ഭൗതികശാസ്ത്രം

പാർട്ട് 2

XI

കേരളസർക്കാർ
വിദ്യാഭ്യാസവകുപ്പ്

തയാറാക്കിയത്
സംസ്ഥാന വിദ്യാഭ്യാസ ഗവേഷണ പരിശീലന സമിതി (SCERT), കേരളം
2019

Prepared by: State Council of Educational Research & Training (SCERT)
Poojappura, Thiruvananthapuram -12, Kerala.
E-mail:scertkerala@gmail.com
Type setting by: SCERT Computer Lab.

ആമുഖം

ഏതു വിജ്ഞാനവും മാതൃഭാഷയിൽ പഠിക്കാനും പ്രകാശനം ചെയ്യാനും സാധിക്കും. അതിനുള്ള അവസരം പഠിതാക്കൾക്ക് ഒരുക്കേണ്ടത്, ഏതൊരു പഠന സമ്പ്രദായത്തിന്റെയും അനിവാര്യതയാണ്. അതിന്റെ തുടക്കമെന്ന നിലയ്ക്കാണ് ഹയർസെക്കന്ററി തലത്തിൽ ഭാഷേതര വിഷയങ്ങളിലെ പാഠപുസ്തകങ്ങൾ മലയാളത്തിൽ പ്രസിദ്ധീകരിക്കുന്നത്.

മാതൃഭാഷയിലൂടെയുള്ള വിദ്യാഭ്യാസം, ജ്ഞാനസമ്പാദനത്തിനുള്ള സുഗമ മാർഗം എന്നതിനോടൊപ്പം സാംസ്കാരികതനിമയുടെ തിരിച്ചറിയൽ കൂടിയാണ്. അതുകൊണ്ടാണ് വികസിതരാജ്യങ്ങൾ മാതൃഭാഷയെ മുഖ്യ ബോധന മാധ്യമമായി സ്വീകരിച്ചിരിക്കുന്നത്. ഇന്ത്യയിലാകട്ടെ, ദേശീയതലത്തിലുള്ള പ്രധാന പരീക്ഷകളെല്ലാം പ്രാദേശിക ഭാഷകളിൽക്കൂടി നടത്തുന്നതിനുള്ള സംവിധാനവും ഉണ്ടായി വരികയാണ്. ഈയൊരു സാഹചര്യത്തിൽ നമ്മുടെ കുട്ടികളും മാതൃഭാഷയുടെ ശക്തിസൗന്ദര്യങ്ങൾ തിരിച്ചറിഞ്ഞ് വിവിധ വിഷയങ്ങളിൽ ജ്ഞാനനിർമിതിയിൽ ഏർപ്പെടേണ്ടതുണ്ട്. അതിന് അവരെ സജ്ജരാക്കുകയാണ് ഈ പാഠപുസ്തകങ്ങളുടെ മുഖ്യ ലക്ഷ്യം.

പരിഭാഷപ്പെടുത്തിയ പുസ്തകങ്ങളിൽ അതത് വിഷയങ്ങളിലെ സാങ്കേതിക പദങ്ങൾ പരമാവധി മലയാളത്തിലാക്കിയിട്ടുണ്ട്. നമ്മുടെ ഭാഷയിൽ ചിരപരിചിതമായ ഇംഗ്ലീഷ് പദങ്ങളെ അതേപടി സ്വീകരിച്ചിട്ടുമുണ്ട്. വിവർത്തനത്തിന് തീർത്തും വഴങ്ങാത്ത പദങ്ങളെ അതേരീതിയിൽ തന്നെ ഉപയോഗിച്ചിരിക്കുന്നു. മാതൃഭാഷയിൽ പഠിക്കുന്നവർക്ക് ആശയഗ്രഹണം സുഗമമാക്കുന്ന വിധത്തിലാണ് പാഠപുസ്തകരചന നടത്തിയിരിക്കുന്നത്. അതോടൊപ്പം മലയാളഭാഷയുടെ വളർച്ചയ്ക്കും ഈ പ്രവർത്തനം സഹായകമാകുമെന്ന് കരുതുന്നു.

പാഠപുസ്തകവിവർത്തന രംഗത്ത് നമ്മുടെ രാജ്യത്ത് നടന്ന വലിയൊരു കാൽവെപ്പാണ് ഇത്. പ്രഥമ സംരംഭമെന്നനിലയിൽ പല പരിമിതികളും പരിഭാഷയിൽ വന്നിട്ടുണ്ടാകാം. ക്ലാസ്മുറിയിൽ പ്രയോഗത്തിൽ വരുമ്പോഴാണ് അവയെല്ലാം കൂടുതൽ ബോധ്യപ്പെടുക. തുടർന്ന് വരുന്ന ഘട്ടങ്ങളിൽ അവയൊക്കെ പരിഹരിക്കുന്നതിന് എല്ലാ അഭ്യുദയകാംക്ഷികളിൽ നിന്നും വിശിഷ്യ അധ്യാപകർ, വിദ്യാർത്ഥികൾ എന്നിവരിൽ നിന്നും അഭിപ്രായങ്ങളും നിർദേശങ്ങളും പ്രതീക്ഷിക്കുന്നു.

ഡോ. ജെ. പ്രസാദ്

ഡയറക്ടർ,

എസ്.സി.ഇ.ആർ.ടി. കേരളം

FOREWORD

The National Curriculum Framework (NCF), 2005 recommends that children's life at school must be linked to their life outside the school. This principle marks a departure from the legacy of bookish learning which continues to shape our system and causes a gap between the school, home and community. The syllabi and textbooks developed on the basis of NCF signify an attempt to implement this basic idea. They also attempt to discourage rote learning and the maintenance of sharp boundaries between different subject areas. We hope these measures will take us significantly further in the direction of a child-centred system of education outlined in the National Policy on Education (1986).

The success of this effort depends on the steps that school principals and teachers will take to encourage children to reflect on their own learning and to pursue imaginative activities and questions. We must recognise that, given space, time and freedom, children generate new knowledge by engaging with the information passed on to them by adults. Treating the prescribed textbook as the sole basis of examination is one of the key reasons why other resources and sites of learning are ignored. Inculcating creativity and initiative is possible if we perceive and treat children as participants in learning, not as receivers of a fixed body of knowledge.

These aims imply considerable change is school routines and mode of functioning. Flexibility in the daily time-table is as necessary as rigour in implementing the annual calendar so that the required number of teaching days are actually devoted to teaching. The methods used for teaching and evaluation will also determine how effective this textbook proves for making children's life at school a happy experience, rather than a source of stress or boredom. Syllabus designers have tried to address the problem of curricular burden by restructuring and reorienting knowledge at different stages with greater consideration for child psychology and the time available for teaching. The textbook attempts to enhance this endeavour by giving higher priority and space to opportunities for contemplation and wondering, discussion in small groups, and activities requiring hands-on experience.

The National Council of Educational Research and Training (NCERT) appreciates the hard work done by the textbook development committee responsible for this book. We wish to thank the Chairperson of the advisory group in science and mathematics, Professor J.V. Narlikar and the Chief Advisor for this book, Professor A.W. Joshi for guiding the work of this committee. Several teachers contributed to the development of this textbook; we are grateful to their principals for making this possible. We are indebted to the institutions and organisations which have generously permitted us to draw upon their resources, material and personnel. We are especially grateful to the members of the National Monitoring Committee, appointed by the Department of Secondary and Higher Education, Ministry of Human Resource Development under the Chairpersonship of Professor Mrinal Miri and Professor G.P. Deshpande, for their valuable time and contribution. As an organisation committed to systemic reform and continuous improvement in the quality of its products, NCERT welcomes comments and suggestions which will enable us to undertake further revision and refinement.

Director
National Council of Educational
Research and Training

New Delhi
20 December 2005

Textbook Development Committee

Chairperson, Advisory Group for Textbooks in Science and Mathematics

J.V. Narlikar, *Emeritus Professor,* Chairman, Advisory Committee, Inter University Centre for Astronomy and Astrophysics (IUCAA), Ganeshkhind, Pune University, Pune

Chief Advisor

A.W. Joshi, *Professor,* Honorary Visiting Scientist, NCRA, Pune (Formerly at Department of Physics, University of Pune)

Members

Anuradha Mathur, *PGT* , Modern School, Vasant Vihar, New Delhi

Chitra Goel, *PGT,* Rajkiya Pratibha Vikas Vidyalaya, Tyagraj Nagar, Lodhi Road, New Delhi

Gagan Gupta, *Reader,* DESM, NCERT, New Delhi

H.C. Pradhan, *Professor,* Homi Bhabha Centre of Science Education, Tata Institute of Fundamental Research, V.N. Purav Marg, Mankhurd, Mumbai

N. Panchapakesan, *Professor* (Retd.), Department of Physics and Astrophysics, University of Delhi, Delhi

P.K. Srivastava, *Professor* (Retd.), Director, CSEC, University of Delhi, Delhi

P.K. Mohanty, *PGT,* Sainik School, Bhubaneswar

P.C. Agarwal, *Reader,* Regional Institute of Education, NCERT, Sachivalaya Marg, Bhubaneswar

R. Joshi, *Lecturer* (S.G.), DESM, NCERT, New Delhi

S. Rai Choudhary, *Professor,* Department of Physics and Astrophysics, University of Delhi, Delhi

S.K. Dash, *Reader,* DESM, NCERT, New Delhi

Sher Singh, *PGT,* NDMC Navyug School, Lodhi Road, New Delhi

S.N. Prabhakara, *PGT,* DM School, Regional Institute of Education, NCERT, Mysore

Thiyam Jekendra Singh, *Professor,* Department of Physics, University of Manipur, Imphal

V.P. Srivastava, *Reader*, DESM, NCERT, New Delhi

Member-Coordinator

B.K. Sharma, *Professor,* DESM, NCERT, New Delhi

ശിൽപ്പശാലയിൽ പങ്കെടുത്തവർ

1. **ജയകുമാർ എം.ജി.**
   എൻ.വി.റ്റി ഫിസിക്സ്, എസ്.എൻ.വി.
   വി.എച്ച്.എസ്.എസ് അങ്ങാടിക്കൽ സൗത്ത്
   കോടുമൺ, പത്തനംതിട്ട.
2. **സാവിയോ ഓസ്റ്റിൻ**
   എച്ച്.എസ്.എസ്.റ്റി ഫിസിക്സ്, എസ്.കെ.എം.
   ജെ.എച്ച്.എസ്.എസ്. കൽപ്പറ്റ, വയനാട്.
3. **ജഫീഷ് ജെ.**
   എൻ.വി.റ്റി ഫിസിക്സ്, ജി.വി.എച്ച്.എസ്
   എസ്., കരകുളം, തിരുവനന്തപുരം.
4. **മുഹമ്മദ് ഷെറീഫ്**
   എച്ച്.എസ്.എസ്.റ്റി. ഫിസിക്സ്,
   ജി.എച്ച്.എസ്.എസ്., ഇരിമ്പിളിയം, മലപ്പുറം.
5. **മുഹമ്മദ് റഫീക്ക് ഇ.കെ**
   എച്ച്.എസ്.എസ്.റ്റി. ഫിസിക്സ്,
   ജി.എച്ച്.എസ്.എസ്. പട്ടാമ്പി, പാലക്കാട്.
6. **അനൂപ് കെ.എസ്.**
   എച്ച്.എസ്.എസ്.റ്റി. ഫിസിക്സ്,
   പി.എം.എസ്.എ.എം.എ.എച്ച്.എസ്.എസ്.
   ചെമ്മൻകടവ്, മലപ്പുറം.
7. **രാജലക്ഷ്മി എം.**
   എച്ച്,എസ്.എസ്.റ്റി. ഫിസിക്സ്,
   അളഗപ്പനഗർ പഞ്ചായത്ത് എച്ച്.എസ്.എസ്.
   അളഗപ്പനഗർ, തൃശൂർ.
8. **ജൂലി. എസ്.എ**
   എച്ച്.എസ്.എസ്.റ്റി. ഫിസിക്സ്,
   ജി.എച്ച്.എസ്.എസ് പഴന്തോട്ടം, എറണാകുളം.
9. **ശാലിനി എസ്.**
   എച്ച്.എസ്.എസ്.റ്റി. ഫിസിക്സ്,
   ജി.എച്ച്.എസ്.എസ്. അയ്യൻകോയിക്കൽ
   കൊല്ലം.
10. **ഹരികുമാർ കെ.**
    എച്ച്.എസ്.എസ്.റ്റി. ഫിസിക്സ്,
    ജി.എച്ച്.എസ്.എസ്. പാലപ്പെട്ടി, മലപ്പുറം.
11. **ശ്രീജു എസ്.**
    എച്ച്.എസ്.എസ്.റ്റി. ഫിസിക്സ്,
    ജി.എച്ച്.എസ്.എസ്. നാവായികുളം,
    തിരുവനന്തപുരം.

വിദഗ്ധർ

പ്രൊഫ. കെ. പാപ്പൂട്ടി
മുൻ ഡയറക്ടർ,
കേരള സംസ്ഥാന സർവവിജ്ഞാനകോശം

ഡോ. പി.എസ്. ശോഭൻ
റിട്ട. അസോസിയേറ്റ് പ്രൊഫസർ
മഹാരാജാസ് കോളേജ്, എറണാകുളം.

ഡോ. എൻ. ഷാജി
റിട്ട. അസോസിയേറ്റ് പ്രൊഫസർ
മഹാരാജാസ് കോളേജ്, എറണാകുളം.

ഡോ. മുഹമ്മദ് അബ്ദുൾ ജമാൽ
റിട്ട. പ്രിൻസിപ്പാൾ, ഗവ. കോളേജ്,
മൊകേരി, കോഴിക്കോട്.

ഡോ. ജിജോ പി.യു
അസിസ്റ്റന്റ് പ്രൊഫസർ
ഗവ. കോളേജ്, കാസർകോട്

രവീന്ദ്രൻ കെ.പി.
മലയാള ട്രാൻസിലേറ്റർ
പയ്യന്നൂർ, കണ്ണൂർ

ഡോ. കുമാർ.ജെ
അസിസ്റ്റന്റ് പ്രൊഫസർ
മലയാള വിഭാഗം, യൂണിവേഴ്സിറ്റി
കോളേജ്, തിരുവനന്തപുരം

അക്കാദമിക് കോ-ഓർഡിനേറ്റർ

ഡോ. ആൻസി വറുഗീസ്
അസിസ്റ്റന്റ് പ്രൊഫസർ, എസ്.സി.ഇ.ആർ.ടി

ഉള്ളടക്കം

Y2B5A1

അധ്യായം 9

ഖരവസ്തുക്കളുടെ ബലതന്ത്രസവിശേഷതകൾ
(MECHANICAL PROPERTIES OF SOLIDS)

Y4E7N7

9.1 ആമുഖം

കറങ്ങുന്ന വസ്തുക്കളെപ്പറ്റി അധ്യായം 7 ൽ നാം പഠിച്ചു. അവയ്ക്കുള്ളിലെങ്ങനെയാണ് മാസ് വിതരണം ചെയ്തിരിക്കുന്നതെന്നതിനെ ആശ്രയിച്ചാണ് അത്തരം ചലനം സംഭവിക്കുന്നത് എന്ന് മനസ്സിലാക്കി. ഒരു ദൃഢവസ്തു (rigid body) എന്നത് പൊതുവായി അർഥമാക്കുന്നത് നിശ്ചിത ആകൃതിയും വലുപ്പവുമുള്ള കട്ടിയുള്ള ഖരപദാർഥമെന്നാണ്. എന്നാൽ യഥാർഥത്തിൽ ഇത്തരം വസ്തുക്കൾ വലിച്ചുനീട്ടാവുന്നതും വളയ്ക്കാവുന്നതും ഞെരുക്കാവുന്നതുമാണ്. അനുയോജ്യമായ ബാഹ്യ ബലം പ്രയോഗിച്ചാൽ ദൃഢമായ സ്റ്റീൽ ദണ്ഡിന്റെ പോലും ആകൃതിക്ക് വ്യത്യാസം വരുത്താം. ഇത് അർഥമാക്കുന്നത് ഖരപദാർഥങ്ങൾ പൂർണ അർത്ഥത്തിൽ ദൃഢമല്ലായെന്നാണ്.

