങ്ങനെ വിതരണം ചെയ്യപ്പെടുന്നു എന്നു കൂടി നാം അവസാനമായി മനസ്സിലാക്കേണ്ടതുണ്ട്. ഈ പ്രക്രിയയെക്കുറിച്ചുള്ള പഠനമാണ് വിതരണപഠനം (Study of Distribution). ഉപഭോഗം, ഉത്പാദനം, വിതരണം എന്നീ പരമ്പരാഗത വിഭജനത്തിന് പുറമെ ആധുനിക ലോകം നേരിടുന്ന മറ്റു പല അടിസ്ഥാന പ്രശ്നങ്ങളേയും ആധുനിക സാമ്പത്തിക ശാസ്ത്രത്തിൽ പ്രത്യേകം പഠനവിഷയമാക്കുന്നുണ്ട്.

ഉദാഹരണത്തിന്, കുടുംബങ്ങൾക്കിടയിൽ വലിയ തോതിൽ സാമ്പത്തിക അസമത്വം നിലനിൽക്കുന്നതെന്തുകൊണ്ട്? രാജ്യത്തിലെ പാവങ്ങളുടെ കണക്കെത്രയാണ്? എത്ര പേരാണ് മധ്യവർഗത്തിൽ (Middle Class) പ്പെട്ടവർ? നമ്മുടെ രാജ്യത്ത് താരതമ്യേന എത്ര സമ്പന്നരുണ്ട്? നിരക്ഷരരുടെ എണ്ണം എത്ര? നിരക്ഷരരായതിനാൽ ജോലി ലഭിക്കാത്തവർ എത്ര? ഉന്നതവിദ്യാഭ്യാസയോഗ്യതയുള്ളതിനാൽ നല്ല തൊഴിൽ ലഭിച്ചവർ എത്ര? തുടങ്ങി നീളുന്ന നിരവധി ചോദ്യങ്ങളുണ്ട്. സമൂഹത്തിലെ ദാരിദ്ര്യത്തെയും അസമത്വത്തെയും കുറിച്ചുള്ള മുകളിലെ ചോദ്യങ്ങൾക്ക് ഏറ്റവും അനുയോജ്യമായത് സംഖ്യാരൂപത്തിൽ വസ്തുതകളെ അവതരിപ്പിക്കുക എന്നതായിരിക്കും.

ദാരിദ്ര്യം, അസമത്വം എന്നിവ സമൂഹത്തിൽ തുടരാൻ നാം ആഗ്രഹിക്കുന്നില്ല.ഇവയ്ക്കെതിരെ എന്തെങ്കിലും പ്രവർത്തിക്കണമെങ്കിലും അനുയോജ്യമായ നടപടികൾ സ്വീകരിക്കണമെന്ന് സർക്കാരിനോടു അഭ്യർഥിക്കണമെങ്കിലും ഈ പ്രശ്നങ്ങളെക്കുറിച്ചുള്ള ശരിയായ വസ്തുതകൾ നാം അറിയേണ്ടതുണ്ട്. സുനാമി, ഭൂകമ്പം, പക്ഷിപ്പനി മുതലായ മഹാദുരന്തങ്ങൾ നമ്മുടെ രാജ്യത്തിന് വലിയ അപകടഭീഷണി ഉയർത്തുകയും, സാധാരണജീവിതവ്യവഹാരത്തെ ദോഷകരമായി ബാധിക്കുകയും ചെയ്യാറുണ്ട്. ഇത് ഒരു പക്ഷെ, നിങ്ങൾ നേരിട്ട് അനുഭവിച്ചതോ, കേട്ടിട്ടുള്ളതോ ആയിരിക്കാം. ദുരന്തത്തിന്റെ ആധികാരികവസ്തുതകൾ ചിട്ടയോടെയും വ്യക്തമായും ശേഖരിച്ചു കൊണ്ടാണ് സാമ്പത്തികശാസ്ത്രജ്ഞർ ഇത്തരം ദുരന്തങ്ങളെ അവലോകനം ചെയ്യുന്നത്. വരുമാനത്തിന്റെ വിതരണം, ദാരിദ്രത്തിന്റെ തോത്, വിദ്യാഭ്യാസവും വരുമാനസാധ്യതകളും തമ്മിലുള്ള ബന്ധം, പ്രകൃതിദുരന്തങ്ങൾ നമ്മുടെ ജീവിതത്തെ ബാധിക്കുന്നവിധം തുടങ്ങിയവയെക്കുറിച്ച് പഠിക്കുന്നതിനുള്ള അടിസ്ഥാന നൈപുണികൾ ആധുനികസാമ്പത്തിക ശാസ്ത്രത്തിന്റെ പഠനമേഖലകളിൽ ഉൾപ്പെടുത്തുന്നത് ശരിയാണെന്ന് നിങ്ങൾ കരുതുന്നുണ്ടോ?

ആധുനികസാമ്പത്തികശാസ്ത്രത്തിന്റെ എല്ലാ രംഗങ്ങളിലും വസ്തുതകൾ പരിശോധിക്കുന്നതിന് സാംഖ്യകം (statistics) ആവശ്യമായി വരുന്നത് എന്തുകൊണ്ടാണെന്ന് മുകളിലെ വിശകലനത്തിൽ നിന്നും വ്യക്തമാണല്ലോ. തെരഞ്ഞെടുക്കപ്പെട്ട വസ്തുതകളെ പ്രതിനിധാനം ചെയ്യുന്ന സംഖ്യകളെ വ്യവസ്ഥാപിതരൂപത്തിൽ പഠിക്കുന്നതിനെ സാംഖ്യകം (Statistics) എന്ന് പറയുന്നു.

സാമ്പത്തികശാസ്ത്രത്തിന്റെ താഴെപറയുന്ന നിർവചനം അംഗീകരിക്കാൻ ഇപ്പോൾ നിങ്ങൾക്ക് കഴിയുന്നില്ലേ. നിരവധി സാമ്പത്തിക ശാസ്ത്രജ്ഞർ ഈ നിർവചനം ഉപയോഗിക്കുന്നു.

''വ്യക്തിയും സമൂഹവും അവരുടെ ആവശ്യങ്ങൾ തൃപ്തിപ്പെടുത്തുന്നതിനുള്ള സാധനങ്ങൾ നിർമിക്കുന്നതിനായി ബദൽ ഉപയോഗങ്ങളുള്ള പരിമിത വിഭവങ്ങളെ എങ്ങനെ തെരഞ്ഞെടുത്ത് ഉപയോഗിക്കുന്നു എന്നതിനെക്കുറിച്ചും അവ വ്യക്തികൾക്കും സമൂഹത്തിലെ വിവിധ വിഭാഗങ്ങൾക്കിടയിലും ഉപഭോഗത്തിനായി എങ്ങനെ വിതരണം ചെയ്യുന്നു എന്നതിനെക്കുറിച്ചുമുള്ള പഠനമാണ് സാമ്പത്തികശാസ്ത്രം''

2. സാംഖ്യകം സാമ്പത്തികശാസ്ത്രത്തിൽ (Statisitics in Economics)

രാഷ്ട്രം നേരിടുന്ന അടിസ്ഥാനപ്രശ്നങ്ങളെക്കുറിച്ച് പ്രത്യേക പഠനം ആവശ്യമാണെന്ന് മുൻ ഭാഗങ്ങളിൽ സൂചിപ്പിച്ചുവല്ലോ. ഈ പഠനങ്ങൾക്ക് സാമ്പത്തിക വസ്തുതകളെക്കുറിച്ച് കൂടുതൽ അറിയേണ്ടത് ആവശ്യമാണ്. ഇത്തരം സാമ്പത്തികവസ്തുതകൾ സാമ്പത്തികദത്തങ്ങൾ (Data) എന്ന് അറിയപ്പെടുന്നു.

സാമ്പത്തികപ്രശ്നങ്ങൾക്കുള്ള കാരണങ്ങൾ മനസിലാക്കുക, വിശദീകരിക്കുക എന്നിവയാണ് ദത്തങ്ങൾ ശേഖരിക്കുന്നതിന്റെ പ്രധാന ഉദ്ദേശ്യങ്ങൾ. മറ്റു വാക്കുകളിൽ പറഞ്ഞാൽ നാം അവയെ വിശകലനം ചെയ്യാൻ ശ്രമിക്കുന്നു. ഉദാഹരണത്തിന്, ദാരിദ്ര്യത്തിന്റെ ക്ലേശങ്ങളെക്കുറിച്ച്

നാം വിശകലനം ചെയ്യുമ്പോൾ, തൊഴിലില്ലായ്മ, താഴ്ന്ന ഉൽപാദന ക്ഷമത, സാങ്കേതികപിന്നോക്കാവസ്ഥ തുടങ്ങിയ ഘടകങ്ങളെ അടിസ്ഥാനമാക്കി ഇത് വിശദീകരിക്കാൻ ശ്രമിക്കും.

ദാരിദ്ര്യം ലഘൂകരിക്കാനുള്ള മാർഗ്ഗങ്ങൾ കണ്ടെത്താൻ കഴിയാത്തിടത്തോളം ദാരിദ്ര്യത്തെക്കുറിച്ചുള്ള വിശകലനം അപൂർണമാണ്. ആയതിനാൽ, സാമ്പത്തിക പ്രശ്നങ്ങൾപരിഹരിക്കാൻ സഹായകരമായ നിർദേശങ്ങൾ നമുക്ക് കണ്ടെത്തേണ്ടതുണ്ട്. സാമ്പത്തികശാസ്ത്ര ത്തിൽ ഇത്തരം നടപടികളെ നയങ്ങൾ (Policies) എന്നു പറയുന്നു.

സാമ്പത്തികപ്രശ്നങ്ങൾക്ക് കാരണമാകുന്ന വിവിധ ഘടകങ്ങളെക്കുറിച്ചുള്ള ദത്തങ്ങൾ ലഭിക്കാതെ പ്രശ്നവിശകലനം സാധ്യമല്ലെന്ന് ബോധ്യമായല്ലോ?. ദത്തങ്ങളുടെ പിൻബലമില്ലാതെ രൂപീകരിക്കുന്ന നയങ്ങൾ ഒരു പ്രശ്നത്തിനും പരിഹാരമാവുകയില്ല. ഇപ്പോൾ സാമ്പത്തികശാസ്ത്രവും സാംഖ്യകവും തമ്മിലുള്ള പരസ്പരബന്ധത്തെക്കുറിച്ച് നിങ്ങൾക്ക് മനസിലായിട്ടുണ്ടാകുമല്ലോ?

3. എന്താണ് സാംഖ്യകം (What is Statistics?)

സാംഖ്യകത്തെക്കുറിച്ച് കൂടുതൽ മനസിലാക്കാൻ ഇപ്പോൾ നിങ്ങൾ തയാറാണെന്ന് കരുതുന്നു. സാംഖ്യകം എന്ന വിഷയത്തെക്കുറിച്ച് സമഗ്രമായി മനസ്സിലാക്കാൻ നമുക്ക് ശ്രമിക്കാം. സംഖ്യാപരമായി ദത്തങ്ങളുടെ ശേഖരണം അവതരണം, വിശകലനം, വ്യാഖ്യാനം എന്നിവയാണ് സാംഖ്യകം കൈകാര്യം ചെയ്യുന്നത്. ഗണിതശാസ്ത്രത്തിന്റെ ഒരു ശാഖയാണ് സാംഖ്യകം. സാമ്പത്തികശാസ്ത്രം, മാനേജ്മെന്റ്, ഭൗതികശാസ്ത്രം, ധനകാര്യം, മനഃശാസ്ത്രം, സമൂഹശാസ്ത്രം തുടങ്ങിയ നിരവധി പഠനശാഖകളിൽ സാംഖ്യകം ഉപയോഗിക്കപ്പെടുന്നു.

ഇവിടെ നാം സാമ്പത്തികശാസ്ത്രരംഗത്തെ ദത്തങ്ങളെ മാത്രമേ പരിഗണിക്കുന്നുള്ളൂ. സാമ്പത്തിക ശാസ്ത്രദത്തങ്ങൾ ഭൂരിഭാഗവും പരിമാണാത്മകമാണ്. (Quantitative) ഇന്ത്യയിൽ അരിയുടെ ഉൽപാദനം 1974-75-ൽ 39.58 ദശലക്ഷം ടൺ ആയിരുന്നത് 2013-2014 ൽ 106.50 ദശലക്ഷം ടൺ ആയി വർധിച്ചു. ഈ പ്രസ്താവന പരിമാണാത്മകദത്തങ്ങൾക്ക് ഉദാഹരണമാണ്.

പരിമാണാത്മകമായ ദത്തങ്ങൾക്ക് പുറമെ ഗുണാത്മകമായ (Qualitative) ദത്തങ്ങളും സാമ്പത്തികശാസ്ത്രത്തിൽ ഉപയോഗിക്കുന്നുണ്ട്. ഗുണാത്മകവസ്തുതകളുടെ മുഖ്യ സവിശേഷത അവ സംഖ്യാപരമായി അളക്കാൻ കഴിയില്ലെങ്കിലും, ഒരു വ്യക്തിയുടേയോ, ഒരുകൂട്ടം വ്യക്തികളുടേയോ ഗുണപരത (Attribute value) പരമാവധി കൃത്യതയോടെ രേഖപ്പെടുത്തി വിശദീകരിക്കുന്നു എന്നതാണ്. ഉദാഹരണമായി, ലിംഗഭേദത്തിന്റെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ ഒരു വ്യക്തിയെ പുരുഷൻ/സ്ത്രീ, അല്ലെങ്കിൽ ആൺകുട്ടി/പെൺകുട്ടി എന്നിങ്ങനെ തരം തിരിക്കാം. അതുപോലെ വ്യക്തികളെ ഗുണപരതയുടെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ നല്ലത്/ മോശമായത്, രോഗി/ ആരോഗ്യവാൻ/ കൂടുതൽ ആരോഗ്യവാൻ/വിദഗ്ധൻ/അവിദഗ്ധൻ/കൂടുതൽ വൈദഗ്ധ്യമുള്ളവൻ എന്നിങ്ങനെ തരംതിരിക്കാൻ

കഴിയും. സാമ്പത്തികശാസ്ത്രത്തിലും മറ്റു സാമൂഹികശാസ്ത്രങ്ങളിലും ഗുണാത്മ കവിവരങ്ങൾ/വ്യക്തിഗത വിവരങ്ങൾ കാണാൻ കഴിയും. ഒരു വ്യക്തിയെയോ, വ്യക്തികളേയോ സംബന്ധിച്ച പരിമാണാത്മകദത്തങ്ങൾ (ഉദാ: വില, വരുമാനം, നികുതി അടവ്) പോലെ, ഗുണാത്മക ദത്തങ്ങളും ചിട്ടയായി ശേഖരിക്കുകയും സൂക്ഷിച്ചുവെക്കുകയും ചെയ്യുന്നു.

സാംഖ്യകത്തിൽ ദത്തങ്ങളുടെ ശേഖരണം ഉൾപ്പെടുന്നുവെന്ന് തുടർന്നുവരുന്ന അധ്യായങ്ങളിൽ നിന്നും നാം മനസിലാക്കും. ശേഖരിച്ച ദത്തങ്ങളെ പട്ടികാരൂപത്തിലും രേഖാചിത്രമായും ഗ്രാഫായും അവതരിപ്പിക്കുന്നതാണ് അടുത്ത ഘട്ടം. ദത്തങ്ങളുടെ സംഗ്രഹത്തിനായി വ്യത്യസ്തസാംഖ്യക സൂചക ഉപകരണങ്ങളായ മാധ്യം (Mean), വിചരണം (variance), മാനകവ്യതിയാനം (Standard Deviation) എന്നിവ ഉപയോഗിക്കാം. ഇവ, ശേഖരിച്ച ഒരുകൂട്ടം വിവരങ്ങളുടെ വിശാലമായ സ്വഭാവത്തെ പ്രതിനിധാനം ചെയ്യുന്നു. അവസാനം ദത്തങ്ങളെ വിശകലനം ചെയ്യുകയും വ്യാഖ്യാനിക്കുകയും ചെയ്യുന്നു.

പ്രവർത്തനങ്ങൾ

- ഗുണാത്മകവും പരിമാണാത്മകവുമായ ദത്തങ്ങളുടെ രണ്ട് ഉദാഹരണങ്ങൾ കണ്ടെത്തുക?
- താഴെപ്പറയുന്നവയിൽ ഏതെല്ലാമാണ് ഗുണാത്മകദത്തങ്ങൾ? (സൗന്ദര്യം, ബുദ്ധിശക്തി, വരുമാനം, മാർക്ക്, ഗാനാലാപനത്തിനുള്ള കഴിവ്, പഠിക്കാനുള്ള ശേഷി)

4. സാംഖ്യകം ചെയ്യുന്നതെന്ത്? (What Statistics Does?)

സാമ്പത്തിക പ്രശ്നങ്ങളെക്കുറിച്ച് മനസ്സിലാക്കുന്നതിന് സാമ്പത്തികശാസ്ത്രജ്ഞർക്ക് ഒഴിച്ചുകൂടാൻ പറ്റാത്ത ഒരു ഉപാധിയാണ് സാംഖ്യകം. പരിമാണാത്മകമോ, ഗുണാത്മകമോ ആയ ദത്തങ്ങളുടെ സഹായത്തോടെ സാമ്പത്തികപ്രശ്നങ്ങളുടെ കാരണം സാംഖ്യക ഉപാധികൾ ഉപയോഗിച്ച് കണ്ടെത്താം. സാമ്പത്തിക പ്രശ്നങ്ങൾക്കുള്ള കാരണം കണ്ടെത്തി കഴിഞ്ഞാൽ അവ പരിഹരിക്കുന്നതിനുള്ള നയരൂപീകരണം എളുപ്പമാകുന്നു.

സാമ്പത്തികവസ്തുതകളെ സൂക്ഷ്മവും കൃത്യവുമായ രീതിയിൽ അവതരിപ്പിക്കാൻ സാംഖ്യകം സാമ്പത്തികശാസ്ത്രജ്ഞരെ പ്രാപ്തരാക്കുന്നു. ഇത് വിഷയത്തെക്കുറിച്ച് വ്യക്തമായ ധാരണ നൽകാൻ സഹായിക്കുന്നു. സാമ്പത്തിക വസ്തുതകൾ സാംഖ്യകരൂപത്തിൽ അവതരിപ്പിക്കുമ്പോൾ അവ കൃത്യതയുള്ളതാകുന്നു. അവ്യക്തമായ പ്രസ്താവനകളേക്കാൾ വിശ്വസനീയമാണല്ലോ കൃത്യതയുള്ള വസ്തുതകൾ. ഉദാഹരണത്തിന് അടുത്തകാലത്ത് കാശ്മീരിൽ നടന്ന ഭൂകമ്പത്തിൽ നൂറുകണക്കിന് പേർ കൊല്ലപ്പെട്ടു എന്ന പ്രസ്താവനയേക്കാൾ വസ്തുനിഷ്ഠമാണ് 310 പേർ മരണമടഞ്ഞു എന്ന സൂക്ഷ്മമായ സാംഖ്യകദത്തങ്ങൾ.

ബൃഹത്തായ ദത്തങ്ങളെ ചെറുസംഖ്യകളാക്കി സംക്ഷേപിക്കാൻ സാംഖ്യകം സഹായിക്കുന്നു. ഉദാഹരണമായി മാധ്യം (Mean), വിചരണം (Variance) തുടങ്ങിയവ. ഇവയെക്കുറിച്ച് നമുക്ക് പിന്നീട് പഠിക്കാം. ഈ സാംഖ്യക ഉപാധികൾ ദത്തങ്ങളെ സംഗ്രഹിക്കാൻ സഹായിക്കുന്നു. തന്നി

ട്ടുള്ള ദത്തങ്ങളിൽ, ജനങ്ങളുടെ എണ്ണം വള രെ കൂടുതലുള്ളപ്പോൾ എല്ലാ ആളുകളു ടേയും വരുമാനം ഓർത്തു വയ്ക്കാൻ നമു ക്ക് സാധിക്കുകയില്ല. എങ്കിൽ സാംഖ്യക കണക്കുകളിലൂടെ ലഭിച്ച ശരാശരി വരുമാ നം പോലുള്ള സംഖ്യ എളുപ്പത്തിൽ ഓർ ക്കാൻ കഴിയും. ഇപ്രകാരം സാംഖ്യകം ബൃഹത്തായ ദത്തങ്ങളെ അർഥപൂർണമാ യ വിവരങ്ങളാക്കി സംഗ്രഹിക്കുകയും അവ തരിപ്പിക്കുകയും ചെയ്യുന്നു.

വിവിധ സാമ്പത്തികഘടകങ്ങൾ തമ്മി ലുള്ള പരസ്പരബന്ധങ്ങൾ മനസിലാ ക്കാൻ സാംഖ്യകം ഉപയോഗിക്കുന്നുണ്ട്. ഒരു വസ്തുവിന്റെ വിലയിലെ ഏറ്റക്കുറച്ചിലുകൾ വസ്തുവിന്റെ ചോദനത്തിൽ വരുത്തുന്ന മാറ്റ മെന്ത്? ഒരു വസ്തുവിന്റെ പ്രദാന (supply) ത്തിലെ മാറ്റത്തിന് വസ്തുവിന്റെ വിലയി ലെ മാറ്റവുമായുള്ള ബന്ധമെന്ത്? ശരാശരി വരുമാനം വർദ്ധിക്കുമ്പോൾ ഉപഭോഗചെല വിൽ വർധനവുണ്ടാകുന്നുണ്ടോ? ഇത്തരം ചോദ്യങ്ങൾ സാമ്പത്തികശാസ്ത്രജ്ഞരിൽ താൽപര്യം ഉളവാക്കുന്നു. അതുപോലെ, സർക്കാർച്ചെലവ് വർധിക്കുമ്പോൾ പൊതു വിലനിലവാരത്തിൽ വരുന്ന മാറ്റമെന്ത്? വിവിധ സാമ്പത്തിക ഘടകങ്ങൾ തമ്മിൽ ബന്ധം നിലനിൽക്കുന്നുണ്ടെങ്കിൽ മാത്രമേ, ഇത്തരം ചോദ്യങ്ങൾക്ക് ഉത്തരം കണ്ടെത്താൻ കഴിയൂ. ദത്തങ്ങളിൽ സാംഖ്യക രീതികൾ ഉപയോഗിച്ച് ഈ ചരങ്ങൾ തമ്മിൽ അത്തരത്തിലുള്ള ബന്ധം ഉണ്ടോ ഇല്ലയോ എന്ന് കണ്ടെത്താൻ കഴിയും. ചില സന്ദർഭങ്ങളിൽ സാമ്പത്തി ക ഘടകങ്ങൾ തമ്മിൽ ബന്ധമുണ്ടെന്ന് സാ മ്പത്തികശാസ്ത്രജ്ഞർ അനുമാനി ക്കുകയും ഈ അനുമാനം ശരിയാണോ അല്ലയോ എന്നു പരിശോധിക്കുകയും ചെയ്യുന്നു. സാംഖ്യക ഉപാധികളിലൂടെ മാത്രമേ ഇത്തരം പഠനം നടത്താൻ സാമ്പത്തികശാസ്ത്രജ്ഞർക്ക് സാധിക്കുക യുള്ളൂ.

ഒരു സാമ്പത്തികഘടകത്തിൽ ഉണ്ടാ കുന്ന മാറ്റം മറ്റൊരു സാമ്പത്തികഘടക ത്തിൽ വരുത്താവുന്ന മാറ്റം പ്രവചിക്കുന്ന തിൽ സാമ്പത്തികശാസ്ത്രജ്ഞർ തൽപ്പ രരാണ്. (ഉദാഹരണമായി, ഇപ്പോഴത്തെ നിക്ഷേപം ഭാവിയിൽ ദേശീയവരുമാനവർ ധനവിന് സഹായകമാകുന്നുണ്ടോ? എന്ന തിനെകുറിച്ച് പ്രവചിക്കാൻ സാംഖ്യകത്തെ ക്കുറിച്ച് അറിവില്ലാതെ കഴിയില്ല.

സാമ്പത്തിക നയങ്ങളും പദ്ധതികളും രൂപീകരിക്കുന്നതിന് ഭാവി പ്രവണതക ളെക്കുറിച്ചുള്ള അറിവ് ആവശ്യമാണ്. ഉദാഹരണമായി, 2020-ൽ സാമ്പത്തിക രംഗ ത്ത് ഉണ്ടാകേണ്ട ഉൽപ്പാദനത്തിന്റെ അളവ് 2017-ൽ തന്നെ ആസൂത്രണം ചെയ്യുന്നുണ്ട്. 2026-ൽ ഉണ്ടാകാൻ സാധ്യതയുള്ള ഉപഭോഗനിരക്ക് അറിഞ്ഞുവേണം പ്രസ്തു ത കാലത്തെ ഉൽപ്പാദനത്തെക്കുറിച്ച് ആ സൂത്രണം ചെയ്യാൻ. ഈ അവസരത്തിൽ 2020-ലെ ഉപഭോഗത്തെ സംബന്ധിച്ച് ഊ ഹത്തിന്റെ അടിസ്ഥാനത്തിലും ചില തീർ പ്പുകളുടെ സഹായത്താലും പ്രവചിക്കേണ്ടി വരും. ഇതിലേക്കായി മുൻ വർഷങ്ങളിലേ യോ, അടുത്ത വർഷത്തേയോ ഉപഭോഗ ത്തെപ്പറ്റിയുള്ള സർവേ വഴി നേടിയ ദത്ത ങ്ങൾ ഉപയോഗിക്കാം. അതിനാൽ സാംഖ്യകോപാധികൾ സാമ്പത്തികപ്രശ് നങ്ങൾ പരിഹരിക്കുന്നതിന് അനുയോജ്യ മായ സാമ്പത്തിക നയങ്ങൾ രൂപീകരി ക്കുന്നതിന് സഹായകമാകും.

5. ഉപസംഹാരം

സാമ്പത്തികരംഗത്തെ പ്രധാന പ്രശ്നങ്ങളായ വിലവർധന, ജനസംഖ്യാവളർച്ച, തൊഴിലില്ലായ്മ, ദാരിദ്ര്യം മുതലായവ വിശകലനം ചെയ്യുന്നതിനും പരിഹാരം കണ്ടെത്തുന്നതിനും സാംഖ്യകം വലിയ തോതിൽ നാം ഉപയോഗിക്കുന്നു. സാമ്പത്തികനയരൂപീകരണത്തിന്റെ അനന്തരഫലങ്ങൾ വിലയിരുത്താനും സാംഖ്യകം സഹായിക്കുന്നു. ഉദാഹരണമായി ക്രമാതീതമായ ജനസംഖ്യാ വളർച്ച നിയന്ത്രിക്കുന്നതിൽ കുടുംബാസൂത്രണം ഫലപ്രദമാണോ എന്ന് ഉറപ്പുവരുത്തു ന്നതിനും പരിശോധിച്ച് അറിയുന്നതിനും സാംഖിക ഉപാധികൾ വളരെ സഹായകരമാണ്.

സാമ്പത്തിക നയങ്ങളിൽ തീരുമാനമെടുക്കുന്നതിൽ സാംഖ്യകം നിർണായക പങ്കു വഹിക്കുന്നു. ഉദാഹരണമായി, ആഗോളമായി എണ്ണവില ഉയർന്നുകൊണ്ടിരിക്കുന്ന ഇന്നത്തെ സാഹചര്യത്തിൽ 2025-ൽ ഇന്ത്യയിൽ ഇറക്കുമതി ചെയ്യേണ്ട എണ്ണയുടെ അളവ് നിശ്ചയിക്കേണ്ടതുണ്ട്. എത്ര ഇറക്കുമതി ചെയ്യണമെന്ന് തീരുമാനിക്കുന്നത് എണ്ണയുടെ പ്രതീക്ഷിക്കുന്ന ആഭ്യന്തര ഉൽപാദനവും 2025-ലെ പ്രതീക്ഷിക്കാവുന്ന ചോദനവും എത്രയാകുമെന്ന് കണക്കാക്കിയാണ്. സാംഖ്യകത്തിന്റെ സഹായമില്ലാതെ ഇത് കണക്കാക്കാൻ കഴിയില്ല. എണ്ണയുടെ യഥാർഥ ആവശ്യമറിയാതെ എത്ര എണ്ണ ഇറക്കുമതി ചെയ്യണമെന്ന് തീരുമാനിക്കാൻ കഴിയില്ല. എണ്ണ എത്ര അളവിൽ ഇറക്കുമതി ചെയ്യണമെന്ന തീരുമാനത്തിന് സഹായകമായ സുപ്രധാനവിവരം സാംഖ്യകത്തിലൂടെ മാത്രമേ ലഭിക്കുകയുള്ളൂ.

സാംഖ്യകരീതികൾ സാമാന്യബോധത്തിന് പകരമാകില്ല

(Statistical Methods are no Substitute for Commonsense)

സാംഖ്യകരീതികളെ കളിയാക്കുന്നതിനായി ഉപയോഗിക്കുന്ന രസകമായ ഒരു കഥയുണ്ട്. ഒരിക്കൽ നാലുപേരടങ്ങുന്ന ഒരുകുടുംബം (ഭർത്താവ്, ഭാര്യ, രണ്ടുകുട്ടികൾ) ഒരു നദി മുറിച്ചുകടക്കാൻ തീരുമാനിച്ചു. അച്ഛന് നദിയുടെ ശരാശരി ആഴം എത്രയാണെന്നറിയാം. അതിനാൽ അദ്ദേഹം കുടുംബാംഗങ്ങളുടെ ശരാശരി ഉയരം അളന്ന് തിട്ടപ്പെടുത്തി. തന്റെ കുടുംബാംഗങ്ങളുടെ ശരാശരി ഉയരം, നദിയുടെ ശരാശരി ആഴത്തിനേക്കാൾ കൂടുതൽ ആയതിനാൽ അവർക്ക് സുരക്ഷിതമായി നദി മുറിച്ചു കടക്കാമെന്ന് അദ്ദേഹം കരുതി. എന്നാൽ സംഭവിച്ചതോ, നദി മുറിച്ചു കടക്കുമ്പോൾ കുടുംബത്തിലെ കുട്ടികൾ നദിയിൽ മുങ്ങി. ഇവിടെ തെറ്റു സംഭവിച്ചത് ശരാശരി കണക്കു കൂട്ടിയ സാംഖ്യകരീതിക്കാണോ..? ശരാശരിയെ തെറ്റായി ഉപയോഗിച്ചതിനാലാണോ?

സംഗ്രഹം

- മനുഷ്യന്റെ ആവശ്യങ്ങൾ അപരിമിതവും അവ പരിഹരിക്കാനുള്ള വിഭവങ്ങൾ പരിമിതവും ദുർലഭവുമാണ്. ആയതിനാൽ സാമ്പത്തികപ്രശ്നങ്ങളുടെ മൂലകാരണം വിഭവദൗർലഭ്യമാണ്.
- വിഭവങ്ങൾക്ക് ബദൽ ഉപയോഗങ്ങളുണ്ട്.
- ഉപഭോക്താക്കൾ തങ്ങളുടെ വിവിധ ആവശ്യങ്ങൾ തൃപ്തിപ്പെടുത്താൻ സാധനങ്ങൾ വാങ്ങുന്ന പ്രക്രിയയാണ് ഉപഭോഗം.
- കമ്പോള ആവശ്യത്തിനുവേണ്ടി ഉൽപാദകർ ഉൽപന്നങ്ങൾ നിർമിക്കുന്നതിനെ ഉൽപാദനം എന്നുപറയുന്നു.
- വിതരണമെന്നത് ദേശീയവരുമാനത്തെ വേതനം, ലാഭം, പാട്ടം, പലിശ എന്നിവയായി വിഭജിക്കുന്നതാണ്.
- സാംഖ്യകം ഉപയോഗിച്ച് സാമ്പത്തികബന്ധങ്ങൾ കണ്ടെത്തുകയും അവയെ പ്രമാണീകരിക്കുകയും ചെയ്യുന്നു.
- സാംഖ്യക ഉപാധികൾ ഭാവി പ്രവണതയെക്കുറിച്ച് പ്രവചിക്കാൻ ഉപയോഗിക്കുന്നു.
- സാമ്പത്തികപ്രശ്നങ്ങളെ വിശകലനം ചെയ്യുന്നതിനും അവ പരിഹരിക്കുന്നതിനുവേണ്ട നയങ്ങൾ രൂപപ്പെടുത്തുന്നതിനും സാംഖ്യക ഉപാധികൾ സഹായിക്കുന്നു.

അഭ്യാസങ്ങൾ

1. താഴെപ്പറയുന്ന പ്രസ്താവനകൾ ശരിയോ തെറ്റോ എന്ന് പറയുക
   a. സാംഖ്യകം പരിമാണാത്മകദത്തങ്ങൾ മാത്രമേ കൈകാര്യം ചെയ്യുന്നുള്ളൂ.
   b. സാംഖ്യകം സാമ്പത്തികപ്രശ്നങ്ങൾ പരിഹരിക്കുന്നു.
   c. ദത്തങ്ങളില്ലാതെ സാമ്പത്തികശാസ്ത്രത്തിന് സാംഖ്യകം കൊണ്ട് പ്രയോജനമില്ല.
2. ഒരു കമ്പോളത്തിലോ, ബസ്സ്റ്റാന്റിലോ നടക്കുന്ന പ്രവർത്തനങ്ങളുടെ ഒരു പട്ടിക തയാറാക്കുക. ഇവയിൽ എത്രയെണ്ണം സാമ്പത്തികപ്രവർത്തനങ്ങളാണ്.

3. 'സർക്കാരും പദ്ധതി നിർമാതാക്കളും സാമ്പത്തികവികസനത്തിന്റെ ഉചിതമായ നയങ്ങൾ രൂപീകരിക്കുന്നതിന് സാംഖ്യകദത്തങ്ങൾ ഉപയോഗിക്കുന്നു' രണ്ട് ഉദാഹരണങ്ങൾ സഹിതം വ്യക്തമാക്കുക.
4. 'നിങ്ങളുടെ ആവശ്യങ്ങൾ അനന്തമാണ്. എന്നാൽ അവ നിർവഹിക്കാനുള്ള വിഭവങ്ങൾ പരിമിതവും' രണ്ട് ഉദാഹരണങ്ങൾ സഹിതം വിശദമാക്കുക.
5. തൃപ്തിപ്പെടുത്തേണ്ട ആവശ്യങ്ങൾ എങ്ങനെ തെരഞ്ഞെടുക്കും?
6. സാമ്പത്തികശാസ്ത്രം പഠിക്കുന്നതിനുള്ള കാരണങ്ങൾ എന്തെല്ലാം?
7. 'സാംഖ്യകരീതികൾ സാമാന്യബോധത്തിന് പകരമാകില്ല' നിങ്ങളുടെ നിത്യജീവിതത്തിൽ നിന്നുള്ള ഉദാഹരണങ്ങൾ സഹിതം ഈ പ്രസ്താവനയോട് പ്രതികരിക്കുക.

Z6Q2E5

അധ്യായം 2

ദത്തങ്ങളുടെ ശേഖരണം
(Collection of Data)

പഠനനേട്ടങ്ങൾ

- ദത്തശേഖരണത്തിന്റെ (Collection of Data) അർത്ഥം, ഉദ്ദേശ്യം എന്നിവ മനസിലാക്കുന്നു.
- പ്രാഥമിക-ദ്വിതീയ ഉറവിടങ്ങൾ തമ്മിൽ വേർതിരിച്ചറിയുന്നു.
- ദത്തശേഖരണ രീതികൾ സ്വായത്തമാക്കുന്നു.
- സെൻസസ് രീതിയും സാമ്പിൾ രീതിയും വേർതിരിച്ചറിയുന്നു.
- സാമ്പ്ളിങ്ങ് സങ്കേതങ്ങൾ പരിചയപ്പെടുന്നു.
- ദ്വിതീയദത്തങ്ങളുടെ പ്രധാന ഉറവിടങ്ങൾ തിരിച്ചറിയുന്നു.

1. ആമുഖം

സാമ്പത്തികശാസ്ത്രത്തിന്റെ അർത്ഥം, സാമ്പത്തികശാസ്ത്രത്തിൽ സാംഖ്യകത്തിനുള്ള പങ്ക്, പ്രാധാന്യം എന്നിവയാണല്ലോ മുൻ അധ്യായത്തിൽ നിങ്ങൾ പഠിച്ചത്. ദത്തങ്ങളുടെ ഉറവിടം, ശേഖരണത്തിനുള്ള രീതികൾ എന്നിവയാണ് നാം ഈ അധ്യായത്തിൽ പഠനവിധേയമാക്കുന്നത്. ശക്തവും വ്യക്തവും ആയി പ്രശ്നപരിഹാരത്തിന് തെളിവ് കാണിക്കുന്നതിനാണ് ദത്തങ്ങളുടെ ശേഖരണം നടത്തുന്നത്.

സാമ്പത്തികശാസ്ത്രപഠനത്തിൽ സാധാരണയായി കാണുന്ന ചില പ്രസ്താവനകളെ നമുക്ക് പരിചയപ്പെടാം.

“ഒരുപാടു ഏറ്റക്കുറച്ചിലുകൾക്ക് ശേഷം ഭക്ഷ്യധാന്യ ഉത്പാദനം 1970–71 ൽ 108

മില്യൺ ടൺ ആയിരുന്നത് 1978-79 ൽ 132 മില്യൺടൺ ആയി ഉയരുകയും എന്നാൽ 1979-80 ൽ 108 മില്യൺടൺ ആയി കുറ യുകയും ചെയ്തു. ഭക്ഷ്യധാന്യ ഉത്പാദനം അതിനുശേഷം തുടർച്ചയായി വർദ്ധിക്കു കയും 2015-16 ൽ 252 മില്യൺടണിൽ എത്തു കയും 2016-17 ൽ അത് 272 മില്യൺടൺ ആയി ഉയരുകയും ചെയ്തു." വിവിധ വർഷങ്ങളിലുള്ള ഭക്ഷ്യധാന്യ ഉത്പാദനം സ്ഥിരമായി നിലനിൽക്കുന്നില്ലായെന്ന് നമു ക്ക് ഈ പ്രസ്താവനയിൽ നിന്ന് മനസ്സിലാ ക്കാം. വർഷാവർഷങ്ങളിൽ വിവിധതരം വിളവുകളുടെ ഉത്പാദനത്തിൽ ഏറ്റക്കുറച്ചി ലുകൾ ഉണ്ടാകുന്നു. അളവുകൾ ഇത്തര ത്തിൽ മാറികൊണ്ടിരിക്കുന്നതിനാൽ അതി നെ നമ്മൾ ചരങ്ങൾ (Variables) എന്നു വിളിക്കുന്നു. ചരത്തെ സൂചിപ്പിക്കുന്നതിന് X,Y,Z എന്നീ അക്ഷരങ്ങളാണ് സാധാരണ യായി നാം ഉപയോഗിക്കുന്നത്. ചരം സ്വീക രിക്കുന്ന പ്രത്യേക വിലയാണ് നിരീക്ഷണം (observation). ഉദാഹരണമായി, 1970-71 മുതൽ 20016-17 വരെയുള്ള ഇന്ത്യയുടെ ഭക്ഷ്യധാന്യ ഉൽപാദനത്തിലെ മാറ്റം 108 മില്യൺ ടണ്ണിനും 272 മില്യൺ ടണ്ണിനും ഇടയിലാണെന്ന് ചുവടെ കൊടുത്തിരി ക്കുന്ന പട്ടികയിൽ നിന്ന് മനസിലാക്കാം. ഈ കാലഘട്ടത്തിലെ ഓരോ വർഷത്തെയും ചരം X ആയും ഭക്ഷ്യധാന്യ ഉൽപാദന ത്തെ ചരം Y ആയും സൂചിപ്പിക്കുന്നു.

പട്ടികയിലെ X,Yഎന്നീ ചരങ്ങളുടെ മൂല്യ ങ്ങളെയാണ് ദത്തങ്ങൾ (Data) എന്ന് പറ യുന്നത്. ഇന്ത്യയുടെ ഭക്ഷ്യധാന്യോൽപാദ നത്തിലെ ഏറ്റക്കുറച്ചിലുകൾ മനസ്സിലാക്കു ന്നതിന് വിവിധ വർഷങ്ങളിലെ ഭക്ഷ്യധാന്യ ഉല്പാദനത്തിന്റെ ദത്തങ്ങൾ നമുക്ക് ആവശ്യമാണ്. പ്രശ്നങ്ങൾ മനസിലാക്കാൻ സഹായിക്കുന്ന വിവരങ്ങൾ നൽകുന്ന ഉപ കരണമാണ് ദത്തങ്ങൾ (Data).

പട്ടിക 2.1
ഇന്ത്യയിലെ ഭക്ഷ്യധാന്യ ഉൽപാദനം (മില്യൺ ടണ്ണിൽ)

X	Y
1970-71	108
1978-79	132
1990-91	176
1997-98	194
2001-02	212
2015-16	252
2016-17	272

ദത്തങ്ങൾ എവിടെ നിന്ന് ലഭിക്കുന്നു വെന്നും അവ എങ്ങനെയാണ് ശേഖരിക്കു ന്നതെന്നും നിങ്ങൾ അത്ഭുതപ്പെടുന്നുണ്ടാ കുമല്ലോ. ദത്തങ്ങളെക്കുറിച്ചും വ്യത്യസ്ത ദത്തശേഖരണ ഉപാധികളെക്കുറിച്ചും ആണ് തുർന്നുള്ള ഭാഗങ്ങൾ ചർച്ച ചെയ്യു ന്നത്.

2. ദത്തങ്ങളുടെ ഉറവിടങ്ങൾ ഏതെല്ലാം? (What are the Sources of Data ?)

സാംഖ്യക ദത്തങ്ങൾക്ക് പ്രധാനമായും രണ്ട് ഉറവിടങ്ങളാണുള്ളത്. (a) പ്രാഥമിക ഉറവിടം (Primary Source) (b) ദ്വിതീയ ഉറ വിടം (Secondary Source). ഗവേഷകൻ തന്റെ ഗവേഷണത്തിലൂടെ ദത്തങ്ങൾ ശേഖ രിക്കുന്നു. നേരിട്ട് ലഭിച്ച വിവരങ്ങളെ അടി സ്ഥാനപ്പെടുത്തിയിട്ടുള്ള ദത്തങ്ങളാണ് പ്രാഥമികദത്തങ്ങൾ. ഉദാഹരണമായി, സ്കൂൾ കുട്ടികൾക്കിടയിൽ ഒരു സിനിമാ താരത്തിന്റെ ജനപ്രീതി അറിയണമെങ്കിൽ അവരോട് അനുയോജ്യമായ ചോദ്യങ്ങൾ

ചോദിച്ച് വിവരങ്ങൾ ശേഖരിക്കുന്നു. ഇങ്ങനെ ശേഖരിച്ച വിവരങ്ങൾ പ്രാഥമിക ദത്തങ്ങൾക്ക് ഉദാഹരണമാണ്.

മറ്റ് ഏജൻസികളോ, വ്യക്തികളോ ശേഖരിച്ചതും സംസ്കരിച്ചതുമായ (സൂക്ഷ്മ പരിശോധന നടത്തിയതും പട്ടികപ്പെടുത്തിയതും) ദത്തങ്ങളെയാണ് ദ്വിതീയദത്തങ്ങൾ എന്ന് പറയുന്നത്. ദിനപത്രങ്ങൾ, സർക്കാർ പ്രസിദ്ധീകരണങ്ങൾ, സാമ്പത്തികവിദഗ്ധരുടെ ഗ്രന്ഥങ്ങൾ, വെബ്സൈറ്റ് തുടങ്ങിയ പ്രസിദ്ധീകരിക്കപ്പെട്ടതോ അല്ലാത്തതോ ആയ ഉറവിടങ്ങളിൽ നിന്നും ദ്വിതീയദത്തങ്ങൾ ലഭ്യമാകും. ആദ്യമായി ശേഖരിച്ചതും ചിട്ടപ്പെടുത്തിയതും സംസ്ക്കരിച്ചതുമായ ദത്തങ്ങൾ പ്രാഥമികദത്തങ്ങളാണെങ്കിൽ അവ പിന്നീട് ഉപയോഗിക്കുമ്പോൾ ദ്വിതീയ ദത്തങ്ങളായി മാറുന്നു. പൊതുവെ, പ്രസിദ്ധീകരിക്കപ്പെട്ട ദത്തങ്ങളാണ് ദ്വിതീയദത്തങ്ങൾ. ഇവയുടെ ഉപയോഗത്തിലൂടെ ചെലവ്, സമയം എന്നിവ ലാഭിക്കാം. ഉദാഹരണമായി, മുമ്പ് സൂചിപ്പിച്ച സിനിമാതാരത്തിന്റെ ജനപ്രീതിയെ സംബന്ധിച്ച് നിങ്ങൾ ശേഖരിച്ച് പ്രസിദ്ധീകരിച്ച ദത്തങ്ങൾ പഠനാവശ്യത്തിനായി മറ്റൊരാൾ ഉപയോഗിക്കുമ്പോൾ അവ ദ്വിതീയദത്തങ്ങളാകുന്നു.

3. ദത്തങ്ങൾ എങ്ങനെയാണ് ശേഖരിക്കുന്നത്? (How do We Collect the Data?)

ഒരു ഉല്പാദകൻ എന്ത് ഉല്പാദിപ്പിക്കണം എന്ന് തീരുമാനിക്കുന്നതും, രാഷ്ട്രീയ പ്പാർട്ടികൾ സ്ഥാനാർഥിയെ നിർണയിക്കുന്നതും എങ്ങനെയാണെന്ന് നിങ്ങൾക്കറിയാമോ? അതിനായി ഒരു വലിയ വിഭാഗം ജനങ്ങൾക്കിടയിൽ ചോദ്യങ്ങൾ ചോദിച്ച് സർവേ നടത്തുന്നു. ഉൽപ്പന്നത്തിന്റെ കാര്യത്തിൽ വില, ഗുണം, ഉപയുക്തത എന്നിവയും സ്ഥാനാർഥിയുടെ കാര്യത്തിൽ ജനകീയത, സത്യസന്ധത, ആത്മാർഥത എന്നീ സവിശേഷതകളും സംബന്ധിച്ച വിവരങ്ങൾ ശേഖരിക്കുകയാണ് സർവേയുടെ ഉദ്ദേശ്യം. വ്യക്തികളിൽ നിന്നും വിവരങ്ങൾ ശേഖരിക്കുന്നതിനുള്ള രീതിയാണ് സർവേ (Survey). ഇതിന്റെ പ്രധാന ഉദ്ദേശ്യം ദത്തശേഖരണമാണ്.

സർവേ നടത്തുന്നതിനുള്ള ഉപകരണം തയ്യാറാക്കൽ (Preparation of Instrument)

സർവ്വേ നടത്താൻ സാധാരണയായി ഉപയോഗിക്കുന്ന ഉപകരണമാണ് ചോദ്യാവലി അല്ലെങ്കിൽ അഭിമുഖപ്പട്ടിക (Questionnaire/ Interview Schedule). വിവരദാതാവിന് സ്വയം കൈകാര്യം ചെയ്യുന്ന കാര്യത്തിനോ ഗവേഷകന് നേരിട്ടോ അല്ലെങ്കിൽ പരിശീലനം സിദ്ധിച്ച വിവരസമ്പാദകൻ മുഖേനയോ വിവരം ശേഖരിക്കാൻ കഴിയുന്ന തരത്തിലായിരിക്കണം ചോദ്യാവലി. ചോദ്യാവലി അല്ലെങ്കിൽ അഭിമുഖപ്പട്ടിക തയ്യാറാക്കുമ്പോൾ താഴെപ്പറയുന്ന കാര്യങ്ങൾ പരിഗണിക്കേണ്ടതാണ്.

- ചോദ്യാവലി വളരെ ദൈർഘ്യമുള്ളവയാകരുത്. ദൈർഘ്യമുള്ള ചോദ്യാവലികൾ പൂർത്തിയാക്കാൻ വ്യക്തികൾ പൊതുവെ വിമുഖത കാണിക്കാറുണ്ട്. ആയതിനാൽ ചോദ്യങ്ങളുടെ എണ്ണം കഴിയുന്നത്ര കുറവായിരിക്കണം.
- പൊതുവായ ചോദ്യങ്ങളിൽ നിന്ന് സവിശേഷ ചോദ്യങ്ങളിലേക്ക് നീങ്ങുന്ന തരത്തിലാവണം ചോദ്യങ്ങൾ നിർമിക്കേണ്ടത്.

പൊതുവായ ചോദ്യങ്ങളിൽ നിന്നും ആരംഭിച്ച് സവിശേഷമായ ചോദ്യങ്ങളിലേക്ക് നയിക്കുന്നതായിരിക്കണം ചോദ്യക്രമം. ഉദാഹരണമായി,

a. വൈദ്യുതിനിരക്ക് വർധനവ് ന്യായീകരിക്കാവുന്നതാണോ?

b നിങ്ങളുടെ പ്രദേശത്ത് വൈദ്യുതി തുടർച്ചയായി ലഭ്യമാണോ?

ഈ ചോദ്യങ്ങൾ താഴെ പറയുന്ന രീതിയിൽ മാറ്റുമ്പോൾ മികച്ചതായി മാറുന്നു.

a. നിങ്ങളുടെ പ്രദേശത്ത് വൈദ്യുതി തുടർച്ചയായി ലഭ്യമാണോ?

b. വൈദ്യുതിനിരക്കുവർധന ന്യായീകരിക്കാവുന്നതാണോ?

- ചോദ്യങ്ങൾക്ക് സ്പഷ്ടതയും കൃത്യതയും ഉണ്ടായിരിക്കണം. ഉദാഹരണമായി,

a. നിങ്ങൾ മറ്റുള്ളവർക്ക് മുന്നിൽ ആകർഷണീയരാകാൻ വരുമാനത്തിന്റെ എത്ര ശതമാനമാണ് വസ്ത്രത്തിനുവേണ്ടി ചെലവഴിക്കുന്നത്?

ഈ ചോദ്യത്തെ താഴെപ്പറയുന്ന രീതിയിലേക്ക് മാറ്റുമ്പോൾ കൂടുതൽ സ്പഷ്ടവും കൃത്യവുമാകുന്നു.

a. വരുമാനത്തിന്റെ എത്ര ശതമാനം നിങ്ങൾ വസ്ത്രത്തിനായി ചെലവഴിക്കുന്നു?

- ചോദ്യങ്ങൾ അവ്യക്തമാകരുത്, വിവരദാതാവിന് എളുപ്പത്തിലും ശരിയായും, വ്യക്തമായും ഉത്തരം പറയാൻ കഴിയുന്നവയായിരിക്കണം. ഉദാഹരണമായി,

a. പുസ്തകം വാങ്ങുന്നതിനായി ഓരോ മാസവും ധാരാളം പണം നിങ്ങൾ ചെലവഴിക്കാറുണ്ടോ?

ഈ ചോദ്യത്തെ താഴെപ്പറയുന്ന രീതിയിലേക്ക് മാറ്റുമ്പോൾ കുടുതൽ വ്യക്തതയുണ്ടാകുന്നു.

a. എത്ര പണമാണ് ഓരോ മാസവും നിങ്ങൾ പുസ്തകത്തിനായി ചെലവഴിക്കുന്നത്? ശരിയായത് അടയാളപ്പെടുത്തുക.

i) 200 രൂപയിൽ കുറവ്,

ii) 200 രൂപയ്ക്കും 300 നും ഇടയിൽ,

iii) 300 രൂപയ്ക്കും 400 നും ഇടയിൽ,

iv) 400 രൂപയിൽ കൂടുതൽ.

- ചോദ്യങ്ങൾ നെഗറ്റീവ് പദം ഉപയോഗിച്ച് തുടങ്ങുകയോ ചോദ്യങ്ങളിൽ രണ്ട് നെഗറ്റീവ് പദങ്ങൾ ഉണ്ടാകുകയോ ചെയ്യരുത്. ഇത് പക്ഷപാതപരമായ പ്രതികരണത്തിന് ഇടയാക്കാം. ഉദാഹരണമായി,

a. പുകവലി നിരോധിക്കണമെന്ന് നിങ്ങൾ കരുതുന്നില്ലേ?

ഈ ചോദ്യം പുകവലി നിരോധിക്കണമെന്ന് നിങ്ങൾ കരുതുന്നുണ്ടോ? എന്ന രീതിയിലേക്ക് മാറ്റിയാൽ പക്ഷപാതപരമായ പ്രതികരണം ഒഴിവാക്കാവുന്നതാണ്.

- ഉത്തരത്തിലേക്ക് നയിക്കുന്നതോ വിവരദാതാക്കൾക്ക് ഉത്തരസൂചന നൽകുന്നതോ ആയ ചോദ്യങ്ങൾ ചോദ്യാവലിയിൽ ഉൾപ്പെടുത്തരുത്. ഉദാഹരണമായി,

a. ഈ ഗുണമേന്മ കൂടിയ ചായയുടെ രുചി നിങ്ങൾക്ക് ഇഷ്ടമാണോ?

ഈ ചോദ്യത്തെ താഴെപ്പറയുന്ന രീതിയിലേക്ക് മാറ്റാവുന്നതാണ്.

a. ഈ ചായയുടെ രുചി നിങ്ങൾക്ക് ഇഷ്ടമാണോ?

- ചോദ്യങ്ങൾ ഉത്തരത്തിലേക്ക് നയിക്കുന്ന സൂചനകൾ നൽകുന്ന രീതിയിൽ ആകരുത്. ഉദാഹരണമായി,

a. കോളേജ് വിദ്യാഭ്യാസത്തിന് ശേഷം, ജോലി ചെയ്യാനാണോ വീട്ടമ്മയാകാനാണോ നിങ്ങൾക്ക് താൽപര്യം?

ഈ ചോദ്യത്തെ താഴെപ്പറയുന്ന രീതിയിലേക്ക് മാറ്റാവുന്നതാണ്.

a. കോളേജ് വിദ്യാഭ്യാസത്തിനുശേഷം എന്തുചെയ്യാനാണ് താങ്കൾ താല്പര്യപ്പെടുന്നത്.

- ചോദ്യാവലിയിൽ അറ്റംഅടഞ്ഞ ചോദ്യങ്ങളോ (Closed - ended or Structured Questions) അറ്റംതുറന്ന ചോദ്യങ്ങളോ (Open ended Questions) ഉണ്ടാകാം. കോളേജ് വിദ്യാഭ്യാസത്തിനുശേഷം ഒരു വിദ്യാർത്ഥി എന്തു ചെയ്യാനാണ് താല്പര്യപ്പെടുന്നത് എന്ന ചോദ്യം അറ്റം തുറന്ന ചോദ്യത്തിന് ഉദാഹരണമാണ്.

അറ്റം അടഞ്ഞ ചോദ്യങ്ങൾ "ശരിയോ തെറ്റോ" (Yes or No) എന്ന രൂപത്തിൽ ഉള്ളതോ ബഹുവികൽപ്പക (Multiple Choice) രൂപത്തിലുള്ളതോ ആയിരിക്കും. ബഹുവികൽപക ചോദ്യങ്ങളിൽ ഉത്തരങ്ങൾ തെരഞ്ഞെടുക്കാൻ രണ്ടിലധികം സാധ്യതകൾ ഉള്ളതിനാൽ ഇത്തരം ചോദ്യങ്ങളാണ് അഭികാമ്യം. "അതെ, അല്ലെങ്കിൽ അല്ല" എന്നീ രണ്ട് സാധ്യമായ ഉത്തരങ്ങളേയുള്ളൂവെങ്കിൽ അതിനെ ദ്വിമാനചോദ്യം (Two way questions) എന്ന് വിളിക്കുന്നു. ഉദാഹരണമായി, താഴെക്കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ചോദ്യം ശ്രദ്ധിക്കൂ.

a. ഭൂമി എന്തിനാണ് നിങ്ങൾ വിറ്റത്?

i) കടബാധ്യത തീർക്കാൻ,

ii) കുട്ടികളുടെ വിദ്യാഭ്യാസത്തിന്,

iii) മറ്റൊരു ആസ്തിയിൽ നിക്ഷേപിക്കാൻ,

iv) മറ്റ് കാരണങ്ങൾ (ദയവായി വിശദമാക്കുക).

അറ്റം അടഞ്ഞ ചോദ്യങ്ങളിൽ, ഉത്തരം തന്നിരിക്കുന്നവയിൽ നിന്നും വിവരദാതാക്കൾക്ക് തെരഞ്ഞെടുക്കാം എന്നതിനാൽ വിശകലനത്തിനായി എളുപ്പത്തിൽ ഇവയെ ഉപയോഗിക്കാനും രേഖപ്പെടുത്താനും സംഗ്രഹിക്കാനും കഴിയുന്നു. എന്നാൽ, വിവരദാതാക്കൾക്ക് സ്വതന്ത്രമായ അഭിപ്രായ പ്രകടനത്തിനുള്ള അവസരം ലഭിക്കുന്നില്ല എന്നത് ഇതിന്റെ പോരായ്മയാണ്. മറ്റുള്ളവ (any other) എന്ന സാധ്യത നൽകി ഈ പ്രശ്നത്തെ പരിഹരിക്കാവുന്നതാണ്. ഇതു വഴി അന്വേഷകൻ പ്രതീക്ഷിക്കാത്ത രീതിയിലുള്ള പ്രതികരണങ്ങൾ വിവരദാതാക്കൾ നൽകുന്നു. കൂടാതെ, വിവരദാതാക്കളുടെ വ്യത്യസ്ത രീതിയിലുള്ള പ്രതികരണ സാധ്യത ബഹുവികൽപക ചോദ്യങ്ങൾ പരിമിതപ്പെടുത്തുന്നു.

അറ്റം തുറന്ന ചോദ്യങ്ങളിൽ വ്യക്തികൾക്ക് സ്വതന്ത്രമായ അഭിപ്രായപ്രകടനത്തിനുള്ള അവസരം ലഭിക്കുന്നുണ്ടെങ്കിലും പ്രതികരണത്തിലെ വ്യത്യസ്തത മൂലം അവയുടെ രേഖപ്പെടുത്തലും വ്യാഖ്യാനവും വളരെ ബുദ്ധിമുട്ടേറിയതാണ്. ഉദാഹരണമായി,

a. ആഗോളവത്കരണത്തെക്കുറിച്ചുള്ള നിങ്ങളുടെ കാഴ്ചപ്പാട് എന്ത്?

ദത്തങ്ങളുടെ ശേഖരണരീതി (Mode of Data Collection)

ടെലിവിഷൻ പരിപാടികളിൽ അവതാരകർ, കുട്ടികളോടും വീട്ടമ്മമാരോടും പൊതുജനങ്ങളോടും പരീക്ഷയിലെ പ്രകടനത്തെക്കുറിച്ചും, സോപ്പിന്റെ ബ്രാന്റിനെക്കുറിച്ചും, രാഷ്ട്രീയപ്പാർട്ടിയെക്കുറിച്ചുമൊക്കെ ചോദ്യങ്ങൾ ചോദിക്കുന്നത് നിങ്ങൾ ശ്രദ്ധിച്ചിട്ടില്ലേ? സർവേയിലൂടെയുള്ള ദത്തശേഖരണമാണ് ഇതിന്റെ പ്രധാന ഉദ്ദേശ്യം. ദത്തശേഖരണത്തിന് പ്രധാനമായും മൂന്ന് രീതികൾ ആണ് ഉള്ളത്.

1. വ്യക്തിഗത അഭിമുഖം (Personal Interview)
2. തപാൽ മുഖേനയുള്ള ചോദ്യാവലി (Mailing Questionnaire)
3. ടെലഫോൺ മുഖേനയുള്ള അഭിമുഖം(Telephone Interview)

1. വ്യക്തിഗത അഭിമുഖം (Personal Interview)

അന്വേഷകൻ/ഗവേഷകൻ വ്യക്തികളുമായി അഭിമുഖം നടത്തി വിവരങ്ങൾ ശേഖരിക്കുന്ന രീതിയാണ് ഇത്. അന്വേഷകന്/ഗവേഷകന് എല്ലാ വിവരദാതാക്കളെയും നേരിട്ട് സമീപിക്കാൻ സാധ്യമാകുമ്പോഴാണ് ഈ രീതി ഉപയോഗിക്കുന്നത്.

വ്യക്തിഗത അഭിമുഖം പൊതുസ്വീകാര്യമാകുന്നതിനുള്ള കാരണങ്ങൾ താഴെപ്പറയുന്നവയാണ്. അന്വേഷകനും/ഗവേഷകനും വിവരദാതാവും തമ്മിൽ വ്യക്തിബന്ധം സൂക്ഷിക്കാൻ കഴിയുന്നു. വിവരദാതാവിനുണ്ടാകുന്ന സംശയങ്ങൾ ദൂരീകരിക്കാനും സർവേയുടെ ഉദ്ദേശ്യങ്ങൾ വ്യക്തമാക്കാനും അന്വേഷകന് അവസരം ലഭിക്കുന്നു, പ്രധാനപ്പെട്ട ചോദ്യങ്ങൾക്ക് കൂടുതൽ വിശദമായ ഉത്തരം നൽകാൻ വിവരദാതാവിനോട് അഭ്യർത്ഥിക്കാൻ ഈ രീതികൊണ്ട് സാധിക്കുന്നു. തെറ്റിദ്ധാരണകളും തെറ്റായ വ്യാഖ്യാനങ്ങളും ഒഴിവാക്കാൻ അന്വേഷകന് സാധിക്കുന്നു, ഉത്തരദാതാക്കളുടെ പ്രതികരണങ്ങൾ നിരീക്ഷിക്കുന്നതിലൂടെ അധികവിവരങ്ങൾ മനസിലാക്കാൻ സാധിക്കുന്നു.

എന്നിരുന്നാലും ഈ രീതിക്ക് ചില പരിമിതികൾ ഉണ്ട്. പരിശീലനം ലഭിച്ച അന്വേഷകർ ആവശ്യമായതിനാൽ ഈ രീതി വളരെ ചെലവേറിയതാണ്. ഇവ പൂർത്തിയാക്കാൻ കൂടുതൽ സമയം ആവശ്യമാണ്. അന്വേഷകന്റെ/ഗവേഷകന്റെ സാന്നിധ്യമുള്ളതിനാൽ വിവരദാതാക്കൾ അവരുടെ യഥാർഥ അഭിപ്രായം പറയണമെന്നില്ല.

2. തപാൽ മുഖേനയുള്ള ചോദ്യാവലി (Mailing Questionnaire)

നിശ്ചിത തീയതിക്കകം പൂരിപ്പിച്ച് തിരിച്ചയക്കണമെന്ന അപേക്ഷയോടുകൂടി ചോദ്യാവലി തപാൽമാർഗം അയച്ചുകൊടുത്ത് വിവരങ്ങൾ ശേഖരിക്കുന്ന രീതിയാണിത്. ഈ രീതിയ്ക്ക് പല മേന്മകളുമുണ്ട്. താരതമ്യേന ചെലവ് കുറഞ്ഞ രീതിയാണിത്. നേരിട്ട് സമീപിക്കാൻ പ്രയാസമുള്ളതോ ടെലഫോൺ സൗകര്യം ഇല്ലാത്തതോ ആയ ഉൾപ്രദേശങ്ങളിലെ വ്യക്തികളിൽ നിന്നുപോലും അന്വേഷകന് വിവരങ്ങൾ ശേഖരിക്കാൻ കഴിയുന്നു. അന്വേഷകന് വിവരദാതാക്കളെ സ്വാധീനിക്കാൻ കഴിയില്ല. ഈ രീതിയിൽ

വിവരദാതാവിന് ചിന്തിക്കാനും ഉത്തരം നൽകാനും കൂടുതൽ സമയം ലഭിക്കുന്നു.

ഇന്ന് SMS മുഖേനയുള്ള സർവേകളും ഓൺലൈൻ സർവേകളും വളരെ സാധാരണമാണെന്ന് നിങ്ങൾക്കറിയാമല്ലോ? എങ്ങനെയാണ് ഓൺലൈൻ സർവേ നടത്തപ്പെടുന്നതെന്ന് നിങ്ങൾക്കറിയാമോ? തപാൽ മുഖേനയുള്ള വിവരശേഖരണത്തിനും ചില പോരായ്മകൾ ഉണ്ട്. നിർദ്ദേശങ്ങളിലെ വ്യക്തതക്കുറവ് തെറ്റിദ്ധാരണകൾക്ക് ഇടയാക്കാം. ചോദ്യാവലി നഷ്ടപ്പെടാനും, തിരികെ ലഭിക്കാതിരിക്കാനും, ഭാഗികമായി മാത്രം പൂർത്തിയായ രീതിയിൽ ലഭിക്കാനും സാധ്യതയുള്ളതിനാൽ ഈ രീതിയിൽ വിവരശേഖരം നടത്തുമ്പോൾ പ്രതികരണനിരക്ക് കുറവായിരിക്കും.

3. ടെലഫോൺ അഭിമുഖം (Telephone Interview)

അന്വേഷകൻ ടെലഫോണിലൂടെ ചോദ്യങ്ങൾ ചോദിച്ച് വിവരങ്ങൾ ശേഖരിക്കുന്ന രീതിയാണിത്. ഈ രീതിക്ക് നിരവധി ഗുണങ്ങളുണ്ട്. വ്യക്തിഗത അഭിമുഖത്തേക്കാൾ ചെലവ് കുറവാണ്, കുറഞ്ഞ സമയത്തിനുള്ളിൽ വിവരശേഖരണം സാധ്യമാകുന്നു. വ്യക്തിഗത അഭിമുഖത്തിൽ ഉത്തരം നൽകാൻ താൽപര്യം കാണിക്കാത്ത ചോദ്യങ്ങൾക്കും ഈ രീതിയിൽ ഉത്തരം ലഭിക്കുന്നു. ചോദ്യങ്ങളിലുണ്ടാകുന്ന അവ്യക്തത പരിഹരിക്കാൻ അന്വേഷകന് സാധിക്കുന്നു.

ടെലഫോൺ സൗകര്യമില്ലാത്ത വ്യക്തികളിൽ നിന്ന് ഈ രീതി ഉപയോഗിച്ച് വിവരം ശേഖരിക്കാൻ കഴിയില്ലാ എന്നത് ഇതിന്റെ പരിമിതിയാണ്.

ഗുണങ്ങൾ	ദോഷങ്ങൾ
വ്യക്തിഗത അഭിമുഖം	
• ഉയർന്ന പ്രതികരണ നിരക്ക് • എല്ലാതരം ചോദ്യങ്ങളും ഉപയോഗിക്കാൻ സാധിക്കുന്നു • അറ്റംതുറന്ന ചോദ്യങ്ങൾക്ക് അനുയോജ്യം • അവ്യക്തമായ ചോദ്യങ്ങൾക്ക് വ്യക്തത വരുത്താൻ സാധിക്കുന്നു	• ഏറ്റവും ചെലവേറിയ രീതിയാണിത് • വിവരദാതാവിനെ സ്വാധീനിക്കാൻ സാധ്യതയുണ്ട് • കൂടുതൽ സമയം ആവശ്യമാണ്
തപാൽ മുഖേനയുള്ള ചോദ്യാവലി	
• ഏറ്റവും ചെലവ് കുറഞ്ഞ രീതി • ഉൾപ്രദേശങ്ങൾക്ക് അനുയോജ്യമായ രീതി • വിവരദാതാക്കൾ സ്വാധീനിക്കപ്പെടുന്നില്ല • വിവരദാതാക്കളെ കുറിച്ചുള്ള വിവരങ്ങൾ രഹസ്യമായി സൂക്ഷിക്കാൻ സാധിക്കുന്നു • വിവരദാതാക്കൾ പ്രതികരിക്കാൻ താൽപര്യം കാണിക്കാത്ത (Sensitive) ചോദ്യങ്ങൾക്ക് ഉചിതമാണ്	• നിരക്ഷരർക്ക് അനുയോജ്യമല്ല • ഉത്തരം ലഭിക്കാൻ കൂടുതൽ സമയം ആവശ്യമാണ് • അവ്യക്തമായ ചോദ്യങ്ങൾക്ക് വിശദീകരണം നൽകാൻ സാധ്യമല്ല • വിവരദാതാവിന്റെ പ്രതികരണങ്ങൾ നേരിട്ട് മനസിലാക്കാൻ കഴിയുന്നില്ല
ടെലഫോൺ മുഖേനയുള്ള ചോദ്യാവലി	
• താരതമ്യേന ചെലവ് കുറവാണ് • വിവരദാതാക്കൾക്കുമേൽ താരതമ്യേന കുറഞ്ഞ സ്വാധീനമാണുള്ളത് • താരതമ്യേന ഉയർന്ന പ്രതികരണനിരക്ക്	• ഈ രീതിയുടെ ഉപയോഗം വളരെ പരിമിതമാണ് • പ്രതികരണം നിരീക്ഷിക്കാൻ സാധ്യമല്ല • വിവരദാതാക്കൾ സ്വാധീനിക്കപ്പെടാനുള്ള സാധ്യതയുണ്ട്

പ്രവർത്തനങ്ങൾ

- ഇന്ത്യയുടെ ഉൾഗ്രാമത്തിൽ ജീവിക്കുന്ന ഒരു വ്യക്തിയിൽ നിന്നും വിവരങ്ങൾ ശേഖരിക്കാൻ നിങ്ങളോട് ആവശ്യപ്പെടുന്നുവെന്ന് വിചാരിക്കുക. ദത്തങ്ങൾ ശേഖരിക്കക്കാൻ ഏത് രീതിയാണ് ഏറ്റവും അനുയോജ്യമായത്? എന്തുകൊണ്ട്? ചർച്ച ചെയ്യുക.
- അധ്യാപനത്തിന്റെ നിലവാരത്തെക്കുറിച്ച് രക്ഷിതാക്കളുമായി നിങ്ങൾ അഭിമുഖം നടത്തുന്നുവെന്ന് വിചാരിക്കുക. ഇത് സ്കൂൾ പ്രിൻസിപ്പലിന്റെ സാന്നിധ്യത്തിലാണെങ്കിൽ എന്തെല്ലാം പ്രശ്നങ്ങളായിരിക്കും നിങ്ങൾക്ക് നേരിടേണ്ടി വരിക?

പരീക്ഷണസർവേ (Pilot Survey)

ചോദ്യാവലി തയ്യാറാക്കി കഴിഞ്ഞാൽ ഒരു പരീക്ഷണം എന്ന നിലയിൽ ഒരു ചെറിയ വിഭാഗം വ്യക്തികൾക്കിടയിൽ അവ വിതരണം ചെയ്ത് വിവരശേഖരണം നടത്തുന്നതിനെയാണ് പരീക്ഷണ സർവേ (Pilot Survey) അല്ലെങ്കിൽ ചോദ്യാവലിയുടെ മുൻകൂട്ടിയുള്ള പരീക്ഷണം (Pre-Testing of Questionnaire) എന്നു പറയുന്നത്. ഇതിലൂടെ സർവ്വേ സംബന്ധിച്ചുള്ള പ്രാഥമിക വിവരങ്ങൾ ലഭിക്കുന്നു. ചോദ്യാവലിയുടെ പോരായ്മകൾ മനസിലാക്കി ആവശ്യമായ തിരുത്തലുകൾ നടത്താൻ സാധിക്കുന്നു. വിവരസമ്പാദകന്റെ പ്രവർത്തനം വിലയിരുത്താൻ കഴിയുന്നു. യഥാർഥ സർവേയുടെ ചെലവ്, സമയം എന്നിവ കണക്കാക്കാൻ സാധിക്കുന്നു. ചോദ്യങ്ങളുടെ അനുയോജ്യത, നിർദേശങ്ങളിലെ വ്യക്തത എന്നിവ വിലയിരുത്താൻ സാധിക്കുന്നു.

4. സെൻസസ് സർവേയും സാമ്പിൾ സർവേയും (Census and Sample Surveys)

സെൻസസ് അഥവാ സമ്പൂർണ കണക്കെടുപ്പ് (Census or Complete Enumeration)

സമസ്തത്തിലെ (Population) ഓരോ ഇനത്തേയും ഉൾപ്പെടുത്തിയുള്ള സർവേയാണ് സെൻസസ് അല്ലെങ്കിൽ സമ്പൂർണ കണക്കെടുപ്പു രീതി (Method of Complete Enumeration). ഉദാഹരണമായി ഇന്ത്യയിലെ മൊത്തം ജനസംഖ്യയെക്കുറിച്ച് പഠിക്കാൻ ഒരു ഏജൻസി താൽപര്യപ്പെടുന്നുവെങ്കിൽ, ഗ്രാമ-നഗര പ്രദേശങ്ങളിലെ എല്ലാ കുടുംബങ്ങളിൽ നിന്നും അവർ വിവരങ്ങൾ ശേഖരിക്കേണ്ടതുണ്ട്.

സമസ്തത്തിലെ ഓരോ വ്യക്തിഗത ഇനവും സർവേയിൽ ഉൾപ്പെടുന്നു എന്നതാണ് ഈ രീതിയുടെ പ്രധാന സവിശേഷത. ചില ഇനങ്ങളെ തെരഞ്ഞെടുത്തോ, മറ്റു ചിലതിനെ ഒഴിവാക്കിയോ ഉള്ള പഠനം ഈ രീതിയിൽ സാധ്യമല്ല. ഇതിനായി ഇന്ത്യയിലെ നഗരത്തിലേയും ഗ്രാമത്തിലേയും എല്ലാ കുടുംബങ്ങളിൽ നിന്നും വിവരശേഖരണം നടത്തണം. ഓരോ 10 വർഷം കൂടുമ്പോഴും ഇന്ത്യയിൽ നടക്കുന്ന ജനസംഖ്യാ സെൻസസിനെ കുറിച്ച് നിങ്ങൾക്കറിയാമല്ലോ. ഇന്ത്യയിലെ മുഴുവൻ വീടുകളെയും ഉൾപ്പെടുത്തിയാണ് ഈ സർവേയിൽ വിവരങ്ങൾ ശേഖരിക്കുന്നത്. ജനനനിരക്ക്, മരണനിരക്ക്, സാക്ഷരത, തൊഴിൽശക്തി, ആയുർദൈർഘ്യം, ജനസംഖ്യയുടെ വലുപ്പം, ഘടന എന്നിവയെ സംബന്ധിക്കുന്ന ദത്തങ്ങൾ രജിസ്ട്രാർ ജനറൽ ഓഫ് ഇന്ത്യ ശേഖരിക്കുകയും പ്രസിദ്ധീകരിക്കുകയും

ചെയ്യുന്നു. 2011-ലാണ് ഇന്ത്യയിൽ അവസാനമായി ജനസംഖ്യാ കണക്കെടുപ്പ് നടന്നത്.

2011-ലെ സെൻസസ് അനുസരിച്ച് ഇന്ത്യയിലെ ജനസംഖ്യ 121.09 കോടിയായി. എന്നാൽ 2001-ലെ സെൻസസ് പ്രകാരം 102.87 കോടി ആയിരുന്നു. 1901-ലെ സെൻസസ് പ്രകാരം 23.83 കോടി മാത്രമായിരുന്നു ഇന്ത്യയിലെ ജനസംഖ്യ. 110 വർഷം കൊണ്ട് ഇന്ത്യൻ ജനസംഖ്യയിൽ 97 കോടിയുടെ വർധനവുണ്ടായി. 1971-81 കാലഘട്ടത്തിൽ 2.2% ആയിരുന്ന ജനസംഖ്യാ വളർച്ച 1991-2001, 2001-2011 എന്നീ കാലയളവുകളിൽ യഥാക്രമം 1.97%, 1.64% എന്നീ നിരക്കുകളിലേക്ക് കുറഞ്ഞു.

> 2001 മാർച്ച് 1-ന് 0.00 മണിക്കൂറിൽ ഇന്ത്യയുടെ ജനസംഖ്യ 1027,015,247 ആയിരുന്നു. ഇതിൽ 531,277,078 പേർ പുരുഷൻമാരും 495,738,169 പേര് സ്ത്രീകളും ആണ്. അങ്ങനെ ചൈനയ്ക്ക് ശേഷം 1 ബില്ല്യൺ ജനസംഖ്യ മറികടക്കുന്ന ലോകത്തിലെ രണ്ടാമത്തെ രാജ്യമായി ഇന്ത്യ മാറി.

ഉറവിടം : 2001-ലെ ഇന്ത്യാ സെൻസസ്

സാമ്പിൾ സർവ്വേ (Sample Survey)

പഠനവിധേയമാക്കുന്ന എല്ലായിനവും ചേരുന്നതാണ് സാംഖ്യകത്തിൽ സമസ്തം അഥവാ പോപ്പുലേഷൻ എന്നു പറയുന്നത്. ആയതിനാൽ പഠനഫലങ്ങൾ പ്രായോഗികമാക്കാൻ ഉദ്ദേശിക്കുന്നത് ഏത് കൂട്ടത്തെയാണോ ആ കൂട്ടമാണ് സമസ്തം (Population/Universe). മറ്റൊരു രീതിയിൽ പറഞ്ഞാൽ, സർവ്വേയുടെ ഉദ്ദേശ്യത്തിനനുസരിച്ചുള്ള നിശ്ചിതമായ സ്വഭാവ സവിശേഷതകളുള്ള വ്യക്തികളോ ഇനങ്ങളോ ഉൾപ്പെടുന്ന കൂട്ടത്തെയാണ് സമസ്തം എന്നതുകൊണ്ട് സൂചിപ്പിക്കുന്നത്. സാമ്പിൾ തെരഞ്ഞെടുക്കുന്നതിന്റെ ആദ്യഘട്ടം അനുയോജ്യമായ സമസ്തം തെരഞ്ഞെടുക്കുക എന്നതാണ്. മൊത്തം സമസ്തം പഠനവിധേയമാക്കുക എന്നത് ഗവേഷകർക്ക് പ്രയാസമായതിനാൽ സമസ്തത്തിൽ നിന്നും പ്രാതിനിധ്യസാമ്പിൾ തെരഞ്ഞെടുക്കുന്നു. വിവരങ്ങൾ ശേഖരിക്കാൻ ഉദ്ദേശിക്കുന്ന സമസ്തത്തിന്റെ ഒരു വിഭാഗം അഥവാ ഗ്രൂപ്പാണ് സാമ്പിൾ. ഒരു നല്ല സാമ്പിളിന് സമസ്തത്തെക്കുറിച്ചുള്ള കൃത്യമായ വിവരങ്ങൾ കുറഞ്ഞ ചിലവിലും സമയത്തിലും നൽകാൻ സാധിക്കും. സാധാരണയായി സമസ്തത്തിന്റെ ചെറിയവിഭാഗമായിരിക്കും സാമ്പിൾ.

ഉദാഹരണമായി, ഒരു പ്രദേശത്തെ ജനങ്ങളുടെ ശരാശരി വരുമാനത്തെക്കുറിച്ച് പഠനം നടത്തണമെന്ന് വിചാരിക്കുക. സെൻസസ് രീതിയനുസരിച്ച് ആ പ്രദേശത്ത് വസിക്കുന്ന ഓരോരുത്തരുടെയും വരുമാനം കണ്ടെത്തി അവയുടെ ആകെ തുക കണക്കാക്കുന്നു. മൊത്തം വരുമാനത്തെ പ്രദേശത്തിലെ വ്യക്തികളുടെ എണ്ണംകൊണ്ട്

ഹരിച്ചാൽ ശരാശരി വരുമാനം ലഭിക്കും. ഇത് വളരെ ചെലവേറിയതും, സമയമെടുക്കുന്നതും, നിരവധി അന്വേഷകരെ ആവശ്യമുള്ളതുമാണ്. അതിനുപകരമായി ഒരു ചെറിയ പ്രാതിനിധ്യ സാമ്പിൾ തെരഞ്ഞെടുക്കുന്നു. അതായത്, സമസ്തത്തിലെ ഒരു ചെറിയ വിഭാഗം വ്യക്തികളുടെ വരുമാനം ശേഖരിച്ച് ആകെ തുക കണക്കാക്കി എത്ര വ്യക്തികളുടെ വരുമാനമാണോ എടുത്തത് ആ എണ്ണംകൊണ്ട് ഇതിനെ ഹരിക്കുന്നു. ഇങ്ങനെ കിട്ടുന്നതാണ് സമസ്തത്തിന്റെ മതിപ്പ് ശരാശരി വരുമാനം (Estimate of Average Income).

ഉദാഹരണം

- ഗവേഷണവിഷയം – വയനാട് ജില്ലയിലെ കർഷകത്തൊഴിലാളികളുടെ സാമ്പത്തികാവസ്ഥയെക്കുറിച്ചുള്ള പഠനം.
- സമസ്തം – വയനാട് ജില്ലയിലെ എല്ലാ കർഷകത്തൊഴിലാളികളും.
- സാമ്പിൾ – വയനാട് ജില്ലയിലെ കർഷകത്തൊഴിലാളികളുടെ 10 ശതമാനം

സർവേകൾ കൂടുതലും സാമ്പിൾ സർവേകളാണ്. സാംഖ്യകത്തിൽ സാമ്പിൾ സർവേകൾ സ്വീകാര്യമാകുന്നതിന് നിരവധി കാരണങ്ങൾ ഉണ്ട്. ഏറെക്കുറെ കൃത്യവും വിശ്വസനീയവുമായ വിവരങ്ങൾ കുറഞ്ഞ സമയത്തിലും ചെലവിലും ലഭിക്കുന്നു. സാമ്പിളുകൾ സമസ്തത്തെക്കാൾ ചെറുതായതിനാൽ വിശദമായ അന്വേഷണം നടത്തി കൂടുതൽ വിവരങ്ങൾ ശേഖരിക്കാൻ കഴിയുന്നു. അന്വേഷകരുടെ എണ്ണം കുറവായതിനാൽ അവർക്ക് പരിശീലനം നൽകാനും അവരുടെ പ്രവർത്തനങ്ങൾക്ക് മേൽനോട്ടം വഹിക്കാനും എളുപ്പമാണ്.

എങ്ങനെയാണ് നാം സാമ്പിൾ തെരഞ്ഞെടുക്കുന്നത്? യാദൃച്ഛിക (Random) സാമ്പിൾ, യാദൃച്ഛികേതര (Non-random) സാമ്പിൾ എന്നീ രണ്ടു രീതികളാണ് സാമ്പിൾ തെരഞ്ഞെടുക്കാനുള്ളത്.

പ്രവർത്തനങ്ങൾ

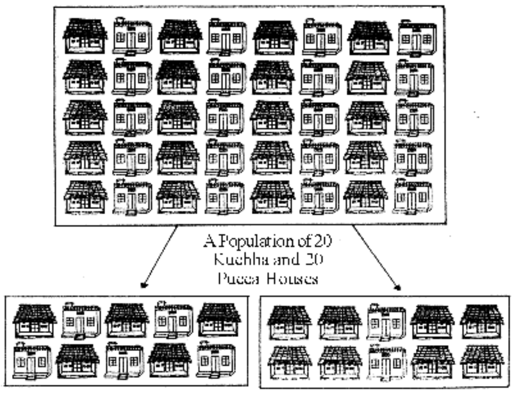
- ഇന്ത്യയിലും ചൈനയിലും അടുത്ത സെൻസസ് നടക്കുന്നത് ഏത് വർഷങ്ങളിലാണ്?
- XI -ാം ക്ലാസിലെ പുതിയ സാമ്പത്തിക ശാസ്ത്രപാഠപുസ്തകത്തെ ക്കുറിച്ചുള്ള വിദ്യാർഥികളുടെ അഭിപ്രായം പഠനവിധേയമാക്കുന്നു എന്നു വിചാരിക്കുക. ഈ പഠനത്തിലെ സമസ്തം, സാമ്പിൾ എന്നിവ എന്തായിരിക്കും?
- പഞ്ചാബിലെ ഗോതമ്പിന്റെ ശരാശരി വിളവ് കണക്കാക്കാൻ ഒരു ഗവേഷകൻ ആഗ്രഹിക്കുന്നു എന്ന് കരുതുക. എന്തായിരിക്കും അദ്ദേഹം സ്വീകരിക്കുന്ന സമസ്തം, സാമ്പിൾ?

ചുവടെ കൊടുത്തിട്ടുള്ള വിവരണങ്ങൾ ഇവ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം സ്പഷ്ടമാക്കുന്നതാണ്.

യാദൃച്ഛിക സാമ്പ്ളിങ് (Random Sampling)

പേര് സൂചിപ്പിച്ചതുപോലെ യാദൃച്ഛിക സാമ്പ്ളിങ്ങിൽ സമസ്തത്തിൽ നിന്നുള്ള വ്യക്തിഗത യൂണിറ്റുകൾ യാദൃച്ഛികമായി തെരഞ്ഞെടുക്കുന്നു (സമസ്തത്തിലെ എല്ലാവർക്കും തുല്യ പരിഗണന ലഭിക്കും വിധം). പെട്രോൾ വിലവർധനവ് എങ്ങനെയാണ് ഒരു പ്രദേശത്തെ കുടുംബങ്ങളുടെ ബജറ്റിനെ സ്വാധീനിക്കുന്നത് എന്നറിയാൻ ഗവൺമെന്റ് ആഗ്രഹിക്കുന്നുവെന്ന് വിചാ

രിക്കുക. ഇതിനായി ആ പ്രദേശത്തെ 300 കുടുംബങ്ങളിൽ നിന്നും 30 കുടുംബങ്ങളെ പ്രാതിനിധ്യസാമ്പിളായി തെരഞ്ഞെടുക്കണം. യാദൃച്ഛിക സാമ്പ്ളിങ്ങ് രീതിയിൽ സാമ്പിളുകൾ തിരെഞ്ഞെടുക്കുന്നത് എങ്ങനെയെന്ന് നമുക്ക് പരിശോധിക്കാം. 300 കുടുംബങ്ങളുടെ പേരെഴുതിയ തുല്യ ആകൃതിയിലും വലുപ്പത്തിലുമുള്ള പേപ്പർ കഷണങ്ങൾ കൂട്ടിക്കലർത്തിയതിനുശേഷം അതിൽ നിന്നും ഓരോന്നായി 30 സാമ്പിളുകൾ അഭിമുഖത്തിനായി തിരഞ്ഞെടുക്കുന്നു.



A Representative Sample — A non-representative Sample

യാദൃച്ഛിക സാമ്പ്ളിങ്ങിൽ സമസ്തത്തിലെ ഓരോ അംഗത്തിനും തിരഞ്ഞെടുക്കപ്പെടാനുള്ള സാധ്യത തുല്യമാണ്. സമസ്തത്തിലെ 300 സാമ്പിൾ ഇനങ്ങൾക്കും (സാമ്പ്ളിങ്ങ് ഫ്രെയിം) 30 സാമ്പിളിൽ ഉൾപ്പെടാൻ തുല്യ അവസരം നൽകുന്ന രീതിയാണ് യാദൃച്ഛിക സാമ്പ്ളിങ്ങ്. ഇത് ലോട്ടറിരീതി എന്നും അറിയപ്പെടുന്നു. ഈ തിരഞ്ഞെടുപ്പ് റാൻഡം നമ്പർ പട്ടിക ഉപയോഗിച്ചും നടത്താവുന്നതാണ്.

റാൻഡം നമ്പർ പട്ടിക എങ്ങനെയാണ് ഉപയോഗിക്കുന്നത്? (How to use Random Number Table?)

റാൻഡം നമ്പർ പട്ടിക എന്താണെന്ന് നിങ്ങൾക്കറിയാമോ? സമസ്തത്തിലെ ഓരോ അംഗത്തിനും തിരഞ്ഞെടുക്കപ്പെടാൻ തുല്യസാധ്യത ഉറപ്പു വരുത്തുന്ന പട്ടികയാണ് റാൻഡം നമ്പർ പട്ടിക. ഇവ പ്രസിദ്ധീകരിക്കപ്പെട്ട രൂപത്തിലോ അല്ലെങ്കിൽ സോഫ്റ്റ് വെയറുകളുടെ സഹായത്തോടു കൂടി കാൽക്കുലേറ്ററുകളിൽ നിർമ്മിക്കപ്പെടാൻ കഴിയുന്നവയോ ആയിരിക്കും (അനുബന്ധം ബി കാണുക). റാൻഡം നമ്പർ പട്ടിക ഉപയോഗിക്കുമ്പോൾ, ഒരു പേജിൽ നിന്നോ, വരിയിൽ നിന്നോ, നിരയിൽ നിന്നോ, ബിന്ദുവിൽ നിന്നോ ആരംഭിക്കാവുന്നതാണ്. മുകളിൽ സൂചിപ്പിച്ച ഉദാഹരണത്തിൽ 300-ൽ നിന്നും 30 കുടുംബങ്ങളെ സാമ്പിളായി തിരഞ്ഞെടുക്കുന്നു. ഇവിടെ 300 എന്നതാണ് ഏറ്റവും വലിയ ക്രമനമ്പർ എന്നതിനാൽ മൂന്ന് അക്കങ്ങളുള്ള റാൻഡം നമ്പർ പട്ടിക നാം തിരഞ്ഞെടുക്കുന്നു. 300-നേക്കാൾ ഉയർന്ന റാൻഡം നമ്പറുകൾ കുടുംബങ്ങൾക്ക് നൽകാത്തതിനാൽ 300-നു മുകളിലുള്ള റാൻഡം നമ്പർ ഒഴിവാക്കുകയും ചെയ്യുന്നു. ഇങ്ങനെ തിരഞ്ഞെടുത്ത 30 കുടുംബങ്ങളും അവയുടെ ക്രമനമ്പരും താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു.

149, 219, 111, 165, 230, 007, 089, 212, 051, 244, 300, 054, 245, 155, 300, 056, 152, 156, 205, 070, 015, 157, 040, 243, 479, 116, 122, 081, 160, 162

എക്സിറ്റ്പോൾ (Exit poll)

തെരഞ്ഞെടുപ്പ് സമയങ്ങളിൽ വിവിധ ടെലിവിഷൻ ചാനലുകൾ അതിന്റെ ഫലത്തെക്കുറിച്ചുള്ള പ്രവചനങ്ങൾ നടത്തുന്നത് നിങ്ങൾ കണ്ടിട്ടുണ്ടായിരിക്കും. ഈ ഫലപ്രവചനം നടത്തുന്നത് എക്സിറ്റ് പോളിലൂടെയാണ് (Exit Poll). ഇതനുസരിച്ച് പോളിങ്ങ് സ്റ്റേഷനിൽ നിന്നും പുറത്തേക്ക് വരുന്ന വോട്ടർമാരെ യാദൃശ്ചിക സാമ്പ്ളിങ്ങ് രീതിയിൽ തെരഞ്ഞെടുത്ത്, അവരോട് ആർക്കാണ് വോട്ട് രേഖപ്പെടുത്തിയത് എന്ന് ചോദിക്കുന്നു. ഈ സാമ്പിൾ ഡാറ്റ ഉപയോഗിച്ചാണ് ഫലപ്രവചനം നടത്തുന്നത്. എക്സിറ്റ് പോൾ പ്രവചനങ്ങൾ എല്ലായ്പ്പോഴും ശരിയാകണമെന്നില്ല. എന്തുകൊണ്ടാണിത്?

പ്രവർത്തനം

- കഴിഞ്ഞ 50 വർഷത്തെ ഇന്ത്യയിലെ ഭക്ഷ്യോൽപാദനത്തിന്റെ പ്രവണതയെ സംബന്ധിച്ച് വിശകലനം നടത്താൻ നിങ്ങൾ ആഗ്രഹിക്കുന്നു. എന്നാൽ എല്ലാ വർഷത്തെയും ഉൽപാദനത്തെ സംബന്ധിച്ച വസ്തുതകൾ ശേഖരിക്കുക പ്രയാസമായതിനാൽ 10 വർഷത്തെ ഉൽപാദനം സാമ്പിളായി എടുക്കുന്നു.

  എങ്ങനെയാണ് റാൻഡം നമ്പർ പട്ടിക ഉപയോഗിച്ച് സാമ്പിൾ വർഷങ്ങൾ തെരഞ്ഞെടുക്കുന്നത്?

യാദൃച്ഛികേതര സാമ്പ്ളിങ്ങ് (Non-Random Sampling)

ഒരു പ്രദേശത്തെ 100 കുടുംബങ്ങളിൽ നിന്നും 10 കുടുംബങ്ങളെ നിങ്ങൾക്ക് തിരഞ്ഞെടുക്കണമെന്നിരിക്കട്ടെ. എന്നാൽ ഏത് കുടുംബത്തെ തിരഞ്ഞെടുക്കണം, അല്ലെങ്കിൽ ഒഴിവാക്കണം എന്ന് നിങ്ങൾക്ക് തീരുമാനിക്കാം. ഈ സാഹചര്യത്തിൽ നിങ്ങൾക്ക് സൗകര്യപ്രദമായ സ്ഥലത്തുള്ള കുടുംബങ്ങളെയോ നിങ്ങൾക്കോ, നിങ്ങളുടെ സുഹൃത്തിനോ പരിചയമുള്ള കുടുംബങ്ങളെയോ ആയിരിക്കും നിങ്ങൾ തിരഞ്ഞെടുക്കുന്നത്. ഇതിൽ നിങ്ങളുടെ ചായ്‌വ് (Bias) സാമ്പ്ളിങ്ങിനെ സ്വാധീനിക്കുന്നതിനാൽ ഈ രീതി യാദൃച്ഛികേതരമാണ്.

യാദൃച്ഛികേതര രീതിയിൽ (Non-Random Sampling) സമസ്തത്തിലെ എല്ലാ അംഗങ്ങൾക്കും തിരഞ്ഞെടുക്കപ്പെടാനുള്ള തുല്യാവസരം ലഭിക്കുന്നില്ല. അന്വേഷകന്റെ സൗകര്യവും വിലയിരുത്തലുകളുമാണ് സാമ്പിളുകളുടെ തിരഞ്ഞെടുപ്പിൽ നിർണ്ണായക പങ്ക് വഹിക്കുന്നത്. അതായത്, അന്വേഷകന്റെ സൗകര്യം, പഠനത്തിന്റെ ഉദ്ദേശ്യം, ക്വോട്ട എന്നിവയാണ് യാദൃച്ഛികേതര സാമ്പ്ളിങ്ങിന്റെ അടിസ്ഥാനം.

5. സാമ്പ്ളിങ്ങ് പിഴവുകളും, സാമ്പ്ളിങ്ങ് ഇതര പിഴവുകളും (Sampling and Non Sampling Errors)

സാമ്പ്ളിങ്ങ് പിഴവുകൾ (Sampling Errors)

സംഖ്യാമൂല്യങ്ങൾ ഉൾക്കൊള്ളുന്ന ഒരു സമസ്തത്തിന് രണ്ടു പ്രധാനമായ സ്വഭാവങ്ങളുണ്ട്. ഇവ പ്രസക്തമാണ്. ഒന്നാമതായി കേന്ദ്രപ്രവണത (Central Tendency). ഇത്, അത് മാധ്യം (Mean), മധ്യാങ്കം (Median),

മോഡ് (Mode) എന്നിവ ഉപയോഗിച്ച് കണക്കാക്കാം. രണ്ടാമതായി, പ്രകീർണനം (Dispersion). ഇത് അളക്കുന്നത് മാനക വ്യതിയാനം (Standard Deviation), മാധ്യ വ്യതിയാനം (Mean Deviation), റേഞ്ച് (Range) തുടങ്ങിയവയിലൂടെയാണ്. സമസ്തത്തിന്റെ ഈ പ്രചലമൂല്യങ്ങൾക്ക് (Population Parameter) പകരമായി ഉപയോഗിക്കാൻ കഴിയുന്ന മതിപ്പ് മൂല്യങ്ങൾ (Estimated values) കണ്ടെത്താനാണ് നമ്മൾ സാമ്പിൾ ഉപയോഗിക്കുന്നത് (സമസ്തത്തിന്റെ യഥാർഥ സ്വഭാവത്തെ കാണിക്കുന്ന മൂല്യം, ഉദാഹരണത്തിന് ശരാശരി വരുമാനം തുടങ്ങിയവ). സമസ്തത്തിന്റെ യഥാർഥ മൂല്യവും (Parameter) സാമ്പിളിന്റെ മതിപ്പ് മൂല്യവും തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസത്തെയാണ് സാമ്പ്ളിങ്ങ് പിഴവുകൾ (Sampling Errors) എന്ന് പറയുന്നത്. സാമ്പിളുകളുടെ വലുപ്പം വർധിപ്പിച്ചുകൊണ്ട് ഇത്തരം പിഴവുകൾ കുറക്കാവുന്നതാണ്.

ഉദാഹരണം

വയനാട്ടിലെ 5 കർഷകരുടെ വരുമാനം തന്നിരിക്കുന്നു. വരുമാനത്തെ X എന്ന ചരം കൊണ്ട് സൂചിപ്പിക്കുന്നു. ഇത് യഥാക്രമം 500, 550, 600, 650, 700 എന്നിവയാണ്. ഇവിടെ സമസ്തത്തിന്റെ ശരാശരി (500+550+600+650+700) ÷ 5 =3000 ÷5 =600.

എന്നാൽ ഈ സമസ്തത്തിൽ നിന്നും 500, 600 എന്നീ രണ്ട് എണ്ണം സാമ്പിളായി തെരഞ്ഞെടുത്താൽ, സാമ്പിളിന്റെ ശരാശരി

$$\frac{500+600}{2} = 1100/2 = 550$$

ഇവിടെ, സാമ്പ്ളിങ്ങ് പിഴവ് = 600 (പ്രചല മൂല്യം) – 550 (മതിപ്പുമൂല്യം) = 50

സാമ്പ്ളിങ്ങ് ഇതര പിഴവുകൾ (Non-Sampling Errors)

സാമ്പ്ളിങ്ങ് പിഴവുകളേക്കാൾ ഗുരുതരമായ പിഴവുകളാണ് സാമ്പ്ളിങ്ങ് ഇതര പിഴവുകൾ. കാരണം സാമ്പിളുകളുടെ എണ്ണം വർധിപ്പിച്ചുകൊണ്ട് സാമ്പ്ളിങ്ങ് പിഴവുകൾ കുറയ്ക്കാവുന്നതാണ്. എന്നാൽ, വലിയ സാമ്പിളുകൾ എടുത്താൽ പോലും സാമ്പ്ളിങ്ങ് ഇതര പിഴവുകൾ കുറയ്ക്കാൻ പ്രയാസമാണ്. സെൻസസ് രീതിയിൽ പോലും സാമ്പ്ളിങ്ങ് ഇതര പിഴവുകൾ സംഭവിക്കാം. സാമ്പ്ളിങ്ങ് ഇതര പിഴവുകൾ പ്രധാനമായും താഴെപ്പറയുന്ന രീതിയിലുള്ളവയാണ്.

സാമ്പ്ളിങ്ങ് ചായ്‌വ് (Sampling Bias)

സാമ്പ്ളിങ്ങ് പ്ലാൻ പ്രകാരം സമസ്തത്തിലെ ചില അംഗങ്ങളെ സാമ്പിളിൽ ഉൾപ്പെടുത്താൻ കഴിയാതിരിക്കുമ്പോഴാണ് സാമ്പ്ളിങ്ങ് ചായ്‌വ് ഉണ്ടാകുന്നത്.

പ്രതികരണമില്ലായ്മ കൊണ്ടുള്ള പിഴവുകൾ (Non-Response Errors)

സാമ്പിളിൽ ഉൾപ്പെട്ട വ്യക്തിയെ അന്വേഷകന് ബന്ധപ്പെടാൻ കഴിയാതിരുന്നതുകൊണ്ടോ, സാമ്പിളിൽ ഉൾപ്പെട്ട വ്യക്തി പ്രതികരിക്കാൻ വിസമ്മതിച്ചതിനാലോ ഉണ്ടാകുന്ന പിഴവുകളാണിവ. ഇത്തരം സാഹചര്യത്തിൽ സാമ്പിളിന് സമസ്തത്തെ പ്രതിനിധീകരിക്കാൻ കഴിയില്ല.

ദത്തങ്ങൾ ശേഖരിക്കുന്നതിലെ പിഴവുകൾ (Errors in Data Acquisition)

തെറ്റായ പ്രതികരണങ്ങൾ രേഖപ്പെടുത്തുന്നതിലൂടെ ഉണ്ടാകുന്ന പിഴവുകളാണിവ. ഉദാഹരണമായി, ക്ലാസിലെ മേശയുടെ നീളം അളക്കാൻ ടീച്ചർ കുട്ടികളോട് ആവശ്യപ്പെടുന്നുവെന്ന് വിചാരിക്കുക. ഇവിടെ കുട്ടികൾ നൽകുന്ന അളവുകൾ തമ്മിൽ വ്യത്യാസം ഉണ്ടാകാം. ഇതിന് കാരണം അളവുടേപ്പിലെ വ്യത്യാസമോ, കുട്ടികളുടെ അശ്രദ്ധയോ ആകാം. അതുപോലെ ഓറഞ്ചിന്റെ വില സംബന്ധിച്ച ദത്തങ്ങൾ ശേഖരിക്കുമ്പോഴും കടകൾ, കമ്പോളങ്ങൾ, ഓറഞ്ചിന്റെ ഗുണനിലവാരം എന്നിവയ്ക്കനുസരിച്ച് നമുക്കുലഭിക്കുന്ന ദത്തങ്ങൾ വ്യത്യാസപ്പെടാം. ആയതിനാൽ, ശരാശരി വിലയാണ് നമ്മൾ പരിഗണിക്കേണ്ടത്. കൂടാതെ അന്വേഷകനോ, വിവരദാതാക്കളോ വിവരങ്ങൾ ശേഖരിക്കുമ്പോഴും അവ പകർത്തിയെഴുതുമ്പോഴും ഇത്തരം പിഴവുകൾ സംഭവിക്കാം. ഉദാഹരണമായി, 13 എന്നതിന് പകരം 31 എന്ന് രേഖപ്പെടുത്തുമ്പോഴുണ്ടാകുന്ന പിഴവ്.

6. ഇന്ത്യയിലെ സെൻസസും NSSO യും (Census of India and NSSO)

സാംഖ്യകദത്തങ്ങളുടെ ശേഖരണം, സംസ്കരണം, പട്ടികാവതരണം എന്നിവ നടത്തുന്നതിനുള്ള ഏജൻസികൾ കേന്ദ്രസംസ്ഥാനതലങ്ങളിലുണ്ട്. സെൻസസ് ഓഫ് ഇന്ത്യ, നാഷണൽ സാമ്പിൾ സർവേ ഓഫീസ് (NSSO), സെൻട്രൽ സ്റ്റാറ്റിസ്റ്റിക്കൽ ഓഫീസ് (CSO), രജിസ്ട്രാർ ജനറൽ ഓഫ് ഇന്ത്യ (RGI), ഡയറക്ടർ ജനറൽ ഓഫ് കൊമേഴ്സ്യൽ ഇന്റലിജന്റ്സ് ആന്റ് സ്റ്റാറ്റിസ്റ്റിക്സ് (DGCIS), ലേബർ ബ്യൂറോ തുടങ്ങിയവ ദേശീയതലത്തിൽ പ്രവർത്തിക്കുന്ന ഏജൻസികളാണ്.

ഇന്ത്യൻ ജനസംഖ്യയുടെ പൂർണവും, തുടർച്ചയായതുമായ കണക്കുകൾ നൽകുന്നത് സെൻസസ് ഓഫ് ഇന്ത്യ (Census of India) എന്ന ഏജൻസിയാണ്. 1881 മുതൽ ഓരോ 10 വർഷം കൂടുമ്പോഴും ഇന്ത്യയിൽ ജനസംഖ്യാകണക്കെടുപ്പ് നടത്തി വരുന്നു. സ്വാതന്ത്ര്യലബ്ധിക്ക് ശേഷമുള്ള ഇന്ത്യയിലെ ആദ്യസെൻസസ് നടന്നത് 1951-ലാണ്. ഇന്ത്യൻസെൻസസിൽ ജനസംഖ്യയുടെ വലുപ്പം, ജനസാന്ദ്രത, സ്ത്രീപുരുഷാനുപാതം, സാക്ഷരത, കുടിയേറ്റം, ഗ്രാമ-നഗരപ്രദേശങ്ങളിലെ ജനസംഖ്യാവിതരണം എന്നിവയെ സംബന്ധിച്ച വിവരങ്ങളാണ് ഉദ്യോഗസ്ഥർ ശേഖരിക്കുന്നത്. സെൻസസ് ദത്തങ്ങൾ വിശകലനത്തിനും വ്യാഖ്യാനത്തിനും വിധേയമാക്കിയാണ് ഇന്ത്യയിലെ സാമൂഹ്യ-സാമ്പത്തിക പ്രശ്നങ്ങൾ മനസിലാക്കുന്നത്.

ദേശീയതലത്തിൽ, സാമൂഹ്യ-സാമ്പത്തിക പ്രശ്നങ്ങളെ കുറിച്ച് സർവേ നടത്തുന്നതിനായി ഇന്ത്യാഗവൺമെന്റ് സ്ഥാപിച്ച ഏജൻസിയാണ് NSSO. തുടർച്ചയായി NSSO-യുടെ റൗണ്ടുകളിൽ ഇത്തരം സർവ്വേകൾ നിർവ്വഹിച്ചുപോരുന്നു. NSSO ശേഖരിക്കുന്ന വിവരങ്ങൾ റിപ്പോർട്ടുകളായും, 'സർവേക്ഷണ' എന്ന ത്രൈമാസിക ജേർണൽ ആയും പ്രസിദ്ധീകരിക്കുന്നു. കൂടാതെ, ഓരോ കാലഘട്ടത്തിലേയും സാക്ഷരത, സ്കൂൾപ്രവേശനം, വിദ്യാഭ്യാസസേവനങ്ങളുടെ ഉപയോഗം, തൊഴിൽ, തൊഴിലില്ലായ്മ, നിർമാണ സേവനമേഖലയിലെ സംരഭങ്ങൾ, രോഗം, പ്രസവം, ശിശുസംരക്ഷണം, പൊതുവിതരണസമ്പ്രദായങ്ങളുടെ ഉപയോഗം എന്നിവയെ സംബന്ധിച്ചുള്ള വിവരങ്ങളും NSSO നൽകുന്നു. NSSO-

യുടെ 60-ാംറൗണ്ട് സർവേ (ജനുവരി-ജൂൺ 2004) രോഗാതുരത, ആരോഗ്യസുരക്ഷ എന്നീ വിഷയങ്ങളിലായിരുന്നു. 68-ാമത് റൗണ്ട് സർവേ 2011-12 വർഷത്തേത് ഉപഭോക്തൃ ചെലവിനെ കുറിച്ചുള്ളതായിരുന്നു. അതുപോലെ വ്യവസായ പ്രവർത്തനങ്ങൾ, സാധനങ്ങളുടെ ചില്ലറ വിലനിലവാരം എന്നിവയും ശേഖരിച്ച് പ്രസിദ്ധീകരിക്കുന്നു. ഈ വിവരങ്ങൾ ആസൂത്രണത്തിനായി ഇന്ത്യാഗവൺമെന്റ് ഉപയോഗിക്കുന്നു.

7. ഉപസംഹാരം

സംഖ്യാരൂപത്തിൽ അവതരിപ്പിക്കുന്ന സാമ്പത്തികവസ്തുതകളാണ് ദത്തങ്ങൾ. ഒരു പ്രശ്നത്തെ മനസിലാക്കുക, വിശദീകരിക്കുക, വിശകലനം ചെയ്യുക, പ്രശ്നത്തിന്റെ കാരണങ്ങൾ കണ്ടെത്തുക എന്നിവയാണ് ദത്തങ്ങളുടെ ശേഖരണത്തിന്റെ ഉദ്ദേശ്യം. സർവേയിലൂടെയാണ് പ്രാഥമികദത്തങ്ങൾ ശേഖരിക്കുന്നത് സർവേക്ക് വിവിധ ഘട്ടങ്ങളുണ്ട്, അവ ശ്രദ്ധാപൂർവ്വം ആസൂത്രണം ചെയ്യപ്പെടേണ്ടതുണ്ട്. സാംഖ്യകദത്തങ്ങൾ ശേഖരിക്കുക, സംസ്കരിക്കുക, പട്ടികാരൂപത്തിലാക്കുക, പ്രസിദ്ധീകരിക്കുക എന്നീ പ്രവർത്തനങ്ങൾക്കായി നിരവധി ഏജൻസികളുണ്ട്. ഇത്തരം ദത്തങ്ങൾ ദ്വിതീയ ദത്തങ്ങളായും ഉപയോഗിക്കപ്പെടുന്നു. എന്നിരുന്നാലും ദത്തങ്ങളുടെ ഉറവിടം തെരഞ്ഞെടുക്കൽ, ദത്തങ്ങളുടെ ശേഖരണരീതി എന്നിവ പഠനത്തിന്റെ ഉദ്ദേശ്യത്തിനനുസരിച്ചായിരിക്കും.

സംഗ്രഹം

- ഏതൊരു വിഷയത്തെയും സംബന്ധിച്ചുള്ള വിവരങ്ങൾ നൽകി മെച്ചപ്പെട്ട നിഗമനത്തിൽ എത്തിച്ചേരാൻ സഹായിക്കുന്ന ഉപകരണമാണ് ദത്തങ്ങൾ.
- നേരിട്ട് ലഭിച്ച വിവരങ്ങളെ അടിസ്ഥാനപ്പെടുത്തിയിട്ടുള്ളതാണ് പ്രാഥമികദത്തങ്ങൾ
- വ്യക്തിഗത അഭിമുഖം, തപാൽ മുഖേനയുള്ള ചോദ്യാവലി, ടെലിഫോൺ അഭിമുഖം എന്നിവ ഉപയോഗിച്ച് സർവേ നടത്താവുന്നതാണ്.
- സമസ്തത്തിലെ എല്ലാ വ്യക്തികളെയും ഘടകങ്ങളെയും ഉൾപ്പെടുത്തിയുള്ള സർവേയാണ് സെൻസസ്. വിവരം ശേഖരിക്കാൻ തെരഞ്ഞെടുക്കപ്പെട്ട സമസ്തത്തിലെ ഒരു ചെറിയ കൂട്ടമാണ് സാമ്പിൾ.

- സമസ്തത്തിലെ ഓരോ വ്യക്തിക്കും തെരഞ്ഞെടുക്കപ്പെടാൻ തുല്യ സാധ്യത നൽകുന്ന സാമ്പ്ളിങ്ങ് രീതിയാണ് യാദൃച്ഛിക സാമ്പ്ളിങ്ങ്.
- സമസ്തത്തിന്റെ പ്രചലമൂല്യവും മതിപ്പ് മൂല്യവും തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം ഉണ്ടാകുന്നതിനുള്ള പ്രധാന കാരണം സാമ്പിളിങ്ങ് പിഴവുകളാണ്.
- ദത്തങ്ങളുടെശേഖരണത്തിലെ തെറ്റുകൾ, വിവരദാതാക്കളുടെ പ്രതികരണമില്ലായ്മ, സാമ്പിളുകളുടെ പക്ഷപാതപരമായ തെരഞ്ഞെടുപ്പ് എന്നിവ മൂലമുണ്ടാകുന്ന പിഴവുകളാണ് സാമ്പ്ളിങ്ങ് ഇതര പിഴവുകൾ.
- ഇന്ത്യയിലെ പ്രധാന സാമൂഹ്യ-സാമ്പത്തികപ്രശ്നങ്ങളെ സംബന്ധിച്ച് ദത്തങ്ങൾ ശേഖരിക്കുക, സംസ്കരിക്കുക, പട്ടികാരൂപത്തിലാക്കുക തുടങ്ങിയ പ്രവർത്തനങ്ങളിലേർപ്പെടുന്ന രണ്ട് പ്രധാന ദേശീയ ഏജൻസികളാണ് നാഷണൽ സാമ്പിൾ സർവേ ഓഫീസ് (NSSO), സെൻസസ് ഓഫ് ഇന്ത്യ എന്നിവ.

അഭ്യാസങ്ങൾ

1. താഴെപ്പറയുന്ന ചോദ്യങ്ങൾക്ക് അനുയോജ്യമായ നാല് ബഹുവികൽപക ഇനങ്ങൾ (Multiple Choice options) തയ്യാറാക്കുക.

   i) നിങ്ങൾ വസ്ത്രം വാങ്ങുമ്പോൾ താഴെപ്പറയുന്നവയിൽ ഏതിനാണ് പ്രാധാന്യം നൽകുന്നത്?

   ii) എത്ര സമയം ഇടവിട്ടാണ് നിങ്ങൾ കമ്പ്യൂട്ടർ ഉപയോഗിക്കുന്നത്?

   iii) എതൊക്കെ ദിനപത്രങ്ങളാണ് നിങ്ങൾ പതിവായി വായിക്കുന്നത്?

   iv) പെട്രോൾ വിലവർധനവ് ന്യായീകരിക്കാവുന്നതാണോ?

   v) നിങ്ങളുടെ കുടുംബത്തിന്റെ പ്രതിമാസവരുമാനം എത്രയാണ്?

2. ശരിയോ തെറ്റോ എന്ന ഉത്തരം വരുന്ന 5 ചോദ്യങ്ങൾ തയ്യാറാക്കുക.

താഴെപ്പറയുന്ന പ്രസ്താവനകൾ ശരിയോ തെറ്റോ എന്ന് എഴുതുക.

i) ദത്തങ്ങൾക്ക് നിരവധി ഉറവിടങ്ങളുണ്ട്.

ii) വിദൂരസ്ഥലങ്ങളിൽ താമസിക്കുന്നവരിൽ നിന്നും, സാക്ഷരരിൽ നിന്നും വിവരങ്ങൾ ശേഖരിക്കുന്നതിന് അനുയോജ്യമായ രീതി യാണ് ടെലഫോൺ അഭിമുഖം.

iii) അന്വേഷകർ ശേഖരിച്ച വിവരങ്ങളാണ് ദ്വിതീയദത്തം.

iv) യാദൃച്ഛികേതര (Non-random Method) രീതിയിൽ സാമ്പിളുകൾ തെര ഞ്ഞെടുക്കുമ്പോൾ ചില ചായ്‌വ് (Bias) ഉണ്ടാകാറുണ്ട്.

v) സാമ്പിളുകളുടെ വലുപ്പം വർധിപ്പിച്ചുകൊണ്ട് സാമ്പ്ളിങ്ങ് ഇതര പിഴവുകൾ (Non Sampling Errors) ഒഴിവാക്കാവുന്നതാണ്.

4. താഴെപ്പറയുന്ന ചോദ്യങ്ങളെക്കുറിച്ച് നിങ്ങൾ എന്ത് കരുതുന്നു?. ഈ ചോദ്യങ്ങളിൽ എന്തെങ്കിലും പ്രശ്നം നിങ്ങൾ കാണുന്നുണ്ടോ? വിവ രിക്കുക.

i) ഏറ്റവും അടുത്തുള്ള കമ്പോളത്തിൽ നിന്ന് എത്ര അകലെയാണ് നിങ്ങൾ താമസിക്കുന്നത്?

ii) ചപ്പുചവറുകളിൽ വെറും അഞ്ച് ശതമാനമാണ് പ്ലാസ്റ്റിക് എങ്കിൽ പ്ലാസ്റ്റിക് നിരോധിക്കേണ്ടതുണ്ടോ?

iii) പെട്രോൾ വിലവർധനവ് എതിർക്കപ്പെടേണ്ടതാണ് എന്ന് നിങ്ങൾ കരുതുന്നില്ലേ?

iv) രാസവളങ്ങളുടെ ഉപയോഗത്തോട് നിങ്ങൾ യോജിക്കുന്നുണ്ടോ?

v) സ്വന്തം കൃഷിഭൂമിയിൽ നിങ്ങൾ വളങ്ങൾ ഉപയോഗിക്കാറുണ്ടോ?

vi) നിങ്ങളുടെ കൃഷിഭൂമിയുടെ ഓരോ ഹെക്ടറിൽ നിന്നും ലഭിക്കുന്ന വിളവ് എത്രയാണ്?

5. കുട്ടികൾക്കിടയിൽ വെജിറ്റബിൾ, ആട്ട, ന്യൂഡിൽസ് എന്നിവയുടെ സ്വാധീനത്തെക്കുറിച്ച് പഠനം നടത്താൻ നിങ്ങൾ ആഗ്രഹിക്കുന്നുവെന്ന് വിചാരിക്കുക. ഈ വിവരശേഖരണത്തിന് അനുയോജ്യമായ ചോദ്യാ വലി തയ്യാറാക്കുക.

6. 200 കൃഷി സ്ഥലങ്ങളുള്ള ഒരു ഗ്രാമത്തിൽ വിളരീതി സംബന്ധിച്ച് പഠനം നടക്കുകയുണ്ടായി. ഇതിൽ 50 കൃഷി സ്ഥലങ്ങളിൽ നിന്നും നടത്തിയപ്പോൾ 50% കർഷകരും ഗോതമ്പ് മാത്രമാണ് കൃഷി ചെയ്യുന്നത്. ഈ പ്രസ്താവനയിലെ സമസ്തത്തിന്റെ വലുപ്പം, സാമ്പിളിന്റെ വലുപ്പം എന്നിവ തിരിച്ചറിയുക.

7. സാമ്പിൾ, സമസ്തം, ചരം എന്നിവക്ക് രണ്ട് വീതം ഉദാഹരണങ്ങൾ എഴുതുക.

8. താഴെപ്പറയുന്നവയിൽ ഏത് രീതിയാണ് കൃത്യമായ ഫലങ്ങൾ നൽകുന്നത്. എന്തുകൊണ്ട്?

   (a) സെൻസസ് (b) സാമ്പിൾ സർവേ

9. താഴെപ്പറയുന്നവയിൽ ഏത് പിഴവുകളാണ് ഏറ്റവും ഗുരുതരമായത്, എന്തുകൊണ്ട്?

   (a) സാമ്പ്ളിങ്ങ് പിഴവുകൾ (b) സാമ്പ്ളിങ്ങ് ഇതര പിഴവുകൾ

10. നിങ്ങളുടെ ക്ലാസിൽ 10 കുട്ടികളുണ്ടെന്ന് കരുതുക. അവരിൽ നിന്നും 3 പേരെ തിരഞ്ഞെടുക്കണം. എത്ര സാമ്പിളുകൾ സാധ്യമാണ്?

11. നിങ്ങളുടെ ക്ലാസിലെ 10 കുട്ടികളിൽ നിന്നും 3 കുട്ടികളെ ലോട്ടറിരീതി ഉപയോഗിച്ച് എങ്ങനെ തിരഞ്ഞെടുക്കാം? ചർച്ച ചെയ്യുക.

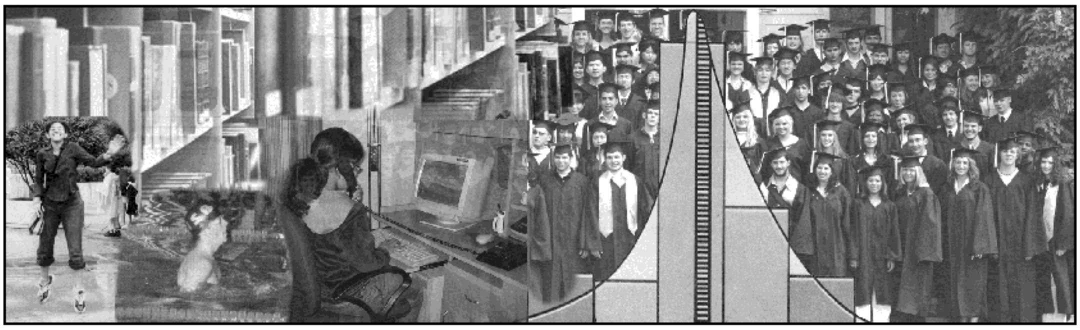
12. ലോട്ടറി രീതി എല്ലായ്പ്പോഴും യാദൃച്ഛിക സാമ്പിളുകളാണോ നൽകുന്നത്? വിശദീകരിക്കുക.

13. റാൻഡം നമ്പർ പട്ടിക ഉപയോഗിച്ച് നിങ്ങളുടെ ക്ലാസിലെ 10 കുട്ടികളിൽ നിന്നും 3 പേരെ യാദൃച്ഛിക സാമ്പിളായി തിരെഞ്ഞെടുക്കുന്നതിനുള്ള നടപടികൾ വിശദമാക്കുക.

14. സാമ്പ്ളിങ്ങ് രീതി സർവേ രീതിയേക്കാൾ ഫലപ്രദമാണോ? നിങ്ങളുടെ ഉത്തരത്തെ സാധൂകരിക്കുക.

അധ്യായം 3

ദത്തങ്ങളുടെ ക്രമീകരണം
(Organisation of Data)



പഠനനേട്ടങ്ങൾ

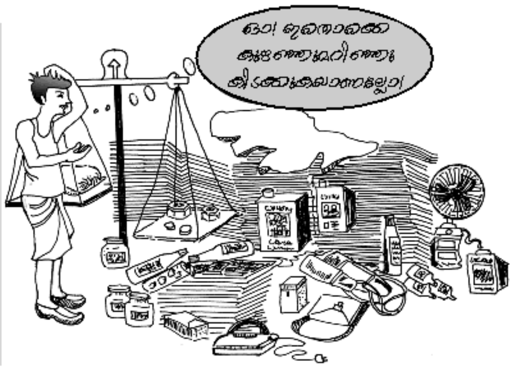
- ദത്തങ്ങളെ തുടർന്നുള്ള സാംഖ്യക വിശകലനത്തിനായി വർഗീകരിക്കുക.
- ഗുണപരവും പരിണാത്മകവുമായ വർഗീകരണം തിരിച്ചറിയുക.
- ആവൃത്തിവിതരണപട്ടിക തയ്യാറാക്കുന്നു.
- ക്ലാസുകൾ രൂപീകരിക്കുന്ന വിദ്യ അറിയുന്നു.
- ടാലി അടയാളപ്പെടുത്തുന്ന രീതിയുമായി പരിചയപ്പെടുന്നു.
- ഏകചരആവൃത്തിവിതരണവും ദ്വിചര ആവൃത്തിവിതരണവും തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം തിരിച്ചറിയുന്നു.

1. ആമുഖം

ദത്തങ്ങൾ ശേഖരിക്കുന്നതെങ്ങനെയെന്ന് നിങ്ങൾ മുൻഅധ്യായത്തിൽ പഠിച്ചിട്ടുണ്ടല്ലോ? സെൻസസും സാമ്പിളിങ്ങും തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസവും നിങ്ങൾക്കറിയാം. ഈ അധ്യായത്തിൽ ശേഖരിക്കപ്പെട്ട ദത്തങ്ങൾ തരംതിരിക്കുന്നതെങ്ങനെയാണെന്ന് നിങ്ങൾ പഠിക്കും. അസംസ്കൃത ദത്തങ്ങൾ തരംതിരിക്കുന്നത് അവ വീണ്ടും എളുപ്പത്തിൽ സാംഖ്യകാപഗ്രഥത്തിന് സജ്ജമാക്കാൻ വേണ്ടിയാണ്.

പഴയ പാത്രങ്ങൾ, പൊട്ടിയ ഗാർഹികോപകരണങ്ങൾ, ഒഴിഞ്ഞ ചില്ലുകുപ്പികൾ, പ്ലാസ്റ്റിക് മുതലായവ വാങ്ങുന്ന ആക്രിക്കച്ചവടക്കാരനെ (കബാഡിവാല) നിങ്ങൾ നിരീക്ഷിച്ചിട്ടുണ്ടോ? അദ്ദേഹം നിങ്ങളിൽനിന്നും ഈ ഇനങ്ങൾ വാങ്ങുകയും ഇത് പുനഃചംക്രമണത്തിന് സജ്ജമാക്കുന്നവർക്ക് വിൽക്കുകയും ചെയ്യുന്നു. തരം തിരിക്കാതെയും ക്രമപ്പെടുത്താതെയും അദ്ദേഹത്തിന്റെ കടയിൽ തന്നെ സൂക്ഷിച്ചാൽ ഈ പാഴ്‌വസ്തുക്കളുടെ കൂമ്പാരം കൈകാര്യം ബുദ്ധിമുട്ടുണ്ടായിരിക്കും. ഇത് ഒഴിവാക്കാനായി അദ്ദേഹം ഇവയെ അനുയോജ്യമായ ഗ്രൂപ്പുകളിലാക്കുന്നു അഥവാ, തരം തിരിക്കുന്നു.

പഴയ പത്രങ്ങളെല്ലാം ഒരുമിച്ച് കയറു കൊണ്ട് കെട്ടി വയ്ക്കുന്നു. ഒഴിഞ്ഞ കുപ്പികൾ എല്ലാം ഒരുചാക്കിൽ സൂക്ഷിയ്ക്കുന്നു. പഴയ സാധനങ്ങൾ എല്ലാം ഒരു മൂലയിൽ കൂട്ടി ഇരുമ്പ്, ചെമ്പ്, അലുമിനിയം, ഓട് എന്നിങ്ങനെ മാറ്റിവെക്കുന്നു. ഈ മാർഗത്തിലൂടെ അദ്ദേഹം തന്റെ പഴയ സാധനങ്ങൾ എല്ലാം ക്രമപ്പെടുത്തുന്നു. പഴയ സാധനങ്ങളെല്ലാം യഥാസമയം ക്രമപ്പെടുത്തിക്കഴിഞ്ഞാൽ, വാങ്ങാൻ വരുന്നയാളുടെ ആവശ്യത്തിനനുസരിച്ച് സാധനങ്ങൾ കണ്ടെത്തുക എന്നത് വളരെ എളുപ്പമാണ്.



അതുപോലെ, നിങ്ങളുടെ സ്കൂൾ പുസ്തകങ്ങൾ എല്ലാം ക്രമത്തിൽ വെച്ചാൽ അത് കൈകാര്യം ചെയ്യാൻ എളുപ്പമാണ്. ഓരോ വിഷയങ്ങൾക്കനുസരിച്ച് പല കൂട്ടങ്ങളായി അതിനെ തരം തിരിക്കാവുന്നതാണ്. അങ്ങനെയാണെങ്കിൽ, ചരിത്രത്തിലെ ഒരു പ്രത്യേക പുസ്തകം എടുക്കണമെങ്കിൽ 'ചരിത്രം' എന്ന ഗ്രൂപ്പിൽ അന്വേഷിച്ചാൽ മതിയാവും. അല്ലെങ്കിൽ നിങ്ങളുടെ പുസ്തകശേഖരം മുഴുവനും നിങ്ങൾ ഉദ്ദേശിച്ച പുസ്തകം കിട്ടാൻ വേണ്ടി തിരയേണ്ടിവരും.

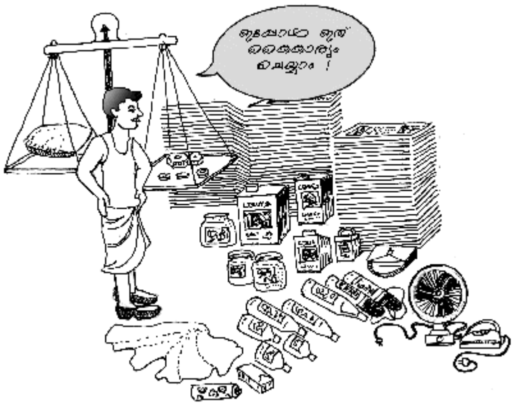
സാധനസാമഗ്രികളുടെ വർഗീകരണം നമ്മുടെ വിലയേറിയ സമയവും പരിശ്രമവും കുറയ്ക്കുമെങ്കിലും ഇത് ഏകപക്ഷീയമായി (Arbitrary) ചെയ്യേണ്ട ഒന്നല്ല. ആക്രിക്കച്ചവടക്കാരൻ തന്റെ സാധനങ്ങൾ എല്ലാം ഗ്രൂപ്പാക്കി മാറ്റുന്നത് ഒരേപോലെയുള്ള ഇനങ്ങളുടെ അടിസ്ഥാനത്തിലാണ്. ഉദാഹരണത്തിന്, ഗ്ലാസ് എന്ന ഗ്രൂപ്പുകളായി അദ്ദേഹം എല്ലാ ഒഴിഞ്ഞ കുപ്പികളും, പൊട്ടിയ കണ്ണാടികൾ, ജനൽചില്ലുകൾ മുതലായവയും മാറ്റിവെക്കും. അതുപോലെ നിങ്ങളുടെ ഒരു ചരിത്രപുസ്തകത്തെ ചരിത്രം എന്ന ഗ്രൂപ്പിലേക്ക് മാറ്റിവെക്കുമ്പോൾ വേറൊരു വിഷയത്തെ നിങ്ങൾ ആ ഗ്രൂപ്പിൽ ഉൾക്കൊള്ളിക്കില്ല. മറിച്ചാണെങ്കിൽ, വർഗീകരണത്തിന്റെ എല്ലാ ഉദ്ദേശ്യവും നഷ്ടമാവും. അതിനാൽ, വർഗീകരണം എന്നത് ഒരേ പോലെയുള്ള വസ്തുക്കളെ ഒരേ ഗ്രൂപ്പിലേക്കോ ക്ലാസിലേക്കോ അടുക്കിവെയ്ക്കുകയോ ക്രമപ്പെടുത്തുകയോ ആണ്.

പ്രവർത്തനം

- കത്തുകൾ തരം തിരിക്കുന്നതെങ്ങനെയെന്ന് കണ്ടെത്താനായി നിങ്ങളുടെ അടുത്തുള്ള പോസ്റ്റ് ഓഫീസ് സന്ദർശിക്കുക. ഒരു കത്തിലെ പിൻകോഡ് സൂചിപ്പിക്കുന്നതെന്തെന്ന് നിങ്ങൾക്കറിയാമോ? പോസ്റ്റ്മാനോട് ചോദിച്ചു നോക്കൂ.

2. അസംസ്കൃത ദത്തങ്ങൾ (Raw Data)

ആക്രിക്കച്ചവടക്കാരന്റെ സാധനങ്ങൾ പോലെ വർഗീകരിക്കപ്പെടാത്ത അഥവാ തികച്ചും ക്രമരഹിതങ്ങളാണ് അസംസ്കൃത ദത്തങ്ങൾ. അത് വളരെ വലുതും കൈകാര്യം ചെയ്യുമ്പോൾ മടുപ്പ് അനുഭവപ്പെടുന്നതുമാണ്. ഇത്തരം ദത്തങ്ങളിൽ നിന്നും



നിഗമനത്തിലെത്തിച്ചേരുക എന്നത് ശ്രമകരമാണ്. കാരണം, അവ സാംഖ്യകാപഗ്രഥന രീതിക്ക് എളുപ്പം വഴങ്ങുന്നവയല്ല. അതിനാൽ, വ്യവസ്ഥാപിതമായ സാംഖ്യകാപഗ്രഥനത്തിന് മുമ്പ് ഇത്തരം ദത്തങ്ങളുടെ ശരിയായ ക്രമപ്പെടുത്തലും അവതരണവും ആവശ്യമാണ്. അതുകൊണ്ട് ദത്തങ്ങളുടെ ശേഖരണം കഴിഞ്ഞാൽ അടുത്തപടി എന്നത് അവയെ ക്രമീകരിക്കുകയും വർഗീകരിക്കപ്പെട്ട രൂപത്തിൽ അവതരിപ്പിക്കുകയും ചെയ്യുക എന്നതാണ്. ഗണിതശാസ്ത്രത്തിൽ വിദ്യാർത്ഥികളുടെ നിലവാരം അറിയുന്നതിന് വേണ്ടി നിങ്ങളുടെ സ്കൂളിലെ 100 കുട്ടികൾക്ക് ലഭിച്ച മാർക്കുകളുടെ വിവരം ശേഖരിച്ചുവെന്നിരിക്കട്ടെ. അത് ഒരു പട്ടികയിൽ അവതരിപ്പിച്ചാൽ പട്ടിക 3.1-ൽ കാണുന്നതുപോലെയിരിക്കും.

പട്ടിക 3.1

100 വിദ്യാർഥികൾക്ക് ഗണിതശാസ്ത്ര പരീക്ഷയിൽ ലഭിച്ച മാർക്ക്

47	45	10	60	51	56	66	100	49	40
60	59	56	55	62	48	59	55	51	41
42	69	64	66	50	59	57	65	62	50
64	30	37	75	17	56	20	14	55	90
62	51	55	14	25	34	90	49	56	54
70	47	49	82	40	82	60	85	65	66
49	44	64	69	70	48	12	28	55	65
49	40	25	41	71	80	0	56	14	22
66	53	46	70	43	61	59	12	30	35
45	44	57	76	82	39	32	14	90	25

അല്ലെങ്കിൽ നിങ്ങളുടെ അയൽപ്പക്കത്തുള്ള 50 വീടുകളുടെ ശരാശരി ഭക്ഷണച്ചെലവ് അറിയുന്നതിനായി അവരുടെ ഭക്ഷണത്തിനുള്ള പ്രതിമാസച്ചെലവിന്റെ ദത്തങ്ങൾ ശേഖരിച്ചു നോക്കൂ. ഇങ്ങനെ ശേഖരിക്കപ്പെട്ട ദത്തങ്ങൾ പട്ടിക 3.2-ൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നു. പട്ടിക 3.1 ലും 3.2 ലും കൊടുത്തിരിക്കുന്നത് അസംസ്കൃത ദത്തങ്ങൾ അഥവാ വർഗീകരിക്കപ്പെടാത്ത ദത്തങ്ങൾ ആണ്. രണ്ടു പട്ടികകളിലും ദത്തങ്ങൾ ഒരു തരത്തിലും ക്രമപ്പെടുത്തിയിട്ടില്ല. പട്ടിക 3.1-നെ അടിസ്ഥാനപ്പെടുത്തി വിദ്യാർഥികൾക്ക് കണക്കിൽ ലഭിച്ച ഏറ്റവും ഉയർന്ന മാർക്ക് കണ്ടെത്താൻ ആവശ്യപ്പെട്ടാൽ, ആദ്യം 100 കുട്ടികളുടെ മാർക്ക് ആരോഹണ ക്രമത്തിലോ അവരോഹണക്രമത്തിലോ തയാറാക്കേണ്ടതാണ്. ഇത് ബുദ്ധിമുട്ടേറിയ ജോലിയാണ്. 100 ന് പകരം 1000 കുട്ടികളുടെ മാർക്കാണ് കൈകാര്യം ചെയ്യേണ്ടതെങ്കിൽ ഇത് കൂടുതൽ പ്രയാസകരമാണ്. അതുപോലെ, പട്ടിക 3.2-ൽ നിന്നും 50 കുടുംബങ്ങളുടെ ശരാശരി മാസ ഭക്ഷണച്ചെലവ് കണ്ടെത്തലും ശ്രമകരമാണ്. 5000 കുടുംബങ്ങളുടെ കാര്യത്തിലാണെങ്കിൽ ഇത് പല മടങ്ങാവും. പഴയ സാധനങ്ങൾ ക്രമരഹിതവും കൂമ്പാരവുമാകുമ്പോൾ ഒരു പ്രത്യേക വസ്തു കണ്ടെത്താൻ ബുദ്ധിമുട്ടുന്ന ആക്രിക്കച്ചവടക്കാരനെപ്പോലെ കൂടുതൽ അസംസ്കൃതദത്തങ്ങളിൽ നിന്നും ഒരു നിശ്ചിത വിവരം കണ്ടെത്താൻ ബുദ്ധിമുട്ടാ

യിരിക്കും. ഒറ്റവാക്കിൽ പറഞ്ഞാൽ വർഗീകരിക്കപ്പെടാത്ത ഒരു വലിയ ദത്തശേഖരത്തിൽ നിന്നും ഒരു പ്രത്യേകവിവരം കണ്ടെത്തൽ ബുദ്ധിമുട്ടേറിയ ജോലിയാണ്.

പട്ടിക 3.2

50 കുടുംബങ്ങളുടെ പ്രതിമാസ ഭക്ഷണചെലവ് (രൂപയിൽ)

1904	1559	3473	1735	2760
2041	1612	1753	1855	4439
5090	1085	1823	2346	1523
1211	1360	1110	2152	1183
1218	1315	1105	2628	2712
4248	1812	1264	1183	1171
1007	1180	1953	1137	2048
2025	1583	1324	2621	3676
1397	1832	1962	2177	2575
1293	1365	1146	3222	1396

വർഗീകരണം ദത്തങ്ങളെ സമഗ്രവും മനസിലാക്കുവാൻ എളുപ്പമുള്ളതുമാക്കുന്നു. ഒരേ സ്വഭാവമുള്ള വസ്തുക്കളെ ഒരേ ശ്രേണിയിൽപ്പെടുത്തിയാൽ കണ്ടെത്തുന്നതിനും, താരതമ്യം ചെയ്യുന്നതിനും നിഗമനങ്ങളിൽ എത്തിച്ചേരുന്നതിനും എളുപ്പമാണ്. ഇന്ത്യാഗവൺമെന്റ് ഓരോ പത്തുവർഷം കൂടുമ്പോഴും കാനേഷുമാരി (Census) എടുക്കുന്നുണ്ടെന്ന് നിങ്ങൾ രണ്ടാം അധ്യായത്തിൽ കണ്ടുവല്ലോ. ഇതിൽ നിന്നും ലഭിക്കുന്ന അസംസ്കൃതദത്തങ്ങൾ വളരെക്കൂടുതലും പലസ്ഥലങ്ങളിലായി ചിതറിക്കിടക്കുന്നവയുമായതുകൊണ്ട് ഇതിൽ നിന്നും അർഥവത്തായ നിഗമനങ്ങളിൽ എത്തിച്ചേരുക തികച്ചും അസാധ്യമാണ്. എന്നാൽ, കാനേഷുമാരി ദത്തങ്ങൾ (Census data) വിദ്യാഭ്യാസം, വൈവാഹികാവസ്ഥ, ലിംഗം, തൊഴിൽ മുതലായവയുടെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ വർഗീകരിച്ചാൽ ഇന്ത്യൻ ജനസംഖ്യയുടെ ഘടനയും സ്വഭാവവും വളരെ എളുപ്പത്തിൽ മനസിലാക്കാൻ സാധിക്കും.

ചരങ്ങളിൻമേലുള്ള നിരീക്ഷണങ്ങളാണ് അസംസ്കൃത ദത്തങ്ങൾ. അസംസ്കൃത ദത്തങ്ങളുടെ ഓരോ യൂണിറ്റും ഓരോ നിരീക്ഷണങ്ങളാണ്. പട്ടിക 3.1-ൽ ലഭ്യമാക്കിയിട്ടുള്ളത് 100 കുട്ടികൾക്ക് ഗണിതത്തിൽ ലഭിച്ച മാർക്കുകളാണ്. ഈ മാർക്കുകൾ നോക്കി നമുക്ക് എന്താണ് പറയാൻ കഴിയുക? കണക്ക് അധ്യാപികക്ക് ഇവ പരിശോധിച്ചാൽ കുട്ടികളുടെ പ്രകടനത്തെ വിലയിരുത്താൻ കഴിയുമോ? എന്റെ കുട്ടികൾ എത്ര നന്നായി ചെയ്തിട്ടുണ്ട് വിജയിച്ചിട്ടുണ്ട് എന്നൊക്കെ മനസ്സിലാക്കണമെങ്കിൽ ഈ അസംസ്കൃത ദത്തങ്ങളെ നമ്മുടെ ഉദ്ദേശലക്ഷ്യങ്ങൾക്കനുസരിച്ച് വർഗ്ഗീകരിക്കേണ്ടതുണ്ട്. ഇക്കാര്യത്തിൽ ടീച്ചർക്ക് ആഴത്തിൽ കാര്യങ്ങൾ മനസ്സിലാകണമെങ്കിൽ അസംസ്കൃത ദത്തത്തെ ആവൃത്തി വിതരണത്തിലേക്ക് മാറ്റേണ്ടതുണ്ട്. ഇത് അടുത്ത ഭാഗത്ത് പ്രതിപാദിക്കുന്നതാണ്.

പ്രവർത്തനം

- നിങ്ങളുടെ കുടുംബത്തിന്റെ ഒരു വർഷത്തെ ഓരോ ആഴ്ചയിലെയും മൊത്തച്ചെലവുകളുടെ ദത്തങ്ങൾ ശേഖരിച്ച് അവയെ ഒരു പട്ടികയിൽ ക്രമപ്പെടുത്തുക. ഇതിൽ എത്ര നിരീക്ഷണങ്ങൾ ഉണ്ടെന്ന് കണക്കാക്കുക. ഈ ദത്തങ്ങളെ മാസത്തിന് അനുസരിച്ച് ക്രമീകരിച്ച് നിരീക്ഷണങ്ങളുടെ എണ്ണം കണക്കാക്കി നോക്കൂ.

3. ദത്തങ്ങളുടെ വർഗീകരണം (Calssification of Data)

വർഗീകരണത്തിന്റെ ഗ്രൂപ്പുകളോ ക്ലാസുകളോ വ്യത്യസ്തരീതിയിൽ കണക്കാക്കാവുന്നതാണ്. നിങ്ങളുടെ പുസ്തകങ്ങളെ ചരിത്രം, ഭൂമിശാസ്ത്രം, ഗണിതം, ശാസ്ത്രം തുടങ്ങിയവയായി വർഗീകരിക്കുന്ന

തിന് പുറമേ അവയെ ഗ്രന്ഥകർത്താവിന്റെ പേരിന്റെ അക്ഷരമാലാക്രമത്തിലും വർഗീകരിക്കാം. അല്ലെങ്കിൽ അവ പ്രസിദ്ധീകരിക്കുന്ന വർഷത്തിന്റെ അടിസ്ഥാനത്തിലും വർഗീകരിക്കപ്പെടാവുന്നതാണ്. എങ്ങനെ വർഗീകരിക്കണമെന്നത് ആവശ്യത്തിന്റെ അടിസ്ഥാനത്തിലാണ് തീരുമാനിക്കുന്നത്.

അസംസ്കൃതദത്തങ്ങൾ ഉദ്ദേശ്യങ്ങൾക്കനുസരിച്ച് വ്യത്യസ്ത മാർഗങ്ങളിൽ വർഗ്ഗീകരിക്കപ്പെടുന്നു. കാലാനുസൃതമായും അവയെ വർഗ്ഗീകരിക്കാം. ഇത്തരം വർഗീകരണം **കാലാനുസൃത വർഗീകരണം (Chronological Classification)** എന്ന് അറിയപ്പെടുന്നു. ഇത്തരം വർഗീകരണത്തിൽ ദത്തങ്ങളെ വർഷങ്ങൾ, ത്രൈമാസങ്ങൾ, മാസങ്ങൾ, ആഴ്ചകൾ മുതലായ കാലയളവുകളിൽ ആരോഹണ, അവരോഹണക്രമത്തിൽ രേഖപ്പെടുത്തുന്നു. ഇന്ത്യയുടെ ജനസംഖ്യ, വർഷങ്ങളുടെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ വർഗീകരിച്ചിരിക്കുന്നത് താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു. 'ജനസംഖ്യ' എന്ന ചരം വ്യത്യസ്ത വർഷങ്ങളിലെ മൂല്യങ്ങളുടെ ശ്രേണിയെ (Series) കാണിക്കുന്നതിനാൽ കാലശ്രേണി (Time Series) യാണ്.

ഉദാഹരണം 1

ഇന്ത്യൻ ജനസംഖ്യ(കോടിയിൽ)

വർഷം	ജനസംഖ്യ (കോടിയിൽ)
1951	35.7
1961	43.8
1971	54.6
1981	68.4
1991	81.8
2001	102.7
2011	121.0

സ്ഥലീയവർഗ്ഗീകരണ (Spatial Classification)ത്തിൽ ദത്തങ്ങൾ, ഭൂമിശാസ്ത്രസ്ഥലങ്ങളായ രാജ്യങ്ങൾ, സംസ്ഥാനങ്ങൾ, നഗരങ്ങൾ, ജില്ലകൾ മുതലായവയുടെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ വർഗീകരിക്കപ്പെടുന്നു. വ്യത്യസ്ത രാജ്യങ്ങളിലെ ഗോതമ്പിന്റെ വിളവ് ഉദാഹരണം 2-ൽ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു.

ഉദാഹരണം 2

വ്യത്യസ്ത രാജ്യങ്ങളിലെ ഗോതമ്പിന്റെ വിളവ്

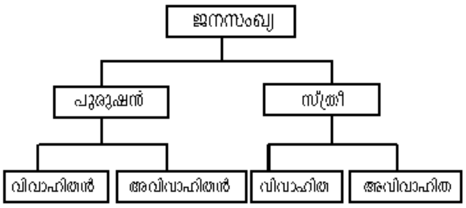
രാജ്യം	ഗോതമ്പിന്റെ വിളവ് (കിലോഗ്രാം/ഏക്കറിന്)
കാനഡ	3594
ചൈന	5055
ഫ്രാൻസ്	7254
ജർമനി	7998
ഇന്ത്യ	3154
പാകിസ്ഥാൻ	2787

പ്രവർത്തനങ്ങൾ

- ഉദാഹരണം 1-ലെ കാലശ്രേണിയിൽ ഏത് വർഷമാണ് ഇന്ത്യയുടെ ജനസംഖ്യ ഏറ്റവും കുറഞ്ഞത് എന്നും ഏത് വർഷമാണ് ഏറ്റവും കൂടിയതെന്നും കണ്ടെത്തുക
- ഉദാഹരണം 2-ൽ നിന്നും ഇന്ത്യയുടെ ഗോതമ്പ് വിളവിനേക്കാൾ അല്പം കൂടി ഗോതമ്പ് വിളവുള്ള രാജ്യം കണ്ടെത്തുക. ശതമാനമാണെങ്കിൽ ഇത് എത്രയെന്ന് കണക്കാക്കുക.
- ഉദാഹരണം 2-ലെ രാജ്യങ്ങളെ വിളയുടെ ആരോഹണക്രമത്തിലും അവരോഹണക്രമത്തിലും എഴുതുക.

പരിമാണാത്മകമായി പ്രകടിപ്പിക്കാൻ സാധ്യമല്ലാത്ത ചില സവിശേഷതകൾ ഉണ്ട്. അവയെ വിശേഷണങ്ങൾ അഥവാ ഗുണപരത എന്ന് വിളിക്കുന്നു. ഉദാഹരണത്തിന് ദേശീയത, സാക്ഷരത, മതം, ലിംഗം, വൈവാഹികാവസ്ഥ തുടങ്ങിയവയെ അളക്കാൻ സാധിക്കുകയില്ല. എന്നിരുന്നാലും ഇത്തരം വിശേഷണങ്ങളെ അവയുടെ ഗുണപരമായ സവിശേഷതയുടെ സാന്നിധ്യത്തിന്റെയോ, അസാന്നിധ്യത്തിന്റെയോ അടിസ്ഥാനത്തിൽ വർഗീകരിക്കാൻ സാധിക്കും. വിശേഷണത്തിലുള്ള ഇത്തരം വർഗീകരണത്തെ **ഗുണാത്മകത വർഗീകരണം (Qualita-tive Classification)** എന്ന് വിളിക്കുന്നു. താഴെക്കൊടുത്തുരിക്കുന്ന ഉദാഹരണത്തിൽ ഒരു രാജ്യത്തെ, ജനസംഖ്യ, ലിംഗം എന്നീ ചരങ്ങളുടെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ ഗ്രൂപ്പുകളാക്കിയിരിക്കുന്നു. ഒരു നിരീക്ഷണം സ്ത്രീയോ, പുരുഷനോ ആവാം. ഈ രണ്ട് സവിശേഷതകൾ അവയുടെ വൈവാഹിക അവസ്ഥയുടെ (ഗുണപരമായ സവിശേഷത) അടിസ്ഥാനത്തിൽ താഴെക്കൊടുത്തിരിക്കുന്നതുപോലെ വീണ്ടും വർഗ്ഗീകരിക്കാം.

ഉദാഹരണം 3



ഒന്നാം ഘട്ടത്തിൽ വർഗീകരണം നടക്കുന്നത് പുരുഷൻ അല്ലെങ്കിൽ പുരുഷനല്ല (സ്ത്രീ) എന്ന ഒരു വിശേഷണത്തിന്റെ സാന്നിധ്യത്തിന്റെയോ അസാന്നിധ്യത്തിന്റെയോ അടിസ്ഥാനത്തിൽ ആണ്. രണ്ടാം ഘട്ടത്തിൽ വർഗീകരണം നടക്കുന്നത് വിവാഹിതരാണോ അവിവാഹിതരാണോ എന്ന മറ്റൊരു വിശേഷണത്തിന്റെ സാന്നിധ്യത്തിന്റെയോ അസാന്നിധ്യത്തിന്റെയോ അടിസ്ഥാനത്തിലാണ്.

എന്നാൽ ഉയരം, ഭാരം, പ്രായം, വരുമാനം, വിദ്യാർഥികളുടെ മാർക്ക് മുതലായ സവിശേഷതകൾ പരിമാണാത്മകമാണ്. ശേഖരിക്കപ്പെട്ട ഇത്തരം ദത്തങ്ങൾ, ശ്രേണികളായി വർഗീകരിക്കപ്പെടുമ്പോൾ അവ **പരിമാണാത്മക വർഗീകരണമാണ് (Quantitative Classification).**

പ്രവർത്തനം

- നമുക്ക് ചുറ്റുമുള്ള വസ്തുക്കളെ ജീവനുള്ളവ എന്നും ജീവനില്ലാത്തവ എന്നും തിരിക്കാം, ഇത് പരിമാണാത്മക വർഗീകരണമാണോ?

ഉദാഹരണം 4

ഗണിതശാസ്ത്രത്തിൽ 100 വിദ്യാർഥികൾ നേടിയ മാർക്കിന്റെ ആവൃത്തിവിതരണം

മാർക്ക്	ആവൃത്തി
0–10	1
10–20	8
20–30	6
30–40	7
40–50	21
50–60	23
60–70	19
70–80	6
80–90	5
90–100	4
ആകെ	100

ഉദാഹരണം 4 കാണിക്കുന്നത് പട്ടിക 3.1-ൽ കൊടുത്തിരിക്കുന്നത് 100 വിദ്യാർഥികളുടെ ഗണിതശാസ്ത്രത്തിൽ ലഭിച്ച മാർക്കിന്റെ ആവൃത്തി വിതണമാണ്.

പ്രവർത്തനം

- ഉദാഹരണം 4-ലെ ആവൃത്തികളുടെ മൂല്യം മൊത്തം ആവൃത്തിയുടെ ശതമാനമായി/അനുപാതമായി അവതരിപ്പിക്കുക. ഇങ്ങനെ അവതരിപ്പിക്കപ്പെടുന്ന ആവൃത്തിയെ ആപേക്ഷിക ആവൃത്തി എന്ന് പറയുന്നു.
- ഉദാഹരണം 4-ൽ ദത്തങ്ങളുടെ പരമാവധി കേന്ദ്രീകരണം ഏത് ക്ലാസിലാണ്. ഇത് മൊത്തം നിരീക്ഷണങ്ങളുടെ ശതമാനമായി അവതരിപ്പിക്കുക. ഏത് ക്ലാസിലാണ്? ദത്തങ്ങളുടെ ഏറ്റവും കുറഞ്ഞ കേന്ദ്രീകരണം ഉള്ളത്?

4. ചരങ്ങൾ : അസന്തതവും സന്തതവും (Variables : Discrete and Continu ous)

നിങ്ങൾ കഴിഞ്ഞ അധ്യായത്തിൽ പഠിച്ച ചരത്തിന്റെ ലളിത നിർവചനത്തിൽ ചരങ്ങൾ എങ്ങനെ മാറുന്നു എന്ന് പ്രതിപാദിക്കുന്നില്ല. വ്യത്യസ്ത ചരങ്ങൾ മാറുന്നത് വ്യത്യസ്ത രീതിയിലാണ്. മാറ്റത്തിന്റെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ അവ രണ്ട് വിശാലഗ്രൂപ്പുകളായി വർഗീകരിക്കപ്പെട്ടിരിക്കുന്നു.

(i) സന്തതചരങ്ങൾ (Continuous variables)

(ii) അസന്തതചരങ്ങൾ (Discrete variables)

ഏതൊരു സാംഖിക മൂല്യവും സ്വീകരിക്കുന്നവയാണ് സന്തത ചരങ്ങൾ. ഇത് 1, 2, 3, 4 തുടങ്ങിയ പൂർണസംഖ്യാരൂപത്തിലോ $\frac{1}{2},\frac{1}{3},\frac{3}{4}$ തുടങ്ങിയ ഭിന്നസംഖ്യാരൂപത്തിലോ, $\sqrt{2}=1.44, \sqrt{3}=1.752....\sqrt{7}=2.645$ എന്നീ രൂപത്തിലോ ആകാം. ഉദാഹരണത്തിന്, ഒരു വിദ്യാർഥിയുടെ ഉയരം 90 സെന്റിമീറ്ററിൽ നിന്നും 150 സെന്റീമീറ്റർ എത്തുമ്പോൾ

അവൾ/അവൻ വളരുന്നതനുസരിച്ച് ഇതിന് രണ്ടിനുമിടയിലുള്ള ഏതൊരു മൂല്യത്തിലൂടെയും കടന്നുപോകാം. ഉയരം പൂർണ സംഖ്യകളായ (Whole Number) 90 സെ.മീ, 100 സെ.മീ എന്നിങ്ങനെയോ 90.85 സെ.മീ, 102.34 സെ.മീ, 149.99 സെ.മീ,എന്നിങ്ങനെ അപൂർണ സംഖ്യാരൂപത്തിലോ ആവാം. അതായത് 'ഉയരം' എന്ന ചരത്തെ അതിന് സങ്കല്പിക്കാൻ കഴിയുന്ന എല്ലാ മൂല്യങ്ങളിലും പ്രകടിപ്പിക്കാനും ആ മൂല്യങ്ങളെ അനന്തമായ തരത്തിൽ വിഭജിക്കാനും കഴിയും. ഭാരം,

സമയം, ദൂരം മുതലായവ സന്തതചരത്തിന് മറ്റ് ഉദാഹരണങ്ങളാണ്.

സന്തതചരങ്ങളിൽ നിന്നും വിഭിന്നമായി, അസന്തതചരങ്ങൾ നിശ്ചിതമൂല്യങ്ങൾ ഉള്ള വയാണ്. ഇതിന്റെ മൂല്യങ്ങൾ മാറുന്നത് നിയതമായ ചാട്ടങ്ങളിലൂടെയാണ്. ഇത് ഒരു മൂല്യത്തിൽ നിന്നും മറ്റൊരു മൂല്യത്തിലേക്ക് ചാടുന്നു. പക്ഷേ, ഒരിക്കലും ഈ രണ്ടു മൂല്യങ്ങൾക്കിടയിലുള്ള ഒരു മൂല്യത്തിൽ എത്തുന്നില്ല. ഉദാഹരണത്തിന്, 'ഒരു ക്ലാസിലെ കുട്ടികളുടെ എണ്ണം'. ഇത് വ്യത്യസ്ത ക്ലാസുകളിൽ പൂർണസംഖ്യാരൂപത്തിൽ ആയിരിക്കും. അതിനൊരിക്കലും 0.5 പോലൊരു ഭിന്നസംഖ്യാരൂപത്തിലാകാൻ കഴിയില്ല. കാരണം, അര വിദ്യാർത്ഥി എന്നത് സാധ്യമല്ല. അതിനാൽ ഇതിന് 25 നും 26 നും ഇടയിൽ 25.5 എന്നൊരു മൂല്യം സ്വീകരിക്കാൻ കഴിയില്ല. അതായത്, ഇതിന്റെ മൂല്യം 25 നും 26 നും ഇടയിൽ മാറാം. എന്നാൽ ഭിന്നസംഖ്യാരൂപത്തിലാ

വാൻ കഴിയില്ല. പക്ഷേ, ഒരു അസന്തത ചരം എന്നത് ഒരു രീതിയിലുള്ള ഭിന്നസംഖ്യാരൂപത്തിലും ഉണ്ടാവില്ല എന്ന് ധരിക്കരുത്. X എന്ന ചരത്തിന് $\frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \frac{1}{32}, \frac{1}{64}$ ..... തുടങ്ങിയ മൂല്യങ്ങൾ സ്വീകരിക്കാൻ കഴിയുമെങ്കിൽ ഇതൊരു അസന്തതചരമായി പരിഗണിക്കാമോ? ഇതൊരു അസന്തതചരം തന്നെയാണ്. കാരണം X-ന്, ഇതിന് ഇടയിലുള്ള മൂല്യങ്ങൾ സ്വീകരിക്കാൻ കഴിയില്ല. ഇത് $\frac{1}{8}$ ൽ നിന്നും $\frac{1}{16}$ ലേക്കോ $\frac{1}{16}$ ൽ നിന്നും $\frac{1}{32}$ ലേക്കോ മാറുന്നു അഥവാ ചാടുന്നു. പക്ഷേ $\frac{1}{8}$ നും $\frac{1}{16}$ നും ഇടയിലോ $\frac{1}{16}$ നും $\frac{1}{32}$ നും ഇടയിലോ മറ്റൊരു മൂല്യം സ്വീകരിക്കാൻ കഴിയില്ല.

ഉദാഹരണം 4 നോക്കുക. പട്ടിക 3.1 ൽ കൊടുത്തിട്ടുള്ള 100 വിദ്യാർത്ഥികൾക്ക് ഗണിതശാസ്ത്രത്തിൽ ലഭിച്ച മാർക്കിനെ വ്യത്യസ്ത ക്ലാസുകളായും ഗ്രൂപ്പുകളായും മാറ്റിയത് ശ്രദ്ധിക്കുക. പട്ടികയിൽ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന അസംസ്കൃതദത്തങ്ങളിൽ നിന്നും ഇതെങ്ങനെ ലഭിച്ചുവെന്ന് നമുക്ക് അത്ഭുതം തോന്നാം. പക്ഷേ ഈ ചോദ്യം അഭിസംബോധന ചെയ്യുന്നതിനുമുമ്പ് ആവൃത്തി വിതരണം (Frequency distribution) എന്താണെന്ന് അറിയേണ്ടതുണ്ട്.

പ്രവർത്തനം

- താഴെക്കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ചരങ്ങളെ സന്തതം എന്നും അസന്തതം എന്നും വേർതിരിക്കുക.

  വിസ്തീർണം, വ്യാപ്തം, ഊഷ്മാവ്, ഒരു പകിടയിൽ (Dice) രേഖപ്പെടുത്തിയ സംഖ്യകൾ, വിള ഉല്പാദനം, ജനസംഖ്യ, മഴ, റോഡിലുള്ള കാറുകളുടെ എണ്ണം, പ്രായം

5. എന്താണ് ആവൃത്തിവിതരണം? (What is Frequency Distri bution)

പരമാണാരമക ചരത്തിന്റെ അസംസ്കൃതദത്തങ്ങളെ സമഗ്രമായി വർഗീകരിക്കാനുള്ള ഒരു മാർഗമാണ് ആവൃത്തിവിതരണം. ഇതു കാണിക്കുന്നത് ഒരു ചരത്തിന്റെ വ്യത്യസ്ത മൂല്യങ്ങൾ (ഇവിടെ ഗണിതശാസ്ത്രത്തിൽ വിദ്യാർഥികൾ നേടിയ

വ്യത്യസ്ത മാർക്ക്) വ്യത്യസ്ത ക്ലാസുകളിലും ക്ലാസ് ആവൃത്തി (Frequency) കളിലുമായി എങ്ങനെ വിന്യസിച്ചിരിക്കുന്നു എന്നാണ്. ഇവിടെ 0-10, 10-20, ... 90-100 എന്നിങ്ങനെ പത്ത് ക്ലാസുകൾ ഉണ്ട്. ഒരു പ്രത്യേക ക്ലാസിലെ മൂല്യങ്ങളുടെ എണ്ണമാണ് ക്ലാസ് ആവൃത്തി (Class Frequency) എന്ന പദം കൊണ്ട് അർഥമാക്കുന്നത്. ഉദാഹരണത്തിന് 30-40 എന്ന ക്ലാസിൽ 7 മൂല്യങ്ങളാണ് ഉള്ളത് (പട്ടിക 3.1 നോക്കുക). അവ 30, 37, 34, 30, 35, 39, 32 എന്നിവയാണ്. 30-40 എന്ന ക്ലാസിന്റെ ആവൃത്തി അതുകൊണ്ട് 7 ആണ്. പക്ഷേ അസംസ്കൃതദത്തങ്ങളിൽ രണ്ടു പ്രാവശ്യം ആവർത്തിക്കപ്പെടുന്ന 40 എന്തുകൊണ്ടാണ് 30-40 ക്ലാസിൽ വരാത്തതെന്ന് നിങ്ങൾ അത്ഭുതപ്പെടാം. അത് 30-40 ക്ലാസിൽ ഉൾപ്പെടുത്തിയിരുന്നെങ്കിൽ ക്ലാസ് ആവൃത്തി 7 ന് പകരം 9 ആകുമായിരുന്നു. ഈ പ്രശ്നത്തിന് ഉത്തരം കാണണമെങ്കിൽ ഈ അധ്യായം ശ്രദ്ധയോടെ പഠിക്കേണ്ടതുണ്ട്. അതുകൊണ്ട് തുടർവായനയിൽ നിങ്ങൾ തന്നെ ഇതിന് ഉത്തരം കണ്ടെത്തും.

ഒരു ആവൃത്തിവിതരണപ്പട്ടികയിലെ ഓരോ ക്ലാസും ക്ലാസ്പരിധിയാൽ (Class Limit) ബന്ധിതമാണ്. ക്ലാസ് പരിധികൾ എന്നത് ഒരു ക്ലാസിന്റെ രണ്ട് അറ്റങ്ങളാണ്. ക്ലാസ്സിന്റെ ഏറ്റവും കുറഞ്ഞ മൂല്യത്തെ താഴ്ന്ന ക്ലാസ് പരിധി (Lower Class Limit) എന്നും ഏറ്റവും കൂടിയ മൂല്യത്തെ ഉയർന്ന ക്ലാസ്പരിധി (Upper Class Limit) എന്നും പറയുന്നു. ഉദാഹരണത്തിന് 60-70 എന്ന ക്ലാസിന്റെ പരിധികൾ 60 ഉം 70 ഉം ആണ്. ഇതിന്റെ താഴ്ന്ന പരിധി 60 ഉം ഉയർന്ന പരിധി 70 ഉം ആണ്. ക്ലാസ് ഇടവേള (Class Interval) എന്നത് ഉയർന്ന ക്ലാസ്പരിധിയും താഴ്ന്ന ക്ലാസ് പരിധിയും തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസമാണ്. 60-70 എന്ന ക്ലാസിൽ ക്ലാസ് ഇടവേള 10 ആണ് (ഉയർന്ന ക്ലാസ്പരിധി - താഴ്ന്ന ക്ലാസ്പരിധി).

ക്ലാസ്മധ്യബിന്ദു അഥവാ ക്ലാസ്മാർക്ക് എന്നത് ഒരു ക്ലാസിന്റെ മധ്യമൂല്യമാണ്. ഇത് ഒരു ക്ലാസിന്റെ താഴ്ന്ന ക്ലാസ്പരിധിയുടെയും ഉയർന്ന ക്ലാസ്പരിധിയുടെയും മധ്യമാണ്. താഴെപ്പറയുന്ന രീതിയിൽ ഇത് കണ്ടെത്താവുന്നതാണ്.

ക്ലാസ്മധ്യബിന്ദു (Class Mid Value) അഥവാ ക്ലാസ്മാർക്ക് = (ഉയർന്ന ക്ലാസ്പരിധി + താഴ്ന്നക്ലാസ് പരിധി)/2

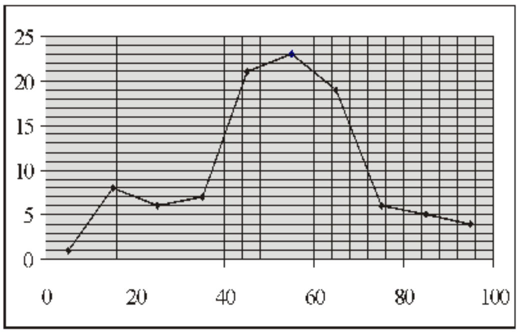
ക്ലാസ്മാർക്ക് അഥവാ ഓരോ ക്ലാസിന്റെയും മധ്യമൂല്യം ഒരു ക്ലാസിനെ പ്രതിനിധീകരിക്കാൻ ഉപയോഗിക്കുന്നു. അസംസ്കൃത ദത്തങ്ങൾ ക്ലാസുകളാക്കി മാറ്റി കഴിഞ്ഞാൽ പിന്നീടുള്ള കണക്കുകൂട്ടലുകൾക്ക് വ്യക്തിഗതനിരീക്ഷണങ്ങൾ (Observation) ഉപയോഗിക്കാറില്ല. പകരം ക്ലാസ്മാർക്ക് ഉപയോഗിക്കുന്നു.

ആവൃത്തിവിതരണം ഗ്രാഫിലൂടെ അവതരിപ്പിക്കുന്നതിനെ ആവൃത്തിവക്രം (Frequency Curve) എന്ന് പറയുന്നു. മുകളിൽ കൊടുത്ത ഉദാഹരണത്തിൽ കാണിച്ച ആവൃത്തി പട്ടികയെ ഗ്രാഫ് രൂപത്തിൽ ആക്കിയത് ശ്രദ്ധിക്കുക (ചിത്രം 3.1). ആവൃത്തിവക്രം ലഭിക്കുന്നതിന് X അക്ഷത്തിൽ ക്ലാസ് മാർക്കും Y അക്ഷത്തിൽ ആവൃത്തിയും അടയാളപ്പെടുത്തുന്നു.

പട്ടിക 3.3

താഴ്ന്ന ക്ലാസ് പരിധിയും ഉയർന്ന ക്ലാസ് പരിധിയും ക്ലാസ് മാർക്കും

ക്ലാസ്	ആവൃത്തി	താഴ്ന്ന ക്ലാസ്പരിധി	ഉയർന്ന ക്ലാസ്പരിധി	ക്ലാസ് മാർക്ക്
0-10	1	0	10	5
10-20	8	10	20	15
20-30	6	20	30	25
30-40	7	30	40	35
40-50	21	40	50	45
50-60	23	50	60	55
60-70	19	60	70	65
70-80	6	70	80	75
80-90	5	80	90	85
90-100	4	90	100	95



ചിത്രം 3.1 ദത്തങ്ങളുടെ ആവൃത്തിവിതരണത്തിന്റെ ഡയഗ്രരൂപത്തിലുള്ള അവതരണം.

ഒരു ആവൃത്തിവിതരണം തയ്യാറാക്കുന്നതെങ്ങനെ? (How to Prepare a Frequency Distribution)

അസംസ്കൃതദത്തങ്ങളിൽനിന്നും ആവൃത്തി വിതരണം തയാറാക്കുമ്പോൾ താഴെപ്പറയുന്ന 5 ചോദ്യങ്ങൾ അഭിസംബോധന ചെയ്യപ്പെടേണ്ടതുണ്ട്.

1. തുല്യമോ അല്ലാത്തതോ ആയ ക്ലാസ് ഇടവേളകളാണോ നമുക്ക് വേണ്ടത്?
2. എത്ര ക്ലാസുകൾ ഉണ്ടായിരിക്കണം?
3. ഓരോ ക്ലാസിന്റെയും വലുപ്പം എത്രയായിരിക്കണം?
4. ക്ലാസ്പരിധികൾ നിശ്ചയിക്കേണ്ടത് എങ്ങനെയാണ്?
5. ഓരോ ക്ലാസിന്റെയും ആവൃത്തി കണക്കാക്കേണ്ടത് എങ്ങനെയാണ്?

തുല്യമോ അല്ലാത്തതോ ആയ ക്ലാസ് ഇടവേളകൾ ആണോ നമുക്ക് വേണ്ടത്?

രണ്ട് സാഹചര്യങ്ങളിലാണ് തുല്യമല്ലാത്ത ക്ലാസ് പരിധികൾ ഉപയോഗിക്കാറുള്ളത്. ഒന്നാമതായി, നമുക്ക് കൈകാര്യം ചെയ്യാൻ കിട്ടുന്നത് വരുമാന (Income) ത്തെപ്പോലെ റേഞ്ച് (Range) വളരെ കൂടിയ ചരങ്ങൾ ആവുമ്പോൾ, (ഉദാഹരണം, ദിവസ വരുമാനം) ദിവസ വരുമാനം പൂജ്യത്തിൽ (രൂപയിൽ) തുടങ്ങി അനേകം ശതകോടികളിലേക്ക് വ്യാപിക്കാൻ സാധ്യതയുണ്ട്. ഇത്തരം സാഹചര്യത്തിൽ തുല്യമായ ക്ലാസ് അന്തരം അനുയോജ്യമല്ല. കാരണം, ഒന്നാമതായി ക്ലാസ് അന്തരം ശരാശരി വലുപ്പത്തിലും തുല്യവുമായാൽ വളരെ കൂടുതൽ ക്ലാസ്സുകൾ ഉണ്ടാവാൻ സാധ്യതയുണ്ട്. ക്ലാസ് അന്തരം വളരെ വലുതായാൽ, ഉയർന്ന വരുമാനക്കാരുടെ, അല്ലെങ്കിൽ താഴ്ന്ന വരുമാനക്കാരുടെ വരുമാനം സംബന്ധിച്ച ശരിയായ വിവരങ്ങൾ ലഭ്യമാവുകയില്ല.

രണ്ടാമതായി, ഒരുപാട് നിരീക്ഷണങ്ങൾ റേഞ്ചിന്റെ താഴ്ന്ന പരിധിയിൽ കേന്ദ്രീകരിക്കപ്പെട്ടാൽ, തുല്യ ക്ലാസ് ഇടവേള പലപ്പോഴും മൂല്യങ്ങളുടെ വിവരനഷ്ടത്തിലേക്ക് നയിക്കുന്നു. മറ്റ് സന്ദർഭങ്ങളിലെല്ലാം, ആവൃത്തി വിതരണത്തിന് തുല്യ ക്ലാസ് പരിധികൾ ഉപയോഗിക്കാവുന്നതാണ്.

എത്ര ക്ലാസുകൾ വരെയാകാം? (How Many Classes Should We Have?)

സാധാരണയായി ക്ലാസ്സുകളുടെ എണ്ണം 6 മുതൽ 15 വരെയാണ്. തുല്യ ക്ലാസ് പരിധിയാണ് പരിഗണിക്കുന്നതെങ്കിൽ, ക്ലാസുകളുടെ എണ്ണം കണ്ടെത്തുന്നതിന് റേഞ്ചിനെ (ചരങ്ങളുടെ ഏറ്റവും വലിയ മൂല്യവും ഏറ്റവും ചെറിയ മൂല്യവും തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസമാണ് റേഞ്ച്) ക്ലാസ് ഇടവേള കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ മതിയാകും.

പ്രവർത്തനം

- താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നവയുടെ റേഞ്ച് കണക്കാക്കുക. ഉദാഹരണം 1-ൽ കൊടുത്ത ഇന്ത്യയിലെ ജനസംഖ്യ. ഉദാഹരണം 2 ൽ കൊടുത്ത ഗോതമ്പിന്റെ വിളവ്

ഓരോ ക്ലാസിന്റെയും വലുപ്പം എന്തായിരിക്കണം? (What Should be the Size of Each Class?)

ഈ ചോദ്യത്തിനുള്ള ഉത്തരം ഇതിന്റെ മുൻപത്തെ ചോദ്യമായ 'എത്ര ക്ലാസ് വരെയാവാം' എന്നതിനെ ആശ്രയിച്ചിരിക്കുന്നു. ചരങ്ങളുടെ റേഞ്ച് കണ്ടെത്തിക്കഴിഞ്ഞാൽ ക്ലാസ് ഇടവേള തീരുമാനിക്കുന്നതിലൂടെ ക്ലാസിന്റെ എണ്ണം നിർണയിക്കാൻ കഴിയും. അതുപോലെതന്നെ ക്ലാസിന്റെ എണ്ണം നിർണയിച്ചു കഴിഞ്ഞാൽ ക്ലാസ് ഇടവേള തീരുമാനിക്കാൻ സാധിക്കും. അതിനാൽ മേൽപറഞ്ഞ രണ്ടു തീരുമാനങ്ങളും പരസ്പരം ബന്ധപ്പെട്ടതാണ്. ഏതെങ്കിലും ഒന്നു തീരുമാനിക്കാതെ അടുത്തത് തീരുമാനിക്കാൻ കഴിയില്ല.

ഉദാഹരണം 4-ൽ ക്ലാസുകളുടെ എണ്ണം 10 ആണ്. റേഞ്ചിന്റെ മൂല്യം 100 എന്ന് നൽകിയിരിക്കുന്നതിനാൽ ക്ലാസ് ഇടവേള 10 ആയിരിക്കും. നിലവിൽ നമ്മൾ തെരഞ്ഞെടുത്തത് ഒരേ വ്യാപ്തിയുള്ള ക്ലാസ് ഇടവേളകളാണ്. എന്നാൽ തുല്യമല്ലാത്ത ക്ലാസ് ഇടവേളകളും നമുക്ക് തെരഞ്ഞെടുക്കാമായിരുന്നു. അത്തരം സന്ദർഭങ്ങളിൽ ക്ലാസുകൾ തുല്യവീതിയുള്ളവയായിരിക്കില്ല.

ക്ലാസ് പരിധി നിർണ്ണയിക്കേണ്ടതെങ്ങനെ? (How Should We Determine the Class Limits?)

ക്ലാസ് പരിധി വ്യക്തമായി നിർവചിക്കപ്പെട്ടിരിക്കണം. തുറന്ന ക്ലാസ് പരിധികൾ ഉപയോഗിക്കുന്നത് പരമാവധി ഒഴിവാക്കാൻ ശ്രദ്ധിക്കേണ്ടതാണ്. ഉദാഹരണം '70 ന് മുകളിൽ', '10ൽ താഴെ' തുടങ്ങിയവ.

ഉയർന്ന ക്ലാസ് പരിധിയും താഴ്ന്ന ക്ലാസ് പരിധിയും നിർണയിക്കുന്നത് കൂടുതൽ നിരീക്ഷണങ്ങളും ഓരോ ക്ലാസിന്റേയും മധ്യബിന്ദുവിനോട് കേന്ദ്രീകരിക്കുന്ന രീതിയിലാവണം. ക്ലാസ് ഇടവേള 2 തരത്തിലുണ്ട്.

(i) ഉൾച്ചേർക്കൽ രീതിയിലുള്ള ക്ലാസ് ഇടവേളകൾ (Inclusive Class Intervals)

ഈ രീതിയിൽ ഉയർന്ന ക്ലാസ് പരിധിക്കും താഴ്ന്ന ക്ലാസ് പരിധിക്കും തുല്യമായി വരുന്ന നിരീക്ഷണങ്ങളെ അതേ ക്ലാസ്സിന്റെ ആവൃത്തിയായി ഉൾപ്പെടുത്തും.

(ii) ഒഴിവാക്കൽ രീതിയിലുള്ള ക്ലാസ് ഇടവേളകൾ (Exclusive Class Interval)

ഈ രീതിയിൽ ഉയർന്ന ക്ലാസ് പരിധിക്ക് തുല്യമായി വരുന്നതോ താഴ്ന്ന ക്ലാസ് പരിധിക്ക് തുല്യമായി വരുന്നതോ (ഏതെങ്കിലും ഒന്ന്) ആയ നിരീക്ഷണങ്ങളെ ആ ക്ലാസിന്റെ ആവൃത്തിയിൽ നിന്ന് ഒഴിവാക്കുന്നു.

അസന്തതചരങ്ങളുടെ കാര്യത്തിൽ ക്ലാസ് ഇടവേളകൾ കണക്കാക്കാൻ രണ്ടു രീതികളും (ഉൾച്ചേർക്കൽ രീതിയും, ഒഴിവാക്കൽ രീതിയും) ഉപയോഗിക്കാവുന്നതാണ്.

സന്തതചരങ്ങളുടെ കാര്യത്തിൽ ഉൾചേർക്കൽ രീതിയാണ് സാധാരണ ഉപയോഗിക്കുക.

ഉദാഹരണം

നമുക്ക് നൽകിയിട്ടുള്ള ദത്തങ്ങൾ കുട്ടികളുടെ മാർക്കുകളാണെന്ന് കരുതുക (പൂർണസംഖ്യാ രൂപത്തിലുള്ളവ). കുട്ടികളുടെ മാർക്കുകൾ 0 മുതൽ 100 വരെയുള്ളവയാണെന്നിരിക്കട്ടെ.

ദശാംശ രൂപത്തിലുള്ള മാർക്കുകൾ അനുവദിക്കാത്തതിനാൽ ഇത് അസന്തത ചരങ്ങളാണ്. ഇവിടെ നമ്മൾ തുല്യ ക്ലാസ് പരിധിയായിട്ടുള്ള ക്ലാസ്സുകൾ ആണ് ഉപയോഗിക്കുന്നത്. 10 ആണ് ക്ലാസ്സ് ഇടവേളയായി തീരുമാനിക്കുന്നത്. അങ്ങനെയെങ്കിൽ ക്ലാസ് ഇടവേള താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന പ്രകാരം എടുക്കാവുന്നതാണ്.

ഉൾച്ചേർക്കൽ രീതിയിലുള്ള ക്ലാസ് ഇടവേള

0 - 10
11 - 20
21 - 30
....
91 - 100

ഒഴിവാക്കൽ രീതിയിലുള്ള ക്ലാസ് ഇടവേള

0 - 10
10 - 20
20 -30
....
90 - 100

ഒഴിവാക്കൽ രീതിയിലുള്ള ക്ലാസ് ഇടവേളയാണ് സ്വീകരിക്കുന്നത് എങ്കിൽ, ക്ലാസ് ഇടവേള തുല്യമായി വരുന്ന നിരീക്ഷണങ്ങൾ എവിടെ ഉൾക്കൊള്ളിക്കണമെന്നത് കൃത്യമായി തീരുമാനിച്ചിരിക്കണം. ഉദാഹരണത്തിന്, മാർക്കുകളായി വരുന്ന 10, 30 തുടങ്ങിയ നിരീക്ഷണങ്ങളെ യഥാക്രമം '0-10', '20-30' എന്നീ ക്ലാസുകളിലാണ് ചേർക്കാൻ തീരുമാനിക്കുന്നതെങ്കിൽ ഇതിനെ പറയുന്നത് താഴ്ന്ന പരിധി ഒഴിവാക്കുന്ന (lower limit excluded) രീതി എന്നാണ്.

മറിച്ച്, ഈ നിരീക്ഷണങ്ങൾ 10 – 20, 30 – 40 എന്നീ ക്ലാസുകളിൽ ആണ് യഥാക്രമം ഉൾപ്പെടുത്തുന്നതെങ്കിൽ അതിനെ ഉയർന്ന പരിധി ഒഴിവാക്കുന്ന രീതി എന്നാണ് പറയുന്നത്.

സന്തതചരങ്ങളുടെ ഉദാഹരണം (Example of Continuous Variable))

നമുക്ക് നൽകിയിട്ടുള്ള ചരങ്ങൾ ഉയരം (സെ.മീ.) അല്ലെങ്കിൽ ഭാരം (കിലോഗ്രാം) ആണെന്നിരിക്കട്ടെ. ഇത്തരം ദത്തങ്ങൾ സന്തതചരങ്ങളാണ്. ചുവടെ കൊടുത്തിട്ടുള്ള രീതിയിൽ ക്ലാസ് ഇടവേള നിർവചിക്കാവുന്നതാണ്.