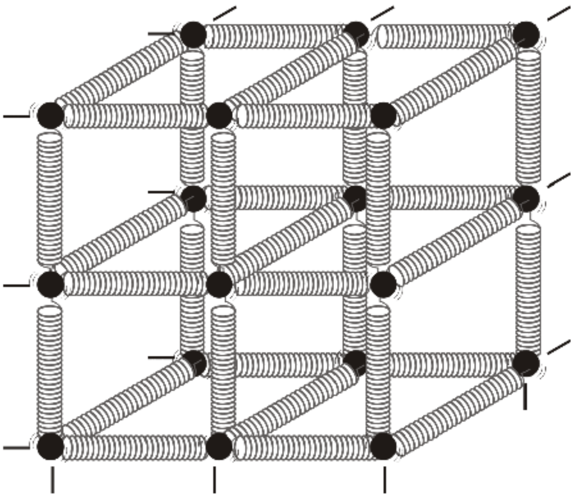
ഒരു ഖരപദാർഥത്തിന് നിശ്ചിത വലുപ്പവും ആകൃതിയുമുണ്ട്. ഈ പദാർഥത്തിന്റെ ആകൃതിക്കോ വലുപ്പത്തിനോ വ്യത്യാസം വരുത്തുന്നതിന് ബലം ആവശ്യമാണ്. സർപ്പിളാകൃതിയിലുള്ള (ഹെലിക്കൽ) ഒരു സ്പ്രിംഗിന്റെ രണ്ടഗ്രങ്ങൾ വലിച്ചുനീട്ടിയാൽ അതിന്റെ നീളത്തിൽ വർധനവുണ്ടാകുന്നു. പ്രസ്തുത ബലം നീക്കം ചെയ്താൽ സ്പ്രിംഗ് അതിന്റെ ആദ്യ ആകൃതിയിലും വലുപ്പത്തിലുമായിത്തീരുന്നു. പ്രയോഗിക്കുന്ന ബലം നീക്കം ചെയ്താൽ ഒരു വസ്തു അതിന്റെ പ്രാരംഭ ആകൃതിയും വലുപ്പവും കൈവരിക്കുന്ന പ്രത്യേകതയെ **ഇലാസ്തികത** (elasticity) എന്ന് വിളിക്കുന്നു. ഇത്തരം രൂപാന്തരത്തെ **ഇലാസ്തിക രൂപാന്തരണ**മെന്നും (elastic deformation) വിളിക്കുന്നു. എന്നാൽ ചെളിയുടെയോ മെഴുകിന്റെയോ കട്ടയിൽ ബലം പ്രയോഗിച്ചാൽ അവ പിന്നീട് അതിന്റെ പൂർവ്വാവസ്ഥയിലേക്ക് വരാനുള്ള പ്രവണത കാണിക്കാതിരിക്കുകയും അവ സ്ഥിരമായ രൂപമാറ്റത്തിന് വിധേയമാകുകയും ചെയ്യുന്നു. ഇത്തരം പദാർഥങ്ങളെ **പ്ലാസ്റ്റിക്** പദാർഥങ്ങളെന്നും ഈ പ്രത്യേകതയെ **പ്ലാസ്റ്റികത** (Plasticity) എന്നും വിളിക്കുന്നു.

പദാർഥങ്ങളുടെ ഇലാസ്തികസ്വഭാവം എഞ്ചിനീയറിംഗ് രൂപകൽപ്പനയിൽ (engineering design) വളരെ പ്രധാനപ്പെട്ട പങ്ക് വഹിക്കുന്നു.

ഉദാഹരണത്തിന് ഒരു കെട്ടിടം രൂപകൽപ്പന ചെയ്യുമ്പോൾ സ്റ്റീൽ, കോൺക്രീറ്റ് മുതലായ പദാർഥങ്ങളുടെ ഇലാസ്തിക സ്വഭാവത്തെക്കുറിച്ചുള്ള അറിവ് അനിവാര്യമാണ്. ഇതുപോലെ പാലങ്ങൾ, ഓട്ടോമൊബൈലുകൾ, റോപ്പ്‌വേകൾ മുതലായവയുടെ രൂപകൽപ്പനയിലും ഇത്തരം അറിവുകൾ അത്യാവശ്യമാണ്. ആവശ്യത്തിന് ദൃഢതയുള്ളതും വളരെ ഭാരം കുറഞ്ഞതുമായ ഒരു വിമാനം നമുക്ക് രൂപകൽപന ചെയ്യാൻ സാധിക്കുമോ? ഭാരം കുറഞ്ഞതും കാഠിന്യമേറിയതുമായ കൃത്രിമക്കാലുണ്ടാക്കാൻ നിങ്ങൾക്ക് കഴിയുമോ? എന്തുകൊണ്ടാണ് റെയിൽവേ പാളങ്ങൾക്ക് I ആകൃതി നൽകിയിരിക്കുന്നത്? എന്തുകൊണ്ട് ഗ്ലാസ്സ് പൊട്ടുന്നു, എന്നാൽ ബ്രാസ്സ് (ഓട്) പൊട്ടുന്നില്ല? ഇത്തരത്തിലുള്ള ചോദ്യങ്ങളുടെ ഉത്തരങ്ങൾ കണ്ടെത്തുവാൻ, വ്യത്യസ്ത ഖരവസ്തുക്കളിൽ വിവിധതരത്തിലുള്ള ഭാരവും ബലവും പ്രയോഗിക്കുമ്പോഴുണ്ടാകുന്ന വ്യതിയാനങ്ങളെക്കുറിച്ച് അറിയേണ്ടി വരും. ഈ അധ്യായത്തിൽ ഖരവസ്തുക്കളുടെ ഇലാസ്തിക സ്വഭാവവും അവയുടെ ബലതന്ത്ര സവിശേഷതകളും നാം മനസ്സിലാക്കുകയും അവ മുകളിൽ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന തരത്തിലുള്ള ചോദ്യങ്ങൾക്ക് ഉത്തരം ലഭിക്കാൻ സഹായിക്കുകയും ചെയ്യും.

9.2 ഖരവസ്തുക്കളുടെ ഇലാസ്തികസ്വഭാവം (Elastic behaviour of Solids)

ഒരു ഖരവസ്തുവിലെ ഓരോ ആറ്റവും അല്ലെങ്കിൽ തന്മാത്രയും സമീപസ്ഥങ്ങളായ ആറ്റങ്ങളാലോ തന്മാത്രകളാലോ വലയം ചെയ്യപ്പെട്ടിരിക്കുന്നു എന്ന് നിങ്ങൾക്കറിയാമല്ലോ. സന്തുലനാവസ്ഥയിൽ സ്ഥിരമായി നിൽക്കുമ്പോൾ ഇവ തന്മാത്രാന്തരബല (inter molecular force) ത്താലോ അറ്റോമികാന്തരബലത്താലോ ബന്ധിതമാണ്. ഒരു ഖരപദാർഥത്തിന് രൂപാന്തരം (deformation) സംഭവിക്കുമ്പോൾ അവയിലെ ആറ്റങ്ങൾക്കും തന്മാത്രകൾക്കും അവയുടെ സന്തുലിത സ്ഥാനങ്ങളിൽ നിന്നും സ്ഥാനാന്തരം സംഭവിക്കുന്നു. അതിനാൽ ആറ്റമികാന്തര (തന്മാത്രാന്തര) ദൂരങ്ങൾക്ക് വ്യതിയാനം സംഭവിക്കുന്നു. രൂപാന്തരബലം (deforming force) നീക്കം ചെയ്താൽ തന്മാത്രാന്തരബലം ഈ ആറ്റങ്ങളെ (തന്മാത്രകളെ) അതിന്റെ ആദ്യ സ്ഥാനത്തേക്ക് തിരികെയെത്തിക്കും. തൽഫലമായി വസ്തുവിന് അതിന്റെ പൂർവ ആകൃതിയും വലുപ്പവും തിരിച്ചു കിട്ടും. പൂർവാവസ്ഥയിലേക്കുള്ള പുനഃക്രമീകരണത്തെക്കുറിച്ചു മനസ്സിലാക്കുവാനായി ചിത്രം 9.1 ലെ സ്പ്രിംഗ് ബോൾ വ്യൂഹത്തിന്റെ മാതൃക സഹായകമാകുന്നു. ഇവിടെ ബോളുകൾ ആറ്റങ്ങളേയും സ്പ്രിംഗുകൾ ആറ്റമികാന്തര ബലങ്ങളെയും സൂചിപ്പിക്കുന്നു.



ചിത്രം 9.1 ഖരവസ്തുക്കളുടെ ഇലാസ്തിക സ്വഭാവ വിവരണത്തിനായുള്ള സ്പ്രിംഗ്ബാൾ മാതൃക.

ചിത്രത്തിൽ തുലനാവസ്ഥയിലിരിക്കുന്ന അവസ്ഥയിൽ നിന്ന് ഒരു ബോളിനെ നീക്കാൻ ശ്രമിച്ചാൽ സ്പ്രിംഗ് വ്യൂഹം അതിനെ പൂർവ അവസ്ഥയിലേക്ക് തിരികെയെത്തിക്കുന്നു. ഇത്തരത്തിൽ ഖരവസ്തുക്കളുടെ സൂക്ഷ്മ സ്വഭാവത്തിന്റെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ അവയുടെ ഇലാസ്തികസ്വഭാവം വിശദീകരിക്കാം. ഇംഗ്ലീഷ് ശാസ്ത്രജ്ഞനായ റോബർട്ട് ഹുക്ക് (1635 - 1703 A.D) സ്പ്രിംഗുകൾ ഉപയോഗിച്ചുള്ള പരീക്ഷണത്തിൽനിന്ന് ഒരു വസ്തുവിന്റെ നീളത്തിലുണ്ടാകുന്ന വ്യത്യാസം പ്രയോഗിക്കുന്ന ബലത്തിനോ ഭാരത്തിനോ ആനുപാതികമായിരിക്കുമെന്ന് തെളിയിച്ചു. 1676-ൽ അദ്ദേഹം ആവിഷ്കരിച്ച ഇലാസ്തികനിയമം ഇപ്പോൾ ഹുക്ക്സ് നിയമം എന്നറിയപ്പെടുന്നു. ഈ നിയമത്തെപ്പറ്റി വിഭാഗം 9.4 ൽ നമുക്ക് പഠിക്കാം. ബോയിൽ നിയമത്തെപ്പോലെ ശാസ്ത്രത്തിലെ അളവുകൾ സംബന്ധിച്ച ബന്ധം പ്രതിപാദിക്കുന്ന ആദ്യകാല നിയമങ്ങളിൽ ഒന്നായി ഈ നിയമവും കരുതപ്പെടുന്നു. എഞ്ചിനീയറിംങ് രൂപകൽപനയുടെ തലത്തിൽ വിവിധതരത്തിലുള്ള ഭാരത്തിനു വിധേയമാകുമ്പോഴുണ്ടാകുന്ന പദാർഥങ്ങളുടെ സ്വഭാവം അറിഞ്ഞിരിക്കേണ്ടത് പ്രാധാന്യമേറിയ ഒന്നാണ്.

9.3 സ്ട്രെസ്സും സ്ട്രെയിനും (Sress and Strain)

സന്തുലനാവസ്ഥയിലിരിക്കുന്ന ഒരു വസ്തുവിൽ ബലം പ്രയോഗിക്കപ്പെടുമ്പോൾ അതിനുണ്ടാകുന്ന രൂപമാറ്റം (deformation) വസ്തു നിർമിച്ചിരിക്കുന്ന പദാർഥത്തിന്റെ സ്വഭാവം, രൂപാന്തര ബലത്തിന്റെ പരിമാണം എന്നിവയെ ആശ്രയിക്കുന്നു. മിക്ക പദാർഥങ്ങളിലും ഇത്തരം രൂപാന്തരം നിരീക്ഷിക്കുവാൻ പറ്റുന്നവിധത്തിൽ വലുതല്ല. ഒരു വസ്തുവിനെ രൂപാന്തരബലത്തിന് വിധേയമാക്കുകയാ

റോബർട്ട് ഹുക്ക്
(1635 – 1703 A.D.)