30 കി.ഗ്രാം - 39.999 കി.ഗ്രാം

40 കി.ഗ്രാം - 49.999 കി.ഗ്രാം

50 കി.ഗ്രാം - 59.999 കി.ഗ്രാം എന്നിങ്ങനെ

ഈ ക്ലാസ് പരിധികളെ ചുവടെ കൊടുത്തിട്ടുള്ള രീതിയിൽ മനസ്സിലാക്കാവുന്നതാണ്.

30 കി.ഗ്രാമോ അതിൽ കൂടുതലോ എന്നാൽ 40 കി.ഗ്രാമിൽ താഴെ.

40 കി.ഗ്രാമോ അതിൽ കൂടുതലോ എന്നാൽ 50 കി.ഗ്രാമിൽ താഴെ.

50 കി.ഗ്രാമോ അതിൽ കൂടുതലോ എന്നാൽ 60 കി.ഗ്രാമിൽ താഴെ.

പട്ടിക 3.4
ഒരു കമ്പനിയിലെ 550 തൊഴിലാളികളുടെ വരുമാനത്തിന്റെ ആവൃത്തിവിതരണം

വരുമാനം (രൂപയിൽ)	തൊഴിലാളികളുടെ എണ്ണം
800-899	50
900-999	100
1000-1099	200
1100-1199	150
1200-1299	40
1300-1399	10
ആകെ	550

ക്ലാസ് ഇടവേളകളിലെ ക്രമീകരണം (Adjustment in Class Intervel)

പട്ടിക 3.4-ലെ ഉൾച്ചേർക്കൽ രീതി സസൂക്ഷ്മം വീക്ഷിച്ചാൽ വരുമാനം എന്നത് ഒരു സന്തതചരമാണെങ്കിലും ദത്തങ്ങളെ ക്ലാസുകളാക്കി മാറ്റിയപ്പോൾ തുടർച്ച നിലനിൽക്കുന്നതായി കാണുന്നില്ല എന്ന് മനസിലാക്കാം. ഒരു ക്ലാസിന്റെ ഉയർന്ന പരിധിയും തൊട്ടടുത്ത ക്ലാസിന്റെ താഴ്ന്ന പരിധിയും തമ്മിൽ ഒരു വിടവ് അനുഭവപ്പെടുന്നു. ഉദാഹരണത്തിന്, ഒന്നാമത്തെ ക്ലാസിന്റെ ഉയർന്ന പരിധിയായ 899 നും രണ്ടാമത്തെ ക്ലാസിന്റെ താഴ്ന്ന പരിധിയായ 900 ത്തിനും ഇടയിൽ 1-ന്റെ വിടവ് അനുഭവപ്പെടുന്നു. പിന്നെ എങ്ങനെയാണ് ദത്തങ്ങളെ വർഗീകരിക്കുമ്പോൾ തുടർച്ച നിലനിർത്തുക? ഇത് നിലനിർത്തുന്നത് ക്ലാസ് ഇടവേളകളിൽ ഒരു ക്രമീകരണം നടത്തിയാണ്. പ്രസ്തുത ക്രമീകരണം താഴെ പറയുന്ന രീതിയിലാണ്.

1. രണ്ടാമത്തെ ക്ലാസിന്റെ താഴ്ന്ന പരിധിയും ഒന്നാമത്തെ ക്ലാസിന്റെ ഉയർന്ന പരിധിയും തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം കാണുക. ഉദാഹരണത്തിന് പട്ടിക 3.4 -ൽ രണ്ടാമത്തെ ക്ലാസിന്റെ താഴ്ന്ന പരിധി 900 ഉം ഒന്നാമത്തെ ക്ലാസിന്റെ ഉയർന്ന പരിധി 899 ഉം ആണ്. ഇവ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം 1 ആണ് അതായത് (900 – 899 =1)
2. ഇപ്രകാരം കിട്ടിയ വ്യത്യാസത്തെ രണ്ടു കൊണ്ട് ഹരിക്കുക. അതായത് $\frac{1}{2}$=0.5
3. ഇങ്ങനെ ഘട്ടം 2 ൽ കിട്ടിയ മൂല്യം എല്ലാ ക്ലാസുകളുടെയും താഴ്ന്നപരിധിയിൽ നിന്നും കുറക്കുക. (താഴ്ന്ന ക്ലാസ്പരിധി – 0.5)
4. ഘട്ടം 2 ൽ കിട്ടിയ മൂല്യം എല്ലാ ക്ലാസുകളുടെയും ഉയർന്ന പരിധിയോട് കൂട്ടുക (ഉയർന്ന ക്ലാസ്പരിധി + 0.5)

ഇപ്രകാരം, ക്രമീകരണത്തിലൂടെ തുടർച്ച ഉറപ്പുവരുത്തിയ ആവൃത്തിവിതരണത്തിലെ ദത്തങ്ങൾ പട്ടിക 3.5-ൽ കൊടുത്തിരിക്കുന്നതു പോലെ മാറ്റി എഴുതാവുന്നതാണ്.

ക്രമീകരിച്ച ക്ലാസ്മാർക്ക് = (ക്രമീകരിച്ച ഉയർന്ന ക്ലാസ്പരിധി + ക്രമീകരിച്ച താഴ്ന്ന ക്ലാസ്പരിധി)/2

പട്ടിക 3.5
ഒരു കമ്പനിയിലെ 550 തൊഴിലാളികളുടെ വരുമാനത്തിന്റെ ആവൃത്തിവിതരണം

വരുമാനം (രൂപയിൽ)	തൊഴിലാളികളുടെ എണ്ണം
799.5-899.5	50
899.5-999.5	100
999.5-1099.5	200
1099.5-1199.5	150
1199.5-1299.5	40
1299.5-1399.5	10
ആകെ	550

ഓരോ ക്ലാസിന്റെയും ആവൃത്തി ലഭിക്കുന്നതെങ്ങനെ? (How Should We get the Frequency for Each Class?)

ഒരു നിരീക്ഷണത്തിന്റെ ആവൃത്തി (frequency) എന്നത്, ലളിതമായി പറഞ്ഞാൽ എത്ര പ്രാവശ്യം ആ നിരീക്ഷണം അസംസ്കൃതദത്തങ്ങളിൽ വരുന്നു എന്നതാണ്. പട്ടിക 3.1-ൽ 40 എന്ന മൂല്യം 3 പ്രാവശ്യം ആവർത്തിക്കുന്നു. 0, 10 എന്നിവ ഒരിക്കൽ മാത്രം വരുന്നു. അതുപോലെ 49 എന്നത് 5 പ്രാവശ്യം ആവർത്തിക്കുന്നു. അതുകൊണ്ട് 40- ന്റെ ആവൃത്തി 3 ഉം, 0, 10 എന്നിവയുടെ ആവൃത്തി 1 ഉം, 49 ന്റെ ആവൃത്തി 5 ഉം ആണ്. എന്നാൽ ഉദാഹരണം 4-ൽ കാണിച്ചതുപോലെ ദത്തങ്ങളെ ക്ലാസുകളുടെ ഗ്രൂപ്പുകളാക്കി മാറ്റുമ്പോൾ ഓരോ ക്ലാസിന്റെയും ആവൃത്തി എന്നത് ആ ക്ലാസിൽ ഉൾപ്പെടുന്ന നിരീക്ഷണങ്ങളുടെ എണ്ണമാണ്.ഒരു ക്ലാസിന്റെ ആവൃത്തി എണ്ണുന്നത്, ആ ക്ലാസിന് നേരെ ടാലി അടയാളങ്ങൾ രേഖപ്പെടുത്തികൊണ്ടാണ്.

ടാലി അടയാളം ഉപയോഗിച്ച് ക്ലാസ് ആവൃത്തി കാണുന്ന വിധം (Finding Class Frequency by Tally Marking)

ഓരോ വിദ്യാർഥിയുടെയും മാർക്ക് ഉൾപ്പെട്ട ക്ലാസിന് നേരെ ടാലി അടയാളം (/) ഇടുന്നു. ഉദാഹരണത്തിന്, ഒരു വിദ്യാർഥിക്ക് ലഭിച്ച മാർക്ക് 57 ആണെങ്കിൽ ടാലി അടയാളം (/) ഇടുന്നത് 50-60 എന്ന ക്ലാസിന് നേരെയാണ്. 71 എന്ന മാർക്കാണ് ലഭിച്ചതെങ്കിൽ ടാലി ഇടുന്നത് 70-80 എന്ന ക്ലാസിന് നേരെയാണ്. അതുപോലെ ഒരാൾക്ക് ലഭിച്ച മാർക്ക് 40 ആണെങ്കിൽ 40-50 എന്ന ക്ലാസിന് നേരെയാണ് ടാലി അടയാളപ്പെടുത്തുന്നത്. 100 വിദ്യാർഥികൾക്ക് ഗണിതശാസ്ത്രത്തിന് ലഭിച്ച മാർക്കിന്റെ (പട്ടിക 3.1) ടാലി അടയാളപ്പെടുത്തിയത് പട്ടിക 3.6 കാണിക്കുന്നു.

പട്ടിക 3.6

100 വിദ്യാർത്ഥികൾക്ക് ഗണിതത്തിന് ലഭിച്ച മാർക്കിന്റെ ടാലി അടയാളപ്പെടുത്തൽ

ക്ലാസ്	നിരീക്ഷണങ്ങൾ	ടാലി മാർക്ക്	ആവൃത്തി	ക്ലാസ്മാർക്ക്
0–10	0	/	1	5
10 20	10, 14, 17, 12, 14, 12, 14, 14	//// ///	8	15
20 30	25, 25, 20, 22, 25, 28	~~////~~ /	6	25
30–40	30. 37. 34. 39, 32. 30. 35.	~~////~~ //	7	35
40–50	47. 42. 49, 49, 45, 45, 47. 44. 40. 44. 49, 46, 41, 40, 43, 48, 48, 49, 49, 40, 41	~~////~~ //// //// ~~////~~ ~~////~~ ~~////~~ ~~////~~	21	45
50–60	59. 51. 53, 56, 55, 57, 55. 51. 50. 56. 59. 56. 59, 57, 59, 55, 56. 51. 55. 56. 55, 50, 54	//// //// //// ~~////~~ ~~////~~ ~~////~~ ~~////~~	23	55
60 70	60, 64, 62, 66, 69, 64, 64, 60, 66, 69, 62. 61, 66, 60. 65, 62. 65, 66, 65	//// //// //// ~~////~~ ~~////~~ ~~////~~	19	65
70–80	70. 75, 70, 76, 70, 71	/////	6	75
80 90	82, 82, 82, 80, 85	~~////~~	5	85
90 100	90, 100, 90, 90	~~////~~	4	95
	ആകെ		100	

നാല് ടാലിമാർക്കുകൾ //// എന്ന രീതിയിൽ ഒരുമിച്ച് ഇടുകയും അഞ്ചാമത്തെ ടാലി മാർക്ക് അവയെ മുകളിലെ ഇടതുമൂലയിൽ നിന്ന് താഴേക്ക് ഛേദിക്കുന്ന രീതിയിൽ 卌 ഇടുകയുമാണെങ്കിൽ ടാലി എണ്ണുന്നത് എളുപ്പമായിരിക്കും. തുടർന്ന് ടാലികൾ 5-ന്റെ ഗ്രൂപ്പുകളായി എണ്ണുന്നു. ഒരു ക്ലാസിൽ 16 ടാലി രേഖപ്പെടുത്താനുണ്ടെങ്കിൽ സൗകര്യത്തിനായി നമുക്ക് അവയെ 卌 卌 卌 / എന്ന് രേഖപ്പെടുത്താം. ഒരു ക്ലാസിന്റെ ആവൃത്തി അതിന് നേരെ അടയാളപ്പെടുത്തിയ ടാലികളുടെ എണ്ണത്തിന് തുല്യമായിരിക്കും.

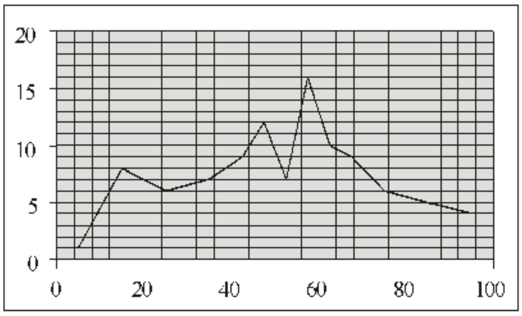
വിവരനഷ്ടം (Loss of Information)

ആവൃത്തിവിതരണമായി ദത്തങ്ങളെ വർഗീകരിക്കുമ്പോൾ അതിൽ തന്നെ പോരായ്മ ഉണ്ട്. ഇത് ദത്തങ്ങളെ സംക്ഷിപ്തവും മനസ്സിലാക്കാൻ കഴിയുന്നതുമാക്കി ചുരുക്കുമെങ്കിലും അസംസ്കൃതദത്തങ്ങളുടെ വിശദാംശങ്ങൾ കാണിക്കുന്നില്ല. ആയതിനാൽ, ദത്തങ്ങൾ ചുരുക്കി വർഗീകരിക്കുമ്പോൾ ഒരുപാട് നേട്ടമുണ്ടെങ്കിലും വിവരങ്ങൾ നഷ്ടപ്പെടുന്നുണ്ട്. ഒരിക്കൽ ദത്തങ്ങൾ ക്ലാസുകളാക്കി കഴിഞ്ഞാൽ തുടർന്നുള്ള സാംഖ്യക കണക്കുകൂട്ടലുകളിൽ വ്യക്തിഗത നിരീക്ഷണങ്ങൾക്ക് യാതൊരു പ്രസക്തിയുമില്ല. ഉദാഹരണം 4-ൽ 20–30 എന്ന ക്ലാസിൽ 25, 25, 20, 22, 25, 28 എന്നിങ്ങനെ 6 നിരീക്ഷണങ്ങൾ ഉണ്ട്. എന്നാൽ ദത്തങ്ങളെ ആവൃത്തിപട്ടികയാക്കി വർഗ്ഗീകരിക്കുമ്പോൾ അതിൽ ഒരു പോരായ്മ അന്തർലീനമായുണ്ട്. 20–30 എന്ന ക്ലാസാക്കി കഴിയുമ്പോൾ ആവൃത്തി നൽകുന്നത് അവയുടെ യഥാർഥമൂല്യമല്ല മറിച്ച് ആ ക്ലാസിൽ എത്ര രേഖപ്പെടുത്തലുകൾ ഉണ്ട് എന്ന് മാത്രമാണ് (അതായത് ആവൃത്തി=6). ഈ ക്ലാസിലെ എല്ലാ മൂല്യങ്ങളും ക്ലാസ്മാർക്കിന് /മധ്യബിന്ദുവിന് തുല്യമാണെന്ന് (25) സങ്കല്പിക്കപ്പെടുന്നു. തുടർന്നുള്ള സാംഖ്യക കണക്കുകൂട്ടലുകളെല്ലാം തന്നെ ക്ലാസ് മാർക്കിന്റെ മധ്യബിന്ദുവിന്റെ മൂല്യത്തെ മാത്രം അടിസ്ഥാനപ്പെടുത്തിയതാണ് അല്ലാതെ ആ ക്ലാസിലെ നിരീക്ഷണങ്ങളുടെ മൂല്യത്തെ അടിസ്ഥാനപ്പെടുത്തിയുള്ളതല്ല. എല്ലാ ക്ലാസിനും ഇത് പ്രസക്തമാണ്. ആയതിനാൽ നിരീക്ഷണങ്ങളുടെ ശരിയായ മൂല്യത്തിനുപകരം സാംഖ്യക രീതിയിൽ ക്ലാസ് മാർക്ക് ഉപയോഗിക്കുന്നത് കാര്യമായ വിവരനഷ്ടത്തിന് കാരണമാവുന്നു. എന്നിരുന്നാലും, ഈ രീതിയിൽ ദത്തങ്ങളെ കൂടുതൽ മികച്ച രീതിയിൽ ഉപയോഗിക്കാൻ കഴിയുന്നുവെന്നത് ശ്രദ്ധേയമാണ്.

തുല്യമല്ലാത്ത ക്ലാസുകളുടെ ആവൃത്തി വിതരണം (Frequency Distribution With Unequal Classes)

ഓരേ ഇടവേളകളുള്ള ക്ലാസുകളുടെ ആവൃത്തിവിതരണം നമുക്ക് പരിചിതമായല്ലോ. അസംസ്കൃതദത്തങ്ങളിൽ നിന്നും അവ എങ്ങനെ നിർമിക്കാമെന്ന് ഇപ്പോൾ നിങ്ങൾക്കറിയാം. പക്ഷേ, ചില സന്ദർഭങ്ങളിൽ ഒരേ ഇടവേളകളല്ലാത്ത ക്ലാസുകളുടെ ആവൃത്തി വിതരണമായിരിക്കും കൂടുതൽ അനുയോജ്യം. ഉദാഹരണം 4-ലെ പട്ടിക ശ്രദ്ധിക്കുക. പട്ടിക 3.6-ലെ ആവൃത്തിവിതരണം പരിശോധിക്കുകയാണെങ്കിൽ ഭൂരിപക്ഷം നിരീക്ഷണങ്ങളും 40–50, 50–60, 60–70 എന്നീ ക്ലാസുകളിൽ കേന്ദ്രീകരിക്കപ്പെട്ടിരി

ക്കുന്നതായി കാണാൻ കഴിയും. അവയുടെ ആവൃത്തി യഥാക്രമം 21, 23, 19 എന്നിങ്ങനെയാണ്. അതായത് 100 കുട്ടികളിൽ 63 കുട്ടികളും മൂന്ന് ക്ലാസുകളിൽ കേന്ദ്രീകരിക്കപ്പെട്ടിരിക്കുന്നു (21 + 23+19). നിരീക്ഷണങ്ങളുടെ സാന്ദ്രത ഇവിടെ കൂടുതലാണ് എന്നർഥം. ബാക്കി വരുന്ന 37 ശതമാനം ദത്തങ്ങളും 0–10, 10–20, 20–30, 30–40, 70–80, 80–90, 90–100 എന്നിങ്ങനെയുള്ള ക്ലാസുകളിലാണ്. ഈ ക്ലാസുകളിൽ ദത്തങ്ങളുടെ സാന്ദ്രത കുറവാണ്. അതുമാത്രമല്ല, ഈ ക്ലാസുകളിലെ നിരീക്ഷണങ്ങൾ മറ്റു ക്ലാസുകളുമായി താരതമ്യം ചെയ്യുമ്പോൾ, അവയുടെ ക്ലാസ് മാർക്കുകളിൽ നിന്നും കൂടുതൽ അകന്നു കിടക്കുന്നതായി കാണുന്നു. എന്നാൽ നിരീക്ഷണങ്ങൾ മധ്യബിന്ദുവിനോട്/ ക്ലാസ് മാർക്കിനോട് കൂടുതൽ അടുത്തു കേന്ദ്രീകരിക്കുന്നതരത്തിൽ, ക്ലാസുകളെ നിർമ്മിക്കണമെങ്കിൽ തുല്യമല്ലാത്ത ക്ലാസ് ഇടവേളകളാവും അനുയോജ്യം.



ചിത്രം 3.2 ആവൃത്തി വക്രം

പട്ടിക 3.7
അസന്തത ക്ലാസുകളുടെ ആവൃത്തി വിതരണം

ക്ലാസ്	നിരീക്ഷണങ്ങൾ	ആവൃത്തി	ക്ലാസ് മാർക്ക്
0–10	0	1	5
10–20	10. 14. 17, 12, 14, 12, 14. 14	8	15
20 30	25, 25, 20, 22, 25, 28	6	25
30 40	30, 37, 34, 39, 32, 30, 35,	7	35
40 45	42, 44, 40, 44, 41, 40, 43, 40, 41	9	42.5
45 50	47, 49, 49, 45, 45, 47, 49, 46, 48, 48, 49, 49	12	47.5
50–55	51. 53, 51. 50, 51. 50, 54	7	52.5
55–60	59. 56. 55, 57, 55. 56, 59. 56. 59, 57. 59, 55, 56. 55, 56, 55	16	57.5
60–65	60. 64. 62, 64, 64, 60, 62. 61. 60. 62.	10	62.5
65 70	66, 69, 66, 69, 66, 65, 65, 66, 65	9	67.5
70 80	70, 75, 70, 76, 70, 71	6	75
80 90	82, 82, 82, 80, 85	5	85
90 100	90, 100, 90, 90	4	95
	ആകെ	100	

പട്ടിക 3.7 ൽ പട്ടിക 3.6-ലെ അതേ ആവൃത്തിവിതരണം തുല്യമല്ലാത്ത ക്ലാസുകളിൽ നൽകിയിരിക്കുന്നതാണ്. 40–50, 50–60, 60–70 എന്നീ ക്ലാസുകൾ വീണ്ടും രണ്ടായി വിഭജിച്ചിരിക്കുന്നു. 40–50 എന്ന ക്ലാസ് 40–45, 45–50 എന്നിങ്ങനെ വിഭജിച്ചിരിക്കുന്നു. 50–60 എന്ന ക്ലാസ് 50–55, 55–60 എന്നിങ്ങനെ രണ്ടായി വിഭജിച്ചിരിക്കുന്നു. 60–70 എന്ന ക്ലാസ് 60–65, 65–70 എന്നും 0–10, 10–20, 20–30, 30–40, 70–80, 80– 90, 90–100 എന്നീ ക്ലാസുകളിൽ ക്ലാസ് ഇടവേളയായി 10 നിലനിർത്തിയിരിക്കുന്നു. ഈ ക്ലാസുകളിലെ പുതിയ ക്ലാസ്മാർക്കുകളുടെ മൂല്യമാണ് പട്ടികയിലെ അവസാന കോളം കാണിക്കുന്നത്. ഇവയെ പട്ടിക 3.6-ലെ പഴയ ക്ലാസ് മാർക്കുകളുടെ മൂല്യവുമായി താരതമ്യം ചെയ്തു നോക്കൂ. ഈ ക്ലാസിലെ നിരീക്ഷണങ്ങൾ അവയുടെ പഴയ ക്ലാസ്സ് മാർക്കുകളുടെ മൂല്യങ്ങളെക്കാൾ കൂടുതൽ വ്യതിചലിക്കുന്നതായി കാണാൻ കഴിയും. അതായത്, പുതിയ ക്ലാസ്മൂല്യങ്ങൾ പഴയ ക്ലാസ് മൂല്യങ്ങളെക്കാൾ ദത്തങ്ങളെ കൂടുതൽ പ്രതിനിധീകരിക്കുന്ന രീതിയിലായിരിക്കും.

പട്ടിക 3.7-ലെ ആവൃത്തിവിതരണത്തിന്റെ ആവൃത്തിവക്രമാണ് ചിത്രം 3.2-ൽ കൊടുത്തിരിക്കുന്നത്.

പ്രവർത്തനം

- ചിത്രം 3.2, 3.1 -മായി താരമ്യം ചെയ്യുമ്പോൾ നിങ്ങൾ നിരീക്ഷിക്കുന്നതെന്ത്? ഇവ രണ്ടും തമ്മിൽ എന്തെങ്കിലും വ്യത്യാസമുണ്ടോ? ഈ വ്യത്യാസം വിശദീകരിക്കാമോ?

ആവൃത്തി നിര (Frequency Array)

ഇതുവരെ നമ്മൾ ചർച്ച ചെയ്തത് 100 വിദ്യാർഥികൾക്ക് ലഭിച്ച ഗണിതശാസ്ത്രത്തിന്റെ മാർക്ക് എന്ന ഉദാഹരണത്തിലൂടെ ഒരു സന്തതചരത്തിന്റെ വർഗീകരണമാണ്. അസന്തതചരത്തിന്റെ ദത്തങ്ങളുടെ വർഗീകരണത്തിന് ആവൃത്തിനിര എന്നു പറയുന്നു. അസന്തതചരങ്ങളുടെ മൂല്യം പൂർണ സംഖ്യകൾക്ക് ഇടയിലുള്ള ഭിന്നസംഖ്യ ആവാറില്ല. അതിനാൽത്തന്നെ ഇതിലെ ആവൃത്തികൾ പൂർണസംഖ്യകൾക്ക് നേരെ ആയിരിക്കും. പട്ടിക 3.8 ആവൃത്തിനിരയെ കാണിക്കുന്നു.

പട്ടിക 3.8
കുടുംബങ്ങളിലെ അംഗങ്ങളുടെ ആവൃത്തിനിര

അംഗങ്ങളുടെ എണ്ണം	കുടുംബങ്ങളുടെ എണ്ണം
1	5
2	15
3	25
4	35
5	10
6	5
7	3
8	2
ആകെ	100

കുടംബത്തിലെ അംഗങ്ങളുടെ എണ്ണം എന്നത് ഒരു സന്തതചരമാണ്. ആയതിനാൽ, പട്ടികയിൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നതുപോലെ ആവൃത്തിയുടെ മൂല്യം പൂർണസംഖ്യ ആയിരിക്കും.

6. ദ്വിചര ആവൃത്തി വിതരണം (Bivariate Frequency Distribution)

താഴെ തന്നിരിക്കുന്ന ഇംഗ്ലീഷ് വാചകം ശ്രദ്ധയോടെ വായിച്ച് ഓരോ വാക്കിലും ഉള്ള അക്ഷരങ്ങളുടെ എണ്ണം രേഖപ്പെടുത്തുക. വാക്കിലെ അക്ഷരങ്ങളുടെ എണ്ണം ഒരു ചരമായി എടുത്ത് ഈ ദത്തങ്ങൾക്ക് ഒരു ആവൃത്തി നിര തയാറാക്കുക.

"The quick brown fox jumps over the lazy dog."

സാധാരണയായി നമ്മൾ ഒരു സമസ്തത്തിൽ നിന്ന് സാമ്പിൾ എടുക്കുമ്പോൾ കൂടുതൽ തരത്തിലുള്ള വിവരങ്ങൾ ശേഖരിക്കാറുണ്ട്. ഉദാഹരണത്തിന്, കമ്പനികളുടെ കൂട്ടത്തിൽ നിന്ന് ഒരു പട്ടണത്തിലുള്ള 20 കമ്പനികൾ സാമ്പിളായി എടുക്കുന്നു എന്ന് കരുതുക. ആ കമ്പനികളുടെ വിവരശേഖരണത്തിന്റെ ഭാഗമായി വില്പനയും പരസ്യത്തിനുള്ള ചെലവും (Sales & Expenditure on advertisement) സംബന്ധിച്ച ശീർഷകത്തിൽ വിവരങ്ങൾ ശേഖരിക്കുന്നു എന്ന് കരുതുക. ഇവിടെ രണ്ട് ചരങ്ങളുള്ള ആവൃത്തി ആണ്. അതുകൊണ്ട് ഇത്തരം ദത്തങ്ങളെ അളക്കാൻ രണ്ടു ചരമുള്ള ആവൃത്തി വിതരണം ഉപയോഗിക്കുന്നു. രണ്ട് ചരങ്ങളുടെ ആവൃത്തി വിതരണം ദ്വിചര ആവൃത്തിവിതരണം എന്നറിയപ്പെടുന്നു.

പട്ടിക 3.9-ൽ 20 കമ്പനികളുടെ വിൽപന ചെലവ് (ലക്ഷം രൂപയിൽ), പരസ്യചെലവ് (ആയിരം രൂപയിൽ) എന്നീ രണ്ടു ചരങ്ങളുടെ ആവൃത്തി വിതരണം കാണിച്ചിരിക്കുന്നു. വിൽപന മൂല്യം വ്യത്യസ്ത കോളങ്ങളിലും (വരികളിലും) പരസ്യച്ചെലവിന്റെ മൂല്യങ്ങൾ വ്യത്യസ്ത നിരകളിലും ക്ലാസുകളാക്കിയിരിക്കുന്നു. ഓരോ സെല്ലും അതിന് നേരെയുള്ള വരിയുടെയും നിരയുടെയും ആവൃത്തിയെ കാണിക്കുന്നു. ഉദാഹരണത്തിന്, വില്പന മൂല്യം 135-145 ലക്ഷം രൂപക്കും പരസ്യച്ചെലവ് 64-66 ആയിരത്തിനും ഇടയിലുള്ള 3 ഉല്പാദകയൂണിറ്റ് ആണ് ഉള്ളത്. ദ്വിചരവിതരണത്തിന്റെ ഉപയോഗങ്ങൾ നമുക്ക് സഹബന്ധം എന്ന 8-ാം അധ്യായത്തിൽ ചർച്ച ചെയ്യാം.

പട്ടിക 3.9
20 കമ്പനികളുടെ (Firms) വിൽപനയുടെയും (ലക്ഷം രൂപയിൽ) പരസ്യച്ചെലവിന്റെയും (ആയിരം രൂപയിൽ) ദ്വിചര ആവൃത്തിവിതരണം

	115–125	125–135	135–145	145–155	155–165	165–175	Total
62–64	2	1					3
64–66	1		3				4
66–68	1	1	2	1			5
68 70		2		2			4
70 72		1	1		1	1	4
ആകെ	4	5	6	3	1	1	20

7. ഉപസംഹാരം

പ്രാഥമിക, ദ്വിതീയ ഉറവിടങ്ങളിൽ നിന്നും ശേഖരിക്കപ്പെട്ട ദത്തങ്ങൾ വർഗീകരിക്കപ്പെടാത്തവയാണ്. ഒരിക്കൽ ദത്തങ്ങൾ ശേഖരിച്ചു കഴിഞ്ഞാൽ അടുത്തപടി അവയെ തുടർന്നുള്ള സാംഖ്യക അപഗ്രഥത്തിനായി വർഗീകരിക്കുക എന്നുള്ളതാണ്. വർഗീകരണം ദത്തങ്ങൾക്ക് ഒരു ക്രമം നൽകുന്നു. ആവൃത്തിവിതരണത്തിലൂടെ ദത്തങ്ങളെ വർഗീകരിക്കുന്നതെങ്ങനെയെന്ന് സമഗ്രമായി മനസിലാക്കാൻ ഈ അധ്യായം സഹായിക്കുന്നു. വർഗീകരണത്തിന്റെ മാർഗങ്ങൾ മനസിലാക്കിയാൽ സന്തത അസന്തതചരങ്ങൾക്ക് ആവൃത്തിവിതരണം നിർമിക്കൽ വളരെ എളുപ്പമാണ്.

സംഗ്രഹം

- അസംസ്കൃതദത്തങ്ങളെ ക്രമീകരിക്കാൻ വർഗീകരണത്തിന് കഴിയും.
- ചരത്തിന്റെ വ്യത്യസ്ത മൂല്യങ്ങൾ വ്യത്യസ്ത ക്ലാസുകളിൽ അതിന്റെ ക്ലാസ് ആവൃത്തികളോടു കൂടി വിതരണം ചെയ്യപ്പെട്ടിരിക്കുന്നതാണ് ആവൃത്തിവിതരണം.
- ഒഴിവാക്കൽ രീതിയിൽ ഉയർന്ന ക്ലാസ്പരിധി ഒഴിവാക്കുകയും താഴ്ന്ന ക്ലാസ് പരിധി ഉൾപ്പെടുത്തുകയും ചെയ്തു.
- ഉൾച്ചേർക്കൽ രീതി അനുസരിച്ച് ഉയർന്ന ക്ലാസ് പരിധിയും താഴ്ന്ന ക്ലാസ് പരിധിയും അതാത് ക്ലാസ്സുകളിൽ ഉൾപ്പെടുത്തപ്പെട്ടിരിക്കുന്നു.
- ആവൃത്തിവിതരണത്തിൽ തുടർന്നുള്ള സാംഖ്യകവിശകലനങ്ങൾക്ക് അടിസ്ഥാനം നിരീക്ഷണങ്ങളല്ല മറിച്ച് ക്ലാസ്മാർക്കിന്റെ മൂല്യമാണ്.
- ക്ലാസുകൾ രൂപീകരിക്കുന്നത് പരമാവധി സാധ്യമായ തരത്തിൽ നിരീക്ഷണങ്ങൾ കേന്ദ്രീകരിക്കപ്പെടുന്ന മൂല്യവുമായി ചേർന്നുപോവുന്ന രീതിയിൽ ആയിരിക്കണം.

അഭ്യാസങ്ങൾ

(1) താഴെക്കൊടുത്തിരിക്കുന്നവയിൽ ശരിയായത് ഏത്?

(i) ക്ലാസ് മധ്യബിന്ദു എന്നത് ഏതിന് സമമാണ്?

- (a) ഉയർന്ന ക്ലാസ്പരിധിയുടെയും താഴ്ന്ന ക്ലാസ്പരിധിയുടെയും ശരാശരി.
- (b) ഉയർന്ന ക്ലാസ്പരിധിയുടെയും താഴ്ന്ന ക്ലാസ്പരിധിയുടെയും ഗുണനഫലം.
- (c) ഉയർന്ന ക്ലാസ്പരിധിയും താഴ്ന്ന ക്ലാസ്പരിധിയും തമ്മിലുള്ള അനുപാതം.
- (d) ഇവയൊന്നുമല്ല.

(ii) രണ്ട് ചരങ്ങളുടെ ആവൃത്തിവിതരണം അറിയപ്പെടുന്നത്

(a) ഏകചര വിതരണം.

(b) ദ്വിചരവിതരണം.

(c) ബഹുചര വിതരണം.

(d) ഇവയൊന്നുമല്ല.

(iii) വർഗീകരിക്കപ്പെട്ട ദത്തങ്ങളിൽ സാംഖ്യകകണക്കൂട്ടലുകൾ അടിസ്ഥാനമാക്കുന്നത്?

(a) നിരീക്ഷണങ്ങളുടെ യഥാർഥ മൂല്യം

(b) ഉയർന്ന ക്ലാസ് പരിധികൾ.

(c) താഴ്ന്ന ക്ലാസ് പരിധികൾ.

(d) ക്ലാസ്മധ്യബിന്ദുക്കൾ.

(iv) റേഞ്ച് എന്നത്

(a) വലിയ നിരീക്ഷണത്തിൽ നിന്നും ചെറിയ നിരീക്ഷണത്തിലേക്കുള്ള വ്യത്യാസം.

(b) ചെറിയ നിരീക്ഷണത്തിൽ നിന്നും വലിയ നിരീക്ഷണത്തിലേക്കുള്ള വ്യത്യാസം.

(c) വലിയ നിരീക്ഷണത്തിന്റെയും ചെറിയ നിരീക്ഷണത്തിന്റെയും ശരാശരി.

(d) ചെറിയ നിരീക്ഷണവും വലിയ നിരീക്ഷണവും തമ്മിലുള്ള അനുപാതം.

2. വസ്തുക്കളെ വർഗീകരിക്കുന്നതുകൊണ്ട് എന്തെങ്കിലും മെച്ചമുണ്ടോ? നിങ്ങളുടെ നിത്യജീവിതത്തിലെ ഉദാഹരണം സഹിതം വിശദീകരിക്കുക.

3. ചരം എന്നാൽ എന്ത്? സന്തതചരങ്ങളും അസന്തതചരങ്ങളും തമ്മിൽ വേർതിരിച്ചറിയുക.

4. ദത്തങ്ങളുടെ വർഗീകരണത്തിന് ഉപയോഗിക്കപ്പെട്ടിരിക്കുന്ന ഒഴിവാക്കൽരീതിയും ഉൾച്ചേർക്കൽരീതിയും വിശദീകരിക്കുക.

5. പട്ടിക 3.2 –ൽ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന 50 കുടുംബങ്ങളുടെ പ്രതിമാസ ഗാർഹിക ഭക്ഷണ ച്ചെലവുകൾ (രൂപയിൽ) ഉപയോഗിച്ച്

(i) പ്രതിമാസഗാർഹികഭക്ഷണച്ചെലവിന്റെ റേഞ്ച് കണക്കാക്കുക,

(ii) റേഞ്ചിനെ അനുയോജ്യ എണ്ണം ക്ലാസ് ഇടവേളകളായി തിരിച്ച് ചെലവിന്റെ ആവൃത്തിവിതരണം തയ്യാറാക്കുക.

(iii) താഴെ പറയുന്ന രീതിയിലുള്ള ഭക്ഷണച്ചെലവുകളുള്ള കുടുംബങ്ങളുടെ എണ്ണം കണക്കാക്കുക.

(a) 2,000 രൂപയിൽ കുറവുള്ള കുടുംബങ്ങൾ

(b) 3,000 രൂപയിൽ കൂടുതലുള്ള കുടുംബങ്ങൾ

(c) 1,500 നും 2,500 നും രൂപക്ക് ഇടയ്ക്കുള്ള കുടുംബങ്ങൾ

6. ഒരു പട്ടണത്തിലെ 45 കുടുംബങ്ങളിൽ അവർ ഉപയോഗിക്കുന്ന സെൽഫോണുകളെ കുറിച്ച് ഒരു സർവേ നടത്തി താഴെ രേഖപ്പെടുത്തിയിരിക്കുന്ന അവരുടെ മറുപടി അനുസരിച്ച് ഒരു ആവൃത്തിനിര തയ്യാറാക്കുക.

1	3	2	2	2	2	1	2	1	2	2	3	3	3	3
3	3	2	3	2	2	6	1	6	2	1	5	1	5	3
2	4	2	7	4	2	4	3	4	2	0	3	1	4	3

7. വർഗീകരിക്കപ്പെട്ട ദത്തങ്ങളിലെ വിവരനഷ്ടം എന്നതുകൊണ്ട് അർത്ഥമാക്കുന്നതെന്ത്?

8. വർഗീകരിക്കപ്പെട്ട ദത്തങ്ങൾ അസംസ്കൃത ദത്തങ്ങളെക്കാൾ മെച്ചപ്പെട്ടതാണെന്ന് നിങ്ങൾ കരുതുന്നുണ്ടോ? എന്തുകൊണ്ട്?

9. ഏകചര ആവൃത്തിവിതരണം, ദ്വിചര ആവൃത്തിവിതരണം എന്നിവ വേർതിരിച്ചറിയുക.

10. താഴെക്കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ദത്തങ്ങളിൽ നിന്നും ക്ലാസ് ഇടവേള 7 ആയി എടുത്ത് ഉൾച്ചേർക്കൽ രീതിയിൽ ഒരു ആവൃത്തി വിതരണം തയ്യാറാക്കുക.

28	17	15	22	29	21	23	27	18	12	7	2	9	4
1	8	3	10	5	20	16	12	8	4	33	27	21	15
3	36	27	18	9	2	4	6	32	31	29	18	14	13
15	11	9	7	1	5	37	32	28	26	24	20	19	25
19	20	6	9										

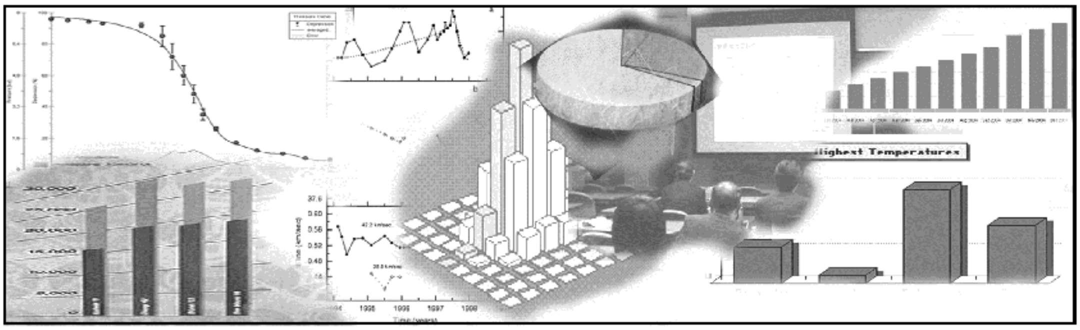
നിർദ്ദേശിക്കപ്പെട്ട അധികപ്രവർത്തനം

- നിങ്ങളുടെ പഴയ മാർക്ക് ഷീറ്റുകളിൽ നിന്നും മുൻക്ലാസുകളിൽ ഗണിതത്തിന് ലഭിച്ച മാർക്ക് കണ്ടെത്തുക. വർഷാടിസ്ഥാനത്തിൽ അവയെ ക്രമീകരിക്കുക. ആ വിഷയത്തിൽ നിങ്ങൾ കരസ്ഥമാക്കിയ മാർക്ക് ചരമാണോ അല്ലയോ എന്ന് പരിശോധിക്കുക. പ്രസ്തുത വർഷങ്ങളിൽ ഗണിതത്തിന് നിങ്ങൾ പുരോഗതി നേടിയോ എന്നും കണ്ടെത്തുക.

H7D9I9

അധ്യായം 4

ദത്തങ്ങളുടെ അവതരണം (Presentation of Data)



പഠനനേട്ടങ്ങൾ

- ദത്തങ്ങളെ പട്ടികാരൂപത്തിൽ അവതരിപ്പിക്കാനുള്ള കഴിവ് നേടുന്നു.
- ദത്തങ്ങളെ ഉചിതമായ രേഖാ ചിത്രങ്ങളിലൂടെ അവതരിപ്പിക്കാനുള്ള കഴിവു നേടുന്നു.

1. ആമുഖം

ദത്തങ്ങളുടെ ശേഖരണവും (Collection) ചിട്ടപ്പെടുത്തലും (Organisation) കഴിഞ്ഞ പാഠങ്ങളിലൂടെ മനസിലാക്കിയല്ലോ. ശേഖരിക്കുന്ന ദത്തങ്ങൾ വളരെ ബൃഹത്തായതിനാൽ അവയെ അവതരിപ്പിക്കാവുന്ന വിധത്തിൽ ചുരുക്കേണ്ടതുണ്ട്. നേരിട്ട് പ്രയോജനപ്പെടുത്താനും എളുപ്പത്തിൽ സംഗ്രഹിക്കാനും പറ്റുന്ന തരത്തിൽ ബൃഹത്തായ ദത്തങ്ങളെ ചുരുക്കി അവതരിപ്പിക്കുന്നതെങ്ങനെയെന്ന് ഈ അധ്യായം പ്രതിപാദിക്കുന്നു. ദത്തങ്ങളെ അവതരിപ്പിക്കുന്നതിന് പൊതുവെ മൂന്ന് രീതികളുണ്ട്.

- വിവരണാത്മകാവതരണം (Textual or Descriptive Presentation)
- പട്ടികാവതരണം (Tabular Presentation)
- രേഖാചിത്രാവതരണം (Diagrammatic Presentation)

2. ദത്തങ്ങളുടെ വിവരണാത്മക അവതരണം (Textual Presentation of data)

ഇവിടെ നാം ദത്തങ്ങളെ വിവരണങ്ങളായാണ് അവതരിപ്പിക്കുന്നത്. ദത്തങ്ങളുടെ ബാഹുല്യം ഇല്ല എങ്കിൽ ഈ രീതിയിലുള്ള

അവതരണമാണ് കൂടുതൽ അനുയോജ്യം. താഴെപ്പറയുന്ന അവസ്ഥകൾ പരിശോധിക്കാം.

അവസ്ഥ 1

പെട്രോൾ,ഡീസൽ വിലകളിലുണ്ടായ വർധനവിനെതിരെ 2005 സെപ്തംബർ 8 ന് നടന്ന ബന്ദിൽ ബീഹാറിലെ ഒരു പട്ടണത്തിൽ 5 പെട്രോൾ പമ്പുകൾ തുറക്കുകയും 17 എണ്ണം അടച്ചിടുകയും ചെയ്തു. അതേ സമയം 2 വിദ്യാലയങ്ങൾ അടച്ചിടുകയും ബാക്കിയുള്ള 9 എണ്ണം പ്രവർത്തിക്കുകയും ചെയ്തു.

അവസ്ഥ 2

2001 ലെ സെൻസസ് റിപ്പോർട്ട് പ്രകാരം ഇന്ത്യയിലെ ജനസംഖ്യ 102 കോടിയായി ഉയർന്നിട്ടുണ്ട്. അതിൽ 49 കോടി സ്ത്രീകളും 53 കോടി പുരുഷൻമാരുമാണ്. 28 കോടി ജനങ്ങൾ മാത്രമാണ് നഗരവാസികൾ. ബാക്കിയുള്ള 74 കോടിയും ഗ്രാമീണരാണ്. മൊത്തം ജനസംഖ്യയിൽ 40 കോടി ജനങ്ങൾ തൊഴിലെടുക്കുന്നവരാണെങ്കിൽ ബാക്കി 62 കോടിയും തൊഴിൽ ചെയ്യാത്തവരാണ്. നഗരങ്ങളിൽ 19 കോടി ജനങ്ങൾ തൊഴിലെടുക്കാത്തവരാണ്. തൊഴിലാളികൾ 9 കോടിയാണ്. അതേ സമയം 74 കോടി ഗ്രാമവാസികളിൽ 31 കോടിയും തൊഴിൽ ചെയ്യുന്നവരാണ്.

ഈ രണ്ട് അവസരങ്ങളിലും ദത്തങ്ങൾ വിവരണാത്മകമായാണ് അവതരിപ്പിച്ചിരിക്കുന്നത്. വിവരണം പൂർണമായും വായിച്ചെങ്കിൽ മാത്രമേ അതിന്റെ സംഗ്രഹം മനസിലാക്കാനാവൂ എന്നതാണ് ഈ രീതിയുടെ ഒരു പ്രധാന പോരായ്മ. അതേ സമയം, ചില പ്രധാന വസ്തുതകളിൽ ഊന്നൽ നൽകുന്നതിന് ഈ രീതിയിലുള്ള അവതരണം സഹായകരമാണ്.

3. ദത്തങ്ങളുടെ പട്ടികാവതരണം (Tabular Presentation of Data)

പട്ടികാരൂപത്തിലുള്ള അവതരണത്തിൽ ദത്തങ്ങൾ വരിയും (Row) നിരയുമായാണ് (Column) അവതരിപ്പിക്കുന്നത് (വരികൾ തിരശ്ചീനമായും നിരകൾ ലംബമായുമാണ് വായിക്കുന്നത്). ഉദാഹരണത്തിന് സാക്ഷരതാനിരക്കിനെക്കുറിച്ചുള്ള വിവരങ്ങൾ രേഖപ്പെടുത്തിയിരിക്കുന്ന പട്ടിക 4.1 കാണുക. അതിന് മൂന്ന് വരികളും (പുരുഷൻ, സ്ത്രീ, ആകെ) മൂന്ന് നിരകളും (ഗ്രാമം, നഗരം,ആകെ) ഉണ്ട്. ഇതിനെ 3X3 പട്ടിക എന്ന് വിളിക്കുന്നു. ഇതിൽ പട്ടികയുടെ സെല്ലുകൾ (Cells) എന്നറിയപ്പെടുന്ന 9 ബോക്സുകളിൽ 9 വിധത്തിലുള്ള വിവരങ്ങളാണ് നൽകിയിരിക്കുന്നത്. ഓരോ സെല്ലും സാക്ഷരതയുടെ ശതമാനക്കണക്കുകൾ (ഗ്രാമം, നഗരം, ആകെ), ലിംഗ സവിശേഷതകളുടെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ

(പുരുഷൻ, സ്ത്രീ, ആകെ) ബന്ധപ്പെടുത്തി നൽകുന്നു. ഇതിന്റെ പ്രധാനഗുണം അത് മറ്റു സാംഖ്യകമായ പ്രതിപാദനങ്ങൾക്കും തീരുമാനങ്ങൾ എടുക്കുന്നതിനും ഉതകുന്ന തരത്തിൽ ദത്തങ്ങളെ ചിട്ടപ്പെടുത്തുന്നുവെന്നതാണ്. പട്ടികപ്പെടുത്തുമ്പോൾ (Tabulation) ഉപയോഗിക്കുന്ന നാലു തരം ദത്ത വർഗീകരണരീതികൾ താഴെ കൊടുക്കുന്നു.

- ഗുണപരം
- പരിമാണാത്മകം
- കാലാനുസൃതം
- സ്ഥലീയം

ഗുണപരമായ വർഗീകരണം (Qualitative Classification)

സാമൂഹികപദവി, ഭൗതികസറിതി, ദേശീയത തുടങ്ങിയ ഗുണപരമായ സവിശേഷതകളുടെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ ദത്തങ്ങളെ വർഗീകരിക്കുന്നതിനെയാണ് ഗുണപരമായ വർഗീകരണം എന്നു വിളിക്കുന്നത്. ഉദാഹരണത്തിന് പട്ടിക 4.1 ൽ ലിംഗം, പ്രദേശം എന്നിവയാണ് വർഗീകരണത്തിന് അടിസ്ഥാനമായ സവിശേഷതകൾ. ഇവ ഗുണപരമായ സ്വഭാവമുള്ളവയാണ്.

പട്ടിക.4.1

ഇന്ത്യയിലെ സാക്ഷരത ലിംഗം, പ്രദേശം എന്നിവയുടെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ (ശതമാനത്തിൽ)

	പ്രദേശം		
ലിംഗം	ഗ്രാമം	നഗരം	ആകെ
പരുഷൻ	79	90	82
സ്ത്രീ	59	80	65
ആകെ	68	84	74

ഉറവിടം: ഇൻഡ്യയിലെ 2011-ലെ സെൻസസ് (സാക്ഷരതാ നിരക്ക് 7 വയസും അതിനു മുകളിലുമുള്ളവരുടേത്)

പരിമാണാത്മക വർഗീകരണം (Quantitative Classification)

പരിമാണാത്മക വർഗീകരണത്തിൽ അളക്കാൻ സാധിക്കുന്ന സവിശേഷതകളുടെ അടിസ്ഥാനത്തിലാണ് ദത്തങ്ങളെ വർഗീകരിക്കുന്നത്. മറ്റൊരു തരത്തിൽ പറഞ്ഞാൽ ഇത്തരം സവിശേഷതകളെ അളക്കാൻ കഴിയുന്നതാണ്. ഉദാഹരണം, വയസ്, ഉയരം, ഉത്പാദനം, വരുമാനം മുതലായവ. പരിഗണിക്കപ്പെടുന്ന സവിശേഷതകളുടെ മൂല്യങ്ങളെ ക്ലാസ്പരിധികൾ (Class limits) നൽകിക്കൊണ്ട് ക്ലാസുകളാക്കി മാറ്റുന്നു. പട്ടിക 4.2 പരിമാണാത്മക വർഗീകരണത്തിന് ഒരു ഉദാഹരണമാണ്.

പട്ടിക 4.2

ബീഹാറിലെ ഒരു തെരഞ്ഞെടുപ്പ് പഠനത്തിൽ വിവരങ്ങൾ നൽകിയ 542 പേരുടെ വയസ്സിന്റെ അടിസ്ഥാനത്തിലുള്ള വിതരണം

വയസ് (വർഷം)	പ്രതികരിച്ചവരുടെ എണ്ണം	ശതമാനം
20–30	3	0.55
30–40	61	11.25
40–50	132	24.35
50–60	153	28.24
60–70	140	25.83
70–80	51	9.41
80–90	2	0.37
ആകെ	542	100.00

ഉറവിടം: 2005-ലെ പാറ്റ്ന സെൻട്രൽ നിയോജകമണ്ഡലത്തിലെ അസംബ്ളി തിരഞ്ഞെടുപ്പ്. AN സിൻഹ ഇൻസ്റ്റിറ്റ്യൂട്ട് ഓഫ് സോഷ്യൽ സ്റ്റഡീസ്, പാറ്റ്ന.

ഇവിടെ വർഗീകരിക്കപ്പെടുന്ന സവിശേഷത വയസ് ആണ്. അത് അളക്കാവുന്നതാണ്.

പ്രവർത്തനങ്ങൾ

- നിങ്ങളുടെ ക്ലാസിലെ വിദ്യാർഥികൾക്ക് സ്റ്റാർ ന്യൂസ്, സീ ന്യൂസ്, ബി.ബി.സി.വേൾഡ്, സി.എൻ.എൻ, ആജ്തക്, ഡി.ഡിന്യൂസ് എന്നിവയോടുള്ള ഇഷ്ടം മുൻഗണനാക്രമത്തിൽ കാണിക്കുന്ന ഒരു പട്ടിക നിർമിക്കുക.
- നിങ്ങളുടെ ക്ലാസിലെ വിദ്യാർഥികളുടെ

  (i) ഉയരം (സെ.മീറ്റർ)

  (ii) ഭാരം (കി.ഗ്രാം)

  എന്നിവ കാണിക്കുന്ന പട്ടിക തയ്യാറാക്കുക.

കാലാനുസൃത വർഗീകരണം (Chronological Classification)

സമയമാണ് ഇവിടെ വർഗീകരണത്തിന് അടിസ്ഥാനമാക്കുന്ന ചരം. ദത്തങ്ങളെ സമയത്തിന്റെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ തരംതിരിക്കുന്നു. സമയം എന്നത് മണിക്കൂറുകൾ, ദിവസങ്ങൾ, ആഴ്ചകൾ, മാസങ്ങൾ, വർഷങ്ങൾ എന്നിങ്ങനെയാകാം. ഉദാഹരണത്തിന് പട്ടിക 4.3 കാണുക.

പട്ടിക 4.3
1995 മുതൽ 2000 വരെയുള്ള ഒരു ചായക്കടയിലെ വാർഷിക വിൽപ്പന

വർഷം	വിൽപ്പന(ലക്ഷം) രൂപ
1995	79.2
1996	81.3
1997	82.4
1998	80.5
1999	100.2
2000	91.2

ഉറവിടം : പ്രസിദ്ധീകരിക്കപ്പെടാത്ത ദത്തം

ഈ പട്ടികയിൽ വർഗീകരണത്തിന് അടിസ്ഥാനമാക്കിയ ചരം വർഷമാണ്. സമയത്തിന്റെ തോതിലാണ് മൂല്യങ്ങളെ എടുക്കുന്നത്.

പ്രവർത്തനം

- നിങ്ങളുടെ സ്കൂൾ ഓഫീസ് സന്ദർശിച്ച് കഴിഞ്ഞ പത്ത് വർഷമായി വിവിധ ക്ലാസുകളിൽ പഠിച്ച കുട്ടികളുടെ എണ്ണം ശേഖരിക്കുക. അവ പട്ടികയായി അവതരിപ്പിക്കുക.

സ്ഥലീയവർഗീകരണം (Spatial Classi fication)

വർഗീകരണത്തിന് അടിസ്ഥാനമായി സ്ഥലം എന്ന ചരമാണ് പരിഗണിക്കുന്നതെങ്കിൽ അതിനെ സ്ഥലീയവർഗീകരണം എന്ന് വിളിക്കുന്നു. സ്ഥലം എന്നത് ഒരു ഗ്രാമം/നഗരം, ബ്ലോക്ക്, ജില്ല, സംസ്ഥാനം, രാജ്യം എന്നിങ്ങനെ ആകാം. പട്ടിക 4.4 സ്ഥലീയവർഗീകരണത്തിന് ഉദാഹരണമാണ്. ഇവിടെ വർഗീകരണത്തിന്റെ സവിശേഷത, ലോകത്തിലെ രാജ്യങ്ങളാണ്.

പട്ടിക 4.4
2013-14 വർഷത്തിൽ വിവിധ രാജ്യങ്ങളിലേക്ക് ഇന്ത്യയിൽ നിന്നുള്ള കയറ്റുമതി വിഹിതം (ശതമാനത്തിൽ)

രാജ്യങ്ങൾ	കയറ്റുമതിവിഹിതം (%)
യു.എസ്.എ	12.5
ജർമ്മനി	2.4
മറ്റു യൂറോപ്യൻ യൂണിയൻ രാജ്യങ്ങൾ	10.9
യു.കെ	3.1
ജപ്പാൻ	2.2
റഷ്യ	0.7
ചൈന	4.7
പടിഞ്ഞാറൻ ഏഷ്യ-ഗൾഫ് രാജ്യങ്ങൾ	15.3
മറ്റു ഏഷ്യൻ രാജ്യങ്ങൾ	29.4
മറ്റുള്ളവ	18.8
ആകെ	100.00

ആകെ കയറ്റുമതി: 314.40 ബില്യൻ യു.എസ് ഡോളർ

പ്രവർത്തനം

- നിങ്ങളുടെ ക്ലാസിലെ വിദ്യാർഥികളുടെ ജൻമദേശം അഥവാ വാസസ്ഥലത്തെ സംബന്ധിച്ച ദത്തങ്ങൾ ശേഖരിച്ച് അവയുടെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ ഒരു പട്ടിക നിർമിക്കുക.

4. ദത്തങ്ങളുടെ പട്ടികപ്പെടുത്തലും പട്ടികയുടെ ഭാഗങ്ങളും (Tabulation of Data and Parts of a Table)

ഒരു നല്ല സാംഖ്യക പട്ടികയുടെ ഭാഗങ്ങൾ ഏതൊക്കെയാണെന്ന് അറിഞ്ഞിരിക്കേണ്ടത് പട്ടികയുടെ നിർമിതിയിൽ പ്രധാനമാണ്. ഈ ഭാഗങ്ങളെ ചിട്ടയോടുകൂടി ക്രമമായി അവതരിപ്പിച്ചാൽ ഒരു പട്ടികയാവും. ദത്തങ്ങൾ ചില വിവരണക്കുറിപ്പുകളോടുകൂടി വരിയും നിരയുമായി അവതരിപ്പിക്കുന്നതാണ് പട്ടികാരൂപീകരണത്തിന്റെ ഏറ്റവും ലളിതമായ മാർഗം. ഉൾപ്പെടുന്ന സവിശേഷതകളുടെ എണ്ണത്തിനനുസരിച്ച് ഏകതല (One way), ദ്വിതല (Two way), ത്രിതല (Three way) വർഗീകരണത്തോടെ പട്ടികാവതരണം നടത്താവുന്നതാണ്. ഒരു നല്ല പട്ടികക്ക് താഴെ പറയുന്ന ഭാഗങ്ങൾ ഉണ്ടായിരിക്കണം.

(i) പട്ടിക നമ്പർ (Table Number)

തിരിച്ചറിയുന്നതിനു വേണ്ടിയാണ് പട്ടികക്ക് നമ്പർ നൽകുന്നത്. ഒന്നിലധികം പട്ടികകളുണ്ടെങ്കിൽ പട്ടികാനമ്പറാണ് ഒന്നിനെ മറ്റൊന്നിൽ നിന്ന് തിരിച്ചറിയാൻ സഹായിക്കുന്നത്. പട്ടികാനമ്പർ പട്ടികയുടെ ഏറ്റവും മുകളിലോ ശീർഷകത്തിന്റെ ആരംഭത്തിലോ ആണ് നൽകുന്നത്. ഒരു പുസ്തകത്തിൽ ധാരാളം പട്ടികകളുണ്ടെങ്കിൽ പൊതുവെ ആരോഹണക്രമത്തിലാണ് നമ്പറുകൾ നൽകുന്നത്. പട്ടികയെ അതിന്റെ സ്ഥാനത്തിനനുസരിച്ച് തിരിച്ചറിയുന്നതിനായി 1.2, 3.1 എന്നിങ്ങനെ നമ്പറുകൾ നൽകാറുണ്ട്. ഉദാഹരണത്തിന്, പട്ടിക നമ്പർ 4.5 എന്നതിന് നാലാം അദ്ധ്യായത്തിലെ അഞ്ചാമത്തെ പട്ടിക എന്നാണ് മനസിലാക്കേണ്ടത് (പട്ടിക 4.5 കാണുക).

(ii) ശീർഷകം (Title)

ശീർഷകം പട്ടികയുടെ ഉള്ളടക്കത്തെ സൂചിപ്പിക്കുന്നു. അത് വളരെ വ്യക്തവും ലഘുവായതും ശ്രദ്ധാപൂർവം പദപ്രയോഗം നടത്തിയതുമാവണം. എങ്കിൽ മാത്രമേ പട്ടികയിൽ നിന്നുമുള്ള ദത്തത്തിന്റെ വ്യാഖ്യാനം വ്യക്തവും സംശയമില്ലാത്തതുമാവുകയുള്ളൂ. ശീർഷകം പട്ടികയുടെ മുകൾഭാഗത്ത് പട്ടികാനമ്പറിനു തുടർച്ചയായോ അല്ലെങ്കിൽ തൊട്ടുതാഴെയോ ആണ് നൽകുന്നത്. (പട്ടിക 4.5 കാണുക)

(iii) ക്യാപ്ഷൻ അഥവാ നിരയുടെ തലക്കെട്ട് (Caption or Column Heading)

നിരയിലെ ഉള്ളടക്കത്തെ വിശദമാക്കുന്നതിനുവേണ്ടി ഓരോ നിരയുടേയും മുകളിലായി ഒരു തലക്കെട്ട് നൽകാറുണ്ട്. ഇതിനെ ക്യാപ്ഷൻ അഥവാ നിരയുടെ തലക്കെട്ട് എന്ന് വിളിക്കുന്നു (പട്ടിക 4.5 കാണുക).

(iv) സ്റ്റബ് അഥവാ വരിയുടെ തലക്കെട്ട് (Stub or Row Heading)

നിരയ്ക്ക് തലക്കെട്ട് നൽകിയതുപോലെ ഓരോ വരിക്കും തലക്കെട്ട് നൽകേണ്ടതുണ്ട്. വരിക്ക് കൊടുക്കുന്ന തലക്കെട്ടിനെയാണ് സ്റ്റബ് അഥവാ സ്റ്റബ് ഇനം (Stub Item) എന്നുവിളിക്കുന്നത്. ഇടതു ഭാഗത്തുള്ള നിരയെ സ്റ്റബ്നിര (Stub Column)

പട്ടിക നമ്പർ

ശീർഷകം

പട്ടിക 4.5 തൊഴിൽ എടുക്കാത്തവരുടേയും തൊഴിലെടുക്കുന്നവരുടേയും പ്രദേശത്തിന്റെയും ലിംഗത്തിന്റെയും അടിസ്ഥാനത്തിൽ തരംതിരിച്ചിട്ടുള്ള 2001 ലെ ഇന്ത്യൻ ജനസംഖ്യ

(കോടി)

നിരയുടെ തലക്കെട്ട്/ക്യാപ്ഷൻ

ഏകകം

വരിയുടെ തലക്കെട്ട്/സ്റ്റബ്

പട്ടികയുടെ ഉള്ളടക്കം

പ്രദേശം	ലിംഗം	തൊഴിലാളികൾ			തൊഴിലെടുക്കാത്തവർ	ആകെ
		പ്രധാനം	നാമമാത്രം	ആകെ		
ഗ്രാമം	പുരുഷൻ	17	3	20	18	38
	സ്ത്രീ	6	5	11	25	36
	ആകെ	23	8	31	43	74
നഗരം	പുരുഷൻ	7	1	8	7	15
	സ്ത്രീ	1	0	1	12	13
	ആകെ	8	1	9	19	28
ആകെ	പുരുഷൻ	24	4	28	25	53
	സ്ത്രീ	7	5	12	37	49
	ആകെ	31	9	40	62	102

ഉറവിടം: 2001 ലെ ഇൻഡ്യൻ സെൻസസ്

കുറിപ്പ്: ഏറ്റവും അടുത്ത കോടിയിലേക്ക് സംഖ്യകൾ റൗണ്ട് ചെയ്തിരിക്കുന്നു

ഉറവിടം

കുറിപ്പ്

(കുറിപ്പ് : പട്ടിക 4.5. വിവരണാത്മകരീതിയിലൂടെ മുൻപ് അവതരിപ്പിച്ച അവസ്ഥ 2 ന്റെ പട്ടികാവതരണം)

എന്നുവിളിക്കുന്നു. വരിയുടെ തലക്കെട്ടുകളുടെ ഒരു ചെറിയ വിവരണം പട്ടികയുടെ ഇടത്തേ അറ്റത്ത് മുകളിൽ കൊടുക്കുന്നു (പട്ടിക 4.5 കാണുക).

(v) പട്ടികയുടെ ഉള്ളടക്കം (Body of the Table)

പട്ടികയുടെ ഏറ്റവും പ്രധാന ഭാഗമാണ് ഉള്ളടക്കം. യഥാർഥ വിവരങ്ങൾ ഇവിടെയാണ് ഉൾക്കൊള്ളിച്ചിരിക്കുന്നത്. നിരയേയും വരിയേയും ബന്ധപ്പെടുത്തി വായിക്കാൻ പറ്റുന്ന രീതിയിലാണ് ഓരോ ദത്തത്തിനും സ്ഥാനം നിശ്ചയിച്ചിരിക്കുന്നത്. ഉദാഹരണത്തിന്, രണ്ടാമത്തെ വരിയിലേയും നാലാമത്തെ നിരയിലേയും ദത്തം സൂചിപ്പിക്കുന്നത് 2001-ൽ ഇന്ത്യൻ ഗ്രാമങ്ങളിലെ 25 കോടി സ്ത്രീകൾ തൊഴിലെടുക്കാത്തവരായിരുന്നു എന്നാണ് (പട്ടിക 4.5 കാണുക).

(vi) അളവിന്റെ ഏകകം (Unit of Measurement)

പട്ടികയുടെ ഉള്ളടക്കത്തിൽ നൽകിയിരിക്കുന്ന സംഖ്യകളുടെ (യഥാർഥ ദത്തങ്ങൾ) അളവിന്റെ ഏകകത്തിന് പട്ടികയിലുടനീളം മാറ്റമില്ല എങ്കിൽ, അത് എല്ലായ്പ്പോഴും ശീർഷകത്തിനൊപ്പം പ്രസ്താവിക്കേണ്ടതാണ്. വരിയിലും (Row) നിരയിലും (Column)

വ്യത്യസ്ത ഏകകങ്ങളാണ് ഉപയോഗിച്ച തെങ്കിൽ ആ വിവരം സ്റ്റമ്പിന്റെയോ, ക്യാപ് ഷന്റെയോ ഒപ്പം പ്രസ്താവിക്കണം. സംഖ്യ കൾ വലുതാണെങ്കിൽ അവ റൗണ്ട് ചെയ്ത്, റൗണ്ട് ചെയ്തതിന്റെ രീതി സഹിതം സൂചിപ്പിക്കണം (പട്ടിക 4.5 കാണുക).

(vii) ഉറവിടം (Source)

പട്ടികയിൽ അവതരിപ്പിച്ച ദത്തങ്ങളുടെ ഉറവിടം സൂചിപ്പിക്കുന്ന ഒരു ചുരുക്ക പ്രസ്താവനയാണ് ഇത്. ഒന്നിലധികം ഉറവിടങ്ങളുണ്ടെങ്കിൽ അവയെല്ലാം എഴുതേണ്ടതാണ്. ഉറവിടം സാധാരണ യായി പട്ടികയുടെ താഴെയാണ് നൽകു ന്നത് (പട്ടിക 4.5 കാണുക).

(viii) കുറിപ്പ് (Note)

പട്ടികയുടെ ഭാഗങ്ങളിൽ അവസാന ത്തേതാണ് കുറിപ്പ്. മുൻപ് വിശദമാക്കാത്ത തോ സ്വയം വിശദീകരണാത്മകമല്ലാത്ത തോ ആയ പട്ടികയിലെ ദത്തങ്ങളുടെ സവിശേഷതകളെ വ്യക്തമാക്കാനാണ് കുറിപ്പ് നൽകുന്നത്.

പ്രവർത്തനങ്ങൾ

- ഒരു പട്ടിക ഉണ്ടാക്കുന്നതിന് എത്ര വരികളും നിരകളും അത്യാവശ്യ മാണ്?
- ഒരു പട്ടികയുടെ വരിയുടെ തലക്കെട്ട്/ നിരയുടെ തലക്കെട്ട് പരമാണാത്മ കമോ?
- പട്ടിക 4.2, 4.3 എന്നിവയിലെ സംഖ്യ കളെ റൗണ്ട് ചെയ്ത് പുതിയ പട്ടിക യായി അവതരിപ്പിക്കുക.
- മുൻപ് സൂചിപ്പിച്ച അവസ്ഥ 2-ലെ ആദ്യ രണ്ട് വാചകങ്ങൾ ഒരു പട്ടിക യായി അവതരിപ്പിക്കുക. ഇതിലേക്ക് വേണ്ട ചില വിശദാംശങ്ങൾ ഈ അധ്യായത്തിന്റെ മറ്റ് ഭാഗങ്ങളിൽ നിന്നും കണ്ടെത്താം.

5. ദത്തങ്ങളുടെ രേഖാചിത്ര അവത രണം (Diagrammatic Presentation of Data)

ദത്തങ്ങളുടെ അവതരണത്തിന്റെ മൂന്നാമത്തെ രീതിയാണ് ഇത്. പട്ടികാവത രണത്തേയും വിവരണാത്മകാവതര ണത്തേയും അപേക്ഷിച്ച് ഈ രീതി വിശദീ കരിക്കപ്പെടേണ്ട ദത്തത്തിന്റെ യഥാർഥ വസ്തുതയെക്കുറിച്ച് ഒറ്റനോട്ടത്തിൽ വ്യക്തമായ ധാരണ നൽകുന്നു. ദത്തങ്ങളു ടെ സംഖ്യാരൂപത്തിൽ ഉൾച്ചേർത്തിട്ടുള്ള വളരെ അപൂർണമായ ആശയങ്ങളെ കൂടു തൽ വ്യക്തവും എളുപ്പത്തിൽ ഗ്രഹിക്കാൻ കഴിയുന്നതുമായ രീതിയിലേക്ക് ഫലപ്രദ മായി മാറ്റുവാൻ രേഖാചിത്ര അവതരണ ത്തിലൂടെ കഴിയുന്നു.

രേഖചിത്രങ്ങൾ പട്ടികയേക്കാൾ കൃത്യത കുറഞ്ഞവയാണെങ്കിലും കൂടുതൽ ഫലപ്ര ദമാണ്. ദത്തങ്ങളുടെ അവതരണത്തിന് സാധാരണയായി വിവിധതരം രേഖാചിത്ര ങ്ങൾ ഉണ്ട്. അവയിൽ പ്രധാനപ്പെട്ടവ താഴെ കൊടുക്കുന്നു.

(i) ജ്യാമിതീയ രേഖാചിത്രങ്ങൾ (Geometric Diagrams)

(ii) ആവൃത്തിചിത്രങ്ങൾ (Frequency Diagrams)

(iii) ഗണിതരേഖാചിത്രങ്ങൾ (Arithmetic Line Graph)

(i) ജ്യാമിതീയരേഖാചിത്രം (Geometric diagram)

ബാർഡയഗ്രവും പൈഡയഗ്രവും ജ്യാമി തീയരേഖാചിത്രങ്ങളുടെ വിഭാഗത്തിൽ പ്പെടുന്നു. ബാർഡയഗ്രങ്ങൾ മൂന്ന് വിധത്തി ലുണ്ട്. ലഘുബാർഡയഗ്രം (Simple Bar Diagram), ബഹുഇന ബാർഡയഗ്രം

(Multiple Bar Diagram), ഘടക ബാർ ഡയഗ്രം (Compound Bar Diagram)

ബാർ ഡയഗ്രങ്ങൾ (Bar Diagrams)

ലഘുബാർ ഡയഗ്രം (Simple Bar Diagram)

ഓരോ ക്ലാസിനേയും അഥവാ ഓരോ വിഭാഗം ദത്തങ്ങളേയും പ്രതിനിധാനം ചെയ്യുന്ന തുല്യഅകലത്തിലും തുല്യ വീതിയിലുമുള്ള ഒരു കൂട്ടം ദീർഘചതുര ബാറുകൾ ഉൾക്കൊള്ളുന്ന ഡയഗ്രമാണ് ഇത്. ബാറുകളുടെ ഉയരം അഥവാ നീളം ദത്തങ്ങളുടെ അളവുകളെ കുറിക്കുന്നു. ബാറുകളുടെ താഴെ അറ്റം അടിസ്ഥാന രേഖയിൽ സ്പർശിക്കുന്നു. അതിനാൽ ഓരോ ബാറും പൂജ്യത്തിൽ നിന്നാണ് തുടങ്ങുന്നത്. ബാർ ഡയഗ്രത്തിലെ ബാറുകളെ കാഴ്ചയിൽത്തന്നെ അവയുടെ ആപേക്ഷിക ഉയരത്തിനനുസരിച്ച് താരതമ്യം ചെയ്യാനാകുമെന്നതിനാൽ ദത്തങ്ങളെ വളരെ വേഗത്തിൽ സംക്ഷേപിക്കാനാകുന്നു. ഇതിനായി ഉപയോഗിക്കുന്ന ദത്തങ്ങൾ ആവൃത്തിയുള്ളവയോ ഇല്ലാത്തവയോ ആകാം. ആവൃത്തിയില്ലാത്ത ദത്തങ്ങളാണെങ്കിൽ ഡയഗ്രം നിർമിക്കുന്നതിന് വ്യത്യസ്ത സമയങ്ങളിലോ വ്യത്യസ്ത സംസ്ഥാനങ്ങളിലോ ഉള്ള ഉത്പാദനം, വിളവ്, ജനസംഖ്യ മുതലായ സവിശേഷതകളിലൊന്നിനെ എടുത്ത് അതിന്റെ മൂല്യങ്ങൾക്ക് അനുസൃതമായ ഉയരത്തിൽ ബാറുകൾ വരക്കുന്നു. സവിശേഷതകളുടെ അളന്നതോ കണക്കാക്കിയതോ ആയ മൂല്യങ്ങളെയാണ് ഓരോ ബാറും പ്രതിനിധാനം ചെയ്യുന്നത്. ചിത്രം 4.1 ബാർഡയഗ്രത്തിന് ഒരു ഉദാഹരണമാണ്.

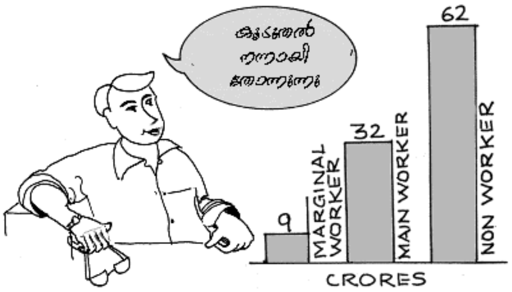
പ്രവർത്തനം

- നിങ്ങളുടെ സ്കൂളിലെ വിവിധ ക്ലാസിലെ വിദ്യാർഥികളുടെ എണ്ണത്തെക്കുറിച്ചുള്ള ദത്തങ്ങൾ അവതരിപ്പിക്കുന്ന ഒരു പട്ടിക നിർമിക്കുക. അതേ പട്ടികയിലെ വിവരങ്ങൾ കാണിക്കുന്ന ഒരു ബാർ ഡയഗ്രം വരക്കുക.

വിവിധങ്ങളായ ദത്തങ്ങൾക്ക് വ്യത്യസ്ത തരത്തിലുള്ള രേഖാചിത്രങ്ങൾ ആവശ്യമായി വന്നേക്കാം. ആവൃത്തിയുള്ളതും ഇല്ലാത്തതുമായ ചരങ്ങൾക്കും (Variable) ഗുണാത്മക ചരങ്ങൾക്കും (Attributes) ബാർ ഡയഗ്രങ്ങൾ അനുയോജ്യമാണ്. കുടുംബത്തിന്റെ വലുപ്പം, ഒരു സ്കൂളിലെ ക്ലാസുകൾ, ഒരു പരീക്ഷയിലെ ഗ്രേഡുകൾ മുതലായ സന്തതചരങ്ങളും ലിംഗം, മതം,ജാതി, രാജ്യം തുടങ്ങിയ ഗുണാത്മക ചരങ്ങളും ബാർ ഡയഗ്രങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് അവതരിപ്പിക്കാം. വരവ്-ചെലവ് മാറ്റങ്ങൾ കാണിക്കുന്ന കണക്കുകൾ, വർഷങ്ങളായുള്ള കയറ്റുമതിയും ഇറക്കുമതിയും തുടങ്ങിയ ആവൃത്തിയില്ലാത്ത ദത്തങ്ങൾ അവതരിപ്പിക്കാൻ ബാർ ഡയഗ്രങ്ങളാണ് കൂടുതൽ സൗകര്യപ്രദം.

ബാർഡയഗ്രം വിശകലനം ചെയ്യുമ്പോൾ ഒരു വിഭാഗത്തെ പ്രതിനിധീകരിക്കുന്ന ബാർ (ഉദാ: കേരളത്തിലെ സാക്ഷരത) മറ്റുള്ളവയേക്കാൾ (ഉദാ: പശ്ചിമബംഗാളിലെ സാക്ഷരത) ഉയരമുള്ളതാണെങ്കിൽ പ്രസ്തുത ബാർ പ്രതിനിധീകരി

ക്കുന്ന, അളന്നതോ കണക്കാക്കിയതോ ആയ സവിശേഷത കൂടുതലുണ്ട് എന്ന് മന സ്സിലാക്കാം.



മറ്റൊരു ഇനത്തെ അപേക്ഷിച്ച് (ഉദാ: പശ്ചിമബംഗാളിലെ സാക്ഷരത) നീളം കൂടി യ ബാറുള്ള ഇനത്തിന് (ഉദാ: കേരളത്തിലെ സാക്ഷരത) കൂടുതൽ അളന്നതോ കണക്കാ ക്കിയതോ ആയ സവിശഷതകളുണ്ട്. നിരകൾ (Columns) എന്നും അറിയപ്പെടുന്ന ബാറുകൾ കാലശ്രേണീദത്തങ്ങളിലാണ് സാധാരണയായി ഉപയോഗിക്കുന്നത്. (ഉദാ: 1980-നും 2000-നും ഇടയിൽ ഉൽപാദിപ്പിച്ച ഭക്ഷ്യധാന്യം, തൊഴിൽപ്രാതിനിധ്യനിരക്കി ലെ ദശാബ്ദവ്യതിയാനം, വർഷങ്ങളായി രജിസ്റ്റർ ചെയ്യപ്പെടുന്ന തൊഴിലില്ലാത്ത വരുടെ എണ്ണം, സാക്ഷരതാനിരക്കുകൾ മുതലായവ) (ചിത്രം 4.2).

ലഘു ബാർ ഡയഗ്രം കൂടാതെ ബാർ ഡയഗ്രങ്ങൾക്ക് ബഹുതല ബാർ ഡയഗ്രം, ഘടക ബാർഡയഗ്രം എന്നിങ്ങനെയും

പട്ടിക 4.6

ഇന്ത്യയിലെ പ്രധാന സംസ്ഥാനങ്ങളിലെ സാക്ഷരതാനിരക്കുകൾ

	2001		2011	
പ്രധാന ഇന്ത്യൻ സംസ്ഥാനങ്ങൾ	പുരുഷൻ	സ്ത്രീ	പുരുഷൻ	സ്ത്രീ
ആന്ധ്രാ പ്രദേശ് (AP)	70.3	50.4	75.6	59.7
ആസ്സാം (AS)	71.3	54.6	78.8	67.3
ബീഹാർ (BR)	59.7	33.1	73.4	53.3
ഝാർഖണ്ഡ് (JH)	67.3	38.9	78.4	56.2
ഗുജറാത്ത് (GJ)	79.7	57.8	87.2	70.7
ഹരിയാന (HR)	78.5	55.7	85.3	66.8
കർണാടക (KA)	76.1	56.9	82.9	68.1
കേരളം (KE)	94.2	87.7	96.0	92.0
മധ്യപ്രദേശ് (MP)	76.1	50.3	80.5	60.0
ഛത്തീസ്ഗഡ് (CH)	77.4	51.9	81.5	60.6
മഹാരാഷ്ട്ര (MR)	86.0	67.0	89.8	75.5
ഒറീസ (OD)	75.3	50.5	82.4	64.4
പഞ്ചാബ് (PB)	75.2	63.4	81.5	71.3
രാജസ്ഥാൻ (RJ)	75.7	43.9	80.5	52.7
തമിഴ് നാട് (TN)	82.4	64.4	86.8	73.9
ഉത്തർ പ്രദേശ് (UP)	68.8	42.2	79.2	59.3
ഉത്തരാഞ്ചൽ (UK)	83.3	59.6	88.3	70.7
പശ്ചിമ ബംഗാൾ (WB)	77.0	59.6	82.7	71.2
ഇന്ത്യ	**75.3**	**53.7**	**82.1**	**65.5**

വിവിധരൂപങ്ങളുണ്ട് എന്ന് പരിചയപ്പെട്ടു വല്ലോ?

പ്രവർത്തനങ്ങൾ

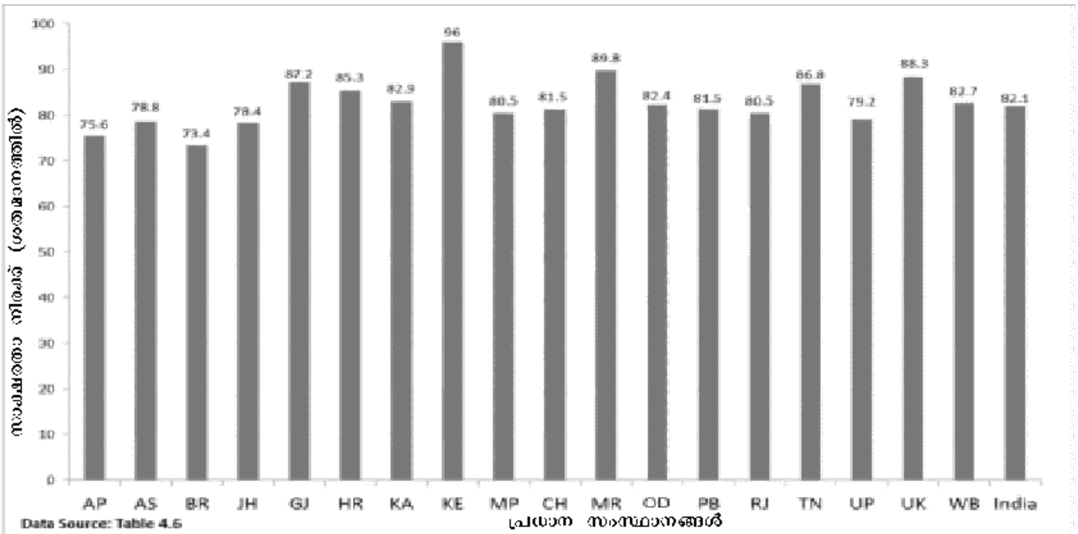
- ഇന്ത്യയിലെ സംസ്ഥാനങ്ങളിൽ എത്ര എണ്ണത്തിനാണ് 2011 ലെ ദേശീയ ശരാശരിയേക്കാൾ ഉയർന്ന സ്ത്രീ സാക്ഷരതാനിരക്ക് ഉണ്ടായിരുന്നത് ?
- സംസ്ഥാനങ്ങളിലുടനീളമുള്ള സ്ത്രീ സാക്ഷരതയിലെ ഉയർന്നതും താഴ്ന്നതുമായ നിരക്കുകൾ തമ്മിലുള്ള അകലത്തിൽ തുടർച്ചയായി 2001, 2011 സെൻസസ് വർഷങ്ങളിൽ കുറവ് സംഭവിച്ചിട്ടുണ്ടോ?

ബഹുഇന ബാർ ഡയഗ്രം (Multiple Bar Diagram)

രണ്ടോ അതിലധികമോ കൂട്ടം ദത്തങ്ങളെ താരതമ്യം ചെയ്യുന്നതിനാണ് ബഹുഇന ബാർ ഡയഗ്രങ്ങൾ (ചിത്രം 4.2) ഉപയോഗിക്കുന്നത്. ഉദാഹരണത്തിന്, വരുമാനവും ചെലവും, വിവിധ വർഷങ്ങളിലെ ഇറക്കുമതിയും കയറ്റുമതിയും, വ്യത്യസ്ത ക്ലാസുകളിലെ വിദ്യാർഥികൾ വിവിധ വിഷയങ്ങളിൽ നേടിയ മാർക്കുകൾ മുതലായവയെ അവതരിപ്പിക്കാൻ ബഹുഇന ബാർ ഡയഗ്രം ഉപയോഗിക്കാം.

ഘടക ബാർ ഡയഗ്രം (Component Bar Diagram)

ഉപഡയഗ്രങ്ങൾ (sub diagrams) അഥവാ ചാർട്ടുകൾ എന്ന് അറിയപ്പെടുന്ന ഘടക ബാർ ഡയഗ്രങ്ങൾ (ചിത്രം. 4.3) ഓരോ ഘടക ഭാഗങ്ങളുടേയും വലുപ്പം താരതമ്യം ചെയ്യാൻ ഉപയോഗപ്രദമാണ്. കൂടാതെ മൊത്തത്തിൽ അവിഭാജ്യഭാഗങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള ബന്ധത്തിലേക്കും ഇത് വെളിച്ചം വീശുന്നു. ഉദാഹരണത്തിന്, വിവിധ ഉൽപന്നങ്ങളിൽ നിന്നുള്ള വിറ്റു വരവ്, ഒരു സാധാരണ ഇന്ത്യൻ കുടുംബത്തിന്റെ ചെലവ് മാതൃക (ഭക്ഷണം, വാടക, മരുന്ന്, വിദ്യഭ്യാസം, വൈദ്യുതി തുടങ്ങിയ ഘടകങ്ങൾ), ബജറ്റിലെ വരവുചെലവ് വകയിരുത്തലുകൾ, തൊഴിൽശക്തിയുടെ ഘടകങ്ങൾ, ജനസംഖ്യ മുതലായവ അവതരി



ചിത്രം 4.1: 2011-ൽ ഇന്ത്യയിലെ പ്രധാന സംസ്ഥാനങ്ങളിലുള്ള പുരുഷസാക്ഷരതാനിരക്ക് കാണിക്കുന്ന ബാർഡയഗ്രം. (സാക്ഷരതാനിരക്കുകൾ 7 വയസിനും അതിനുമുകളിലും ഉള്ളവരുടേത്).

പ്പിക്കാൻ ഘടക ബാർ ഡയഗ്രം ഉപയോഗിക്കാം. ഘടക ബാർ ഡയഗ്രത്തിന് അനുയോജ്യമായ ഷേഡുകൾ അഥവാ നിറങ്ങൾ നൽകാറുണ്ട്.

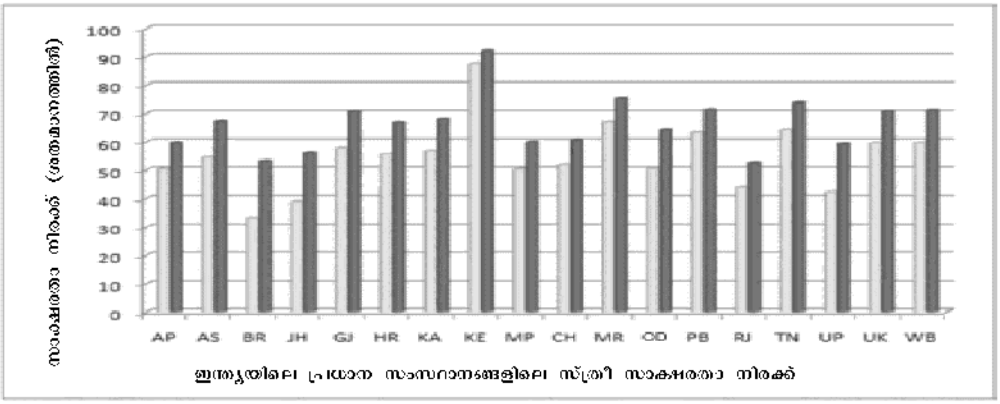
പട്ടിക 4.7

ബീഹാറിലെ ഒരു ജില്ലയിലെ വിദ്യാലയങ്ങളിലെ 6-14 വയസ് കുട്ടികളുടെ ലിംഗാടിസ്ഥാനത്തിലുള്ള പ്രവേശനം (ശതമാനം)

ലിംഗം	പ്രവേശനം നേടിയവർ (%)	സ്കൂൾ പ്രവേശനം നേടാത്തവർ (%)
ആൺകുട്ടികൾ	91.5	8.5
പെൺകുട്ടികൾ	58.6	41.4
ആകെ	78.0	22.0

ഉറവിടം : പ്രസിദ്ധീകരിക്കപ്പെടാത്ത ദത്തങ്ങൾ

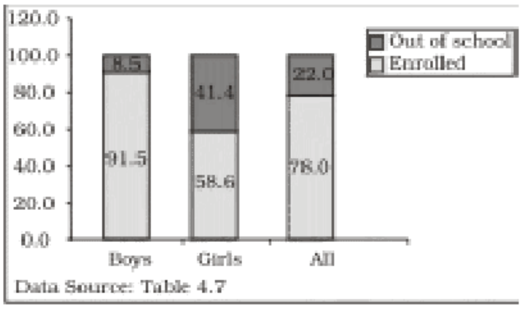
ഒരു ഘടക ബാർഡയഗ്രം ബാറിനേയും അതിന്റെ രണ്ടോ അതിലധികമോ ആയി വിഭജിക്കപ്പെട്ട ഉപവിഭാഗങ്ങളേയും കാണിക്കുന്നു. ഉദാഹരണത്തിന് 6 മുതൽ 14 വയസ് വരെയുള്ള കുട്ടികളുടെ മൊത്തം എണ്ണമാണ് ബാർ കാണിക്കുന്നത്. അതിന്റെ ഉപവിഭാഗങ്ങൾ വിദ്യാലയങ്ങളിൽ പ്രവേശനം നേടിയവരേയും അല്ലാത്തവരേയും കാണിക്കുന്നു. ചിത്രം 4.3 ൽ കാണിച്ചതുപോലെ ബാർ ഡയഗ്രത്തിൽ സൂചിപ്പിച്ചിട്ടുള്ള പ്രായത്തിൽപ്പെട്ട കുട്ടികളിൽ ആൺകുട്ടികൾ, പെൺകുട്ടികൾ, മൊത്തം കുട്ടികൾ എന്നിവർക്കായുള്ള വിവിധ ഘടക ബാറുകൾ ഉൾപ്പെടുന്നു. ഒരു ഘടക ബാർഡയഗ്രം നിർമ്മിക്കുന്നതിന് ആദ്യം X അക്ഷത്തിന് മുകളിലേക്കായി ഘടക ഇനങ്ങളുടെ മൊത്തം മൂല്യത്തിന് തുല്യമായ ഉയരത്തിൽ ഒരു ബാർ വരക്കുന്നു (ദത്തങ്ങൾ ശതമാനത്തിലുള്ളതാണെങ്കിൽ ബാറിന്റെ ഉയരം 100 യൂണിറ്റാണ്, ചിത്രം 4.3). അതല്ല എങ്കിൽ ഉയരം ബാറിന്റെ മൊത്തം മൂല്യത്തിന് തുല്യമാക്കുകയും ഘടക ഭാഗങ്ങളുടെ ആനുപാതിക ഉയരം ഏകീകൃതരീതിയിലൂടെ (Unitary Method) നിർണയിക്കുകയും ചെയ്യുന്നു. ബാർ



ചിത്രം 4.2: പ്രധാന ഇന്ത്യൻ സംസ്ഥാനങ്ങളിലെ 2001, 2011 സെൻസസ് വർഷങ്ങളിലെ സ്ത്രീസാക്ഷരതാ നിരക്കുകൾ കാണിക്കുന്ന ബഹുഇന ബാർഡയഗ്രം (അടിസ്ഥാന ദത്തങ്ങൾ : പട്ടിക 4.6).

വ്യാഖ്യാനം : സ്ത്രീസാക്ഷരതാനിരക്ക് രാജ്യത്തുടനീളം വർഷാവർഷം വർധിച്ചു കൊണ്ടിരിക്കുകയാണെന്ന് ചിത്രം 4.2 ൽ നിന്ന് എളുപ്പത്തിൽ മനസിലാക്കാനാവും. രാജസ്ഥാനിലാണ് സ്ത്രീസാക്ഷരതാനിരക്ക് ഏറ്റവും വേഗത്തിൽ വർധിക്കുന്നത് എന്ന് ഈ ചിത്രത്തിൽ നിന്ന് വ്യാഖ്യാനിക്കാനാവും.

വിഭജിക്കുന്ന സമയത്ത് ചെറിയ മൂല്യങ്ങൾക്കാണ് മുൻഗണന നൽകുന്നത്.

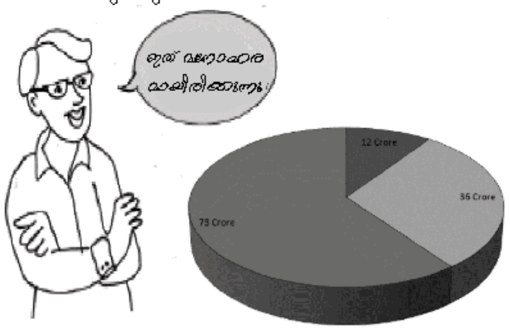


ചിത്രം 4.3 ബീഹാറിലെ ഒരു ജില്ലയിൽ പ്രാഥമിക തലത്തിലേക്ക് നടന്ന സ്കൂൾപ്രവേശനം (ഘടക ബാർ ഡയഗ്രം)

പൈഡയഗ്രം (Pie Diagram)

പൈഡയഗ്രവും ഒരു ഘടക ഡയഗ്രമാണ്. എന്നാൽ ബാർ ഡയഗ്രത്തിൽ നിന്നും വിഭിന്നമായി പൈഡയഗ്രം വൃത്താകൃതിയിലുള്ളതാണ്. ഇവിടെ ഘടകമൂല്യങ്ങൾക്ക് ആനുപാതികമായി വൃത്തത്തെ വിഭജിക്കുന്നു (ചിത്രം.4.4).

പൈഡയഗ്രത്തെ പൈചാർട്ട് എന്നും വിളിക്കുന്നു. വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രത്തിൽ നിന്നും വൃത്തപരിധിയിലേക്ക് നേർരേഖകൾ വരച്ചുകൊണ്ട് അതിനെ ഘടകങ്ങളുടെ എണ്ണത്തിന്റെ അത്രയും ഭാഗങ്ങളാക്കി വിഭജിക്കുന്നു.



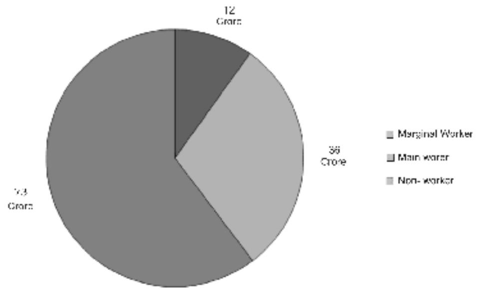
തന്നിട്ടുള്ള ഇനങ്ങളുടെ കേവലമൂല്യങ്ങൾ അതേപടി ഉപയോഗിച്ച് സാധാരണയായി പൈ ചാർട്ടുകൾ വരക്കാറില്ല. ആദ്യം ഓരോ ഇനത്തിന്റെയും മൂല്യം, എല്ലാ ഇനങ്ങളുടേയും മൂല്യങ്ങളുടെ ആകെ തുകയുടെ ശതമാനമായി കാണിക്കുന്നു. ഒരു പൈചാർട്ടിലെ വൃത്തത്തിന്, ആരം എന്തു തന്നെയാണെങ്കിലും 3.6° യുടെ 100 തുല്യഭാഗങ്ങൾ ഉണ്ട് (360°/100). കോണളവ് കണ്ടെത്തുന്നതിനായി ശതമാനത്തിലുള്ള ഓരോ സംഖ്യയേയും 3.60 കൊണ്ട് ഗുണിക്കുന്നു. ശതമാനത്തിലുള്ള ഘടക മൂല്യങ്ങളെ കോണളവുകളാക്കി മാറ്റുന്നതിന്റെ ഉദാഹരണം പട്ടിക 4.8 ൽ കാണിച്ചിട്ടുണ്ട്.

പട്ടിക 4.8

ജനങ്ങളെ തൊഴിൽ അനുസരിച്ച് തരം തിരിച്ചു വിതരണം (കോടിയിൽ)

തൊഴിൽസ്ഥിതി	ജന സംഖ്യ	ശത മാനം	കോണ ളവ്
നാമമാത്ര തൊഴിലാളി	12	9.9	36°
പ്രധാന തൊഴിലാളി	36	29.8	107°
തൊഴിൽ രഹിതൻ	73	60.3	217°
ആകെ	122	100.0	360°

ഘടകബാർഡയഗ്രം വഴി കാണിച്ച ദത്തങ്ങളെ തുല്യ മികവോടെ പൈചാർട്ട് ഉപയോഗിച്ചും അവതരിപ്പിക്കാമെന്നത് കൗതുകകരമാണ്. പൈഡയഗ്രത്തിനായി ഉപയോഗപ്പെടുത്തുന്നതിന് മുമ്പ് ഘടകങ്ങളുടെ കേവലമൂല്യങ്ങളെ ശതമാനത്തിലേക്കും ശേഷം കോൺ അളവിലേക്കും മാറ്റണമെന്നതുമാത്രമാണ് കൂടുതലായി ചെയ്യേണ്ടത്.



ഉറവിടം പട്ടിക 4.8

ചിത്രം 4.4 2011-ലെ ഇന്ത്യൻ ജനസംഖ്യയെ തൊഴിൽ സ്ഥിതിക്കനുസരിച്ച് തരംതിരിച്ച് കാണിക്കുന്ന പൈ ഡയഗ്രം.

പ്രവർത്തനങ്ങൾ

- ചിത്രം 4.4 ലൂടെ അവതരിപ്പിച്ച ദത്തങ്ങളെ ഒരു ഘടകബാർഡയഗ്രത്തിന്റെ രൂപത്തിൽ കാണിക്കുക.
- ഒരു പൈ ഡയഗ്രത്തിന്റെ വിസ്തൃതിയും പൈ ഡയഗ്രം ഉപയോഗിച്ച് അവതരിപ്പിക്കുന്ന ദത്തങ്ങളുടെ മൊത്തം മൂല്യവും തമ്മിൽ എന്തെങ്കിലും ബന്ധമുണ്ടോ?

(ii)ആവൃത്തിരേഖാചിത്രങ്ങൾ

(Frequency Diagram)

ദത്തങ്ങളെ ഗ്രൂപ്പുകളാക്കിയുള്ള ആവൃത്തി വിതരണം അവതരിപ്പിക്കുന്നതിന് ഹിസ്റ്റോഗ്രാം, ആവൃത്തിബഹുഭുജം (Frequency Polygon), ആവൃത്തിവക്രം (Frequency Curve), ഒജീവുകൾ തുടങ്ങിയ ആവൃത്തിരേഖാച്ചിത്രങ്ങൾ ഉപയോഗിക്കുന്നു.

ഹിസ്റ്റോഗ്രാം (Histogram)

ഹിസ്റ്റോഗ്രാം ഒരു ദ്വിമാന ഡയഗ്രമാണ്. ക്ലാസ് സീമകൾക്കിടയിലുള്ള ഇടവേളകൾ അടിസ്ഥാനവും (X അക്ഷത്തിൽ), ക്ലാസ് ആവൃത്തിക്ക് ആനുപാതികമായ വിസ്തൃതിയുമുള്ള ഒരു സെറ്റ് ദീർഘചതുരങ്ങളാണിത് (ചിത്രം.4.5). സാധാരണ കാണുന്നതുപോലെ ക്ലാസ് ഇടവേളകൾ തുല്യ അകലത്തിലുള്ളവയാണെങ്കിൽ ദീർഘചതുരങ്ങളുടെ വിസ്തൃതി അവയുടെ ആവൃത്തിക്ക് ആനുപാതികമായിരിക്കും. ചിലപ്പോൾ ചിലയിനം ദത്തങ്ങളിൽ വ്യത്യസ്തങ്ങളായ ക്ലാസ് ഇടവേളകൾ സൗകര്യപ്രദവും ആവശ്യവുമായി വന്നേക്കാം. ഉദാഹരണത്തിന്, വയസ്സ് അടിസ്ഥാനപ്പെടുത്തി മരണനിരക്ക് പട്ടികപ്പെടുത്തുമ്പോൾ തുടക്കത്തിൽ വളരെ ചെറിയ പ്രായപരിധിയുള്ള ഇടവേളകൾ ഉണ്ടാക്കുന്നത് അർഥവത്തും ഉപയോഗപ്രദവുമായിരിക്കും (0,1,2,..... വർഷങ്ങൾ/ 0,7, 28,..... ദിവസങ്ങൾ). കാരണം കുഞ്ഞുങ്ങളുടെ മരണനിരക്ക് ജനസംഖ്യയുടെ ഉയർന്ന പ്രായവിഭാഗത്തിലുള്ളവരുടേതിനെ അപേക്ഷിച്ച് വളരെ ഉയർന്നതാണ്. ക്ലാസ് ഇടവേളകൾ ലഭ്യമല്ലാത്ത ഇത്തരത്തിലുള്ള ദത്തങ്ങൾ ഗ്രാഫിലൂടെ അവതരിപ്പിക്കുമ്പോൾ ദീർഘചതുരത്തിന്റെ ഉയരം എന്നത്, ഉയരത്തിന്റെയും (ഇവിടെ ആവൃത്തി) അടിസ്ഥാനത്തിന്റെയും (ഇവിടെ ക്ലാസ് ഇടവേള) ഹരണഫലമാണ്. ക്ലാസ് ഇടവേളകൾ തുല്യമാണെങ്കിൽ, അതായത് എല്ലാ ദീർഘചതുരങ്ങളുടേയും വീതി തുല്യമാണെങ്കിൽ അവയുടെ വിസ്തൃതി ക്ലാസ് ഇടവേളയുടെ ആവൃത്തിയുടെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ എളുപ്പത്തിൽ താരതമ്യം ചെയ്യാം. അടിസ്ഥാനങ്ങൾ (bases) വീതിയിൽ വ്യത്യാസപ്പെട്ടിരിക്കുമ്പോൾ ദീർഘചതുരങ്ങളുടെ ഉയരങ്ങൾ താരതമ്യപ്പെടുത്താവുന്ന അളവുകൾ നൽകാനായി മേൽപ്പറഞ്ഞതുപോലെ ക്രമീകരിക്കേണ്ടതുണ്ട്. ഇത്തരം സന്ദർഭത്തിൽ കേവല ആവൃത്തിക്ക് (Absolute

Frequency) പകരം ആവൃത്തിസാന്ദ്രതയെ (Frequency Density), അതായത് ആവൃത്തി യെ ക്ലാസ്അന്തരം കൊണ്ട് ഹരിച്ചത്, ഉപയോഗിക്കേണ്ടി വരും.

പട്ടിക 4.9
ഒരു പട്ടണപ്രദേശത്തുള്ള ദിവസവേതനക്കാരുടെ വിതരണം

ദിവസ വരുമാനം (രൂപ)	വേതനം വാങ്ങുന്ന വരുടെ എണ്ണം
45-49	2
50-54	3
55-59	5
60-64	3
65-69	6
70-74	7
75-79	12
80-84	13
85-89	9
90-94	7
95-99	6
100-104	4
105-109	2
110-114	3
115-119	3

ഉറവിടം: പ്രസിദ്ധീകരിക്കപ്പെടാത്ത ദത്തങ്ങൾ

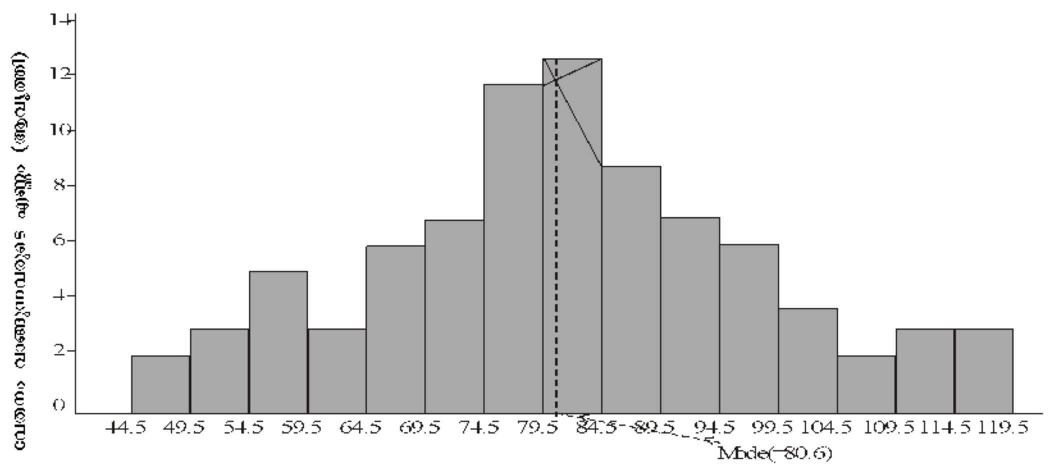
ഹിസ്റ്റോഗ്രാമുകൾ ദീർഘചതുരങ്ങളാ യതിനാൽ അടിസ്ഥാനരേഖക്ക് സമാന്തര മായി അതേ വലുപ്പത്തിൽ ക്ലാസ് ഇടവേള കളുടെ ആവൃത്തിക്ക് (ആവൃത്തി സാന്ദ്രത) തുല്യമായുള്ള ലംബഅകലത്തിൽ ഒരു രേഖ വരക്കുന്നു. ഒരു അസന്തതചരം (Discrete variable) സൂചിപ്പിക്കുന്നതിന് ഒരി ക്കലും ഹിസ്റ്റോഗ്രാം വരയ്ക്കുകയില്ല. ഒരു ക്ലാസ് ഇടവേളയിലെ താഴ്ന്ന പരിധിയും തൊട്ടുമുൻപുള്ള ഇടവേളയിലെ ഉയർന്ന പരിധിയും, തുല്യമായാലും ഇല്ലെങ്കിലും കൂട്ടിച്ചേർക്കുന്നതിനാൽ ദീർഘചതുരങ്ങൾ പരസ്പരം അരികു ചേർന്ന് പോകുന്നു. അടുത്തടുത്തുള്ള രണ്ട് ദീർഘചതുരങ്ങ ൾക്കിടയിൽ വിടവുണ്ടായിരിക്കുകയില്ല. ക്ലാസുകൾ സന്തതമല്ലെങ്കിൽ (continuous) അവയെ അദ്ധ്യായം 3-ൽ ചർച്ച ചെയ്തതു പോലെ സന്തതമാക്കി മാറ്റുന്നു. തുടർച്ച നൽകുന്നതിനായി അടുത്തടുത്തുള്ള രണ്ട് ദീർഘചതുരങ്ങൾക്കിടയിലുള്ള പൊതുവായ ഭാഗം ഒഴിവാക്കുന്നു (ചിത്രം 4.6). ഇങ്ങനെ ലഭിക്കുന്ന ചിത്രം ഒരു ഇരട്ടഗോവണിയുടെ പ്രതീതി നൽകുന്നു.

ഹിസ്റ്റോഗ്രാം, ബാർ ഡയഗ്രം എന്നിവ കാഴ്ചയിൽ ഒരുപോലെ തന്നെയാണ്. എന്നാൽ അവക്കിടയിൽ സാമ്യങ്ങളേക്കാ ക്കാളേറെ വ്യത്യാസങ്ങളുണ്ട്. ബാറുകൾ ക്കിടയിലുള്ള വിടവും ബാറുകളുടെ വീതി യും ഏതളവായിരിക്കണമെന്ന നിബന്ധന യില്ല. ബാറുകളുടെ വീതി പരിഗണിക്കാതെ നീളം മാത്രമാണ് ഉപയോഗപ്പെടുത്തുന്നത്. ഒരേ വീതിയിലുള്ള ബാറിന്റെ അതേ ആവ ശ്യം ഒരൊറ്റ ലംബരേഖ കൊണ്ടും തൃപ്തി പ്പെടുത്താനാവും. ഹിസ്റ്റോഗ്രാമിൽ രണ്ടു ദീർഘ ചതുരങ്ങൾക്കിടയിൽ സ്ഥലം വിടു ന്നില്ല. എന്നാൽ ഒരു ബാർ ഡയഗ്രത്തിൽ അടുത്തടുത്തായി വരുന്ന ബാറുകൾക്കിട യിൽ കുറച്ച് സ്ഥലം വിടേണ്ടതുണ്ട് (ബഹു ഇന ബാർ ഡയഗ്രം ഒഴികെ). ബാറുകളുടെ വീതി തുല്യമാണെങ്കിലും താരതമ്യ പ്പെടുത്തുമ്പോൾ അത് അപ്രസക്തമാണ്. ഹിസ്റ്റോഗ്രാമിൽ ദീർഘചതുരങ്ങളുടെ ഉയരത്തോളം തന്നെ അതിന്റെ വീതിക്കും

പ്രാധാന്യമുണ്ട്. ബാർഡയഗ്രം ഉപയോഗിച്ച് അസന്തതചരങ്ങളും (Discrete Variables) സന്തതചരങ്ങളും (Continuous Variables) കാണിക്കാൻ സാധിക്കും. എന്നാൽ ഹിസ്റ്റോഗ്രാം സന്തത ചരങ്ങൾക്കായി മാത്രമേ വരയ്ക്കുകയുള്ളൂ. ചിത്രം 4.5-ൽ കാണിച്ചതുപോലെ ആവൃത്തി വിതരണത്തിന്റെ ബഹുലകമൂല്യം (Mode) ഗ്രാഫിലൂടെ കാണിക്കുന്നതിന് ഹിസ്റ്റോഗ്രാമാണ് ഉപയോഗിക്കുന്നത്. കുത്തുകളുപയോഗിച്ചുള്ള ലംബരേഖയുടെ X അക്ഷത്തിലെ സ്പർശനബിന്ദു (Coordinate) ബഹുലക മൂല്യം നൽകുന്നു.

ആവൃത്തിബഹുഭുജം (Frequency Polygon)

നാലോ അതിലധികമോ നേർരേഖകളാൽ അതിര് നിർണയിക്കപ്പെട്ട ഒരുതലമാണ് (Plane) ആവൃത്തിബഹുഭുജം. ആവൃത്തി ബഹുഭുജം ഹിസ്റ്റോഗ്രാമിന് പകരം ഉപയോഗിക്കാവുന്നതും ഹിസ്റ്റോഗ്രാമിൽ നിന്നുതന്നെ ഉണ്ടായതുമാണ്. വക്രത്തിന്റെ ആകൃതി പഠിക്കുന്നതിന് ആവൃത്തി ബഹുഭുജത്തെ ഹിസ്റ്റോഗ്രാമുമായി ചേർത്തുവെക്കാവുന്നതാണ്. ഹിസ്റ്റോഗ്രാമിലെ അടുത്തടുത്ത ദീർഘചതുരങ്ങളുടെ മുകൾ വശത്തെ മധ്യബിന്ദുക്കൾ തമ്മിൽ യോജിപ്പിച്ച് ആവൃത്തി ബഹുഭുജം ലളിതമായ രീതിയിൽ വരയ്ക്കാം. ഇങ്ങനെ ലഭിക്കുന്ന വക്രത്തിന്റെ രണ്ടറ്റങ്ങൾ അടിസ്ഥാനരേഖയിൽ നിന്നും അകന്നാണ് ഉണ്ടാവുക. ഇത് അതിന്റെ വിസ്തൃതി കണക്കാക്കുന്നതിന് തടസ്സമാകും. ആവൃത്തിവിതരണത്തിന്റെ രണ്ടറ്റങ്ങളിലും ആവൃത്തി പൂജ്യമായുള്ള ഓരോ ക്ലാസുകളെടുത്ത് അവയുടെ മധ്യബിന്ദുക്കളിലേക്ക് വക്രത്തിന്റെ രണ്ടറ്റങ്ങളേയും യോജിപ്പിച്ച് അവയെ അടിസ്ഥാന രേഖയുമായി ബന്ധിപ്പിക്കുകയാണ് ഇതിനുള്ളപരിഹാരം. ഛിന്നരേഖകളോ (Broken



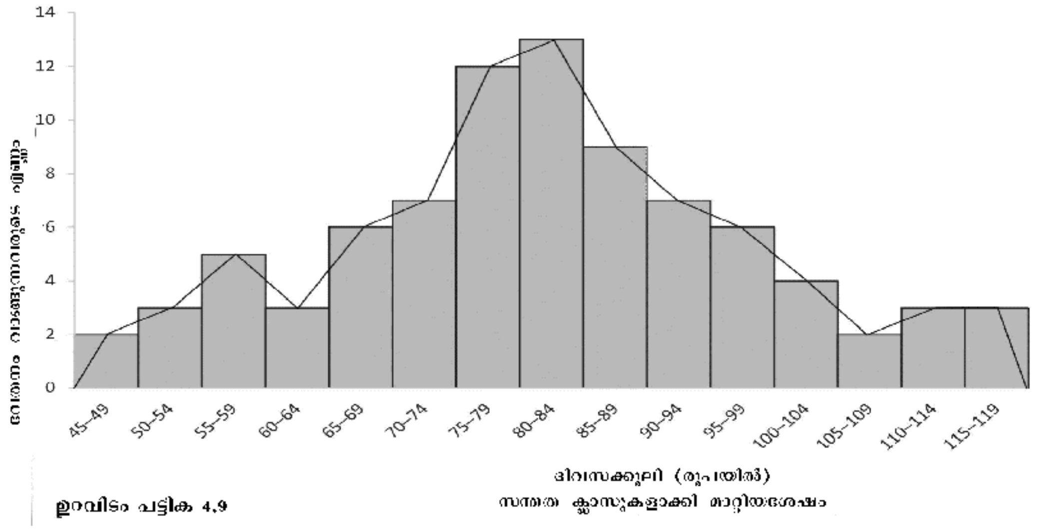
ഉറവിടം പട്ടിക 4.9 സന്തത ക്ലാസുകളാക്കി മാറ്റിയശേഷം

ചിത്രം 4.5 ഒരു പട്ടണപ്രദേശത്തുള്ള 85 ദിവസക്കൂലിക്കാരുടെ വിതരണം കാണിക്കുന്ന ഹിസ് റ്റോഗ്രാം.

Lines), കുത്തുകളോ (Dots) ഉപയോഗിച്ച് ഈ രണ്ട് അറ്റങ്ങളേയും അടിസ്ഥാന രേഖയുമായി ബന്ധിപ്പിക്കുന്നു. അപ്പോൾ വക്രത്തിന്റെ താഴെയുള്ള ആകെ വിസ്തൃതി, ഹിസ്റ്റോഗ്രാമിലെ വിസ്തൃതിയുടേതു പോലെത്തന്നെ, മൊത്തം ആവൃത്തിയുടെ മൂല്യത്തെ അഥവാ സാമ്പിളിന്റെ വലുപ്പത്തെ കാണിക്കുന്നു.

ഗ്രൂപ്പാക്കിയുള്ള ആവൃത്തിവിതരണത്തെ അവതരിപ്പിക്കുന്നതിനുള്ള ഏറ്റവും സാധാരണമായ രീതിയാണ് ആവൃത്തി ബഹുഭുജം. X അക്ഷത്തിൽ ക്ലാസ് സീമകളും ക്ലാസ്മാർക്കുകളും ഉപയോഗിക്കാം. രണ്ട് അടുത്തടുത്തുള്ള ക്ലാസ് മാർക്കുകൾ തമ്മിലുള്ള അകലം ക്ലാസ് ഇടവേളകൾക്ക് ആനുപാതികം അഥവാ തുല്യമായിരിക്കും. ഗ്രാഫ് പേപ്പറിലെ കനത്ത രേഖകളിലാണ് (Heavy Lines) ക്ലാസ് മാർക്കുകൾ അടയാളപ്പെടുത്തുന്നതെങ്കിൽ ദത്തമൂല്യങ്ങൾ രേഖപ്പെടുത്തുന്നത് എളുപ്പമായിരിക്കും.

X അക്ഷത്തിൽ ക്ലാസ് സീമകളാണോ മധ്യബിന്ദുക്കളാണോ ഉപയോഗിക്കുന്നത് എന്നത് വിഷയമേ അല്ല. ആവൃത്തികളെ എല്ലായ്പ്പോഴും ക്ലാസ് ഇടവേളകളുടെ മധ്യബിന്ദുക്കളുടെ മുകളിലാണ് അടയാളപ്പെടുത്തുന്നത്. എല്ലാ ബിന്ദുക്കളും ഗ്രാഫിൽ അടയാളപ്പെടുത്തിക്കഴിഞ്ഞാൽ അവയെ ശ്രദ്ധയോടെ ചെറിയ നേർരേഖകൾ ഉപയോഗിച്ച് കൂട്ടി യോജിപ്പിക്കുന്നു. വക്രത്തിന്റെ രണ്ട് അറ്റങ്ങൾ ആദ്യവും അവസാനവുമായി രേഖപ്പെടുത്തിയ ക്ലാസ് ഇടവേളകളുടെ മധ്യബിന്ദുക്കളുമായി ഛിന്നരേഖകൾ ഉപയോഗിച്ച് ബന്ധിപ്പിക്കുന്നു (ചിത്രം 4.6). ഒരേ അക്ഷത്തിൽ രേഖപ്പെടുത്തിയ രണ്ടോ അതിലധികമോ വിതരണങ്ങൾ താരതമ്യപ്പെടുത്തേണ്ടി വരുമ്പോൾ ആവൃത്തിബഹുഭുജം കൂടുതൽ ഉപയോഗപ്രദമാണ്. കാരണം, രണ്ടോ അതിലധികമോ വിതരണങ്ങളുടെ ലംബമോ തിരശ്ചീനമോ ആയ രേഖകൾ ഒരു ഹിസ്റ്റോഗ്രാമിൽ ഏകീഭവിച്ചേക്കാം.



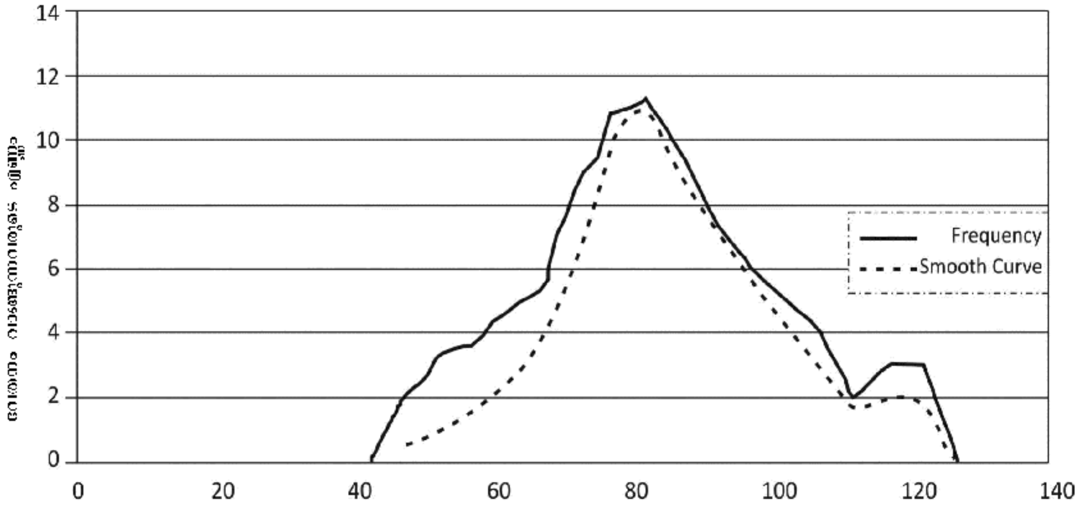
ചിത്രം.4.6 പട്ടിക 4.9 ലെ ദത്തങ്ങൾ കാണിക്കുന്ന ആവൃത്തിബഹുഭുജം

ആവൃത്തിവക്രം (Frequency Curve)

ആവൃത്തിബഹുഭുജം വരയ്ക്കാനായി അടയാളപ്പെടുത്തിയ ബിന്ദുക്കളിലൂടെ സാധ്യമായ അത്രയും അടുപ്പിച്ച് കൈകൊണ്ട് ഒഴുക്കോടെ വരക്കുമ്പോൾ ആവൃത്തി വക്രം ലഭിക്കുന്നു. ആവൃത്തി ബഹുബുജത്തിന്റെ എല്ലാ ബിന്ദുക്കളിലൂടെയും അതേ രീതിയിൽത്തന്നെ ആവൃത്തിവക്രം പോകണമെന്നില്ല. പക്ഷേ, ആവൃത്തിബഹുഭുജത്തിനോട് സാധ്യമാകുന്ന അത്രയും ചേർന്നുനിൽക്കുന്ന തരത്തിലാണ് വക്രം പോകുന്നത് (ചിത്രം 4.7).

ഒജീവ് അഥവാ സഞ്ചിതാവൃത്തി വക്രം (Ogive or Cumilative Frequency curve)

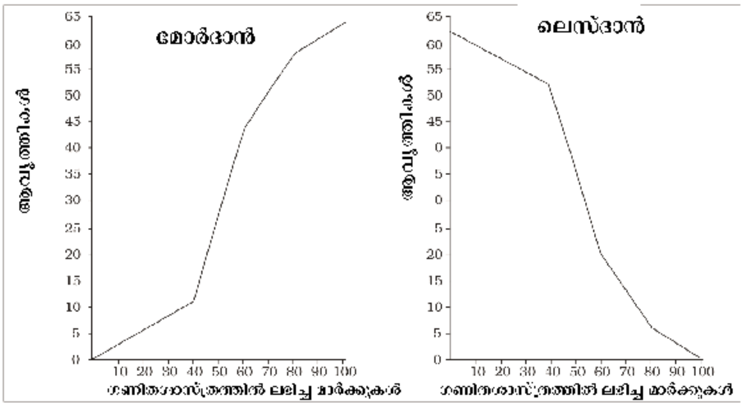
ഒജീവിനെ സഞ്ചിതാവൃത്തി വക്രം എന്നും വിളിക്കാറുണ്ട്. സഞ്ചിതാവൃത്തികൾ ആരോഹണം, അവരോഹണം എന്നിങ്ങനെ രണ്ട് തരത്തിലുള്ളതിനാൽ ഏതൊരു ആവൃത്തിവിതരണത്തിനും രണ്ടുതരം ഒജീവുകളുമുണ്ട്. ആവൃത്തി ബഹുഭുജത്തിൽ Y അക്ഷത്തിൽ സാധാരണ ആവൃത്തികൾ ഉപയോഗിച്ച സ്ഥാനത്ത് ഒജീവുകളിൽ സഞ്ചിതാവൃത്തികളാണ് അടയാളപ്പെടുത്തുന്നത്. X അക്ഷത്തിൽ ക്ലാസ് പരിധികൾ തന്നെയാണ് ഇവിടേയും ഉപയോഗിക്കുന്നത്. ലെസ്ദാൻ (Less than) ഒജീവ് വരക്കുമ്പോൾ ഉയർന്ന ക്ലാസ് പരിധികൾക്ക് (Upper limits) എതിരെ സഞ്ചിതാവൃത്തി അടയാളപ്പെടുത്തുന്നു. മോർദാൻ ഒജീവിലാണെങ്കിൽ താഴ്ന്ന ക്ലാസ് പരിധികൾക്ക് (Lower limits) എതിരെയാണ് ബന്ധപ്പെട്ട സഞ്ചിതാവൃത്തി രേഖപ്പെടുത്തുന്നത്. രണ്ട് ഒജീവുകളും ഒന്നിച്ച് വരക്കുമ്പോൾ അവയുടെ സംഗമബിന്ദു ആവൃത്തിവിതരണത്തിന്റെ മധ്യാങ്ക (Median) മൂല്യം നൽകുന്നു എന്നതാണ് ഇതിന്റെ സവിശേഷത. (ചിത്രം 4.8(b)) ലെസ്ദാൻഒജിവ് ഒരിക്കലും താഴേക്ക് വരികയോ മോർദാൻഒജീവ് ഒരിക്കലും മുകളിലേക്ക് പോവുകയോ ചെയ്യില്ല എന്നത് അവയുടെ ആകൃതി സൂചിപ്പിക്കുന്നു.



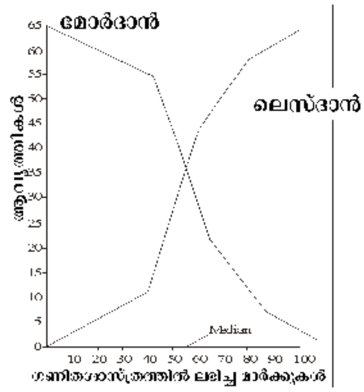
ചിത്രം.4.7 പട്ടിക 4.9 ലെ ദത്തങ്ങൾ കാണിക്കുന്ന ആവൃത്തി വക്രം

പട്ടിക 4.10 ഗണിത ശാസ്ത്രത്തിൽ ലഭിച്ച മാർക്കുകളുടെ ആവൃത്തി വിതരണം

പട്ടിക 4.10 (a)		പട്ടിക 4.10 (b)		പട്ടിക 4.10 (c)	
ഗണിത ശാസ്ത്രത്തിൽ ലഭിച്ച മാർക്കുകളുടെ ആവൃത്തി വിതരണം		ഗണിതശാസ്ത്രത്തിൽ ലഭിച്ച മാർക്കുകളുടെ ലെസ്ദാൻ സഞ്ചിതാവൃത്തി വിതരണം		ഗണിതശാസ്ത്രത്തിലെ ലഭിച്ച മാർക്കുകളുടെ മോർദാൻ സഞ്ചിതാവൃത്തി വിതരണം	
മാർക്ക്	കുട്ടികളുടെ എണ്ണം	മാർക്ക്	ലെസ്ദാൻ സഞ്ചിതാ വൃത്തി	മാർക്ക്	മോർദാൻ സഞ്ചിതാ വൃത്തി
0-20	6	20 ൽ കുറവ്	6	0 ത്തിൽ കൂടുതൽ	64
20-40	5	40 ൽ കുറവ്	11	20 ൽ കൂടുതൽ	58
40-60	33	60 ൽ കുറവ്	44	40 ൽ കൂടുതൽ	53
60-80	14	80 ൽ കുറവ്	58	60 ൽ കടുതൽ	20
80-100	6	100 ൽ കുറവ്	64	80 ൽ കൂടുതൽ	6
ആകെ	64				



ചിത്രം.4.8(a) : പട്ടിക 4.10 ൽ തന്നിരിക്കുന്ന ദത്തങ്ങളുടെ മോർദാൻ, ലെസ്ദാൻ ഒജീവുകൾ



ചിത്രം 4.8 (b): പട്ടിക 4.10 ൽ തന്നിരിക്കുന്ന ദത്തങ്ങളുടെ മോർദാൻ, ലെസ്ദാൻ ഒജീവുകൾ

പ്രവർത്തനം

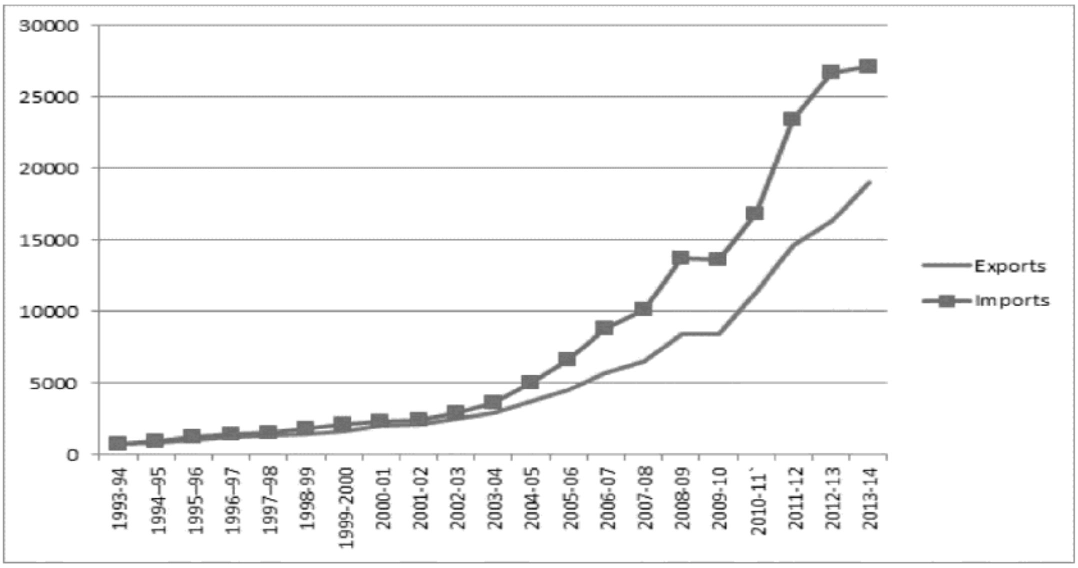
- ഒജീവിന് അത് പ്രതിനിധീകരിക്കുന്ന വിതരണത്തിന്റെ വിഭജനമൂല്യങ്ങളുടെ സ്ഥാനനിർണയത്തിൽ സഹായകരമാകാൻ കഴിയുമോ?

(iii) ഗണിതരേഖാഗ്രാഫ് (Arithmetic Line Graph)

ഗണിതരേഖാഗ്രാഫിനെ കാലശ്രേണീ ഗ്രാഫ് (Time series graph) എന്നും വിളിക്കുന്നു. ഇത് ദത്തങ്ങളുടെ ഒരു രേഖാ ചിത്രീകരണരീതിയാണ്. ഇതിൽ സമയം (മണിക്കൂർ, ദിവസം, ആഴ്ച, മാസം, വർഷം മുതലായവ) X അക്ഷത്തിലും ചരങ്ങളുടെ മൂല്യം Y അക്ഷത്തിലുമാണ് അടയാളപ്പെടുത്തുന്നത്. സമയത്തെയും ചരങ്ങളുടെ മൂല്യത്തെയും ബന്ധപ്പെടുത്തി അടയാളപ്പെടുത്തിയ ബിന്ദുക്കളെ ചേർത്തു വരക്കുമ്പോൾ ലഭിക്കുന്ന രേഖാഗ്രാഫിനെയാണ് ഗണിത രേഖാഗ്രാഫ് (കാലശ്രേണീ ഗ്രാഫ്) എന്ന് വിളിക്കുന്നത്. ദീർഘകാല കാലശ്രേണീ ദത്തങ്ങളിലെ പ്രവണത (trend), കാലിക ആവർത്തനം (periodictiy) എന്നിവയെക്കുറിച്ചുള്ള ധാരണക്ക് ഈ ഗ്രാഫ് സഹായകരമാണ്.

പട്ടിക 4.11
ഇന്ത്യയുടെ കയറ്റുമതിയുടേയും ഇറക്കുമതിയുടെയും മൂല്യം
(100 കോടിയിൽ)

വർഷം	കയറ്റുമതി	ഇറക്കുമതി
1993-94	698	731
1994–95	827	900
1995–96	1064	1227
1996–97	1188	1389
1997–98	1301	1542
1998-99	1398	1783
1999-2000	1591	2155
2000-01	2036	2309
2001-02	2090	2452
2002-03	2549	2964
2003-04	2934	3591
2004-05	3753	5011
2005-06	4564	6604
2006-07	5718	8815
2007-08	6559	10123
2008-09	8408	13744
2009-10	8455	13637
2010-11`	11370	16835
2011-12	14660	23455
2012-13	16343	26692
2013-14	19050	27154



ചിത്രം 4.9. പട്ടിക 4.11 ൽ തന്നിട്ടുള്ള കാലശ്രേണി ദത്തങ്ങൾ കാണിക്കുന്ന ഗണിതരേഖാ ഗ്രാഫ്.

6. ഉപസംഹാരം

വിവരണാത്മകരീതി, പട്ടികപ്പെടുത്തൽ, രേഖാചിത്രീകരണം എന്നിങ്ങനെ ദത്താവതരണത്തിന്റെ വിവിധ രൂപങ്ങളുപയോഗിച്ച് എപ്രകാരം ദത്തങ്ങളെ അവതരിപ്പിക്കാമെന്ന് നിങ്ങൾക്ക് പഠിക്കാൻ സാധിച്ചിട്ടുണ്ട്. കൂടാതെ ദത്തങ്ങളുടെ അവതരണത്തിന്റെ ഏറ്റവും മികച്ച രീതി തിരഞ്ഞെടുക്കാനും തന്നിരിക്കുന്ന ദത്തങ്ങൾക്ക് അനുയോജ്യമായ ഡയഗ്രം ഏതെന്ന് തീരുമാനിക്കാനുള്ള കഴിവും നിങ്ങൾ നേടിയിട്ടുണ്ട്. ഇപ്രകാരം ദത്തങ്ങളെ അർഥവത്തായി ഗ്രഹിക്കാവുന്ന തരത്തിൽ ഉദ്ദേശ്യപ്രാപ്തിക്ക് ഉതകും വിധം അവതരിപ്പിക്കാം.

സംഗ്രഹം

- വിപുലമായ ദത്തങ്ങൾ പോലും അവതരണത്തിലൂടെ അർഥവത്താകുന്നു.
- ചെറിയ (കുറഞ്ഞ അളവിലുള്ള) ദത്തങ്ങൾ അവതരിപ്പിക്കുന്നതിന് വിവരണാത്മകരീതിയാണ് നല്ലത്.
- അളവിൽ കൂടുതലുള്ള ദത്തങ്ങൾ പട്ടികകൾ ഉപയോഗിച്ച് അവതരിപ്പിക്കാം. അതിലൂടെ ഒന്നോ അതിലധികമോ ചരങ്ങളുടെ ഏതളവിലുള്ള ദത്തങ്ങളേയും ഉൾക്കൊള്ളിക്കാൻ സാധിക്കും.
- പട്ടികപ്പെടുത്തിയ ദത്തങ്ങളെ ഡയഗ്രങ്ങൾ വഴി അവതരിപ്പിക്കാം. ഇത് അവതരിപ്പിക്കപ്പെട്ട ദത്തങ്ങളെ എളുപ്പത്തിൽ മനസിലാക്കാൻ സഹായിക്കുന്നു.

അഭ്യാസങ്ങൾ

ഒന്നു മുതൽ പത്തു വരെയുള്ള ചോദ്യങ്ങൾക്ക് ശരിയായ ഉത്തരം തിരഞ്ഞെടുത്തെഴുതുക.

1. ബാർ ഡയഗ്രം ഒരു ....
   (i) ഏകമാനഡയഗ്രമാണ്,
   (ii) ദ്വിമാനഡയഗ്രമാണ്,
   (iii) അളവ് ഇല്ലാത്ത ഡയഗ്രമാണ്,
   (iv) മുകളിൽ പറഞ്ഞവ ഒന്നുമല്ല.

2. ഹിസ്റ്റോഗ്രാം ഉപയോഗിച്ച് അവതരിപ്പിക്കപ്പെട്ട ദത്തങ്ങളിൽ നിന്നും കണ്ടെത്തുന്നത് എന്ത്?
   (i) മാധ്യം,
   (ii) ബഹുലകം
   (iii) മധ്യാങ്കം
   (iv) മേൽ പറഞ്ഞവയെല്ലാം.

3. ഏതിനെ ഗ്രാഫിലൂടെ സ്ഥാനനിർണയം ചെയ്യുന്നതിനാണ് ഒജീവുകൾ സഹായകമാകുന്നത് ?
   (i) ബഹുലകം,
   (ii) മാധ്യം,
   (iii) മധ്യാങ്കം,
   (iv) മുകളിൽ പറഞ്ഞവ ഒന്നുമല്ല.

4. ഗണിതരേഖാഗ്രാഫ് വഴി അവതരിപ്പിക്കപ്പെടുന്ന ദത്തങ്ങൾ എന്തിനെ കുറിച്ചുള്ള ധാരണയാണ് നൽകുന്നത് ?
   (i)ദീർഘകാലപ്രവണത,
   (ii)ദത്തങ്ങളിലെ ചാക്രികത,
   (iii)ദത്തങ്ങളിലെ കാലികത,
   (iv)മേൽ പറഞ്ഞവയെല്ലാം.

5. ബാർ ഡയഗ്രത്തിലെ ബാറുകളുടെ വീതി തുല്യമാകണമെന്നില്ല. (ശരി/തെറ്റ്).

6. ഹിസ്റ്റോഗ്രാമിലെ ദീർഘചതുരങ്ങളുടെ വീതി തുല്യമായിരിക്കേണ്ടതാണ്. (ശരി/തെറ്റ്).

7. ദത്തങ്ങളുടെ വർഗീകരണത്തിൽ തുടർച്ചയുണ്ടെങ്കിൽ മാത്രമേ ഹിസ്റ്റോഗ്രാം രൂപീകരിക്കാനാവൂ. (ശരി/തെറ്റ്).

8. ഹിസ്റ്റോഗ്രാം, കോളം ഡയഗ്രം എന്നിവ ദത്തങ്ങളുടെ ഒരേ രീതിയിലുള്ള അവതരണമാതൃകകളാണ്. (ശരി/തെറ്റ്).

9. ഹിസ്റ്റോഗ്രാമിന്റെ സഹായത്തോടെ ഒരു ആവൃത്തിവിതരണത്തിന്റെ ബഹുലകം അറിയാൻ സാധിക്കും. (ശരി/തെറ്റ്).

10. ഒജീവുകളിൽ നിന്ന് ഒരു ആവൃത്തിവിതരണത്തിന്റെ മധ്യാങ്കം അറിയാൻ കഴിയില്ല. (ശരി/തെറ്റ്).

11. താഴെപ്പറയുന്നവയെ അവതരിപ്പിക്കുന്നതിന് ഏതുതരത്തിലുള്ള ഡയഗ്രങ്ങളാണ് കൂടുതൽ ഫലപ്രദം ?

    (i) ഒരു വർഷത്തെ പ്രതിമാസമഴ ലഭ്യത
    (ii) ഡൽഹിജനതയുടെ മതത്തിന്റെ അടിസ്ഥാനത്തിലുള്ള ഘടന,
    (iii) ഒരു ഫാക്ടറിയിലെ ചെലവിന്റെ ഘടകങ്ങൾ,

12. ഉദാഹരണം 4.2-ൽ കാണിച്ചതുപോലെ നഗരങ്ങളിലെ തൊഴിൽ രഹിതരുടെ എണ്ണത്തിലുണ്ടാകുന്ന വർധനവിനും ഇന്ത്യയിലെ താഴ്ന്നതോതിലുള്ള നഗരവൽക്കരണത്തിനും ഊന്നൽ നൽകിക്കൊണ്ട് ഇവ അവതരിപ്പിക്കാൻ നിങ്ങൾ ആഗ്രഹിക്കുന്നു എന്ന് കരുതുക. പട്ടികാരൂപത്തിൽ നിങ്ങൾക്ക് ഇതെങ്ങനെ ചെയ്യാൻ സാധിക്കും?

13. ഒരു ആവൃത്തിപ്പട്ടികയിലെ തുല്യമായ ക്ലാസ് അന്തരത്തോട് തുല്യമല്ലാത്ത ക്ലാസ് അന്തരത്തോട് ഉപമിക്കുമ്പോൾ ഒരു ഹിസ്റ്റോഗ്രാം വരയ്ക്കുന്ന പ്രക്രിയ എത്രത്തോളം വ്യത്യാസപ്പെട്ടിരിക്കുന്നു?

14. ഇന്ത്യൻ ഷുഗർ മിൽസ് അസോസിയേഷൻ റിപ്പോർട്ട് ചെയ്തതനുസരിച്ച്, 2001 ഡിസംബറിലെ ആദ്യ 14 ദിവസങ്ങളിലെ പഞ്ചസാര ഉത്പാദനം 387000 ടൺ ആയിരുന്നുവെങ്കിൽ 2000-ലെ ഇതേ 14 ദിവസ കാലയളവിലെ പഞ്ചസാര ഉത്പാദനം 378000 ടൺ മാത്രമായിരുന്നു. 2001 ഡിസംബറിലെ ആദ്യ പതിനാലുദിവസങ്ങളിൽ ഫാക്ടറിയിൽ നിന്നും ആഭ്യന്തര ഉപഭോഗത്തിനായി എടുക്കപ്പെട്ട പഞ്ചസാര 283000 ടൺ ആയിരുന്നു. 41000 ടൺ പഞ്ചസാര കയറ്റുമതി ചെയ്തു. അതേസമയം, മുൻ വർഷത്തെ ഇതേ കാലയളവിൽ ആഭ്യന്തര ഉപഭോഗത്തിനായി എടുത്തത് 154000 ടൺ പഞ്ചസാരയും കയറ്റുമതി പൂജ്യവുമായിരുന്നു.

    (i) ദത്തങ്ങളെ പട്ടികാരൂപത്തിൽ അവതരിപ്പിക്കുക.
    (ii) ഈ ദത്തങ്ങളെ രേഖാചിത്രീകരണത്തിലൂടെ അവതരിപ്പിക്കാൻ ആവശ്യപ്പെട്ടാൽ നിങ്ങൾ ഏത് ഡയഗ്രമാണ് തിരഞ്ഞെടുക്കുക? എന്തുകൊണ്ട് ?
    (iii) ഈ ദത്തങ്ങളെ ഡയഗ്രരൂപത്തിൽ അവതരിപ്പിക്കുക.

15. ഘടകചെലവ് പ്രകാരമുള്ള GDP യിൽ കണക്കാക്കപ്പെട്ട മേഖലാടിസ്ഥാനത്തിലുള്ള യഥാർഥ വളർച്ചാനിരക്കുകൾ (മുൻ വർഷത്തേതിൽ നിന്നുള്ള ശതമാനമാറ്റം) ആണ് താഴെയുള്ള പട്ടിക സൂചിപ്പിക്കുന്നത്.

വർഷം	കൃഷിയും അനുബന്ധ മേഖലകളും	വ്യവസായം മേഖല	സേവനം മേഖല
1994–95	5.0	9.2	7.0
1995–96	–0.9	11.8	10.3
1996–97	9.6	6.0	7.1
1997–98	–1.9	5.9	9.0
1998–99	7.2	4.0	8.3
1999–2000	0.8	6.9	8.2

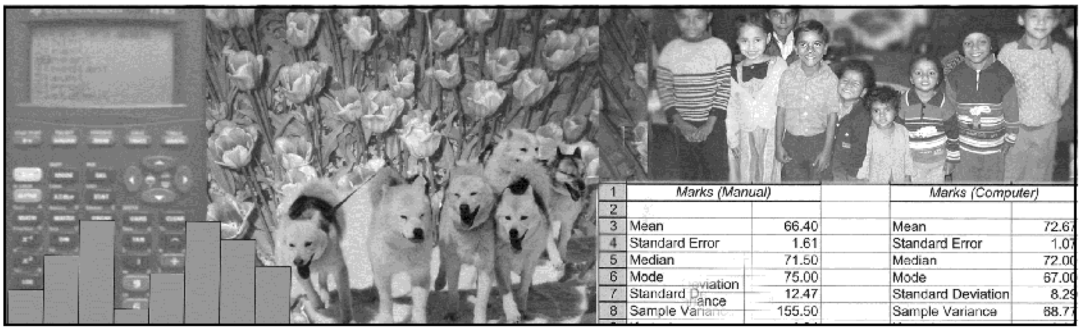
ദത്തങ്ങളെ ബഹുഇന, കാലശ്രേണീഗ്രാഫുകളായി അവതരിപ്പിക്കുക.

G8X2T7

അധ്യായം 5

കേന്ദ്രപ്രവണതാമാനകങ്ങൾ

(Measures of Central Tendency)



പഠനനേട്ടങ്ങൾ

- ഒരൊറ്റ സംഖ്യ ഉപയോഗിച്ച് ഒരു കൂട്ടം ദത്തങ്ങളെ സംഗ്രഹിക്കേണ്ടതിന്റെ ആവശ്യകത മനസ്സിലാക്കുന്നു.
- വിവിധതരം ശരാശരികൾ മനസ്സിലാക്കാനും വിവേചിച്ചറിയാനും കഴിയുന്നു.
- വിവിധതരത്തിലുള്ള ശരാശരികളെ കണക്കാക്കാൻ പഠിക്കുന്നു.
- ഒരു കൂട്ടം ദത്തങ്ങളിൽ നിന്ന് അർഥപൂർണമായ നിഗമനത്തിലെത്താൻ കഴിയുന്നു.
- ഒരു പ്രത്യേക സന്ദർഭത്തിൽ ഏത് തരം ശരാശരിയാണ് കൂടുതൽ ഉപയോഗപ്രദമാവുക എന്നതിനെക്കുറിച്ച് ധാരണ ഉണ്ടാകുന്നു.

1. ആമുഖം

കഴിഞ്ഞ അധ്യായത്തിൽ ദത്തങ്ങളുടെ പട്ടികാരൂപത്തിലും ഗ്രാഫ്‌രൂപത്തിലുമുള്ള അവതരണത്തെക്കുറിച്ച് നാം വായിച്ചു. ഈ അധ്യായത്തിൽ കേന്ദ്രപ്രവണതാമാനകങ്ങളെക്കുറിച്ചാണ് പഠിക്കുക. അത് ദത്തങ്ങളെ സംക്ഷിപ്തമായി വിശദീകരിക്കുന്നതിനുള്ള സംഖ്യാപരമായ ഒരു രീതിയാണ്. ഒരു ക്ലാസിലെ വിദ്യാർഥികൾ ഒരു പരീക്ഷയിൽ നേടിയ ശരാശരി മാർക്ക്, ഒരു പ്രദേശത്തെ ശരാശരി മഴ, ഒരു ഫാക്ടറിയിലെ ശരാശരി ഉത്പാദനം, ഒരു പ്രദേശത്തെ വ്യക്തികളുടേയോ ഒരു സ്ഥാപനത്തിലെ തൊഴിലാളികളുടേയോ ശരാശരി വരുമാനം തുടങ്ങിയ നിത്യജീവിതത്തിലെ വലിയൊരുകൂട്ടം ദത്തങ്ങളെ സംഗ്രഹിക്കുന്നതിന്റെ ഉദാഹരണങ്ങൾ ഈ അധ്യായത്തിൽ നിന്നും മനസ്സിലാക്കാം.

ബൈജു ഒരു കൃഷിക്കാരനാണ്. കേരളത്തിൽ കോഴിക്കോട് ജില്ലയിലെ ഒരു ഗ്രാമത്തിലുള്ള തന്റെ കൃഷിയിടത്തിൽ അയാൾ ഭക്ഷ്യധാന്യങ്ങൾ കൃഷി ചെയ്യുന്നു. ഈ ഗ്രാമത്തിൽ 50 ചെറുകിടകർഷകരുണ്ട്. ബൈജുവിന് ഒരേക്കർ ഭൂമിയുണ്ട്. ഈ ഗ്രാമത്തിലെ ചെറുകിട കർഷകരുടെ സാമ്പത്തികസ്ഥിതിയെക്കുറിച്ചറിയാൻ ശ്രമിക്കാം. ബൈജുവിന്റെ സാമ്പത്തികസ്ഥിതി താരതമ്യം ചെയ്യാൻ നിങ്ങൾ അയാളുടെ കൈവശഭൂമിയുടെ വലുപ്പത്തെ മറ്റു കർഷകരുടെ കൈവശഭൂമിയുടെ വലുപ്പവുമായി താരതമ്യം ചെയ്യേണ്ടതുണ്ട്. ബൈജുവിന്റെ ഉടമസ്ഥതയിലുള്ള ഭൂമി താഴെ പറയുന്നവയിൽ ഏതിൽപ്പെടുന്നുവെന്നറിയാൻ നിങ്ങൾക്ക് താല്പര്യമുണ്ടായേക്കാം.

1. സാധാരണ അർഥത്തിൽ ശരാശരിക്കുമീതെ (സമാന്തരമാധ്യം കാണുക)
2. കർഷകരിൽ പകുതിപ്പേരുടെ ഉടമസ്ഥതയിലുള്ള ഭൂമിയേക്കാൾ വലുത് (മധ്യാങ്കം കാണുക)
3. കർഷകരിൽ മിക്കവരുടേയും ഉടമസ്ഥതയിലുള്ള ഭൂമിയേക്കാൾ കൂടുതൽ (ബഹുലകം കാണുക)

ബൈജുവിന്റെ ആപേക്ഷികസാമ്പത്തികസ്ഥിതി വിലയിരുത്താൻ ഗ്രാമങ്ങളിലെ കർഷകരുടെ കൈവശമുള്ള ഭൂമിയുടെ അളവ് കാണിക്കുന്ന മൊത്തം ദത്തങ്ങളെയും സംഗ്രഹിക്കേണ്ടതുണ്ട്. കേന്ദ്രപ്രവണതയുടെ ഉപയോഗത്തിലൂടെ ഇത് സാധ്യമാകും. കേന്ദ്രപ്രവണത മൊത്തം മൂല്യങ്ങളേയും പ്രതിനിധീകരിക്കുന്ന ഒരൊറ്റ മൂല്യത്തിലൂടെ ദത്തങ്ങളെ സംഗ്രഹിക്കുന്നു. കേന്ദ്രപ്രവണത കണക്കാക്കൽ എന്നത് ഒരു സാധാരണമൂല്യം അഥവാ പ്രാതിനിധ്യമൂല്യത്തിന്റെ രൂപത്തിൽ ദത്തങ്ങളെ സംഗ്രഹിക്കുന്ന രീതിയാണ്.

കേന്ദ്രപ്രവണതയുടെ അഥവാ ശരാശരികളുടെ വിവിധ തരത്തിലുള്ള സാംഖ്യക അളവുകളുണ്ട്. സാധാരണ ഉപയോഗിച്ചു വരുന്ന മൂന്നു ശരാശരികൾ ഇവയാണ്:

- സമാന്തരമാധ്യം
- മധ്യാങ്കം
- ബഹുലകം

ജ്യാമിതീയമാധ്യം (Geometric Mean) സന്തുലിതമാധ്യം (Harmonic Mean) എന്നിങ്ങനെ മറ്റ് രണ്ടു തരം ശരാശരികൾ കൂടി ഉണ്ടെന്ന കാര്യം നിങ്ങൾ മനസ്സിലാക്കണം. ചില സാഹചര്യങ്ങളിൽ ഇവ അനുയോജ്യമായിരിക്കും. എന്നിരുന്നാലും ഇപ്പോഴത്തെ ചർച്ച മുകളിൽ സൂചിപ്പിച്ച മൂന്നു ശരാശരികളിൽ പരിമിതപ്പെടുന്നു.

2. സമാന്തരമാധ്യം (Arithmetic Mean)

ആറു കുടുംബങ്ങളുടെ മാസവരുമാനം (രൂപയിൽ) തന്നിരിക്കുന്നു എന്നു കരുതുക.

1600, 1500, 1400, 1525, 1625, 1630.

കുടുംബങ്ങളുടെ മാധ്യവരുമാനം കണക്കാക്കുന്നതിന് വരുമാനങ്ങളുടെ തുകയെ കുടുംബങ്ങളുടെ എണ്ണം കൊണ്ട് ഹരിക്കുന്നു.

$$= \frac{1600+1500+1400+1525+1625+1630}{6}$$

$= ₹\ 1{,}547$

ഒരുകുടുംബത്തിന് ശരാശരി ₹ 1547 ലഭിക്കുന്നു എന്നാണ് ഇത് സൂചിപ്പിക്കുന്നത്.

സർവസാധാരണമായി ഉപയോഗിക്കുന്ന കേന്ദ്രപ്രവണതാമാനകമാണ് സമാന്തരമാധ്യം. എല്ലാ നിരീക്ഷണങ്ങളുടേയും

ആകെത്തുകയെ നിരീക്ഷണങ്ങളുടെ എണ്ണംകൊണ്ട് ഹരിച്ചത് എന്നതാണ് സമാന്തരമാധ്യത്തിന്റെ നിർവചനം. മാധ്യത്തെ സൂചിപ്പിക്കാൻ സാധാരണയായി $\overline{X}$ ഉപയോഗിക്കുന്നു. പൊതുവെ പറഞ്ഞാൽ $X_1, X_2, X_3, ..., X_n$ എന്നിവ നിരീക്ഷണങ്ങളും N എണ്ണവുമാണെങ്കിൽ സമാന്തരമാധ്യം ഇപ്രകാരമാണ്.

$$\overline{X} = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + ... + X_n}{N} = \frac{\sum X}{N}$$

ഇവിടെ, $\sum X$ എല്ലാ നിരീക്ഷണങ്ങളുടേയും ആകെത്തുകയും N നിരീക്ഷണങ്ങളുടെ ആകെ എണ്ണവുമാണ്.

സമാന്തരമാധ്യം കണക്കുകൂട്ടുന്നതെങ്ങനെ? (How Arithmetic Mean is Calculated?)

സമാന്തരമാധ്യം കണ്ടെത്തുന്ന വിധം രണ്ട് വിശാലവിഭാഗങ്ങളിലായി പഠിക്കാം.

1. ഗ്രൂപ്പുകളാക്കി തിരിക്കാത്ത ദത്തങ്ങളുടെ സമാന്തരമാധ്യം.
2. ഗ്രൂപ്പുകളാക്കിയുള്ള ദത്തങ്ങളുടെ സമാന്തരമാധ്യം.

ഗ്രൂപ്പുകളാക്കി തിരിക്കാത്ത ദത്തശ്രേണികളുടെ സമാന്തരമാധ്യം (Arithmetic Mean for Series of Ungrouped Data)

പ്രത്യക്ഷരീതി (Direct Method)

പ്രത്യക്ഷരീതിയനുസരിച്ച് സമാന്തരമാധ്യം എന്നത് ശ്രേണിയിലെ എല്ലാ നിരീക്ഷണങ്ങളുടേയും ആകെത്തുകയെ നിരീക്ഷണങ്ങളുടെ എണ്ണം കൊണ്ട് ഹരിച്ചതാണ്.

ഉദാഹരണം 1

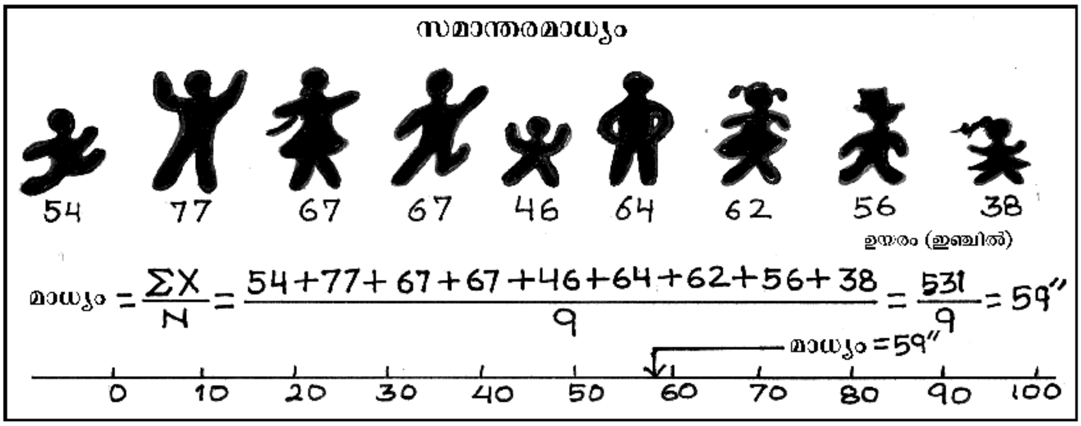
ഒരു ക്ലാസിലെ വിദ്യാർഥികൾ സാമ്പത്തികശാസ്ത്രപരീക്ഷയിൽ നേടിയ മാർക്കുകളെ സൂചിപ്പിക്കുന്ന ദത്തങ്ങളിൽ നിന്ന് സമാന്തരമാധ്യം കണ്ടെത്തുക.

40, 50, 55, 78, 58

$$\overline{X} = \frac{\sum X}{N}$$

$$\frac{40 + 50 + 55 + 78 + 58}{5} = 56.2$$

സാമ്പത്തികശാസ്ത്രപരീക്ഷയിൽ കുട്ടികൾക്ക് ലഭിച്ച ശരാശരിമാർക്ക് 56.2 ആണ്.



അഭ്യൂഹമാധ്യരീതി (Assumed Mean Method)

ദത്തങ്ങളിലെ നിരീക്ഷണങ്ങളുടെ അഥവാ സംഖ്യകളുടെ എണ്ണം വളരെ കൂടുതലാവുകയോ സംഖ്യകൾ വലുതാവുകയോ ചെയ്താൽ പ്രത്യക്ഷരീതി ഉപയോഗിച്ച് സമാന്തരമാധ്യം കാണുക പ്രയാസമാണ്. അപ്പോൾ അഭ്യൂഹമാധ്യരീതി ഉപയോഗിച്ച് കണക്കുകൂട്ടൽ എളുപ്പമാക്കാം.

കൂടുതൽ നിരീക്ഷണങ്ങളും വലിയ സംഖ്യകളും ഉൾപ്പെടുന്ന ഒരു കൂട്ടം ദത്തങ്ങളിൽ നിന്നും മാധ്യം കാണുമ്പോഴുള്ള സമയനഷ്ടം ഒഴിവാക്കാൻ അഭ്യൂഹമാധ്യരീതി ഉപയോഗിക്കാവുന്നതാണ്. ഇവിടെ നിങ്ങൾ അനുഭവത്തിന്റെയോ യുക്തിയുടേയോ വെളിച്ചത്തിൽ ഒരു നിശ്ചിത സംഖ്യയെ മാധ്യമാണെന്ന് സങ്കൽപിക്കുന്നു. അതിനുശേഷം ഓരോ നിരീക്ഷണത്തിൽ നിന്നുമുള്ള അഭ്യൂഹമാധ്യത്തിന്റെ വ്യതിയാനം അളക്കുന്നു. ഇപ്രകാരം ലഭിച്ച വ്യതിയാനങ്ങളുടെ തുകയെ നിരീക്ഷണങ്ങളുടെ എണ്ണം കൊണ്ട് ഹരിക്കുന്നു. വ്യതിയാനങ്ങളുടെ തുകയ്ക്ക് നിരീക്ഷണങ്ങളുടെ എണ്ണത്തോടുള്ള അനുപാതവും അഭ്യൂഹമാധ്യവും തമ്മിൽ കൂട്ടിയാണ് യഥാർഥത്തിലുള്ള സമാന്തരമാധ്യം കണക്കാക്കുന്നത്. പ്രതീകാത്മകമായി,

A = അഭ്യൂഹമാധ്യം
X = വ്യക്തിഗതനിരീക്ഷണങ്ങൾ
N = നിരീക്ഷണങ്ങളുടെ ആകെ എണ്ണം
d = വ്യക്തിഗത നിരീക്ഷണങ്ങളിൽ നിന്നുമുള്ള അഭ്യൂഹമാധ്യത്തിന്റെ വ്യതിയാനം, $d = X - A$

എല്ലാ വ്യതിയാനങ്ങളുടേയും തുകയെ ഇപ്രകാരം കാണിക്കുന്നു,

$$\Sigma d = \Sigma (X - A)$$

$$\frac{\sum d}{N}$$ കാണുക

$\overline{X}$ ലഭിക്കുന്നതിനായി A യും $\frac{\sum d}{N}$ ഉം തമ്മിൽ കൂട്ടുക

$$\overline{X} = A + \frac{\sum d}{N}$$

ദത്തങ്ങളിൽ ഉൾപ്പെടുന്നതോ അല്ലാത്തതോ ആയ ഏത് മൂല്യത്തേയും അഭ്യൂഹമാധ്യമായി എടുക്കാവുന്നതാണെന്ന് നിങ്ങൾ ഓർക്കണം. എന്നിരുന്നാലും, കണക്കുകൂട്ടൽ ലളിതമാക്കുന്നതിനായി ദത്തങ്ങളിലെ മാധ്യത്തിലുള്ള മൂല്യത്തെ അഭ്യൂഹമാധ്യമായി എടുക്കാം.

ഉദാഹരണം 2

താഴെക്കാണുന്ന ദത്തങ്ങൾ 10 കുടുംബങ്ങളുടെ പ്രതിവാരവരുമാനത്തെ കാണിക്കുന്നു.

കുടുംബങ്ങൾ :

A B C D E F G H I J

പ്രതിവാര വരുമാനം(രൂപ):

850 700 100 750 5000 80 420 2500 400 360

കുടുംബങ്ങളുടെ മാധ്യവരുമാനം കാണുക.

പട്ടിക 5.1
അഭ്യൂഹമാധ്യരീതി ഉപയോഗിച്ച്
സമാന്തരമാധ്യം കണ്ടെത്തുന്ന വിധം

കുടുംബങ്ങൾ	വരുമാനം (X)	d = X – 850	d' = (X – 850)/10
A	850	0	0
B	700	–150	–15
C	100	–750	–75
D	750	–100	–10
E	5000	+4150	+415
F	80	–770	–77
G	420	–430	–43
H	2500	+1650	+165
I	400	–450	–45
J	360	–490	–49
	11160	+2660	+266

അഭ്യൂഹമാധ്യരീതി ഉപയോഗിച്ചുള്ള സമാന്തര മാധ്യം (Arithmetic Mean using Assumed Mean method)

$$\overline{X} = A + \frac{\sum d}{N} = 850 + (2{,}660)/10$$

$= ₹\ 1{,}116$

രണ്ടു രീതിയിൽ കണക്കാക്കിയാലും കുടുംബങ്ങളുടെ ശരാശരി പ്രതിവാരവരുമാനം 1,116 രൂപയാണ്. പ്രത്യക്ഷരീതി ഉപയോഗിച്ചും ഇത് പരിശോധിക്കാവുന്നതാണ്.

പാദവ്യതിയാനരീതി (Step Deviation Method)

നിരീക്ഷണങ്ങളിൽ നിന്നുള്ള അഭ്യൂഹമാധ്യത്തിന്റെ എല്ലാ വ്യതിയാനങ്ങളേയും 'c' എന്ന പൊതുഘടകം ഉപയോഗിച്ച് ഹരിച്ചാൽ മാധ്യം കണക്കുകൂട്ടുന്നത് പിന്നെയും ലളിതമാക്കാൻ സാധിക്കും. വലിയ സംഖ്യകളെ ഒഴിവാക്കുകയാണ് ഇതിന്റെ ലക്ഷ്യം. d = X – A വലിയ സംഖ്യയാണെങ്കിൽ d' ന്റെ മൂല്യം കാണണം. ഇത് താഴെപറയും പ്രകാരം ചെയ്യാം.

$$d' = \frac{d}{c} = \frac{X - A}{c}$$

സൂത്രവാക്യം താഴെക്കൊടുക്കുന്നു

$$\overline{X} = A + \frac{\sum d'}{N} \times c$$

ഇവിടെ,

$$d' = \frac{X - A}{c}$$

c = പൊതുഘടകം

N = നിരീക്ഷണങ്ങളുടെ എണ്ണം

A = അഭ്യൂഹമാധ്യം

ഇപ്രകാരം ഉദാഹരണം 2- ൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്ന ദത്തങ്ങളുടെ സമാന്തര മാധ്യം പാദവ്യതിയാനരീതി ഉപയോഗിച്ച് കാണാൻ കഴിയും .

$$\overline{X} = 850 + (266/10) \times 10 = ₹\ 1{,}116$$

ഗ്രൂപ്പുകളാക്കി തിരിച്ച ദത്തങ്ങളുടെ മാധ്യം കാണുന്ന വിധം (Calculation of Arithmetic Mean for Grouped Data)

അസന്തതശ്രേണി (Discrete Series)

a) പ്രത്യക്ഷരീതി (Direct Method)

അസന്തതശ്രേണിയുടെ കാര്യത്തിൽ ഓരോ നിരീക്ഷണത്തിനും എതിരെയുള്ള ആവൃത്തിയെ അതാത് നിരീക്ഷണം കൊണ്ട് ഗുണിക്കുന്നു. അപ്രകാരം ലഭിക്കുന്ന മൂല്യങ്ങളുടെ തുക കണ്ട് അതിനെ ആവൃത്തികളുടെ മൊത്തം എണ്ണം കൊണ്ട് ഹരിക്കുന്നു. പ്രതീകാത്മകമായി,

$$\overline{X} = \frac{\sum f X}{\sum f}$$

ഇവിടെ,

$\sum f X$ = ചരങ്ങളുടേയും ആവൃത്തികളുടേയും ഗുണനഫലങ്ങളുടെ തുക

$\sum f$ = ആവൃത്തികളുടെ തുക

ഉദാഹരണം 3

ഒരു ഹൗസിംഗ്കോളനിയിലെ പ്ലോട്ടുകൾ 3 വ്യത്യസ്ത വലുപ്പത്തിൽ ഉള്ളവയാണ്. 100 ച.മീ; 200 ച.മീ;; 300 ച.മീ; എന്നിങ്ങനെ. കൂടാതെ പ്ലോട്ടുകളുടെ എണ്ണം യഥാക്രമം 200, 50, 10 എന്നിങ്ങനെയാണ്.

പട്ടിക 5.2
പ്രത്യക്ഷരീതി ഉപയോഗിച്ച് സമാന്തരമാധ്യം കണ്ടെത്തുന്ന വിധം

പ്ലോട്ടുകളുടെ വലുപ്പം ച.മീ. (X)	പ്ലോട്ടുകളുടെ എണ്ണം (f)	fX	$d' = \frac{X - 200}{100}$	fd'
100	200	20000	-1	-200
200	50	10000	0	0
300	10	3000	+1	10
	260	33000	0	-190

പ്രത്യക്ഷരീതി ഉപയോഗിച്ചുള്ള സമാന്തരമാധ്യം,

$$\overline{X} = \frac{\sum f X}{\sum f} = \frac{33000}{260} = 126.92 \text{ ച.മീ.}$$

ആകയാൽ, ഹൗസിംഗ് കോളനിയിലെ പ്ലോട്ടുകളുടെ ശരാശരി വലുപ്പം 126.92 ച.മീറ്ററാണ്.

b) അഭ്യൂഹമാധ്യരീതി
(Assumed Mean Method)

വ്യക്തിഗതശ്രേണിയിലേതു പോലെ, ലളിതമായ ഭേദഗതിയോടെയുള്ള കണക്കാക്കൽ അഭ്യൂഹമാധ്യരീതി ഉപയോഗിച്ച് മുൻപു വിവരിച്ചതു പോലെ എളുപ്പമാക്കാൻ സാധിക്കും. ഓരോ ഇനത്തിന്റെയും ആവൃത്തി (f) തന്നിരിക്കുന്നതിനാൽ fd ലഭിക്കുന്നതിനായി ഓരോ വ്യതിയാനത്തേയും ആവൃത്തികൊണ്ട് ഗുണിക്കുന്നു. ശേഷം $\sum fd$ കാണുന്നു. അടുത്തതായി എല്ലാ ആവൃത്തികളുടേയും തുക ($\sum f$) കണ്ടുപിടിക്കണം. പിന്നീട് $\frac{\sum fd}{\sum f}$ കാണുക. അവസാനമായി സമാന്തരമാധ്യം അഭ്യൂഹമാധ്യരീതി ഉപയോഗിച്ച് കണക്കുകൂട്ടുന്നു.

$$\overline{X} = \frac{\sum f d}{\sum f}$$

c) പാദവ്യതിയാനരീതി (Step Deviation Method)

കണക്കുകൂട്ടൽ ലളിതമാക്കാനായി നാം വ്യതിയാനങ്ങളെ പൊതുഘടകമായ 'c' കൊണ്ട് ഹരിക്കുന്നു. സംഖ്യകളുടെ വലുപ്പം കുറച്ച്, കൂടുതൽ എളുപ്പത്തിൽ കണക്കുകൂട്ടാനാണ് d' കാണുന്നത്.

$$d' = \frac{d}{c} = \frac{X - A}{c}$$

അതിനുശേഷം fd' ഉം $\sum fd'$ ഉം കാണുന്നു. പാദവ്യതിയാനരീതി ഉപയോഗിച്ച് സമാന്തരമാധ്യം കണ്ടുപിടിക്കുന്നതിനുള്ള സൂത്രവാക്യം താഴെക്കൊടുക്കുന്നു.

$$\overline{X} = \frac{\sum f d'}{\sum f} \times c$$

പ്രവർത്തനം

- ഉദാഹരണം 3-ൽ തന്നിരിക്കുന്ന ദത്തങ്ങളിൽ നിന്ന് ഹൗസ് പ്ലോട്ടുകളുടെ ശരാശരി വലുപ്പം പാദവ്യതിയാനരീതി, അഭ്യൂഹ മാധ്യരീതി എന്നിവ ഉപയോഗിച്ച് കണ്ടെത്തുക.

സന്തതശ്രേണി (Continuous Series)

ഇവിടെ ക്ലാസ് ഇടവേള തന്നിട്ടുണ്ടാവും. സന്തതശ്രേണിയിൽ സമാന്തരമാധ്യം കാണുന്ന പ്രക്രിയ അസന്തതശ്രേണിയിലേതുപോലെ തന്നെയാണ്. വിവിധ ക്ലാസ് ഇടവേളകളുടെ മധ്യബിന്ദുക്കൾ എടുക്കുന്നു എന്നതുമാത്രമാണ് വ്യത്യാസം. ക്ലാസ് ഇടവേള ഒഴിവാക്കലോ (Exclusive) ഉൾച്ചേർക്കലോ (Inclusive) തുല്യ അകലത്തിലല്ലാത്തവയോ ആകാം. 0-10,10-20 എന്നിങ്ങനെയുള്ളവ ഒഴിവാക്കൽ രീതിയിലെ ക്ലാസ് ഇടവേളയ്ക്കും 0-9,10-19 എന്നിങ്ങനെ വരുന്നവ ഉൾച്ചേർക്കൽ രീതിയിലെ ക്ലാസ് ഇടവേളയ്ക്കും ഉദാഹരണങ്ങളാണ്. 0-20, 20-50 എന്ന രീതിയിൽ വരുന്നവ തുല്യമല്ലാത്ത ക്ലാസ് ഇടവേളയ്ക്കും ഉദാഹരങ്ങളാണ്. ഇവയിൽ ഏതുതരത്തിലുള്ള ക്ലാസുകളാണെങ്കിലും സമാന്തരമാധ്യം ഒരേ രീതിയിൽ തന്നെയാണ് കണക്കാക്കുന്നത്.

ഉദാഹരണം 4

വിദ്യാർഥികളുടെ ശരാശരി മാർക്കുകൾ (a) പ്രത്യക്ഷരീതി (b) പാദവ്യതിയാനരീതി എന്നിവയിലൂടെ കണ്ടെത്തുക.

(a) പ്രത്യക്ഷരീതി (Direct Method)

മാർക്കുകൾ	0–10	10–20	20–30	30–40	40–50	50–60	60–70
വിദ്യാർഥികളുടെ എണ്ണം	5	12	15	25	8	3	2

പട്ടിക 5.3

എക്സ്ക്ലൂസീവ് ക്ലാസ്ഇടവേളകളായി തന്നിരിക്കുന്നവയിൽനിന്ന് പ്രത്യക്ഷരീതി ഉപയോഗിച്ചു ശരാശരി മാർക്ക് കണ്ടെത്തുന്ന വിധം

മാർക്ക് (x) (1)	വിദ്യാർഥികളുടെ എണ്ണം (f) (2)	മാധ്യ മൂല്യം (m) (3)	fm (2) (3) (4)	$d'=\frac{(m-35)}{10}$ (5)	fd' (6)
0–10	5	5	25	–3	–15
10–20	12	15	180	–2	–24
20–30	15	25	375	–1	–15
30–40	25	35	875	0	0
40–50	8	45	360	1	8
50–60	3	55	165	2	6
60–70	2	65	130	3	6
	70		2110		–34

ഘട്ടങ്ങൾ:

1. ഓരോ ക്ലാസിന്റെയും മധ്യമൂല്യം (m) കാണുക.
2. $\sum fm$ കാണുക. പ്രത്യക്ഷരീതിയുടെ സൂത്രവാക്യം പ്രയോഗിക്കുക

$$\overline{X} = \frac{\sum fm}{\sum sf} = \frac{2110}{70} = 30.14 \text{ മാർക്ക്}$$

(b) പാദവ്യതിയാനരീതി (Step Deviation Method)

1. $d' = \frac{m-A}{c}$
2. A = 35 എന്നെടുക്കുക (ഇഷ്ടമുള്ള ഏതു സംഖ്യയും തെരഞ്ഞെടുക്കാം).

c = പൊതുഘടകം

$$\overline{X} = \frac{\sum fd'}{\sum f} \times c = 35 + \frac{(-34)}{70} \times 10 = 30.14 \text{ മാർക്ക്}$$

മാധ്യത്തിന്റെ രസകരമായ സവിശേഷത (An interesting property of Arithmetic Mean)

സമാന്തരമാധ്യത്തിൽ നിന്നുമുള്ള മൂല്യങ്ങളുടെ വ്യതിയാനങ്ങളുടെ ആകെത്തുക എല്ലായ്പ്പോഴും പൂജ്യമായിരിക്കുമെന്നത് അറിഞ്ഞിരിക്കേണ്ട കൗതുകകരമായ സവിശേഷതയാണ്. ഇത് കണക്കുകൂട്ടലുകൾ പരിശോധിക്കുമ്പോൾ ഉപയോഗപ്രദമാണ്. പ്രതീകാത്മകമായി,

$$\sum(X-\overline{X})=0$$

എന്നിരുന്നാലും അറ്റമൂല്യങ്ങൾ (Extreme values) മാധ്യത്തെ സ്വാധീനിക്കുന്നുണ്ട്. ഏതെങ്കിലും ഒറ്റത്തുള്ള ഏത് വലിയ മൂല്യത്തിനും മാധ്യത്തിന്റെ വില ഉയർത്താനും താഴ്ത്താനും കഴിയും.

പരിഗണനാസമാന്തരമാധ്യം (Weighted Arithmetic Mean)

ചില സന്ദർഭങ്ങളിൽ സമാന്തരമാധ്യം കാണുമ്പോൾ ഇനങ്ങൾക്ക് അവയുടെ പ്രാധാന്യമനുസരിച്ച് പരിഗണന (weight) കൊടുക്കേണ്ടതായി വരും. ഉദാഹരണമായി, മാങ്ങ, ഉരുളക്കിഴങ്ങ് എന്നിങ്ങനെ രണ്ട് സാധനങ്ങൾ ഉണ്ടെന്ന് കരുതുക. നിങ്ങൾക്ക് മാങ്ങയുടേയും (P_1) ഉരുളക്കിഴങ്ങിന്റെയും (P_2) വിലകളുടെ ശരാശരി കാണാൻ താത്പര്യമുണ്ടെങ്കിൽ, സമാന്തരമാധ്യം $\frac{p_1+p_2}{2}$ എന്നായിരിക്കും.

നിങ്ങൾക്ക് ഉരുളക്കിഴങ്ങിന്റെ വിലയിലുള്ള (P_2) വർധനവിന് പ്രാധാന്യം കൊടുക്കണമെങ്കിൽ ഇതിനായി മാങ്ങയുടെ അളവും (w_1) ഉരുളക്കിഴങ്ങിന്റെ അളവും (w_2) പരിഗണന ആയി ഉപയോഗിക്കുന്നു. ഇപ്പോൾ അളവുകളുടെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ പരിഗണന നൽകിയിട്ടുള്ള സമാന്തരമാധ്യം

$$\frac{W_1 P_1 + W_2 P_2}{W_1 + W_2}$$ എന്നായിരിക്കും.

പൊതുവെ പരിഗണനാസമാന്തരമാധ്യത്തെ താഴെപ്പറയും പ്രകാരമാണ് കാണിക്കുന്നത്.

$$\frac{W_1X_1+W_2X_2+....+W_nX_n}{W_1+W_2+....W_n}=\frac{\Sigma WX}{\Sigma W}$$

വിലകൾ ഉയരുമ്പോൾ നിങ്ങളെ സംബന്ധിച്ച് ഏറ്റവും പ്രധാനപ്പെട്ട സാധനങ്ങളുടെ വിലയിലുണ്ടാകുന്ന വർധനവിനെക്കുറിച്ച് അറിയുവാനാണ് താത്പര്യമുണ്ടാവുക. അദ്ധ്യായം 8-ൽ സൂചികാങ്കങ്ങളെക്കുറിച്ചുള്ള ചർച്ചയിൽ ഇതിനെക്കുറിച്ച് നിങ്ങൾ കൂടുതൽ വായിക്കും.

പ്രവർത്തനങ്ങൾ

- താഴെക്കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ഉദാഹരണത്തിൽ സമാന്തരമാധ്യത്തിന്റെ സവിശേഷത (property) പരിശോധിക്കുക.
  X: 4 6 8 10 12
- മുകളിൽത്തന്ന ഉദാഹരണത്തിലെ സമാന്തരമാധ്യത്തിന്റെ മൂല്യത്തിൽ 2 വർധിച്ചു എന്നു കരുതുക. എല്ലാ വ്യക്തിഗതനിരീക്ഷണങ്ങളേയും തുല്യമായാണ് ബാധിച്ചതെങ്കിൽ അവയിൽ എന്ത് മാറ്റമാണ് സംഭവിക്കുക?
- ആദ്യത്തെ മൂന്ന് സംഖ്യകളിൽ 2 വീതം വർധനവുണ്ടായി. മാധ്യം മാറ്റമില്ലാതെ നിൽക്കുന്നുവെങ്കിൽ അവസാനത്തെ

രണ്ട് സംഖ്യകളിൽ എന്ത് മാറ്റമായി രിക്കും ഉണ്ടായിട്ടുണ്ടാവുക ?

- 12 നു പകരം അതിന്റെ സ്ഥാനത്ത് 96 ഉപയോഗിക്കുക. സമാന്തരമാധ്യത്തിന് എന്ത് സംഭവിക്കുന്നു? അഭിപ്രായമെഴുതുക.

3. മധ്യാങ്കം (Median)

ദത്തങ്ങളിലെ അറ്റമൂല്യങ്ങളുടെ (Extreme values)/ഏറ്റവും കുറഞ്ഞതും ഏറ്റവും കൂടിയതുമായ മൂല്യങ്ങളുടെ, സാന്നിധ്യം സമാന്തരമാധ്യത്തെ സ്വാധീനിക്കുന്നു. ദത്തങ്ങളുടെ മധ്യസ്ഥാനത്തെ അടിസ്ഥാനമാക്കിയുള്ള ഒരു കേന്ദ്രപ്രവണതാമാനം എടുക്കുകയാണെങ്കിൽ അതിനെ അറ്റമൂല്യങ്ങൾ സ്വാധീനിക്കുകയില്ല. വിതരണത്തെ രണ്ട് തുല്യഭാഗങ്ങളായി വിഭജിക്കുന്ന സ്ഥാനികമൂല്യമാണ് (Positional Value) മധ്യാങ്കം. ഇതിലെ ഒരു ഭാഗത്തെ മൂല്യങ്ങൾ മധ്യാങ്കത്തിന് തുല്യമോ അതിനേക്കാൾ വലുതോ ആകുമ്പോൾ മറുഭാഗത്തെ മൂല്യങ്ങൾ മധ്യാങ്കത്തിന് തുല്യമോ അതിനേക്കാൾ ചെറുതോ ആയിരിക്കും. ദത്തങ്ങളെ അവയുടെ അളവിന്റെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ ക്രമപ്പെടുത്തിയാൽ അതിന്റെ മധ്യത്തിൽ വരുന്ന മൂല്യമാണ് മധ്യാങ്കം.

മധ്യാങ്കം കണക്കാക്കുന്ന വിധം (Computation of Median)

ദത്തങ്ങളെ ഏറ്റവും ചെറുതിൽ നിന്ന് വലുതിലേക്ക് ക്രമപ്പെടുത്തി എഴുതി അതിന്റെ മധ്യത്തിൽ വരുന്ന മൂല്യത്തെ എടുത്തുകൊണ്ട് മധ്യാങ്കത്തെ എളുപ്പത്തിൽ കാണ്ടെത്താം.

ഉദാഹരണം 5

നമുക്ക് നൽകിയിരിക്കുന്ന ദത്തങ്ങളിലെ നിരീക്ഷണങ്ങൾ ഇവയാണെന്ന് കരുതുക.