ഐസിൽ ഓഫ് വൈറ്റിലെ ഫ്രെഷ്‌വാട്ടറെന്ന സ്ഥലത്ത് 1635 ജൂലൈ 18 ന് റോബർട്ട് ഹുക്ക് ജനിച്ചു. പതിനേഴാം നൂറ്റാണ്ടിലെ സമർഥനും ബഹുമുഖപ്രതിഭയുമായ ഇംഗ്ലീഷ് ശാസ്ത്രജ്ഞന്മാരിലൊരാളായിരുന്നു അദ്ദേഹം. ഓക്സ്ഫോർഡ് യൂണിവേഴ്സിറ്റിയിൽ ചേർന്നുവെങ്കിലും ബിരുദം നേടാനായില്ല. എന്നിട്ടും അദ്ദേഹം വളരെയധികം കഴിവുള്ള ഉപജ്ഞാതാവും ഉപകരണനിർമാതാവും വാസ്തു ശില്പിയുമായി. ബോയ്‌ലിയൻ വായു പമ്പുകളുടെ നിർമാണത്തിന് റോബർട്ട് ബോയിലിന്റെ സഹായിയായി പ്രവർത്തിച്ചിട്ടുണ്ട്. 1662 ൽ സ്ഥാപിക്കപ്പെട്ട റോയൽ സൊസൈറ്റിയുടെ പരീക്ഷണവിഭാഗത്തിന്റെ മേൽനോട്ടക്കാരനായി അദ്ദേഹം നിയമിതനായി. 1665 മുതൽ ഗ്രെഷാം കോളേജിൽ ജ്യോമട്രി പ്രൊഫസറായി സേവനമനുഷ്ഠിച്ചു. ഇവിടെ വച്ച് അദ്ദേഹം ജ്യോതിശാസ്ത്രസംബന്ധമായ ധാരാളം നിരീക്ഷണങ്ങൾ നടത്തുകയുണ്ടായി. ഗ്രിഗോറിയൻ റിഫ്ളക്ടിംഗ് ടെലസ്കോപ്പ് നിർമിച്ചു, ഓറിയോൺ നക്ഷത്രഗണത്തിലെ ട്രപ്പീസിയത്തിലെ അഞ്ചാമത്തെ നക്ഷത്രം കണ്ടുപിടിച്ചു; കൂടാതെ അതിനുള്ളിലുള്ള ആസ്റ്ററിസവും കണ്ടു പിടിച്ചു. വ്യാഴഗ്രഹം അതിന്റെ അക്ഷത്തിൽ കൂടി കറങ്ങുന്നു എന്ന് നിർദേശിച്ചു. ചൊവ്വായുടെ സമഗ്രമായ രേഖാചിത്രം വരച്ചു. ഇത് പിന്നീട് 19-ാം നൂറ്റാണ്ടിൽ ഗ്രഹത്തിന്റെ ഭ്രമണനിരക്ക് നിർണയിക്കാനുപയോഗിക്കപ്പെട്ടു. ഗ്രഹങ്ങളുടെ സഞ്ചാരം വിശദീകരിക്കാൻ വ്യുൽക്രമവർഗനിയമം (Inverse square law) പ്രസ്താവിച്ചു. ഇത് പിന്നീട് ന്യൂട്ടൺ പരിഷ്കരിച്ചു. ഇവയൊക്കെ അദ്ദേഹത്തിന്റെ നേട്ടങ്ങളാണ്. അദ്ദേഹം റോയൽ സൊസൈറ്റിയിലെ തിരഞ്ഞെടുക്കപ്പെട്ട വ്യക്തിയും 1667 മുതൽ 1682 വരെ സൊസൈറ്റിയുടെ സെക്രട്ടറിയുമായിരുന്നു. അദ്ദേഹം രചിച്ച മൈക്രോഗ്രാഫിയയിലെ നിരീക്ഷണങ്ങളുടെ ശ്രേണിയിൽ പ്രകാശത്തിന്റെ തരംഗസിദ്ധാന്തം നിർദേശിക്കുകയും ജീവശാസ്ത്രവുമായി ബന്ധപ്പെട്ട് ആദ്യമായി സെൽ എന്ന പദം ഉപയോഗിക്കുകയും ചെയ്തു. ഇലാസ്തികതയുമായി ബന്ധപ്പെട്ട നിയമമാണ് ഭൗതികശാസ്ത്രജ്ഞർക്കിടയിൽ ഹുക്കിനെ പ്രശസ്തനാക്കിയത്. ഈ നിയമം സ്ട്രെസ്സ്, സ്ട്രെയിൻ തുടങ്ങിയവയെപ്പറ്റിയുള്ള പഠനങ്ങൾക്ക് അടിസ്ഥാനമിടുകയും പദാർഥങ്ങളുടെ ഇലാസ്തികതയെപ്പറ്റി മനസ്സിലാക്കാനും അടിസ്ഥാനം ആയി.

ണെങ്കിൽ വസ്തുവിൽ പുനഃസ്ഥാപന ബലം (restoring force) സംജാതമാകുന്നു. ഇത് പ്രയോഗിക്കപ്പെട്ട ബലത്തിനു തുല്യപരിമാണമുള്ളതും വിപരീതദിശയിലുള്ളതുമാണ്. യൂണിറ്റ് പരപ്പളവിലുണ്ടാകുന്ന ഇത്തരം ബലമാണ് സ്ട്രെസ്സ് (stress). വസ്തുവിന്റെ ഛേദതലപരപ്പളവ് (area of cross section) A യും പ്രയോഗിക്കപ്പെട്ട ബലം F ഉം ആണെങ്കിൽ

$$\text{സ്ട്രെസ്സിന്റെ പരിമാണം} = F/A \tag{9.1}$$

സ്ട്രെസ്സിന്റെ SI യൂണിറ്റ് Nm^{-2} അഥവാ പാസ്കൽ (Pa) ആണ്. ഇതിന്റെ ഡൈമെൻഷണൽ സമവാക്യം (dimensional formula) $[ML^{-1}T^{-2}]$ ആണ്.

ഒരു ഖരപദാർഥത്തിൽ ബാഹ്യബലം പ്രയോഗിക്കുമ്പോൾ അത് മൂന്ന് രീതിയിൽ അവയുടെ രൂപത്തിൽ മാറ്റം വരുത്തുന്നു. ഇത് ചിത്രം 9.2. ൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നു. ചിത്രം 9.2 (a) യിൽ ഒരു സിലിണ്ടറിനെ അതിന്റെ ഛേദതല പരപ്പളവിന് ലംബമായ രണ്ട് തുല്യബലമുപയോഗിച്ച് വലിച്ചുനീട്ടിയിരിക്കുന്നു. ഈ പ്രവർത്തനത്തിൽ സിലിണ്ടറിന്റെ യൂണിറ്റ് പരപ്പളവിലുണ്ടാകുന്ന പുനഃസ്ഥാപന ബലത്തെ (restoring force) **ടെൻസൈൽ സ്ട്രെസ്സ് (വലിവു പ്രതിബലം) (Tensile stress)** എന്നു വിളിക്കുന്നു. പ്രയോഗിക്കപ്പെട്ട ബലത്തിന്റെ പ്രവർത്തനംമൂലം സിലിണ്ടർ ചുരുക്കപ്പെടുകയാണെങ്കിൽ യൂണിറ്റ് പരപ്പളവിലുണ്ടാകുന്ന പുനസ്ഥാപന ബലത്തെ **കംപ്രസ്സീവ് സ്ട്രെസ്സ് (സമ്മർദിത പ്രതിബലം) (Compressive stress)** എന്നു വിളിക്കുന്നു. വലിവ്/ കംപ്രസ്സീവ് സ്ട്രെസ്സിനെ **ലോഞ്ചിട്യൂഡിനൽ സ്ട്രെസ്സ് (longitudinal stress)** എന്നും വിളിക്കാം.

രണ്ട് പ്രവർത്തനങ്ങളിലും സിലിണ്ടറിന്റെ നീളത്തിൽ വ്യത്യാസമുണ്ടാകുന്നു. നീളത്തിലുണ്ടാകുന്ന വ്യത്യാസം ΔL ഉം യഥാർഥനീളം L ഉം തമ്മിലുള്ള അനുപാതത്തെ **അനുദൈർഘ്യസ്ട്രെയിൻ (longitudinal strain)** എന്നു വിളിക്കുന്നു.

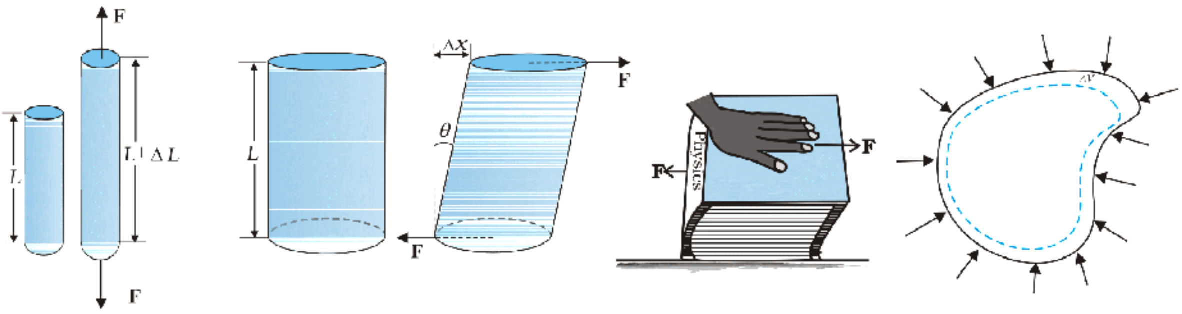
$$\text{അനുദൈർഘ്യസ്ട്രെയിൻ} = \frac{\Delta L}{L} \tag{9.2}$$

എന്നാൽ ചിത്രം 9.2(b) യിൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നതുപോലെ സിലിണ്ടറിന്റെ ഛേദതലപ്പരപ്പളവിന് സമാന്തരമായി തുല്യവും വിപരീതവുമായ രൂപാന്തരബലം പ്രയോഗിക്കുന്നുവെങ്കിൽ സിലിണ്ടറിന്റെ എതിർമുഖങ്ങൾക്കിടയിൽ ആപേക്ഷികസ്ഥാനാന്തരമുണ്ടാകുന്നു. പ്രയോഗിച്ച സ്പർശരേഖീയ ബലംമൂലം യൂണിറ്റ് പരപ്പളവിൽ രൂപീകൃതമായ പുനഃസ്ഥാപന ബലത്തെ **ടാഞ്ചൻഷ്യൽ സ്ട്രെസ്സ്** (tangential stress) അഥവാ **ഷിയറിംങ് സ്ട്രെസ്സ്** (shearing stress) എന്ന് വിളിക്കുന്നു.

പ്രയോഗിച്ച ടാഞ്ചൻഷ്യൽ ബലത്തിന്റെ ഫലമായി സിലിണ്ടറിന്റെ എതിർവശവുമായി ഉണ്ടാക്കുന്ന ആപേക്ഷികസ്ഥാനാന്തരം Δx ആണെന്ന് ചിത്രം 9.2(b) യിൽ കാണാം. ഇപ്പോൾ ഉണ്ടാകുന്ന വിരൂപണത്തെ (deformation) **ഷിയറിംങ് സ്ട്രെയിൻ (shearing strain)** എന്ന് വിളിക്കുന്നു. ആപേക്ഷിക സ്ഥാനാന്തരമായ Δx ഉം സിലിണ്ടറിന്റെ നീളമായ L ഉം തമ്മിലുള്ള അനുപാതമാണ് ഷിയറിംങ് സ്ട്രെയിൻ (shearing strain) എന്ന് നിർവചിക്കപ്പെട്ടിരിക്കുന്നു.

$$\text{ഷിയറിംങ് സ്ട്രെയിൻ} = \frac{\Delta x}{L} = \tan\theta \tag{9.3}$$

സിലിണ്ടറിന്റെ യഥാർഥ സ്ഥാനവുമായി ഉണ്ടാക്കുന്ന കോണീയ സ്ഥാനാന്തരമാണ് θ. സാധാരണയായി θ വളരെ ചെറുതാണ്. അതിനാൽ θ യുടെ അളവ് റേഡി



(a) (b) (c) (d)

ചിത്രം 9.2 *(a) ടെൻസൈൽ സ്ട്രെസ്സിനു വിധേയമായ സിലിണ്ടറാകൃതിയിലുള്ള ഒരു വസ്തുവിലുണ്ടായ ΔL ദീർഘീകരണം (b) സിലിണ്ടർ ഷിയറിംങ് സ്ട്രെയിനിന് വിധേയമാകുമ്പോൾ θ കോണളവോടുകൂടി രൂപമാറ്റം സംഭവിക്കുന്നു. (c) ഷിയറിംങ് സ്ട്രെയിനിന് വിധേയമായ ഒരു വസ്തു. (d) ഒരു ഖരവസ്തുവിന്റെ പ്രതലത്തിൽ എല്ലാ ബിന്ദുവിലും ലംബമായി അനുഭവപ്പെടുന്ന സ്ട്രെസ്സ്. $\frac{\Delta V}{V}$ എന്നത് വ്യാപ്താധിഷ്ഠിത സ്ട്രെയിൻ (Volumetric strain) ആണ്. എന്നാൽ ഖരപദാർഥത്തിന്റെ ആകൃതിക്ക് മാറ്റം സംഭവിക്കുന്നുമില്ല.*

യൻ യൂണിറ്റിലാണെങ്കിൽ tan θ യുടെ വില ഏകദേശം θ കോണളവിന് തുല്യമാണ്. (ഉദാ: θ യുടെ വില 10° ആണെങ്കിൽ θ യും tan θ യും തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം വെറും 1% മാത്രമാണ്.)

ചിത്രം 9.2 (c) യിൽ ചിത്രീകരിച്ചിരിക്കുന്നതുപോലെ പുസ്തകത്തെ കൈകൊണ്ട് അമർത്തി തിരശ്ചീനമായി തള്ളുക. അപ്പോഴുണ്ടാകുന്ന

$$\text{ഷിയറിംങ് സ്ട്രെയിൻ} = \tan\theta \approx \theta \qquad (9.4)$$

ചിത്രം 9.2 (d) ൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നതുപോലെ ഉയർന്ന മർദമുള്ള ഒരു ദ്രാവകത്തിൽ വച്ചിരിക്കുന്ന ഖര ഗോളത്തിന്റെ എല്ലാ വശങ്ങളും ഒരേപോലെ ഞെരുക്കപ്പെടുന്നു. ഗോളത്തിന്റെ പ്രതലത്തിലെ ഓരോ ബിന്ദുവിലും ദ്രാവകം പ്രയോഗിക്കുന്ന ബലം ലംബദിശയിലായതിനാൽ പ്രസ്തുത വസ്തു ദ്രവചലിതസമ്മർദനത്തിന് (hydraulic compression) വിധേയമായിരിക്കും. ഇത് വസ്തുവിന്റെ ജ്യാമിതീയ ആകൃതിക്ക് വ്യത്യാസം വരാതെ, ഉള്ളളവിൽ കുറവുണ്ടാക്കുന്നു.

വസ്തുവിൽ ആന്തരികമായി സൃഷ്ടിക്കപ്പെടുന്ന പുനഃസ്ഥാപന ബലം ദ്രാവകം വസ്തുവിൽ പ്രയോഗിക്കുന്ന ബലത്തിന് തുല്യവും വിപരീതവുമായിരിക്കും. (ദ്രാവകത്തിൽനിന്നും വസ്തുവിനെ പുറത്തെടുത്താൽ അത് യഥാർഥ ആകൃതിയിലേക്കും വലുപ്പത്തിലേക്കും തിരിച്ചു വരും.) ഈ പ്രവർത്തനത്തിൽ യൂണിറ്റ് പരപ്പളവിൽ ആന്തരികമായി പുനഃസ്ഥാപിക്കപ്പെടുന്ന ബലത്തെ **ദ്രവചലിത സ്ട്രെസ്സ്** (hydraulic stress) എന്ന് വിളിക്കുന്നു. ഇതിന്റെ പരിമാണം ദ്രവചലിത മർദത്തിന് (hydro dynamic pressure) തുല്യമാണ്. (യൂണിറ്റ് പരപ്പളവിൽ പ്രയോഗിക്കുന്ന ബലം)

ദ്രവചലിതമർദം ഉണ്ടാക്കുന്ന രൂപമാറ്റത്തെ **വോളിയം സ്ട്രെയിൻ (volume strain)** എന്നു വിളിക്കുന്നു. ഉള്ളളവിലുണ്ടാകുന്ന വ്യത്യാസവും യഥാർഥ ഉള്ളളവും തമ്മിലുള്ള അനുപാതമാണ് വോളിയം സ്ട്രെയിൻ അഥവാ വ്യാപ്തവിരൂപണം.

$$\text{വ്യാപ്ത വിരൂപണം (Volume strain)} = \frac{\Delta V}{V} \qquad (9.5)$$

സ്ട്രെയിൻ എന്നത് പരിമാണത്തിലുണ്ടായ വ്യത്യാസവും യഥാർഥ പരിമാണവും തമ്മിലുള്ള അനുപാതമാണ്. അതുകൊണ്ട് ഇതിന് പ്രത്യേക യൂണിറ്റോ ഡൈമൻഷൻ സൂത്രവാക്യമോ ഇല്ല.