5, 7, 6, 1, 8, 10, 12, 4, 3

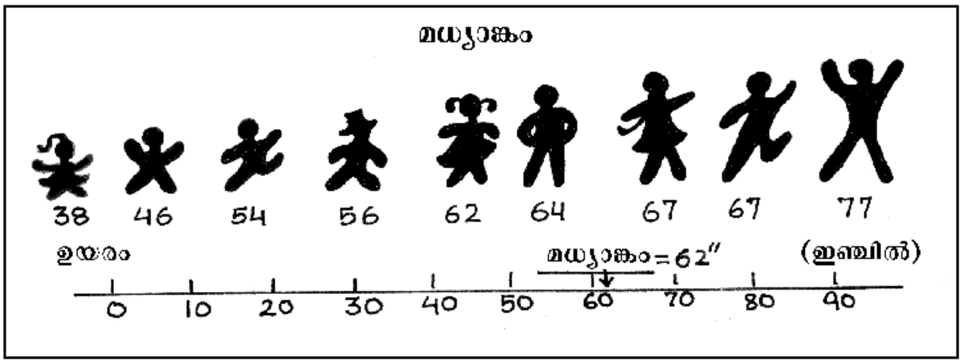
ഇവയെ ആരോഹണക്രമത്തിലാക്കുമ്പോൾ ഇങ്ങനെ ലഭിക്കുന്നു

1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 12

↑

മധ്യമൂല്യം 6 ആണ്. അതിനാൽ മധ്യാങ്കവും 6 ആണ്. പകുതി സംഖ്യകൾ 6 നേക്കാൾ വലുതും പകുതി 6 നേക്കാൾ ചെറുതുമാണ്.

ദത്തങ്ങളിലെ മൂല്യങ്ങളുടെ എണ്ണം ഒരു ഇരട്ടസംഖ്യയാണെങ്കിൽ മധ്യത്തിൽ രണ്ട് നിരീക്ഷണങ്ങൾ ഉണ്ടാകും. അപ്പോൾ മധ്യത്തിൽ വരുന്ന രണ്ട് സംഖ്യകളുടെ മാധ്യമാണ് മധ്യാങ്കം.



ഉദാഹരണം 6

താഴെത്തന്നിരിക്കുന്ന ദത്തങ്ങൾ 20 വിദ്യാർത്ഥികളുടെ മാർക്കുകളെ സൂചിപ്പിക്കുന്നു. മാർക്കുകളുടെ മധ്യാങ്കം കാണുക.

25, 72, 28, 65, 29, 60, 30, 54, 32, 53, 33, 52, 35, 51, 42, 48, 45, 47, 46, 33

ഇവയെ ആരോഹണക്രമത്തിലാക്കുമ്പോൾ,

25, 28, 29, 30, 32, 33, 33, 35, 42, 45, 46, 47, 48, 51, 52, 53, 54, 60, 65, 72

മധ്യത്തിൽ 45, 46 എന്നിങ്ങനെ രണ്ട് നിരീക്ഷണങ്ങളുണ്ടെന്ന് നിങ്ങൾക്ക് കാണാം. ഈ രണ്ട് നിരീക്ഷണങ്ങളുടെയും മാധ്യം എടുത്തുകൊണ്ട് മധ്യാങ്കം കണ്ടെത്താം.

$$\text{മധ്യാങ്കം} = \frac{45+46}{2} = 45.5 \text{ മാർക്ക്}$$

മധ്യാങ്കം കണക്കാക്കുമ്പോൾ അതിന്റെ സ്ഥാനം ഏത് ഇനം അഥവാ ഇനങ്ങളിലാണ് വരുന്നതെന്ന് അറിഞ്ഞിരിക്കേണ്ടത് പ്രധാനമാണ്. മധ്യാങ്കത്തിന്റെ സ്ഥാനം താഴെപ്പറയുന്ന സൂത്രവാക്യം ഉപയോഗിച്ച് കണ്ടെത്താം.

മധ്യാങ്കത്തിന്റെ സ്ഥാനം = $\frac{N+1}{2}$ -ാമത്തെ ഇനം. ഇവിടെ,

N = ഇനങ്ങളുടെ എണ്ണം

ഇനങ്ങളുടെ ക്രമമാക്കിയ ശ്രേണിയിലുള്ള മധ്യാങ്കത്തിന്റെ സ്ഥാനം മാത്രമേ മുകളിൽ പറഞ്ഞിരിക്കുന്ന സൂത്രവാക്യത്തിലൂടെ നമുക്ക് ലഭിക്കുകയുള്ളൂ. അത് മധ്യാങ്കമല്ല എന്നത് ശ്രദ്ധിക്കേണ്ടതാണ്. മധ്യാങ്കം താഴെക്കാണുന്ന സൂത്രവാക്യം ഉപയോഗിച്ച് കണക്കാക്കുന്നു.

മധ്യാങ്കം = $\frac{N+1}{2}$ -ാമത്തെ ഇനത്തിന്റെ വലുപ്പം.

അസന്തതശ്രേണി (Discrete Series)

അസന്തതശ്രേണിയിൽ മധ്യാങ്കത്തിന്റെ സ്ഥാനം, അതായത് $\frac{N+1}{2}$ -ാമത്തെ ഇനം കണ്ടെത്തുന്നത് സഞ്ചിതാവൃത്തി (Cumulative frequency) യിലൂടെയാണ്. സഞ്ചിതാവൃത്തിയുടെ സ്ഥാനത്തോട് യോജിച്ചു വരുന്ന മൂല്യമാണ് മധ്യാങ്കം.

ഉദാഹരണം 7

വ്യക്തികളുടെ എണ്ണവും അവരുടെ യഥാക്രമത്തിലുള്ള വരുമാനവും (രൂപ) കാണിക്കുന്ന ആവൃത്തിവിതരണമാണ് തന്നിരിക്കുന്നത്.

മധ്യാങ്കവരുമാനം കണക്കാക്കുക.

വരുമാനം (രൂപ) :	10	20	30	40
വ്യക്തികളുടെ എണ്ണം :	2	4	10	4

മധ്യാങ്കവരുമാനം കണക്കാക്കുന്നതിനായി താഴെ പറയും പ്രകാരം ആവൃത്തിവിതരണം തയ്യാറാക്കാം.

പട്ടിക 5.4
അസന്തതശ്രേണിയിലുള്ള ദത്തങ്ങളുടെ മധ്യാങ്കം കണക്കാക്കുന്ന വിധം

വരുമാനം (രൂപ)	വ്യക്തികളുടെ എണ്ണം (f)	സഞ്ചിതാവൃത്തി (cf)
10	2	2
20	4	6
30	10	16
40	4	20

മധ്യാങ്കത്തിന്റെ സ്ഥാനം $\frac{N+1}{2} = \frac{20+1}{2}$ = 10.5-ാമത്തെ നിരീക്ഷണത്തിലാണ്. ഇതിന്റെ സ്ഥാനനിർണയം സഞ്ചിതാവൃത്തി ഉപയോഗിച്ച് എളുപ്പത്തിൽ ചെയ്യാവുന്നതാണ്. 10.5-ാമത്തെ നിരീക്ഷണം 16 എന്ന സഞ്ചിതാവൃത്തിയിൽ (CF-Cumulatie Frequency) ൽ ആണ് വരുന്നത്. ഇതിനോട് യോജിച്ചുവരുന്ന വരുമാനം 30 രൂപയാണ്. അതിനാൽ മധ്യാങ്കം 30 രൂപയാണ്.

സന്തതശ്രേണി (Continuous Series)

സന്തതശ്രേണിയിൽ (N/2)-ാമത്തെ ഇനം ഉൾപ്പെടുന്നത് ഏതിലാണോ അതാണ് മധ്യാങ്കക്ലാസ്. ഇവിടെ (N+1)/2 - ാമത്തെ ഇനം അല്ല ഉപയോഗിക്കുന്നത്. താഴെ കാണും പ്രകാരം മധ്യാങ്കം കണ്ടെത്താം.

$$\text{മധ്യാങ്കം} = L + \frac{\left(\frac{N}{2} - c.f\right)}{f} \times h$$ ഇവിടെ,

L = മധ്യാങ്കക്ലാസിന്റെ താഴ്ന്ന പരിധി,

c.f = മധ്യാങ്കക്ലാസിന് തൊട്ടു മുകളിലുള്ള ക്ലാസിന്റെ സഞ്ചിതാവൃത്തി,

f = മധ്യാങ്കക്ലാസിന്റെ ആവൃത്തി,

h = മധ്യാങ്കക്ലാസിന്റെ ഇടവേള.

ക്ലാസുകളുടെ വലുപ്പം അഥവാ ഇടവേള തുല്യമല്ല എങ്കിലും ഇവിടെ മറ്റ് ക്രമീകരണങ്ങളുടെ ആവശ്യമില്ല.

ഉദാഹരണം 8

ഒരു ഫാക്ടറിയിലെ തൊഴിലാളികളുടെ ദിവസവേതനത്തെയാണ് താഴെയുള്ള ദത്തങ്ങൾ സൂചിപ്പിക്കുന്നത്. ദിവസവേതനങ്ങളുടെ മധ്യാങ്കമൂല്യം കാണക്കാക്കുക.
ദിവസവേതനം (രൂപ):

55-60 50-55 45-50 40-45 35-40 30-35 25-30 20-25

തൊഴിലാളികളുടെ എണ്ണം:

7 13 15 20 30 33 28 14

ഇവിടെ ദത്തങ്ങൾ അവരോഹണ ക്രമത്തിലാണ് തന്നിട്ടുള്ളത്.

മുകളിലെ ഉദാഹരണത്തിൽ (N/2)-ാമത്തെ ഇനം, അതായത് ശ്രേണിയിലെ 160 / 2 = 80-ാമത്തെ ഇനം 35-40 എന്ന ക്ലാസ് ഇടവേളയിലാണ് വരുന്നത്. അതിനാൽ 35-40 ആണ് മധ്യാങ്കക്ലാസ്. മധ്യാങ്കത്തിന്റെ സൂത്രവാക്യം പ്രയോഗിക്കുമ്പോൾ;

പട്ടിക 5.5
സന്തതശ്രേണിയിലുള്ള ദത്തങ്ങളുടെ മധ്യാങ്കം കണക്കാക്കുന്ന വിധം

ദിവസവേതനം (രൂപ)	തൊഴിലാളി-കളുടെ എണ്ണം (f)	സഞ്ചിതാവൃത്തി (cf)
20–25	14	14
25–30	28	42
30–35	33	75
35–40	30	105
40–45	20	125
45–50	15	140
50–55	13	153
55–60	7	160

$$\text{മധ്യാങ്കം} = L + \frac{\left(\frac{N}{2} - c.f\right)}{f} \times h$$

$$= \frac{35 + (80 - 75)}{30} \times (40 - 35)$$

$$= ₹\ 35.83$$

ഇപ്രകാരം ദിവസവേതനത്തിന്റെ മധ്യാങ്കമൂല്യം 35.83 രൂപയാണ്. ഇതിന്റെ അർഥം 50% തൊഴിലാളികൾക്ക് 35.83 രൂപയോ അതിൽത്താഴെയോ വേതനവും ബാക്കിയുള്ള 50% പേർക്ക് 35.83 രൂപയോ അതിലധികമോ വേതനവും ലഭിക്കുന്നു എന്നാണ്.

മധ്യാങ്കം ഒരു കേന്ദ്രപ്രവണതാമാനം എന്ന നിലയിൽ ശ്രേണിയിലെ എല്ലാ മൂല്യങ്ങളോടും സംവേദനക്ഷമമല്ല (not sensitive) എന്നോർക്കണം. ദത്തങ്ങളിലെ മധ്യത്തിലുള്ള ഇനങ്ങളിൽ അത് കേന്ദ്രീകരിച്ചിരിക്കുന്നു.

പ്രവർത്തനങ്ങൾ

- നാലു ശ്രേണികളിലായി മൂല്യങ്ങൾ തന്നിരിക്കുന്നു. ഓരോന്നിന്റെയും മാധ്യം, മധ്യാങ്കം എന്നിവ കാണുക. നിങ്ങൾ എന്താണ് നിരീക്ഷിക്കുന്നത്?

പട്ടിക 5.6
വിവിധ ശ്രേണികളുടെ മാധ്യവും മധ്യാങ്കവും

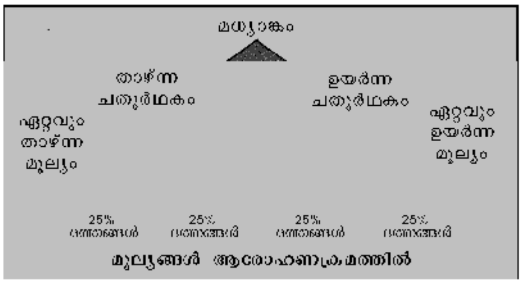
ശ്രേണികൾ	X (ചരമൂല്യങ്ങൾ)	മാധ്യം	മധ്യാങ്കം
A	1,2,3	?	?
B	1, 2, 30	?	?
C	1, 2, 300	?	?
D	1, 2, 3000	?	?

- മധ്യാങ്കത്തെ അറ്റ മൂല്യങ്ങൾ ബാധിക്കുന്നുണ്ടോ? എന്താണ് വേറിട്ടുനിൽക്കുന്ന മൂല്യങ്ങൾ (Outliers)?
- മധ്യാങ്കം മാധ്യത്തേക്കാൾ മികച്ച രീതിയാണോ?

ചതുർഥകങ്ങൾ (Quartiles)

ദത്തങ്ങളെ നാല് തുല്യഭാഗങ്ങളായി വിഭജിക്കുന്ന അളവുകളാണ് ചതുർഥകങ്ങൾ. ഓരോ ഭാഗത്തിലും തുല്യഎണ്ണം നിരീക്ഷണങ്ങളാണ് ഉണ്ടാവുക. ചതുർഥകങ്ങൾ മൂന്നെണ്ണമുണ്ട്. ഒന്നാമത്തെ ചതുർഥകം (Q_1) അഥവാ താഴ്ന്ന ചതുർഥകത്തിനു താഴെ വിതരണത്തിലെ 25% ഇനങ്ങളും 75% ഇനങ്ങൾ (Q_1) നു മുകളിലും ആയിരിക്കും. രണ്ടാം ചതുർഥകം (Q_2) അഥവാ മധ്യാങ്കത്തിനു താഴെ 50% ഇനങ്ങളും അതിനു മുകളിൽ 50% ഇനങ്ങളുമാണ് ഉണ്ടാവുക. മൂന്നാം ചതുർഥകം (Q_3)

അഥവാ ഉയർന്ന ചതുർഥകത്തിനു താഴെ വിതരണത്തിലെ 75% ഇനങ്ങളും 25% Q_3, Q_2 മുകളിലുമായിരിക്കും. Q_1 ഉം Q_3 യും രണ്ട് പരിധികളെ സൂചിപ്പിക്കുന്നു. ഈ പരിധിക്കുള്ളിൽ മധ്യത്തിലായി വരുന്ന 50% ദത്തങ്ങളാണ് ഉണ്ടാവുക.



ശതമങ്ങൾ (Percentiles)

ശതമങ്ങൾ വിതരണത്തെ 100 തുല്യ ഭാഗങ്ങളായി വിഭജിക്കുന്നു. അതിനാൽ നമുക്ക് $P_1, P_2, P_3 \ldots\ldots P_{99}$ എന്നിങ്ങനെയുള്ള 99 വിഭജനസ്ഥാനങ്ങൾ ലഭിക്കുന്നു. P_{50} എന്നത് മധ്യാങ്കമൂല്യമാണ്. ഒരു മാനേജ്മെന്റ് പ്രവേശനപ്പരീക്ഷയിൽ നിങ്ങൾക്ക് 82 ശതമാനം ലഭിച്ചുവെങ്കിൽ അതിനർഥം പരീക്ഷയെഴുതിയ മൊത്തം അപേക്ഷകരിൽ 18% പേർക്ക് താഴെയാണ് നിങ്ങളുടെ സ്ഥാനം എന്നാണ്. മൊത്തം ഒരു ലക്ഷം വിദ്യാർഥികൾ പരീക്ഷ എഴുതി എങ്കിൽ നിങ്ങളുടെ സ്ഥാനം എവിടെയാണ്?

ചതുർഥകങ്ങൾ കണക്കാക്കുന്ന വിധം (Calculation of Quartiles)

വ്യക്തിഗതശ്രേണിയിലും അസന്തതശ്രേണിയിലും ചതുർഥകത്തിന്റെ സ്ഥാനനിർണയം നടത്തുന്ന രീതി മധ്യാങ്കത്തിന്റേതു പോലെതന്നെയാണ്. താഴെക്കാണുന്ന സൂത്രവാക്യം ഉപയോഗിച്ച് ക്രമത്തിലെഴുതിയ ഒരു ശ്രേണിയുടെ Q_1 ന്റേയും Q_3 യുടേയും മൂല്യം കണ്ടെത്താം. ഇവിടെ N നിരീക്ഷണങ്ങളുടെ എണ്ണത്തെയാണ് സൂചിപ്പിക്കുന്നത്.

$Q_1 = \frac{(N+1)}{4}$ -ാമത്തെ ഇനത്തിന്റെ വലുപ്പം.

$Q_1 = \frac{3(N+1)}{4}$ -ാമത്തെ ഇനത്തിന്റെ വലുപ്പം.

ഉദാഹരണം 9

താഴെക്കാണുന്ന ദത്തങ്ങൾ ഒരു പരീക്ഷയിൽ 10 വിദ്യാർഥികൾ നേടിയ മാർക്കുകളെ സൂചിപ്പിക്കുന്നു. അവയിൽ നിന്നും താഴ്ന്ന ചതുർഥകത്തിന്റെ മൂല്യം കണ്ടുപിടിക്കുക.

22, 26, 14, 30, 18, 11, 35, 41, 12, 32

ദത്തങ്ങളെ ആരോഹണക്രമത്തിലാക്കുമ്പോൾ,

11, 12, 14, 18, 22, 26, 30, 32, 35, 41

$Q_1 = \frac{(N+1)}{4}$ -ാമത്തെ ഇനത്തിന്റെ വലുപ്പം.

$= \frac{(10+1)}{4}$ -ാമത്തെ ഇനത്തിന്റെ വലുപ്പം.

= 2.75 -ാമത്തെ ഇനത്തിന്റെ വലുപ്പം

= 2-ാമത്തെ ഇനം +

.75 (3-ാമത്തെ ഇനം - 2 -ാമത്തെ ഇനം)

= 12+.75 (14-12) = 13.5 മാർക്ക്

പ്രവർത്തനം

- Q_3 യുടെ മൂല്യം നിങ്ങൾ സ്വയം കണ്ടെത്തുക

4. ബഹുലകം (Mode)

ചിലപ്പോൾ ഒരു ശ്രേണിയിലെ ഏറ്റവും മാതൃകാപരമായ മൂല്യത്തെ അഥവാ പരമാവധി കേന്ദ്രീകരണം ഉണ്ടായ ഇനത്തെ അറിയുന്നതിന് നിങ്ങൾക്ക് താത്പര്യമുണ്ടായേക്കാം. ഉദാഹരണത്തിന് ഏറ്റവും അധികം ചോദനം ഏത് വലുപ്പത്തിലുള്ള ഷൂവിനാണ്, അല്ലെങ്കിൽ, ഏത് ശൈലിയിൽ തുന്നിയ ഷർട്ടാണ് ഉപഭോക്താക്കൾ കൂടുതലായി വാങ്ങുന്നത് എന്നറിയുന്നതിന് ഒരു നിർമാതാവിന് താത്പര്യമുണ്ടാകും. ഇവിടെ ഏറ്റവും അനുയോജ്യമായ അളവ് ബഹുലകമാണ്. "la Mode" എന്ന ഫ്രഞ്ച് വാക്കിൽ നിന്നാണ് Mode (ബഹുലകം) എന്ന പദമുണ്ടായത്. ഒരു വിതരണത്തിലെ ഏറ്റവും പരിഷ്കൃതമൂല്യങ്ങളെ (fashionable values) യാണ് ഇത് സൂചിപ്പിക്കുന്നത്. കാരണം, ശ്രേണിയിൽ ഇത് ഏറ്റവുമധികം പ്രാവശ്യം ആവർത്തിക്കപ്പെടുന്നു. *ഏറ്റവും കൂടുതൽ തവണ ആവർത്തിക്കപ്പെടുന്ന ദത്തമൂല്യമാണ് ബഹുലകം.* ബഹുലകത്തെ M_o ഉപയോഗിച്ച് സൂചിപ്പിക്കുന്നു.

ബഹുലകം കണക്കാക്കുന്ന വിധം
(Computation of Mode)

അസന്തതശ്രേണി (Discrete Series)

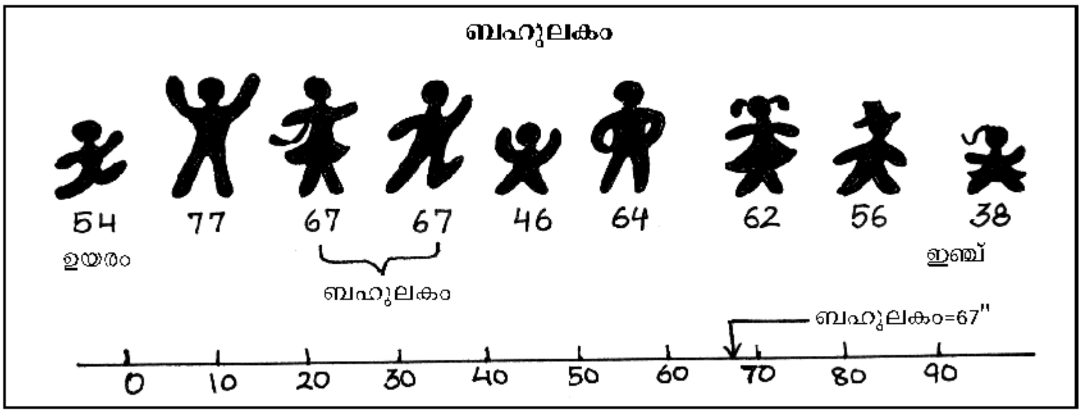
1 , 2 , 3, 4 , 4 , 5 എന്ന ദത്തങ്ങളുടെ സെറ്റ് പരിഗണിക്കുക. ഈ ദത്തങ്ങളുടെ ബഹുലകം 4 ആണ്. കാരണം ഇതിൽ ഏറ്റവുമധികം തവണ (രണ്ട് പ്രാവശ്യം) ആവർത്തിക്കുന്നത് 4 ആണ്.

ഉദാഹരണം 10

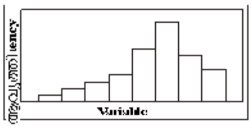
താഴെയുള്ള അസന്തതശ്രേണി കാണുക;

ചരം	: 10	20	30	40	50
ആവൃത്തി	: 2	8	20	10	5

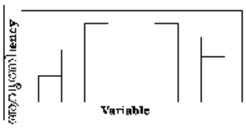
ഇവിടെ ഏറ്റവും ഉയർന്ന ആവൃത്തി 20 ആണ്. ബഹുലകമൂല്യം 30 ആണ്. ഇവിടെ ഒരു ബഹുലകമൂല്യം മാത്രമാണ് ഉള്ളത്. അതിനാൽ ഇത് ഏകബഹുലക (Unimodal) ദത്തങ്ങളാണ്. സമാന്തരമാധ്യം, മധ്യാങ്കം എന്നിവയുടേതിൽ നിന്നും വ്യത്യസ്തമായി ചിലപ്പോൾ ഒരു വിതരണത്തിൽ തന്നെ ഒന്നിൽ കൂടുതൽ ബഹുലകങ്ങൾ ഉണ്ടാകാം. ഒരു വിതരണത്തിൽ തന്നെ രണ്ട് ബഹുലകങ്ങൾ ഉണ്ടെങ്കിൽ അത് ദ്വിബഹുലക (Bi-modal) ദത്തങ്ങളെയും



രണ്ടിൽക്കൂടുതൽ ബഹുലകങ്ങളുണ്ടെങ്കിൽ അത് ബഹുഇനബഹുലക (multi-modal) ദത്തങ്ങളേയും കാണിക്കുന്നു. ചിലപ്പോൾ വിതരണത്തിലുള്ള മറ്റു മൂല്യങ്ങളെക്കാൾ കൂടുതൽ തവണ ആവർത്തിക്കുന്ന ഒരു മൂല്യവും ഇല്ലാതിരിക്കാനും സാധ്യതയുണ്ട്. അപ്പോൾ അവിടെ ബഹുലകം ഉണ്ടാവുകയില്ല. ഉദാഹരണത്തിന് 1, 1, 2, 2, 3, 3, 4, 4 എന്ന ശ്രേണിയിൽ ബഹുലകം ഇല്ല.



ഏക ... ദത്തങ്ങൾ



ദ്വി ബ... ദത്തങ്ങൾ

സന്തതശ്രേണി (Continuous Series)

ഒരു സന്തതആവൃത്തിവിതരണത്തിന്റെ കാര്യത്തിൽ ഉയർന്ന ആവൃത്തിയുള്ള ക്ലാസ്സാണ് ബഹുലകക്ലാസ്. താഴെ കാണുന്ന സൂത്രവാക്യം ഉപയോഗിച്ച് ബഹുലകം കണക്കാക്കാം.

$$M_O = L + \frac{D_1}{D_1 + D_2} \times h$$

ഇവിടെ,

L = ബഹുലക ക്ലാസിന്റെ താഴ്ന്ന പരിധി

D_1 = ബഹുലക ക്ലാസിന്റെ ആവൃത്തിയും അതിന് തൊട്ടുമുൻപുള്ള ക്ലാസിന്റെ ആവൃത്തിയുംതമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം. (+,- ചിഹ്നങ്ങൾ പരിഗണിക്കുന്നില്ല)

D_2 = ബഹുലക ക്ലാസിന്റെ ആവൃത്തിയും അതിന് തൊട്ടുതാഴെയുള്ള ക്ലാസിന്റെ ആവൃത്തിയും തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം. (+,-ചിഹ്നങ്ങൾ പരിഗണിക്കുന്നില്ല)

h = വിതരണത്തിന്റെ ക്ലാസ് ഇടവേള.

സന്തതശ്രേണിയുടെ കാര്യത്തിൽ ബഹുലകം കണക്കാക്കാൻ ക്ലാസ് ഇടവേള തുല്യവും ശ്രേണി ഒഴിവാക്കൽ രീതിയിലുള്ളതുമായിരിക്കണം. മധ്യമൂല്യങ്ങളാണ് തന്നിട്ടുള്ളതെങ്കിൽ ക്ലാസ് ഇടവേള കാണണം.

ഉദാഹരണം 11

തൊഴിലാളി കുടുംബത്തിന്റെ പ്രതിമാസ വരുമാനത്തെയാണ് താഴെയുള്ള ദത്തങ്ങൾ സൂചിപ്പിക്കുന്നത്. ബഹുലക വരുമാനം കണക്കാക്കുക.

ഒരു മാസത്തെ വരുമാനത്തിന്റെ ആരോഹണ സഞ്ചിതാവൃത്തി വിതരണം ('000 രൂപയിൽ)

പ്രതിമാസ വരുമാനം ('000 രൂപയിൽ)	കുടുംബങ്ങളുടെ എണ്ണം
50 ൽ താഴെ	97
45 ൽ താഴെ	95
40 ൽ താഴെ	90
35 ൽ താഴെ	80
30 ൽ താഴെ	60
25 ൽ താഴെ	30
20 ൽ താഴെ	12
15 ൽ താഴെ	4

ഇത് ഒരു സഞ്ചിതാവൃത്തി വിതരണമാണ്. ബഹുലകം കണക്കാക്കണമെങ്കിൽ ഇതിനെ ഒഴിവാക്കൽ ശ്രേണിയിലേക്ക് മാറ്റണം. ഈ ഉദാഹരണത്തിൽ ശ്രേണി അവരോഹണക്രമത്തിലാണുള്ളത്. ബഹുലക ക്ലാസിനെ തീരുമാനിക്കാൻ തരംതിരിക്കൽ പട്ടികയും (Grouping table) അപഗ്രഥന പട്ടികയും (Analysis table) തയ്യാറാക്കണം. പട്ടിക 5.7 - ലെ ബഹുലകം കണ്ടുപിടിക്കുക.

പട്ടിക 5.7
തരംതിരിക്കൽപട്ടിക (Grouping table)

പ്രതിമാസ വരുമാനം ('000 രൂപയിൽ)	ഗ്രൂപ്പ്ആവൃത്തി I	II	III	IV	V	VI
45–50	97 – 95 = 2					
40–45	95 – 90 = 5	7		17		
35–40	90 – 80 = 10		15			
30–35	80 – 60 = 20	30			35	
25–30	60 – 30 = 30		50			60
20–25	30 – 12 = 18	48		68		
15–20	12 – 4 = 8		26		56	
10–15	4	12				30

പട്ടിക 5.8
അപഗ്രഥനപട്ടിക (Analysis table)

കോളങ്ങൾ	ഗ്രൂപ്പ്ആവൃത്തി 45-50	40-45	35-40	30-35	25-30	20-25	15-20	10-15
I					x			
II					x			
III				x	x			
IV				x	x	x		
V					x	x	x	
VI			x	x	x			
ആകെ	-	-	1	3	6	3	1	-

25-30 എന്ന ക്ലാസ്ഇടവേളയിലാണ് ബഹുലകമൂല്യം ഉള്ളത്. മറ്റുരീതിയിൽ പരിശോധിച്ചാലും ഇത് ബഹുലകക്ലാസ് ആണെന്ന് മനസിലാകും.

$L = 25,$
$D_1 = (30 - 18) = 12,$
$D_2 = (30 - 20) = 10, \; h = 5$

സൂത്രവാക്യം ഉപയോഗിക്കുമ്പോൾ ബഹുലകത്തിന്റെ മൂല്യം ഇപ്രകാരം ലഭിക്കുന്നു.

M_O ('000 രൂപയിൽ)

$$M_O = L + \frac{D_1}{D_1 + D_1} \times h$$

$$= 25 + \frac{12}{12 + 10} \times 5 = 27.273$$

തൊഴിലാളികുടുംബത്തിന്റെ പ്രതിമാസ ബഹുലകവരുമാനം 27.273 രൂപയാണ്.

പ്രവർത്തനങ്ങൾ

- മുതിർന്നവർക്കുള്ള ഷൂ മാത്രം ഉണ്ടാക്കുന്ന ഒരു കമ്പനിക്ക് ഏത് വലുപ്പത്തിലുള്ള ഷൂ ആണ് ഏറ്റവും ജനപ്രീതി നേടിയത് എന്നറിയണം. ഇതറിയാൻ ഏത് ശരാശരിയായിരിക്കും ഏറ്റവും അനുയോജ്യമായത്?
- താഴെക്കൊടുത്തിരിക്കുന്ന സാധനങ്ങൾ നിർമ്മിക്കുന്ന കമ്പനികൾക്ക് ഏത് ശരാശരിയായിരിക്കും കൂടുതൽ അനുയോജ്യം എന്തുകൊണ്ട്?
  - (i) ഡയറികളും നോട്ടുബുക്കുകളും
  - (ii) സ്കൂൾ ബാഗുകൾ
  - (iii) ജീൻസുകളും ടീ ഷർട്ടുകളും
- അനുയോജ്യമായ കേന്ദ്രപ്രവണതാ മാനം ഉപയോഗിച്ച് ചൈനീസ് ഭക്ഷണത്തോടുള്ള നിങ്ങളുടെ ക്ലാസിലെ വിദ്യാർഥികളുടെ താത്പര്യമറിയാൻ ഒരു ചെറിയ സർവേ നടത്തുക.
- ഗ്രാഫിലൂടെ ബഹുലകത്തിന്റെ സ്ഥാനനിർണയം സാധ്യമാണോ?

5. സമാന്തരമാധ്യം, മധ്യാങ്കം, ബഹുലകം എന്നിവയുടെ ആപേക്ഷിക സ്ഥാനം (Relative Position of Arithmetic Mean, Median and Mode)

സമാന്തരമാധ്യം	=	M_e
മധ്യാങ്കം	=	M_i
ബഹുലകം	=	M_o

e, i, o എന്നിവ പ്രത്യയങ്ങൾ (suffixes) ആണ്. ഈ മൂന്ന് കേന്ദ്ര പ്രവണതാമാനങ്ങളുടേയും ആപേക്ഷികവലുപ്പം ഇപ്രകാരമാണ്;

$M_e > M_i > M_o$ അഥവാ $M_e < M_i < M_o$ (പ്രത്യയങ്ങൾ അക്ഷരമാലാക്രമത്തിലാണ്) മധ്യാങ്കത്തിന്റെ സ്ഥാനം എല്ലായ്പ്പോഴും സമാന്തരമാധ്യത്തിനും ബഹുലകത്തിനും ഇടയിലായിരിക്കും.

7. ഉപസംഹാരം

ദത്തങ്ങളെ സംക്ഷേപിക്കുന്നതിനാണ് കേന്ദ്രപ്രവണതാമാനകങ്ങൾ അഥവാ ശരാശരികൾ ഉപയോഗിക്കുന്നത്. മൊത്തം ദത്തങ്ങളെ ഒരൊറ്റ പ്രാതിനിധ്യമൂല്യം ഉപയോഗിച്ച് അത് വിശദീകരിക്കുന്നു. ഏറ്റവും സാധാരണയായി ഉപയോഗിക്കപ്പെടുന്ന ശരാശരി സമാന്തരമാധ്യമാണ്. ഇത് കണക്കുകൂട്ടാൻ എളുപ്പവും എല്ലാ നിരീക്ഷണങ്ങളേയും അടിസ്ഥാനമാക്കിയിട്ടുള്ളതുമാണ്. പക്ഷേ അറ്റമൂല്യങ്ങളുടെ സാന്നിധ്യം അതിനെ അനുചിതമായി ബാധിക്കുന്നുണ്ട്. ഇത്തരത്തിലുള്ള ദത്തങ്ങൾക്ക് അനുയോജ്യമായ ശരാശരി മധ്യാങ്കമാണ്. ഗുണപരമായ ദത്തങ്ങളെ വിശദീകരിക്കാനാണ് ബഹുലകം സാധാരണയായി ഉപയോഗിക്കുന്നത്. മധ്യാങ്കവും ബഹുലകവും

ഗ്രാഫിലൂടെ എളുപ്പത്തിൽ കണ്ടെത്താം. അറ്റം തുറന്ന വിതരണമാണെങ്കിലും ഇവ എളുപ്പത്തിൽ കണക്കാക്കാൻ സാധിക്കും. അങ്ങനെ വിതരണത്തിന്റെ സ്വഭാവവും അപഗ്രഥനത്തിന്റെ ഉദ്ദേശ്യവും അനുസരിച്ച് ഏറ്റവും അനുയോജ്യമായ ശരാശരി തിരഞ്ഞെടുക്കുക എന്നത് പ്രധാനമാണ്.

സംഗ്രഹം

- മുഴുവൻ ദത്തങ്ങളേയും പ്രതിനിധീകരിക്കുന്ന ഒരൊറ്റ മൂല്യം ഉപയോഗിച്ച് കേന്ദ്ര പ്രവണതാമാനകങ്ങൾ ദത്തങ്ങളെ സംഗ്രഹിക്കുന്നു.
- എല്ലാ നിരീക്ഷണങ്ങളുടേയും ആകെത്തുകയെ നിരീക്ഷണങ്ങളുടെ എണ്ണം കൊണ്ട് ഹരിച്ചത് എന്ന് സമാന്തരമാധ്യത്തെ നിർവചിക്കുന്നു.
- സമാന്തരമാധ്യത്തിൽ നിന്നുള്ള ഇനങ്ങളുടെ വ്യതിയാനങ്ങളുടെ തുക എല്ലായ്പ്പോഴും പൂജ്യമായിരിക്കും.
- ചില സന്ദർഭങ്ങളിൽ വിവിധ ഇനങ്ങൾക്ക് അവയുടെ പ്രാധാന്യത്തിനനുസരിച്ചുള്ള പരിഗണന (weight) നൽകേണ്ടത് ആവശ്യമാണ്.
- മധ്യാങ്കത്തേക്കാൾ കുറവുള്ള മൂല്യങ്ങളുടെ എണ്ണവും അതിനേക്കാൾ കൂടുതലുള്ള മൂല്യങ്ങളുടെ എണ്ണവും തുല്യമാണ് എന്ന അർഥത്തിൽ വിതരണത്തിന്റെ മധ്യത്തിൽ വരുന്ന മൂല്യമാണ് മധ്യാങ്കം.
- ചതുർഥകങ്ങൾ മൊത്തം മൂല്യങ്ങളെ നാല് തുല്യഭാഗങ്ങളായി വിഭജിക്കുന്നു.
- ഏറ്റവും കൂടുതൽ തവണ ആവർത്തിക്കപ്പെടുന്ന മൂല്യമാണ് ബഹുലകം.

അഭ്യാസങ്ങൾ

1. താഴെപ്പറയുന്ന അവസ്ഥകളിൽ ഏത് ശരാശരിയായിരിക്കും കൂടുതൽ അനുയോജ്യം?
   (i) റെഡിമെയ്ഡ് വസ്ത്രങ്ങളുടെ ശരാശരി വലുപ്പം.
   (ii) ഒരു ക്ലാസിലെ വിദ്യാർഥികളുടെ ശരാശരി ബുദ്ധിശക്തി.
   (iii) ഒരു ഫാക്ടറിയിലെ ഓരോ ഷിഫ്റ്റിലുമുള്ള ശരാശരി ഉത്പാദനം.
   (iv) ഒരു വ്യവസായസ്ഥാപനത്തിൽ നൽകുന്ന ശരാശരി വേതനം.
   (v) ശരാശരിയിൽ നിന്നുള്ള കേവലവ്യതിയാനങ്ങളുടെ തുക ഏറ്റവും കുറവായിരിക്കുമ്പോൾ.
   (vi) ചരങ്ങളുടെ അളവുകൾ അനുപാതങ്ങളിലായിരിക്കുമ്പോൾ.
   (vii) തുറന്ന അറ്റത്തോടുകൂടിയ ആവൃത്തി വിതരണത്തിന്റെ കാര്യത്തിൽ.

2. ഓരോ ചോദ്യത്തിനും തന്നിരിക്കുന്ന ഉത്തരങ്ങളിൽ നിന്നും ഏറ്റവും അനുയോജ്യമായത് തിരഞ്ഞെടുക്കുക.

(i) ഗുണപരമായ അളവിന് അനുയോജ്യമായ ശരാശരി ഏതാണ്?

(a) സമാന്തരമാധ്യം.

(b) മാധ്യാങ്കം.

(c) ബഹുലകം.

(d) ജ്യാമിതീയമാധ്യം.

(e) മേൽപ്പറഞ്ഞവ ഒന്നുമല്ല.

(ii) അറ്റ മൂല്യങ്ങളുടെ സാന്നിധ്യം ഏറ്റവുമധികം ബാധിക്കുന്നത് ഏത് ശരാശരിയെയാണ്?

(a) മധ്യാങ്കം.

(b) ബഹുലകം.

(c) സമാന്തരമാധ്യം.

(d) ജ്യാമിതീയമാധ്യം.

(e) സന്തുലിതമാധ്യം.

(iii) സമാന്തരമാധ്യത്തിൽ നിന്നും 'n' എണ്ണമുള്ള ഒരു സെറ്റ് മൂല്യങ്ങളുടെ വ്യതിയാനങ്ങളുടെ തുക എത്രയാണ്?

(a) n

(b) 0

(c) 1

(d) മേൽപ്പറഞ്ഞവയൊന്നുമല്ല.

[ഉത്തരം: (i) b (ii) c (iii) b]

3. താഴെപ്പറയുന്ന പ്രസ്താവനകൾ ശരിയോ തെറ്റോ എന്നെഴുതുക.

(i) മധ്യാങ്കത്തിൽ നിന്നുള്ള ഇനങ്ങളുടെ വ്യതിയാനത്തിന്റെ തുക പൂജ്യമാണ്.

(ii) ശ്രേണികളെ താരതമ്യം ചെയ്യാൻ ഒരു ശരാശരി മാത്രം മതിയാകുകയില്ല.

(iii) സമാന്തരമാധ്യം ഒരു സ്ഥാനികമൂല്യമാണ്.

(iv) ഇനങ്ങളുടെ ഏറ്റവും ഉയർന്ന 25% ത്തിലെ ഏറ്റവും കുറഞ്ഞ മൂല്യമാണ് ഉയർന്ന ചതുർഥകം.

(v) അറ്റനിരീക്ഷണങ്ങൾ മധ്യാങ്കത്തെ അനുചിതമായി ബാധിക്കുന്നു.

[ഉത്തരം. (i) തെറ്റ് (ii) ശരി (iii) തെറ്റ് (iv) ശരി (v) തെറ്റ്]

4. താഴെത്തന്നിരിക്കുന്ന ദത്തങ്ങളുടെ സമാന്തരമാധ്യം 28 ആണെങ്കിൽ (a) വിട്ടുപോയ ആവൃത്തി (b) ശ്രേണിയുടെ മധ്യാങ്കം എന്നിവ കാണുക.

ഓരോ ചില്ലറവിൽപനശാലയുടേയും ലാഭം (രൂപ):

0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60

ചില്ലറവിൽപനശാലകളുടെ എണ്ണം :

12	18	27	-	17	6

(ഉത്തരം : വിട്ടുപോയ ആവൃത്തി 20. മധ്യാങ്കത്തിന്റെ മൂല്യം? 27.41)

5. ഒരു ഫാക്ടറിയിലെ 10 തൊഴിലാളികളുടെ ദിവസവരുമാനമാണ് താഴെയുള്ള പട്ടികയിലുള്ളത്. സമാന്തരമാധ്യം കാണുക.

തൊഴിലാളികൾ :	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
ദിവസവരുമാനം (രൂപ):	120	150	180	200	250	300	220	350	370	260

(ഉത്തരം : ₹240))

6. 150 കുടുംബങ്ങളുടെ ദിവസവരുമാനവുമായി ബന്ധപ്പെട്ട വിവരമാണ് താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നത്. സമാന്തരമാധ്യം കാണുക.

വരുമാനം (in ₹)	**കുടുംബങ്ങളുടെ എണ്ണം**
75 നേക്കാൾ കൂടുതൽ	150
85 നേക്കാൾ കൂടുതൽ	140
95 നേക്കാൾ കൂടുതൽ	115
105 നേക്കാൾ കൂടുതൽ	95
115 നേക്കാൾ കൂടുതൽ	70
125 നേക്കാൾ കൂടുതൽ	60
135 നേക്കാൾ കൂടുതൽ	40
145 നേക്കാൾ കൂടുതൽ	25

(ഉത്തരം : ₹ 116.3)

7. ഒരു ഗ്രാമത്തിലെ 380 കുടുംബങ്ങളുടെ കൈവശമുള്ള ഭൂമിയുടെ വലുപ്പം താഴെക്കൊടുത്തിരിക്കുന്നു. കൈവശഭൂമിയുടെ വലുപ്പത്തിന്റെ മധ്യാങ്കം കാണുക.

   കൈവശഭൂമിയുടെ വലുപ്പം (ഏക്കർ):

100ൽ താഴെ	100 – 200	200 – 300	300 – 400	400 ഉം അതിനു മീതെയും

   കുടുംബങ്ങളുടെ എണ്ണം :

40	89	148	64	39

   (ഉത്തരം : 241.22 ഏക്കർ)

8. ഒരു വ്യവസായസ്ഥാപനത്തിലെ തൊഴിലാളികളുടെ ദിവസവരുമാനവുമായി ബന്ധപ്പെട്ടതാണ് താഴേക്കാണുന്ന ശ്രേണി. അതിൽനിന്നും ഇവ കണ്ടെത്തുക.

   (a) തൊഴിലാളികളിൽ താഴേക്കിടയിലുള്ള 50% പേരുടെ ഏറ്റവും ഉയർന്ന വരുമാനം.

   (b) ഉയർന്ന വിഭാഗത്തിൽപ്പെടുന്ന 25% തൊഴിലാളികളുടെ ഏറ്റവും കുറഞ്ഞ വരുമാനം.

   (c) താഴേക്കിടയിലുള്ള 25% തൊഴിലാളികൾക്കു ലഭിക്കുന്ന ഏറ്റവും ഉയർന്ന വരുമാനം.

ദിവസവരുമാനം *(in ₹)*	10–14	15–19	20–24	25–29	30–34	35–39
തൊഴിലാളികളുടെ എണ്ണം :	5	10	15	20	10	5

   (സൂചന : മധ്യാങ്കം, താഴ്ന്ന ചതുർഥകം, ഉയർന്ന ചതുർഥകം എന്നിവ കാണുക)

   (ഉത്തരം. (a) ₹ 25.11 (b) ₹ 19.92 (c) ₹ 29.19)

9. ഒരു ഗ്രാമത്തിലെ 150 കൃഷിയിടങ്ങളിലെ ഓരോ ഹെക്ടറിലേയും ഗോതമ്പിന്റെ വിളവ് (കിലോഗ്രാമിൽ) താഴെയുള്ള പട്ടികയിൽ നൽകിയിരിക്കുന്നു. ഈ ദത്തങ്ങളുടെ സമാന്തരമാധ്യം, മധ്യാങ്കം, ബഹുലകം എന്നിവ കണക്കാക്കുക.

   ഓരോ ഹെക്ടറിലേയും ഉത്പാദനം (കി.ഗ്രാമിൽ):

50–53	53–56	56–59	59–62	62–65	65–68	68–71	71–74	74–77

   കൃഷിയിടങ്ങളുടെ എണ്ണം:

3	8	14	30	36	28	16	10	5

   (ഉത്തരം: മാധ്യം = ഹെക്ടർ പ്രതി 63.82 കി. ഗ്രാം, മധ്യാങ്കം = ഹെക്ടർ പ്രതി 63.67 കി.ഗ്രാം, ബഹുലകം = ഹെക്ടർ പ്രതി 63.29 കി.ഗ്രാം)

അധ്യായം 6

പ്രകീർണനമാനകങ്ങൾ
(Measures of Dispersion)

പഠനനേട്ടങ്ങൾ

- ശരാശരികളുടെ പരിമിതികൾ മനസിലാക്കുന്നു.
- പ്രകീർണനമാനകങ്ങളുടെ ആവശ്യകത മനസിലാക്കുന്നു.
- പ്രകീർണനമാനകങ്ങളുടെ വ്യത്യസ്ത രീതികൾ കണക്കാക്കുന്നു.
- വിവിധ രീതിയിലുള്ള പ്രകീർണന മാനകങ്ങൾ കണക്കാക്കി അവയെ താരതമ്യം ചെയ്യുന്നു.
- കേവലവ്യതിയാനമാനങ്ങളും ആപേക്ഷിക വ്യതിയാനമാനകങ്ങളും വേർതിരിച്ചറിയുന്നു.

1. ആമുഖം

ബൃഹത്തായ ദത്തങ്ങളെ ഒറ്റ പ്രാതിനിധ്യ മൂല്യമായി മാറ്റുന്നതെങ്ങനെ എന്നതാണല്ലോ മുൻ അധ്യായത്തിൽ നാം പഠിച്ചത്. എന്നാൽ, ദത്തങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള വ്യതിയാനത്തെക്കുറിച്ച് ഇത്തരം മൂല്യങ്ങൾ വിവരങ്ങൾ നൽകാറില്ല. ആയതിനാൽ ദത്തങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള വ്യതിയാനത്തെ കൃത്യമായി സംഖ്യാരൂപത്തിൽ അളക്കുന്നതിനുള്ള വ്യത്യസ്ത രീതികളാണ് ഈ അധ്യായത്തിൽ പഠന വിധേയമാക്കുന്നത്.

റാം, റഹീം, മരിയ എന്നീ സുഹൃത്തുക്കൾ അവരുടെ ചായകുടിക്കിടയിലുള്ള സംഭാഷണത്തിൽ ഓരോരുത്തരുടെയും കുടുംബവരുമാനത്തെക്കുറിച്ച് പരാമർശിച്ചു. തന്റെ കുടുംബത്തിൽ 4 അംഗങ്ങളുണ്ടെന്നും ഓരോ അംഗത്തിന്റെയും ശരാശരി വരുമാനം 15,000 രൂപയാണെന്നും റാം പറഞ്ഞു. ഇത് കേട്ട് റഹീം, തന്റെ കുടുംബത്തിൽ 6 അംഗങ്ങളുണ്ടെങ്കിലും ഓരോ അംഗത്തിന്റെയും ശരാശരി വരുമാനം 15,000 തന്നെയാണെന്ന് പറഞ്ഞു.

തുടർന്ന് മരിയ, തന്റെ കുടുംബത്തിൽ 5 അംഗങ്ങളാണെന്നും അതിൽ ഒരാൾ തൊഴിൽരഹിതനാണെന്നും, എന്നാൽ തന്റെ കുടുംബത്തിലെ അംഗങ്ങളുടെ ശരാശരി വരുമാനവും 15,000 രൂപയാണെന്ന് സമർഥിച്ചു. എന്നാൽ, മരിയയുടെ പിതാവിന് ഉയർന്ന ശമ്പളമുണ്ടെന്നറിയാവുന്ന റാമിനും റഹീമിനും ഈ വാർത്ത ആശ്ചര്യമുണ്ടാക്കി. അവർ അവരുടെ വരുമാനത്തിന്റെ വിശദാംശങ്ങളിലേക്ക് പോകുകയും താഴെപ്പറയുന്ന വിവരങ്ങൾ ശേഖരിക്കുകയും ചെയ്തു.

കുടുംബത്തിന്റെ വരുമാനം

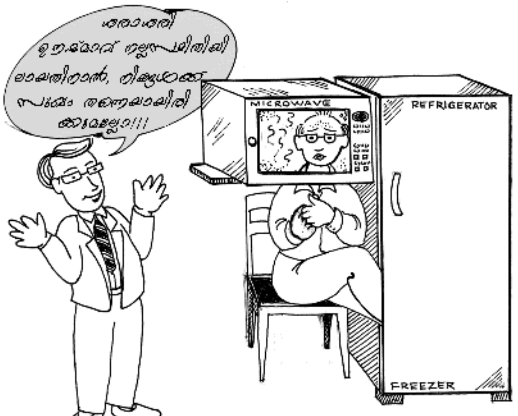
ക്രമനം.	റാം	റഹീം	മരിയ
1.	12,000	7.000	0
2.	14,000	10,000	7,000
3.	16,000	14,000	8,000
4.	18,000	17.000	10,000
5.	-----	20.000	50,000
6.	-----	22,000	------
മൊത്തം വരുമാനം	60,000	90,000	75,000
ശരാശരി വരുമാനം	15,000	1.000	15,000

ശരാശരി വരുമാനം ഒരുപോലെ ആണെങ്കിലും വ്യക്തിഗതവരുമാനത്തിലെ പ്രകടമായ വ്യത്യാസം മുകളിലത്തെ പട്ടികയിൽ നിന്നും മനസിലാക്കാവുന്നതാണല്ലോ?

ശരാശരി എന്നത് വിതരണം ചെയ്യപ്പെട്ട ദത്തങ്ങളുടെ ഒരു ഭാഗമായ പ്രാതിനിധ്യ മൂല്യം മാത്രമാണ്. എന്നാൽ, വിതരണം ചെയ്യപ്പെട്ട മൂല്യങ്ങളുടെ വ്യാപനം കൂടി മനസിലാക്കിയാൽ മാത്രമേ ഈ ചിത്രം വ്യക്തമാകുകയുള്ളൂ.

മരിയയുടെ കുടുംബത്തിലെ വരുമാന വ്യത്യാസമാണ് ഏറ്റവും കൂടുതലെന്നും, റഹീമിന്റെ കുടുംബത്തിന്റെ വരുമാന വ്യത്യാസം മരിയയുടെ കുടുംബത്തിനേക്കാൾ കുറവും, എന്നാൽ റാമിന്റെ കുടുംബത്തിലെ വരുമാനവ്യത്യാസമാണ് ഏറ്റവും കുറവെന്നും പട്ടികയിൽ നിന്ന് മനസിലാക്കാമല്ലോ? അതായത്, ശരാശരി മൂല്യം എന്നത് വിതരണത്തെ മനസിലാക്കാൻ അപര്യാപ്തമാണെന്ന് ഇതിൽ നിന്നും മനസിലാക്കാവുന്നതാണ്. വിതരണം ചെയ്യപ്പെട്ട മൂല്യങ്ങളുടെ വ്യത്യാസം കാണിക്കുന്ന മറ്റൊരു മൂല്യം തന്നാൽ വിതരണവ്യാപനത്തെക്കുറിച്ച് കൂടുതൽ വ്യക്തത ലഭിക്കുന്നു. ഉദാഹരണമായി, ആളോഹരിവരുമാനം (Per capita Income) എന്നത് ശരാശരിവരുമാനത്തെ മാത്രമാണ് സൂചിപ്പിക്കുന്നത്. പ്രകീർണനമാനകങ്ങൾ (Measures of Dispersion) വരുമാന അസമത്വത്തിന്റെ തോതിനെക്കുറിച്ച് വിവരങ്ങൾ നൽകുന്നതിനാൽ സമൂഹത്തിലെ ജനങ്ങളുടെ ആപേക്ഷികജീവിതനിലവാരം മനസിലാക്കാൻ ഇത് സഹായിക്കുന്നു.

വിതരണമൂല്യങ്ങൾ അതിന്റെ ശരാശരി



യിൽ നിന്നും എത്രമാത്രം വ്യത്യാസപ്പെട്ടിരിക്കുന്നു എന്നതാണ് പ്രകീർണനം (Dispersion)സൂചിപ്പിക്കുന്നത്. പ്രകീർണന വ്യതിയാനത്തിന്റെ വ്യാപ്തി അളക്കുന്നതി

നുള്ള രീതികൾ താഴെ പറയുന്നവയാണ്.

(i) റേഞ്ച് (Range),

(ii) ചതുർഥകവ്യതിയാനം (Quartile Deviation),

(iii) മാധ്യവ്യതിയാനം (Mean Deviation),

(iv) മാനകവ്യതിയാനം (Standard Deviation).

ഇതുകൂടാതെ വ്യതിയാനത്തെ അളക്കുന്നതിനുള്ള ഗ്രാഫ് ഉപയോഗിച്ചുള്ള രീതിയുമുണ്ട്.

വിതരണം ചെയ്ത മൂല്യങ്ങൾക്കിടയിലുള്ള വ്യാപനത്തിന്റെ വ്യാപ്തി മനസിലാക്കുന്നതിനുള്ള പ്രകീർണ്ണന അളവുകളാണ് റേഞ്ചും (Range) ചതുർഥകവ്യതിയാനവും (Quartile Deviation). എന്നാൽ, ശരാശരിയിൽ നിന്നും ഓരോ മൂല്യങ്ങളും എത്രമാത്രം വ്യത്യാസപ്പെട്ടിരിക്കുന്നു എന്നതാണ് മാധ്യവ്യതിയാനം (Mean Deviation), മാനകവ്യതിയാനം (Standard Deviation) എന്നിവ അളക്കുന്നത്.

2. മൂല്യങ്ങളുടെ വ്യാപനവ്യാപ്തിയുടെ മാനകങ്ങൾ (Measures Based upon Spread of Values)

റേഞ്ച് (Range)

ഒരു വിതരണത്തിലെ ഏറ്റവും വലിയ മൂല്യവും (L) ഏറ്റവും ചെറിയ മൂല്യവും (S) തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസമാണ് റേഞ്ച് (Range). ഇതിന്, $R = L - S$ എന്ന സൂത്രവാക്യം ഉപയോഗിക്കുന്നു. റേഞ്ചിന്റെ മൂല്യം ഉയർന്നതാണെങ്കിൽ ഉയർന്ന വ്യതിയാനത്തെയും, മൂല്യം കുറവാണെങ്കിൽ കുറഞ്ഞ വ്യതിയാനത്തെയും സൂചിപ്പിക്കുന്നു.

പ്രവർത്തനങ്ങൾ

- താഴെപ്പറയുന്ന മൂല്യങ്ങൾ ശ്രദ്ധിച്ച് നോക്കൂ:

  20, 30, 40, 50, 200

  റേഞ്ച് കണക്കാക്കുക
- തന്നിരിക്കുന്ന മൂല്യങ്ങളിൽ '200' എന്ന മൂല്യത്തിന്റെ അഭാവത്തിൽ റേഞ്ച് എത്രയായിരിക്കും.
- തന്നിരിക്കുന്ന മൂല്യങ്ങളിൽ '50'-ന് പകരം '150' എന്ന മൂല്യം നൽകിയാൽ റേഞ്ച് എത്രയായിരിക്കാം?

റേഞ്ച് : വിലയിരുത്തൽ

അറ്റമൂല്യങ്ങൾ റേഞ്ചിനെ സാരമായി ബാധിക്കുന്നു. മാത്രമല്ല, റേഞ്ച് എല്ലാ മൂല്യങ്ങളെയും അടിസ്ഥാനപ്പെടുത്തിയുള്ളതല്ല. ആയതിനാൽ, വിതരണത്തിലെ ഏറ്റവും വലിയതും ചെറിയതുമായ മൂല്യങ്ങൾക്ക് മാറ്റമില്ലാതെ മറ്റ് മൂല്യങ്ങൾ മാത്രം മാറുമ്പോൾ റേഞ്ചിന് വ്യത്യാസം വരുന്നില്ല. അറ്റം തുറന്ന ആവൃത്തി (open ended frequency) വിതരണത്തിൽ റേഞ്ച് കണക്കാക്കാൻ സാധ്യമല്ല.

റേഞ്ചിന് ചില പോരായ്മകൾ ഉണ്ടെങ്കിലും വളരെ ലളിതവും ഏതൊരാൾക്കും എളുപ്പത്തിൽ മനസിലാക്കാവുന്നതുമായതിനാൽ ഈ രീതി വ്യാപകമായി ഉപയോഗിച്ചുവരുന്നു. ഉദാഹരണമായി, വിവിധനഗരങ്ങളിലെ കുറഞ്ഞതും കൂടിയതുമായ താപനില ദിവസേന ടെലിവിഷൻസ്ക്രീനിൽ നാം കാണാറുണ്ടല്ലോ. ഇതിൽ നിന്നും താപനിലയിലെ വ്യതിയാനത്തെക്കുറിച്ച് വിലയിരുത്താവുന്നതാണ്.

ഏറ്റവും ചെറിയ ക്ലാസിന്റെ താഴ്ന്ന പരിധിയും (Lower Limit) ഏറ്റവും ഉയർന്ന ക്ലാസിന്റെ ഉയർന്ന പരിധിയും (Upper Limit) തരാതിരിക്കുകയോ അല്ലെങ്കിൽ രണ്ടും വ്യക്തമാക്കാതിരിക്കുകയോ ചെയ്യുന്ന ആവൃത്തിവിതരണത്തെയാണ് അറ്റം തുറന്നവിതരണം (Open ended distribution) എന്നുപറയുന്നത്.

പ്രവർത്തനം

- പത്രത്തിൽ നിന്നും 10 കമ്പനികളുടെ ഓഹരിവിലയിൽ 52 ആഴ്ചയിൽ രേഖപ്പെടുത്തിയ ഉയർന്ന/താഴ്ന്ന വിലകൾ ശേഖരിക്കുക. ഓഹരി വിലയുടെ റേഞ്ച് കണക്കാക്കുക. ഏത് കമ്പനിയുടെ ഓഹരിക്കാണ് ഏറ്റവും കൂടുതൽ വ്യതിയാനം ഉണ്ടായത്, ഏത് ഓഹരിയാണ് കൂടുതൽ സ്ഥിരതയുള്ളത്?

ചതുർഥകവ്യതിയാനം (Quartile Deviation)

ഒരു വിതരണത്തിലെ ഏറ്റവും ഉയർന്ന മൂല്യത്തിന്റെ (Extremely high value) അല്ലെങ്കിൽ ഏറ്റവും താഴ്ന്ന മൂല്യത്തിന്റെ (Extremely low value) സാന്നിദ്ധ്യം പ്രകീർണന മാനകം എന്ന നിലയിലുള്ള റേഞ്ചിന്റെ ഉപയോഗം പരിമിതപ്പെടുത്തുന്നു. ആയതിനാൽ, അറ്റമൂല്യങ്ങളുടെ വില സ്വാധീനിക്കപ്പെടാത്ത പ്രകീർണനമാനകം ആവശ്യമാണ്.

ഒരു വിതരണത്തെ നാല് തുല്യഭാഗങ്ങളായി വിഭജിച്ചാൽ ഓരോന്നിലും 25% മൂല്യങ്ങൾ ഉൾപ്പെടുന്നു. അങ്ങനെ നമുക്ക് ചതുർഥകങ്ങൾ, മധ്യാങ്കമൂല്യം എന്നിവ ലഭിക്കുന്നു (അദ്ധ്യായം 5-ൽ നിങ്ങൾ ഇവയെക്കുറിച്ച് പഠിച്ചിട്ടുണ്ടല്ലോ?).

ഉയർന്ന ചതുർഥകവും (Q_3) താഴ്ന്ന ചതുർഥകവും (Q_1) തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസമാണ് ചതുർഥകാന്തഃപരിധി (Inter Quartile Range).

അതായത് $Q_3 - Q_1$

ഒരു വിതരണത്തിന്റെ മധ്യത്തിലുള്ള 50% മൂല്യങ്ങളെ അടിസ്ഥാനമാക്കിയുള്ളതാണ് ചതുർഥകാന്തപരിധി. ആയതിനാൽ, അറ്റമൂല്യങ്ങൾ ഇവയെ സ്വാധീനിക്കുന്നില്ല. ചതുർഥകാന്തപരിധിയുടെ പകുതിയാണ് ചതുർഥകവ്യതിയാനം (Quartile Deviation).

അതായത്,

$$Q.D = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$$

Q.D എന്നത് അർധചതുർഥകാന്തഃപരിധി (Semi-Inter quartile range) എന്നും അറിയപ്പെടുന്നു.

ഗ്രൂപ്പായി തിരിക്കാത്ത ദത്തങ്ങളുടെ റേഞ്ച്, ചതുർത്ഥകവ്യതിയാനം എന്നിവ കണക്കാക്കൽ (Calculation of Range and Q.D for Ungrouped Data)

ഉദാഹരണം 1

താഴെത്തന്നിരിക്കുന്ന നിരീക്ഷണങ്ങളുടെ റേഞ്ച്, ചതുർത്ഥകവ്യതിയാനം എന്നിവ കണക്കാക്കുക.

20, 25, 29, 30, 35, 39, 41, 48, 51, 60, 70

റേഞ്ച് = 70-20=50

ചതുർത്ഥകവ്യതിയാനം കണക്കാക്കുന്നതിനായി ആദ്യം Q_3, Q_1 എന്നിവ കണ്ടെത്തേണ്ടതുണ്ട്.

$$Q_1 = \frac{n+1}{4} \text{ -ാമത്തെ മൂല്യം}$$

'n' എന്നത് തന്നിരിക്കുന്ന മൂല്യങ്ങളുടെ എണ്ണം = 11

Q_1 എന്നത് വിതരണത്തിലെ മൂന്നാമത്തെ മൂല്യത്തിന്റെ വിലയാണ്.

മൂല്യങ്ങളെ ആരോഹണക്രമത്തിൽ ക്രമീകരിച്ചിരിക്കുന്നതിനാൽ, മൂന്നാമത്തെ മൂല്യം '29' ആണ് (തന്നിരിക്കുന്ന മൂല്യങ്ങൾ ക്രമത്തിൽ അല്ലെങ്കിൽ നിങ്ങൾ എന്ത് ചെയ്യും?).

അതുപോലെ, $Q_3 = \frac{3(n+1)}{4}$ -ാമത്തെ മൂല്യം

അതായത് '9'-ാമത്തെ മൂല്യം '51' ആണ്.

$$Q.D = \frac{Q_3 - Q_1}{2} = \frac{51-29}{2} = 11$$

മധ്യാങ്കത്തിൽ നിന്നും ചതുർഥകങ്ങളിലേക്കുള്ള വ്യത്യാസത്തിന്റെ ശരാശരിയാണ് ചതുർത്ഥക വ്യതിയാനം എന്ന് നിങ്ങൾക്ക് മനസിലായിക്കാണുമല്ലോ.

പ്രവർത്തനം

- മധ്യാങ്കം കണക്കാക്കി മുകളിൽ പറഞ്ഞിരിക്കുന്ന പ്രസ്താവന ശരിയാണോയെന്ന് പരിശോധിക്കുക.

ആവൃത്തിവിതരണത്തിന്റെ റേഞ്ച്, ചതുർത്ഥകവ്യതിയാനം എന്നിവ കണക്കാക്കുന്ന വിധം (Calculation of Range and Q.D for a Frequency Distribution)

ഉദാഹരണം 2

ഒരു ക്ലാസിലെ 40 കുട്ടികളുടെ മാർക്ക് താഴെതന്നിരിക്കുന്നു. ഇതിൽ നിന്നും റേഞ്ച്, ചതുർത്ഥക വ്യതിയാനം എന്നിവ കണക്കാക്കുക.

പട്ടിക 6.1

ക്ലാസ് ഇടവേളകൾ C I (Class Internal)	കുട്ടികളുടെ എണ്ണം (f)
0-10	5
10-20	8
20-40	16
40-60	7
60-90	4
	40

റേഞ്ച് എന്നത് ഉയർന്ന ക്ലാസിന്റെ ഉയർന്ന പരിധിയും (Upper limit) താഴ്ന്ന ക്ലാസിന്റെ താഴ്ന്ന പരിധിയും (Lower limit) തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസമാണ്. ആയതിനാൽ റേഞ്ച് = 90−0=90

ചതുർത്ഥകവ്യതിയാനം കണക്കാക്കുന്നതിന് താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന രീതിയിൽ സഞ്ചിതാവൃത്തി (Cumulative Frequency) കണക്കാക്കേണ്ടതുണ്ട്.

ക്ലാസ് ഇടവേളകൾ CI	ആവൃത്തികൾ (Frequencies)	സഞ്ചിതാവൃത്തികൾ (Comulative Frequencies)
0 10	5	05
10 – 20	8	13
20 – 40	16	29
40 60	7	36
60 90	4	40
	n – 40	

സന്തതശ്രേണിയിൽ (Continuous Series)

Q_1 എന്നത് $^n/_4$ -ാമത്തെ മൂല്യമാണ്. അതായത് 10-ാമത് മൂല്യത്തിന്റെ വിലയാണ്. 10-ാമത്തെ മൂല്യം 10−20 എന്ന ക്ലാസിലാണ് ഉൾപ്പെടുന്നത്. ആയതിനാൽ Q_1 ക്ലാസ് 10−20 ആണ്. താഴെത്തന്നിരിക്കുന്ന സൂത്രവാക്യം ഉപയോഗിച്ച് Q_1-ന്റെ വില കണ്ടുപിടിക്കാം.

$$Q_1 = L + \frac{\frac{n}{4} - cf}{f} \times i$$

ഇവിടെ, L = 10 (പ്രസ്തുത ചതുർത്ഥ ക്ലാസിന്റെ താഴ്ന്ന പരിധി), cf = 5 (Q_1 ക്ലാസിന്റെ തൊട്ടു മുകളിലുള്ള സഞ്ചിതാവൃത്തിയുടെ മൂല്യം), i = 10 (Q_1 ക്ലാസിന്റെ ഇടവേള), f = 8 (Q_1 ക്ലാസിന്റെ ആവൃത്തി)

$$Q_1 = 10 + \frac{10-5}{8} \times 10 = 16.25$$

അതുപോലെ, $Q_3 = \frac{3n}{4}$ -ാമത്തെ മൂല്യം.

അതായത് 30-ാമത്തെ മൂല്യം, ഇത് 40-60 ക്ലാസിൽ ഉൾപ്പെടുന്നു. താഴെക്കൊടുത്തിരിക്കുന്ന സൂത്രവാക്യം ഉപയോഗിച്ച് Q_3 കണ്ടെത്താം.

$$Q_3 \quad L + \frac{\frac{3n}{4} - c.f}{f} \times i$$

$$Q_3 = 40 + \frac{30-29}{7} \times 20$$

$$Q_3 = 42.87$$

$$Q.D = L + \frac{42.87 - 16.25}{2} \times 13.31$$

> വ്യക്തിഗതശ്രേണി (Individual Series), അസന്തതശ്രേണി (Discrete series) എന്നിവയിൽ $Q_1 = \frac{n+1}{4}$ ന്റെ മൂല്യമാണ്. എന്നാൽ ഇത് സന്തതശ്രേണിയിൽ (Continuous distribution) $\frac{n}{4}$ ന്റെ മൂല്യമാണ്. അതുപോലെ മധ്യാങ്കം, Q_3 എന്നിവയിൽ 'n+1' ന് പകരം 'n'ആണ് ഉപയോഗിക്കുന്നത്.

ഒരു ഗ്രൂപ്പിനെ രണ്ട് തുല്യഭാഗങ്ങളായി വിഭജിച്ച് ഓരോ ഭാഗത്തിന്റെയും മധ്യാങ്കം കണക്കാക്കുന്നു. പഠനനിലവാരം കൂടിയവരുടെയും, പഠനനിലവാരം കുറഞ്ഞവരുടെയും മധ്യാങ്കങ്ങൾ കണക്കാക്കിയാൽ ഈ രണ്ട് മധ്യാങ്കങ്ങളും ഗ്രൂപ്പിന്റെ മൊത്തം മധ്യാങ്കവും തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസത്തിന്റെ തുക, ശരാശരി 13.31 ആയിരിക്കും. ഒരു നഗരത്തിലെ ജനങ്ങളുടെ മൊത്തം വരുമാനം സൂചിപ്പിക്കുന്ന ദത്തങ്ങളുണ്ടെങ്കിൽ ആദ്യം ആളുകളുടെ മധ്യാങ്കവരുമാനം കണക്കാക്കുക. തുടർന്ന് സമ്പന്നർ, പാവപ്പെട്ടവർ എന്ന് രണ്ട് ഗ്രൂപ്പായി തിരിച്ച് ഓരോ ഗ്രൂപ്പിന്റെയും മധ്യാങ്കം കണക്കാക്കുന്നു. ഗ്രൂപ്പിന്റെ മൊത്തം മധ്യാങ്കത്തിന്റെ വ്യത്യാസത്തിന്റെ ശരാശരി എത്രയാണെന്ന് ചതുർഥകവ്യതിയാനത്തിലൂടെ (Quartile Deviation) കണ്ടെത്താൻ സാധിക്കും.

അറ്റമൂല്യങ്ങൾ സ്വാധീനിക്കപ്പെടുന്നില്ല എന്നതിനാൽ, അറ്റം തുറന്ന വിതരണങ്ങൾക്ക് അനുയോജ്യമായ മാനകമാണ് ചതുർഥകവ്യതിയാനം (Quartile Deviation).

3. ശരാശരിയിൽ നിന്നുള്ള പ്രകീർണന മാനങ്ങൾ (Measures of Disper sion from Averages)

മൂല്യങ്ങൾ അവയുടെ ശരാശരിയിൽ നിന്നും എത്രമാത്രം വ്യത്യാസപ്പെട്ട് കിടക്കുന്നു എന്നതാണല്ലോ പ്രകീർണന മാനകങ്ങൾ (Measures of Dispersion). ശരാശരിയിൽ നിന്നും മൂല്യങ്ങൾ എത്രമാത്രം വ്യത്യാസപ്പെട്ടിരിക്കുന്നു എന്ന് കണക്കാക്കാൻ റേഞ്ച്, ചതുർഥക വ്യതിയാനം എന്നിവയ്ക്ക് സാധ്യമല്ല. എന്നിരുന്നാലും

മൂല്യങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള വ്യാപനം മനസ്സിലാക്കാൻ ഈ രണ്ട് രീതികൾക്ക് സാധിക്കും. ശരാശരിയിൽ നിന്നും മൂല്യങ്ങൾക്കുള്ള വ്യത്യാസം അളക്കുന്നതിനുള്ള രീതികളാണ് മാധ്യവ്യതിയാനം (Mean Deviation), മാനകവ്യതിയാനം (Standard Deviation) എന്നിവ.

ശരാശരി എന്നത് കേന്ദ്രമൂല്യമായതിനാൽ ശരാശരിയിൽ നിന്നുള്ള വ്യതിയാനങ്ങൾ ചിലപ്പോൾ പോസിറ്റീവും, മറ്റ് ചിലപ്പോൾ നെഗറ്റീവും ആയിരിക്കും. ഈ പോസിറ്റീവ്, നെഗറ്റീവ്മൂല്യങ്ങൾ അതേപടി കൂട്ടുകയാണെങ്കിൽ ലഭിക്കുന്ന ആകെത്തുക ഒരു തരത്തിലുള്ള വിശകലനങ്ങൾക്കും പര്യാപ്തമല്ല. യഥാർഥത്തിൽ, മാധ്യവും വ്യതിയാനങ്ങളുടെ ആകെത്തുകയും തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം പൂജ്യമാണ്.

താഴെത്തന്നിരിക്കുന്ന 2 സെറ്റ് മൂല്യങ്ങൾ ശ്രദ്ധിക്കുക.

സെറ്റ് A : 5, 9, 16

സെറ്റ് B : 1, 9, 20

സെറ്റ് B - യിലെ മൂല്യങ്ങൾ അതിന്റെ ശരാശരിയിൽ നിന്നും വളരെ വ്യത്യാസപ്പെട്ടിരിക്കുന്നു. ആയതിനാൽ സെറ്റ് A - യിലെ മൂല്യങ്ങളെക്കാളും കൂടുതൽ വ്യാപനം സെറ്റ് B - യിലെ മൂല്യങ്ങൾക്കാണ്. സമാന്തരമാധ്യത്തിൽ (Arithmetic Mean) നിന്നുള്ള വ്യത്യാസം കണക്കാക്കി, അവയുടെ ആകെതുക കണ്ടെത്തുക. എന്താണ് നിങ്ങൾക്ക് കാണാൻ കഴിയുന്നത്? ഈ പ്രവൃത്തി മധ്യാങ്കം ഉപയോഗിച്ചും തുടരുക. കണക്കാക്കിയ മൂല്യങ്ങളിൽ നിന്നും വ്യതിയാനത്തിന്റെ അളവ് എത്രയാണെന്ന് പറയാൻ സാധിക്കുമോ?

വ്യതിയാനത്തിന്റെ ചിഹ്നം ഒഴിവാക്കികൊണ്ട് മാധ്യവ്യതിയാനം (Mean Deviation) ഈ പ്രശ്നം പരിഹരിക്കുന്നു. അതായത് എല്ലാ വ്യതിയാനങ്ങളും പോസിറ്റീവായാണ് മാധ്യവ്യതിയാനം കണക്കാക്കുന്നത്. മാനകവ്യതിയാനത്തിൽ (Standard Deviation) വ്യതിയാനങ്ങളുടെ വർഗം (Square), ശരാശരി എന്നിവ കണക്കാക്കിയശേഷം ശരാശരിയുടെ വർഗമൂലം (Square root) കണക്കാക്കുന്നു. ഈ രീതികൾ നമുക്ക് വിശദമായി പരിചയപ്പെടാം.

മാധ്യവ്യതിയാനം (Mean Deviation)

ഒരു റോഡിലെ A,B,C,D,E എന്നീ ക്രമത്തിൽ വരുന്ന അഞ്ച് നഗരങ്ങൾക്കായി ഒരു കോളേജ് സ്ഥാപിക്കാൻ തീരുമാനിച്ചു എന്ന് വിചാരിക്കുക. 'A' എന്ന നഗരത്തിൽ നിന്നും മറ്റ് നഗരങ്ങളിലേക്കുള്ള ദൂരവും ഓരോ നഗരങ്ങളിലെയും കുട്ടികളുടെ എണ്ണവും ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു.

നഗരം	നഗരം A-യിൽ നിന്നുള്ള ദൂരം	കുട്ടികളുടെ എണ്ണം
A	0	90
B	2	150
C	6	100
D	14	200
E	18	80
		620

'A' എന്ന നഗരത്തിലാണ് കോളേജ് സ്ഥിതി ചെയ്യുന്നതെങ്കിൽ 'B' എന്ന നഗരത്തിലെ 150 വിദ്യാർഥികൾ കോളേജിലേക്കും തിരിച്ചുമായി 2 കി.മീ. വീതം സഞ്ചരിക്കണം (മൊത്തം 300 കി.മീ.). കോളേജ് സ്ഥാപിക്കുന്നതിനുള്ള സ്ഥാനം കണ്ടെത്തുന്നതിന്റെ പ്രധാനലക്ഷ്യം വിദ്യാർ

ഥികൾ യാത്ര ചെയ്യേണ്ട ശരാശരി ദൂരം പരമാവധി എന്നതാണ്.

കോളേജ് സ്ഥാപിക്കുന്നത് 'A' എന്ന നഗരത്തിലോ 'E' എന്ന നഗരത്തിലോ ആണെങ്കിൽ ശരാശരി യാത്രാദൂരം കൂടുതലായിരിക്കും. എന്നാൽ കോളേജ് സ്ഥാപിക്കുന്നത് ഏകദേശം മധ്യത്തിലായി കിടക്കുന്ന നഗരത്തിലാണെങ്കിൽ വിദ്യാർഥികളുടെ ശരാശരി യാത്രാദൂരം കുറവായിരിക്കും. വിദ്യാർഥികൾ യാത്ര ചെയ്യുന്ന ശരാശരി ദൂരം കണക്കാക്കാനുള്ള ഏറ്റവും അനുയോജ്യമായ സാംഖ്യക ഉപാധിയാണ് മാധ്യവ്യതിയാനം (Mean Deviation). ഓരോ മൂല്യവും ശരാശരിയും തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസത്തിന്റെ സമാന്തരമാധ്യമാണ് (Arithmetic Mean) മാധ്യവ്യതിയാനം (Mean Deviation). ശരാശരിയായി സമാന്തരമാധ്യമോ മധ്യാങ്കമോ ഉപയോഗിക്കാം. (ശരാശരി എന്ന നിലയിൽ ബഹുലകത്തിന്റെ സ്ഥിരത കുറവായതിനാൽ മാധ്യവ്യതിയാനം കണക്കാക്കാൻ ഇത് ഉപയോഗിക്കാറില്ല).

പ്രവർത്തനങ്ങൾ

- A,C,E എന്നീ നഗരങ്ങളിലോ A, E എന്നീ നഗരങ്ങളുടെ മധ്യത്തിലോ ആണ് കോളേജ് സ്ഥിതിചെയ്യുന്നതെങ്കിൽ വിദ്യാർഥികൾ യാത്ര ചെയ്യേണ്ട മൊത്തം ദൂരം കണക്കാക്കുക.
- നിങ്ങളുടെ അഭിപ്രായത്തിൽ ഏത് നഗരമാണ് കോളേജ് സ്ഥാപിക്കുന്നതിന് അനുയോജ്യമായത്? ഓരോ നഗരത്തിലും ഓരോ വിദ്യാർഥികൾ മാത്രമാണ് ഉള്ളതെങ്കിൽ ഈ അഭിപ്രായത്തിന് എന്തെങ്കിലും മാറ്റം ഉണ്ടാകുമോ?

തരംതിരിച്ചിട്ടില്ലാത്ത ദത്തങ്ങളുടെ മാധ്യവ്യതിയാനം സമാന്തരമാധ്യത്തിൽ നിന്നും കണക്കാക്കുന്ന രീതി (Calculation of Mean Deviation from Arithmetic Mean for Ungrouped Data)

നേരിട്ടുള്ള രീതി (Direct Method)

ഘട്ടങ്ങൾ

(i) മൂല്യങ്ങളുടെ സമാന്തരമാധ്യം (Arithmetic Mean) കണക്കാക്കുക.

(ii) ഓരോ മൂല്യവും സമാന്തരമാധ്യവും തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം കണക്കാക്കുക. എല്ലാ വ്യത്യാസങ്ങളും പോസിറ്റീവ് സംഖ്യയായി പരിഗണിക്കുന്നു. ഇതിനെ $|d|$ എന്നത് കൊണ്ട് സൂചിപ്പിക്കുന്നു.

(iii) ഈ വ്യത്യാസങ്ങളുടെ (വ്യതിയാനങ്ങളുടെ) സമാന്തരമാധ്യമാണ് മാധ്യവ്യതിയാനം (Mean Deviation)

അതായത് $M.D = \frac{\sum |d|}{n}$

ഉദാഹരണം 3

താഴെത്തന്നിരിക്കുന്ന മൂല്യങ്ങളുടെ മാധ്യവ്യതിയാനം (Mean Deviation) കണക്കാക്കുക.

2, 4, 7, 8, 9

സമാന്തരമാധ്യം $(A.M) = \frac{\sum X}{n} = 6$

X	$\|d\|$
2	4
4	2
7	1
8	2
9	3
	12

$$M.D._{(x)} = \frac{12}{5} = 2.4$$

അഭ്യൂഹമാധ്യരീതി (Assumed Mean Method)

അഭ്യൂഹമാധ്യത്തിൽ (Assumed Mean) നിന്നുള്ള വ്യതിയാനം കണക്കാക്കിക്കൊണ്ടും മാധ്യവ്യതിയാനം (Mean Deviation) കണക്കാക്കാവുന്നതാണ്. യഥാർഥ മാധ്യം ഭിന്നസംഖ്യയാണെങ്കിൽ ഈ രീതിയാണ് ഉപയോഗിക്കുന്നത് (അഭ്യൂഹമാധ്യം യഥാർഥ മാധ്യത്തിന്റെ അടുത്തു നിൽക്കുന്ന സംഖ്യയായിരിക്കും).

ഉദാഹരണം 3-ന്റെ മാധ്യവ്യതിയാനം കണക്കാക്കുന്നതിനായി '7' എന്ന മൂല്യത്തെ അഭ്യൂഹമാധ്യമായി സങ്കൽപ്പിക്കുന്നു. മാധ്യവ്യതിയാനം (M.D) താഴെപ്പറയുന്ന രീതിയിൽ കണക്കാക്കാവുന്നതാണ്.

ഉദാഹരണം 4

X	d=|X-മധ്യാങ്കം|
2	5
4	3
7	0
8	1
9	2
	11

ഇത്തരം സന്ദർഭങ്ങളിൽ താഴെപറയുന്ന സൂത്രവാക്യമാണ് ഉപയോഗിക്കുന്നത്.

$$M.D_{\text{മാധ്യം}} = \frac{\sum|d| + (\bar{X} - A\bar{X})(\sum f_B - \sum f_A)}{n}$$

ഇവിടെ, $\sum|d|$ എന്നത് അഭ്യൂഹമാധ്യത്തിൽ നിന്നും കണ്ടെത്തുന്ന കേവലവ്യതിയാനത്തിന്റെ തുകയാണ്.

$\bar{X}$ = യഥാർത്ഥ മാധ്യം

$A\bar{X}$ = വ്യതിയാനം കണക്കാക്കുന്നതിനായി ഉപയോഗിക്കുന്ന അഭ്യൂഹമാധ്യം

$\sum f_B$ = യഥാർത്ഥ മൂല്യമുൾപ്പെടെ യഥാർത്ഥ മാധ്യത്തിനു താഴെയുള്ള മൂല്യങ്ങൾ

$\sum f_A$ = യഥാർത്ഥ മാധ്യത്തിനു മുകളിലുള്ള മൂല്യങ്ങൾ

ഈ മൂല്യങ്ങൾ മുകളിൽ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന സൂത്രവാക്യത്തിൽ നൽകുമ്പോൾ

$$M.D_{\text{മാധ്യം}} = \frac{11 + (6-7)(2-3)}{5} = \frac{12}{5} = 2.4$$

തരംതിരിക്കാത്ത ദത്തങ്ങളുടെ മാധ്യവ്യതിയാനം മധ്യാങ്കത്തിൽ നിന്ന് കണക്കാക്കുന്ന രീതി (Mean Deviation from Median for Ungrouped Data)

നേരിട്ടുള്ള രീതി (Direcct Method)

ഉദാഹരണം 3 -ലെ മൂല്യങ്ങളുടെ മധ്യാങ്കത്തിൽ നിന്നുള്ള മാധ്യവ്യതിയാനം താഴെപ്പറയുന്ന രീതിയിൽ കണക്കാക്കാവുന്നതാണ്

(i) മധ്യാങ്കം കണക്കാക്കുക, മധ്യാങ്കം = 7

(ii) മധ്യാങ്കത്തിൽ നിന്നുള്ള കേവല വ്യതിയാനം കാണക്കാക്കുക. ഇത് |d| എന്നതു കൊണ്ട് സൂചിപ്പിക്കുന്നു.

(iii) കേവലവ്യതിയാനങ്ങളുടെ ശരാശരി കണക്കാക്കുക. ഇത് മാധ്യവ്യതിയാനം (Mean Deviation) ആണ്.

ഉദാഹരണം 5

X	d=|X-മധ്യാങ്കം|
2	5
4	3
7	0
8	1
9	2
	11

മധ്യാങ്കത്തിൽ നിന്നുള്ള മാധ്യവ്യതിയാനം (M.D From Median)

$$M.D_{\text{മധ്യാങ്കം}} = \frac{\sum|d|}{n} = \frac{11}{5} = 2.2$$

എളുപ്പവഴി (Shortcut Method)

എളുപ്പവഴിയിൽ മാധ്യവ്യതിയാനം കണക്കാക്കുന്നതിനായി, (A) എന്ന മൂല്യത്തെ വ്യതിയാനം കാണുന്നതിനായി ഉപയോഗിക്കുന്നു. താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന സൂത്രവാക്യം ഉപയോഗിച്ച് ഈ രീതിയിൽ മാധ്യവ്യതിയാനം കണക്കാക്കാം.

$$M.D_{\text{മധ്യാങ്കം}} = \frac{\sum|d| + (\text{മധ്യാങ്കം} - A)(\sum f_b - \sum f_a)}{n}$$

ഇവിടെ, A = വ്യതിയാനങ്ങൾ കണക്കാക്കാൻ ഉപയോഗിക്കുന്ന സറിരമൂല്യം (മറ്റു ചരങ്ങളെല്ലാം അഭ്യൂഹമാധ്യ രീതിയിൽ ഉപയോഗിക്കുന്നതുപോലെ തന്നെയാണ്).

തുടർവിതരണത്തിൽ മാധ്യത്തിൽ നിന്നും മാധ്യവ്യതിയാനം കണക്കാക്കുന്ന രീതി (Mean Deviation from Mean for continuous Distribution);

ഘട്ടങ്ങൾ

(i) തന്നിരിക്കുന്ന വിതരണത്തിന്റെ മാധ്യം കാണുക.

(ii) മാധ്യത്തിൽ നിന്നുള്ള മധ്യബിന്ദുക്കളുടെ കേവലവ്യതിയാനം കണക്കാക്കുക.

(iii) ഓരോ |d| യുടെ മൂല്യത്തെയും അതിന് സമാന്തരമായ ആവൃത്തികൊണ്ട് ഗുണിക്കുക (f|d|). $\sum f|d|$ കണ്ടെത്താൻ ഇവയുടെ തുക കണ്ടെത്തുക.

(iv) താഴെക്കൊടുത്തിരിക്കുന്ന സൂത്രവാക്യം പ്രയോഗിക്കുക.

$$M.D_{(\bar{x})} = \frac{\sum f|d|}{\sum f}$$

പട്ടിക 6.2

കമ്പനികളുടെ ലാഭം (ലക്ഷം രൂപയിൽ) ക്ലാസ് ഇടവേളകൾ	കമ്പനികളുടെ എണ്ണം (ആവൃത്തി)
10 – 20	5
20–30	8
30 – 50	16
50 – 70	8
70 – 80	3
	40

പട്ടിക 6.2-ലെ വിതരണത്തിന്റെ മാധ്യവ്യതിയാനം താഴെപ്പറയുന്ന രീതിയിൽ കണക്കാക്കാവുന്നതാണ്.

ഉദാഹരണം 6

ക്ലാസ് ഇടവേളകൾ	ആവൃത്തികൾ	മധ്യബിന്ദു	| d	f | d
10 20	5	15	25.5	127.5
20–30	8	25	15.5	124.0
30 50	16	40	0.5	8.0
50 70	8	60	19.5	156.0
70–80	3	75	34.5	103.5
	40			519.0

$$M.D_{(\bar{x})} = \frac{\sum f|d|}{\sum f} = \frac{519}{40} = 12.975$$

മധ്യാങ്കത്തിൽ നിന്നുള്ള മാധ്യവ്യതിയാനം (Mean Deviation from Median)

പട്ടിക 6.3

ക്ലാസ് ഇടവേളകൾ	ആവൃത്തികൾ
20–30	5
30–40	10
40–60	20
60–80	9
80–90	6
	50

മാധ്യത്തിൽ നിന്നും മാധ്യവ്യതിയാനം കാണുന്നതിനുള്ള നടപടിക്രമങ്ങൾ തന്നെയാണ് മധ്യാങ്കത്തിൽ നിന്നും മാധ്യവ്യതിയാനം കാണുന്നതിനുള്ള നടപടിക്രമങ്ങൾ. എന്നാൽ മധ്യാങ്കത്തിൽ നിന്നാണ് ഇവിടെ വ്യതിയാനം കാണേണ്ടത്.

ഉദാഹരണം 7

ക്ലാസ് ഇടവേളകൾ	ആവൃത്തികൾ	മധ്യ ബിന്ദു	|d|	f |d|
20–30	5	25	25	125
30–40	10	35	15	150
40–60	20	50	0	0
60–80	9	70	20	180
80–90	6	85	35	210
50				665

$$M.D_{(\text{മധ്യാങ്കം})} = \frac{\sum f|d|}{\sum f} = \frac{665}{50} = 13.3$$

മാധ്യവ്യതിയാനം : വിലയിരുത്തൽ

എല്ലാ മൂല്യങ്ങളെയും അടിസ്ഥാനമാക്കിയുള്ളതാണ് മാധ്യവ്യതിയാനം. ആയതിനാൽ, ഒരു മൂല്യത്തിൽ വരുന്ന മാറ്റം പോലും മാധ്യവ്യതിയാനത്തെ ബാധിക്കാറുണ്ട്. മാധ്യത്തിൽ നിന്നും മാധ്യവ്യതിയാനം കണക്കാക്കുമ്പോൾ മാധ്യവ്യതിയാനത്തിന്റെ മൂല്യം കുറവും മധ്യാങ്കത്തിൽ നിന്നും മാധ്യവ്യതിയാനം കണക്കാക്കിയാൽ കൂടുതലും ആയിരിക്കും. എന്നിരുന്നാലും ഇവിടെ വ്യതിയാനത്തിന്റെ ചിഹ്നങ്ങൾ ഒഴിവാക്കുന്നു. കൂടാതെ അറ്റം തുറന്ന വിതരണത്തിന്റെ മൂല്യം കണക്കാക്കാൻ ഈ രീതിയിൽ സാധ്യമല്ല.

മാനകവ്യതിയാനം (Standard Deviation)

മാനകവ്യതിയാനം എന്നത് മാധ്യത്തിൽ നിന്നുള്ള വർഗവ്യതിയാനത്തിന്റെ പോസിറ്റീവ് വർഗമൂലമാണ്. ഇത് എങ്ങനെയാണ് കണക്കാക്കുന്നത് എന്ന് നമുക്ക് പരിശോധിക്കാം.

x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, എന്നീ അഞ്ച് മൂല്യങ്ങളുണ്ടെന്ന് വിചാരിക്കുക. ആദ്യം അവയുടെ മാധ്യം കണക്കാക്കുന്നു. തുടർന്ന് ഓരോ മൂല്യങ്ങൾക്കും മാധ്യത്തിൽ നിന്നുള്ള വ്യത്യാസം കാണുകയും ഈ വ്യത്യാസങ്ങളുടെ വർഗം കണക്കാക്കുകയും ചെയ്യുന്നു. വർഗ്ഗ വ്യതിയാനത്തിന്റെ മാധ്യമാണ് വിചരണം (Variance).

വിചരണത്തിന്റെ (variance) പോസിറ്റീവ് വർഗമൂലത്തെയാണ് മാനകവ്യതിയാനം (Standard deviation) എന്ന് പറയുന്നത്.

(കുറിപ്പ് - മാധ്യത്തെ അടിസ്ഥാനമാക്കി മാത്രമാണ് മാനകവ്യതിയാനം (Standard deviation) കണക്കാക്കുന്നത്).

തരംതിരിക്കാത്ത ദത്തങ്ങളുടെ മാനകവ്യതിയാനം കണക്കാക്കൽ (Computation of Standard Deviation for Ungrouped Data)

വ്യക്തിഗതമൂല്യങ്ങളുടെ മാനകവ്യതിയാനം കണക്കാക്കുന്നതിന് നാല് വ്യത്യസ്തമാർഗ

ങ്ങളുണ്ട്. എന്നാൽ, എല്ലാ രീതികളിലും മാനകവ്യതിയാനം ഒരേ മൂല്യം തന്നെയാണ് നൽകുന്നത്. ഈ രീതികൾ താഴെ പറയുന്നവയാണ്.

(i) യഥാർഥമാധ്യരീതി (Actual Mean Method)

(ii) അഭ്യൂഹമാധ്യരീതി (Assumed Mean Method)

(iii) നേരിട്ടുള്ള രീതി (Direct Method)

(iv) പാദവ്യതിയാനരീതി (Step Deviation Method)

യഥാർഥമാധ്യരീതി (Actual Mean Method)

താഴെത്തന്നിരിക്കുന്ന മൂല്യങ്ങളുടെ മാനകവ്യതിയാനം കണക്കാക്കണം എന്ന് കരുതുക.

5, 10, 25, 30, 50

$$\overline{X} = \frac{5 \times 10 \times 25 \times 30 \times 50}{5} = \frac{120}{5} = 24$$

ഉദാഹരണം 8

X	d(x-$\overline{x}$)	d^2
5	–19	361
10	–14	196
25	+1	1
30	+6	36
50	+26	676
	0	1270

താഴെക്കൊടുത്തിരിക്കുന്ന സൂത്രവാക്യം ഉപയോഗിക്കുന്നു.

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma d^2}{n}}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{1270}{5}} = \sqrt{254} = 15.937$$

മുകളിലത്തെ ഉദാഹരണത്തിൽ വ്യതിയാനം കണക്കാക്കുന്നതിനായി ഉപയോഗിച്ച പൊതുമൂല്യം നിങ്ങൾ ശ്രദ്ധിച്ചിരുന്നോ? ഇത് യഥാർഥമാധ്യമാണോ?

അഭ്യൂഹമാധ്യരീതി (Assumed Mean Method)

ഈ രീതിയനുസരിച്ച് തന്നിരിക്കുന്ന മൂല്യങ്ങളിൽ നിന്ന് ഏത് മൂല്യത്തെയും മാധ്യമായി സങ്കൽപിച്ച് വ്യതിയാനം കണക്കാക്കാവുന്നതാണ്.

ഇവിടെ, $d = X - A\overline{x}$ ആയിരിക്കും

$A\overline{x} = 25$ ആയി സങ്കൽപിച്ചാൽ, താഴെപ്പറയുന്ന രീതിയിൽ മാനകവ്യതിയാനം കണക്കാക്കാവുന്നതാണ്.

ഉദാഹരണം 9

X	d (x-A$\overline{x}$)	d^2
5	–20	400
10	–15	225
25	0	0
30	+5	25
50	+25	625
	–5	1275

മാനകവ്യതിയാനം കണക്കാക്കുന്നതിനുള്ള സൂത്രവാക്യം താഴെ പറയുന്നതാണ്.

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum d^2}{n} - \left(\frac{\sum d}{n}\right)^2}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{1275}{5} - \left(\frac{-5}{5}\right)^2} = \sqrt{254} = 15.937$$

യഥാർഥമാധ്യത്തിൽ നിന്നല്ലാതെ ഏതൊരു മൂല്യത്തിൽ നിന്നുമുള്ള വ്യതിയാനങ്ങളുടെ തുകയും പൂജ്യം ആയിരിക്കില്ല.

നേരിട്ടുള്ള രീതി (Direct Method)

തന്നിരിക്കുന്ന മൂല്യങ്ങളിൽ നിന്ന് നേരിട്ടും മാനകവ്യതിയാനം (Standard Deviation) കണക്കാക്കാവുന്നതാണ്. അതായത്, വ്യതിയാനങ്ങളുടെ സഹായമില്ലാതെയും കണക്കാക്കാം. താഴെക്കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ഉദാഹരണം ശ്രദ്ധിച്ചു നോക്കൂ.

ഉദാഹരണം 10

X	X^2
5	25
10	100
25	625
30	900
50	2500
120	4150

(പൂജ്യത്തിനെ അടിസ്ഥാനമാക്കിയിട്ടുള്ള മൂല്യങ്ങളുടെ വ്യതിയാനമാണ് കണക്കാക്കിയിട്ടുള്ളത്).

അതിലേക്കായി, താഴെപ്പറയുന്ന സൂത്രവാക്യം ഉപയോഗിക്കാവുന്നതാണ്.

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum X^2}{n} - (\overline{X})^2}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{4150}{5} - (24)^2} = \sqrt{254} = 15.937$$

പാദവ്യതിയാനരീതി (Step Deviation Method)

മൂല്യങ്ങളെ ഒരു പൊതുഘടകം കൊണ്ട് വിഭജിക്കാൻ കഴിയുമെങ്കിൽ, ഇപ്രകാരം വിഭജനം നടത്തി, താഴെപ്പറയുന്ന രീതിയിൽ മാനകവ്യതിയാനം കണക്കാക്കാവുന്നതാണ്.

> വ്യതിയാനം കണക്കാക്കുന്നതിനായി പരിഗണിക്കുന്ന സ്ഥിരമൂല്യം മാനകവ്യതിയാനത്തെ ബാധിക്കാറില്ല. മാനകവ്യതിയാനത്തിന്റെ സൂത്രവാക്യത്തിൽ സ്ഥിരമൂല്യം ഉൾപ്പെടുന്നില്ല. ആയതിനാൽ മാനകവ്യതിയാനം ഉൽഭവമൂല്യത്തിൽ നിന്നും സ്വതന്ത്രമാണ് (Independent of Origin).

ഉദാഹരണം 11

തന്നിരിക്കുന്ന അഞ്ച് മൂല്യങ്ങളെ പൊതുഘടകമായ '5' കൊണ്ട് ഹരിക്കാമെങ്കിൽ, മാനകവ്യതിയാനം താഴെപ്പറയുന്ന രീതിയിൽ കണ്ടെത്താവുന്നതാണ്.

x	x'	d $(x'-A\overline{x})$	d^2
5	1	–3.8	14.44
10	2	–2.8	7.84
25	5	+0.2	0.04
30	6	+1.2	1.44
50	10	+5.2	27.04
		0	50.80

(യഥാർഥ മാധ്യരീതിയുടെ ഘട്ടങ്ങൾ തന്നെയാണ് ഈ രീതിയിലും അനുവർത്തിക്കുന്നത്)

ഈ രീതിയിൽ മാനകവ്യതിയാനം കണക്കാക്കുന്നതിനുള്ള സൂത്രവാക്യം താഴെത്തന്നിരിക്കുന്നു.

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum d^2}{n}} \times c$$

$$x' = \frac{x}{c}$$

c = പൊതുഘടകം

ഈ സൂത്രവാക്യത്തിൽ മൂല്യങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ചാൽ

$$\sigma = \sqrt{\frac{50.80}{5}} \times 5 = \sqrt{10.16} \times 5 = 15.937$$

മൂല്യങ്ങളെ പൊതുഘടകം കൊണ്ട് ഹരിക്കുന്നതിന് പകരം വ്യതിയാനങ്ങളെ പൊതുഘടകം കൊണ്ട് ഹരിക്കാവുന്നതാണ്. താഴെപ്പറയുന്ന രീതിയിൽ മാനകവ്യതിയാനം കണക്കാക്കാം

ഉദാഹരണം 12

x	d (x-25)	d' (d/5)	d'^2
5	–20	–4	16
10	–15	–3	9
25	0	0	0
30	+5	+1	1
50	+25	+5	25
		–1	51

സൗകര്യാർഥം 25 എന്ന മൂല്യത്തിൽ നിന്നാണ് വ്യതിയാനം കണക്കാക്കിയിരിക്കുന്നത്. ഈ വ്യതിയാനങ്ങളെ '5' എന്ന പൊതുഘടകം കൊണ്ട് ഹരിക്കുന്നു.

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum d'^2}{n} - \left(\frac{\sum d'}{n}\right)^2} \times c$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{51}{5} - \left(\frac{1}{2}\right)^2} \times 5$$

$$\sigma = \sqrt{10.16} \times 5 = 15.937$$

> മാനകവ്യതിയാനം തോതിൽ നിന്നും സ്വതന്ത്രമല്ല. അതായത് മൂല്യങ്ങളെയോ, വ്യതിയാനങ്ങളേയോ ഒരു പൊതുഘടകം കൊണ്ട് ഹരിക്കുകയാണെങ്കിൽ മാനകവ്യതിയാനത്തിന്റെ മൂല്യം ലഭിക്കാൻ ആ പൊതുഘടകത്തിന്റെ മൂല്യം സൂത്രവാക്യത്തിൽ ഉപയോഗിക്കേണ്ടതുണ്ട്.

സന്തത ആവൃത്തിവിതരണത്തിന്റെ മാനകവ്യതിയാനം (Standard Deviation in Continuous Frequency Distribution)

തരം തിരിക്കാത്ത ദത്തങ്ങളുടെ (Ungrouped data) മാനകവ്യതിയാനം കണക്കാക്കിയതുപോലെ താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ഏത് രീതി ഉപയോഗിച്ചും തരം തിരിച്ച ദത്തങ്ങളുടെ (Grouped data) മാനകവ്യതിയാനം കണക്കാക്കാവുന്നതാണ്.

(i) യഥാർഥമാധ്യരീതി (Actual Mean Method).

(ii) അഭ്യൂഹമാധ്യരീതി (Assumed Mean Method).

(iii) പാദവ്യതിയാനരീതി (Step Deviation Method).

യഥാർഥമാധ്യരീതി (Actual Mean Method)

പട്ടിക 6.2 – ൽ തന്നിരിക്കുന്ന മൂല്യങ്ങളുടെ മാനകവ്യതിയാനം താഴെപ്പറയുന്ന രീതിയിൽ കണക്കാക്കാം.

ഉദാഹരണം 13

ക്ലാസ്സ് ഇട വേളകൾ	ആവൃത്തി	മധ്യ ബിന്ദു	fm	d	fd	fd^2
10–20	5	15	75	–25.5	–127.5	3251.25
20 30	8	25	200	15.5	124.0	1922.00
30–50	16	40	640	–0.5	–8.0	4.00
50 70	8	60	480	+19.5	+156.0	3042.00
70–80	3	75	225	134.5	1103.5	3570.75
	40		1620		0	11790.00

ഘട്ടങ്ങൾ

1. വിതരണത്തിന്റെ മാധ്യം കണക്കാക്കുക

$$\overline{X} = \frac{\sum fm}{\sum f} = \frac{1620}{40} = 40.5$$

2. മധ്യമൂല്യങ്ങളിൽ നിന്നും മാധ്യത്തിലേക്കുള്ള വ്യതിയാനം കണക്കാക്കുന്നു. അതായത്,

$d = m - \bar{x}$ (കോളം 5)

3. 'fd' യുടെ മൂല്യം ലഭിക്കാൻ ഒരോ വ്യതിയാനമൂല്യത്തെയും (deviations) അതിന് നേരെയുള്ള ആവൃത്തി (Frequency) കൊണ്ട് ഗുണിക്കുന്നു (കോളം 6). (കുറിപ്പ് $\sum fd = 0$).
4. 'fd' യുടെ മൂല്യത്തെ അതിന് നേരയുള്ള 'd' യുടെ മൂല്യം കൊണ്ട് ഗുണിച്ച് 'fd^2' കണക്കാക്കുന്നു (കോളം 7). ഇതിന്റെ മൊത്തമൂല്യം എടുത്താൽ $\sum fd^2$ ലഭിക്കുന്നു.
5. താഴെക്കൊടുത്തിരിക്കുന്ന സൂത്രവാക്യം ഉപയോഗിക്കുന്നു.

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum fd^2}{n}} = \sqrt{\frac{11790}{40}} = 17.168$$

അഭ്യൂഹമാധ്യ രീതി (Assumed Mean Method)

ഉദാഹരണം 13 - ലെ മൂല്യങ്ങളുടെ മാനകവ്യതിയാനം അഭ്യൂഹമാധ്യരീതിയിലും കണക്കാക്കാവുന്നതാണ്. അഭ്യൂഹമാധ്യം 40 ആയി പരിഗണിച്ചാണ് വ്യതിയാനം കണക്കാക്കിയിട്ടുള്ളത്. ഇത് ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു.

ഉദാഹരണം 14

ക്ലാസ്സ് ഇട വേളകൾ	ആവൃത്തി കൾ	മധ്യ ബിന്ദു	d	fd	fd^2
10 20	5	15	-25	125	3125
20 30	8	25	-15	120	1800
30 50	16	40	0	0	0
50 70	8	60	+20	160	3200
70 80	3	75	+35	105	3675
	40			20	11800

1. ക്ലാസുകളുടെ മധ്യബിന്ദുക്കൾ കണക്കാക്കുക (കോളം 3).
2. മധ്യബിന്ദുവിൽ നിന്നും അഭ്യൂഹമാധ്യത്തിലേക്കുള്ള വ്യത്യാസം കണക്കാക്കുക.

$d = m - A$ (കോളം 4)

അഭ്യൂഹമാധ്യം = 40

3. 'fd' യുടെ മൂല്യം ലഭിക്കാൻ 'd' യുടെ മൂല്യത്തെ അതിന് നേരെയുള്ള ആവൃത്തി (Frequency) കൊണ്ട് ഗുണിക്കുന്നു (കോളം 5).

(കുറിപ്പ്: അഭ്യൂഹമാധ്യത്തിൽ നിന്നും വ്യതിയാനം കണക്കാക്കുന്നു എന്നതിനാൽ കോളം 5 - ന്റെ ആകെ തുക പൂജ്യമായിരിക്കില്ല)

4. 'fd' യുടെ മൂല്യത്തെ (കോളം 5) അതിന് നേരെയുള്ള 'd' യുടെ മൂല്യം (കോളം 4) കൊണ്ട് ഗുണിച്ച് fd^2 ന്റെ മൂല്യം കണക്കാക്കുന്നു (കോളം 6). തുടർന്ന് $\sum fd^2$ കണക്കാക്കുന്നു.

അങ്ങനെയെങ്കിൽ താഴെ തന്നിരിക്കുന്ന സൂത്രവാക്യം ഉപയോഗിച്ച് മാനകവ്യതിയാനം കണക്കാക്കാവുന്നതാണ്.

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum fd^2}{n} - \left(\frac{\sum fd}{n}\right)^2}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{11800}{40} - \left(\frac{20}{40}\right)^2} = \sqrt{294.75} = 17.168$$

പാദവ്യതിയാനരീതി (Step Deviation Method)

വ്യതിയാനങ്ങളുടെ മൂല്യത്തെ ഒരു പൊതുഘടകം കൊണ്ട് വിഭജിക്കാൻ കഴിയുമെങ്കിൽ മാനകവ്യതിയാനത്തിന്റെ മൂല്യം താഴെപ്പറയുന്ന രീതിയിൽ ലളിതമായി കണക്കാക്കാവുന്നതാണ്.

ഉദാഹരണം 15

ക്ലാസ് ഇടവേളകൾ	ആവൃത്തികൾ	മധ്യബിന്ദു	d	d'	fd'	fd²
10 20	5	15	25	5	25	125
20 30	8	25	15	3	24	72
30 50	16	40	0	0	0	0
50 70	8	60	−20	+4	+32	128
70–80	3	75	35	+7	+21	147
	40				−4	472

ഘട്ടങ്ങൾ

1. ക്ലാസിന്റെ മധ്യബിന്ദു കണക്കാക്കുന്നു (കോളം 3). തുടർന്ന് ഇഷ്ടാനുസരണം തെരഞ്ഞെടുത്ത ഒരു മൂല്യത്തിൽ നിന്നും മധ്യബിന്ദുക്കളുടെ മൂല്യം കുറച്ച് അഭ്യൂഹമാധ്യരീതിയിലേതുപോലെ വ്യതിയാനം കണ്ടെത്തുന്നു. മുകളിലത്തെ ഉദാഹരണത്തിൽ 40 എന്ന മൂല്യത്തിൽ നിന്നാണ് വ്യതിയാനം കണക്കാക്കിയിട്ടുള്ളത് (കോളം 4).

   വ്യതിയാനങ്ങളെ പൊതുഘടകമായ 'c' കൊണ്ട് ഹരിക്കുന്നു. മുകളിൽ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ഉദാഹരണത്തിൽ പൊതുഘടകം, c = 5 ആണ്. ഇത്തരത്തിൽ ലഭിക്കുന്ന മൂല്യമാണ് d' (കോളം 5).

3. fd' – ന്റെ മൂല്യം ലഭിക്കാൻ ഓരോ വ്യതിയാനമൂല്യത്തെയും അതിന് നേരെയുള്ള ആവൃത്തി (f) കൊണ്ട് (കോളം 2) ഗുണിക്കുന്നു (കോളം 6).
4. fd' – ന്റെ മൂല്യത്തെ അതിന് നേരെയുള്ള d' ന്റെ മൂല്യം കൊണ്ട് ഗുണിച്ച് fd'² കണക്കാക്കുന്നു (കോളം 7).
5. കോളം 6 – ന്റെ മൊത്തം മൂല്യം കണക്കാക്കിയാൽ $\sum fd'$ മൂല്യവും, കോളം 7ന്റെ മൊത്തം മൂല്യം കണക്കാക്കിയാൽ $\sum fd'^2$ മൂല്യവും ലഭിക്കുന്നു.
6. താഴെക്കൊടുത്തിരിക്കുന്ന സൂത്രവാക്യം ഉപയോഗിക്കുന്നു.

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum fd'^2}{\sum f} - \left(\frac{\sum fd'}{\sum f}\right)^2} \times c$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{472}{40} - \left(\frac{4}{40}\right)^2} \times 5$$

$$\sigma = \sqrt{11.8 - 0.01} \times 5 = \sqrt{11.79} \times 5 = 17.168$$

മാനകവ്യതിയാനം : വിലയിരുത്തൽ

വ്യാപകമായി ഉപയോഗിക്കപ്പെടുന്ന പ്രകീർണനത്തിന്റെ അളവാണ് മാനകവ്യതിയാനം (Standard deviation) ഇത് എല്ലാ മൂല്യങ്ങളെയും അടിസ്ഥാനമാക്കിയുള്ളതാണ്. ആയതിനാൽ ഒരു മൂല്യത്തിലുണ്ടാകുന്ന മാറ്റം പോലും മാനകവ്യതിയാനത്തിന്റെ മൂല്യത്തെ ബാധിക്കുന്നു. മാനകവ്യതിയാനം അതിന്റെ ഉത്ഭവമൂല്യത്തിൽ നിന്ന് സ്വതന്ത്രമാണെങ്കിലും തോതിൽ നിന്ന് സ്വതന്ത്രമല്ല. ഉയർന്ന തലത്തിലുള്ള സാംഖ്യകപ്രശ്നങ്ങൾ പഠനവിധേയമാക്കാൻ ഇത് വളരെ ഉപയോഗപ്രദമാണ്.

4. പ്രകീർണനത്തിന്റെ കേവല ആപേക്ഷിക അളവുകൾ (Absolute and Relative Measures of Dispersion)

ഇതുവരെ വിശദീകരിച്ച അളവുകളെല്ലാം കേവല അളവുകളാണ്. ഇത്തരം അളവുകളിൽ നിന്ന് കണക്കാക്കുന്ന മൂല്യങ്ങൾ വ്യാഖ്യാനിക്കാൻ പ്രയാസമാണ്. ഉദാഹര

ണമായി, താഴെപ്പറയുന്ന വിവരശേഖരം ശ്രദ്ധിച്ച് നോക്കൂ.

സെറ്റ് A	500	700	1000
സെറ്റ് B	1,00,000	1,20,000	1,30,000

സെറ്റ്-Aയിലെ മൂല്യങ്ങൾ ഒരു ഐസ്ക്രീം വിൽപനക്കാരന്റെ ദിവസേനയുള്ള വിൽപനയെ സൂചിപ്പിക്കുമ്പോൾ, സെറ്റ്-B എന്നത് വലിയ ഒരു കച്ചവട സ്ഥാപനത്തിന്റെ വിറ്റുവരവാണ് സൂചിപ്പിക്കുന്നത് (Departmental Store). ഇവിടെ സെറ്റ്-A യുടെ റേഞ്ച് 500, സെറ്റ്-Bയുടെ റേഞ്ച് 30,000 എന്നിങ്ങനെയാണ്. സെറ്റ്-Bയുടെ റേഞ്ചിന്റെ മൂല്യം വളരെ വലുതാണ്. ആയതിനാൽ വലിയ കച്ചവട സ്ഥാപനത്തിന്റെ (Departmental Store) വിൽപനയിലെ വ്യതിയാനം വളരെ കൂടുതലാണെന്ന് നമുക്ക് പറയാൻ കഴിയുമോ? സെറ്റ്-A യിലെ ഏറ്റവും ചെറിയ മൂല്യത്തിന്റെ ഇരട്ടിയാണ് ഏറ്റവും വലിയ മൂല്യം. എന്നാൽ സെറ്റ്-Bയിലെ ചെറിയ മൂല്യത്തിന്റെ 30 ശതമാനം മാത്രം കൂടുതലാണ് സെറ്റ്-B യിലെ വലിയ മൂല്യം എന്ന് നമുക്ക് മനസ്സിലാക്കാം. ആയതിനാൽ, വ്യതിയാനത്തിന്റെ വ്യാപ്തിയെ സംബന്ധിച്ച് പ്രത്യേകിച്ചും ശരാശരികൾ തമ്മിൽ വലിയ അന്തരമുള്ളപ്പോൾ, കേവല അളവുകൾ (Absolute Measures) നൽകുന്ന മൂല്യം തെറ്റിദ്ധാരണ ഉണ്ടാക്കുന്നതാണ്.

മൂല്യങ്ങളെ പ്രകടിപ്പിക്കുന്ന യൂണിറ്റിലായിരിക്കും ഉത്തരം ലഭിക്കുക എന്നത് കേവലഅളവിന്റെ പോരായ്മയാണ്. ഉദാഹരണമായി, മൂല്യങ്ങളെ കിലോമീറ്ററിലാണ് പ്രകടിപ്പിക്കുന്നതെങ്കിൽ പ്രകീർണനവും കിലോമീറ്ററിലായിരിക്കും. എന്നാൽ, അതേമൂല്യങ്ങളെ മീറ്ററിലാണ് പ്രകടിപ്പിക്കുന്നതെങ്കിൽ കേവലഅളവ് നൽകുന്ന മൂല്യം മീറ്ററിലായിരിക്കണം. ഇവിടെ പ്രകീർണനത്തിന്റെ മൂല്യം കിലോമീറ്ററിൽ ലഭിച്ചതിന്റെ 1000 മടങ്ങായിരിക്കും.

ഈ പ്രശ്നത്തെ പരിഹരിക്കുന്നതിനായി വ്യതിയാനത്തിന്റെ ആപേക്ഷിക അളവുകൾ ഉപയോഗിക്കാവുന്നതാണ്. ഓരോ കേവല അളവിനും അതിനോട് ചേർന്ന് നിൽക്കുന്ന ഒരു ആപേക്ഷിക അളവുണ്ട്. ആയതിനാൽ താഴെപറയുന്ന രീതിയിൽ റേഞ്ചിന്റെ ഗുണാങ്കം കണ്ടെത്താവുന്നതാണ്.

$$\text{റേഞ്ചിന്റെ ഗുണാങ്കം} = \frac{L - S}{L + S}$$

ഇവിടെ, L = ഏറ്റവും ഉയർന്ന മൂല്യം

S = ഏറ്റവും താഴ്ന്ന മൂല്യം

അതുപോലെ, ചതുർഥകവ്യതിയാനത്തിന്റെ ഗുണാങ്കം താഴെപ്പറയുന്ന രീതിയിൽ കണ്ടെത്താം.

$$\text{ചതുർഥകവ്യതിയാനഗുണാങ്കം} = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1}$$

ഇവിടെ,

Q_3 = മൂന്നാമത്തെ ചതുർഥകം

Q_1 = ഒന്നാമത്തെ ചതുർഥകം

ഇതേ രീതിയിൽ മാധ്യവ്യതിയാനത്തിന്റെ ഗുണാങ്കം കണക്കാക്കാം.

മാധ്യവ്യതിയാനത്തിന്റെ ഗുണാങ്കം =

$$\frac{M.D(\bar{X})}{X} \text{ അഥവാ } \frac{M.D(\text{മധ്യാങ്കം})}{\text{മധ്യാങ്കം}}$$

ഇവിടെ, $\overline{X}$ = മാധ്യം

M.D = മാധ്യവ്യതിയാനം

അതായത്, മാധ്യവ്യതിയാനം മാധ്യത്തിൽ നിന്നാണ് കണക്കാക്കുന്നതെങ്കിൽ, മാധ്യവ്യതിയാനത്തെ മാധ്യം കൊണ്ട് ഹരിക്കുകയും, മാധ്യവ്യതിയാനം മധ്യാങ്കത്തിൽ നിന്നാണ് കണക്കാക്കുന്നതെങ്കിൽ മാധ്യവ്യതിയാനത്തെ മധ്യാങ്കം കൊണ്ട് ഹരിക്കുയും ചെയ്താണ് മാധ്യ വ്യതിയാന ഗുണാങ്കം കണ്ടെത്തുന്നത്.

മാനകവ്യതിയാനം കണ്ടെത്തുന്നതിന് വ്യതിയാന ഗുണാങ്കം (Coefficient of Variation) ഉപയോഗിക്കുന്നു.

വ്യതിയാനഗുണാങ്കം എന്നത് മാനകവ്യതിയാനത്തിന്റെ ആപേക്ഷിക അളവാണ്.

വ്യതിയാനഗുണാങ്കം (Coefficient of variaton)

$$= \frac{\text{മാനകവ്യതിയാനം}}{\text{സമാന്തരമാധ്യം}} \times 100$$

ഇത് സാധാരണയായി ശതമാനത്തിലാണ് അവതരിപ്പിക്കാറുള്ളത്. സർവസാധാരണയായി ഉപയോഗിക്കുന്ന പ്രകീർണനത്തിന്റെ ആപേക്ഷിക അളവാണിത്. ഇവയുടെ മൂല്യങ്ങൾ യൂണിറ്റിൽ നിന്നും സ്വതന്ത്രമായതിനാൽ വ്യത്യസ്ത യൂണിറ്റുകളുള്ള ഗ്രൂപ്പുകളെ തമ്മിൽ താരതമ്യം ചെയ്യാനും ഇത് ഉപയോഗിക്കുന്നു.

5. ലോറൻസ് വക്രം (Lorenz Curve)

ഇതുവരെ പഠനവിധേയമാക്കിയ പ്രകീർണനമാനങ്ങൾ വ്യതിയാനങ്ങളുടെ മൂല്യത്തെ സംഖ്യാരൂപത്തിൽ അവതരിപ്പിക്കുകയാണ് ചെയ്യുന്നത്. എന്നാൽ, വ്യതിയാനത്തെ ഗ്രാഫിന്റെ രൂപത്തിൽ അവതരിപ്പിക്കുന്നതിനെയാണ് ലോറൻസ്വക്രം എന്ന് പറയുന്നത്. 'രാജ്യത്തിലെ മൊത്തം ജനസംഖ്യയുടെ 10 ശതമാനം ദേശീയ വരുമാനത്തിന്റെ 50% കൈവശം വച്ചിരിക്കുന്നു', 'ജനസംഖ്യയുടെ 20% ദേശീയ വരുമാനത്തിന്റെ 80% കൈവശം വച്ചിരിക്കുന്നു', തുടങ്ങിയ പ്രസ്താവനകൾ നിങ്ങൾ കേട്ടിട്ടുണ്ടായിരിക്കുമല്ലോ? അത്തരം കണക്കുകൾ വരുമാനവ്യതിയാനത്തെക്കുറിച്ചുള്ള ആശയമാണ് നൽകുന്നത്. സഞ്ചിതരൂപത്തിൽ തന്നിട്ടുള്ള വിവരങ്ങളുടെ വ്യതിയാനത്തിന്റെ അളവ് സൂചിപ്പിക്കുന്നതിന് ലോറൻസ് വക്രം ഉപയോഗിക്കുന്നു. രണ്ടോ അതിലധികമോ വിതരണങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള വ്യതിയാനം താരതമ്യം ചെയ്യുന്നതിന് ഇത് വളരെ ഉപയോഗപ്രദമാണ്.

ഒരു കമ്പനിയിലെ തൊഴിലാളികളുടെ മാസവരുമാനം താഴെ തന്നിരിക്കുന്നു (പട്ടിക 6.4).

പട്ടിക 6.4

വരുമാനം	തൊഴിലാളികളുടെ എണ്ണം
0-5000	5
5000-10000	10
10000-20000	18
20000-40000	10
40000-50000	7

ലോറൻസ്വക്രത്തിന്റെ നിർമിതി (Construction of Lorenz Curve)

1. ക്ലാസ് മധ്യബിന്ദുക്കൾ കണക്കാക്കി അവയുടെ സഞ്ചിതമധ്യബിന്ദുക്കൾ ഉദാഹരണം 16-ലെ കോളം 3-ൽ തന്നിരിക്കുന്ന രീതിയിൽ കണ്ടെത്തുക.

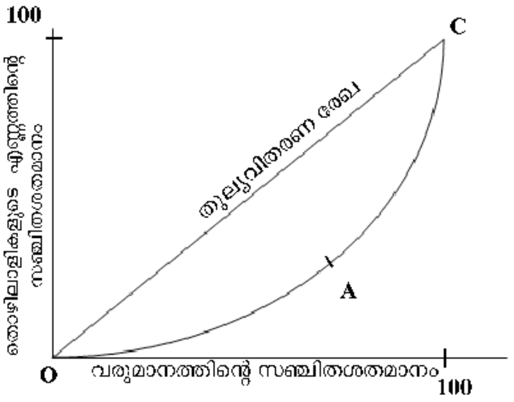
2. കോളം 6 – ൽ തന്നിരിക്കുന്നത് പോലെ സഞ്ചിതാവൃത്തി കണക്കാക്കുക.

3. കോളം 3, കോളം 6 എന്നിവയുടെ തുക 100 ആയി കണക്കാക്കുക. ഈ കോളങ്ങളിലെ സഞ്ചിതമൂല്യങ്ങളുടെ ശതമാനം കോളം 4,7 എന്നിവയിലേതു പോലെ കണക്കാക്കുക.

4. ചരങ്ങളുടെ (വരുമാനം) സഞ്ചിത ശതമാനം ഗ്രാഫിന്റെ Y അക്ഷത്തിലും ആവൃത്തിയുടെ സഞ്ചിതശതമാനം (തൊഴിലാളികളുടെ എണ്ണം) X അക്ഷത്തിലും ചിത്രം 6.1 – ലെ പോലെ രേഖപ്പെടുത്തുന്നു. ഓരോ അക്ഷത്തിലും '0' മുതൽ '100' വരെയുള്ള മൂല്യങ്ങളുണ്ടായിരിക്കും.

5. (0,0), (100, 100) എന്നീ ഏകോപനബിന്ദുക്കളെ യോജിപ്പിച്ച് ഒരു നേർരേഖ വരക്കുന്നു. ഇത് തുല്യവിതരണരേഖ (Line of equal distribution) എന്നറിയപ്പെടുന്നു. ഇത് ചിത്രം 6.1 – ൽ OC എന്ന രേഖ സൂചിപ്പിക്കുന്നു.

6. ചരങ്ങളുടെ സഞ്ചിതശതമാനവും അതിന് നേരെയുള്ള സഞ്ചിതാവൃത്തി ശതമാനവും യോജിപ്പിച്ച് OAC എന്ന രേഖ വരക്കുന്നു.



ചിത്രം 6.1 : ലോറൻസ് വക്രം

ഉദാഹരണം 16

വരുമാനം പരിധി	മധ്യ ബിന്ദുക്കൾ	സഞ്ചിത മധ്യ ബിന്ദുക്കൾ	സഞ്ചിത മധ്യ ബിന്ദുക്കൾ ശതമാനത്തിൽ	തൊഴിലാളികളുടെ എണ്ണം ആവൃത്തി	സഞ്ചിത ആവൃത്തി	സഞ്ചിത ആവൃത്തി ശതമാനത്തിൽ
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
0-5000	2500	2500	2.5	5	5	10
5000-10000	7500	10000	10.0	10	15	30
10000-20000	15000	25000	25.0	18	33	66
20000-40000	30000	55000	55.0	10	43	86
40000-50000	45000	100000	100.0	7	50	100

ലോറൻസ്വക്രത്തിന്റെ പഠനം (Studying the Lorenz Curve)

'OC' രേഖ തുല്യവിതരണരേഖ എന്നറിയപ്പെടുന്നു. കാരണം, ഈ വക്രത്തിൽ 20% ജനങ്ങൾ 20% വരുമാനവും, 60% ജനങ്ങൾ 60% വരുമാനവും കൈവശം വയ്ക്കുന്നു. ഈ രേഖയിൽ നിന്നും OAC

വക്രം എത്രത്തോളം വ്യത്യാസപ്പെട്ടിട്ടുണ്ടോ അത്രയുമാണ്, വിതരണത്തിലെ അസമത്വം. രണ്ടോ, അതിലധികമോ വക്രങ്ങളുണ്ടെങ്കിൽ 'OC' യിൽ നിന്ന് ഏറ്റവും അകലെയുള്ള വക്രമായിരിക്കും കൂടുതൽ പ്രകീർണനം (Dispersion) സൂചിപ്പിക്കുന്നത്.

6. ഉപസംഹാരം

റേഞ്ച് മനസിലാക്കാനും കണക്കാക്കാനും വളരെ ലളിതമാണെങ്കിലും അറ്റമൂല്യങ്ങൾ ഇവയുടെ മൂല്യത്തെ ബാധിക്കുന്നു എന്നത് ഇതിന്റെ പോരായ്മയാണ്. മധ്യത്തിലുള്ള 50% മൂല്യങ്ങളെ അടിസ്ഥാനമാക്കിയുള്ളതാണ് QD എന്നതിനാൽ ഇവ അറ്റമൂല്യങ്ങളാൽ സ്വാധീനിക്കപ്പെടുന്നില്ല. M.D, S.D എന്നിവയെ വ്യാഖ്യാനിക്കാൻ പ്രയാസമാണെങ്കിലും ഇവ ശരാശരിയിൽ നിന്നുള്ള വ്യതിയാനത്തെയാണ് കണക്കാക്കുന്നത്. മാധ്യവ്യതിയാനം ശരാശരിയിൽ നിന്നുള്ള വ്യതിയാനത്തിന്റെ ശരാശരിയാണ് കണക്കാക്കുന്നത്. എന്നാൽ, ഇവ മൂല്യങ്ങളുടെ ചിഹ്നത്തെ ഒഴിവാക്കുന്നു. ആയതിനാൽ, മാധ്യവ്യതിയാനം സാധാരണ ഗണിതശാസ്ത്രനിയമങ്ങൾ പാലിക്കുന്നില്ല. മാനകവ്യതിയാനം മാധ്യത്തിൽനിന്നുള്ള ശരാശരിവ്യതിയാനമാണ് കണക്കാ ക്കുന്നത്. മാധ്യവ്യതിയാനത്തെപ്പോലെ തന്നെ മാനകവ്യതിയാനം എല്ലാ മൂല്യങ്ങളെയും അടിസ്ഥാനമാക്കിയിട്ടുള്ളതായതിനാൽ ഇവ ഉയർന്ന നിലവാരമുള്ള സാംഖ്യകപ്രശ്നങ്ങളെ മനസിലാക്കാൻ ഉപയോഗിക്കുന്നു. കൂടാതെ ഏറ്റവും വ്യാപകമായി ഉപയോഗിക്കുന്ന പ്രകീർണനമാനകമാണ്

സംഗ്രഹം

- സാമ്പത്തികചരങ്ങളുടെ സ്വഭാവം കൂടുതൽ മെച്ചപ്പെട്ട രീതിയിൽ മനസ്സിലാക്കാൻ പ്രകീർണനമാനകങ്ങൾ സഹായിക്കുന്നു.
- മൂല്യങ്ങളുടെ വ്യാപനത്തിനനുസരിച്ചാണ് റേഞ്ച്, ചതുർഥകവ്യതിയാനം എന്നിവ.
- ശരാശരിയിൽ നിന്നുള്ള വ്യതിയാനമൂല്യങ്ങൾക്കനുസരിച്ചാണ് M.D, S.D എന്നിവ.
- പ്രകീർണനമാനകങ്ങൾ കേവലമോ, ആപേക്ഷികമോ ആയിരിക്കും.
- ദത്തങ്ങളെ അവതരിപ്പിച്ച ഏകകങ്ങളിൽ (units) ഉത്തരം നൽകുന്നവയാണ് കേവല അളവുകൾ.
- ആപേക്ഷികഅളവുകൾ ഏകകങ്ങളിൽ (units) നിന്ന് സ്വതന്ത്രമായതിനാൽ വ്യത്യസ്ത ചരങ്ങളെ തമ്മിൽ താരതമ്യം ചെയ്യാൻ ഇവ ഉപയോഗിക്കുന്നു.
- വക്രത്തിന്റെ ആകൃതിയിൽ നിന്നും വ്യതിയാനം കണക്കാക്കുന്ന ഗ്രാഫ് രീതിയാണ് ലോറൻസ്വക്രം.

അഭ്യാസങ്ങൾ

1. "ആവൃത്തിവിതരണത്തെ മനസിലാക്കുന്നതിനായുള്ള കേന്ദ്രമൂല്യത്തിന് പൂരകമാണ് പ്രകീർണനമാനകങ്ങൾ". വിശദമാക്കുക.
2. ഏത് പ്രകീർണനമാനകമാണ് മികച്ചത്. എന്തുകൊണ്ട്?
3. "ചില പ്രകീർണനമാനകങ്ങൾ മൂല്യങ്ങളുടെ വ്യാപനത്തെ ആശ്രയിച്ചിരിക്കുന്നു. എന്നാൽ കേന്ദ്രമൂല്യത്തിൽ നിന്നുള്ള വ്യതിയാനമാണ് മറ്റ് പ്രകീർണനമാനങ്ങൾ കണക്കാക്കുന്നത്. ഈ പ്രസ്താവനയോട് നിങ്ങൾ യോജിക്കുന്നുണ്ടോ?
4. ഒരു നഗരത്തിലെ 25% ആളുകൾ 45,000 രൂപയിലധികം വരുമാനം ഉള്ളവരും എന്നാൽ 75% ആളുകൽ 18,000 രൂപയിലധികം വരുമാനം ഉള്ളവരുമാണ്. പ്രകീർണനത്തിന്റെ കേവല, ആപേക്ഷികമൂല്യങ്ങൾ കണക്കാക്കുക.

ഒരു സംസ്ഥാനത്തിലെ 10 ജില്ലകളിലെ അരി, ഗോതമ്പ് എന്നിവയുടെ ഓരോ ഏക്കറിലെയും വിളവ് ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു.

ജില്ല	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ഗോതമ്പ്	12	10	15	19	21	16	18	9	25	10
അരി	22	29	12	23	18	15	12	34	18	12

ഓരോ വിളകളുടെയും താഴെപ്പറയുന്ന ഏകകങ്ങൾ കണക്കാക്കുക.

(i) റേഞ്ച്

(ii) Q.D. (ചതുർഥകവ്യതിയാനം),

(iii) മാധ്യത്തിൽ നിന്നും മാധ്യവ്യതിയാനം,

(iv) മധ്യാങ്കത്തിൽ നിന്നും മാധ്യവ്യതിയാനം,

(v) മാനകവ്യതിയാനം,

(vi) ഏത് വിളയാണ് ഏറ്റവും കൂടുതൽ വ്യതിയാനം കാണിക്കുന്നത്?,

(vii) ഓരോ വിളകയുടെയും വിവിധ രീതികളിൽ കണക്കാക്കിയ വ്യത്യസ്ത അളവുകളുടെ മൂല്യങ്ങളെ താരതമ്യം ചെയ്യുക.

6. മുൻചോദ്യത്തിന്റെ, ആപേക്ഷികവ്യതിയാനഅളവ് കണക്കാക്കുക. നിങ്ങളുടെ അഭിപ്രായത്തിൽ കേവലവ്യതിയാനഅളവാണോ, ആപേക്ഷികവ്യതിയാന അളവാണോ കൂടുതൽ വിശ്വസനീയമായത്?

7. X,Y എന്നീ ബാറ്റ്സ്മാൻമാരുടെ 5 ടെസ്റ്റ് മത്സരങ്ങളിലെ സ്കോർ ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു. ഇതിൽ നിന്നും ഒരു ബാറ്റ്സ്മാനെ ടീമിലേക്ക് തിരഞ്ഞെടുക്കേണ്ടതുണ്ട്.

X	25	85	40	80	120
Y	50	70	65	45	80

(i) ഉയർന്ന റൺ നേടിയ ബാറ്റ്സമാൻ ആണ് വേണ്ടത് എങ്കിൽ ആരെ തിരഞ്ഞെടുക്കും?

(ii) സ്ഥിരത പുലർത്തുന്ന ബാറ്റ്സ്മാൻ ആണ് വേണ്ടത് എങ്കിൽ ആരെ തിരഞ്ഞെടുക്കും?

8. രണ്ട് ബ്രാന്റുകളിലുള്ള ബൾബുകളുടെ ഗുണനിലവാരം അളക്കുന്നതിനായി ഓരോ ബ്രാന്റിലേയും 100 ബൾബുകളുടെ ആയുസ് മണിക്കൂറിൽ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു.

ആയുസ് (മണിക്കൂറിൽ)	ബൾബുകളുടെ എണ്ണം ബ്രാൻഡ് - A	ബ്രാൻഡ് - B
0–50	15	2
50–100	20	8
100–150	18	60
150–200	25	25
200–250	22	5
	100	100

(i) ഏത് ബ്രാന്റിനാണ് കൂടുതൽ ആയുസ്?

(ii) ഏത് ബ്രാന്റാണ് കൂടുതൽ ആശ്രയിക്കാവുന്നത്?

9. ഒരു ഫാക്ടറിയിലെ 50 തൊഴിലാളികളുടെ ശരാശരി ദിവസക്കൂലി 200 രൂപയാണ്. അവരുടെ മാനകവ്യതിയാനം 40 രൂപ ആണ്. ഓരോ തൊഴിലാളിയുടെയും കൂലി 20 രൂപ വർധിപ്പിക്കുന്നു. പുതിയ ശരാശരി ദിവസവേതനം, മാനകവ്യതിയാനം എന്നിവ എത്രയാണ്? കൂലികൾ ഏറെക്കുറെ ഒരു പോലെയാകുന്നുണ്ടോ?

10. മുൻചോദ്യത്തിൽ ഓരോ തൊഴിലാളിക്കും കൂലിയിൽ 10 ശതമാനത്തിന്റെ വർധനവാണ് വരുത്തുന്നതെങ്കിൽ, മാധ്യം, മാനകവ്യതിയാനം എന്നിവയുടെ മൂല്യങ്ങളെ എങ്ങനെയാണ് അത് ബാധിക്കുന്നത്?

11. താഴെത്തന്നിരിക്കുന്ന വിതരണത്തിന്റെ മാധ്യത്തിൽ നിന്നുള്ള മാധ്യവ്യതിയാനം (Mean Deviation from Mean), മാനകവ്യതിയാനം (Standard Deviation) എന്നിവ കണക്കാക്കുക.

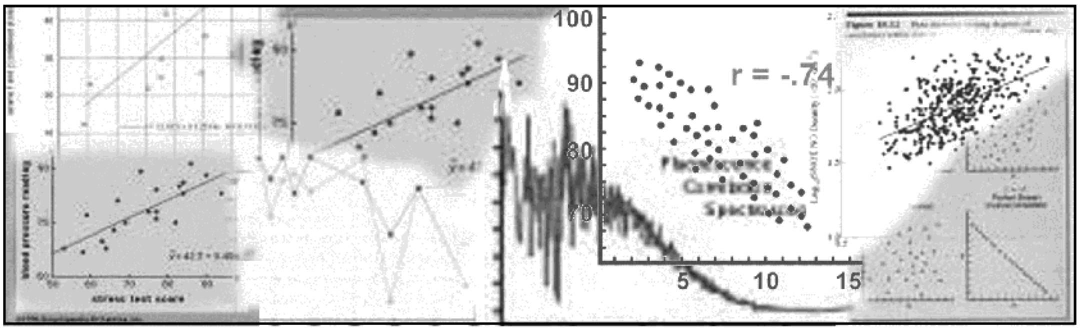
ക്ലാസ്സുകൾ	ആവൃത്തികൾ
20–40	3
40–80	6
80–100	20
100–120	12
120–140	9
	50

12. 10 മൂല്യങ്ങളുടെ തുക 100 – ഉം അവയുടെ വർഗത്തിന്റെ തുക 1090 – ഉം ആണ്. വ്യതിയാനഗുണാങ്കം (Co-effiecient of Variation) കണക്കാക്കുക.

A1U8H6

അധ്യായം 7

സഹബന്ധം (Correlation)



പഠനനേട്ടങ്ങൾ

- സഹബന്ധം എന്ന വാക്കിന്റെ അർഥം മനസ്സിലാക്കുന്നു.
- രണ്ട് ചരങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള സഹബന്ധത്തിന്റെ പ്രകൃതം മനസ്സിലാക്കുന്നു.
- സഹബന്ധത്തിന്റെ വ്യത്യസ്ത അളവുകൾ കണക്ക്കൂട്ടാൻ കഴിയുന്നു.
- ബന്ധത്തിന്റെ തീവ്രതയും ദിശയും വിശകലനം ചെയ്യാൻ കഴിയുന്നു.

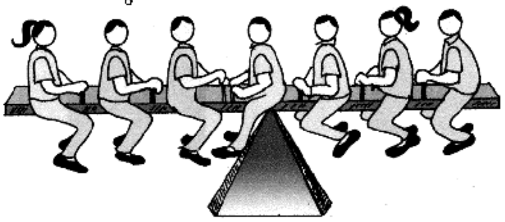
1. ആമുഖം

ഒരുകൂട്ടം ദത്തങ്ങളിൽ നിന്ന് സംക്ഷിപ്ത അളവുകളുടെ നിർമിതിയേയും ഒരേതരം ചരങ്ങൾക്കിടയിലെ മാറ്റങ്ങളേയും കുറിച്ച് കഴിഞ്ഞ അധ്യായങ്ങളിൽ നിങ്ങൾ പഠിച്ചുവല്ലോ. ഈ അധ്യായത്തിൽ രണ്ടു ചരങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള ബന്ധങ്ങൾ എപ്രകാരമാണെന്ന് പരിശോധിക്കാം.

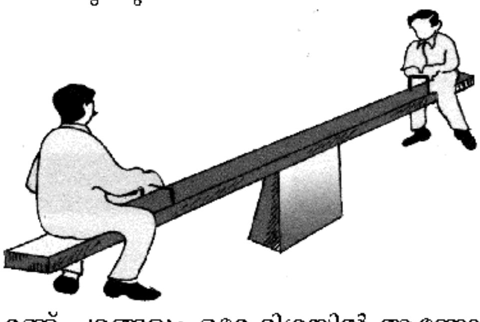
ചൂടുകാലമായാൽ കുന്നിൻമുകളിലെ സ്ഥലങ്ങളിലേക്ക് ധാരാളമായി സന്ദർശകർ വരാറുണ്ട്. അവിടെ ഐസ്ക്രീം കച്ചവടവും വളരെ തിരക്കുള്ളതാകുന്നു. സന്ദർശകരുടെ എണ്ണവും ഐസ്ക്രീം വിൽപനയും അന്തരീക്ഷത്തിലെ താപനിലയുമായി ബന്ധപ്പെടുത്താം. ഇതുപോലെ കമ്പോളത്തിൽ ഉരുളക്കിഴങ്ങിന്റെ പ്രദാനം (supply) വർദ്ധിക്കുമ്പോൾ അതിന്റെ വില കുറയുന്നു. പരിസരത്തെ കർഷകർ ഉരുളക്കിഴങ്ങിന്റെ വിളവെടുപ്പ് തുടങ്ങിയാൽ കമ്പോളത്തിലേക്കുള്ള ഉരുളക്കിഴങ്ങിന്റെ പ്രദാനം കൂടുകയും വില

കിലോഗ്രാമിന് 40 രൂപ എന്നത് 4 രൂപയോ, അതിനു താഴെയോ ആകുകയും ചെയ്യുന്നു. അതിനാൽ പ്രദാനം വിലയുമായി ബന്ധപ്പെട്ടിരിക്കുന്നു. അതുകൊണ്ട്, സഹബന്ധമെന്നാൽ ചരങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള ബന്ധങ്ങളുടെ ക്രമാനുഗതമായ പഠനത്തിനുള്ള ഒരു ഉപാധിയാണ്. അതിനെ താഴെ നൽകുന്ന ചോദ്യങ്ങളുമായി ബന്ധപ്പെടുത്താവുന്നതാണ്.

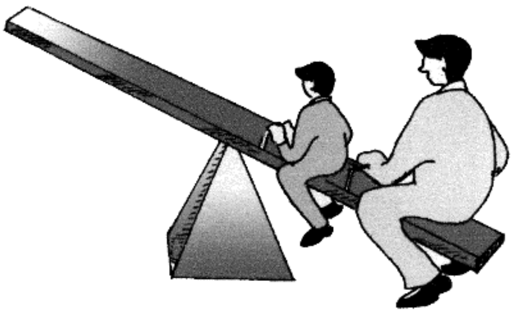
- രണ്ടു ചരങ്ങൾ തമ്മിൽ എന്തെങ്കിലും ബന്ധമുണ്ടോ?



- ഒരു ചരത്തിന്റെ മൂല്യം മാറിയാൽ അത് മറ്റൊരു ചരത്തിന്റെ മൂല്യത്തിൽ മാറ്റമുണ്ടാക്കുന്നുണ്ടോ?



- രണ്ട് ചരങ്ങളും ഒരേ ദിശയിൽ ആണോ നീങ്ങുന്നത്?



- ചരങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം എത്രത്തോളം ശക്തമാണ്?

2. വിവിധതരം ബന്ധങ്ങൾ (Types of relationships)

നമുക്ക് ചരങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള പലവിധ ബന്ധങ്ങളെ പരിശോധിക്കാം. വസ്തുവിന്റെ ചോദനത്തിന്റെയും വിലയുടേയും മാറ്റങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം ചോദനസിദ്ധാന്ത (Law of Demand) ത്തിന്റെ അവിഭാജ്യഘടകമാണ്. 12-ാം ക്ലാസിൽ നിങ്ങൾ ഇതിനെപ്പറ്റി കൂടുതലായി പഠിക്കും. കാർഷിക ഉൽപാദനക്ഷമതയിൽ ഉണ്ടാകുന്ന കുറവ് മഴയിലുണ്ടാകുന്ന കുറവുമായി ബന്ധപ്പെട്ടിരിക്കുന്നു. ഇത്തരം ഉദാഹരണങ്ങൾ ചരങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള ബന്ധത്തിന്റെ കാര്യകാരണ വ്യാഖ്യാനങ്ങൾ നൽകുന്നു. മറ്റു ഘടകങ്ങൾ ഇവിടെ തികച്ചും യാദൃച്ഛികമായിരിക്കും. വന്യജീവിസങ്കേതത്തിലേക്കുള്ള ദേശാടനപ്പക്ഷികളുടെ വരവും ആ പ്രദേശത്തെ മനുഷ്യരുടെ ജനനനിരക്കും തമ്മിലുള്ള ബന്ധത്തിന് യാതൊരു കാര്യകാരണവ്യഖ്യാനങ്ങളും നൽകാനാവില്ല. ഇവ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം യാദൃച്ഛികം മാത്രമാണ്. നിങ്ങളുടെ കീശയിലെ പണവും ഷൂവിന്റെ വലുപ്പവും തമ്മിലുള്ള ബന്ധം മറ്റൊരു ഉദാഹരണമാണ്. ഇവതമ്മിൽ ബന്ധമുണ്ടെങ്കിൽതന്നെ അവ വിശദീകരിക്കാൻ പ്രയാസമാണ്.

രണ്ടു ചരങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള ബന്ധത്തിൽ മാറ്റം വരുത്താൻ മൂന്നാമത് ചരത്തിന്റെ സ്വാധീനം കൊണ്ട് കഴിയും. ഐസ്ക്രീമിന്റെ ഉയർന്ന വിൽപനയും മുങ്ങി മരണവും തമ്മിൽ ബന്ധപ്പെട്ടിരിക്കാം. ഐസ്ക്രീം കഴിച്ചതിനാലല്ല മുങ്ങിമരണം സംഭവിച്ചത്. അന്തരീക്ഷത്തിലെ താപനില കൂടുന്നത്

ഐസ്ക്രീമിന്റെ ഉയർന്ന വിൽപനയിലേക്കു നയിച്ചു. അതിനു പുറമെ, ഉയർന്ന ചൂട് ശമിപ്പിക്കാൻ ധാരാളം പേർ നീന്തൽക്കുളത്തിലേക്ക് പോകാൻ തുടങ്ങി. ഇത് മുങ്ങിമരണങ്ങളുടെ എണ്ണം വർദ്ധിപ്പിച്ചിരിക്കാം. ആയതിനാൽ ഐസ്ക്രീമിന്റെ വിൽപനയും മുങ്ങിമരണങ്ങളും തമ്മിലുള്ള ഉയർന്ന സഹബന്ധത്തിന് പിന്നിലുള്ള കാരണം അന്തരീക്ഷതാപമാണ്.

എന്താണ് സഹബന്ധം അളക്കുന്നത്? (What does Correlation Measure?)

ചരങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള ബന്ധത്തിന്റെ ദിശയും തീവ്രതയും കണക്കാക്കുന്നതാണ് സഹബന്ധപഠനം. സഹബന്ധം കണക്കാക്കുന്നത് സഹവ്യതിയാനത്തെയാണ്, മറിച്ച് കാര്യകാരണങ്ങളെക്കുറിച്ചല്ല. ചരങ്ങളുടെ ബന്ധത്തിന്റെ കാരണമോ ഫലമോ സഹബന്ധത്തിന്റെ വ്യഖ്യാനത്തിൽപെടുന്നില്ല. X,Y എന്നീ രണ്ടു ചരങ്ങളുടെ ദിശാമാറ്റത്തിന്റെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ സഹബന്ധം പോസിറ്റീവ് എന്നോ നെഗറ്റീവ് എന്നോ കണക്കാക്കാം. ഒരു ചരത്തിന്റെ (X) വർധനവിനൊപ്പം (കുറവ്), മറ്റേ ചരവും (Y) വർധനവ് (കുറവ്) കാണിക്കുന്നു എങ്കിൽ സഹബന്ധം പോസിറ്റീവ് ആകുന്നു. X എന്ന ചരത്തിന്റെ വർധനവ് (കുറവ്) Y എന്ന ചരത്തിന്റെ കുറവിന് (വർധനവ്) കാരണമാകുന്നു എങ്കിൽ സഹബന്ധം നെഗറ്റീവ് ആകുന്നു. പരസ്പം ബന്ധമുള്ള രണ്ട് ചരങ്ങളും സ്ഥിര അനുപാതത്തിലാണ് മാറുന്നതെങ്കിൽ സഹബന്ധം (കുറവ്) രേഖീയ (Linear) മാണ്. രേഖീയമായ സഹബന്ധം ഒരു ഗ്രാഫ് പേപ്പറിൽ നേർരേഖയായി വരച്ചു കാണിക്കാവുന്നതാണ്.

സഹബന്ധത്തിന്റെ വിവിധ തരങ്ങൾ (Types of Correlation)

സാധാരണയായി സഹബന്ധത്തെ പോസിറ്റീവ് സഹബന്ധം, നെഗറ്റീവ് സഹബന്ധം എന്നിങ്ങനെ തരംതിരിക്കുന്നു. ചരങ്ങൾ ഒരേ ദിശയിൽ ഒരുമിച്ചു നീങ്ങുന്നുവെങ്കിൽ അവ പോസിറ്റീവ് സഹബന്ധമാണ്. ഉദാഹരണം : വരുമാനം വർധിക്കുമ്പോൾ ഉപഭോഗവും വർധിക്കുന്നു. വരുമാനം കുറയുമ്പോൾ ഉപഭോഗം കുറയുന്നു. ഐസ്ക്രീമിന്റെ വിൽപനയും അന്തരീക്ഷത്തിലെ താപവും ഒരേദിശയിൽ നീങ്ങുന്നു. ചരങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള നീക്കം വിപരീതദിശയിലാണെങ്കിൽ സഹബന്ധം നെഗറ്റീവ് ആണെന്ന് പറയാം. ഉദാഹരണം: ആപ്പിളിന്റെ വില കുറയുമ്പോൾ അതിന്റെ ചോദനം കൂടുന്നു. ആപ്പിളിന്റെ വില കൂടുമ്പോൾ അതിന്റെ ചോദനം കുറയുന്നു. നിങ്ങൾ കൂടുതൽ സമയം പഠനത്തിനായി ചെലവഴിക്കുമ്പോൾ, പരാജയപ്പെടാനുള്ള നിങ്ങളുടെ സാധ്യത കുറയുന്നു. പഠനത്തിനായി കുറച്ചു സമയമാണ് ചെലവഴിക്കുന്നതെങ്കിൽ, നിങ്ങളുടെ പരാജയപ്പെടാനുള്ള സാധ്യത കൂടുന്നു. ഇവിടെ ചരങ്ങൾ വിപരീതദിശയിലാണ് നീങ്ങുന്നത്.

3. സഹബന്ധം കണക്കാക്കുന്നതിനുള്ള ഉപാധികൾ (Techniques for Measuring Correlation)

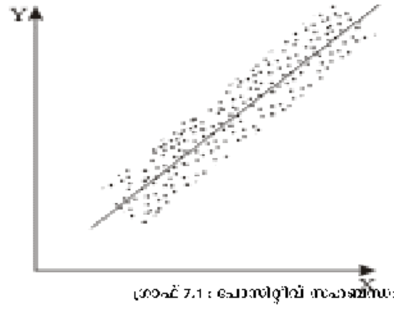
സഹബന്ധപഠനത്തിന് വ്യാപകമായി ഉപയോഗിക്കുന്ന ഉപാധികളാണ് സ്കാറ്റർ ഡയഗ്രം (Scatter diagram), കാൾ പിയേഴ്സന്റെ സഹബന്ധഗുണാങ്കം (Karl Pearson's Co-efficent of correlation), സ്പിയർമാന്റെ റാങ്ക് സഹബന്ധം (Spearman's Rank Correlation) എന്നിവ.

സ്കാറ്റർ ഡയഗ്രം ചരങ്ങളുടെ സഹബന്ധത്തിന്റെ സംഖ്യാപരമായ മൂല്യം നൽകാതെ, സഹബന്ധത്തിന്റെ സ്വഭാവം ചിത്രരൂപേണ അവതരിപ്പിക്കുന്നു. രണ്ടു ചരങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള രേഖീയബന്ധം കാൾ പിയേഴ്സന്റെ സഹബന്ധഗുണാങ്കം വഴി കണക്കാക്കുന്നു. ചരങ്ങളുടെ ബന്ധം രേഖീയമാണെങ്കിൽ അത് പ്രതിനിധാനം ചെയ്യുന്നത് നേർരേഖയായിരിക്കും. വ്യക്തികളുടെ സൗന്ദര്യം, ബുദ്ധി, സത്യസന്ധത മുതലായ ഗുണാത്മകചരങ്ങൾ (Attributes) സംഖ്യകളുടെ രീതിയിൽ അളക്കാനാകില്ല. ഇത്തരം ചരങ്ങളിലെ മൂല്യങ്ങൾക്ക് റാങ്ക് (Rank) കൽപിച്ചു നൽകി അവയുടെ രേഖീയ ബന്ധത്തിന്റെ അടിസ്ഥാനത്തിലാണ് സ്പിയർമാന്റെ റാങ്ക് സഹബന്ധഗുണാങ്കം കണക്കാക്കുന്നത്.

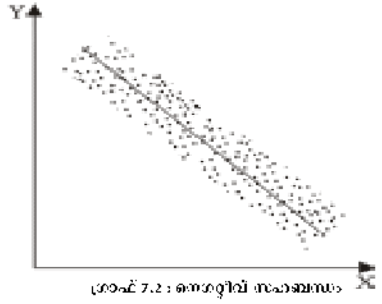
സ്കാറ്റർ ഡയഗ്രം (Scatter diagram)

സംഖ്യാപരമായ മൂല്യം കണക്കാക്കാതെ ചരങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള ബന്ധത്തിന്റെ സ്വഭാവം ചിത്രരൂപേണ വ്യാഖ്യാനിക്കുന്നത്തിനുള്ള ഉപാധിയാണ് സ്കാറ്റർഡയഗ്രം. ഈ രീതിയിൽ രണ്ടുചരങ്ങളുടെ മൂല്യങ്ങളെ ഒരു ഗ്രാഫുപേപ്പറിൽ ബിന്ദുക്കളായി അടയാളപ്പെടുത്തുന്നു. ഇങ്ങനെ രേഖപ്പെടുത്തിയ ബിന്ദുക്കളുടെ കൂട്ടമാണ് സ്കാറ്റർ ഡയഗ്രം. ഇതിൽ ചരങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള ബന്ധത്തിന്റെ പ്രകൃതം നിർണയിക്കുന്നു. സ്കാറ്റർഡയഗ്രം രീതി അനുസരിച്ച് ചരങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള ബന്ധത്തെപറ്റി ഒരു ധാരണ ചിത്രത്തിൽ നിന്നും രൂപീകരിക്കാൻ കഴിയും. ഇത്തരത്തിൽ രേഖപ്പെടുത്തിയ ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള അടുപ്പത്തിന്റെ അവസറയും അവയുടെ മൊത്തമായ ദിശയും പരിഗണിച്ച് ചരങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം സ്കാറ്റർ ഡയഗ്രത്തിൽ നിന്നും മനസിലാക്കാം. രേഖപ്പെടുത്തിയ ബിന്ദുക്കളെല്ലാം ഒരു നേർരേഖയിലാണ് കിടക്കുന്നതെങ്കിൽ സഹബന്ധം പരിപൂർണവും ഏകമാത്രവുമാണ് (Unity). രേഖപ്പെടുത്തിയ ബിന്ദുക്കൾ രേഖക്ക് ചുറ്റും അകലത്തിൽ ചിതറിക്കിടക്കുകയാണങ്കിൽ സഹബന്ധം കുറവാണ് എന്നും, രേഖപ്പെടുത്തിയ ബിന്ദുക്കൾ ഒരു രേഖയിലോ, രേഖക്ക് അടുത്തോ കിടക്കുന്നുവെങ്കിൽ സഹബന്ധം രേഖീയമാണെന്നും പറയുന്നു.

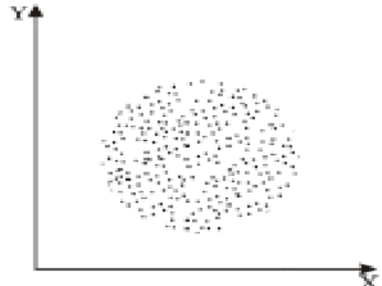
സ്കാറ്റർഡയഗ്രം 7.1 മുതൽ 7.5 വരെയുള്ള ഗ്രാഫുകൾ രണ്ടു ചരങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള ബന്ധത്തെപ്പറ്റി ധാരണ നൽകുന്നു. ഗ്രാഫ് 7.1–ൽ രേഖപ്പെടുത്തിയ ബിന്ദുക്കൾ മുകളിലേക്ക് ഉയരുന്ന രേഖയുടെ ചുറ്റും ചിതറിക്കിടക്കുന്നു. ഇവിടെ ചരങ്ങളുടെ മാറ്റത്തിന്റെ ഗതി ഒരേ ദിശയിലേക്കാണെന്ന് കാണാം. X എന്ന ചരം ഉയരുമ്പോൾ Y എന്ന ചരവും ഉയരുന്നു. ഇതിനെ പോസിറ്റീവ് സഹബന്ധം എന്നു വിളിക്കാം. ഗ്രാഫ് 7.2–ൽ രേഖപ്പെടുത്തിയ ബിന്ദുക്കൾ താഴേക്ക് ചെരിഞ്ഞ രേഖക്ക് ചുറ്റും ചിതറിക്കിടക്കുന്നു. ഇവിടെ ചരങ്ങളുടെ മാറ്റത്തിന്റെ ദിശ വിപരീതമാണ്. X എന്ന ചരം ഉയരുമ്പോൾ Y എന്ന ചരം താഴുന്നു. നേരെ മറിച്ചും സംഭവിക്കുന്നു. ഇതിനെ നെഗറ്റീവ് സഹബന്ധം എന്നുവിളിക്കുന്നു. ഗ്രാഫ് 7.3–ൽ രേഖപ്പെടുത്തിയ ബിന്ദുക്കൾ മുകളിലേക്ക് ഉയരുന്നതോ താഴേക്ക് ചെരിഞ്ഞതോ ആയ രേഖക്ക് ചുറ്റും ചിതറിക്കിടക്കുന്നില്ല. ഇത് ചരങ്ങൾ തമ്മിൽ ഒരു സഹബന്ധവുമില്ലാത്തതിന് ഉദാഹരണമാ



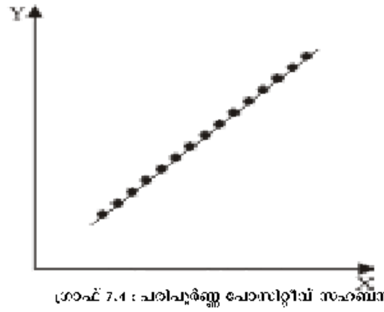
ഗ്രാഫ് 7.1 : പോസിറ്റീവ് സഹബന്ധം



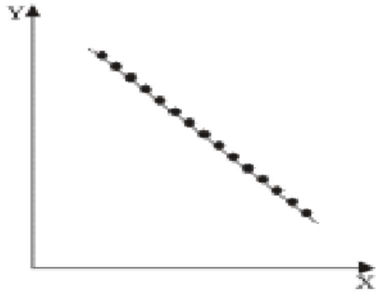
ഗ്രാഫ് 7.2 : നെഗറ്റീവ് സഹബന്ധം



ഗ്രാഫ് 7.3 : സഹബന്ധമില്ലായ്മ



ഗ്രാഫ് 7.4 : പരിപൂർണ്ണ പോസിറ്റീവ് സഹബന്ധം



ഗ്രാഫ് 7.4 : പരിപൂർണ്ണ നെഗറ്റീവ് സഹബന്ധം

ണ്. ഗ്രാഫ് 7.4 ഉം 7.5 ഉം രേഖപ്പെടുത്തിയ ബിന്ദുക്കൾ ഒരു നേർരേഖയിൽത്തന്നെ കിടക്കുന്നു. ഇതിനെ യഥാക്രമം പരിപൂർണമായും പോസിറ്റീവ്സഹബന്ധമെന്നും, പരിപൂർണമായ നെഗറ്റീവ്സഹബന്ധമെന്നും പറയാം. ബന്ധത്തിന്റെ തീവ്രതയും പ്രകൃതവും മനസിലാക്കുന്നതിന് സ്കാറ്റർഡയഗ്രം സഹായിക്കുന്നു.

പ്രവർത്തനം

- നിങ്ങളുടെ ക്ലാസിലെ കുട്ടികളിൽ നിന്നും അവരുടെ പത്താംതരത്തിലെ രണ്ടു വിഷയങ്ങളിൽ നേടിയ മാർക്കും, അവരുടെ ഉയരം, തൂക്കം അടങ്ങിയ ദത്തങ്ങളും ശേഖരിക്കുക. ഈ ചരങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് സ്കാറ്റർഡയഗ്രം വരയ്ക്കുക. ഏതുതരം ബന്ധമാണെന്ന് കണ്ടെത്തുക.

കാൾ പിയേഴ്സന്റെ സഹബന്ധഗുണാങ്കം (Karl Pearson's Co-efficent of Correlation)

കാൾപിയേഴ്സന്റെ സഹബന്ധഗുണാങ്കത്തെ പ്രൊഡക്റ്റ് മൊമെന്റ് സഹബന്ധം (Product moment correlation) എന്നും കേവലസഹബന്ധഗുണാങ്കം (Simple Corretation Co-efficient) എന്നും അറിയപ്പെടുന്നു. രണ്ട്

ചരങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള (X,Y) രേഖീയബന്ധത്തിന്റെ കൃത്യമായ സംഖ്യാപരമായ മൂല്യം ഈ ഗുണാങ്കത്തിലൂടെ ലഭിക്കുന്നു. രേഖീയബന്ധത്തെ താഴെപ്പറയും പ്രകാരം നൽകിയാൽ

$Y = a + bX$

ഈ തരത്തിലുള്ള ബന്ധം ഒരു നേർരേഖയിൽ നിന്നും വിവരിച്ചെടുക്കാം. രേഖീയബന്ധസമവാക്യത്തിൽ Y അക്ഷത്തിലെ ലംബഛേദം a ആയും രേഖയുടെ ചെരിവ് b ആയും നൽകുന്നു. X മൂല്യത്തിൽ ഉണ്ടാകുന്ന ചെറിയ മാറ്റം Y മൂല്യത്തിൽ എത്ര മാറ്റം വരുത്തുന്നുവെന്ന് ഇത് സൂചിപ്പിക്കുന്നു. മറ്റൊരു രീതിയിൽ പറഞ്ഞാൽ $Y = X^2$ ആണെങ്കിൽ ഈ ബന്ധം ഒരു നേർരേഖയിൽ പ്രതിനിധാനം ചെയ്യാൻ കഴിയുകയില്ല. സഹബന്ധഗുണാങ്കത്തിന്റെ മൂല്യം പൂജ്യമാകാം. സഹബന്ധം പൂജ്യമാണെന്നാൽ അതിനർഥം രണ്ടു ചരങ്ങൾ തമ്മിൽ യാതൊരു ബന്ധവും ഇല്ല എന്നല്ല.

$X_1, X_2, X_3, \ldots\ldots Xn$ എന്നിവ n ഇനങ്ങളുടെ X മൂല്യവും $Y_1, Y_2, Y_3, \ldots\ldots Y_n$ എന്നിവ n ഇനങ്ങളുടെ Y മൂല്യവുമാണെങ്കിൽ X,Y എന്നിവയുടെ സമാന്തരമാധ്യം (Arithemetic Mean)

$$\overline{X} = \frac{\sum X}{N}; \quad \overline{Y} = \frac{\sum Y}{N}$$

താഴെ ഇവയുടെ വ്യതിയാനം (Variance) നൽകുന്നു.

$$\sigma^2{}_X = \frac{\sum (X - \overline{X})^2}{N} = \frac{\sum X^2}{N} - \overline{X}^2$$

അതുപോലെ;

$$\sigma^2{}_Y = \frac{\sum (Y - \overline{Y})^2}{N} = \frac{\sum Y^2}{N} - \overline{Y}^2$$

ഇവയുടെ വിചരണങ്ങളുടെ പോസിറ്റീവ് വർഗമൂലമാണ് X, Y എന്നിവയുടെ മാനകവ്യതിയാനം (Standard Deviation). X,Y എന്നിവയുടെ സഹവ്യതിയാനം (Covariance) നിർവചിച്ചാൽ

$$\text{cov}(x, y) = \frac{\sum (X - \overline{X})(Y - \overline{Y})}{N} = \frac{\sum xy}{N}$$

ഇവിടെ,

$x = (X - \overline{X})$, $y = (Y - \overline{Y})$. x ഉം y ഉം കാണിക്കുന്നത് X ന്റെയും Y യുടെയും മാധ്യത്തിൽ നിന്നുള്ള വ്യതിയാനമാണ്.

x, y എന്നീ ഇനങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള സഹവ്യതിയാനത്തിന്റെ ചിഹ്നമാണ് അവയുടെ സഹബന്ധഗുണാങ്കം തീരുമാനിക്കുന്നത്. മാനകവ്യതിയാനം എല്ലായ്പ്പോഴും പോസിറ്റീവ് ആയിരിക്കും. സഹവ്യതിയാനം പൂജ്യമാണെങ്കിൽ സഹബന്ധഗുണാങ്കവും പൂജ്യമായിരിക്കും. പ്രൊഡക്റ്റ്മൊമെന്റ് സഹബന്ധം അഥവ കാൾപിയേഴ്സന്റെ സഹബന്ധഗുണാങ്കം കണക്കാക്കുന്നത് താഴെപ്പറയും പ്രകാരമാണ്

$$r = \frac{\sum xy}{N\sigma_X \sigma_Y} \qquad \ldots(1)$$

അല്ലെങ്കിൽ

$$r = \frac{\sum (X - \overline{X})(Y - \overline{Y})}{\sqrt{\sum (X - \overline{X})^2} \cdot \sqrt{\sum (Y - \overline{Y})^2}} \qquad \ldots(2)$$

അല്ലെങ്കിൽ,

$$r = \frac{\sum XY - \frac{(\sum X)(\sum Y)}{N}}{\sqrt{\sum X^2 - \frac{(\sum X)^2}{N}}\sqrt{\sum Y^2 - \frac{(\sum Y)^2}{N}}} \quad ...(3)$$

അല്ലെങ്കിൽ,

$$r = \frac{N\sum XY - (\sum X)(\sum Y)}{\sqrt{N\sum X^2 - (\sum X)^2}\sqrt{N\sum Y^2 - (\sum Y)^2}} \quad ...(4)$$

സഹബന്ധഗുണാങ്കത്തിന്റെ പ്രത്യേകതകൾ (Properties of Correlation Coefficent)

സഹബന്ധഗുണാങ്കത്തിന്റെ പ്രത്യേകതകൾ എന്തെല്ലാമാണെന്ന് നോക്കാം

1. r-ന് ഒരു ഏകകമില്ല (unit). ഇതിനർഥം ഇത് ഒരു സംഖ്യമാത്രമാണെന്നാണ്. അളവിന്റെ ഏകകങ്ങൾ r ന്റെ ഭാഗമല്ല. അതായത് r-ന് കിലോഗ്രാം, സെന്റീമീറ്റർ, രൂപ തുടങ്ങിയ അളവുകോൽ ഇല്ല. ഉദാഹരണം: അടിക്കണക്കിലുള്ള ഉയരവും കിലോഗ്രാമിലുള്ള തൂക്കവും തമ്മിലുള്ള സഹബന്ധ (r) 0.7 ആണ്.

2. ചരങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം വിപരീതമാണെങ്കിൽ r ന്റെ മൂല്യം നെഗറ്റീവ് ആകുന്നു. ഒരു ചരത്തിന്റെ മൂല്യത്തിലുള്ള മാറ്റം മറ്റൊരു ചരത്തിന്റെ മാറ്റവുമായി വിപരീതദിശയിലുള്ള ബന്ധമാണുള്ളത്. ഒരുവസ്തുവിന്റെ വില വർധിക്കുമ്പോൾ അതിന്റെ ചോദനം കുറയുന്നു. പലിശനിരക്ക് ഉയരുമ്പോൾ ബാങ്കിൽ നിന്നും വാങ്ങുന്ന വായ്പയുടെ ചോദനം കുറയുന്നു. ഇതിനു കാരണം വായ്പയുടെ ചിലവ് കൂടുന്നതു കൊണ്ടാണ്.

3. രണ്ട് ചരങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള നീക്കം ഒരേ ദിശയിലാണെങ്കിൽ r-ന്റെ മൂല്യം പോസിറ്റീവ് ആണ്. ഉദാഹരണം: കാപ്പിയുടെ വില ചായയെ അപേക്ഷിച്ച് കൂടുമ്പോൾ ചായയുടെ ചോദനം വർധിക്കും (ചായയും കാപ്പിയും പ്രതിസ്ഥാപന വസ്തുക്കളാണ്). ജലസേചനസൗകര്യങ്ങൾ മെച്ചപ്പെടുത്തൽ ഉയർന്ന കാർഷിക വിളയ്ക്ക് കാരണമാകും. താപനിലയിലെ വർധനവ് ഐസ്ക്രീം വിൽപനയെ ഉയർത്തും.

4. r-ന്റെ മൂല്യം പൂജ്യമായിരുന്നാൽ രണ്ട് ചരങ്ങൾ തമ്മിൽ ഒരുതരത്തിലുള്ള സഹബന്ധവുമില്ല. ഈ ചരങ്ങൾ തമ്മിൽ ഒരു രേഖീയബന്ധവുമില്ല. എന്നാൽ മറ്റു തരത്തിലുള്ള ബന്ധങ്ങളുണ്ടാകാം.

5. സഹബന്ധത്തിന്റെ സ്വഭാവം പരിപൂർണമാണെങ്കിൽ r = 1 അല്ലെങ്കിൽ r = −1 ആകുന്നു. അവ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം കൃത്യമാണ്.

6. r-ന്റെ ഉയർന്ന മൂല്യം ശക്തമായ രേഖീയബന്ധത്തെ സൂചിപ്പിക്കുന്നു. r-ന്റെ മൂല്യം + 1 നും −1 നും വളരെ അടുത്താണെങ്കിൽ അതിന്റെ മൂല്യം ഉയർന്നതാകുന്നു. r-ന്റെ മൂല്യം വളരെ ചെറുതാണെങ്കിൽ സഹബന്ധം ശക്തി കുറഞ്ഞ രേഖീയബന്ധത്തെ സൂചിപ്പിക്കുന്നു. r-ന്റെ മൂല്യം പൂജ്യത്തിനോട് അടുത്താണെങ്കിൽ താഴ്ന്ന മൂല്യമാണെന്ന് പറയാം. സഹബന്ധഗുണാങ്കത്തിന്റെ മൂല്യം −1 നും + 1 നും ഇടയിലായിരിക്കും $(-1 \le r \le 1)$. ഏതെങ്കിലും സന്ദർഭത്തിൽ r -ന്റെ മൂല്യം −1 നും +1 നും ഇടയിലല്ല എങ്കിൽ r കണക്കാക്കുന്നതിൽ പിശക് സംഭവിച്ചിട്ടുണ്ട് എന്ന് മനസിലാക്കാം.

7. ഉൽഭവം (Origin), തോത് (Scale) എന്നിവയിലെ മാറ്റങ്ങൾ r-ന്റെ മൂല്യത്തെ ബാധിക്കില്ല. X, Y എന്നീ രണ്ടു ചരങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് ഇവ നിർവചിക്കാം.

$$U = \frac{X - A}{B} ; V = \frac{Y - C}{D}$$

യഥാക്രമം X, Y എന്നിവയുടെ അഭ്യൂഹമാധ്യങ്ങളാണ് A, C എന്നിവ. B, D എന്നിവ പൊതുഘടകങ്ങളുമാണ് എങ്കിൽ, $r_{xy} = r_{uv}$

പാദവ്യതിയാനരീതിയിൽ (Step Deviation Method) എന്നത് പോലെ വളരെ ലളിതമായി ഈ സവിശേഷത ഉപയോഗിച്ച് സഹബന്ധഗുണാങ്കം കണക്കാക്കാം.

ഒന്നാം അധ്യായത്തിൽ നിന്നും നാം മനസിലാക്കിയതുപോലെ സാംഖ്യകരീതികൾ സാമാന്യബോധത്തിന് പകരമാവില്ല. സഹബന്ധം കണക്കു കൂട്ടുന്നതിന് മുമ്പ് ദത്തങ്ങൾ ശരിയായി മനസിലാക്കേണ്ടതിന്റെ ആവശ്യകത ഉയർത്തിക്കാട്ടുന്ന മറ്റൊരു ഉദാഹരണം നോക്കാം. പകർച്ചവ്യാധി പടർന്നുപിടിച്ച ഗ്രാമങ്ങളിലേക്ക് സർക്കാർ ഒരു സംഘം ഡോക്ടർമാരെ അയയ്ക്കുന്നു. അവിടെ മരിച്ച വ്യക്തികളുടെ എണ്ണവും, അയച്ച ഡോക്ടർമാരുടെ എണ്ണവും തമ്മിൽ പോസിറ്റീവ് സഹബന്ധമാണുള്ളത്. സാധാരണയായി ഡോക്ടർമാരുടെ ആരോഗ്യപരിപാലന സൗകര്യങ്ങളുടെ ഫലമായി മരണനിരക്ക് താഴുകയും അവതമ്മിലുള്ള സഹബന്ധം നെഗറ്റീവ്സഹബന്ധമായി കാണേണ്ടതുമാണ്. ഇങ്ങനെ സംഭവിക്കാതിരുന്നത് മറ്റുചില കാരണങ്ങൾ കൊണ്ടായിരുന്നു. ദത്തങ്ങൾ നിർദിഷ്ടസമയവുമായി ബന്ധപ്പെട്ടിരിക്കുന്നു. അതുകൊണ്ട് റിപ്പോർട്ടുചെയ്ത മരണങ്ങൾ അധികവും ഡോക്ടർമാർക്ക് കാര്യമായൊന്നും ചെയ്യാനാകാത്ത വിധം തീവ്രമായ സ്ഥിതിയിലുള്ളതുമായിരുന്നേക്കാം. അല്ലെങ്കിൽ, ഡോക്ടർമാരുടെ സേവനത്തിന് കാലതാമസമുണ്ടായിരുന്നിരിക്കാം. മറ്റൊരു സാധ്യത, റിപ്പോർട്ട് ചെയ്ത എല്ലാ മരണവും പകർച്ചവ്യാധി മൂലം ആയിരിക്കണമെന്നുമില്ല. പെട്ടെന്നുണ്ടാകുന്ന സുനാമി സംസ്ഥാനത്ത് മരണനിരക്ക് ഉയർത്തുന്നതു പോലെ.

കർഷകർ വിദ്യാഭ്യാസത്തിനായി ചിലവഴിച്ച വർഷവും അവരുടെ വിളവിന്റെ അളവും (വാർഷിക) തമ്മിലുള്ള സഹബന്ധം കണക്കുകൂട്ടി നോക്കാം.

ഉദാഹരണം 1

കർഷകന്റെ വിദ്യാഭ്യാസ വർഷങ്ങൾ	വാർഷികവിളവ് ഏക്കറിൽ (/000 രൂപ)
0	4
2	4
4	6
6	10
8	10
10	8
12	7

സൂത്രവാക്യം 1 ഉപയോഗിക്കുകയാണെങ്കിൽ $\Sigma xy, \sigma x, \sigma y$ എന്നിവയുടെ മൂല്യം ആവശ്യമാണ്.

പട്ടിക 7.1-ൽ നിന്നും താഴെപ്പറയുന്ന മൂല്യങ്ങൾ ലഭിക്കുന്നു.

$$\sum XY = 42$$

$$\sigma_X = \sqrt{\frac{\sum (X - \bar{X})^2}{N}} = \sqrt{\frac{112}{7}}$$

$$\sigma_Y = \sqrt{\frac{\sum (Y - \bar{Y})^2}{N}} = \sqrt{\frac{38}{7}}$$

മുകളിലെ മൂല്യങ്ങൾ സൂത്രവാക്യം 1-ൽ നൽകിയാൽ,

$$r = \frac{42}{7\sqrt{\frac{112}{7}}.\sqrt{\frac{38}{7}}} = 0.644$$

സൂത്രവാക്യം 2 ഉപയോഗിച്ച് കണക്കുകൂട്ടിയാലും ഇതേ മൂല്യം തന്നെ കിട്ടും.

$$r = \frac{\sum (X - \bar{X})(Y - \bar{Y})}{\sqrt{\sum (X - \bar{X})^2}.\sqrt{\sum (Y - \bar{Y})^2}} \qquad \ldots (2)$$

$$r = \frac{42}{\sqrt{112}.\sqrt{38}} = 0.644$$

കർഷകർ വിദ്യാലയത്തിൽ പഠിച്ച വർഷങ്ങളും വിളവിന്റെ വാർഷികഅളവും തമ്മിലുള്ള സഹബന്ധം പോസിറ്റീവ് ആണ്. ഇവിടെ r-ന്റെ മൂല്യം വളരെ വലുതാണ്. കർഷകരുടെ വിദ്യാഭ്യാസത്തിന് ചെലവഴിക്കുന്ന വർഷങ്ങളുടെ എണ്ണം കൂടുന്തോറും വിളവിൽ വർധനവ് ഉണ്ടാകുന്നതായി കാണുന്നു. കർഷകരുടെ വിദ്യാഭ്യാസത്തിന്റെ പ്രാധാന്യത്തെയാണ് ഇവിടെ അടിവരയിടുന്നത്. സൂത്രവാക്യം 3 ഉപയോഗിച്ച്

$$r = \frac{\sum XY - \frac{(\sum X)(\sum Y)}{N}}{\sqrt{\sum X^2 - \frac{(\sum X)^2}{N}}.\sqrt{\sum Y^2 - \frac{(\sum Y)^2}{N}}} \qquad \ldots (3)$$

താഴെപ്പറയുന്ന പദപ്രയോഗങ്ങളുടെ മൂല്യം കണക്കാക്കേണ്ടതുണ്ട്.

$$\sum XY, \sum X^2, \sum Y^2$$

സൂത്രവാക്യം 3-ലേക്ക് മൂല്യങ്ങൾ നൽകിയാൽ r-ന്റെ മൂല്യം ലഭിക്കുന്നു.

r-ന്റെ വ്യത്യസ്ത മൂല്യങ്ങളെ നമുക്ക് വ്യാഖ്യാനിക്കാം. ഇംഗ്ലീഷ്, കണക്ക് എന്നീ രണ്ടു വിഷയങ്ങളിലെ മാർക്കിന്റെ സഹബന്ധഗുണാങ്കം 0.1 ആണെങ്കിൽ, സഹബന്ധത്തിന്റെ സ്വഭാവം ശക്തമല്ലാത്ത പോസിറ്റീവ് സഹബന്ധമാണ്. ഇംഗ്ലീഷിൽ ഉയർന്ന മാർക്ക് നേടിയ കുട്ടികൾക്ക് സാംഖ്യകത്തിൽ താരതമ്യേന കുറഞ്ഞ മാർക്കാകും ലഭിച്ചിട്ടുണ്ടാവുക.

r-ന്റെ മൂല്യം 0.9 ആയിരിക്കുമ്പോൾ കുട്ടികൾ ഇംഗ്ലീഷിലും സാംഖ്യകത്തിലും വ്യത്യാസമൊന്നും കൂടാതെ ഉയർന്ന മാർക്ക് നേടുന്നു.

പട്ടിക 7.1

കർഷകരുടെ വിദ്യാഭ്യാസവർഷങ്ങളും വിളവിന്റെ വാർഷികഅളവും തമ്മിലുള്ള സഹബന്ധഗുണാങ്കം (r)

വിദ്യാഭ്യാസ വർഷങ്ങൾ (X)	$(X\ \overline{X})$	$(X\ \overline{X})^2$	ഏക്കർ പ്രതിവാർഷിക വിളവ് (y) ('000രൂപയിൽ)	$(Y\ \overline{Y})$	$(Y\ \overline{Y})^2$	$(X\ \overline{X})(Y\ \overline{Y})$
0	–6	36	4	–3	9	18
2	–4	16	4	–3	9	12
4	–2	4	6	–1	1	2
6	0	0	10	3	9	0
8	2	4	10	3	9	6
10	4	16	8	1	1	4
12	6	36	7	0	0	0
$\Sigma X-42$	$\Sigma(X\ \overline{X})^2-112$		$\Sigma Y-49$		$\Sigma(Y\ \overline{Y})^2-38$	$\Sigma(X\ \overline{X})(Y\ \overline{Y})-42$

പ്രാദേശികകമ്പോളത്തിൽ എത്തുന്ന പച്ചക്കറിയുടെ അളവും അതിന്റെ വിലയും തമ്മിലുള്ള ബന്ധം നെഗറ്റീവ് സഹബന്ധത്തിന് ഉദാഹരണമാണ്. ഇവ തമ്മിലുള്ള സഹബന്ധം $r = -0.9$ ആണെങ്കിൽ, പ്രാദേശികകമ്പോളത്തിൽ എത്തുന്ന പച്ചക്കറിയുടെ പ്രദാനം വർധിക്കുമ്പോൾ അതിന്റെ വില താഴുന്നു. $r = -0.1$ ആയിരുന്നെങ്കിൽ പച്ചക്കറിയുടെ പ്രദാനം വർധിച്ചാൽ വിലയിൽ കുറവുണ്ടാകുമായിരുന്നെങ്കിലും, $r = -0.9$ ആകുമ്പോഴുള്ള അത്ര കുറയുമായിരുന്നില്ല.