9.4 ഹുക്ക് നിയമം (Hooke's law)

ചിത്രം (9.2) ൽ വിവിധ രൂപത്തിലുള്ള സാഹചര്യങ്ങളുടെ സ്ട്രെസ്സും സ്ട്രെയിനും ചിത്രീകരിച്ചിട്ടുണ്ട്. ചെറിയ രൂപമാറ്റങ്ങൾക്ക് സ്ട്രെസ്സും സ്ട്രെയിനും നേർ അനുപാതത്തിലാണ്. ഇതിനെ ഹുക്ക്നിയമം എന്ന് വിളിക്കുന്നു. അതായത്

$$\text{സ്ട്രെസ്സ്} \propto \text{സ്ട്രെയിൻ}$$

$$\text{സ്ട്രെസ്സ്} = k \times \text{സ്ട്രെയിൻ} \qquad (9.6)$$

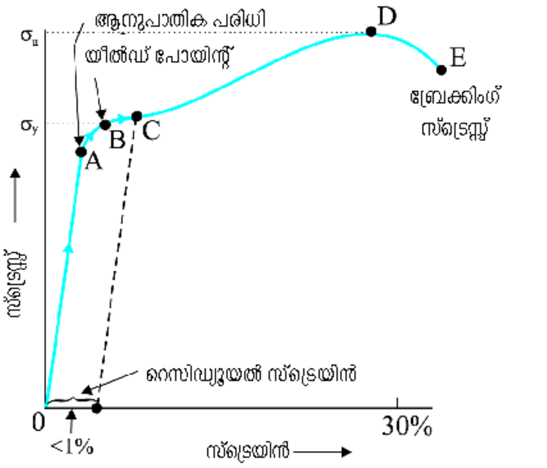
ഇവിടെ k എന്നത് ഒരു അനുപാത സ്ഥിരാങ്കം ആണ്. ഇതിനെ ഇലാസ്റ്റികതാ മോഡുലസ് (Modulus of elasticity) എന്ന് വിളിക്കുന്നു. ഹുക്കിന്റെ നിയമം ഒരു ആനുഭവിക (Empirical) നിയമമാണ്. ഭൂരിഭാഗം വസ്തുക്കൾക്കും പൊതുവേ ഇത് ബാധകമാണ്. എന്നാൽ ചില വസ്തുക്കൾ ഈ നിയമം (അതായത് സ്ട്രെസ്സും സ്ട്രെയിനും തമ്മിലുള്ള നേർ അനുപാതം) പാലിക്കുന്നില്ല.

9.5 സ്ട്രെസ്സ് – സ്ട്രെയിൻ ഗ്രാഫ് (Stress-Strain curve)

ടെൻസൈൽ സ്ട്രെസ്സിന് വിധേയമാക്കുന്ന ഒരു പദാർഥത്തിന്റെ സ്ട്രെസ്സും സ്ട്രെയിനും തമ്മിലുള്ള ബന്ധം പരീക്ഷണങ്ങളിലൂടെ കണ്ടെത്താം. ഇതിനായി ഒരു

സിലിണ്ടറോ വയറോ ബലം പ്രയോഗിച്ച് വലിച്ച് നീട്ടുക. വ്യതിയാനവും ആദ്യനീളവും തമ്മിലുള്ള അനുപാതം (സ്ട്രെയിൻ), സ്ട്രെയിനിനു കാരണമായ പ്രയോഗിച്ച ബലം എന്നിവ രേഖപ്പെടുത്തുക. പ്രയോഗിക്കപ്പെടുന്ന ബലം പടി പടിയായി വർധിപ്പിച്ച് നീളത്തിലുള്ള വ്യത്യാസം രേഖപ്പെടുത്തുക. സ്ട്രെസ്സിന്റെയും സ്ട്രെയിനിന്റെയും വിലകൾ ഉപയോഗിച്ച് ഒരു ഗ്രാഫു വരയ്ക്കുക. ഒരു സാധാരണ ലോഹത്തിന്റെ ഇത്തരം ഗ്രാഫാണ് ചിത്രം 9.3 ൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നത്.

ഇതിനു സമാനമായ ഗ്രാഫുകൾ **കംപ്രഷനും ഷിയറിംങ് സ്ട്രെയിനിനും** ലഭ്യമാണ്. സ്ട്രെസ്സ്-സ്ട്രെയിൻ ഗ്രാഫുകൾ ഓരോ പദാർഥത്തിനും വ്യത്യസ്തമായിരിക്കും. വസ്തുവിൽ പ്രയോഗിക്കപ്പെടുന്ന ബലത്തിന്റെ മൂല്യം കൂടുന്നതിനനുസരിച്ച് ഒരു പദാർഥത്തിന് രൂപമാറ്റം സംഭവിക്കുന്നതെങ്ങനെയെന്ന് മനസ്സിലാക്കാൻ ഇത്തരം ഗ്രാഫുകൾ സഹായിക്കുന്നു. ഗ്രാഫിൽ O മുതൽ A വരെയുള്ള മേഖല രേഖീയമാണെന്ന് (linear) കാണാം. ഈ മേഖലയിൽ ഹുക്കിന്റെ നിയമം പൂർണമായും പാലിക്കപ്പെടുന്നു. അതായത് പ്രയോഗിക്കപ്പെട്ട ബലം പിൻവലി



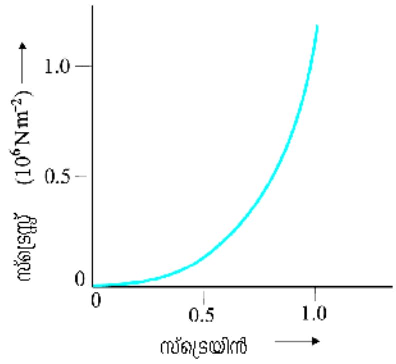
ചിത്രം 9.3 ഒരു ലോഹത്തിന്റെ മാതൃകാപരമായ സ്ട്രെസ്സിലെ സ്ട്രെയിൻ ഗ്രാഫ്

ച്ചാൽ വസ്തു അതിന്റെ യഥാർഥ അളവുകളോടെ പൂർവസ്ഥിതിയിൽ തിരിച്ചെത്തും. ഈ മേഖലയിൽ ഖരപദാർഥം ഇലാസ്തിക സ്വഭാവമുള്ള വസ്തുവായി പ്രവർത്തിക്കും.

A മുതൽ B വരെയുള്ള മേഖലയിൽ സ്ട്രെസ്സും സ്ട്രെയിനും ആനുപാതികമല്ല. എന്നിരുന്നാലും ഈ മേഖലയിലും ബലം മാറ്റുമ്പോൾ വസ്തു അതിന്റെ പൂർവ്വ സറിതിയിലേക്ക് തിരികെ വരുന്നു. ഗ്രാഫിലെ B എന്ന ബിന്ദുവിനെ **യീൽഡ് പോയിന്റ് (yield point)** അഥവാ **ഇലാസ്തിക പരിധി (elastic limit)** എന്നു വിളിക്കുന്നു. ഈ ബിന്ദുവിലെ സ്ട്രെസ്സിനെ പദാർഥത്തിന്റെ **യീൽഡ് സ്ട്രെങ്ത്ത് (σ_y)** എന്നു വിളിക്കുന്നു.

ഭാരത്തിന്റെ അളവ് വീണ്ടും വർധിപ്പിച്ചാൽ സ്ട്രെസ്സിന്റെ മൂല്യം യീൽഡ് സ്ട്രെങ്ത്തിനെക്കൾ (yield strength) കൂടുതലാകുകയും സ്ട്രെസ്സിലുണ്ടാകുന്ന ചെറിയ വ്യത്യാസം സ്ട്രെയിൻ പെട്ടെന്ന് വർധിക്കാൻ കാരണമാകുകയും ചെയ്യുന്നു. ഗ്രാഫിലെ B യും D യും ഈ ഭാഗത്തെ സൂചിപ്പിക്കുന്നു. B യ്ക്കും D യ്ക്കും ഇടയിലുള്ള C പോലുള്ള ഏതെങ്കിലും ബിന്ദുവിൽ വച്ച് വസ്തുവിലനുഭവപ്പെടുന്ന ഭാരം നീക്കം ചെയ്താൽ അതിന്റെ ആദ്യ അളവിലേക്ക് തിരിച്ചെത്താൻ വസ്തുവിന് സാധിക്കുന്നില്ല. അതായത് ഇത്തരം സാഹചര്യത്തിൽ എപ്പോഴെങ്കിലും സ്ട്രെസ്സ് പൂജ്യം ആയാൽ **സ്ട്രെയിൻ പൂജ്യം** ആയിരിക്കുകയില്ല. ഇപ്പോൾ പദാർഥത്തെ **പെർമനന്റ് സെറ്റ് (permanent set)** എന്ന് വിളിക്കാം. ഇവിടെയുള്ള രൂപമാറ്റത്തെ പ്ലാസ്റ്റിക് രൂപമാറ്റം എന്നുവിളിക്കാം. ഗ്രാഫിലെ D എന്ന ബിന്ദു പദാർത്ഥത്തിന്റെ **അന്തിമവലിവുശേഷിയാണ്** (ultimate tensile strength) (σ_u). ഈ ബിന്ദുവിനപ്പുറത്ത് പ്രയോഗിക്കപ്പെട്ട ബലത്തിൽ കുറവുണ്ടായാൽപോലും അധിക സ്ട്രെയിനുണ്ടായി E എന്ന ബിന്ദുവിൽ പൊട്ടിപ്പോകുകയും ചെയ്യുന്നു. ഒരു പദാർഥത്തിലെ അന്തിമ വലിവുശേഷിയും ഫ്രാക്ചർപോയിന്റും അടുത്തായിരുന്നാൽ പദാർഥം ഭംഗുരമായിരിക്കും (brittle). എന്നാൽ ഇവ വളരെയകലെയാണെങ്കിൽ ആ പദാർഥങ്ങളെ അടിച്ചു പരത്തുവാൻ കഴിയുന്നവയുമായിരിക്കും (ductile).

നേരത്തെ പ്രസ്താവിച്ചതുപോലെ, സ്ട്രെസ്സ്-സ്ട്രെയിൻ സ്വഭാവങ്ങൾ, ഓരോ പദാർഥത്തിലും വ്യത്യസ്തമായിരിക്കും. ഉദാഹരണത്തിന് റബ്ബറിനെ പല പ്രാവശ്യം വലിച്ചുവിട്ടാൽ പോലും അത് യഥാർഥ ആകൃതിയിലേക്ക് തിരികെയെത്തുന്നു. ചിത്രം 9.4ൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നത് ഹൃദയവാൽവായ അയോർട്ടയിലെ ഇലാസ്തികകലകളുടെ സ്ട്രെസ്സ്-സ്ട്രെയിൻ ഗ്രാഫാണ്. ഇവിടെ ഇലാസ്തിക മേഖല വളരെ വലുതാണെങ്കിലും ഈ ഗ്രാഫിന്റെ ഭൂരിഭാഗം മേഖലകളിലും ഹുക്കിന്റെ നിയമം പാലിക്കപ്പെടുന്നില്ല. മറ്റൊന്ന് ഇവിടെ കൃത്യമായി നിർവചിക്കപ്പെട്ട പ്ലാസ്റ്റിക് മേഖലയില്ല. അയോർട്ടയിലെ കലകൾ, റബ്ബർ തുടങ്ങിയ പദാർഥങ്ങളെ വലിച്ചുനീട്ടി ഉയർന്ന സ്ട്രെയിൻ ഉണ്ടാക്കാവുന്നതിനാൽ ഇവയെ ഇലാസ്റ്റോമറുകളെന്ന് (elastomers) വിളിക്കുന്നു.



ചിത്രം 9.4 ഹൃദയത്തിൽ നിന്നും രക്തം വഹിക്കുന്ന വലിയ കുഴലായ അയോർട്ടയിലെ ഇലാസ്തികകലകളുടെ സ്ട്രെസ്സ് സ്ട്രെയിൻ ഗ്രാഫ്.

പട്ടിക 9.1 ചില പദാർഥങ്ങളുടെ യങ്ങ്സ് മോഡുലസുകൾ, ഇലാസ്തിക പരിധി, വലിവുശക്തികൾ (tensile strength)

പദാർത്ഥം	സാന്ദ്രത Density kgm-3	യങ്ങ്സ് മോഡുലസ് $10^9\ N/m^2$	ഇലാസ്തിക പരിധി $10^6\ N/m^2$%	വലിവുശേഷി $10^6\ N/m^2$ σ_u
അലൂമിനിയം	2710	70	110	95
കോപ്പർ	8890	110	400	200
ഇരുമ്പ്	7800-7900	190	330	170
സ്റ്റീൽ	7860	200	400	250
ഗ്ലാസ്	2190	65	50	—
കോൺക്രീറ്റ്	2320	30	40	—
തടി	525	13	50	—
എല്ല്	1900	9	170	—
പോളിസ്ടിറെൻ	1050	3	48	—

കംപ്രഷന് വിധേയമായി പരീക്ഷിക്കപ്പെട്ട പദാർഥങ്ങൾ

9.6 ഇലാസ്തിക മോഡുലസ്സുകൾ (Elastic Moduli)

എഞ്ചിനീയറിംങ് രൂപകൽപനകളിൽ വലിയ പ്രാധാന്യ മർഹിക്കുന്ന ഒന്നാണ് സ്ട്രെസ്സ്-സ്ട്രെയിൻ ഗ്രാഫിലെ ഇലാസ്തികപരിധിക്കുള്ളിലെ ആനുപാതികമേഖല (ചിത്രം 9.3 ലെ OA എന്ന മേഖല). **സ്ട്രെസ്സിന്റെയും സ്ട്രെയിനിന്റെയും ഹരണഫലത്തെ ഇലാസ്തികതയുടെ മോഡുലസ് (modulus of elasticity)** എന്നു വിളിക്കുന്നു. ഇത് പദാർഥങ്ങളുടെ ഒരു സവിശേഷതയായി കണക്കാക്കപ്പെടുന്നു.