വിലക്കുറവിന്റെ വ്യാപ്തി r-ന്റെ കേവലമൂല്യത്തെ ആശ്രയിച്ചിരിക്കുന്നു. കമ്പോളത്തിൽ പച്ചക്കറിയുടെ പ്രദാനം വളരെ ഉയർന്നാലും r-ന്റെ മൂല്യം പൂജ്യമായിരുന്നെങ്കിൽ വിലയിൽ യാതൊരു കുറവും ഉണ്ടാകുമായിരുന്നില്ല. നല്ല വിപണനശൃംഖല വഴി ഉൽപ്പന്നങ്ങൾ മറ്റു വിപണികളിലേക്ക് കൈമാറ്റം ചെയ്യുമ്പോൾ പ്രദാനവർധനവിന് പരിഹാരം കാണാനുള്ള സാധ്യത ഉണ്ടാകുന്നു.

പ്രവർത്തനം

- താഴെക്കൊടുത്ത പട്ടിക നിരീക്ഷിച്ച് നടപ്പുവർഷ വിലയിലെ ദേശീയവരുമാനത്തിന്റെ വാർഷികവളർച്ചയും, മൊത്ത ആഭ്യന്തരസമ്പാദ്യവും (GDP യുടെ ശതമാനത്തിൽ) തമ്മിലുള്ള സഹബന്ധഗുണാങ്കം കണക്കാക്കുക.

പാദവ്യതിയാനരീതിയനുസരിച്ച് സഹബന്ധഗുണാങ്കം കണക്കാക്കൽ (Step Deviation Method to Calculate Correlation Coefficient)

ചരങ്ങളുടെ മൂല്യങ്ങൾ വളരെ വലുതാകുമ്പോൾ r-ന്റെ സവിശേഷതകൾ ഉപയോഗിച്ച് കണക്കുകൂട്ടലിന്റെ പ്രയാസം ഗണ്യമായി കുറയ്ക്കാം. അതായത്, r-ന്റെ മൂല്യം തോതിനേയോ (Scale) ഉൽഭവത്തേയോ (Origin) സ്വാധീനിക്കുന്നില്ല എന്നതാണ്. ഇത് പാദവ്യതിയാനരീതിയെന്നും അറിയപ്പെടുന്നു. X, Y എന്നീ ചരങ്ങളുടെ രൂപാന്തരം ഇതിൽ ഉൾപ്പെടുന്നു. $U = \frac{X-A}{h}; \frac{Y-B}{k}$

A, B എന്നിവ അഭ്യൂഹമാധ്യങ്ങളാണ്. h, k എന്നിവ പൊതുഘടകങ്ങളാണ്. അതിനാൽ, $r_{UV} = r_{XY}$

പട്ടിക 7.2

വർഷം	ദേശീയവരുമാനത്തിന്റെ വാർഷികവളർച്ച	മൊത്ത ആഭ്യന്തര സമ്പാദ്യം (GDP യുടെ ശതമാനത്തിൽ)
1992-93	14	24
1993-94	17	23
1994-95	18	26
1995-96	17	27
1996-97	16	25
1997-98	12	25
1998-99	16	23
1999-00	11	25
2000-01	8	24
2001-02	10	23

ഉറവിടം : സാമ്പത്തികസർവേ (2004-2005)

വിലസൂചികാങ്കവും പണപ്രദാനവും തമ്മിലുള്ള സഹബന്ധം വിശകലനം ചെയ്യുന്നതിലൂടെ ഇത് വ്യക്തമാക്കാം.

ഉദാഹരണം 2

വിലസൂചികാങ്കം	(X)	120	150	190	220	230
പണപ്രദാനം (കോടിരൂപയിൽ)	(Y)	1800	2000	2500	2700	3000

പാദവ്യതിയാനരീതി ഉപയോഗിച്ച് ഇത് വളരെ ലളിതമായി കണക്കാക്കാം.

A=100, h=10, B=1700, k=100 ആയാൽ, മാറ്റം വരുത്തിയ ചരങ്ങളുടെ പട്ടിക താഴെക്കൊടുക്കുന്നു.

പാദവ്യതിയാനരീതി ഉപയോഗിച്ച്, വിലസൂചികയും പണപ്രദാനവും തമ്മിലുള്ള സഹബന്ധഗുണാങ്കം കണക്കാക്കാം.

പട്ടിക 7.3

U $\left(\frac{X-100}{10}\right)$	V $\left(\frac{Y-1700}{100}\right)$	U^2	V^2	UV
2	1	4	1	2
5	3	25	9	15
9	8	81	64	72
12	10	144	100	120
13	13	169	169	169

$\sum U = 41; \sum V = 35; \sum U^2 = 423;$
$\sum V^2 = 343; \sum UV = 378$

ഈ മൂല്യങ്ങൾ സൂത്രവാക്യം 3-ൽ നൽകിയാൽ,

$$r = \frac{\sum UV - \frac{(\sum U)(\sum V)}{N}}{\sqrt{\sum U^2 - \frac{(\sum U)^2}{N}} \cdot \sqrt{\sum V^2 - \frac{(\sum V)^2}{N}}} \qquad (3)$$

$$r = \frac{378 - \frac{41 \times 35}{5}}{\sqrt{423 - \frac{(41)^2}{5}} \cdot \sqrt{343 - \frac{(35)^2}{5}}} = 0.98$$

വിലസൂചികയും പണപ്രദാനവും തമ്മിലുള്ള ശക്തമായ പോസിറ്റീവ് സഹബന്ധമാണ് പണനയത്തിന്റെ അടിസ്ഥാനം. പണപ്രദാനം കൂടുമ്പോൾ വിലസൂചികയും കൂടുന്നു.

പ്രവർത്തനം

- ഇന്ത്യൻ ജനസംഖ്യയുടേയും ദേശീയ വരുമാനത്തിന്റേയും ചില ഉദാഹരണങ്ങൾ എടുത്ത് പാദവ്യതിയാനരീതി അനുസരിച്ച് അവ തമ്മിവുള്ള സഹബന്ധഗുണാങ്കം കണക്കാക്കുക.

സ്പിയർമാന്റെ റാങ്ക് സഹബന്ധം (Spearman's Rank Correlation)

ബ്രിട്ടീഷ് മനഃശാസ്ത്രജ്ഞനായ സി.ഇ. സ്പിയർമാൻ ആണ് സ്പിയർമാൻ റാങ്ക് സഹബന്ധം വികസിപ്പിച്ചെടുത്തത്. വില,വരുമാനം, തൂക്കം എന്നീ അളക്കാൻ പറ്റുന്ന ചരങ്ങൾക്ക് വിഭിന്നമായി, സംഖ്യാരീതിയിൽ അളക്കാൻ കഴിയാത്ത ചരങ്ങളുടെ കാര്യത്തിൽ ഈ രീതി ഉപയോഗിക്കുന്നു. ചരങ്ങളുടെ അളവുകൾ സംശയിക്കപ്പെടുമ്പോൾ, അവയുടെ സവിശേഷതകൾ കണക്കിലെടുത്ത് റാങ്കുകൾ നൽകുന്നത് കൂടുതൽ അർഥവത്താണ്. ഒരു ഗ്രാമത്തിലെ കുട്ടികളുടെ ഉയരവും തൂക്കവും തമ്മിലുള്ള സഹബന്ധഗുണാങ്കം കണക്കാക്കണമെന്ന സാഹചര്യം പരിഗണിക്കുക. അളവെടുക്കാനുള്ള സ്കെയിലോ ത്രാസോ ലഭ്യമല്ല. എങ്കിലും ഇവിടെ കുട്ടികളുടെ ഉയരത്തിനും തൂക്കത്തിനും അനുസരിച്ച് റാങ്ക് നൽകാവുന്നതാണ്.

സത്യസന്ധത, സൗന്ദര്യം തുടങ്ങിയ ഗുണാത്മകചരങ്ങളുടെ അളവുകൾ കൈകാര്യം ചെയ്യേണ്ട സാഹചര്യത്തിൽ അവയ്ക്ക് സ്ഥാനം അഥവാ റാങ്ക് നൽകുകയേ നിർവ്വാഹമുള്ളൂ. അതിലുപരി അറ്റമൂല്യങ്ങളുള്ള രണ്ടു ചരങ്ങളുടെ സഹബന്ധഗുണാങ്കം, അറ്റമൂല്യങ്ങളില്ലാത്ത രണ്ടു ചരങ്ങളുടെ സഹബന്ധം ഗുണാങ്കത്തിൽ നിന്നും വ്യത്യാസപ്പെട്ടിരിക്കുന്നു. ഈ സാഹചര്യത്തിൽ റാങ്ക് സഹബന്ധം, കേവല സഹബന്ധത്തിനേക്കാൾ മെച്ചപ്പെട്ടതാണ്.

റാങ്ക് സഹബന്ധഗുണാങ്കവും, കേവല സഹബന്ധ ഗുണാങ്കവും ഒരേ വ്യാഖ്യാനമാണ് നൽകുന്നത്. റാങ്ക് സഹബന്ധ ഗുണാങ്കത്തിന്റെ സൂത്രവാക്യം രൂപപ്പെടുത്തുന്നത് കേവലസഹബന്ധഗുണാങ്കത്തിൽ നിന്നാണ്. ഇവിടെ വ്യക്തിഗത മൂല്യങ്ങൾക്ക് പകരം റാങ്ക് നൽകുന്നു. ഈ റാങ്കുകൾ ഉപയോഗിച്ച് സഹബന്ധം കണക്കാക്കുന്നു. ചരങ്ങൾക്ക് നൽകിയിരിക്കുന്ന റാങ്കുകൾ തമ്മിലുള്ള രേഖീയ ബന്ധത്തിന്റെ അളവാണ് ഈ ഗുണാങ്കം നൽകുന്നത്. അല്ലാതെ അവയുടെ മൂല്യമല്ല. ഇത് റാങ്കുകൾ തമ്മിലുള്ള പ്രൊഡക്റ്റ് മൊമെന്റ് സഹബന്ധമാണ്.

$$r_s = 1 - \frac{6\sum D^2}{n^3 - 1} \qquad \dots(4)$$

n = ചരങ്ങളുടെ എണ്ണം

D = ചരങ്ങൾക്ക് നൽകിയിട്ടുള്ള റാങ്കുകൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം

ഒന്നിൽ കൂടുതൽ ചരങ്ങൾക്ക് ഒരേ റാങ്ക് വന്നാൽ സൂത്രവാക്യം,

$$r_s = 1 - \frac{6\left[\sum D^2 + \frac{(m_1^3 - m_1)}{12} + \frac{(m_2^3 - m_2)}{12} + \dots\right]}{n(n^2 - 1)}$$

ഇവിടെ $m_1, m_2, \dots$ എന്നിവ ആവർത്തിച്ചു വരുന്ന റാങ്കുകളുടെ എണ്ണവും, $\frac{(m_1^3 - m_1)}{12}$ എന്നത് യഥാക്രമം അവയുടെ തിരുത്തൽ ഘടകവുമാണ്. രണ്ടു ചരങ്ങളുടെ ഓരോ ആവർത്തനത്തിനും ഈ തിരുത്തൽ ആവശ്യമാണ്. ശ്രേണിയിലെ മൂന്ന് മൂല്യങ്ങൾ ആവർത്തിക്കുന്നുണ്ടെങ്കിൽ, ഓരോ ആവർത്തനമൂല്യത്തിനും തിരുത്തൽ വേണ്ടി വരും. ഓരോ തവണയും m_1 എന്നത് മൂല്യം ആവർത്തിക്കുന്നതിന്റെ എണ്ണത്തെ സൂചിപ്പിക്കുന്നു.

കേവലസഹബന്ധഗുണാങ്കത്തിന്റെ എല്ലാ സവിശേഷതകളും ഇവിടെയും ബാധകമാണ്. പിയേഴ്സൺന്റെ സഹബന്ധ ഗുണാങ്കത്തിലേതു പോലെ, r-ന്റെ മൂല്യം +1 നും -1 നും ഇടയിലായിരിക്കും. വലുപ്പക്രമത്തിൽ വിന്യസിച്ചിട്ടുള്ള ഒരു ശ്രേണിയിലെ ഇനങ്ങളുടെ മൂല്യത്തിന്റെ ആദ്യ വ്യത്യാസം മിക്കവാറും സ്ഥിരമായിരിക്കില്ല. സാധാരണയായി ദത്തങ്ങൾ കേന്ദ്രമൂല്യത്തോട് ഏകദേശം അടുത്തായിരിക്കും. ആദ്യവ്യത്യാസം സ്ഥിരമാണെങ്കിൽ r-ഉം r_s-ഉം തുല്യമായിരിക്കും തുടർച്ചയായ മൂല്യങ്ങളുടെ വ്യത്യാസമാണ് ആദ്യവ്യത്യാസം. ചരങ്ങളിൽ അറ്റമൂല്യങ്ങൾ ഉൾപ്പെട്ടിട്ടുണ്ടെങ്കിൽ, സ്പിയർമാന്റെ റാങ്ക് സഹബന്ധഗുണാങ്കമാണ് കാൾ പിയേഴ്സിന്റെ ഗുണാങ്കത്തെക്കാൾ മെച്ചപ്പെട്ടത് (സാധാരണയായി r_s, r-നേക്കാൾ കുറവോ തുല്യമോ ആയിരിക്കും $r_s \leq r$).

റാങ്ക്സഹബന്ധം കണക്കാക്കുന്നതിനുള്ള മൂന്നു സാഹചര്യങ്ങൾ വിശദീകരിക്കാം

1. റാങ്ക് (Rank) നൽകിയിട്ടുണ്ടെങ്കിൽ
2. റാങ്കുകൾ നൽകിയിട്ടില്ലെങ്കിൽ ദത്തങ്ങളിൽ നിന്നും റാങ്ക് കണ്ടെത്തേണ്ടതുണ്ട്
3. റാങ്കുകൾ ആവർത്തിച്ച് വന്നിട്ടുണ്ടെങ്കിൽ

അവസ്ഥ 1

റാങ്കുകൾ നൽകിയിട്ടുണ്ടെങ്കിൽ (When the Ranks are Given)

ഉദാഹരണം 3

അഞ്ചുപേർ അടങ്ങിയ സൗന്ദര്യമത്സരത്തിൽ മൂന്ന് വിധികർത്താക്കൾ വിലയിരുത്തുന്നു. സൗന്ദര്യത്തിന്റെ പൊതുധാരണയിൽ ഏറ്റവും അടുത്തുള്ള സമീപനം ഏതു വിധികർത്താക്കൾക്കാണുള്ളത് എന്ന് നമുക്ക് കണ്ടെത്തേണ്ടതുണ്ട്.

വിധികർത്താക്കൾ	മത്സരാർത്ഥികൾ				
	1	2	3	4	5
A	1	2	3	4	5
B	2	4	1	5	3
C	1	3	5	2	4

മൂന്നു ജോഡി വിധികർത്താക്കൾ ഉള്ളതിനാൽ മൂന്നു തവണ റാങ്ക്സഹബന്ധം കണക്കുകൂട്ടേണ്ടതുണ്ട്. സൂത്രവാക്യം 4 ഉപയോഗിച്ച് നോക്കാം

$$r_s = 1 - \frac{6\sum D^2}{n^3 - n} \quad \ldots(4)$$

A, B തമ്മിലുള്ള റാങ്ക്സഹബന്ധം

A	B	D	D^2
1	2	–1	1
2	4	–2	4
3	1	2	4
4	5	–1	1
5	3	2	4
ആകെ			14

സൂത്രവാക്യത്തിലേക്ക് മൂല്യങ്ങൾ നൽകിയാൽ,

$$r_s = 1 - \frac{6\sum D^2}{n^3 - n} \quad \ldots(4)$$

$$= 1 - \frac{6 \times 14}{5^3 - 5} = 1 - \frac{824}{120} = 1 - 0.7 = 0.3$$

A, C തമ്മിലുള്ള റാങ്ക് സഹബന്ധം

A	C	D	D^2
1	1	0	0
2	3	–1	1
3	5	–2	4
4	2	2	4
5	4	1	1
ആകെ			10

സൂത്രവാക്യം നാലിലേക്ക് മൂല്യങ്ങൾ നൽകിയാൽ റാങ്ക്സഹബന്ധം 0.5 എന്ന് കിട്ടുന്നു. അതുപോലെ B,C എന്നീ വിധികർത്താക്കളുടെ ദത്തങ്ങളുടെ റാങ്ക് സഹബന്ധം –0.4 എന്ന് കിട്ടുന്നു. ഇതുപ്രകാരം, വിധികർത്താക്കളായ A, C എന്നിവരുടെ സൗന്ദര്യത്തിന്റെ പൊതുധാരണ വളരെ അടുത്താണെന്നും, B യും C യും തമ്മിൽ വളരെ വ്യത്യസ്ത അഭിരുചികളുള്ളവരുമാണെന്നും കാണാം.

അവസ്ഥ 2

റാങ്കുകൾ നൽകിയിട്ടില്ലെങ്കിൽ (When the Ranks are Not Given),

ഉദാഹരണം 4

സാംഖ്യകം, സാമ്പത്തികശാസ്ത്രം എന്നീ വിഷയങ്ങളിൽ 5 കുട്ടികൾ നേടിയ മാർക്കിന്റെ ശതമാനം താഴെക്കൊടുക്കുന്നു. ഇവയുടെ റാങ്ക് കണക്കാക്കി റാങ്ക് സഹബന്ധം കാണുക

വിദ്യാർഥികൾ	സാംഖ്യകത്തിലെ മാർക്ക്) (X	സാമ്പത്തിക ശാസ്ത്രത്തിലെ മാർക്ക് (Y)
	(X)	(Y)
A	85	60
B	60	48
C	55	49
D	65	50
E	75	55

വിദ്യാർഥി	സാംഖ്യകത്തിലെ റാങ്ക് (R_1)	സാമ്പത്തിക ശാസ്ത്രത്തിലെ റാങ്ക് (R_2)
	(R_X)	(R_Y)
A	1	1
B	4	5
C	5	4
D	3	3
E	2	2

റാങ്ക് നിശ്ചയിച്ചു നൽകൽ പൂർണമായാൽ, സൂത്രവാക്യം 4 ഉപയോഗിച്ച് റാങ്ക്സഹബന്ധം കണക്കാക്കുന്നു.

അവസ്ഥ 3

റാങ്കുകൾ ആവർത്തിച്ചിട്ടുണ്ടെങ്കിൽ (When the Ranks are Repeated),

ഉദാഹരണം 5

X, Y എന്നിവയുടെ മൂല്യങ്ങൾ താഴെ നൽകിയിരിക്കുന്നു.

X	Y
1200	75
1150	65
1000	50
990	100
800	90
780	85
760	90
750	40
730	50
700	60
620	50
600	75

റാങ്ക് സഹബന്ധം കണക്കാക്കുന്നതിന് ശ്രേണിയിലെ ഇനങ്ങൾക്ക് റാങ്കുകൾ (ranks) നൽകേണ്ടതുണ്ട്. ആവർത്തിച്ചു വരുന്ന

ഇനങ്ങൾക്ക് പൊതുവായ റാങ്കുകൾ നൽകണം. ഇനങ്ങളുടെ മൂല്യത്തിൽ ചെറിയ വ്യത്യാസം ഉണ്ടാകുമ്പോൾ അവയുടെ റാങ്കുകളുടെ ശരാശരി ആണ് പൊതു റാങ്കായി നൽകുന്നത്. അടുത്ത ഇനത്തിന് നേരത്തെ നൽകിയ റാങ്കിന്റെ അടുത്ത റാങ്ക് നൽകുന്നു.

റാങ്കുകൾ ആവർത്തിച്ചു വന്നാൽ സ്പിയർമാന്റെ റാങ്ക്സഹബന്ധം കണക്കാക്കുന്നതിനുള്ള സൂത്രവാക്യം താഴെക്കൊടുക്കുന്നു.

$$r_s = 1 - \frac{6\left[\sum D^2 + \frac{(m_1^3 - m_1)}{12} + \frac{(m_2^3 - m_2)}{12} + \ldots\right]}{n(n^3 - 1)}$$

m_1, m_2 ...... എന്നിവ റാങ്കിന്റെ ആവർത്തിച്ച എണ്ണം കാണിക്കുന്നു. $\frac{(m_1^3 - m_1)}{12}$ എന്നത് അതിന്റെ യോജിച്ച തിരുത്തൽ ഘടകങ്ങളുമാണ്.

$\frac{3^3-3}{12} + \frac{2^3-2}{12} = \frac{30}{12} = 2.5$ ഈ മൂല്യങ്ങൾ സൂത്രവാക്യത്തിലേക്ക് നൽകിയാൽ

$$r = 1 - \frac{6(198 + 2.5)}{12^3 - 12} = (1 - 0.70)$$

$$= 0.30$$

X, Y ചരങ്ങൾ തമ്മിൽ പോസിറ്റീവ് റാങ്ക് സഹബന്ധമാണുള്ളത്.

X, Y ചരങ്ങൾ ഒരേ ദിശയിലാണ് നീങ്ങുന്നത്. എങ്കിലും അവ തമ്മിൽ തീവ്രത കുറഞ്ഞ സഹബന്ധമാണുള്ളത്.

X-ന്റെ റാങ്ക്	Y-യുടെ റാങ്ക്	Deviation in Ranks	D^2
1	5.5	4.5	20.25
2	7	5	25.00
3	10	7	49.00
4	1	3	9.00
5	2.5	2.5	6.25
6	4	2	4.00
7	2.5	4.5	20.25
8	12	–4	16.00
9	10	–1	1.00
10	8	2	4.00
11	10	1	1.00
12	5.5	6.5	42.25
			198.00

പ്രവർത്തനം

- നിങ്ങളുടെ പത്ത് സഹപാഠികൾക്ക് 9,10 ക്ലാസുകളിൽ ലഭിച്ച മാർക്കുകൾ ശേഖരിക്കുക. അവ തമ്മിലുള്ള റാങ്ക് സഹബന്ധം കണക്കാക്കുക. നിങ്ങൾക്ക് ലഭിച്ച ദത്തങ്ങൾ ആവർത്തിക്കുന്നില്ലെങ്കിൽ, ആവർത്തിച്ച് റാങ്കുകൾ വരുന്ന മറ്റൊരു കൂട്ടം ദത്തങ്ങൾ ശേഖരിക്കുക. റാങ്ക് സഹബന്ധത്തേക്കാൾ ഉത്തമം കേവലസഹബന്ധമാണെന്ന് തോന്നുന്ന സാഹചര്യങ്ങൾ ഏതെല്ലാമെന്ന് കണ്ടെത്തുക. ദത്തങ്ങൾ കൃത്യമായി കണക്കുകൂട്ടിയിട്ടും കേവലസഹബന്ധത്തേക്കാൾ റാങ്ക്സഹബന്ധമാണ് ഉത്തമമെന്ന് നിങ്ങൾ കരുതുന്നുണ്ടോ? ഇവയുടെ തെരെഞ്ഞെടുപ്പിൽ എപ്പോഴാണ് നിങ്ങൾ നിസ്സംഗത പാലിക്കുന്നത്? ക്ലാസിൽ ചർച്ച ചെയ്യൂ.

4. ഉപസംഹാരം

രണ്ടുചരങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം പഠിക്കാനുള്ള ചില ഉപാധികളെ കുറിച്ച് നമ്മൾ ചർച്ച ചെയ്തു, പ്രത്യകിച്ച് രേഖീയബന്ധത്തെപ്പറ്റി. സ്കാറ്റർ ഡയഗ്രം രണ്ടു ചരങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള ബന്ധത്തിന്റെ ചിത്രാവതരണമാണ്. ഇത് രേഖീയബന്ധത്തെ പ്രതിപാദിക്കുന്നില്ല. കാൾപിയേഴ്സന്റെ സഹബന്ധഗുണാങ്കവും സ്പിയർമാന്റെ റാങ്ക്സഹബന്ധവും രണ്ടു ചരങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള രേഖീയബന്ധത്തെ കണക്കാക്കാൻ ഉപയോഗിക്കുന്നു. ചില ചരങ്ങൾ പൂർണമായും അളക്കാൻ കഴിയാത്തവയാണെങ്കിൽ റാങ്ക്സഹബന്ധം ഉപയോഗിക്കുന്നു. എന്നാൽ ഈ അളവുകൾ കാര്യകാരണബന്ധം സൂചിപ്പിക്കുന്നില്ല. പകരം ഒരു ചരം മാറുമ്പോൾ മറ്റു ബന്ധപ്പെട്ട ചരങ്ങൾക്കുണ്ടാകുന്ന മാറ്റത്തിന്റെ ദിശയെപ്പറ്റിയുള്ള ധാരണയും മാറ്റത്തിന്റെ തീവ്രതയും മാത്രമേ സഹബന്ധത്തിൽനിന്നും അറിയാൻ കഴിയൂ.

സംഗ്രഹം

രണ്ട് ചരങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള ബന്ധത്തെക്കുറിച്ച് സഹബന്ധവിശകലനം പഠിക്കുന്നു.

- സ്കാറ്റർഡയഗ്രം രണ്ടു ചരങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള ബന്ധത്തിന്റെ ചിത്രാവതരണമാണ്.
- കാൾ പിയേഴ്സന്റെ സഹബന്ധഗുണാങ്കം (r) രണ്ടു ചരങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള രേഖീയബന്ധത്തെ സംഖ്യാപരമായി കണക്കാക്കുന്നു. r ന്റെ മൂല്യം –1 നും +1 നും ഇടയിലാണ്.
- ചില ചരങ്ങൾ പൂർണമായും അളക്കാൻ കഴിയാത്തവയാണെങ്കിൽ സ്പിയർമാന്റെ റാങ്ക്സഹബന്ധം ഉപയോഗിച്ച് ചരങ്ങളുടെ രേഖീയബന്ധത്തെ സംഖ്യാപരമായി കണക്കാക്കാം.
- ആവർത്തിച്ചുവരുന്ന റാങ്കുകൾക്ക് തിരുത്തൽഘടകങ്ങൾ ആവശ്യമാണ്.
- സഹബന്ധം കാര്യകാരണബന്ധം ഉൾക്കൊള്ളുന്നില്ല. ഇത് സഹവ്യതിയാനം മാത്രമാണ് സൂചിപ്പിക്കുന്നത്.

അഭ്യാസങ്ങൾ

1. അടി അളവിൽ ഉയരവും കിലോ അളവിൽ തൂക്കവും ഉള്ള ദത്തങ്ങളുടെ സഹബന്ധഗുണാങ്കത്തിന്റെ ഏകകം എന്നത്

   a. കിലോഗ്രാം/അടി,

   b. ശതമാനം,

   c. നിലവിലില്ല.

2. കേവലസഹബന്ധഗുണാങ്കത്തിന്റെ വ്യാപ്തി
   a. പൂജ്യം മുതൽ അനന്തമാണ്,
   b. −1 മുതൽ +1 വരെ,
   c. നെഗറ്റീവ്അനന്തത മുതൽ അനന്തത വരെ.
3. r_{xy} പോസിറ്റീവ് ആണെങ്കിൽ x, y ചരങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം എപ്രകാരമായിരിക്കും?
   a. y വർദ്ധിക്കുമ്പോൾ x വർധിക്കുന്നു,
   b. y കുറയുമ്പോൾ x വർധിക്കുന്നു,
   c. y വർധിക്കുമ്പോൾ x ന് യാതൊരു മാറ്റവുമില്ല.
4. $r_{xy} = 0$ ആണെങ്കിൽ x, y ചരങ്ങൾ
   a. രേഖീയമായി ബന്ധപ്പെട്ടിരിക്കുന്നു,
   b. രേഖീയമായി ബന്ധമില്ല,
   c. സ്വതന്ത്രമാണ്.
5. താഴെപ്പറയുന്ന മൂന്ന് അളവുരീതിയിൽ ഏതാണ് എല്ലാത്തരം ബന്ധങ്ങളും കണക്കാക്കാൻ ഉപയോഗിക്കുന്നത്?
   a. കാൾപിയേഴ്സന്റെ സഹബന്ധഗുണാങ്കം,
   b. സ്പിയർമാന്റെ റാങ്ക്സഹബന്ധം,
   c. സ്കാറ്റർഡയഗ്രം.
6. കൃത്യമായി അളന്ന ദത്തങ്ങൾ ലഭ്യമാണെങ്കിൽ, കേവലസഹബന്ധഗുണാങ്കം
   a. റാങ്ക്സഹബന്ധഗുണാങ്കത്തേക്കാൾ കൂടുതൽ കൃത്യതയുള്ളത്,
   b. റാങ്ക്സഹബന്ധഗുണാങ്കത്തേക്കാൾ കൃത്യത കുറവുള്ളത്,
   c. റാങ്ക്സഹബന്ധഗുണാങ്കത്തെ പോലെ കൃത്യതയുള്ളത്.
7. ബന്ധം അളക്കുന്നതിനായി സഹവ്യതിയാന (covariance) ത്തെക്കാൾ നല്ലത് സഹബന്ധമാണ് (r). എന്തുകൊണ്ട്?
8. ദത്തങ്ങളുടെ തരം അനുസരിച്ച് −1 മുതൽ + 1 വരെയുള്ള പരിധിക്ക് പുറത്ത് r ന് നിൽക്കാൻ ആകുമോ?
9. സഹബന്ധം കാര്യകാരണബന്ധം ഉൾക്കൊള്ളുന്നുണ്ടോ?
10. റാങ്ക് സഹബന്ധം, കേവല സഹബന്ധത്തേക്കാൾ കൂടുതൽ കൃത്യമാകുന്നത് എപ്പോഴാണ്?
11. പൂജ്യം സഹബന്ധമെന്നാൽ സ്വതന്ത്രമാണ് എന്നതാണോ?

12. കേവലസഹബന്ധഗുണാങ്കം എല്ലാതരം ബന്ധങ്ങളേയും കണക്കാക്കുന്നുണ്ടോ?
13. നിങ്ങളുടെ പ്രാദേശികകമ്പോളത്തിൽ നിന്ന് അഞ്ചു തരം പച്ചക്കറികളുടെ വില ഒരാഴ്ചയിലെ എല്ലാ ദിവസവും ശേഖരിക്കുക. ദത്തങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് സഹബന്ധഗുണാങ്കം കണക്കാക്കുക. ഫലം വ്യാഖ്യാനിക്കുക.
14. നിങ്ങളുടെ സഹപാഠികളുടെ ഉയരം അളക്കുക. അവരുടെ അതേ ബെഞ്ചിൽ ഇരിക്കുന്നവരുടെ ഉയരത്തെക്കുറിച്ച് ചോദിക്കുക. ഈ രണ്ട് ചരങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള സഹബന്ധഗുണാങ്കം കണക്കാക്കുക. ഫലം വ്യഖ്യാനിക്കുക.
15. കൃത്യമായി അളക്കാൻ ബുദ്ധിമുട്ടുള്ള ചില ചരങ്ങൾ രേഖപ്പെടുത്തുക.
16. r-ന്റെ മൂല്യം -1, 1, 0 എന്നാണെങ്കിൽ r-നെ വ്യാഖ്യാനിക്കുക.
17. റാങ്ക്സഹബന്ധഗുണാങ്കവും പിയേഴ്സന്റെ സഹബന്ധഗുണാങ്കവും തമ്മിൽ വ്യത്യാസപ്പെട്ടിരിക്കുന്നത് എന്തുകൊണ്ട്?
18. പുത്രന്മാരുടെയും അവരുടെ അച്ഛൻമാരുടെയും ഉയരങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള സഹബന്ധഗുണാങ്കം കണക്കാക്കുക.

X (അച്ഛൻമാരുടെ ഉയരം)	65	66	57	67	78	69	70	72
Y (പുത്രന്മാരുടെ ഉയരം)	76	56	65	68	72	72	69	71

ഉത്തരം (r = 0.603)

19 X,Y എന്നീ ചരങ്ങളുടെ സഹബന്ധഗുണാങ്കം കണക്കാക്കുക. ബന്ധത്തെപ്പറ്റി വ്യാഖ്യാനിക്കുക.

X	- 3	- 2	- 1	1	2	3
Y	9	4	1	1	4	9

(ഉത്തരം r =0)

20. X, Y ചരങ്ങളുടെ സഹബന്ധഗുണാങ്കം കണക്കാക്കി, ബന്ധത്തെപ്പറ്റി വ്യഖ്യാനിക്കുക.

X	1	3	4	5	7	8
Y	2	6	8	10	14	16

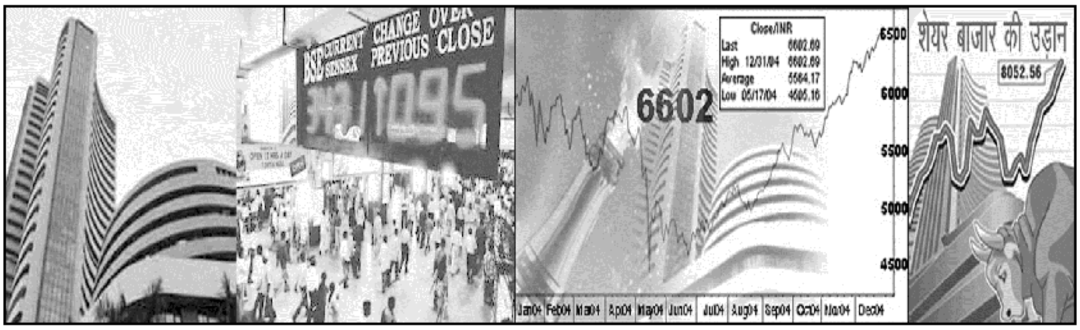
(ഉത്തരം r = 1)

പ്രവർത്തനം

- ഇന്ത്യയുടെ ദേശീയവരുമാനവും, കയറ്റുമതിയും തമ്മിലുള്ള സഹബന്ധം ചുരുങ്ങിയത് 10 നിരീക്ഷണങ്ങളുടെ അടിസഥാനത്തിൽ എല്ലാ സൂത്രവാക്യങ്ങളും ഉപയോഗിച്ച് കണക്കാക്കുക.

അധ്യായം 8

സൂചികാങ്കങ്ങൾ
(Index Numbers)



പഠനനേട്ടങ്ങൾ

- സൂചികാങ്കം എന്തെന്ന ധാരണ നേടുന്നു.
- വ്യാപകമായി ഉപയോഗിക്കുന്ന ചില സൂചികാങ്കങ്ങളുടെ ഉപയോഗത്തെ പരിചയപ്പെടുന്നു.
- സൂചികാങ്കങ്ങൾ കണക്കാക്കാൻ കഴിയുന്നു.
- സൂചികാങ്കങ്ങളുടെ പരിമിതികൾ തിരിച്ചറിയുന്നു.

1. ആമുഖം

ഒരു കൂട്ടം ദത്തങ്ങളിൽ നിന്ന് അവയുടെ സംഗ്രഹമാനകങ്ങൾ എങ്ങനെ കണക്കാക്കാമെന്ന് മുൻ അധ്യായങ്ങളിൽ നിന്ന് നിങ്ങൾ പഠിച്ചുവല്ലോ? പരസ്പരബന്ധമുള്ള ഒരു കൂട്ടം ചരങ്ങളിലുണ്ടാകുന്ന സംഗ്രഹമാനകങ്ങൾ കണക്കാക്കുന്നത് എങ്ങനെയെന്ന് ഈ അധ്യായത്തിൽ പരിശോധിക്കാം.

കുറേ നാളുകൾക്കുശേഷമാണ് രവി കമ്പോളത്തിൽ പോയത്. മിക്ക സാധനങ്ങളുടെയും വിലയിൽ മാറ്റം വന്നതായി അവന് മനസിലായി. ചില സാധനങ്ങൾക്ക് വില കൂടിയിരിക്കുന്നു. എന്നാൽ മറ്റു ചിലതിന് വില കുറഞ്ഞിരിക്കുന്നു. വീട്ടിലേക്ക് തിരിച്ചു വന്നപ്പോൾ, വാങ്ങിയ ഓരോ സാധനങ്ങളുടെയും വിലയിൽ വന്ന മാറ്റത്തെക്കുറിച്ച് അവൻ അച്ഛനോട് പറഞ്ഞു. വിലകളിലെ മാറ്റം രണ്ടു പേരെയും അമ്പരപ്പിച്ചു. വ്യവസായമേഖലയിൽ നിരവധി ഉപമേഖലകളുണ്ട്. അവയിൽ ഓരോന്നിലും മാറ്റങ്ങൾ സംഭവിക്കുന്നുണ്ട്. ചില ഉപമേഖലകളിൽ ഉൽപന്നം വർധിക്കുകയും മറ്റു ചില ഉപമേഖലകളിൽ ഉല്പന്നം കുറയുകയും ചെയ്യുന്നു. ഈ മാറ്റങ്ങൾക്ക് ഏകീകൃത സ്വഭാവമില്ല. ഇവയുടെ ഇനംതിരിച്ചുള്ള മാറ്റ

ത്തിന്റെ നിരക്ക് മനസിലാക്കാൻ പ്രയാസമായിരിക്കും. ഈ മാറ്റങ്ങളുടെ നിരക്കിനെ ഒരു സംഖ്യയിലേക്ക് സംഗ്രഹിക്കുവാൻ കഴിയുമോ? താഴെപ്പറയുന്ന അവസ്ഥകൾ നിരീക്ഷിക്കുക.

അവസ്ഥ 1

1982 – ൽ ഒരു വ്യവസായത്തൊഴിലാളിയുടെ ശമ്പളം 1000 രൂപയായിരുന്നു. അയാളുടെ ഇപ്പോഴത്തെ ശമ്പളം 12000 രൂപയാണ്. ഈ കാലയളവിൽ അയാളുടെ ജീവിതനിലവാരം 12 മടങ്ങ് വർധിച്ചു എന്ന് പറയാൻ കഴിയുമോ? നേരത്തെയുള്ള ജീവിതനിലവാരം നിലനിർത്തുവാൻ അയാൾക്ക് ശമ്പളത്തിൽ എത്ര രൂപയുടെ വർധനവ് വേണ്ടി വരും?

അവസ്ഥ 2

സെൻസെക്സിനെക്കുറിച്ച് നിങ്ങൾ പത്രങ്ങളിൽ വായിച്ചിരിക്കാം. സെൻസെക്സ് 8000 പോയിന്റ് മറികടന്നു എന്നത് ആഹ്ലാദകരമായ ഒന്നാണ്. സെൻസെക്സ് 600 പോയിന്റ് ഇടിഞ്ഞതുമൂലം 1,53,690 കോടി രൂപ നിക്ഷേപകർക്ക് നഷ്ടമായി. യഥാർത്ഥത്തിൽ എന്താണ് സെൻസെക്സ്?

അവസ്ഥ 3

പെട്രോളിയം ഉൽപന്നങ്ങളുടെ വില വർധനവ് രാജ്യത്തെ പണപ്പെരുപ്പനിരക്കിനെ ത്വരിതപ്പെടുത്തില്ലെന്ന് സർക്കാർ പറയുന്നു. എങ്ങനെയാണ് പണപ്പെരുപ്പം കണക്കാക്കുന്നത്?

നിത്യജീവിതത്തിൽ നാം അഭിമുഖീകരിക്കുന്ന നിരവധി ചോദ്യങ്ങളിൽ ചിലതാണിവ. ഇത്തരം ചോദ്യങ്ങളെ വിശകലനം ചെയ്യാൻ സൂചികാങ്കങ്ങൾ നമ്മെ സഹായിക്കുന്നു.

2. എന്താണ് സൂചികാങ്കം? (What is an Index Number?)

പരസ്പരബന്ധമുള്ള ഒരു കൂട്ടം ചരങ്ങളിലുണ്ടാകുന്ന മാറ്റത്തിന്റെ വ്യാപ്തി അളക്കുന്നതിനുള്ള സാംഖ്യക ഉപകരണമാണ് സൂചികാങ്കം. രണ്ട് വ്യത്യസ്തസാഹചര്യങ്ങളിൽ പരസ്പരം ബന്ധപ്പെട്ട ഒരു കൂട്ടം ചരങ്ങളിൽ ഉള്ള ശരാശരി മാറ്റത്തിന്റെ അളവാണിത്. കണക്കാക്കിയ വ്യതിയാനത്തിലെ അനുപാതത്തിന്റെ പൊതുപ്രവണതയെ ഇത് പ്രതിനിധീകരിക്കുന്നു. ഈ താരതമ്യം വ്യക്തികൾ, സ്കൂളുകൾ, ആശുപത്രികൾ തുടങ്ങിയ വിഭാഗങ്ങൾക്കിടയിലുള്ളതായിരിക്കും. നിശ്ചിതവസ്തുക്കളുടെ വിലകൾ, ഒരു വ്യവസായത്തിലെ വിവിധ മേഖലകളിലെ ഉൽപാദനത്തിന്റെ അളവ്, വിവിധ കാർഷികോൽപന്നങ്ങളുടെ അളവ്, ജീവിതചെലവ് തുടങ്ങിയ ചരങ്ങളുടെ മൂല്യത്തിൽ വരുന്ന മാറ്റങ്ങൾ അളക്കാനുമാണ് സൂചികാങ്കം കണക്കാക്കുന്നത്.

സൂചികാങ്കങ്ങൾ സാധാരണയായി ശതമാനകമായാണ് അവതരിപ്പിക്കുന്നത്. രണ്ട് കാലയളവുകളെ പരിഗണിച്ചാണ് സൂചികാങ്കം കണക്കാക്കുന്നത്. ഏതു കാലയളവുമായാണോ താരതമ്യപ്പെടുത്തേണ്ടത്, ആ കാലയളവിനെ അടിസ്ഥാനവർഷം (Base period) എന്നു പറയുന്നു. അടിസ്ഥാന വർഷത്തിലെ സൂചികാങ്കം 100 ആണ്. ഏത് വർഷത്തേയാണോ അടിസ്ഥാന വർഷത്തോട് താരതമ്യം ചെയ്യുന്നത് അതിനെ നടപ്പുവർഷം (Current period) എന്നു പറയുന്നു. ഒരു വസ്തുവിന്റെ വിലയിൽ 1990–നെ അപേക്ഷിച്ച് 2005–ൽ എത്ര മാറ്റം വന്നു എന്നറിയണമെങ്കിൽ 1990–നെ അടി

സ്ഥാന വർഷമായും 2005-നെ നടപ്പുവർഷ മായും പരിഗണിക്കണം. ഏതു കാലയളവി ലെ സൂചികാങ്കവും അടിസ്ഥാനവർഷത്തിന് ആനുപാതികമായിരിക്കും. അതായത് സൂചി കാങ്കം 250 എന്നത് അടിസ്ഥാനവർഷമൂല്യ ത്തിന്റെ രണ്ടര ഇരട്ടി ആയിരിക്കും എന്ന് സൂചിപ്പിക്കുന്നു.

വിലസൂചികാങ്കങ്ങൾ (Price Index Numbers) നിശ്ചിതസാധനങ്ങളുടെ വിലകൾ അളക്കുകയും താരതമ്യം സാധ്യമാക്കുക യും ചെയ്യുന്നവയാണ്. അളവുസൂചികാങ്ക ങ്ങൾ (Quantity Index Numbers) ഉല്പന്ന ത്തിന്റെയോ, നിർമാണത്തിന്റെയോ, തൊഴി ലിന്റെയോ ഭൗതിക അളവിൽ വന്ന മാറ്റത്തെ അളക്കുന്നവയാണ്. വിലസൂചികാ ങ്കങ്ങളാണ് വ്യാപകമായി ഉപയോഗിക്കുന്ന തെങ്കിലും, ഉൽപാദനസൂചികാങ്കം സമ്പദ്വ്യവസ്ഥയുടെ ഉൽപാദനത്തിന്റെ അളവിനെ കാണിക്കുന്ന പ്രധാന സൂചിക യാണ്.

3. സൂചികാങ്കനിർമ്മിതി (Construction of an Index Number)

തുടർന്നുള്ള ഭാഗങ്ങളിൽ സൂചികാങ്കം നിർമിക്കുന്ന തത്വങ്ങളെ വിലസൂചികാങ്ക ത്തിലൂടെ വ്യക്തമാക്കാം. താഴെപ്പറയുന്ന ഉദാഹരണങ്ങൾ നോക്കുക.

ഉദാഹരണം 1

കേവലസഞ്ചിത വിലസൂചിക കണക്കാക്കൽ (Simple Aggregative Price Index)

താഴെ കൊടുത്തിട്ടുള്ള ഉദാഹരണം നിരീക്ഷിച്ചാൽ എല്ലാ വസ്തുക്കളുടെയും വിലയിലെ മാറ്റത്തിന്റെ ശതമാനം വ്യത്യ സ്തമാണെന്ന് കാണാം. ഇവിടെ നാലു വസ്തുക്കളുടെയും മാറ്റത്തിന്റെ ശതമാനം

പട്ടിക 8.1

വസ്തുക്കൾ	അടിസ്ഥാന വർഷവില (രൂപ) (Base period)	നടപ്പുവർഷ വില (രൂപ) (Current Period)	ശതമാന മാറ്റം
A	2	4	100
B	5	6	20
C	4	5	25
D	2	3	50

ഒന്നു തന്നെയായിരുന്നെങ്കിൽ, ഈ മാറ്റം വിശദീകരിക്കാൻ ഒരൊറ്റ അളവ് മതിയാ കുമായിരുന്നു. മാറ്റത്തിന്റെ ശതമാനം വ്യത്യ സ്തമായതിനാൽ ഓരോ വസ്തുവിന്റെയും വിലയിലെ മാറ്റത്തിന്റെ ശതമാനം അവത രിപ്പിക്കുന്നത് (Reporting) ആശയക്കുഴപ്പമു ണ്ടാക്കും. ഇത് സംഭവിക്കുന്നത് യഥാർഥ കമ്പോളത്തിൽ വസ്തുക്കളുടെ എണ്ണം വളരെ കൂടുതലായിരിക്കുമ്പോഴാണ്. വില സൂചിക എന്നത് ഈ മാറ്റങ്ങളെ സൂചിപ്പിക്കു ന്നതിനുള്ള ഒരു ഏകസംഖ്യാ അളവാണ്.

സൂചികാങ്കങ്ങളുടെ നിർമിതിക്ക് 2 രീതി കൾ ഉപയോഗിക്കുന്നു : സഞ്ചിതരീതി (Aggreg ative method), ആപേക്ഷിക ശരാ ശരി രീതി (Method of averaging relatives).

സഞ്ചിതരീതി (Aggregative Method)

കേവലസഞ്ചിതവിലസൂചിക കണക്കാ ക്കുന്നതിനുള്ള സമവാക്യമാണ്

$$P_{01} = \frac{\sum P_1 q_0}{\sum P_0 q_0} \times 100$$

ഇവിടെ P_1, P_2 എന്നിവ യഥാക്രമം വസ്തുവിന്റെ നടപ്പുവർഷ വിലയും അടി സ്ഥാന വിലയുമാണ്.

ഉദാഹരണം '1' ലെ ദത്തങ്ങൾ ഉപയോ ഗിച്ച് കേവലസഞ്ചിതവിലസൂചിക കണക്കാ ക്കിയാൽ,

$$P_{01} = \frac{4+6+5+3}{2+5+4+2} \times 100 = 138.5$$

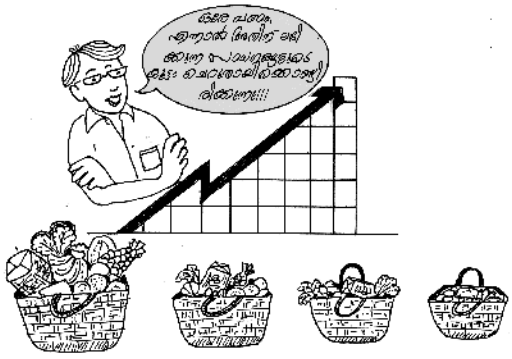
ഇവിടെ വിലയിൽ 38.5 ശതമാനം വർധനവ് ഉണ്ടായിട്ടുണ്ട്.

ഇത്തരം സൂചികകൾ പരിമിതമായ ഉപയോഗത്തിനുളളതാണെന്ന് നിങ്ങൾക്കറിയാമോ? വിവിധ വസ്തുക്കളുടെ വിലയുടെ അളവുയൂണിറ്റ് (Unit of measurement) സമാനമല്ലാത്തതാണ് ഇതിന് കാരണം. വസ്തുക്കൾക്കെല്ലാം തുല്യഭാരം നൽകുന്നതിനാൽ അവയുടെ ആപേക്ഷിക പ്രാധാന്യത്തിന് (Weight) പരിഗണന നൽകുന്നില്ല. എന്നാൽ യഥാർഥത്തിൽ ഇങ്ങനെയാണോ? യഥാർഥത്തിൽ വാങ്ങിക്കുന്ന വസ്തുക്കൾ വ്യത്യാസപ്പെട്ടിരിക്കും. നമ്മുടെ ചെലവിന്റെ സിംഹഭാഗവും ഭക്ഷ്യവസ്തുക്കൾ വാങ്ങുന്നതിനു വേണ്ടിയാണ് ഉപയോഗിക്കുന്നത്. പ്രസ്തുത സാഹചര്യത്തിൽ, വിലസൂചികയിലെ മൊത്തമാറ്റത്തിൽ ഉയർന്ന പ്രാധാന്യമുള്ള വസ്തുവിന്റെയും കുറഞ്ഞ പ്രാധാന്യമുള്ള വസ്തുവിന്റെയും വിലയിലെ തുല്യവർദ്ധനവിന് സൂചികാങ്ക നിർമ്മിതിയിൽ വ്യത്യസ്തസൂചനയാണുള്ളത്.

ഭാരിതസഞ്ചിതവിലസൂചിക (Weighted Aggregative Price Index)

ഭാരിതസഞ്ചിതവിലസൂചികയുടെ സൂത്രവാക്യം, $P_{01} = \frac{\sum P_1}{\sum P_0} \times 100$

വസ്തുക്കളുടെ ആപേക്ഷികപ്രാധാന്യം പരിഗണിക്കുമ്പോൾ സൂചികാങ്കം ഭാരിതസൂചികകളാകുന്നു. ഇവിടെ ഭാരങ്ങൾ (Weights) എന്നാൽ അളവുഭാരങ്ങളാണ്. ഒരു ഭാരിതസഞ്ചിതസൂചിക നിർമിക്കാൻ മുൻകൂട്ടി നിശ്ചയിച്ച ഒരു കൂട്ടം സാധനങ്ങളും അവയുടെ ഓരോ വർഷങ്ങളിലെ മൂല്യവും കണക്കാക്കേണ്ടതുണ്ട്. അങ്ങനെ, നിശ്ചയിച്ച ഒരുകൂട്ടം സാധനങ്ങളുടെ വിലയിൽ വന്ന മാറ്റം കണക്കാക്കുന്നു. ഈ സാധനങ്ങളുടെ മൊത്തമൂല്യത്തിൽ മാറ്റമുണ്ടാകാൻ കാരണം, അവയുടെ വിലയിൽ വന്ന മാറ്റമാണ്. വസ്തുക്കളുടെ വ്യത്യസ്ത കൂട്ടങ്ങൾ കാലാനുസൃതമായി ഉപയോഗിച്ച് വിവിധ രീതിയിൽ ഭാരിത സഞ്ചിത സൂചിക നിർമിക്കാം.



ഉദാഹരണം 2

ഭാരിതസഞ്ചിതവിലസൂചിക കണക്കാക്കൽ (Calculation of Weighted Aggregative Price Index)

പട്ടിക 8.2

സാധനം	അടിസ്ഥാനവർഷം (Base Period) വില P_0	അളവ് q_0	നടപ്പുവർഷം (Current Period) വില p_1	അളവ് q_1
A	2	10	4	5
B	5	12	6	10
C	4	20	5	15
D	2	15	3	10

$$P_{01} = \frac{\sum P_1 q_0}{\sum P_0 q_0} \times 100$$

$$= \frac{4 \times 10 + 6 \times 12 + 5 \times 20 + 3 \times 15}{2 \times 10 + 5 \times 12 + 4 \times 20 + 2 \times 15} \times 100$$

$$= \frac{257}{190} \times 100 = 135.3$$

ഈ രീതിയനുസരിച്ച് അടിസ്ഥാനവർഷത്തെ അളവിനെ ഭാരങ്ങളായി (Weights) കണക്കാക്കുന്നു. അടിസ്ഥാനവർഷത്തെ അളവിനെ ഭാരമായി കണക്കാക്കി ഭാരിതസഞ്ചിതവിലസൂചിക കാണുന്ന രീതി ലാസ്പിയേഴ്സ് വിലസൂചികാരീതി (Laspeyre's Price Index) എന്നു പറയുന്നു. ഒരു കൂട്ടം സാധനങ്ങളുടെ ചെലവ് അടിസ്ഥാനവർഷത്തെ വിലയിൽ 100/- രൂപയാണെങ്കിൽ, നടപ്പുവർഷത്തെ വിലയിൽ ഇതേ അളവ് സാധനങ്ങൾ തന്നെ വാങ്ങിയാൽ എത്ര ചിലവ് വരും? ലാസ്പിയേഴ്സ് വിലസൂചികരീതിയനുസരിച്ച് ഈ ചോദ്യത്തിനുള്ള ഉത്തരം കണ്ടെത്താം. മുകളിലെ ഉദാഹരണത്തിൽ സാധനങ്ങളുടെ വിലവർധനവിന്റെ ഭാഗമായി അടിസ്ഥാനവർഷത്തിലെ അളവിന്റെ മൂല്യം 35.3 ശതമാനം വർധിച്ചതായി കാണാം. അടിസ്ഥാനവർഷത്തെ അളവിനെ ഭാരമായി എടുത്താൽ, വിലയിൽ 35.3% വർധനവ് ഉണ്ടായിരിക്കുന്നു എന്നു പറയാം.

അടിസ്ഥാനവർഷത്തെ അളവിൽ നിന്നും വ്യത്യസ്തമായിരിക്കും നടപ്പുവർഷത്തെ അളവ് എന്നതിനാൽ നടപ്പുവർഷത്തെ ഭാരം ഉപയോഗിച്ച് കണക്കാക്കുന്ന സൂചികാങ്കത്തിന്റെ മൂല്യം വ്യത്യസ്തമായിരിക്കും.

$$P_{01} = \frac{\Sigma P_1 q_1}{\Sigma P_0 q_1} \times 100$$

$$= \frac{4 \times 5 + 6 \times 10 + 5 \times 15 + 3 \times 10}{2 \times 5 + 5 \times 10 + 4 \times 15 + 2 \times 10} \times 100$$

$$= \frac{185}{140} \times 100 = 132.1$$

നടപ്പുവർഷത്തെ അളവിനെ ഭാരമായി കണക്കാക്കി ഭാരിതസഞ്ചിതവില സൂചിക കാണുന്ന രീതിയെ പാഷേയുടെ വിലസൂചിക (Paasche's Price index) എന്നു പറയുന്നു. നടപ്പുവർഷത്തിലെ ഒരു കൂട്ടം സാധനങ്ങൾ അടിസ്ഥാനവർഷത്തിൽ ഉപയോഗിച്ചുവെന്ന് വിചാരിക്കുക. അതിനായി 100/- രൂപ ചെലവഴിച്ചുവെങ്കിൽ, ഇതേ അളവ് സാധനങ്ങൾ നടപ്പുവർഷത്തെ വിലയിൽ വാങ്ങിയാൽ എന്തുചെലവ് വരും? പാഷേയുടെ വില സൂചികാങ്കരീതിയനുസരിച്ച് ഈ ചോദ്യത്തിനുള്ള ഉത്തരം കണ്ടെത്താം. പാഷേവിലസൂചിക 132.1 എന്നാകുമ്പോൾ വിലയുടെ വർധനവ് 32.1 ശതമാനമാണെന്ന് വ്യാഖ്യാനിക്കപ്പെടുന്നു. നടപ്പുവർഷത്തെ അളവിനെ ഭാരമായെടുത്താൽ വില 32.1 ശതമാനമായി വർധിച്ചിട്ടുണ്ട് എന്ന് പറയാം.

ആപേക്ഷികങ്ങളുടെ ശരാശരി രീതി (Method of Averaging Relatives)

ഒരു വസ്തു മാത്രമുള്ളപ്പോൾ വില സൂചിക എന്നാൽ അടിസ്ഥാനവർഷത്തിലെയും നടപ്പുവർഷത്തിലെയും സാധനങ്ങളുടെ വിലകൾ തമ്മിലുള്ള അനുപാതമാണ്. സാധാരണയായി ശതമാനമായാണ് ഇത് പ്രകടിപ്പിക്കുന്നത്. ധാരാളം സാധനങ്ങൾ പരിഗണിക്കുമ്പോൾ, അവയുടെ ആപേക്ഷികശരാശരി കണക്കാക്കുന്നു. വില ആപേക്ഷികരീതിയനുസരിച്ചാണ് വിലസൂചികാങ്കം നിർവചിക്കപ്പെടുന്നത്.

$$P_{01} = \frac{1}{n}\Sigma\frac{P_1}{P_0}\times 100$$

ഇവിടെ P_1 , P_0 എന്നിവ യഥാക്രമം i-മത്തെ വസ്തുവിന്റെ നടപ്പുവർഷത്തെയും അടിസ്ഥാനവർഷത്തെയും വിലകളെ സൂചിപ്പിക്കുന്നു. $P_1 / P_0 \times 100$ എന്ന അനുപാതം വസ്തുവിന്റെ വില ആപേക്ഷികതയെ കാണിക്കുന്നു. 'n' എന്നത് N വസ്തുക്കളുടെ എണ്ണത്തെ കാണിക്കുന്നു.

നിലവിലെ ഉദാഹരണത്തിൽ,

$$P_{01} = \frac{1}{4}\left[\frac{4}{2}+\frac{6}{5}+\frac{5}{4}+\frac{3}{2}\times 100\right] = 149$$

ഇപ്രകാരം സാധനങ്ങളുടെ വിലയിൽ 49 ശതമാനം വർധനവ് ഉണ്ടായിരിക്കുന്നു. വില ആപേക്ഷികങ്ങളുടെ ഭാരിതസൂചിക (Weighted Index of Price Relatives) എന്നത് വില ആപേക്ഷികങ്ങളുടെ ഭാരിത സമാന്തര മാധ്യം ആകുന്നു.

ഇത് നിർവചിക്കുമ്പോൾ,

$$P_{01} = \frac{\sum_{i=1}^{n} Wi\left[\frac{P_{1i}}{P_{0i}}\times 100\right]}{\sum_{i=1}^{n} Wi}$$

അല്ലെങ്കിൽ,

$$P_{01} = \frac{\sum W\left(\frac{P_1}{P_0}\times 100\right)}{\sum W}$$

W = സാധനങ്ങളുടെ ആപേക്ഷിക പ്രാധാന്യം (ഭാരം).

അടിസ്ഥാനവർഷത്തെ മൊത്തം ചെലവിൽ പ്രസ്തുത വസ്തുക്കളുടെ ചിലവിന്റെ ശതമാനമോ അനുപാതമോ ആണ് ഒരു ഭാരിത ആപേക്ഷികവിലസൂചികയിൽ ഭാരങ്ങൾ തീരുമാനിക്കുന്നത്. നാം ഉപയോഗിക്കുന്ന സൂത്രവാക്യം മാറുന്നതിനനുസരിച്ച് അടിസ്ഥാനവർഷത്തിനുപകരം നടപ്പുവർഷം പരിഗണിക്കാവുന്നതാണ്. യഥാർഥത്തിൽ, ഇത് നമ്മുടെ മൊത്തം ചിലവിൽ വിവിധ സാധനങ്ങൾക്ക് നൽകുന്ന പ്രാധാന്യത്തെ കാണിക്കുന്നു. പൊതുവേ നടപ്പുവർഷത്തെ ഭാരിതത്തെക്കാൾ അടിസ്ഥാനവർഷത്തെ ഭാരത്തിനാണ് മുൻഗണന നല്കുന്നത്. ഓരോ വർഷത്തെയും ഭാരം കണക്കാക്കുന്നത് പ്രയാസമായതിനാലാണിത്. വ്യത്യസ്ത കൂട്ടം വസ്തുക്കളുടെ വിലകളിലെ മാറ്റങ്ങളും ഇവിടെ സൂചിപ്പിക്കുന്നുണ്ട്. എന്നാൽ അവ കൃത്യമായി താരതമ്യപ്പെടുത്താവുന്നവയല്ല. ഉദാഹരണം 3-ൽ ഭാരിത വിലസൂചിക കണക്കാക്കാനാവശ്യമായ വിവരങ്ങൾ നൽകുന്നു.

ഉദാഹരണം 3

ഭാരിത ആപേക്ഷികങ്ങളുടെ വിലസൂചിക കണക്കാക്കൽ (Calulation of Weighted Price Relatives Index)

പട്ടിക 8.3

വസ്തുക്കൾ	ഭാരം (ശതമാനത്തിൽ)	അടിസ്ഥാന-വർഷത്തെ വില (രൂപയിൽ) P_0	നടപ്പു-വർഷത്തെ വില (രൂപയിൽ)P_1	വില ആപേക്ഷികം
A	40	2	4	200
B	30	5	6	120
C	20	4	5	125
D	10	2	3	150

ഭാരിതവിലസൂചികാങ്കത്തിന്റെ സൂത്രവാക്യം,

$$P_{01} = \frac{\sum_{i=1}^{n} W_i \left[\frac{P_1}{P_0} \times 100 \right]}{\sum_{i=1}^{n} W_i}$$

$$= \frac{40 \times 200 + 30 \times 120 + 20 \times 125 + 10 \times 150}{100} = 156$$

ഇവിടെ ഭാരിതവിലസൂചിക 156 ആണ്. 56 ശതമാനം വിലസൂചിക ഉയർന്നിട്ടുണ്ട്. ഭാരിതമല്ലാത്ത വില സൂചികയുടെയും ഭാരിതവിലസൂചികയുടെയും മൂല്യങ്ങളിൽ വ്യത്യാസമുണ്ട്. ഉദാഹരണം '3' ൽ അ എന്ന വളരെ പ്രാധാന്യമുള്ള വസ്തുവിന്റെ വില ഇരട്ടിച്ചതിനാലാണ് ഭാരിതസൂചിക വളരെ ഉയർന്നിരിക്കുന്നത്.

പ്രവർത്തനം

- ഉദാഹരണം '2' ൽ നൽകിയിരിക്കുന്ന നടപ്പുവർഷത്തെയും അടിസ്ഥാന വർഷത്തെയും ദത്തങ്ങൾ പരസ്പരം മാറ്റി പാഷേ, ലാസ്പിയേഴ്സ് സൂത്രവാക്യങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് വില സൂചിക കണക്കാക്കുക. മുകളിൽ കൊടുത്ത വിശദീകരണങ്ങളുടെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ എന്ത് വ്യത്യാസമാണ് നിങ്ങൾക്ക് നിരീക്ഷിക്കാൻ കഴിയുന്നത്?

4. ചില പ്രധാനസൂചികാങ്കങ്ങൾ (Some important index numbers)

ഉപഭോക്തൃവിലസൂചിക (Consumer Price Index)

ഉപഭോക്തൃവില സൂചിക ജീവിതച്ചെലവ് സൂചിക (Cost of Living Index) എന്നും അറിയപ്പെടുന്നു. ഇത് ചില്ലറവിലയിലെ മാറ്റത്തിന്റെ ശരാശരി കണക്കാക്കുന്നു. പൊതു പണപ്പെരുപ്പത്തിന്റെ ശരിയായ സൂചകമായി വ്യവസായത്തൊഴിലാളികളുടെ ഉപഭോക്തൃവില സൂചിക (Consumer Price Index) പൊതുവിൽ കണക്കാക്കപ്പെടുന്നു.

താഴെപ്പറയുന്ന പ്രസ്താവന ശ്രദ്ധിക്കുക.

'വ്യവസായത്തൊഴിലാളികളുടെ CPI 2014 ഡിസംബറിൽ 277 ആണ് (2001 = 100)'. ഈ പ്രസ്താവനയുടെ അർഥമെന്താണ്? 2001 ൽ ഒരു കൂട്ടം വസ്തുക്കൾ വാങ്ങാൻ വ്യവസായത്തൊഴിലാളി 100/- രൂപ ചിലവഴിച്ച സ്ഥാനത്ത്, അതേ സാധനങ്ങൾ വാങ്ങുന്നതിനായി 2014-ൽ അയാൾ 277/- രൂപ ചെലവഴിക്കേണ്ടിവരുന്നു. സാധനങ്ങൾ അയാൾ വാങ്ങിക്കൊള്ളണമെന്ന് നിർബന്ധമൊന്നുമില്ല. ഇവിടുത്തെ ചോദ്യമെന്തെന്നാൽ അയാൾക്ക് സാധനങ്ങൾ വാങ്ങാനുള്ള ശേഷിയുണ്ടോ എന്നതാകുന്നു.

ഉദാഹരണം 4

ഉപഭോക്തൃവിലസൂചികാങ്കനിർമ്മിതി (Construction of Consumer Price Index Number)

$$CPI = \frac{\Sigma WR}{\Sigma W} = \frac{9786.85}{100} = 97.86$$

പട്ടിക 8.4-ലെ മുകളിലെ ഉദാഹരണത്തിൽ ജീവിതച്ചിലവ് 2.14 ശതമാനം കുറഞ്ഞതായി കാണുന്നു. സൂചിക 100 ൽ കൂടുതലായാൽ അത് എന്തിനെ സൂചിപ്പിക്കുന്നു? അതിനർഥം ജീവിതച്ചെലവ് കൂടുതലാണെന്നും വേതനത്തിലും ശമ്പളത്തിലും ഉയർന്ന ക്രമീകരണങ്ങൾ നടത്തേണ്ടത്

പട്ടിക 8.4

വസ്തുക്കൾ	ഭാരം ശതമാനത്തിൽ (W)	അടിസ്ഥാന-വർഷത്തെ വില (രൂപ)	നടപ്പു-വർഷത്തെ വില (രൂപ)	$R = \frac{P_1}{P_0} 100$ (ശതമാനത്തിൽ)	WR
ഭക്ഷണം	35	150	145	96.67	3883.45
ഇന്ധനം	10	25	23	92.00	920.00
വസ്ത്രം	20	75	65	86.67	1733.40
പാട്ടം	15	30	30	100.00	1500.00
അനുബന്ധച്ചെലവ്	20	40	45	112.50	2250.00
					9786.85

ആവശ്യമാണെന്നുമാണ്. 100-നേക്കാൾ എത്ര കൂടുതലാണോ അത്രയുംതന്നെ കൂലിയും വേതനത്തിലും വർധനവ് ഉണ്ടാകുന്നു. സൂചിക 150 ആണെങ്കിൽ 50 ശതമാനം ഉയർന്ന ക്രമീകരണം ആവശ്യമാകുന്നു. ജീവനക്കാരുടെ വേതനം 50 ശതമാനം വർധിപ്പിക്കേണ്ടതുണ്ട്.

പ്രധാന ഉപഭോക്തൃത വിലസൂചികകൾ (Important Consumer Price Index)

ഇന്ത്യയിൽ സർക്കാർ ഏജൻസികൾ നിരവധി ഉപഭോക്തൃവിലസൂചികകൾ തയ്യാറാക്കാറുണ്ട്. ഇവയിൽ ചിലത് താഴെപ്പറയുന്നു.

- വ്യവസായത്തൊഴിലാളികൾക്കായുള്ള ഉപഭോക്തൃവിലസൂചികാങ്കങ്ങൾ (Consumer Price Index Number for Industrial Workers) 2001 = 100 എന്ന അടിസ്ഥാനത്തിൽ 2017 മെയ് മാസത്തിലെ സൂചിക 278 ആയിരുന്നു.
- കർഷക തൊഴിലാളികൾക്കായുള്ള അഖിലേന്ത്യാ ഉപഭോക്തൃവില സൂചികാങ്കങ്ങൾ (All India Consumer Price Index Numbers for Agricultural Workers) 1986-87 = 100 എന്ന അടിസ്ഥാനത്തിൽ 2017 മെയ് മാസത്തിൽ 872 ആയിരുന്നു.
- ഗ്രാമീണ തൊഴിലാളിക്കായുള്ള അഖിലേന്ത്യാ ഉപഭോക്തൃവിലസൂചികാങ്കങ്ങൾ (All India Rural Consumer Price Index Number) 1986 - 87 = 100 എന്ന അടിസ്ഥാനത്തിൽ 2017 മെയ് മാസത്തിൽ 878 ആയിരുന്നു.
- അഖിലേന്ത്യാ ഗ്രാമീണഉപഭോക്തൃ സൂചിക (All India Urban Consumer Price Index) 2012 = 100 എന്ന അടിസ്ഥാനത്തിൽ 2017 മെയ് മാസത്തിൽ 133.30 ആയിരുന്നു.
- അഖിലേന്ത്യാ നഗരഉപഭോക്തൃ വില സൂചിക (All India Urban Consumer Price Index) 2012 = 100 എന്ന അടിസ്ഥാനത്തിൽ 2017 മെയ് മാസത്തിൽ 129.30 ആയിരുന്നു.
- അഖിലേന്ത്യാ സംയോജിതഉപഭോക്തൃ വിലസൂചിക (All India Combined Consumer Price Index) 2012 = 100 എന്ന അടിസ്ഥാനത്തിൽ 2017 മെയ് മാസത്തിൽ 131.40 ആയിരുന്നു.

ഇതിനു പുറമേ സംസ്ഥാനതലത്തിലും ഇത്തരം സൂചകങ്ങൾ തയ്യാറാക്കാറുണ്ട്.

വ്യത്യസ്തരീതികൾ ഉപയോഗിച്ചാണ് ഈ സൂചകങ്ങൾ കണക്കാക്കുന്നത്. ഈ വിശദാംശങ്ങൾ ഇപ്പോൾ ചർച്ച ചെയ്യേണ്ടതില്ല.

ഉപഭോക്തൃ വിലകളിൽ എങ്ങനെ മാറ്റം വരുന്നു എന്ന് കണക്കാക്കുന്നതിന് ഇന്ത്യൻ റിസർവ്ബാങ്ക് ഉപയോഗിക്കുന്നത് അഖിലേന്ത്യാ സംയോജിത ഉപഭോക്തൃവില സൂചികയാണ്. ആയതിനാൽ ഈ സൂചികയെക്കുറിച്ച് വിശദമായി മനസ്സിലാക്കാം.

ഈ സൂചിക ഇപ്പോൾ തയ്യാറാക്കുന്നത് 2012 =100 എന്ന അടിസ്ഥാനത്തിലാണ്. അന്താരാഷ്ടനിലവാരമനുസരിച്ചുള്ള നിരവധി മെച്ചപ്പെടുത്തലുകൾ ഇതിന് വരുത്തിയിട്ടുണ്ട്. 2011-12 ലെ നാഷണൽ സാമ്പിൾ സർവേയുടെ 68-ാം റൗണ്ട് സർവേ പ്രകാരം ഉപഭോക്തൃചെലവ് സർവേയിലെ (Consumer Expenditure Survey) മോഡിഫൈഡ് മിക്സഡ് റഫറൻസ്പീരിഡ് (MMRP) ദത്തങ്ങളെ അടിസ്ഥാനമാക്കിയാണ് ഈ സൂചിക കണക്കാക്കുന്നതിനുള്ള വസ്തുക്കളും ഇനവും ഭാരങ്ങളും പരിഷ്കരിച്ചത്.

പ്രധാന ഇനങ്ങൾ	ഭാരം (ശതമാനത്തിൽ)
• ഭക്ഷണവും പാനീയങ്ങളും	45.86
• പുകയില, പാൻമസാല ലഹരി വസ്തുക്കൾ	2.38
• വസ്ത്രം, പാദരക്ഷ	6.53
• പാർപ്പിടം	10.07
• വെളിച്ചം, ഇന്ധനം	6.84
• പലവക വസ്തുക്കൾ	28.32
മൊത്തം	100.00

ഉറവിടം: സാമ്പത്തിക സർവേ 2014-15

ഇന്ത്യാഗവൺമെന്റ് മുഖ്യഗ്രൂപ്പിലും ഓരോ ഉപഗ്രൂപ്പിലും വർഷംതോറും വരുന്ന മാറ്റത്തിന്റെ നിരക്കിലാണ് ദത്തങ്ങൾ നൽകിയിരിക്കുന്നത്. അതുകൊണ്ട് ഏത് വിലകളാണ് കൂടുതൽ ഉയരുന്നതെന്നും അതുവഴി പണപ്പെരുപ്പത്തിന് കാരണമാകുന്നതെന്നും നമുക്ക് കണ്ടെത്താൻ കഴിയുന്നു.

ഉപഭോക്തൃ ഭക്ഷ്യവിലസൂചികയും (Consumer Food Price Index - CFPI) ഉപഭോക്തൃഭക്ഷ്യ-പാനീയ വില സൂചികയും Consumer Food Price Index for Food and Beverages) ഒന്നു തന്നെയാണ്. ഇതിൽ ലഹരി പാനീയങ്ങളും, പാകം ചെയ്ത ഭക്ഷണം, സ്നാക്സ്, മധുരപലഹാരങ്ങൾ തുടങ്ങിയവയും ഉൾപ്പെടുന്നില്ല.

മൊത്തവിലസൂചിക (Wholesale Price Index)

മൊത്തവിലനിലവാരത്തിലെ മാറ്റം സൂചിപ്പിക്കുന്നതാണ് മൊത്തവില സൂചികാങ്കം. ഉപഭോക്തൃവിലസൂചികയിലേതു പോലെ, മൊത്തവിലസൂചികാങ്കം കണക്കാക്കുമ്പോൾ ഉപഭോക്തൃവിഭാഗത്തെ പരിഗണിക്കുന്നില്ല. ബാർബർ, റിപ്പയറർ മുതലായവരുടെ സേവനങ്ങൾക്കുള്ള കൂലി ഇവിടെ ഉൾപ്പെടുത്തുന്നില്ല.

2004-05 നെ അടിസ്ഥാനവർഷമായി എടുത്താൽ 2014 ഒക്ടോബറിലെ മൊത്തവില സൂചികാങ്കം (WPI) 253 ആണ്. ഈ പ്രസ്താവനയുടെ അർഥമെന്ത്? പൊതുവിലനിലവാരം ഈ കാലയളവിൽ 153 ശതമാനം ഉയർന്നു എന്ന് ഈ പ്രസ്താവന സൂചിപ്പിക്കുന്നു.

ഇപ്പോൾ മൊത്തവില സൂചിക തയ്യാറാക്കുന്നത് 2011-12 = 100 എന്ന അടിസ്ഥാനത്തിലാണ്. 2017 മെയ് മാസത്തിൽ ഈ സൂചിക 112.8 ആയിരുന്നു. നിലവിലെ മൊത്ത വില്പന വിലയാണ് ഈ സൂചിക ഉപയോഗിക്കുന്നത്. വസ്തുക്കളുടെ വില മാത്രമേ ഇതിൽ ഉൾപ്പെടുന്നുള്ളൂ. അവയുടെ പ്രധാന ഇനങ്ങളും ഭാരങ്ങളും താഴെ നൽകിയിരിക്കുന്നു.

മുഖ്യ വിഭാഗങ്ങൾ	ഭാരം
പ്രാഥമിക വസ്തുക്കൾ	22.62
ഇന്ധനവും ഊർജവും	13.15
നിർമ്മിത ഉല്പന്നങ്ങൾ	64.23
എല്ലാ വസ്തുക്കളും ഉൾപ്പെടുന്ന ഹെഡ്‌ലൈൻ ഇൻഫ്ളേഷൻ	100.00
'WPI ഭക്ഷ്യസൂചിക'	24.23

ഉറവിടം: മിനിസ്ട്രി ഓഫ് സ്റ്റാറ്റിസ്റ്റിക്സ് ആന്റ് പ്രോഗ്രാം ഇംപ്ലിമെന്റേഷൻ 2016-17.

സാധാരണയായി മൊത്ത വില്പന വിലയെ സംബന്ധിച്ച വിവരങ്ങൾ എളുപ്പത്തിൽ ലഭ്യമാകും. 'എല്ലാ വസ്തുക്കളും ഉൾപ്പെടുന്ന പണപ്പെരുപ്പ നിരക്ക്' (All commodities Inflation Rate) 'ഹെഡ്‌ലൈൻ ഇൻഫ്ളേഷൻ' എന്നും അറിയപ്പെടാറുണ്ട്. ഇത് പലപ്പോഴും ഭക്ഷ്യ വസ്തുക്കൾക്കാണ് ഊന്നൽ നൽകുന്നത്. ഇവിടെ ഇത് മൊത്തഭാരത്തിന്റെ 24.23 ശതമാനമാണ്. ഈ ഭക്ഷ്യസൂചിക (WPI Food Index) നിർമ്മിച്ചിരിക്കുന്നത്, പ്രാഥമിക വസ്തു ഗ്രൂപ്പിലേയും നിർമ്മിതഉല്പന്ന ഗ്രൂപ്പിലേയും ഭക്ഷ്യവസ്തുക്കളെ ഉൾപ്പെടുത്തിയാണ്. മറ്റൊരു വിഭാഗം സാമ്പത്തിക ശാസ്ത്രജ്ഞന്മാർ നിർമ്മിതവസ്തുക്കളിലെ (ഭക്ഷ്യ വസ്തുക്കളും ഇന്ധനവും ഒഴികെയുള്ള) മൊത്തവില്പനവിലയിൽ ഊന്നൽ നൽകാനാണ് താല്പര്യപ്പെടുന്നത്. ഇതിനായി ഇവർ മൊത്ത വില്പന വില സൂചികയുടെ ആകെ ഭാരത്തിന്റെ 55% വരുന്ന 'കോർ ഇൻഫ്ളേഷൻ' പരിഗണിക്കുന്നു.

വ്യാവസായികോല്പാദന സൂചിക (Industrial Prodution Index)

ഉപഭോക്തൃവിലസൂചികയും മൊത്തവില്പനവില സൂചികയും 'വില'യെ അടിസ്ഥാനമാക്കുമ്പോൾ വ്യാവസായി കോല്പന്നസൂചിക 'അളവിനെ'യാണ് പരിഗണിക്കുന്നത്. 2017 ഏപ്രിൽ മുതൽ 2011-12=100 എന്നത് അടിസ്ഥാനവർഷമായി പരിഗണിക്കുന്നു. ഓരോ വർഷവും നിരവധി ഇനങ്ങൾ ഉല്പാദനം നിർത്തുകയോ അപ്രധാനമാവുകയോ ചെയ്യുന്നു. അതുപോലെ പുതിയ ഇനങ്ങൾ ഉല്പാദനം ആരംഭിക്കുകയും ചെയ്യുന്നു. അതിനാലാണ് അടിസ്ഥാനവർഷത്തിൽ ഇത്ര പെട്ടെന്ന് മാറ്റം വരുന്നത്.

അടിസ്ഥാനപരമായി, വില ആപേക്ഷികതകളുടെ ഭാരിതശരാശരിയാണ് വില സൂചികാങ്കങ്ങൾ. ആപേക്ഷിക അളവുകളുടെ ഭാരിതശരാശരിയാണ് വ്യാവസായിക ഉല്പാദന സൂചിക. അടിസ്ഥാനവർഷം നിർമ്മാണമേഖല കൂട്ടിച്ചേർത്ത മൂല്യത്തിന് ആനുപാതികമായി വിവിധ ഇനങ്ങൾക്ക് ഭാരം നൽകിയാണ് ഇത് കണക്കാക്കുന്നത്. ഇത് ലാസ്പിയറുടെ സൂത്രവാക്യത്തെ അടിസ്ഥാനമാക്കിയാണ്.

$$IIP_{01} = \frac{\sum_{i=1}^{n} q_{1i} W_i}{\sum_{i=1}^{n} Wi} \times 100$$

ഇവിടെ IIP_{01} എന്നത് വ്യാവസായി കോല്പാദന സൂചിക, q_{1i} എന്നത് i-ാമത്തെ വസ്തുവിന്റെ പൂജ്യം അടിസ്ഥാനമാക്കി യുള്ള ഒന്നാം വർഷത്തെ ആപേക്ഷിക അളവ്, W_i എന്നത് i -ാമത്തെ വസ്തുവിന് നൽകിയ ഭാരം, 'n' എന്നത് ഉല്പാദന സൂചി കയിലെ ഇനങ്ങളുടെ എണ്ണം.

വ്യാവസായിക മേഖലാതലത്തിലും ഉപമേഖലാ തലത്തിലും വ്യാവസായികോ ല്പാദന സൂചിക ലഭ്യമാണ്. ഖനനം, നിർമ്മാണം, വൈദ്യുതി എന്നിവയാണ് പ്രധാന ശാഖകൾ. അസംസ്കൃത എണ്ണം പ്രകൃതിവാതകം, ശുദ്ധീകരിച്ച ഉല്പന്ന ങ്ങൾ, വളങ്ങൾ, ഉരുക്ക്, സിമന്റ് , വൈദ്യുതി എന്നീ കേന്ദ്ര വ്യവസായങ്ങളെന്ന് വിളിക്ക പ്പെടുന്നവയെ ഊന്നിയാണ് പലപ്പോഴും ഈ സൂചിക തയാറാക്കുന്നത്. വ്യാവസായി കോല്പാദന സൂചികയിൽ എട്ട് കേന്ദ്ര വ്യവ സായങ്ങളുടെയും സംയോജിത ഭാരം 40.27 ശതമാനമാണ്.

പട്ടിക 8.5

വ്യാവസായികോല്പാദന സൂചികയിൽ വ്യാവസായിക ഉല്പാദന മേഖലകൾക്ക് പ്രാധാന്യം നൽകുന്ന രീതി
Weightage Pattern of IIP (Industrial Production Sectors)

മേഖല	ഭാരം
ഖനനം	14.4
മേഖല	77.6
വൈദ്യുതി	8.0
പൊതുസുചിക	100.0

ഉറവിടം: മിനിസ്ട്രി ഓഫ് സ്റ്റാറ്റിസ്റ്റിക്സ് ആന്റ് പ്രോഗ്രാം ഇംപ്ലിമെന്റേഷൻ, 2016-17

വ്യാവസായിക ഉല്പാദന സൂചിക ഉല്പ ന്നത്തിന്റെ ഉപയോഗ(Use)ത്തിനനുസരിച്ചും ലഭ്യമാണ്. ഉദാഹരണം: 'പ്രാഥമിക വസ് തുക്കൾ', 'ഈടുള്ള ഉപഭോഗവസ്തുക്കൾ' എന്നിങ്ങനെ.

പട്ടിക 8.6

വ്യാവസായികോല്പാദന സൂചികയിൽ ഉപയോഗാടിസ്ഥാന വിഭാഗത്തിനനുസരിച്ച് ഭാരം നൽകുന്ന രീതി
Weightage Pattern of IIP (Use-based Groups)

വിഭാഗം	ഭാരം
പ്രാഥമികം	34.1
മൂലധന വസ്തുക്കൾ	8.2
അന്തരാള ഉപഭോഗ വസ്തുക്കൾ	17.2
പശ്ചാത്തല സൗകര്യം/ നിർമ്മാണ വസ്തുക്കൾ	12.3
ഈടുറ്റ ഉപഭോഗ വസ്തുക്കൾ	12.8
ഈടില്ലാത്ത ഉപഭോഗ വസ്തുക്കൾ	15.3
പൊതു സൂചിക	100.0

ഉറവിടം: മിനിസ്ട്രി ഓഫ് സ്റ്റാറ്റിസ്റ്റിക്സ് ആന്റ് പ്രോഗ്രാം ഇംപ്ലിമെന്റേഷൻ, 2016-17

കാർഷികോൽപന്നത്തിന്റെ സൂചിക (Index Number of Agricultural Production)

അളവ് ആപേക്ഷികങ്ങളുടെ ഭാരിതശരാ ശരിയാണ് ഈ സൂചിക. 1981–82 ൽ അവ സാനിച്ച ത്രൈവാർഷികമാണ് ഇതിന്റെ അടിസ്ഥാനകാലഘട്ടം. 2003–04 ലെ കാർഷി കോൽപാദനത്തിന്റെ സൂചിക 179.5 ആയി രുന്നു. കാർഷികോൽപാദനത്തിൽ 1979–80, 1980–81, 1981–82 എന്നീ മൂന്നു വർഷങ്ങളിൽ ശരാശരിയേക്കാൾ 79.5 ശതമാനം വർധനവ് ഉണ്ടായിട്ടുണ്ട് എന്ന് ഇത് കാണിക്കുന്നു. ഭക്ഷ്യധാന്യങ്ങൾക്ക് 62.92 ശതമാനത്തിന്റെ ഭാരമാണ് ഈ സൂചികയിൽ നൽകിയിട്ടു ള്ളത്.

ഉല്പാദകവിലസൂചിക (Producer's Price Index)

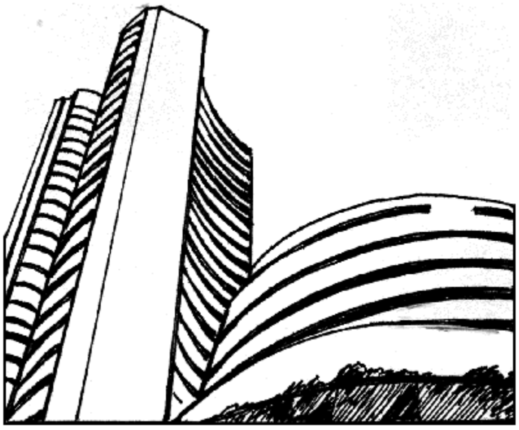
വിലയിൽ ഉണ്ടാകുന്ന മാറ്റങ്ങൾ ഉല്പാദകരുടെ വീക്ഷണത്തിലൂടെ നോക്കിക്കാണുകയാണ് ഉല്പാദകവിലസൂചിക ചെയ്യുന്നത്. നികുതി, വ്യാപാരലാഭം, ഗതാഗതച്ചെലവ് എന്നിവ ഉൾപ്പെടുന്ന അടിസ്ഥാന വിലകളെ മാത്രമേ ഇത് ഉപയോഗിക്കുന്നുള്ളു. മറ്റു രാജ്യങ്ങളിൽ എന്നപോലെ ഇന്ത്യയിലും മൊത്ത വിലസൂചിയിൽ നിന്നും (Whole sale Price Index (WPI) ഉല്പാദന വിലസൂചിക (Producer Price Index) (1993-94:100) യിലേക്ക് മാറേണ്ട സാധ്യതകളെക്കുറിച്ച് WPI യുടെ പുനരാലോചനാ വിഭാഗം പരിശോധിച്ചുകൊണ്ടിരിക്കുന്നു.

മാനവ വികസന സൂചിക (Human Development Index - HDI)

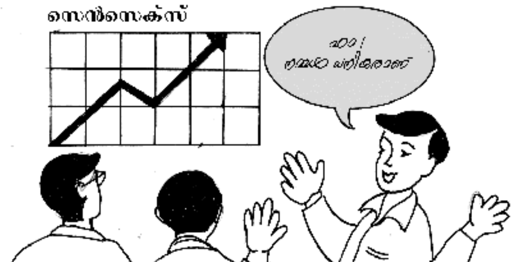
ഒരു രാജ്യത്തിന്റെ വികസനത്തെക്കുറിച്ചറിയുന്നതിന് വ്യാപകമായി ഉപയോഗിക്കുന്ന ഒരു സൂചികയാണ് മാനവവികസനസൂചിക. ഇതിനെ കുറിച്ച് മുൻ ക്ലാസ്സുകളിൽ പഠിച്ചിട്ടുണ്ടല്ലോ.

സെൻസെക്സ് (Sensex)

ബോംബെ സ്റ്റോക്ക് എക്സ്ചേയ്ഞ്ച് സെൻസിറ്റീവ് ഇൻഡക്സിന്റെ ഹ്രസ്വരൂപമാണ് സെൻസെക്സ്. ഇത് 1978-79 വർഷത്തെ അടിസ്ഥാനമാക്കിയിട്ടുള്ളതാണ്. സെൻസെക്സിന്റെ മൂല്യം കണക്കാക്കുന്നത് പ്രസ്തുത വർഷത്തെ അടിസ്ഥാനമാക്കിയാണ്. ഇന്ത്യൻ സ്റ്റോക്ക്മാർക്കറ്റിന്റെ ബെഞ്ച്മാർക്ക് സൂചികയാണിത്. സമ്പദ് വ്യവസ്ഥയിലെ 13 മേഖലകളെ പ്രതിനിധീകരിച്ച് 30 സ്റ്റോക്കുകൾ ഇതിൽ ഉൾപ്പെടുന്നു. അതാത് മേഖലകളിൽ മുൻനിര കമ്പനികളാണ് ബോംബെ സ്റ്റോക്ക് എക്സ്ചേയ്ഞ്ചിൽ ലിസ്റ്റ് ചെയ്യപ്പെട്ടവയെല്ലാം.