9.6.1 യങ്ങ്സ് മോഡുലസ് (Young's Modulus)

പരീക്ഷണനിരീക്ഷണത്തിന്റെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ തന്നിരിക്കുന്ന ഒരു പദാർഥത്തിൽ സ്ട്രെസ്സ് വലിവുബലമോ സമ്മർദ്ദനമോ ആയാലുണ്ടാകുന്ന സ്ട്രെയിനിന്റെ അളവ് ഒരു പോലെയായിരിക്കും. ടെൻസൈൽ അഥവാ കംപ്രഷൻ സ്ട്രെസ്സിന്റെയും (σ) ലോഞ്ചിട്യൂഡിനൽ സ്ട്രെയിനിന്റെയും (ε) ഹരണഫലത്തെ **യങ്ങ്സ് മോഡുലസ് (youngs modulus)** എന്നു വിളിക്കുന്നു. ഇത് Y എന്ന അക്ഷരം കൊണ്ട് സൂചിപ്പിക്കുന്നു.

അതായത് $$Y = \frac{\sigma}{\varepsilon} \qquad (9.7)$$

സമവാക്യങ്ങൾ (9.1) , (9.2) ഇവ ഉപയോഗിച്ച്

$Y = (F/A)/(\Delta L/L)$

$$Y = (F \times L)/(A \times \Delta L) \qquad (9.8)$$

എന്നാൽ സ്ട്രെയിൻ (strain) ഒരു ഡൈമെൻഷനില്ലാത്ത അളവായതുകൊണ്ട് യങ്ങ്സ്മോഡുലസിന്റെയും സ്ട്രെസ്സിന്റെയും യൂണിറ്റുകൾ തുല്യമാണ്. അതായത് ഇതിന്റെ യൂണിറ്റ് ന്യൂട്ടൺ/മീറ്റർ^2($N\ m^{-2}$) അഥവാ പാസ്കൽ (Pa) ആണ്. പട്ടിക 9.1 കുറെ പദാർഥങ്ങളുടെ യങ്ങ്സ് മോഡുലസ്സുകളും യീൽഡ് ശക്തികളും (yield strength) നൽകുന്നു.

പട്ടിക 9.1 പ്രകാരം ലോഹങ്ങളുടെ യങ്ങ്സ് മോഡുലസ്സുകൾ വളരെ വലുതാണെന്നത് ശ്രദ്ധിക്കുക. അതുകൊണ്ട് ഇത്തരം പദാർഥങ്ങളുടെ നീളത്തിൽ ചെറിയവ്യത്യാസം വരുത്തുന്നതിന് വലിയ ബലത്തിന്റെ ആവശ്യമുണ്ട്. $0.1 cm^2$ ഛേദതല പരപ്പളവുള്ള വളരെ കനം കുറഞ്ഞ ഒരു സ്റ്റീൽ കമ്പിയുടെ നീളം 0.1% വർധിപ്പിക്കുന്നതിന് 2000 N ബലം ആവശ്യമുണ്ട്. സ്റ്റീൽകമ്പിയിലുണ്ടാക്കിയ അതേ രൂപമാറ്റം അതേ പരപ്പളവുള്ള അലൂമിനിയം, ബ്രാസ്സ്, ചെമ്പ് എന്നീ കമ്പികളിലുണ്ടാക്കാൻ ആവശ്യമായ ബലങ്ങൾ യഥാക്രമം 690 N, 900 N, 1100 N എന്നിങ്ങനെയാണ്. ഇത് അർഥമാക്കുന്നത്, കോപ്പർ, അലൂമിനിയം, ബ്രാസ്സ് തുടങ്ങിയവയേക്കാൾ കൂടുതൽ ഇലാസ്തിക സ്വഭാവമുള്ളതാണ് സ്റ്റീൽ എന്നാണ്. ഈ കാരണത്താലാണ് ഹെവി ഡ്യൂട്ടി യന്ത്രങ്ങളിലും ഘടനാപരമായ രൂപകൽപ്പനകളിലും (Structural designs) സ്റ്റീലിന് മുൻഗണന നൽകുന്നത്. തടി, എല്ല്, കോൺക്രീറ്റ്, ഗ്ലാസ്സ് ഇവയ്ക്കെല്ലാം താരതമ്യേന കുറഞ്ഞ യങ്ങ്സ് മോഡുലസ്സുകളാണ്.

▶*ഉദാഹരണം 9.1* ഒരു സ്റ്റീൽ ദണ്ഡിന് 1 മീറ്റർ നീളവും 10 mm ആരവുമുണ്ട്. ഇതിനെ ഇതിന്റെ അഗ്രത്തിൽകൂടി 100 kN ബലം പ്രയോഗിച്ച് വലിച്ചു നീട്ടുന്നു. ദണ്ഡിലെ (a) പ്രതിബലം (stress), (b) ദീർഘീകരണം (elongation), (c) വിരൂപണം (strain) എന്നിവ കണക്കാക്കുക. സ്റ്റീലിന്റെ യംങ്ങ്സ് മോഡുലസ്സ് $2.0 \times 10^{11}\ N\ m^{-2}$ ആണ്.

ഉത്തരം : സ്റ്റീൽ ദണ്ഡിന്റെ ഒരഗ്രം ബലമായി ഉറപ്പിച്ചു വച്ചശേഷം മറ്റേ അഗ്രത്തിൽ ദണ്ഡിന്റെ നീളത്തിന് സമാന്തരമായി ബലം പ്രയോഗിക്കുക. അപ്പോൾ ദണ്ഡിലുണ്ടാകുന്ന സ്ട്രെസ്സ്

സ്ട്രെസ്സ് $= \frac{F}{A} = \frac{F}{\pi r^2}$

$$= \frac{100 \times 10^3 \text{ N}}{3.14 \times \left(10^{-2} \text{ m}\right)^2}$$

$= 3.18 \times 10^8$ N m^{-2}

ദീർഘീകരണം (elongation)

$$\Delta L = \frac{(F/A)L}{Y}$$

$$\frac{\left(3.18 \times 10^8 \text{ N m}^{-2}\right)(1 \text{ m})}{2 \times 10^{11} \text{ N m}^{-2}}$$

$= 1.59 \times 10^{-3}$ m $= 1.59$ mm

സ്ട്രെയിൻ

(രൂപമാറ്റം) $= \Delta L/L$

$= (1.59 \times 10^{-3}$ m$)/(1$m$)$

$= 1.59 \times 10^{-3}$

$= 0.16$ %

ഉദാഹരണം 9.2 : 2.2 m നീളമുള്ള ഒരു ചെമ്പുകമ്പിയും 1.6 m നീളമുള്ള ഒരു സ്റ്റീൽ കമ്പിയും (രണ്ടിന്റെയും വ്യാസം 3.0 mm) അഗ്രങ്ങൾ ബന്ധിപ്പിച്ചിരിക്കുന്നു. ഇവയെ ഒരു ഭാരം ഉപയോഗിച്ച് വലിച്ചുനീട്ടുമ്പോൾ ഇതിലെ ആകെ ദീർഘീകരണം 0.70 mm എന്ന് കാണാം. പ്രയോഗിച്ച ഭാരം കണക്കാക്കുക.

ഉത്തരം : ചെമ്പുകമ്പിയും സ്റ്റീൽ കമ്പിയും ടെൻസൈൽ സ്ട്രെസ്സിന് വിധേയമാകുന്നു. എന്തുകൊണ്ടെന്നാൽ ഇവയിലെ തുല്യവലിവുബലവും (tension) (W ഭാരത്തിന് തുല്യം) തുല്യ ഛേദതല പരപ്പളവ് A യുമാണ്. സമവാക്യം (9.7) പ്രകാരം

സ്ട്രെസ്സ് = സ്ട്രെയിൻ × യങ്ങ്സ് മോഡുലസ്സ്

അതുകൊണ്ട്

$W/A \quad Y_c \times (\Delta L_c/L_c) = Y_s \times (\Delta L_s/L_s)$

ഇവിടെ c, s എന്നീ കീഴ്ക്കുറിപ്പുകൾ സൂചിപ്പിക്കുന്നത് യഥാക്രമം കോപ്പറിനെയും സ്റ്റീലിനേയുമാണ്.

$\Delta L_c/\Delta L_s = (Y_s/Y_c) \times (L_c/L_s)$

തന്നിരിക്കുന്നവ , $L_c = 2.2$ m, $L_s = 1.6$ m,

പട്ടിക 9.1 ൽ നിന്ന് $Y_c = 1.1 \times 10^{11}$ N.m^{-2}, and

$Y_s = 2.0 \times 10^{11}$ N.m^{-2}.

$\Delta L_c/\Delta L_s = (2.0 \times 10^{11}/1.1 \times 10^{11}) \times (2.2/1.6) = 2.5.$

ആകെ ദീർഘീകരണം (elongation)

$\Delta L_c + \Delta L_s = 7.0 \times 10^{-4}$ m

മുകളിൽ പറഞ്ഞ സമവാക്യങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ചാൽ

$\Delta L_c = 5.0 \times 10^{-4}$ m, $\quad \Delta L_s = 2.0 \times 10^{-4}$ m.

അതായത്

$W = (A \times Y_c \times \Delta L_c)/L_c$

$= \pi\ (1.5 \times 10^{-3})^2 \times [(5.0 \times 10^{-4} \times 1.1 \times 10^{11})/2.2]$

$= 1.8 \times 10^2$ N

ഉദാഹരണം 9.3 : സർക്കസിലെ ഒരു അഭ്യാസി തന്റെ ശരീരത്തിന്റെ പിൻഭാഗം കസേരയിലുറപ്പിച്ച് ഉയർത്തിപ്പിടിച്ച കാലുകളിൽ ഒരു മനുഷ്യ പിരമിഡിന്റെ മുഴുവൻ ഭാരവും താങ്ങിനിർത്തിയിരിക്കുന്നു. (ചിത്രം 9.5 ൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നതുപോലെ). അഭ്യാസപ്രകടനത്തിലേർപ്പെട്ട മുഴുവൻ ആളുകൾ, മേശകൾ, ലോഹതട്ടം മുതലായവയുടെ ആകെ ഭാരം 280 kg ആണ്. കസേരയിൽ പിൻഭാഗം ഉറപ്പിച്ച് കാലുകൾ ഉയർത്തിപ്പിടിച്ച അഭ്യാസിയുടെ ഭാരം 60 kg ആണ്. ഓരോ അഭ്യാസിയുടെയും തുടയെല്ലിന്റെ (ഫീമർ) നീളം 50 cm ഉം സഫലമായ ആരം 2.0 cm മാണ്. അധികഭാരംമൂലം അഭ്യാസിയുടെ തുടയെല്ലിനുണ്ടാകുന്ന സമ്മർദനത്തിന്റെ അളവ് കണക്കാക്കുക.

ചിത്രം 9.5 സർക്കസിലെ മനുഷ്യസ്തംഭം

ഉത്തരം : അഭ്യാസികൾ, മേശകൾ, ലോഹഫലകങ്ങൾ മുതലായവയുടെ ആകെ മാസ് = 280 kg

കസേരയിലുള്ള അഭ്യാസിയുടെ മാസ് = 60 kg

പിരമിഡിനു താഴെയുള്ള അഭ്യാസിയുടെ കാലുകൾ താങ്ങുന്ന മാസ്

$= 280 - 60 = 220$ kg

താങ്ങിനിർത്തിയ മാസിന്റെ ഭാരം

$= 220$ kg wt. $= 220 \times 9.8$ N $= 2156$ N.

അഭ്യാസിയുടെ കാലിലെ ഓരോ തുടയെല്ലിലും താങ്ങിനിർത്തിയിട്ടുള്ള ഭാരം = ½ (2156) N = 1078N.

പട്ടിക 9.1 ൽ നിന്നും എല്ലിന്റെ യങ്സ് മോഡുലസ് തന്നിട്ടുള്ളത്

$Y = 9.4 \times 10^9$ N m^{-2}.

ഓരോ തുടയെല്ലിന്റെയും നീളം $L = 0.5$ m

തുടയെല്ലിന്റെ ആരം $= 2.0$ cm

അതുകൊണ്ട് തുടയെല്ലിന്റെ ഛേദതല പരപ്പളവ്
$A = \pi \times (2 \times 10^{-2})^2$ m^2 $A = 1.26 \times 10^{-3}$ m^2.

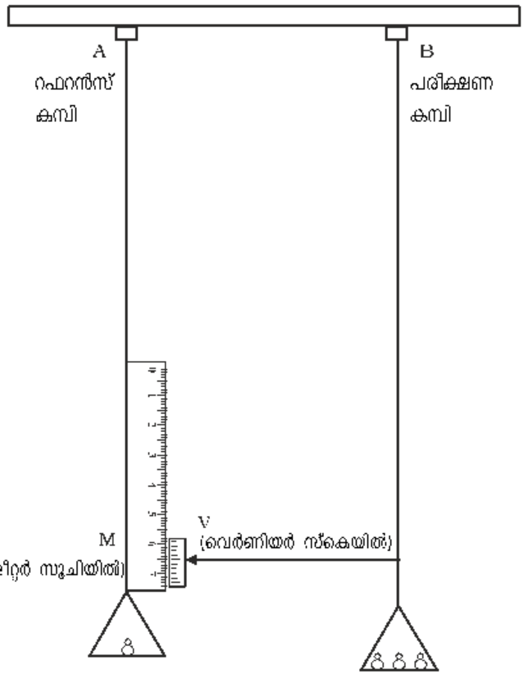
സമവാക്യം (9.8) ഉപയോഗിച്ചാൽ ഓരോ തുടയെല്ലിലെയും സമ്മർദനം ഉണ്ടാക്കുന്ന നീള വ്യത്യാസം

$$\Delta L = [(F \times L)/(Y \times A)]$$
$$= [(1078 \times 0.5)/(9.4 \times 10^9 \times 1.26 \times 10^{-3})]$$
$= 4.55 \times 10^{-5}$ m അല്ലെങ്കിൽ 4.55×10^{-3} cm.

ഇത് വളരെ ചെറിയൊരു വ്യത്യാസം മാത്രമാണ്. തുടയെല്ലിലെ രൂപമാറ്റത്തിന്റെ ഭാഗികമായ കുറവ് $\Delta L/L = 0.000091 = 0.0091\%$ ആയിരിക്കും. ◀

9.6.2 ഒരു കമ്പി നിർമിച്ചിരിക്കുന്ന പദാർഥത്തിന്റെ യങ്ങ്സ് മോഡുലസ്സിന്റെ നിർണയം (Determination of Young's Modulus of the material of a Wire)

ചിത്രം 9.6ൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നത് വലിവുബലത്തിന് വിധേയമായ ഒരു പദാർഥത്തിന്റെ യങ്ങ്സ് മോഡുലസ് നിർണയിക്കാനാവശ്യമായ മാതൃകാപരീക്ഷണക്രമീകരണമാണ്. ഈ പരീക്ഷണത്തിൽ ഉറപ്പിച്ച ദൃഢമായ താങ്ങിൽ ഒരേനീളവും തുല്യ ആരവുമുള്ള രണ്ട് നിവർന്ന കമ്പികൾ വശത്തോട് വശം ക്രമീകരിച്ചിരിക്കുന്നു. A എന്ന കമ്പി, (റഫറൻസ് കമ്പിയെന്ന് വിളിക്കുന്നു) M എന്ന മില്ലീമീറ്റർ മെയിൻസ്കെയിലും മാസ് വയ്ക്കുവാനുള്ള തട്ടും വഹിക്കുന്നു. സമപരപ്പളവുള്ള B എന്ന കമ്പി, (പരീക്ഷണകമ്പിയെന്നു വിളിക്കുന്നു) പരീക്ഷണത്തിനായി നിശ്ചിത അളവുകളുള്ള ഭാരം വയ്ക്കുവാനുള്ള തട്ട് വഹിക്കുന്നു. B എന്ന പരീക്ഷണ കമ്പിക്ക് താഴെയായി ഒരു സൂചകം ബന്ധിപ്പിച്ച വെർണിയർ സെക്യിൽ V യും ഉറപ്പിച്ചിട്ടുണ്ട്. പരീക്ഷണകമ്പിയിലെ പരന്ന പാത്രത്തിൽ വെക്കുന്ന ഭാരങ്ങൾ താഴേക്ക് ബലം പ്രയോഗിക്കുന്നതിനാൽ വലിവു പ്രതിബലം (Tensile stress) മൂലം കമ്പി നീളുന്നതായി കാണാം. കമ്പിയുടെ ദീർഘീകരണം (elongation) (നീളത്തിലുണ്ടായ വർദ്ധനവ്) വെർണിയർ ക്രമീകരണത്തിൽ നിന്ന് അളക്കാം. സാധാരണ താപനിലയിലെ വ്യതിയാനം മൂലം നീളത്തിലുണ്ടാകുന്ന ഏതു വ്യത്യാസവും റഫറൻസ് കമ്പി ഉപയോഗിച്ച് പരിഹരിക്കാവുന്നതാണ്; എന്തെന്നാൽ താപനിലയിലെ മാറ്റം മൂലം റഫറൻസ് കമ്പിയിലുണ്ടാകുന്ന നീളത്തിലെ ഏതൊരു വ്യത്യാസവും പരീക്ഷണകമ്പിയിലെ വ്യത്യാസത്തിന് തുല്യമാണെന്നു കാണാം. (അധ്യായം 11ൽ ഈ താപനിലയുടെ ഫലങ്ങളെപ്പറ്റി വിശദമായി പഠിക്കാം.)



ചിത്രം 9.6 ഒരു കമ്പിയുടെ യങ്ങ്സ് മോഡുലസ് നിർണയിക്കുന്നതിനുള്ള ക്രമീകരണം.

റഫറൻസ്കമ്പിയും പരീക്ഷണകമ്പിയും നിവർന്നു നിർത്തുന്നതിനുവേണ്ടി അവയിലെ തട്ടിൽ (pan) ആദ്യം ചെറിയഭാരത്തെ വച്ച് വെർണിയർ സ്കെയിൽ റീഡിംഗ് രേഖപ്പെടുത്തുന്നു. പരീക്ഷണകമ്പിയിൽ വലിവുപ്രതിബലം ഉണ്ടാക്കുന്നതിനായി സാവധാനം ഭാരം വർധിപ്പിക്കുകയും വീണ്ടും വെർണിയർ സ്കെയിൽ റീഡിംഗുകൾ രേഖപ്പെടുത്തുകയും ചെയ്യുന്നു. രണ്ട് വെർണിയർ റീഡിംഗുകൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം കമ്പിയിലുണ്ടാകുന്ന ദീർഘീകരണത്തിന്റെ വിലയാണ്. r, L എന്നിവ യഥാക്രമം പരീക്ഷണകമ്പിയുടെ ആദ്യ ആരവും നീളവുമാണെന്നിരിക്കട്ടെ. അപ്പോൾ കമ്പിയുടെ ഛേദതല പരപ്പളവ് (area of cross section) πr^2 ആയിരിക്കും. കമ്പിയിൽ ΔL ദീർഘീകരണം ഉണ്ടാക്കാനാവശ്യമായ മാസ്സ് M ആണെന്നിരിക്കട്ടെ. അതുകൊണ്ട് പ്രയോഗിക്കപ്പെട്ടബലം Mg ക്ക് തുല്യമായിരിക്കും. ഇവിടെ g എന്നത് ഗ്രാവിറ്റി മൂലമുള്ള ത്വരണമാണ്. സമവാക്യം 9.8 പ്രകാരം പരീക്ഷണകമ്പി നിർമിച്ചിരിക്കുന്ന പദാർഥത്തിന്റെ യംഗ്സ് മോഡുലസ്സ് കാണുന്നതിന്

$$Y = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{Mg}{\pi r^2} \cdot \frac{L}{\Delta L}$$

$= Mg \times L/(\pi r^2 \times \Delta L)$ എന്നു ലഭിക്കും. (9.9)

9.6.3 ഷിയർ മോഡുലസ്സ് (Shear modulus)

ഷിയറിംഗ് സ്ട്രെസിന്റെയും അതുണ്ടാക്കുന്ന ഷിയറിംഗ് സ്ട്രെയിനിന്റെയും അനുപാതത്തെ ഒരു പദാർഥത്തിന്റെ അനുരൂപണ മോഡുലസ്സ് എന്ന് വിളിക്കുന്നു. ഇതിനെ **റിജിഡിറ്റി മോഡുലസ്സ്** (rigidity modulus) എന്നും വിളിക്കുന്നു.

G = ഷിയറിങ് സ്ട്രെസ്സ് /ഷിയറിങ് സ്ട്രെയിൻ

$G = (F/A)/(\Delta x/L)$

$= (F \times L)/(A \times \Delta x)$ (9.10)

സമാനമായി സമവാക്യം (9.4) പ്രകാരം

$G = (F/A)/\theta$

$= F/(A \times \theta)$ (9.11)

അനുരൂപണ പ്രതിബലം σ_s നെ ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നവിധം സൂചിപ്പിക്കാം.

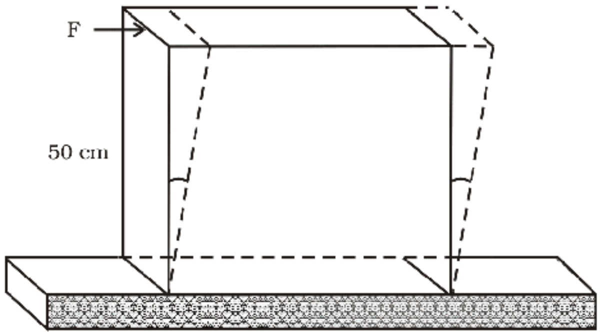
$\sigma_s = G \times \theta$ (9.12)

ഷിയറിങ് മോഡുലസ്സിന്റെ SI യൂണിറ്റ് N m^{-2} അഥവാ പാസ്കൽ (Pa) ആണ്. പട്ടിക 9.2. ൽ ഏതാനും പദാർഥങ്ങളുടെ അനുരൂപണമോഡുലസ്സുകൾ തന്നിരിക്കുന്നു. പൊതുവായി ഷിയർ മോഡുലസ് (അഥവാ റിജിഡിറ്റി മോഡുലസ്സ്) യംഗ്സ് മോഡുലസ്സിനേക്കാൾ (പട്ടിക 9.1 പ്രകാരം) കുറവാണെന്ന് കാണാം. ഭൂരിഭാഗം പദാർഥങ്ങൾക്കും $G \approx Y/3$ ആയിട്ടാണ് കാണപ്പെടുന്നത്.

പട്ടിക 9.2 ചിരപരിചിതങ്ങളായ ചില സാധാരണ പദാർത്ഥങ്ങളുടെ ഷിയറിങ് മോഡുലസുകൾ (Shear moduli (G) of common materials)

പദാർഥം	G (10^9 Nm^{-2} or GPa)
അലുമിനിയം	25
ബ്രാസ്സ്	36
കോപ്പർ	42
ഗ്ലാസ്സ്	23
ഇരുമ്പ്	70
ലെഡ്ഡ്	5.6
നിക്കൽ	77
സ്റ്റീൽ	84
ടംങ്സ്റ്റൺ	150
തടി (വുഡ്)	10

ഉദാഹരണം 9.4 : 50 cm നീളവും 10 cm കനവുമുള്ള ചതുരാകൃതിയിലുള്ള ഒരു ലെഡ് തകിടിന്റെ കനം കുറഞ്ഞ അരിക് 9.0×10^4 N അനുരൂപണബലത്തിന് വിധേയമാകുന്നു. തകിടിന്റെ താഴത്തെ അരിക് തറയിലുറപ്പിച്ചിട്ടുണ്ട്. എങ്കിൽ മുകളിലത്തെ അരിക് എത്രമാത്രം മാറ്റപ്പെട്ടു?



ചിത്രം 9.7

ഉത്തരം : ലെഡ് സ്ലാബ് അടിഭാഗം ഉറപ്പിച്ചതും പ്രയോഗിക്കപ്പെട്ട ബലം വീതികുറവായ മുഖത്തിന് സമാന്തരവുമാണെന്ന് (ചിത്രം 9.7. ൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നു) സങ്കൽപിക്കുക. ഈ പ്രയോഗിക്കപ്പെട്ട ബലത്തിന് സമാന്തരമായ വശത്തിന്റെ പരപ്പളവ്.

A = 50 cm × 10 cm

= 0.5 m × 0.1 m

= 0.05 m^2

അതുകൊണ്ട് പ്രയോഗിക്കപ്പെട്ട പ്രതിബലം

= (9.4×10^4 N/0.05 m^2)

= 1.80×10^6 N.m^{-2}

ഷിയറിംഗ് സ്ട്രെയിൻ = $(\Delta x/L)$ വിരൂപണം/G.

എന്ന് നമുക്ക് അറിയാവുന്നതാണ്. അതുകൊണ്ട് സ്ഥാനാന്തരം Δx = (പ്രതിബലം × L)/G

$= (1.8 \times 10^6 \text{ N m}^{-2} \times 0.5\text{m})/(5.6 \times 10^9 \text{ N m}^{-2})$

$= 1.6 \times 10^{-4}$ m = 0.16 mm

9.6.4 ബൾക്ക് മോഡുലസ്സ് (Bulk Modulus)

ഒരു വസ്തുവിനെ ഒരു ദ്രാവകത്തിൽ താഴ്ത്തിവച്ചിരുന്നാൽ അത് ജലമർദത്താൽ പ്രവർത്തിക്കുന്ന പ്രതിബലത്തിന് വിധേയമാകുന്നു. ഈ ബലം ദ്രവചലിതമർദത്തിന്റെ (hydraulic pressure) അളവിന് തുല്യമാണെന്ന് ഭാഗം 9.3 ൽ നാം കണ്ടിട്ടുണ്ടല്ലോ? ഇത് വസ്തുവിന്റെ ഉള്ളളവ് കുറയ്ക്കുന്നതിലേക്ക് നയിക്കുന്നു. തൽഫലമായുണ്ടാകുന്ന രൂപമാറ്റത്തെ **ഉള്ളളവ് രൂപമാറ്റം (volume strain)** എന്ന് വിളിക്കുന്നു. [സമവാക്യം (9.5)]. **ദ്രവചലിത സ്ട്രെസ്സും (Mechanical Stress)** അതുണ്ടാക്കുന്ന സ്ട്രെയിനും തമ്മിലുള്ള അനുപാതത്തെ **ബൾക്ക് മോഡുലസ്** എന്ന് വിളിക്കുന്നു. ഇത് B എന്ന ചിഹ്നം കൊണ്ട് സൂചിപ്പിക്കാം.

$B = -p/(\Delta V/V)$ (9.13)

മുകളിൽ പറഞ്ഞ സമവാക്യത്തിൽ നെഗറ്റീവ് ചിഹ്നം സൂചിപ്പിക്കുന്നത് മർദത്തിലുണ്ടാകുന്ന വർധനവ് മൂലം ഉള്ളളവിൽ കുറവു സംഭവിക്കുന്നു എന്നാണ്. അതായത് p പോസിറ്റീവെങ്കിൽ ΔV നെഗറ്റീവായിരിക്കും. സംതുലനാവസ്ഥയിലുള്ള ഒരു വ്യൂഹത്തിന് ബൾക്ക് മോഡുലസ്സ് B യുടെ വില എല്ലായ്പ്പോഴും പോസിറ്റീവായിരിക്കും. ബൾക്ക് മോഡുലസിന്റെ SI യൂണിറ്റ് മർദത്തിന്റെ യൂണിറ്റ് തന്നെയാണ്. അതായത് N m^{-2} അഥവാ Pa ആണ്. നമുക്ക് പരിചിതമായ ഏതാനും പദാർഥങ്ങളുടെ ബൾക്ക് മോഡുലസ്സുകൾ പട്ടിക 9.3 ൽ തന്നിരിക്കുന്നു.

ബൾക്ക് മോഡുലസ്സിന്റെ വ്യുൽക്രമത്തെ സങ്കോചക്ഷമത കംപ്രസ്സബിലിറ്റി (Compressibility) എന്ന് വിളിക്കുന്നു. ഇതിനെ k എന്ന അക്ഷരം കൊണ്ട് സൂചിപ്പിക്കുന്നു. യൂണിറ്റ് മർദവർദ്ധനവിൽ ഉള്ളളവിലെ വർധനവും യഥാർത്ഥ ഉള്ളളവും തമ്മിലുള്ള ഹരണഫലത്തെ കംപ്രസ്സബിലിറ്റി എന്ന് നിർവചിക്കാം.

$k = (1/B) = -(1/\Delta p) \times (\Delta V/V)$ (9.14)

ഖരവസ്തുക്കളുടെ ബൾക്ക് മോഡുലസ്സുകൾ ദ്രാവകങ്ങളുടേതിനേക്കാൾ കൂടുതലാണ്. വാതകങ്ങളുടെ (വായു) ബൾക്ക് മോഡുലസ്സുകൾ പൊതുവേ വളരെകുറവാണ്. പട്ടിക 9.3 ലെ വിലകൾ ഇത് വ്യക്തമാക്കുന്നു.