സെൻസെക്സിന്റെ ഉയർച്ച കമ്പോളത്തിന്റെ നല്ല നിലയിലുള്ള പ്രവർത്തനത്തിന്റെ പ്രതിഫലനമാകുന്നു. ഇത് നിക്ഷേപകരിൽ ലാഭപ്രതീക്ഷ വർധിപ്പിക്കുകയും ചെയ്യുന്നു.



സമ്പദ് വ്യവസ്ഥയുടെ സുസ്ഥിതിയിൽ നിക്ഷേപകരുടെ ആത്മവിശ്വാസം വർധിക്കുന്നതിന്റെ സൂചിക കൂടിയാണിത്.

5. സൂചികാങ്കങ്ങളുടെ നിർമിതിയിലുളള പ്രശ്നങ്ങൾ (Issues in the Construction of Index Numbers)

സൂചികാങ്കങ്ങൾ നിർമിക്കുമ്പോൾ ചില പ്രധാന പ്രശ്നങ്ങൾ നാം മനസിലാക്കിയിരിക്കേണ്ടതാണ്.

- ഒരു സൂചികാങ്കം നിർമിക്കുന്നതിന്റെ ഉദ്ദേശ്യം നാം മുൻകൂട്ടി നിർണയിക്കണം. മൂല്യസൂചിക (Value index) ആവശ്യമായിടത്ത് അളവുസൂചിക (quantity index) യുടെ പരിഗണന ഉചിതമാവുകയില്ല.

- ഇതിനുപുറമെ, ഒരു ഉപഭോക്തൃവില സൂചിക നിർമിക്കുമ്പോൾ, വ്യത്യസ്ത വിഭാഗം ഉപഭോക്താക്കൾക്ക് കാര്യത്തിൽ തുല്യ പ്രാധാന്യം ഉണ്ടായിരിക്കില്ല. ഉദാഹരണം, പെട്രോളിയം വിലയിലെ വർധനവ്, പാവപ്പെട്ട കർഷകത്തൊഴിലാളികളുടെ ജീവിതാവസഥയെ നേരിട്ട് ബാധിക്കണമെന്നില്ല. ആർക്കുവേണ്ടിയാണോ സൂചികാങ്കം നിർമ്മിക്കുന്നത് അവരെ പ്രതിനിധാനം ചെയ്യുന്ന ഇനങ്ങൾ വേണം ഉൾപ്പെടുത്താൻ. എങ്കിൽ മാത്രമേ മാറ്റത്തിന്റെ അർഥവത്തായ ചിത്രം ലഭിക്കുകയുള്ളൂ.

- എല്ലാ സൂചികകൾക്കും ഓരോ അടിസഥാന വർഷം ഉണ്ടായിരിക്കും. അടിസഥാനം ഒരു സാധാരണ വർഷമാകുന്നതാണ് നല്ലത്. അടിസ്ഥാനവർഷമായി ഒരിക്കലും അറ്റമൂല്യങ്ങളുള്ള കാലയളവിനെ തെരഞ്ഞെടുക്കരുത്, ഒരിക്കലും വിദൂര ഭൂതകാലത്തിലുള്ളതും ആകരുത്. 1960, 2005 എന്നീ വർഷങ്ങളെ യഥാക്രമം അടിസ്ഥാനവർഷമായും നടപ്പുവർഷമായും താരതമ്യം ചെയ്യുമ്പോൾ, 1993, 2005 വർഷങ്ങൾ എത്രയോ അർഥവത്താണ് എന്ന് കരുതാം. 1960–ൽ ഉപയോഗിച്ചിരുന്ന പല സാധാരണ ഉപഭോഗ സാധനങ്ങളും 2005–ൽ അപ്രത്യക്ഷമായിരിക്കും. അതിനാൽ, അടിസ്ഥാനവർഷം എല്ലാ സൂചികാങ്കങ്ങളിലും പുതുക്കി നിശ്ചയിച്ചുകൊണ്ടിരിക്കുന്നതാണ് നല്ലത്.

- സൂത്രവാക്യത്തിന്റെ തെരഞ്ഞെടുപ്പാണ് മറ്റൊരു പ്രശ്നമാകുന്നത്. ഇത് പഠനവിധേയമാക്കേണ്ട ചോദ്യങ്ങളുടെ പ്രകൃതത്തെ ആശ്രയിച്ചാണ് സൂചിക സൂത്രവാക്യങ്ങളുടെ തിരഞ്ഞെടുപ്പ്. പാഷേയുടെ സൂചികയും ലാസ്പിയറിന്റെ സൂചികയും തമ്മിലുള്ള ഏകവ്യത്യാസം രണ്ടു സൂത്രവാക്യത്തിലും ഉപയോഗിച്ച ഭാരങ്ങളുടെ മാറ്റമാണ്.

- ദത്തങ്ങൾ സ്വീകരിക്കുന്ന ഉറവിടങ്ങളുടെ വിശ്വാസ്യതയുടെ കാര്യത്തിലും വ്യത്യാസങ്ങളുണ്ട്. വിശ്വാസ്യത കുറഞ്ഞ ദത്തങ്ങൾ ഫലത്തെത്തന്നെ മാറ്റിമറിക്കും. അതിനാൽ ദത്തങ്ങൾ ശേഖരിക്കുന്നത് വളരെ ശ്രദ്ധയോടെ വേണം. പ്രാഥമിക ദത്തങ്ങൾ ഉപയോഗിക്കുന്നില്ലെങ്കിൽ, വിശ്വസനീയമായ ദ്വിതീയദത്തങ്ങൾ ഉപയോഗിക്കാം.

പ്രവർത്തനം

- ഒരു പ്രാദേശികപച്ചക്കറിക്കമ്പോളത്തിൽ നിന്ന് ഏറ്റവും ചുരുങ്ങിയത് 10 ഇനങ്ങളെ കുറിച്ചുള്ള ഒരാഴ്ച

യിലെ ദത്തങ്ങൾ ശേഖരിക്കുക. ഇത് ഉപയോഗിച്ച് ആ ആഴ്ചയിലെ ദൈനംദിന വിലസൂചിക നിർമിക്കാൻ ശ്രമിക്കുക. ഒരു വിലസൂചികയുടെ രണ്ട് രീതികളും പ്രയോഗിക്കുമ്പോൾ നിങ്ങൾക്ക് എന്തെല്ലാം പ്രശ്ന ങ്ങളെയാണ് നേരിടേണ്ടിവരുന്നത്?

6. സാമ്പത്തികശാസ്ത്രത്തിലെ സൂചികാങ്കങ്ങൾ (Index numbers in Economics)

സൂചികകൾ ഉപയോഗിക്കുന്നതിന്റെ ആവശ്യമെന്താണ്? നയരൂപീകരണത്തിൽ മൊത്തവിലസൂചിക, ഉപഭോക്തൃവില സൂചിക, വ്യവസായോൽപാദനസൂചിക എന്നിവ വ്യാപകമായി ഉപയോഗിക്കുന്നുണ്ട്.

- ഉപഭോക്തൃവിലസൂചിക അഥവാ ജീവിതച്ചെലവുസൂചിക, വേതനം നിശ്ചയിക്കുന്നതിനും വരുമാനനയം രൂപീകരിക്കുന്നതിനും, വിലനയം, പാട്ടം നിയന്ത്രണം, നികുതി ചുമത്തൽ പൊതു സാമ്പത്തിക നയ രൂപീകരണം മുതലായവയ്ക്കും പ്രയോജനകരമാണ്.

- മൊത്തവിലസൂചിക ഉപയോഗിച്ച് ദേശീയ വരുമാനം, മൂലധന സമാഹരണം തുടങ്ങിയ സഞ്ചിതങ്ങളുടെ (Aggregates) മേൽ വിലകളിൽ ഉണ്ടാകുന്ന മാറ്റത്തിന്റെ ഭാഗമായ ഫലങ്ങളെ ദൂരീകരിക്കാൻ സഹായിക്കുന്നു.

- പണപ്പെരുപ്പത്തിന്റെ നിരക്ക് അളക്കുന്നതിന് മൊത്തവിലസൂചിക (WPI) വ്യാപകമായി ഉപയോഗിക്കുന്നു. പണപ്പെരുപ്പമെന്നാൽ വിലയിൽ പൊതുവായും തുടർച്ചയായുമുണ്ടാകുന്ന വർധനവാണ്. പണപ്പെരുപ്പം അങ്ങേയറ്റമാകുമ്പോൾ, പണത്തിന് അതിന്റെ പരമ്പരാഗത ധർമങ്ങളായ വിനിമയമാധ്യമം (Medium of Exchange), കണക്കുകൾക്കുള്ള ഏകകം (Unit of Account) എന്നിവ നിർവഹിക്കാനാവാതെ വരും. അതിന്റെ പ്രാഥമിക ഫലമെന്നത് പണത്തിന്റെ മൂല്യം കുറയും എന്നതാണ്. പ്രതിവാരപണപ്പെരുപ്പനിരക്ക് താഴെക്കാണുന്ന സൂത്രവാക്യം ഉപയോഗിച്ച് കണക്കാക്കാം.

$$\frac{X_t - X_{t-1}}{X_{t-1}} \times 100$$

t^{th}, $(t-1)^{th}$ ആഴ്ചകളിലെ WPI യെ കുറിക്കുന്നതാണ് X_t യും X_{t-1} ഉം.

- പണത്തിന്റെ ക്രയശേഷിയും (Purchasing Power of Money) യഥാർഥവേതനവും (Real Wage) കണക്കാക്കാൻ Consumer Price Index (CPI)) ഉപയോഗിക്കുന്നു.

പണത്തിന്റെ ക്രയശേഷി

$$= \frac{1}{\text{ജീവിതച്ചെലവ് സൂചിക}}$$

യഥാർഥവേതനം = (പണവേതനം/ ജീവിതച്ചെലവ് സൂചിക) x 100

2005 ജനുവരിയിലെ CPI 526 ആണെങ്കിൽ (1982=100) അതിന് തുല്യമായത് 2005 ജനുവരിയിൽ ഒരു രൂപയ്ക്ക് കിട്ടാൻ, 100/526 രൂപ = 0.19. 1982-ൽ ഇതിന്റെ മൂല്യം 19 പൈസ എന്നതാണ് ഇതിന്റെ അർഥം.

ഉപഭോക്താവിന്റെ പണവേതനം (Money wages) 10000/- രൂപയാണെങ്കിൽ അയാളുടെ യഥാർഥവേതനം (real wage),

10,000 x 100/526 രൂപ = 1901 രൂപ

2005 ജനുവരിയിലെ 10000/- രൂപയുടെ ക്രയശേഷി, 1982-ലെ 1,901/- രൂപയ്ക്ക് തുല്യമാണ് എന്നതാണ് ഇതിന്റെ അർഥം. അയാൾക്ക്/അവൾക്ക് 1982-ൽ 3000/- രൂപ കിട്ടിയിരുന്നെങ്കിൽ വിലവർധനവ് മൂലം അയാളുടെ/അവളുടെ സ്ഥിതി മോശമായിട്ടുണ്ട്. 1982-ലെ ജീവിതനിലവാരം നിലനിർത്തണമെങ്കിൽ അവർക്ക് 2005-ൽ 15780/- രൂപ വേതനമായി കിട്ടണം. ഇത് കണക്കാക്കുവാൻ അടിസ്ഥാനവർഷത്തെ വേതനത്തെ 526/100 എന്ന ഘടകം കൊണ്ട് ഗുണിച്ചാൽ മതി.

- വ്യാവസായികോൽപാദന സൂചിക (Index of Industrial Production (IIP)) വ്യവസായികരംഗത്തെ ഉൽപാദനത്തിലെ മാറ്റങ്ങളുടെ അളവുകൾ (Quantitative Figure) നൽകുന്നു.
- കാർഷികോൽപാദനത്തിന്റെ സൂചിക (Index of Agricultural Production) കാർഷികമേഖലയിലെ പ്രകടനത്തിന്റെ കണക്കുപട്ടികയാണ്.
- ഓഹരിവിപണിയിൽ നിക്ഷേപകർക്കുള്ള ഫലപ്രദമായ സഹായിയായി സെൻസെക്സ് പ്രവർത്തിക്കുന്നു. സെൻസെക്സ് ഉയർന്നാൽ, നിക്ഷേപകർ സാമ്പത്തിക രംഗത്തെ ഭാവിപ്രകടനത്തെ പ്രതീക്ഷയോടെ നോക്കിക്കാണും. അത് അവർ നിക്ഷേപത്തിന് പറ്റിയ ഏറ്റവും നല്ല സമയമായി കണക്കാക്കുകയും ചെയ്യുന്നു.

സൂചികാങ്കങ്ങൾ എവിടെ നിന്നാണ് കിട്ടുക? (Where can we get these Index Number?)

മൊത്തവിലസൂചികാങ്കങ്ങൾ (WPI), ഉപഭോക്തൃവിലസൂചികാങ്കങ്ങൾ (CPI), പ്രധാന വിളകളുടെ സൂചികാങ്കങ്ങൾ (Index Number of Yeild of Principle Crops), വ്യാവസായികോൽപാദനത്തിന്റെ സൂചിക (Index of Industrial Production), വിദേശവ്യാപാരത്തിന്റെ സൂചിക (Index of Foreign Trade), തുടങ്ങി വ്യാപകമായി ഉപയോഗിക്കുന്ന സൂചികാങ്കങ്ങൾ ലഭിക്കുന്നത് ഇന്ത്യാസർക്കാർ തയ്യാറാക്കുന്ന സാമ്പത്തികസർവേ എന്ന പ്രസിദ്ധീകരണത്തിൽ നിന്നാണ്.

പ്രവർത്തനം

- പത്രങ്ങളുടെ ബിസിനസ്കോളങ്ങളിൽ നിന്ന് 10 നിരീക്ഷണങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് സെൻസെക്സിന്റെ കാലശ്രേണികൾ (Time series) തയ്യാറാക്കുക. ഉപഭോക്തൃവിലസൂചികയുടെ അടിസ്ഥാനവർഷം 1982 ൽ നിന്ന് 2000 ആക്കിയാൽ എന്ത് സംഭവിക്കുന്നു?

7. ഉപസംഹാരം

ഒരു വലിയ കൂട്ടം ഇനങ്ങളിലെ മാറ്റങ്ങൾ അളക്കുന്നതിനുള്ള ഏക അളവ് കണ്ടെത്താൻ സൂചികാങ്കങ്ങൾ നിങ്ങളെ പ്രാപ്തരാക്കുന്നു. വില, അളവ്, വ്യാപ്തി മുതലാ

യവ സൂചികാങ്കങ്ങൾ കൊണ്ട് കണക്കാക്കാനാവും. സൂചികാങ്കങ്ങൾ വളരെ ശ്രദ്ധാപൂർവ്വം വ്യാഖ്യാനിക്കണമെന്ന് സൂത്രവാക്യങ്ങൾ വ്യക്തമാക്കുന്നു. ഇനങ്ങളുടെ ഉൾപ്പെടുത്തലും അടിസ്ഥാനവർഷത്തെ കണ്ടെത്തലും വളരെ പ്രാധാന്യമർഹിക്കുന്നു. നയരൂപീകരണത്തിൽ സൂചികാങ്കത്തിന്റെ പ്രാധാന്യം സൂചികാങ്കങ്ങളുടെ വിവിധ ഉപയോഗത്തിനുള്ള പ്രധാന തെളിവാണ്.

സംഗ്രഹം

- ഒരു കൂട്ടം വലിയ ഇനങ്ങളിലെ ആപേക്ഷികമാറ്റങ്ങൾ അളക്കുന്നതിന് ഉള്ള സാംഖ്യക ഉപകരണമാണ് സൂചികാങ്കം.
- സൂചികാങ്കങ്ങൾ കണക്കാക്കുന്നതിന് നിരവധി സൂത്രവാക്യങ്ങൾ ഉണ്ട്. ഓരോ സൂത്രവാക്യവും ശ്രദ്ധാപൂർവ്വം വേണം വ്യാഖ്യാനിക്കാൻ.
- ഉദ്ദേശ്യത്തിന് അനുസരിച്ചായിരിക്കണം സൂത്രവാക്യങ്ങൾ തെരഞ്ഞെടുക്കുന്നത്.
- വ്യാപകമായി ഉപയോഗിക്കുന്ന സൂചകാങ്കങ്ങൾ ആണ് ഉപഭോക്തൃവിലസൂചിക, മൊത്തവിലസൂചിക, വ്യവസായികോൽപാദനത്തിന്റെ സൂചിക, കാർഷികോൽപാദനസൂചിക, സെൻസെക്സ് എന്നിവ.
- സാമ്പത്തികനയരൂപീകരണത്തിന് ഒഴിച്ചു കൂടാൻ പറ്റാത്തതാണ് സൂചികാങ്കങ്ങൾ.

അഭ്യാസങ്ങൾ

1. ഇനങ്ങളുടെ ആപേക്ഷികപ്രാധാന്യം വിശദീകരിക്കുന്ന സൂചികയാണ്;
   a) ഭാരിതസൂചിക
   b) കേവലസഞ്ചിതസൂചിക
   c) കേവല ആപേക്ഷികങ്ങളുടെ ശരാശരി
2. മിക്ക ഭാരിതസൂചികാങ്കങ്ങളിലും എല്ലാം ഭാരവും (Weight) നല്കിയിരിക്കുന്നത്;
   a) അടിസ്ഥാനവർഷത്തിൽ
   b) നടപ്പുവർഷത്തിൽ
   c) അടിസ്ഥാനവർഷത്തിലും നടപ്പുവർഷത്തിലും
3. ഒരു സൂചികയിൽ കുറഞ്ഞ ഭാരം നല്കിയ ഉല്പന്നത്തിന്റെ വിലയിലുണ്ടാവുന്ന മാറ്റത്തിന്റെ ആഘാതം;

a) ചെറുതായിരിക്കും

b) വലുതായിരിക്കും

c) തീർച്ചയില്ല

4. എന്തിൽ ഉണ്ടാവുന്ന മാറ്റത്തെയാണ് ഉപഭോക്തൃവിലസൂചിക അളക്കുന്നത്;

a) ചില്ലറവിലകളിൽ

b) മൊത്തവിലകളിൽ

c) ഉല്പാദകരുടെ വിലകളിൽ

5. വ്യാവസായികത്തൊഴിലാളികൾക്കായുള്ള ഉപഭോക്തൃവിലസൂചികയിൽ ഏറ്റവും കൂടുതൽ ഭാരം (Weight) നൽകുന്ന ഇനം ആണ്;

a) ഭക്ഷണം

b) പാർപ്പിടം

c) വസ്ത്രങ്ങൾ

6. പണപ്പെരുപ്പം കണക്കാക്കുന്നതിന് പൊതുവേ ഉപയോഗിക്കുന്നത്;

a) മൊത്തവിലസൂചിക

b) ഉപഭോക്തൃവിലസൂചിക

c) ഉത്പാദകരുടെ വിലസൂചിക.

7. നമുക്ക് സൂചികാങ്കത്തിന്റെ ആവശ്യമെന്ത്?

8. അടിസ്ഥാനവർഷത്തിന്റെ അഭിലഷണീയമായ സവിശേഷതകൾ എന്തെല്ലാം?

9. വിവിധ വിഭാഗം ഉപഭോക്താക്കൾക്ക് വ്യത്യസ്ത ഉപഭോക്തൃവിലസൂചിക ആവശ്യമാകുന്നതെന്തുകൊണ്ട്?

10. വ്യവസായികത്തൊഴിലാളികൾക്കായുള്ള ഉപഭോക്തൃവിലസൂചിക അളക്കുന്നതെന്താണ്?

11. വിലസൂചികയും (Price Index) അളവുസൂചികയും (quantity index) തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസമെന്ത്?

12. ഏതെങ്കിലും വിലയിൽ വരുന്ന മാറ്റം വില സൂചികാങ്കത്തിൽ പ്രതിഫലിക്കുന്നുണ്ടോ?

13. നഗരങ്ങളിലെ കായികാധ്വാനമില്ലാത്ത തൊഴിലാളികൾക്കായുള്ള ഉപഭോക്തൃവില സൂചിക (CPI) ഇന്ത്യയുടെ രാഷ്ട്രപതിയുടെ ജീവിതച്ചെലവിൽ വരുന്ന മാറ്റത്തെ പ്രതിനിധീകരിക്കുന്നുണ്ടോ?

14. ഒരു വ്യവസായകേന്ദ്രത്തിലെ തൊഴിലാളികളുടെ 1980–ലെയും 2005–ലെയും മാസാടിസ്ഥാനത്തിൽ ഇനങ്ങൾക്കുള്ള പ്രതിശീർഷ ചെലവ് താഴെകൊടുക്കുന്നു. ഇന

ങ്ങൾക്ക് നൽകിയിരിക്കുന്ന ഭാരം (Weight) 75, 10, 5, 6, 4 എന്ന ക്രമത്തിലാണ്. 1980 വർഷത്തെ അടിസ്ഥാനവർഷമായെടുത്ത് 2005-ലെ ജീവിതച്ചെലവിന്റെ ഭാരിതസൂചികാങ്കം കണക്കാക്കുക.

ഇനങ്ങൾ	വില (1980)	വില (2005)
ഭക്ഷണം	100	200
വസ്ത്രം	20	25
ഇന്ധനവും വെളിച്ചവും	15	20
വീട്ടുവാടക	30	40
പലവക സാധനങ്ങൾ	35	65

15. താഴെക്കൊടുത്ത പട്ടിക വായിച്ച് നിങ്ങളുടെ അഭിപ്രായങ്ങൾ എഴുതുക

1993– 94 അടിസ്ഥാന വർഷത്തിലെ വ്യാവസായികോൽപാദന സൂചിക

വ്യവസായം	**ഭാരം (ശതമാനത്തിൽ)**	**1996-97**	**2003-2004**
മൊത്തസൂചിക	100	130.8	189.0
ഖനനവും കല്ലുവെട്ടും	10.73	118.2	146.9
ഉൽപ്പന്ന നിർമ്മാണം	79.58	133.6	196.6
വൈദ്യുതി	10.69	122.0	172.6

16. നിങ്ങളുടെ കുടുംബത്തിന്റെ പ്രധാന ഉപഭോഗവസ്തുക്കളുടെ പട്ടിക തയ്യാറാക്കുക.

17. ഒരാളുടെ അടിസ്ഥാനവർഷത്തിലെ പ്രതിവർഷവേതനം 4000/- രൂപയും, നടപ്പു വർഷത്തിലേത് 6000/- രൂപയും, ഉപഭോക്തൃവിലസൂചിക 400 വും ആണെങ്കിൽ എത്ര രൂപയുടെ വർദ്ധനവ് തന്റെ വേതനത്തിൽ വന്നാൽ ആണ് അയാൾക്ക് ജീവിത നിലവാരം ഇതേപോലെ നിലനിർത്താനാവൂ?

18. 2005 ജൂണിലെ ഉപഭോക്തൃവിലസൂചിക 125-ഉം ഭക്ഷ്യസൂചിക 120-ഉം മറ്റ് ഇനങ്ങളുടേത് 135-ഉം ആയിരുന്നു. എങ്കിൽ ഭക്ഷണത്തിന് നൽകിയ മൊത്തം ഭാരത്തിന്റെ ശതമാനമെത്ര?

19. ചില നഗരങ്ങളിലെ ഇടത്തരം കുടുംബങ്ങളിലെ കുടുംബബജറ്റിന്റെ അന്വേഷിച്ചറിഞ്ഞ കാര്യങ്ങളാണ് താഴെക്കൊടുക്കുന്നത്.

ഇനങ്ങളിലുള്ള ചിലവുകൾ	**ഭക്ഷണം 35%**	**ഇന്ധനം 10%**	**വസ്ത്രങ്ങൾ 20%**	**വാടക 15%**	**പലവക 20%**
വില (രൂപയിൽ) 2004-ൽ	1500	250	750	300	400
വില (രൂപയിൽ) 1995-ൽ	1400	200	500	200	250

1995-മായി താരതമ്യം ചെയ്യുമ്പോൾ 2004-ലെ ജീവിതച്ചെലവു സൂചിക എത്ര?

20. രണ്ടാഴ്ചയിലെ നിങ്ങളുടെ കുടുംബത്തിൽ നിത്യേന വാങ്ങിയ സാധനങ്ങളുടെ അളവും നൽകിയ വിലയും അവയുടെ ചെലവും രേഖപ്പെടുത്തുക. വിലയിൽ വന്ന മാറ്റം നിങ്ങളുടെ കുടുംബത്തെ എങ്ങിനെ ബാധിച്ചു?

21. താഴെക്കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ദത്തങ്ങൾ ശ്രദ്ധിക്കുക.

വർഷം	വ്യവസായിക തൊഴിലാളികളുടെ CPI (1982 =100)	നഗരത്തിലെ കായികാധ്വാന മില്ലാത്ത തൊഴിലാളികളുടെ CPI (1984–85 = 100)	കർഷക തൊഴിലാളികളുടെ CPI (1986–87 = 100)	WPI (1993–94=100)
1995 96	313	257	234	121.6
1996 97	342	283	256	127.2
1997 98	366	302	264	132.8
1998 99	414	337	293	140.7
1999 00	428	352	306	145.3
2000–01	444	352	306	155.7
2001–02	463	390	309	161.3
2002–03	482	405	319	166.8
2003–04	500	420	331	175.9

ഉറവിടം: സാമ്പത്തികസർവേ, ഭാരതസർക്കാർ 2004–2005.

(i) വിവിധ സൂചികാങ്കങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് പണപ്പെരുപ്പനിരക്ക് കണക്കാക്കുക.

(ii) സൂചികാങ്കങ്ങളുടെ ആപേക്ഷികമൂല്യത്തെക്കുറിച്ച് അഭിപ്രായം രേഖപ്പെടുത്തുക.

(iii) ഇവയെ താരതമ്യപ്പെടുത്താമോ?

22. ചില പ്രധാന ഇനങ്ങൾക്ക് ഒരു കുടുംബത്തിന്റെ പ്രതിമാസ ചെലവും അവയ്ക്ക് ബാധകമായ ചരക്ക് സേവന നികുതി (GST) നിരക്കും താഴെ നൽകുന്നു. ഈ കുടുംബത്തിന് വരാവുന്ന ശരാശരി നികുതി നിരക്ക് കണക്കാക്കുക.

ഇനം	പ്രതിമാസച്ചെലവ് (രൂപ)	ജിഎസ്ടി നിരക്ക് (%)
ഭക്ഷ്യധാന്യങ്ങൾ	1500	0
മുട്ട	250	0
മത്സ്യം, മാംസം	250	0
മരുന്ന്	50	5
ബയോഗ്യാസ്	50	5
ഗതാഗതം	100	5
വെണ്ണ	50	12
ബബുൽ	10	12
ടുമാറ്റോകെച്ചപ്പ്	40	12
ബിസ്കറ്റ്	75	18
കേക്കുകളും പലഹാരങ്ങളും	25	18
ബ്രാന്റഡ് തുണിത്തരങ്ങൾ	100	18
വാക്വം ക്ലീനർ, കാർ	1000	28

ഭാരിത ശരാശരിയുടെ സൂത്രവാക്യമുപയോഗിച്ചാണ് ശരാശരി ജിഎസ്ടി നിരക്ക് കണക്കാക്കുന്നത്. ഇവയുടെ ഓരോ വിഭാഗം വസ്തുക്കളിന്മേലുള്ള ചെലവിന്റെ ഭാഗത്തെ ഭാരമായി കണക്കാക്കുന്നു. ആകെ ഭാരം കുടുംബത്തിന്റെ ചെലവിന് തുല്യമാണ്. ജി.എസ്.ടി. നിരക്ക് ചരങ്ങളാണ്.

വിഭാഗം	ചെലവ് ഭാരം (w)	GST നിരക്ക് (x)	WX
വിഭാഗം 1	2000	0	0
വിഭാഗം 2	200	0.05	10
വിഭാഗം 3	100	0.12	12
വിഭാഗം 4	200	0.18	36
വിഭാഗം 5	1000	0.28	280
മൊത്തം	3500		338

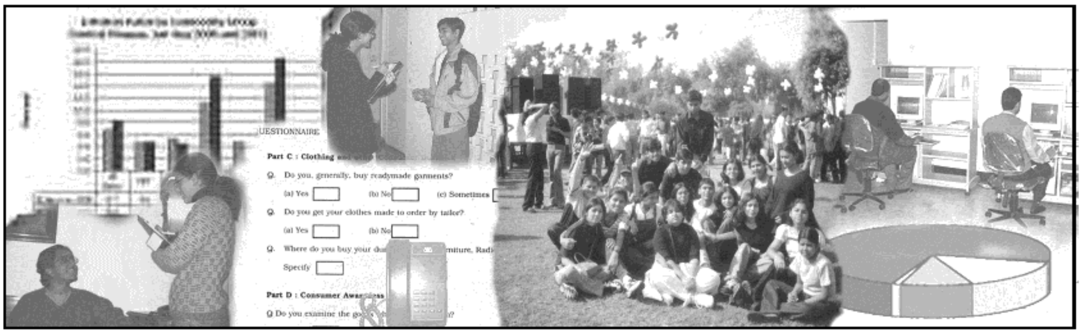
ഈ കുടുംബത്തിന്റെ ശരാശരി GST നിരക്ക് (338)/(3500) = 0.966. അതായത് 9.66 ശതമാനം.

പ്രവർത്തനങ്ങൾ

- നിങ്ങളുടെ ക്ലാസ് അദ്ധ്യാപകനുമായി കൂടിയാലോചിച്ച് വ്യാപകമായി ഉപയോഗിക്കുന്ന സൂചികാങ്കങ്ങളുടെ ഒരു പട്ടിക തയ്യാറാക്കുക.
- പുതിയതായ ദത്തങ്ങൾ അവയുടെ ഉറവിടത്തോടുകൂടി രേഖപ്പെടുത്തുക. ഒരു സൂചികാങ്കത്തിന്റെ ഏകകം എന്തെന്ന് നിങ്ങൾക്ക് പറയാൻ കഴിയുമോ?
- കഴിഞ്ഞ 10 വർഷത്തെ വ്യാവസായികത്തൊഴിലാളികൾക്കായുള്ള ഉപഭോക്തൃ വിലസൂചികാങ്കത്തിന്റെ പട്ടിക തയ്യാറാക്കി പണത്തിന്റെ ക്രയശേഷി കണക്കാക്കുക. ഇത് മാറുന്നതെങ്ങനെ?

അധ്യായം 9

സാംഖ്യക ഉപാധികളുടെ ഉപയോഗം (Use of Statistical Tools)



പഠനനേട്ടങ്ങൾ

- പ്രൊജക്ട് തയ്യാറാക്കുന്നതിന്റെ വിവിധ ഘട്ടങ്ങൾ പരിചയപ്പെടുന്നു.
- ഒരു പ്രശ്നത്തെ വിശകലനം ചെയ്യുന്നതിൽ സാംഖ്യകഉപാധികളുടെ പ്രയോഗം അറിയുന്നു.

1. ആമുഖം

വ്യത്യസ്ത സാംഖ്യകഉപാധികളെ കുറിച്ച് നിങ്ങൾ പഠിച്ചിട്ടുണ്ടല്ലോ?. ഈ ഉപാധികൾ നമ്മുടെ നിത്യജീവിതത്തിലും, ഉൽപാദനം, ഉപഭോഗം, വിതരണം, ബാങ്കിംഗ്, ഇൻഷുറൻസ്, വ്യാപാരം, ഗതാഗതം, തുടങ്ങിയ സാമ്പത്തികപ്രവർത്തനങ്ങളുടെ ദത്തങ്ങളെ വിശകലനം ചെയ്യുന്നതിനും വളരെ പ്രധാനപ്പെട്ടതാണ്. ഈ അധ്യായത്തിൽ ഒരു പ്രൊജക്ട് തയ്യാറാക്കുന്നതിനുള്ള രീതിയെക്കുറിച്ചാണ് നമ്മൾ പഠിക്കുന്നത്. ഇത് വ്യത്യസ്തതരത്തിലുള്ള വിശകലനങ്ങൾക്ക് സാംഖ്യക ഉപാധികളും, രീതികളും എങ്ങനെയാണ് ഉപയോഗിക്കുന്നത് എന്ന് മനസിലാക്കാൻ നമ്മെ സഹായിക്കും. ഉദാഹരണമായി, ഉപഭോക്താക്കളിൽ നിന്നും ഒരു ഉൽപന്നത്തെക്കുറിച്ചുള്ള വിവരശേഖരണം, വിപണിയിലെ പുതിയ ഉൽപന്നത്തെയോ സേവനത്തേയോ സംബന്ധിക്കുന്ന വിവരങ്ങൾ, സ്കൂളുകളിലെ സാങ്കേതികവിദ്യയുടെ വ്യാപനം തുടങ്ങിയ വിവരങ്ങൾ നമുക്ക് ശേഖരിക്കേണ്ടിവരാം. റിപ്പോർട്ട് തയ്യാറാക്കിയും സർവേ നടത്തിയും വികസിപ്പിച്ചെടുക്കുന്ന പ്രൊജക്ട് ഒരു ഉൽപന്നത്തെയോ, വ്യവസായേയോ സംബന്ധിക്കുന്ന പ്രധാനപ്പെട്ട വിവരങ്ങൾ വിശകലനം ചെയ്യാനും, ഉൽപന്നത്തെ മെച്ചപ്പെടുത്തുന്നതിനുള്ള നിർദേശങ്ങൾ നൽകാനും സഹായിക്കുന്നു.

2. പ്രൊജക്ട് തയ്യാറാക്കുന്നതിനുള്ള ഘട്ടങ്ങൾ (Step Towards Making Project)

പ്രശ്നം അല്ലെങ്കിൽ പഠനമേഖല തിരിച്ചറിയൽ (Identifying a Problem or an Area of Study)

പ്രൊജക്ടിന്റെ തുടക്കത്തിൽത്തന്നെ 'എന്താണ് പഠിക്കേണ്ടത്?', എന്നതിനെക്കുറിച്ച് വ്യക്തത നിങ്ങൾക്കുണ്ടായിരിക്കണം. പഠനലക്ഷ്യത്തിനനുസരിച്ചാണ് നിങ്ങൾ ദത്തശേഖരണം, അപഗ്രഥനം എന്നിവയുമായി മുന്നോട്ടുപോകേണ്ടത്.

ഉദാഹരണത്തിന്, കാർ, മൊബൈൽ ഫോൺ, ഷൂ പോളിഷ്, സോപ്പ്, സോപ്പുപൊടി എന്നിവയുടെ ഉൽപാദനം അല്ലെങ്കിൽ വിപണനം എന്നിവയുമായി ബന്ധപ്പെട്ട പഠനമാകാം നിങ്ങളുടെ താൽപര്യമേഖല. അല്ലെങ്കിൽ ഒരു പ്രദേശത്തെ കുടുംബങ്ങളുടെ കുടിവെള്ളം അല്ലെങ്കിൽ വൈദ്യുതി തുടങ്ങിയവയുമായി ബന്ധപ്പെട്ട പ്രശ്നങ്ങൾക്കുള്ള പരിഹാരം കണ്ടെത്തലാകാം. അതുമല്ലെങ്കിൽ, കുടുംബങ്ങളിലെ ഉപഭോക്തൃ അവബോധം അതായത് ഉപഭോക്താവിന്റെ അവകാശങ്ങളെക്കുറിച്ചുള്ള അറിവ് എന്നതിനെക്കുറിച്ചുള്ള പഠനമായിരിക്കാം നിങ്ങളുടെ താൽപര്യമേഖല.

പഠനഗ്രൂപ്പിനെ തെരഞ്ഞെടുക്കൽ (Choice of Target Group)

നിങ്ങളുടെ ചോദ്യാവലിയിൽ അനുയോജ്യമായ ചോദ്യങ്ങൾ ഉൾപ്പെടുത്തുന്നതിന് ലക്ഷ്യമാക്കുന്ന ജനവിഭാഗത്തെ തിരിച്ചറിയുക അല്ലെങ്കിൽ തെരഞ്ഞെടുക്കുക എന്നത് വളരെ പ്രധാനമാണ്. കാറുകളാണ് നിങ്ങളുടെ പ്രൊജക്ടിന്റെ പഠനവിഷയമെങ്കിൽ ഇടത്തരവരുമാനക്കാരോ, ഉയർന്ന വരുമാനക്കാരോ ആയിരിക്കും നിങ്ങൾ ലക്ഷ്യമാക്കുന്ന പഠനം നടത്തുന്ന വിഭാഗം. എന്നാൽ സോപ്പ് പോലുള്ള ഉപഭോഗ വസ്തുക്കളാണെങ്കിൽ ഗ്രാമ-നഗരപ്രദേശങ്ങളിലെ എല്ലാ ഉപഭോക്താക്കളും നിങ്ങളുടെ ലക്ഷ്യവിഭാഗമായിരിക്കും. അതുപോലെ തന്നെ കുടിവെള്ള ലഭ്യതയെ കുറിച്ചാണ് പഠനമെങ്കിൽ ഗ്രാമ-നഗര പ്രദേശങ്ങളിലെ മുഴുവൻ ജനങ്ങളും ലക്ഷ്യവിഭാഗമാണ്. അതുകൊണ്ട്, പ്രൊജക്ട് റിപ്പോർട്ട് തയ്യാറാക്കുമ്പോൾ ആരിലാണ് നിങ്ങൾ ശ്രദ്ധ കേന്ദ്രീകരിക്കേണ്ടത് എന്നത് പഠനവിഭാഗത്തെ തെരഞ്ഞെടുക്കുന്നതിൽ വളരെ പ്രധാനമാണ്.

ദത്തങ്ങളുടെ ശേഖരണം (Collection of Data)

ദത്തങ്ങളുടെ ശേഖരണം പ്രാഥമിക രീതിയിലാണോ, ദ്വിതീയ രീതിയിലാണോ അല്ലെങ്കിൽ രണ്ടു രീതികളും ഉപയോഗിച്ചാണോ എന്ന് തീരുമാനിക്കുന്നതിന് സർവേയുടെ ഉദ്ദേശ്യം നമ്മെ സഹായിക്കും. വ്യക്തിഗത അഭിമുഖം, തപാൽ മുഖേനയുള്ള ചോദ്യാവലി, ടെലഫോൺ അഭിമുഖം എന്നീ രീതികളിലൂടെ ചോദ്യാവലി അല്ലെങ്കിൽ അഭിമുഖപ്പട്ടിക (Interview schedule) ഉപയോഗിച്ച് പ്രാഥമികദത്തങ്ങൾ ശേഖരിക്കാവുന്നതാണ്. ഇക്കാര്യം 2-ാം അധ്യായത്തിൽ നിങ്ങൾ മനസിലാക്കിയിരുന്നു. നിങ്ങളുടെ അന്വേഷണത്തിന്റെ ഉദ്ദേശ്യത്തെക്കുറിച്ചുള്ള ഒരു ആമുഖവിവരണം തപാൽ മുഖേനയുള്ള ചോദ്യാവലിക്ക് ആവശ്യമാണ്. നിങ്ങളുടെ പഠനലക്ഷ്യമാണ് ദത്തശേഖരണത്തിന്റെ വലുപ്പം, സ്വഭാവം എന്നിവ നിശ്ചയിക്കുന്നത്. ഉദാഹരണമായി, പ്രാഥമിക, ദ്വിതീയ തലത്തിലുള്ള സ്ത്രീ സാക്ഷരത, പ്രത്യേകതരം ബ്രാന്റ് അല്ലെ

ങ്കിൽ സോപ്പിന്റെ ഉപയോഗം എന്നിവയുമായി ബന്ധപ്പെട്ട സർവേ നടത്തുമ്പോൾ ഓരോ കുടുംബത്തേയും ദത്തശേഖരണത്തിനായി നിങ്ങൾ സമീപിക്കേണ്ടതുണ്ട്. വിവരശേഖരണത്തിനായി സാമ്പിൾ രീതിയാണ് ഉപയോഗിക്കുന്നതെങ്കിൽ അനുയോജ്യമായ സാമ്പ്ളിങ്ങ് രീതി ശ്രദ്ധാപൂർവം തെരഞ്ഞെടുക്കേണ്ടതുണ്ട്.

നിങ്ങളുടെ ആവശ്യത്തിന് യോജിച്ച വിവരങ്ങൾ നൽകാൻ ദ്വിതീയദത്തങ്ങൾക്ക് കഴിയുമെങ്കിൽ അവയും ഉപയോഗിക്കാവുന്നതാണ്. സമയം, പണം, ആൾശേഷി എന്നിവയുടെ അഭാവത്തിൽ വിവരങ്ങൾ ലഭിക്കേണ്ടതായി വരുമ്പോഴാണ് സാധാരണയായി ദ്വിതീയദത്തം ഉപയോഗിക്കുന്നത്.

ദത്തങ്ങളുടെ വർഗീകരണവും, അവതരണവും (Organisation and Presentation of Data)

ദത്തങ്ങളുടെ ശേഖരണത്തിലൂടെ ലഭ്യമായ വിവരങ്ങളെ പട്ടികകൾ, അനുയോജ്യമായ ഡയഗ്രങ്ങൾ എന്നിവ ഉപയോഗിച്ച് വർഗീകരിക്കുകയും, അവതരിപ്പിക്കുകയും ചെയ്യുന്നു. അധ്യായം 3, 4 എന്നിവയിൽ നമ്മൾ പഠിച്ച പൈഡയഗ്രം, ബാർ ഡയഗ്രം മുതലായവയാണ് ഇതിനായി സാധാരണ ഉപയോഗിക്കാറുള്ളത്.

വിശകലനവും വ്യാഖ്യാനവും (Analysis and Interpretation)

ദത്തങ്ങളുടെ ശരാശരി, വിചരണം, പരസ്പരബന്ധം എന്നിവ കണക്കാക്കുന്നതിന് കേന്ദ്രപ്രവണതയുടെ അളവുകൾ (ഉദാഹരണമായി : മാധ്യം), പ്രകീർണനഅളവുകൾ (ഉദാഹരണമായി : മാനക വ്യതിയാനം), സഹബന്ധം എന്നിവ സഹായിക്കുന്നു. മുകളിൽപ്പറഞ്ഞ രീതികളെ സംബന്ധിക്കുന്ന അറിവുകൾ അധ്യായം 5, 6, 7 എന്നിവയിൽ നിന്ന് ഇതിനകം നിങ്ങൾ നേടിയിട്ടുണ്ട്.

നിഗമനം (Conclusion)

പ്രൊജക്ടിന്റെ പരിണിതഫലം വിശകലനത്തിനും, വ്യാഖ്യാനത്തിനും വിധേയമാക്കി അർഥവത്തായ നിഗമനത്തിൽ എത്തിച്ചേരുക എന്നതാണ് പ്രൊജക്ടിന്റെ അവസാനത്തെ ഘട്ടം. ശേഖരിച്ച വിവരങ്ങളുടെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ വളർച്ച, ഗവൺമെന്റ് നയങ്ങൾ തുടങ്ങിയവക്കുള്ള നിർദേശങ്ങളും, ഭാവിയെ സംബന്ധിച്ച പ്രവചനവും നടത്താൻ നമ്മൾ ശ്രമിക്കേണ്ടതുണ്ട്.

ഗ്രന്ഥസൂചി (Bibliography)

പ്രൊജക്ട് തയ്യാറാക്കുന്നതിനായി ഉപയോഗിച്ച മാസികകൾ, പത്രങ്ങൾ, ഗവേഷണ പ്രബന്ധങ്ങൾ, ഗ്രന്ഥങ്ങൾ തുടങ്ങിയ ദ്വിതീയദത്തങ്ങളുടെ സ്രോതസുകളാണ് ഈ ഭാഗത്ത് സൂചിപ്പിക്കേണ്ടത്.

3. നിർദേശിക്കപ്പെട്ട പ്രൊജക്ടുകളുടെ പട്ടിക (Suggested List of Proj ects)

ചില പ്രൊജക്ടുകൾ താഴെ നിർദേശിച്ചിരിക്കുന്നു. ഇവയിൽ സാമ്പത്തിക പ്രശ്നങ്ങളുമായി ബന്ധപ്പെട്ട ഏത് പ്രോജക്ടും നിങ്ങൾക്ക് സ്വന്തമായി തെരഞ്ഞെടുക്കാവുന്നതാണ്.

1. ഗതാഗതത്തിന് മെച്ചപ്പെട്ടതും, ഏകോപിപ്പിച്ചതുമായ സംവിധാനം നടപ്പാക്കണമെന്ന് ഉദ്ദേശിക്കുന്ന ഗതാഗത മന്ത്രിയുടെ ഉപദേശകനാണ് നിങ്ങൾ എന്നു കരുതുക. ഇതിനായി ഒരു പ്രൊജക്ട് റിപ്പോർട്ട് തയ്യാറാക്കുക.

2. ചന്ദനത്തിരി, മെഴുകുതിരി, ചണം ഉൽപന്നങ്ങൾ എന്നിവ നിർമിക്കുന്ന ഒരു ഗ്രാമീണകുടിൽവ്യവസായത്തിൽ നിങ്ങൾ ജോലി ചെയ്യുന്നു എന്ന് വിചാരിക്കുക. നിങ്ങൾ ഇതേ വ്യവസായത്തിന്റെ ഒരു പുതിയ യൂണിറ്റ് സ്വന്തമായി തുടങ്ങാൻ ആഗ്രഹിക്കുന്നു. ബാങ്കുവായ്പ ലഭിക്കുന്നതിനായി ഒരു പ്രൊജക്ട് തയ്യാറാക്കുക.
3. നിങ്ങൾ ഒരു കമ്പനിയുടെ മാർക്കറ്റിങ്ങ് മാനേജരാണ് എന്ന് വിചാരിക്കുക. നിങ്ങളുടെ ഉൽപന്നത്തെകുറിച്ച് അടുത്തകാലത്തായി പരസ്യം ചെയ്യുകയുണ്ടായി. ഈ പരസ്യം നിങ്ങളുടെ ഉൽപന്നവിപണനത്തെ എങ്ങനെ സ്വാധീനിച്ചു എന്നതിനെ കുറിച്ച് ഒരു റിപ്പോർട്ട് തയ്യാറാക്കുക.
4. സ്കൂളുകളിൽ കുട്ടികളുടെ കൊഴിഞ്ഞുപോക്കിനുള്ള കാരണം, സാക്ഷരതാ നിലവാരം എന്നിവയെക്കുറിച്ച് വിലയിരുത്താൻ ആഗ്രഹിക്കുന്ന ജില്ലാവിദ്യാഭ്യാസ ഓഫീസർ (DEO) ആണ് നിങ്ങളെന്ന് കരുതുക. അതിനായി ഒരു റിപ്പോർട്ട് തയ്യാറാക്കുക.
5. നിങ്ങൾ ഒരു പ്രദേശത്തെ വിജിലൻസ് ഓഫീസറാണെന്ന് കരുതുക. പരമാവധി ചില്ലറവിലയേക്കാളും (MRP) ഉയർന്ന വില വ്യാപാരികൾ ഈടാക്കുന്നു എന്ന പരാതി നിങ്ങൾക്ക് ലഭിച്ചു. കുറച്ചു കടകൾ സന്ദർശിച്ച് ലഭിച്ച പരാതിയെ സംബന്ധിച്ച് റിപ്പോർട്ട് തയ്യാറാക്കുക.
6. ജനങ്ങളുടെ കുടിവെള്ളം പോലെയുള്ള അടിസ്ഥാനസൗകര്യങ്ങൾ മെച്ചപ്പെടുത്താൻ ആഗ്രഹിക്കുന്ന ഗ്രാമപഞ്ചായത്തിലെ പ്രസിഡന്റാണ് നിങ്ങളെന്ന് കരുതുക. നിങ്ങൾ നേരിടുന്ന പ്രശ്നങ്ങൾ റിപ്പോർട്ടു രൂപത്തിൽ അവതരിപ്പിക്കുക.
7. ഒരു തദ്ദേശസ്വയംഭരണ സ്ഥാപനത്തിന്റെ പ്രതിനിധിയാണ് നിങ്ങൾ. ഗ്രാമീണ തൊഴിൽദാനപദ്ധതികളിലെ സ്ത്രീകളുടെ പങ്കാളിത്തത്തെക്കുറിച്ച് വിലയിരുത്താൻ നിങ്ങൾ ആഗ്രഹിക്കുന്നു. ഇതിനായി ഒരു പ്രൊജക്ട് റിപ്പോർട്ട് തയ്യാറാക്കുക.
8. ഒരു ഗ്രാമീണ ബ്ലോക്കിലെ മുഖ്യ ആരോഗ്യ ഓഫീസറാണ് നിങ്ങൾ എന്ന് കരുതുക. ആരോഗ്യ-ശുചീകരണ പ്രശ്നങ്ങൾ അടക്കമുള്ള വിഷയങ്ങളെ ഒരു പ്രൊജക്ടിലൂടെ വിശദീകരിക്കുക.
9. ഭക്ഷ്യ-സിവിൽസപ്ലൈസ് ഡിപ്പാർട്ടുമെന്റിലെ ചീഫ് ഇൻസ്പെക്ടറാണ് നിങ്ങൾ എന്ന് വിചാരിക്കുക. നിങ്ങളുടെ അധികാരപരിധിയിൽപെട്ട ഒരു പ്രദേശത്ത് ഭക്ഷ്യവസ്തുക്കളിൽ മായം ചേർക്കുന്നതുമായി ബന്ധപ്പെട്ട പരാതി നിങ്ങൾക്ക് ലഭിച്ചു. പ്രശ്നത്തിന്റെ വ്യാപ്തി കണ്ടെത്തുന്നതിനായി ഒരു സർവ്വേ നടത്തുക.
10. ഒരു പ്രത്യേക പ്രദേശത്തെ പോളിയോ പ്രതിരോധകുത്തിവയ്പ്പ് പദ്ധതിയെക്കുറിച്ച് റിപ്പോർട്ട് തയ്യാറാക്കുക.
11. നിങ്ങൾ ഒരു ബാങ്ക് ഓഫീസറാണ്. വ്യക്തികളുടെ വരുമാനം, ചെലവ് എന്നിവയെ അടിസ്ഥാനമാക്കികൊണ്ട് അവരുടെ സമ്പാദ്യശീലത്തെക്കുറിച്ച് സർവേ നടത്താൻ നിങ്ങൾ ആഗ്രഹിക്കുന്നു. റിപ്പോർട്ട് തയ്യാറാക്കുക.

12. ഗ്രാമീണമേഖലയിലെ കർഷകർ നേരിടുന്ന പ്രശ്നങ്ങളെയും, കാർഷികരീതികളെയും കുറിച്ച് പഠനം നടത്താൻ ആഗ്രഹിക്കുന്ന ഒരു വിദ്യാർഥിസംഘത്തിന്റെ ഭാഗമാണ് നിങ്ങൾ എന്ന് കരുതുക. ഒരു പ്രൊജക്ട് റിപ്പോർട്ട് തയ്യാറാക്കുക.

4. സാമ്പിൾ പ്രൊജക്ട് (Sample Project)

നിങ്ങൾക്ക് മാർഗനിർദ്ദേശം നൽകുന്നതിനുള്ള ഒരു സാമ്പിൾ പ്രൊജക്ടാണ് തന്നിരിക്കുന്നത്. പഠനവിധേയമാകുന്ന വിഷയത്തിനനുസരിച്ച് തന്നിരിക്കുന്ന ചോദ്യങ്ങൾ മാറ്റത്തിന് വിധേയമാകാം.

'X' ഒരുയുവ സംരംഭകനാണ്. അയാൾ ഒരു ടൂത്ത്പേസ്റ്റ് കമ്പനി തുടങ്ങാൻ ആഗ്രഹിക്കുന്നു. ഈ സംരംഭവുമായി മുന്നോട്ടു പോകുന്നതിന് അയാൾക്ക് ആവശ്യമായ ഉപദേശങ്ങൾ നൽകാൻ നിങ്ങളോട് ആവശ്യപ്പെടുന്നു.

നിങ്ങൾ ചെയ്യേണ്ട ആദ്യത്തെ ജോലി ടൂത്ത്പേസ്റ്റ് സംബന്ധിച്ച ജനങ്ങളുടെ ഇഷ്ടാനിഷ്ടങ്ങൾ, അവർ ടൂത്ത്പേസ്റ്റിനായി പ്രതിമാസം ചെലവഴിക്കുന്ന സംഖ്യ, മറ്റ് പ്രസക്തമായ വിവരങ്ങൾ എന്നിവ പഠിക്കുകയാണ്. ഇതിനായി പ്രാഥമിക ദത്തങ്ങൾ ശേഖരിക്കേണ്ടി വരും.

ഒരു ചോദ്യാവലിയുടെ സഹായത്തോടെയാണ് ദത്തങ്ങൾ ശേഖരിക്കേണ്ടത്. ആവശ്യമായ വിവരങ്ങൾ ശേഖരിക്കുന്നതിന് പര്യാപ്തമായ ചോദ്യാവലിയാണ് ഇതിനായി തയ്യാറാക്കേണ്ടത്. നിങ്ങളുടെ പഠനത്തിന് ആവശ്യമായ ഏറ്റവും സുപ്രധാനമായ വിവരങ്ങൾ താഴെപ്പറയുന്നവയാണ്.

- ടൂത്ത്പേസ്റ്റിനുള്ള ശരാശരി പ്രതിമാസ ചെലവ്.
- നിലവിൽ കൂടുതൽ ആവശ്യക്കാരുള്ള ടൂത്ത്പേസ്റ്റ് ബ്രാന്റുകൾ.
- ഈ ബ്രാന്റുകളോട് ഉപഭോക്താക്കൾക്കുള്ള മനോഭാവം.
- ടൂത്ത്പേസ്റ്റിലെ ചേരുവകളെ സംബന്ധിച്ച് ഉപഭോക്താക്കൾക്കുള്ള മുൻഗണനകൾ.
- ഉപഭോക്താക്കളുടെ ടൂത്ത്പേസ്റ്റിന്റെ ചോദനത്തെ സ്വാധീനിക്കുന്ന പ്രധാന മാധ്യമം.
- വരുമാനവും മുകളിൽ പറഞ്ഞ ഘടകങ്ങളും തമ്മിലുള്ള ബന്ധം.

മുമ്പ് പരീക്ഷിച്ച ചോദ്യാവലികൾ ഉണ്ടെങ്കിൽ (സമാനപഠനത്തിന് ഉപയോഗിച്ചവ) അതിൽ അനുയോജ്യമായ മാറ്റങ്ങൾ വരുത്തി ഉപയോഗിക്കാവുന്നതാണ്. അല്ലാത്തപക്ഷം ആവശ്യമായ എല്ലാ വിവരങ്ങളും ഉൾക്കൊള്ളുന്ന വിധത്തിൽ ഒരു ചോദ്യാവലി നിങ്ങൾ സ്വയം തയ്യാറാക്കേണ്ടിവരും.

പ്രസ്തുത പ്രോജക്ട് റിപ്പോർട്ടിനായി ഉപയോഗിക്കാവുന്ന മാതൃകാ ചോദ്യാവലി (Model of Questionnaire)

1. പേര്
2. ലിംഗം
3. കുടുംബാംഗങ്ങളുടെ പ്രായം (വർഷത്തിൽ)

   ....

   ....

   ....

   ....

   ....

   ....

4. കുടുംബത്തിലെ അംഗങ്ങളുടെ ആകെ എണ്ണം.
5. കുടുംബത്തിന്റെ മാസവരുമാനം;
6. സ്ഥിരതാമസം: നഗരം ☐ ഗ്രാമം ☐
7. കുടുംബനാഥന്റെ തൊഴിൽ :
   - a) സേവനം ☐
   - b) പ്രൊഫഷണൽ ☐
   - c) നിർമ്മാതാവ് ☐
   - d) കച്ചവടക്കാരൻ ☐
   - e) മറ്റ് ഏതെങ്കിലും ☐ (വ്യക്തമാക്കുക)
8. ദന്തശുചീകരണത്തിന് നിങ്ങൾ ടൂത്ത് പേസ്റ്റ് ഉപയോഗിക്കാറുണ്ടോ?

   ഉണ്ട് ☐ ഇല്ല ☐
9. ഉണ്ടെങ്കിൽ നിങ്ങളുടെ അഭിപ്രായത്തിൽ ഒരു നല്ല ടൂത്ത്പേസ്റ്റിന് വേണ്ട അവശ്യ ഗുണങ്ങൾ എന്തെല്ലാം? (ഒന്നിലധികം ഇനങ്ങൾ ✓ചെയ്യാവുന്നതാണ്).
   - (i) സാധാരണ ടൂത്ത്പേസ്റ്റ് ☐
   - (ii) ജെൽ ☐
   - (iii) അണുവിമുക്തം ☐
   - (iv) പ്രത്യേക രുചിയുള്ളത് ☐
   - (v) ദന്തക്ഷയത്തിൽ നിന്ന് സംരക്ഷണം നൽകുന്നത് ☐
   - (vi) ഫ്ളൂറൈഡ് ☐
   - (vii) മറ്റുള്ളവ ☐
10. ഉണ്ടെങ്കിൽ, ഏത് ബ്രാന്റ് ടൂത്ത്പേസ്റ്റാണ് നിങ്ങൾ ഉപയോഗിക്കുന്നത്?

    ....
11. എത്ര 100 ഗ്രാം ടൂത്ത്പേസ്റ്റ് പായ്ക്കുകളാണ് നിങ്ങൾ ഒരു മാസം ഉപയോഗിക്കുന്നത്?
12. ഉൽപന്നം ചെലവേറിയതായി നിങ്ങൾക്ക് അനുഭവപ്പെട്ടോ?

    ഉണ്ട് ☐ ഇല്ല ☐
13. ഉൽപന്നം ഉൽപ്പാദിപ്പിച്ച തീയതി, കാലഹരണപ്പെടുന്ന തീയതി എന്നിവ നിങ്ങൾ പരിശോധിച്ചോ?

    ഉണ്ട് ☐ ഇല്ല ☐
14. ഉൽപന്നത്തിന്റെ ഗുണനിലവാരഅടയാളം (ISI) നിങ്ങൾ പരിശോധിച്ചിട്ടുണ്ടോ?

    അതെ ☐ അല്ല ☐
15. ഉൽപന്നത്തിന്റെ ഗുണനിലവാരത്തിൽ നിങ്ങൾ സംതൃപ്തരാണോ?

    അതെ ☐ അല്ല ☐
16. അസംതൃപ്തി ഉണ്ടാക്കുന്ന സാഹചര്യത്തിൽ നിങ്ങൾ പരാതിപ്പെടുമോ?

    ഉണ്ട് ☐ ഇല്ല ☐
17. നിങ്ങളുടെ പരാതി യഥാസമയത്ത് പരിഗണിക്കാറുണ്ടോ?

    ഉണ്ട് ☐ ഇല്ല ☐

18. നിങ്ങളെ തൃപ്തിപ്പെടുത്തുന്ന രീതിയിൽ പരാതി നൽകുന്ന സാഹചര്യത്തിൽ ഉപഭോക്തൃകോടതിയിൽ നിന്നും പരിഗണന ലഭിച്ചിട്ടുണ്ടോ?

ഉണ്ട് ☐ ഇല്ല ☐

19. നിങ്ങൾ ഒരു പുതിയ ടൂത്ത്പേസ്റ്റ് പരീക്ഷിച്ചിട്ടുണ്ടോ?

ഉണ്ട് ☐ ഇല്ല ☐

20. ഉണ്ടെങ്കിൽ, പുതിയ ടൂത്ത്പേസ്റ്റിൽ നിങ്ങൾക്ക് ഇഷ്ടമായ പ്രത്യേകതകൾ എന്തെല്ലാം? (ഒന്നിലധികം ഇനങ്ങൾ ✓ ചെയ്യാവുന്നതാണ്.)

(i) സാധാരണ ടൂത്ത്പേസ്റ്റ് ☐
(ii) ജെൽ ☐
(iii) അണുവിമുക്തം ☐
(iv) പ്രത്യേക രുചിയുള്ളത് ☐
(v) ദന്തക്ഷയത്തിൽ നിന്ന് സംരക്ഷണം നൽകുന്നത് ☐
(vi) ഫ്ളൂറൈഡ് ☐
(vii) മറ്റുള്ളവ ☐

21. എങ്ങനെയാണ് നിങ്ങൾക്ക് ഉൽപന്നത്തെക്കുറിച്ച് അറിവ് ലഭിച്ചത്?

സിനിമ ☐
പ്രദർശനങ്ങൾ ☐
ഇന്റർനെറ്റ് ☐
ആനുകാലികങ്ങൾ ☐
ദിനപത്രം ☐
റേഡിയോ ☐
സെയിൽസ് റെപ്രസന്റേറ്റീവ് ☐
ടെലിവിഷൻ ☐
മറ്റുള്ളവ ☐

ദത്തങ്ങളുടെ വിശകലനവും വ്യാഖ്യാനവും (Data Analysis and Interpretation)

നിങ്ങൾ വിൽപന നടത്താൻ ഉദ്ദേശിക്കുന്ന ടൂത്ത്പേസ്റ്റ് ബ്രാന്റുകൾ തെരഞ്ഞെടുക്കുന്നതിനായി ആവശ്യമായ വിവരങ്ങൾ ശേഖരിച്ചതിനുശേഷം അവയെ ക്രമീകരിക്കുകയും വർഗ്ഗീകരിക്കുകയും ചെയ്യുന്നു. സാങ്കൽപ്പികമായ ചില ദത്തങ്ങൾ ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു. സാംഖ്യക ഉപാധികളായ പൈഡയഗ്രം, ബാർ ഡയഗ്രം, മാധ്യം, മാനകവ്യതിയാനം തുടങ്ങിയവ നിങ്ങൾക്ക് ഇവിടെ ഉപയോഗപ്പെടുത്താവുന്നതാണ്. വിശകലനവും വ്യാഖ്യാനവും നടത്തണം. അവസാന റിപ്പോർട്ട് താഴെപ്പറയുന്ന രീതിയിൽ തയ്യാറാക്കാം.

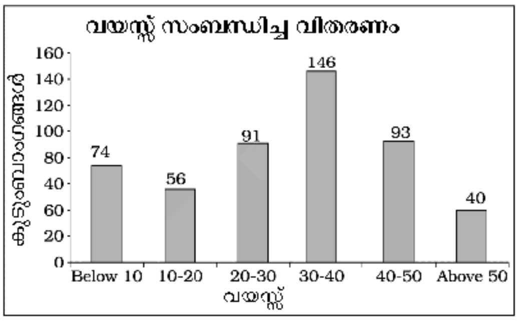
1. പ്രാദേശിക വിതരണം (Area Distribution)

1. മൊത്തം സാമ്പിളുകളുടെ എണ്ണം : 100 കുടുംബങ്ങൾ
2. നഗരങ്ങളിൽ ഉപയോഗിക്കുന്നവർ : 67 ശതമാനം
3. ഗ്രാമങ്ങളിൽ ഉപയോഗിക്കുന്നവർ : 33 ശതമാനം

നിരീക്ഷണം :കൂടുതൽ പേരും നഗരപ്രദേശങ്ങളിൽ ഉള്ളവരാണ്.

2 വയസ് സംബന്ധിച്ച വിതരണം (Age Distribution)

വയസ് (വർഷത്തിൽ)	വ്യക്തികളുടെ എണ്ണം
10 ന് താഴെ	74
10 – 20	56
20 – 30	91
30 – 40	146
40 – 50	93
50 ന് മുകളിൽ	40
മൊത്തം	500

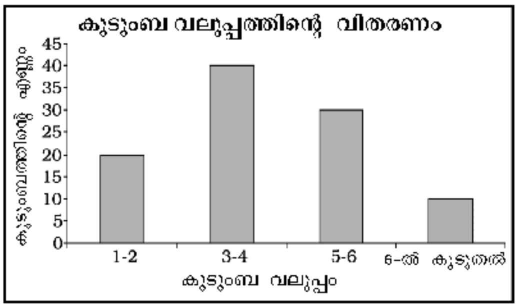


ചിത്രം 9.1 ബാർ ഡയഗ്രം

നിരീക്ഷണം : ഭൂരിഭാഗം വ്യക്തികളും 20–50 പ്രായ ഗ്രൂപ്പിൽപ്പെട്ടവരാണ്.

3. കുടുംബത്തിന്റെ വലുപ്പം (Family size)

കുടുംബവലുപ്പം	കുടുംബങ്ങളുടെ എണ്ണം
1 – 2	20
3 – 4	40
5 – 6	30
6 ന് മുകളിൽ	10
മൊത്തം	100



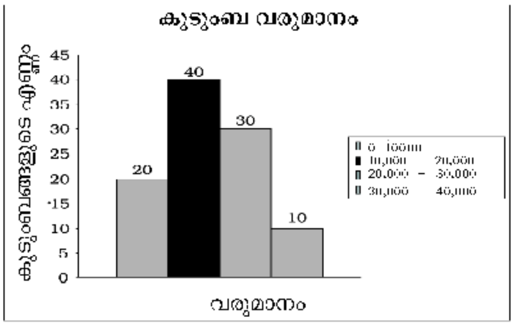
ചിത്രം 9.2 ബാർ ഡയഗ്രം

നിരീക്ഷണം : സർവേ നടത്തിയ കുടുംബങ്ങളിൽ ഭൂരിഭാഗവും 3 – 6 അംഗങ്ങളുള്ളവയാണ്.

4. കുടുംബത്തിന്റെ മാസവരുമാനനില

വരുമാനം	കുടുംബങ്ങളുടെ എണ്ണം
0–10000	20
10,000 – 20,000	40
20,000 – 30,000	30
30,000 – 40,000	10

കുടുംബത്തിന്റെ വരുമാനനില വാരം ഹിസ്റ്റോഗ്രാം സൂചിപ്പിക്കുന്നു.



ചിത്രം 9.3 ഹിസ്റ്റോഗ്രാം

നിരീക്ഷണം : സർവേ നടത്തിയ കുടുംബങ്ങളിൽ ഭൂരിഭാഗവും 10,000 നും 30,000 നും ഇടക്ക് മാസവരുമാനം ഉള്ളവരാണ്.

5. ടൂത്ത്പേസ്റ്റിനുള്ള കുടുംബത്തിന്റെ പ്രതിമാസ ബജറ്റ്

നിരീക്ഷണം : കുടുംബത്തിന്റെ ടൂത്ത്പേസ്റ്റിന്മേലുള്ള ചെലവിന്റെ മാധ്യം പ്രതിമാസം 104 രൂപയും മാനകവ്യതിയാനം 35.6 രൂപയുമാണ്.

കുടുംബത്തിന്റെ മാസവരുമാനം കാണിക്കുന്ന ആവൃത്തി വിതരണവും മാധ്യം, മാധ്യക വ്യതിയാനം എന്നിവയുടെ കണക്കുക്കൂട്ടലും

വരുമാനനില (1)	മധ്യബിന്ദു x (2)	ആവൃത്തി f (3)	d'=(X-20000)/5000 (4)	fd' (5)	fd'² (6)
0-10000	5000	20	-3	-60	180
10000-20000	15000	40	-1	-40	40
20000-30000	25000	30	1	30	30
30000-40000	35000	10	3	30	90
		100		-40	340

$$\overline{X}=A+\frac{\Sigma d'}{\Sigma f}\times c=20000+\frac{(-40)}{100}\times 5000$$

$$=20000-2000=18000$$

$$\sigma=\sqrt{\frac{\Sigma fd'^2}{\Sigma f}-\left(\frac{\Sigma fd'}{\Sigma f}\right)^2}\times c$$

$$\sigma=\sqrt{\frac{340}{100}-\left(\frac{-40}{100}\right)^2}\times 5000$$

$$=\sqrt{3.40-0.16}\times 5000$$

$$=\sqrt{3.24}\times 5000$$

$$=1.8\times 5000=9000$$

ടൂത്ത്പേസ്റ്റിന്മേലുള്ള കുടുംബത്തിന്റെ മാസചെലവ് കാണിക്കുന്ന ആവൃത്തി വിതരണവും മാധ്യം, മാധ്യക വ്യതിയാനം എന്നിവയുടെ കണക്കുക്കൂട്ടലും

വരുമാനനില (1)	മധ്യബിന്ദു x (2)	Bhr¯n f (3)	d'=(X-100)/40 (4)	fd' (5)	fd'² (6)
0-40	20	5	-2	-10	20
40-80	60	20	-1	-20	20
80-120	100	40	0	0	0
120-160	140	30	1	30	30
160-200	180	5	2	10	20
		100		10	90

$$\overline{X}=A+\frac{\Sigma d'}{\Sigma f}\times c$$

$$=100+\frac{10}{100}\times 40$$

$$=104$$

$$\sigma=\sqrt{\frac{\Sigma fd'^2}{\Sigma f}-\left(\frac{\Sigma fd'}{\Sigma f}\right)^2}\times c$$

$$\sigma=\sqrt{\frac{80}{100}-\left(\frac{10}{100}\right)^2}\times 40$$

$$=\sqrt{0.8-0.01}\times 40$$

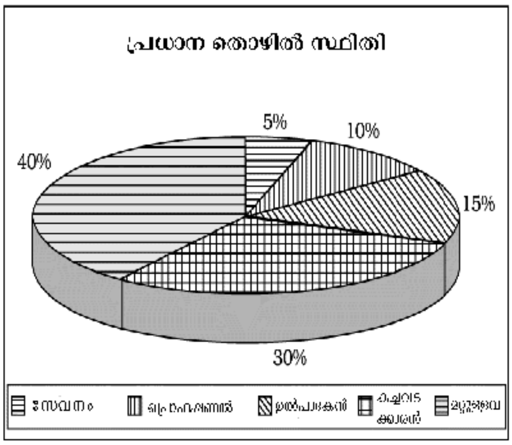
$$=\sqrt{0.79}\times 40$$

$$=0.89\times 40=35.6$$

6. പ്രധാന തൊഴിൽസ്ഥിതി

(Major Occupational Status)

കുടുംബത്തിന്റെ തൊഴിൽ	കുടുംബങ്ങളുടെ എണ്ണം
സേവനം 30	
പ്രൊഫഷണൽ	5
നിർമ്മാതാവ്	10
കച്ചവടക്കാരൻ	40
മറ്റുള്ളവ (വ്യക്തമാക്കുക)	15



ചിത്രം 9.4 പൈ ഡയഗ്രം

നിരീക്ഷണം : സർവേ നടത്തിയവരിൽ ഭൂരിഭാഗവും സേവനമേഖലയിൽ ജോലി ചെയ്യുന്നവരോ കച്ചവടക്കാരോ ആണ്.

7. ടൂത്ത് പേസ്റ്റിന്റെ ഉപയോഗമുൻഗണന

(Preferred use of Tooth paste)

ബ്രാൻഡ്	കുടുംബങ്ങളുടെ എണ്ണം	ബ്രാൻഡ്	കുടുംബങ്ങളുടെ എണ്ണം
അക്വാഫ്രെഷ്	5	ആങ്കർ	4
സിബാക്ക	9	ബബൂൾ	3
ക്ലോസ്- അപ്	12	പ്രോമിസ്	3
കോൾഗേറ്റ്	18	മെസ്വാക്ക്	5
പെപ്സൊഡന്റ്	20	ഓറൽ - ബി	7
പേൾ	4	സെൻസൊഡൈൻ	7
		മറ്റുള്ളവ	3

നിരീക്ഷണം : പെപ്സൊഡെന്റ്, കോൾഗേറ്റ്, ക്ലോസ്-അപ് എന്നിവയാണ് കൂടുതൽ പേർ താൽപര്യപ്പെടുന്ന ബ്രാൻഡുകൾ.

8. തെരഞ്ഞെടുക്കലിന്റെ അടിസ്ഥാനം (Selection Base)

കാരണം	കുടുംബാംഗങ്ങൾ
പരസ്യം	15
ദന്തഡോക്ടറുടെ ശുപാർശ	5
വില	35
ഗുണനിലവാരം	45
രുചി	20
ചേരുവകകൾ	10
ഗുണനിലവാരം ഉറപ്പുവരുത്തുന്ന അടയാളം	50
പുതിയ ഉൽപന്നം പരീക്ഷിക്കൽ	10
കമ്പനിയുടെ ഉൽപന്നനാമം	35

നിരീക്ഷണം : ഗുണനിലവാരം ഉറപ്പ് നൽകുന്ന അടയാളം, ഗുണനിലവാരം, വില, കമ്പനിയുടെ ഉൽപന്നനാമം എന്നിവയെ അടിസറാനമാക്കിയാണ് ഭൂരിഭാഗം ആളുകളും ടൂത്ത് പേസ്റ്റ് തെരഞ്ഞെടുക്കുന്നത്.

9. അഭിരുചിയും മുൻഗണനയും (Taste and Preference)

ബ്രാൻഡ്	സംതൃപ്തർ	അസംതൃപ്തർ
അക്വാഫ്രെഷ്	2	3
ആങ്കർ	2	2
സിബാക്ക	5	4
ബബൂൾ	2	1
ക്ലോസ്- അപ്	10	2
പ്രോമിസ്	2	1
കോൾഗേറ്റ്	16	2
മെസ്വാക്ക്	3	2
പെപ്സൊഡന്റ്	18	2
ഓറൽ - ബി	4	3
പേൾ	2	2
സെൻസൊഡൈൻ	5	2

നിരീക്ഷണം (Observation): ഏറ്റവും കൂടുതലായി ഉപയോഗിക്കുന്ന ടൂത്ത്പേസ്റ്റുകളുടെ അസംതൃപ്തിയുടെ ശതമാനം താരതമ്യേന കുറവാണ്.

10. ചേരുവകളുടെ മുൻഗണന

(Ingredients Preference)

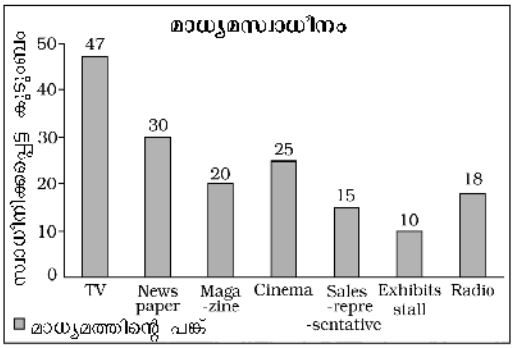
സാധാരണ ടൂത്ത്പേസ്റ്റ്	15
ജെൽ ടൂത്ത്പേസ്റ്റ്	5
അണുനാശക ടൂത്ത്പേസ്റ്റ്	35
പ്രത്യേക രുചിയുള്ള ടൂത്ത്പേസ്റ്റ്	25
ദന്തക്ഷയത്തിൽ നിന്നു സംരക്ഷണം നൽകുന്ന ടൂത്ത്പേസ്റ്റ്	40
ഫ്ളൂറൈഡ് ടൂത്ത്പേസ്റ്റ്	10

നിരീക്ഷണം : പല്ലുകൾക്ക് കീടങ്ങളിൽ നിന്ന് സംരക്ഷണം നൽകുന്നതും, ദന്തക്ഷയത്തിൽ നിന്ന് സംരക്ഷണം നൽകുന്നതുമായ ടൂത്ത്പേസ്റ്റുകളാണ് ഭൂരിഭാഗം പേരും താൽപര്യപ്പെടുന്നത്.

11. മാധ്യമസ്വാധീനം (Media Influence)

പരസ്യം	സ്വാധീനിക്കപ്പെട്ട കുടുംബങ്ങൾ
ടെലിവിഷൻ	47
ദിനപത്രം	30
മാസിക	20
സിനിമ	25
സെയിൽസ് റപ്രസെന്റീവ്സ്	15
പ്രദർശനസ്റ്റാളുകൾ	10
റേഡിയോ	18

ചിത്രം 9.5 ബാർ ഡയഗ്രം



നിരീക്ഷണം : ഭൂരിഭാഗം ആളുകൾക്കും ടൂത്ത്പേസ്റ്റിനെ സംബന്ധിച്ച അറിവ് ലഭിച്ചത് ടെലിവിഷനിലൂടെയോ ദിനപത്രത്തിലൂടെയോ ആണ്.

പ്രൊജക്ട് റിപ്പോർട്ടിന്റെ ഉപസംഹാരക്കുറിപ്പ് (Concluding Note of the Project Report)

ടൂത്ത്പേസ്റ്റിന്റെ കൂടുതൽ ഉപഭോക്താക്കളും നഗരപ്രദേശങ്ങളിലാണ്. സർവേയിൽ ഉൾപ്പെട്ട കൂടുതൽ ആളുകളും 25 നും 50 നും ഇടയ്ക്ക് പ്രായമുള്ളവരും, ഓരോ കുടുംബത്തിലും ശരാശരി 3–6 അംഗങ്ങൾ വീതവുമാണ്. ഈ കുടുംബങ്ങളുടെ മാസവരുമാനം 10,000 രൂപയ്ക്കും 30,000 രൂപയ്ക്കും ഇടയിലാണ്. കൂടാതെ, ഇവരിൽ ഭൂരിഭാഗവും സേവനമേഖലയിലെ ജോലിക്കാരോ കച്ചവടക്കാരോ ആണ്. ടൂത്ത്പേസ്റ്റിനായി ഓരോ കുടുംബവും മാസം തോറും 104 രൂപ ചെലവഴിക്കുന്നതായി കണക്കാക്കിയിരിക്കുന്നു. സർവേയിൽ പങ്കെടുത്ത കുടുംബങ്ങൾ ഏറ്റവും മുൻഗണന നൽകുന്നത് പെപ്സൊഡന്റ്, കോൾഗേറ്റ്, ക്ലോസ്–അപ് എന്നീ ബ്രാന്റുകൾക്കാണ്. 100 ഗ്രാം ടൂത്ത്പേസ്റ്റിന്റെ ശരാശരി വില 104 രൂപയാണെന്ന് ഇവയുടെ മാധ്യം കണക്കാക്കിയതിൽ നിന്ന് മനസിലാക്കാൻ സാധിച്ചു. പല്ലുകൾക്ക് കീടങ്ങളിൽ നിന്ന് സംരക്ഷണം നൽകുന്ന ടൂത്ത്പേസ്റ്റുകൾക്കാണ് ജനങ്ങൾ മുൻഗണന നൽകുന്നത്. ധാരാളം ആളുകൾ പരസ്യത്തിൽ ആകൃഷ്ടരായിട്ടുണ്ട്. ഇത് ജനങ്ങൾക്കിടയിലേക്ക് ഏറ്റവും കൂടുതൽ എത്തുന്നത് ടെലിവിഷനാണ്.

സംഗ്രഹം

- പഠനത്തിന്റെ ലക്ഷ്യം വ്യക്തമായി തിരിച്ചറിയേണ്ടതുണ്ട്.
- സമസ്തവും, സാമ്പിളും വളരെ ശ്രദ്ധയോടുകൂടി തെരഞ്ഞെടുക്കേണ്ടതുണ്ട്.
- ഏത് തരം ദത്തങ്ങളാണ് ഉപയോഗിക്കേണ്ടത് എന്ന സൂചന നൽകുന്നത് സർവേയുടെ ഉദ്ദേശ്യമാണ്.
- ചോദ്യാവലി അല്ലെങ്കിൽ അഭിമുഖപ്പട്ടിക തയ്യാറാക്കേണ്ടതുണ്ട്.
- ശേഖരിക്കപ്പെട്ട ദത്തങ്ങളെ വ്യത്യസ്ത സാംഖ്യക ഉപാധികൾ ഉപയോഗിച്ച് വിശകലനം ചെയ്യാം.
- അർഥവത്തായ നിഗമനത്തിലെത്താൻ ലഭ്യമായ ഫലങ്ങൾ വ്യാഖ്യാനിക്കേണ്ടതുണ്ട്.

അനുബന്ധം–ബി

TABLE OF TWO-DIGIT RANDOM NUMBERS

03 47 43 73 86	36 96 47 36 61	46 98 63 71 62	33 26 16 80 45	60 11 14 10 95
97 74 24 67 62	42 81 14 57 20	42 53 32 37 32	27 07 36 07 51	24 51 79 89 73
16 76 62 27 66	56 50 26 71 07	32 90 79 78 53	13 55 38 58 59	88 97 54 14 10
12 56 85 99 26	96 96 68 27 31	05 03 72 93 15	57 12 10 14 21	88 26 49 81 76
55 59 56 35 64	38 54 82 46 22	31 62 43 09 90	06 18 44 32 53	23 83 01 30 30
16 22 77 94 39	49 54 43 54 82	17 37 93 23 78	87 35 20 96 43	84 26 34 91 64
84 42 17 53 31	57 24 55 06 88	77 04 74 47 67	21 76 33 50 25	83 92 12 06 76
63 01 63 78 59	16 95 55 67 19	98 10 50 71 75	12 86 73 58 07	44 39 52 38 79
33 21 12 34 29	78 64 56 07 82	52 42 07 44 38	15 51 00 13 42	99 66 02 79 54
57 60 86 32 44	09 47 27 96 54	49 17 46 09 62	90 52 84 77 27	08 02 73 43 28
18 18 07 92 46	44 17 16 58 09	79 83 86 19 62	06 76 50 03 10	55 23 64 05 05
26 62 38 97 75	84 16 07 44 99	83 11 46 32 24	20 14 85 88 45	10 93 72 88 71
23 42 40 64 74	82 97 77 77 81	07 45 32 14 08	32 98 94 07 72	93 85 79 10 75
52 36 28 19 95	50 92 26 11 97	00 56 76 31 38	80 22 02 53 53	86 60 42 04 53
37 85 94 35 12	83 39 50 08 30	42 34 07 96 88	54 42 06 87 98	35 85 29 48 39
70 29 17 12 13	40 33 20 38 26	13 89 51 03 74	17 76 37 13 04	07 74 21 19 30
56 62 18 37 35	96 83 50 87 75	97 12 25 93 47	70 33 24 03 54	97 77 46 44 80
99 49 57 22 77	88 42 95 45 72	16 64 36 16 00	04 43 18 66 79	94 77 24 21 90
16 08 15 04 72	33 27 14 34 09	45 59 34 68 49	12 72 07 34 45	99 27 72 95 14
31 16 93 32 43	50 27 89 87 19	20 15 37 00 49	52 85 66 60 44	38 68 88 11 80
68 34 30 13 70	55 74 30 77 40	44 22 78 84 26	04 33 46 09 52	68 07 97 06 57
74 57 25 65 76	59 29 97 68 60	71 91 38 67 54	13 58 18 24 76	15 54 55 95 52
27 42 37 86 53	48 55 90 65 72	96 57 69 36 10	96 46 92 42 45	97 60 49 04 91
00 39 68 29 61	66 37 32 20 30	77 84 57 03 29	10 45 65 04 26	11 04 96 67 24
29 94 98 94 24	68 49 69 10 82	53 75 91 93 30	34 25 20 57 27	40 48 73 51 92
16 90 82 66 59	83 62 64 11 12	67 19 00 71 74	60 47 21 29 68	02 02 37 03 31
11 27 94 75 06	06 09 19 74 66	02 94 37 34 02	76 70 90 30 86	38 45 94 30 38
35 24 10 16 20	33 32 51 26 38	79 78 45 04 91	16 92 53 56 16	02 75 50 95 98
38 23 16 86 38	42 38 97 01 50	87 75 66 81 41	40 01 74 91 62	48 51 84 08 32
31 96 25 91 47	96 44 33 49 13	34 86 82 53 91	00 52 43 48 85	27 55 26 89 62
66 67 40 67 14	64 05 71 95 86	11 05 65 09 68	76 83 20 37 90	57 16 00 11 66
14 90 84 45 11	75 73 88 05 90	52 27 41 14 86	22 98 12 22 08	07 52 74 95 80
68 05 51 18 00	33 96 02 75 19	07 60 62 93 55	59 33 82 43 90	49 37 38 44 59
20 46 78 73 90	97 51 40 14 02	04 02 33 31 08	39 54 16 49 36	47 95 93 13 30
64 19 58 97 79	15 06 15 93 20	01 90 10 75 06	40 78 78 89 62	02 67 74 17 33
05 26 93 70 60	22 35 85 15 13	92 03 51 59 77	59 56 78 06 83	52 91 05 70 74
07 97 10 88 23	09 98 42 99 64	61 71 62 99 15	06 51 29 16 93	58 05 77 09 51
68 71 86 85 85	54 87 66 47 54	73 32 08 11 12	44 95 92 63 16	29 56 24 29 48
26 99 61 65 53	58 37 78 80 70	42 10 50 67 42	32 17 55 85 74	94 44 67 16 94
14 65 52 68 75	87 59 36 22 41	26 78 63 06 55	13 08 27 01 50	15 29 39 39 43

APPENDIX B (Cont.)

17 53 77 58 71	71 41 61 50 72	12 41 94 96 26	44 95 27 36 99	02 96 74 30 83
90 26 59 21 19	23 52 23 33 12	96 93 02 18 39	07 02 18 36 07	25 99 32 70 23
41 23 52 55 99	31 04 49 69 96	10 47 48 45 88	13 41 43 89 20	97 17 14 49 17
60 20 50 81 69	31 99 73 68 68	35 81 33 03 76	24 30 12 48 60	18 99 10 72 34
91 25 38 05 90	94 58 28 41 36	45 37 59 03 09	90 35 57 29 12	82 62 54 65 60
34 50 57 74 37	98 80 33 00 91	09 77 93 19 82	74 94 80 04 04	45 07 31 66 49
85 22 04 39 43	73 81 53 94 79	33 62 46 86 28	08 31 54 46 31	53 94 13 38 47
09 79 13 77 48	73 82 97 22 21	05 03 27 24 83	72 89 44 05 60	35 80 39 94 88
88 75 80 18 14	22 95 75 42 49	39 32 82 22 49	02 48 07 70 37	16 04 61 67 87
90 96 23 70 00	39 00 03 06 90	55 85 78 38 36	94 37 30 69 32	90 89 00 76 33
53 74 23 99 67	61 32 28 69 84	94 62 67 86 24	98 33 41 19 95	47 53 53 38 09
63 38 06 86 54	99 00 65 26 94	02 82 90 23 07	79 62 67 80 60	75 91 12 81 19
35 30 58 21 46	06 72 17 10 94	25 21 31 75 96	49 28 24 00 49	55 65 79 78 07
63 43 36 82 69	65 51 18 37 88	61 38 44 12 45	32 92 85 88 65	54 34 81 85 35
98 25 37 55 26	01 91 82 81 46	74 71 12 94 97	24 02 71 37 07	03 92 18 66 75
02 63 21 17 69	71 50 80 89 56	38 15 70 11 48	43 40 45 86 98	00 83 26 91 03
64 55 22 21 82	48 22 28 06 00	61 54 13 43 91	82 78 12 23 29	06 66 24 12 27
85 07 26 13 89	01 10 07 82 04	59 63 69 36 03	69 11 15 83 80	13 29 54 19 28
58 54 16 24 15	51 54 44 82 00	62 61 65 04 69	38 18 65 18 97	85 72 13 49 21
34 85 27 84 87	61 48 64 56 26	90 18 48 13 26	37 70 15 42 57	65 65 80 39 07
03 92 18 27 46	57 99 16 96 56	30 33 72 85 22	84 64 38 56 98	99 01 30 98 64
62 95 30 27 59	37 75 41 66 48	86 97 80 61 45	23 53 04 01 63	45 76 08 64 27
08 45 93 15 22	60 21 75 46 91	98 77 27 85 42	28 88 61 08 84	69 62 03 42 73
07 08 55 18 40	45 44 75 13 90	24 94 96 61 02	57 55 66 83 15	73 42 37 11 61
01 85 89 95 66	51 10 19 34 88	15 84 97 19 75	12 76 39 43 78	64 63 91 08 25
72 84 71 14 35	19 11 58 49 26	50 11 17 17 76	86 31 57 20 18	95 60 78 46 75
88 78 28 16 84	13 52 53 94 53	75 45 69 30 96	73 89 65 70 31	99 17 43 48 76
45 17 75 65 57	28 40 19 72 12	25 12 74 75 67	60 40 60 81 19	24 62 01 61 16
96 76 28 12 54	22 01 11 94 25	71 96 16 16 88	68 64 36 74 45	19 59 50 88 92
43 31 67 72 30	24 02 94 08 63	38 32 36 66 02	69 36 38 25 39	48 03 45 15 22
50 44 66 44 21	66 06 58 05 62	68 15 54 35 02	42 35 48 96 32	14 52 41 52 48
22 66 22 15 86	26 63 75 41 99	58 42 36 72 24	58 37 52 18 51	03 37 18 39 11
96 24 40 14 51	23 22 30 88 57	95 67 47 29 83	94 69 40 06 07	18 16 36 78 86
31 73 91 61 19	60 20 72 93 48	98 57 07 23 69	65 95 39 69 58	56 80 30 19 44
78 60 73 99 84	43 89 94 36 45	56 69 47 07 41	90 22 91 07 12	78 35 34 08 72
84 37 90 61 56	70 10 23 98 05	85 11 34 76 60	76 48 45 34 60	01 64 18 39 96
36 67 10 08 23	98 93 35 08 86	99 29 76 29 81	33 34 91 58 93	63 14 52 32 52
07 28 59 07 48	89 64 58 89 75	83 85 62 27 89	30 14 78 56 27	86 63 59 80 02
10 15 83 87 60	79 24 31 66 56	21 48 24 06 93	91 98 94 05 49	01 47 59 38 00
55 19 68 97 65	03 73 52 16 56	00 53 55 90 27	33 42 29 38 87	22 13 88 83 34
53 81 29 13 39	35 01 20 71 34	62 33 74 82 14	53 73 19 09 03	56 54 29 56 93
51 86 32 68 92	33 98 74 66 99	40 14 71 94 58	45 94 19 38 81	14 44 99 81 07
35 91 70 29 13	80 03 54 07 27	96 94 78 32 66	50 95 52 74 33	13 80 55 62 54
37 71 67 95 13	20 02 44 95 94	64 85 04 05 72	01 32 90 76 14	53 89 74 60 41
93 66 13 83 27	92 79 64 64 72	28 54 96 53 84	48 14 52 98 94	56 07 93 89 30