പട്ടിക 9.3 ചില പദാർഥങ്ങളുടെ ബൾക്ക് മോഡുലസ്സുകൾ (B) (Bulk Moduli (B) of some common Materials)

ഖരപദാർഥങ്ങൾ	B (10^9 N m^{-2} or GPa)
അലുമിനിയം	72
ബ്രാസ്സ് (പിത്തള)	61
കോപ്പർ	140
ഗ്ലാസ്സ്	37
അയൺ	100
നിക്കൽ	260
സ്റ്റീൽ	160
ദ്രാവകങ്ങൾ	
ജലം	2.2
എഥനോൾ	0.9
കാർബൺ ഡൈ സൾഫൈഡ്	1.56
ഗ്ലിസറിൻ	4.76
മെർക്കുറി	25
വാതകങ്ങൾ	
വായു (അടിസ്ഥാന അന്തരീക്ഷ മർദത്തിൽ)	1.0×10^{-4}

അതായത് ഖരപദാർഥങ്ങൾ ഏറ്റവും ചെറുതായി സങ്കോചിക്കുന്നവയും വാതകങ്ങൾ ഏറ്റവും കൂടുതലായി സങ്കോചിക്കുന്നവയുമാണ്. ഖരപദാർഥങ്ങളേക്കാൾ ദശലക്ഷണക്കണക്കിന് മടങ്ങ് സങ്കോചിക്കുവാൻ വാതകങ്ങൾക്ക് കഴിയും. വാതകങ്ങളുടെ സങ്കോചക്ഷമത (compressibility) മർദ്ദത്തിനും താപനിലയ്ക്കും അനുസരിച്ച് വ്യത്യാസപ്പെടുന്നതുമാണ്. ഖരപദാർഥത്തിന്റെ അസങ്കോചക്ഷമത (incompressibility) അടുത്തടുത്ത കണികകൾ തമ്മിലുള്ള ദൃഢമായ സംയോജനം മൂലമാണെന്ന് പറയാനാകും. ദ്രാവകങ്ങളിലെ തന്മാത്രകളും പരസ്പരം ബന്ധിതമാണെങ്കിലും ഈ ബന്ധനം ഖരപദാർഥങ്ങളിലേതുപോലെ അത്ര ശക്തമല്ല. വാതകങ്ങളിലെ തന്മാത്രകൾ വളരെ ചെറുതായി മാത്രമെ പരസ്പരം ബന്ധിക്കപ്പെട്ടിട്ടുള്ളൂ.

പട്ടിക 9.4 വിവിധ തരത്തിലുള്ള സ്ട്രെസ്സ്, സ്ട്രെയിൻ, ഇലാസ്തിക മോഡുലസ്സുകൾ, പ്രായോഗികമായ ദ്രവ്യത്തിന്റെ അവസ്ഥകൾ എന്നിവ കാണിച്ചിരിക്കുന്നു.

> ***ഉദാഹരണം 9.5*** ഇന്ത്യൻ സമുദ്രത്തിന്റെ ശരാശരി താഴ്ച ഏകദേശം 3000 m ആണ്. സമുദ്രത്തിന്റെ അടിത്തട്ടിലെ ജലത്തിന്റെ അംശീയ സമ്മർദനം (fractional compression) $\Delta V/V$ കണക്കാക്കുക. ജലത്തിന്റെ ബൾക്ക് മോഡുലസ് 2.2×10^9 N m^{-2} എന്ന് തന്നിരിക്കുന്നു. ($g = 10$ m s^{-2} എന്ന് കരുതുക.)

ഉത്തരം : 3000 m ജലയൂപം സമുദ്രത്തിന്റെ അടിത്തട്ടിൽ പ്രയോഗിക്കുന്ന മർദം

$$p = h\rho g = 3000 \text{ m} \times 1000 \text{ kg m}^{-3} \times 10 \text{ m s}^{-2}$$
$$= 3 \times 10^7 \text{ kg m}^{-1} \text{ s}^{-2}$$
$$= 3 \times 10^7 \text{ N m}^{-2}$$

അംശീയ സമ്മർദനം $\Delta V/V$, is

$\Delta V/V$ = പ്രതിബലം$/B$

$= (3 \times 10^7 \text{ N m}^{-2}) / (2.2 \times 10^9 \text{ N m}^{-2})$

$= 1.36 \times 10^{-2}$ അഥവാ 1.36 %

പട്ടിക 9.4 പ്രതിബലം, രൂപമാറ്റം, വിവിധ ഇലാസ്തിക മോഡുലസ്സുകൾ (Stress, Strain and various elastic moduli)

പ്രതിബല തരങ്ങൾ	സ്ട്രെസ്സ്	സ്ട്രെയിൻ	വ്യത്യാസം		ഇലാസ്തിക മോഡുലസ്	മോഡുലസിന്റെ പേര്	ദ്രവ്യത്തിന്റെ അവസ്ഥ
			ആകൃതി	ഉള്ളളവ്			
വലിവ് അഥവാ സമ്മർദിതം ($\sigma = F/A$).	എതിർ മുഖങ്ങളിൽ ലംബമായി പ്രവർത്തിക്കുന്ന തുല്യവും വിപരീതവുമായ ബലങ്ങൾ	ബലത്തിന് സമാന്തരമായുള്ള ദീർഘീകരണം അഥവാ സമ്മർദനം ($\Delta L/L$) (അനുദൈർഘ്യവിരൂപണം)	ഉണ്ട്	ഇല്ല	$Y = (F \times L)/(A \times \Delta L)$	യംഗ്സ് മോഡുലസ്	ഖരം
അനുരൂപണം ($\sigma_s = F/A$).	തുല്യവും വിപരീതവുമായ ബലങ്ങൾ എതിർപ്രതലങ്ങൾക്ക് സമാന്തരമാണ്. ഈ രണ്ട് സാഹചര്യങ്ങളിലെയും ബലങ്ങൾ അതായത് വസ്തുവിലുണ്ടായ ആകെ ബലം, ആകെ ടോർക്ക് ഇവ റദ്ദ് ചെയ്യപ്പെടുന്നു	ഷിയർ മാത്രം, θ	ഉണ്ട്	ഇല്ല	$G = F/(A \times \theta)$	ഷിയർ മോഡുലസ്	ഖരം
ദ്രവചലിതം	പ്രതലത്തിലെല്ലായിടത്തും ബലങ്ങൾ ലംബമായിരിക്കും, യൂണിറ്റ് പരപ്പളവിലെ ബലം (മർദം) എല്ലായിടത്തും തുല്യമായിരിക്കും.	വ്യാപ്ത വ്യത്യാസം (സമ്മർദനം അഥവാ വികാസം) ($\Delta V/V$)	ഇല്ല	ഉണ്ട്	$B = -p/(\Delta V/V)$	ബൾക്ക് മോഡുലസ്	ഖരം, ദ്രാവകം, വാതകം

9.6.5 പോയിസ്സൺ അനുപാതം (Poission's Ratio)

വിഭാഗം 9.6.2ൽ വിശദീകരിച്ച യംഗ്സ്മോഡുലസ്സ് പരീക്ഷണത്തിൽ സൂക്ഷ്മമായ നിരീക്ഷണത്തിലൂടെ കമ്പിയുടെ ഛേദതലം (അല്ലെങ്കിൽ വ്യാസം) നേരിയ തോതിൽ കുറയുന്നതായി കണ്ടെത്തി. പ്രയോഗിച്ച ബലത്തിന് ലംബമായി ഉണ്ടാകുന്ന സ്ട്രെയിനിനെ **പാർശ്വിക സ്ട്രെയിൻ (lateral strain)** എന്നു പറയുന്നു. ഇലാസ്തിക പരിധിക്കുള്ളിൽ, പാർശ്വിക സ്ട്രെയിൻ അനുദൈർഘ്യസ്ട്രെയിന് നേർഅനുപാതത്തിലായിരിക്കും എന്ന് സൈമൺ പോയിസ്സൺ കണ്ടെത്തി. അതിനാൽ വലിച്ചു നിർത്തപ്പെട്ട ഒരു കമ്പിയിലെ പാർശ്വിക സ്ട്രെയിനും ലോഞ്ചിട്യൂഡിനൽ സ്ട്രെയിനും തമ്മിലുള്ള അനുപാതത്തെ **പോയിസ്സൺ അനുപാതം (Poisson's Ratio)** എന്നു വിളിക്കുന്നു. കമ്പിയുടെ യഥാർത്ഥ വ്യാസം dയും സ്ട്രെസ്സിന് വിധേയമാകുമ്പോൾ വ്യാസത്തിലുണ്ടാകുന്ന സങ്കോചം Δdയുമായാൽ പാർശ്വിക രൂപമാറ്റം $\frac{\Delta d}{d}$ ആയിരിക്കും.

കമ്പിയുടെ യഥാർത്ഥ നീളം L ഉം സ്ട്രെസ്സ് മൂലമുള്ള ദീർഘീകരണം ΔL മായാൽ അനുദൈർഘ്യസ്ട്രെയിൻ $\frac{\Delta L}{L}$ ആയിരിക്കും.

പോയിസൺ അനുപാതം, $\delta = (\Delta d/d)/(\Delta L/L)$

$$\delta = (\Delta d/\Delta L) \times (L/d)$$

പോയിസൺ അനുപാതമെന്നത് രണ്ട് സ്ട്രെയിനുകളുടെ അനുപാതമാണ്. ഇത് ഡൈമൻഷനും യൂണിറ്റുമില്ലാത്ത ഒരു സംഖ്യയാണ്. ഇതിന്റെ മൂല്യം നിർമ്മിച്ചിരിക്കുന്ന വസ്തുവിന്റെ സ്വഭാവത്തെ മാത്രം ആശ്രയിക്കുന്നു. സ്റ്റീലിന് δ യുടെ വില 0.28നും 0.30നുമിടയിലും അലൂമിനിയം ഉൾപ്പെട്ട ലോഹസങ്കരങ്ങളിലിത് ഏകദേശം 0.33 യുമാണ്.

9.6.6 വലിച്ചു നിർത്തപ്പെട്ട കമ്പിയിലെ ഇലാസ്തിക സ്ഥിതികോർജം (Elastic potential energy in a stretched wire)

ഒരു കമ്പി ടെൻസൈൽ സ്ട്രെസ്സിന് വിധേയമാക്കിയാൽ കണികാന്തരബലങ്ങൾക്ക് എതിരെ പ്രവൃത്തി ചെയ്യപ്പെടുന്നു. ഈ പ്രവൃത്തി കമ്പിയിൽ സംഭരിക്കപ്പെടുന്നത് ഇലാസ്തിക സ്ഥിതികോർജ (elastic potential energy) ത്തിന്റെ രൂപത്തിലായിരിക്കും. L നീളവും A ഛേദതലപരപ്പളവുമുള്ള ഒരു കമ്പിയുടെ നീളത്തിലേക്ക് F രൂപാന്തരണബലം പ്രയോഗിക്കുമ്പോൾ കമ്പിയുടെ നീളത്തിലുണ്ടാകുന്ന വർദ്ധനവ് ℓ ആകുന്നു. അങ്ങനെയെങ്കിൽ സമവാക്യം 9.8നെ നമുക്ക്

$F = YA \times (\ell/L)$ എന്നെഴുതാം.

ഇവിടെ Y എന്നത് കമ്പി നിർമ്മിച്ചിരിക്കുന്ന വസ്തുവിന്റെ യങ്സ് മോഡുലസ്സ് ആണ്. വീണ്ടും കമ്പിയിലെ ചെറിയ നീളം $d\ell$ ദീർഘീകരണം ഉണ്ടാക്കുന്നതിന് ചെയ്യേണ്ട പ്രവൃത്തി $dw \;\; F \times d\ell$ അല്ലെങ്കിൽ $YA\ell d\ell / L$ ആണെന്ന് കാണാം. അതുകൊണ്ട് കമ്പിയുടെ നീളം Lൽ നിന്ന് $L+\ell$ വർദ്ധിപ്പിക്കുന്നതിന് ആവശ്യമായ പ്രവൃത്തിയുടെ അളവ് W കാണുന്നതിന് ($\ell = 0$ മുതൽ $l = l$ വരെ)

$$w = \int_0^l \frac{YA\ell}{L} . d\ell = \frac{YA}{2} . \frac{\ell^2}{L}$$ എന്നെഴുതാം.

$$w = \frac{1}{2} \times Y \times \left(\frac{\ell}{L}\right)^2 \times AL$$

$w = \frac{1}{2} \times$ യങ്സ് മോഡുലസ്സ് $\times$ (സ്ട്രെയിൻ)$^2 \times$ കമ്പിയുടെ ഉള്ളളവ്

$w = \frac{1}{2} \times$ സ്ട്രെസ്സ് $\times$ സ്ട്രെയിൻ $\times$ കമ്പിയുടെ ഉള്ളളവ്

ഈ പ്രവൃത്തി കമ്പിയിൽ ഇലാസ്തിക സ്ഥിതികോർജമായി (u) സംഭരിക്കപ്പെടുന്നു. അതുകൊണ്ട് കമ്പിയുടെ യൂണിറ്റ് ഉള്ളളവിലുള്ള ഇലാസ്തിക സ്ഥിതികോർജം u കാണുന്നതിന്

$u = \frac{1}{2} \times \sigma\varepsilon$ ആണ് (9.15)

9.7 പദാർഥങ്ങളുടെ ഇലാസ്തിക സ്വഭാവത്തിന്റെ പ്രയോഗിക വശങ്ങൾ (Applications of elastic behaviour of materials)

നിത്യജീവിതത്തിൽ പദാർഥങ്ങളുടെ ഇലാസ്തിക സ്വഭാവം പ്രധാന പങ്ക് വഹിക്കുന്നു. പദാർഥങ്ങളുടെ ഇലാസ്തിക സ്വഭാവത്തെപ്പറ്റിയുള്ള കൃത്യമായ അറിവ് എല്ലാ യന്ത്രശാസ്ത്ര രൂപകൽപ്പനകൾക്കും ആവശ്യമാണ്. ഉദാഹരണത്തിന് ഒരു കെട്ടിടം രൂപകൽപ്പന ചെയ്യുമ്പോൾ, അതിലെ തൂണുകൾ, ബീമുകൾ, താങ്ങുകൾ ഇവയുടെ ഘടനാപരമായ രൂപകൽപ്പനയ്ക്ക് ഇവയിൽ ഉപയോഗിക്കുന്ന പദാർഥങ്ങളുടെ ദൃഢത സംബന്ധിച്ച അറിവ് അനിവാര്യമാണ്. എന്തുകൊണ്ടാണ് പാലങ്ങളുടെ നിർമാണത്തിലുപയോഗിക്കുന്ന ബീമുകൾ അവയുടെ താങ്ങുകൾ മുതലായവയ്ക്ക് I മാതൃകയിലുള്ള ഛേദതലം ഉപയോഗിച്ചിരിക്കുന്നത്? എന്തുകൊണ്ടാണ് ഒരു മണൽകൂമ്പാരത്തിന് അഥവാ ഒരു മലയ്ക്ക് പിരമിഡിന്റെ ആകൃതിയുള്ളത് എന്ന് നിങ്ങൾ എപ്പോഴെങ്കിലും ചിന്തിച്ചിട്ടുണ്ടോ? ഇവിടെ നാം ചർച്ച ചെയ്ത ആശയങ്ങളുടെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ ഘടനാപരമായ യന്ത്രശാസ്ത്രങ്ങളുടെ പഠനത്തിൽ നിന്നും ഈ ചോദ്യങ്ങളുടെ ഉത്തരം ലഭിക്കുന്നു.

കട്ടികൂടിയ ലോഹക്കയറിൽ ഭാരം ബന്ധിപ്പിച്ച് ഭീമമായ

ഭാരങ്ങൾ ഒരു സ്ഥലത്തുനിന്നും മറ്റൊരു സ്ഥലത്തേക്ക് ചലിപ്പിക്കുന്നതിനും ഉയർത്തുന്നതിനും ക്രെയിനുകൾ ഉപയോഗിക്കുന്നു. ഈ കയർ മുകളിലേക്കു വലിക്കുന്നതിന് കപ്പികളും മോട്ടോറുകളും ഉപയോഗിക്കുന്നു. 10 മെട്രിക് ടൺ (10 മെട്രിക് ടൺ = 1000 kg) ഭാരം ഉയർത്താൻ കഴിയുന്ന ഒരു ക്രെയിൻ നമുക്കു നിർമിക്കണമെന്ന് സങ്കൽപ്പിക്കുക. ഇതിനാവശ്യമായ സ്റ്റീൽ കയറിന്റെ കനം എപ്രകാരമായിരിക്കണം? ഇവിടെ ഭാരം കയറിൽ സ്ഥിരമായി രൂപമാറ്റം വരുത്തുന്നില്ലായെന്ന് നമുക്ക് വ്യക്തമായി കാണാം. അതുകൊണ്ട് ഇവിടെയുള്ള എക്സ്റ്റെൻഷൻ ഇലാസ്തിക പരിധി മറികടക്കുന്നില്ല. സാധാരണ സ്റ്റീലിന്റെ യീൽഡ്ശക്തി (yield strength) ഏകദേശം $300 \times 10^6\ N\ m^{-2}$ ആണെന്ന് പട്ടിക 9.1 ൽ നിന്നും നമുക്ക് കണ്ടെത്താം. അതുകൊണ്ട് സ്റ്റീൽ റോപ്പിന്റെ ഛേദതല പരപ്പളവിന്റെ ഏറ്റവും കുറഞ്ഞവില

$$A \geq W/\delta_y = Mg/\delta_y \qquad (9.16)$$

$$= (10^4\ kg \times 10\ m\ s^{-2})/(300 \times 10^6\ N\ m^{-2})$$

$$= 3.3 \times 10^{-4}\ m^2$$ ആയിരിക്കണം.

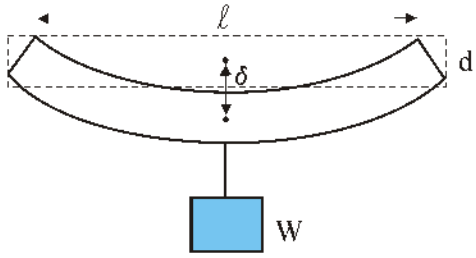
ഇത് ഏകദേശം 1 സെന്റിമീറ്റർ ആരമുള്ള കമ്പിയുടെ ഛേദതല പരപ്പളവാണ്. സാധാരണയായി വലിയ തോതിൽ സുരക്ഷ ഉറപ്പു വരുത്തുന്നതിനായി ഉയർത്തേണ്ട ഭാരത്തിന്റെ ഏകദേശം പത്ത് മടങ്ങു വരെ ഭാരം താങ്ങുവാൻ ശേഷിയുള്ള തരത്തിലാണ് സ്റ്റീൽ റോപ്പിന്റെ ആരം നിശ്ചയിക്കുന്നത്. അതിനാൽ ഏകദേശം 3 സെ.മീ ആരമുള്ള കട്ടിയുള്ള കമ്പി നിർദേശിക്കാം. ഈ ആരമുള്ള ഒറ്റക്കമ്പി പ്രായോഗികമായി ഒരു ദൃഢ ദണ്ഡായിരിക്കും. അതുകൊണ്ട് വഴക്കമുള്ളതും കനം കുറഞ്ഞതുമായ ചെറു കമ്പികൾ പിണഞ്ഞരീതിയിലായിരിക്കും ഇത്തരം കമ്പികൾ നിർമിക്കുക. ഇത് വഴക്കവും ദൃഢതയും നൽകുന്നു.

പാലത്തിന്റെ ഭാരം, വലിയ കാറ്റുകൾ വീശുമ്പോളതിലുണ്ടാകുന്ന ബലം, പാലത്തിലൂടെ ഗതാഗതം മൂലമുള്ള ഭാരം എന്നിവ താങ്ങാൻ കഴിയുന്ന വിധത്തിലായിരിക്കണം ഒരു പാലം രൂപകൽപന ചെയ്യേണ്ടത്. അതുപോലെ കെട്ടിടങ്ങളുടെ രൂപകൽപനയിലും ബീമുകളുടേയും തൂണുകളുടെയും ഉപയോഗം സാധാരണമാണ്. ഈ രണ്ടു സാഹചര്യങ്ങളിലും മുഖ്യപ്രാധാന്യം ബീമിനുണ്ടാകുന്ന വളവ് അതിജീവിക്കുകയെന്ന പ്രശ്നമാണ്. ബീമിന് കൂടുതൽ വളവോ പൊട്ടലോ ഉണ്ടാകരുത്.

ചിത്രം 9.8 ൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നതുപോലെ അഗ്രങ്ങളിൽ താങ്ങിനിർത്തിയിരിക്കുന്ന ഒരു ബീമിന്റെ മധ്യഭാഗത്ത് ഭാരം തൂക്കിയിട്ടിരിക്കുന്ന സാഹചര്യം പരിഗണിക്കുക. l നീളവും b വീതിയും d കനംമുള്ള ഒരു കമ്പിയുടെ മധ്യഭാഗത്ത് W ഭാരം വഹിക്കുമ്പോൾ, കമ്പിക്കുണ്ടാകുന്ന വളവിന്റെ തോത്

$$\delta = W\ l^3/(4bd^3Y) \qquad (9.17)$$

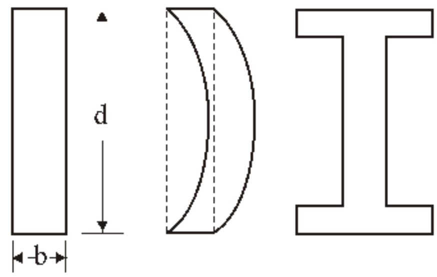
ആണ്.



ചിത്രം 9.8 മധ്യഭാഗത്ത് ഭാരം തൂക്കിയിട്ടതും അഗ്രങ്ങളിൽ താങ്ങി നിർത്തപ്പെട്ടതുമായ ഒരു ദണ്ഡ്.

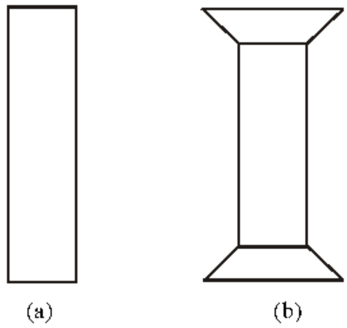
നിങ്ങൾ ഇതുവരെ പഠിച്ച കാര്യങ്ങളും കാൽകുലസും (കലനം) ഉപയോഗിച്ച് മുകളിൽപറഞ്ഞ സമവാക്യം രൂപീകരിച്ചെടുക്കാം. യങ്സ് മോഡുലസ്സ് Y കൂടുതലുള്ള പദാർഥം ഉപയോഗിച്ചാൽ സമവാക്യം (9.16) ൽ തന്നിരിക്കുന്ന ഭാരം മൂലമുള്ള വളവ് കുറയ്ക്കുന്നതിന് കഴിയുമെന്ന് നമുക്ക് കാണാം. ദണ്ഡിനുണ്ടായ വളവ് കുറയ്ക്കുന്നതിനായി തന്നിരിക്കുന്ന പദാർഥത്തിന്റെ കനം d വർധിപ്പിക്കുന്നതാണ് വീതി b കൂട്ടുന്നതിനേക്കാൾ കൂടുതൽ ഫലപ്രദം. എന്തെന്നാൽ δ എന്നത് d^{-3} ന് ആനുപാതികമാണ് ഒപ്പം b^{-1} നും. (അഗ്രങ്ങൾക്കിടയിലുള്ള നീളം l എത്രയും ചെറുതായിരിക്കുകയും വേണം.)

കനം വർധിപ്പിക്കുമ്പോൾ ഭാരം ശരിക്കും കൃത്യമായ സ്ഥാനത്തല്ലാത്തപക്ഷം ദണ്ഡ് ചിത്രം 9.9(b) യിലെപ്പോലെ വളയുന്നതായി കാണാം. (ഗതാഗത പ്രവാഹമുള്ള പാലത്തിൽ ഈ ക്രമീകരണം ദുഷ്കരമാണ്). ഇതിനെ **ബക്ലിംഗ് (വശത്തോട്ടുള്ള വളയൽ)** (Buckling)എന്നു വിളിക്കുന്നു. ഇത് ഒഴിവാക്കുന്നതിന് ഛേദതല ആകൃതി ചിത്രം 9.9(c) യിലെപ്പോലെയാക്കുന്നതാണ് സാധാരണ ചെയ്യാറുള്ളത്. ഇത് കൂടുതൽ ഭാരവാഹക പ്രതലവും കൂടുതൽ താഴ്ചയും (കനവും) നൽകുന്നതിനാൽ ബീമിനുണ്ടാകുന്ന വളവു കുറയ്ക്കാം. ഈ ആകൃതി, ഭാരം താങ്ങുവാനുള്ള ശേഷിയിൽ യാതൊരു കുറവും വരാതെ തന്നെ ബീമിന്റെ ഭാരം കുറയ്ക്കുകയും തൽഫലമായി ചെലവ് കുറയുകയും ചെയ്യും.



ചിത്രം 9.9 ഒരു ബീമിന്റെ വ്യത്യസ്ത ഛേദതല ആകൃതികൾ (a) ഒരു ദണ്ഡിന്റെ ദീർഘചതുരാകൃതിയിലുള്ള ഭാഗം. (b) ഒരു കനം കുറഞ്ഞ ദണ്ഡും അത് എങ്ങനെ വളയുന്നുവെന്നതും. (c) ഭാരം വഹിക്കുന്ന ദണ്ഡിന്റെ പൊതുവായി ഉപയോഗിക്കുന്ന ഛേദം.

പാലങ്ങളിലും കെട്ടിടങ്ങളിലും തൂണുകളും കോളങ്ങളും ഉപയോഗിക്കുന്നത് സാധാരണമാണ്. ചിത്രം 9.10(a) യിലേതു പോലെ വിസ്തൃതാകൃതി അഗ്രമുള്ള തൂണുകളേക്കാൾ, ചിത്രം 9.10(a) ചിത്രം 9.10(b) യിൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നതുപോലെ വൃത്ത അഗ്രമുള്ള തൂണുകൾക്ക് കുറഞ്ഞ ഭാരത്തെ മാത്രമേ താങ്ങിനിർത്തുവാൻ സാധിക്കൂ. ഒരു പാലത്തിന്റെയോ കെട്ടിടത്തിന്റെയോ കൃത്യമായ രൂപകൽപനയ്ക്ക് ഉപയോഗിക്കുന്ന പദാർഥങ്ങളുടെ വിശ്വസനീയത, ചെലവ്, ദീർഘമായ കാലയളവ് പ്രവർത്തന സാഹചര്യം മുതലായവ കൂടി പരിഗണിക്കേണ്ടതാണ്.



ചിത്രം 9.10 തൂണുകളും കോളങ്ങളും (a) ഉരുണ്ട അഗ്രങ്ങളുള്ള തൂണുകൾ (b) വിസ്തൃത അഗ്രങ്ങൾ ഉള്ള തൂണുകൾ

പാറകളുടെ ഇലാസ്തിക സവിശേഷത കൂടി പരിഗണിച്ചുകൊണ്ട് ഭൂമിയിലെ ഒരു പർവതത്തിന്റെ പരമാവധി ഉയരം എന്തുകൊണ്ട് ഏതാണ്ട് 10 km ആണെന്ന ചോദ്യത്തിന്റെ ഉത്തരം കണ്ടെത്താൻ നമുക്കു ശ്രമിക്കാം. ഒരു പർവതത്തിന്റെ അടിത്തറ സമാനസമ്മർദത്തിന് (uniform compression) വിധേയമല്ല, ഇത് അടിത്തട്ടിൽ പരന്നു കിടക്കുന്ന പാറകളിൽ കുറച്ച് ഷിയറിംങ് സ്ട്രെസ്സ് നൽകുന്നതായും കാണാം. പർവതത്തിന്റെ മുകളിലുള്ള എല്ലാ പദാർഥങ്ങളുടെയും സ്ട്രെസ്സ് പാറകളിൻ മേൽ ഭ്രംശം സൃഷ്ടിക്കാനാവശ്യമായ ക്രാന്തിക അനുരൂപണ പ്രതിബല (critical shearing stress) ത്തേക്കാൾ കുറവായിരിക്കണം.

h ഉയരമുള്ള പർവതത്തിന്റെ താഴെത്തട്ടിൽ, പർവതത്തിന്റെ ഭാരംമൂലം യൂണിറ്റ് പരപ്പളവിലെ ബലം $h\rho g$ ആണ് ഇവിടെ ρ എന്നത് പർവതത്തിലെ പദാർഥങ്ങളുടെ സാന്ദ്രതയും g എന്നത് ഗ്രാവിറ്റിമൂലമുള്ള ത്വരണവുമാണ്. അടിത്തട്ടിലുള്ള പദാർഥത്തിൽ ഈ ബലം അനുഭവപ്പെടുന്നത് ലംബീയ ദിശയിലും പർവതങ്ങളുടെ വശങ്ങൾ സ്വതന്ത്രവുമാണ്. അതുകൊണ്ട് ബൾക്ക് സമ്മർദനത്തിന്റെയോ അഥവാ മർദത്തിന്റെയോ രീതിയിലല്ല ഈ ബലത്തിന്റെ പ്രഭാവം. ഇത് ഏകദേശം $h\rho g$ എന്ന അനുരൂപണബല (shearing force) ത്തിനെപ്പോലെ തന്നെയാണ് ഇവിടെ പ്രവർത്തിക്കുക. ഒരു പാറയുടെ ഇലാസ്തികപരിധി 30×10^7 N m^{-2} ആണെന്ന് കരുതുക. $h\rho g$ യുമായി ഇതിനെ തുല്യപ്പെടുത്തിയാൽ, $\rho = 3 \times 10^3$ kg m^{-3}

$h\rho g = 30 \times 10^7$ N m^{-2}. അഥവാ

$h = 30 \times 10^7$ N m$^{-2}/(3 \times 10^3$ kg m$^{-3} \times 10$ m s$^{-2}) = 10$ km

ഇത് എവറസ്റ്റ് കൊടുമുടിയുടെ ഉയരത്തേക്കാൾ കൂടുതലാണ്.

സംഗ്രഹം

1. പ്രതിബലം (stress) എന്നത് യൂണിറ്റ് പരപ്പളവിലുള്ള പുനസ്ഥാപനബലവും സ്ട്രെയിൻ എന്നത് അളവിലുള്ള അംശീയ വ്യത്യാസവുമാണ്. പൊതുവായി മൂന്ന് തരത്തിലുള്ള സ്ട്രെയിനുകളാണുള്ളത്. (a) വലിവുപ്രതിബലം (tensile stress) അനുദൈർഘ്യ സ്ട്രെസ്സ് (longitudinal stress) (വലിച്ചുനീട്ടുന്നതുമായി ബന്ധപ്പെട്ടത്) അഥവാ സമ്മർദിത സ്ട്രെസ്സ് (സമ്മർദനവുമായി ബന്ധപ്പെട്ടത്) (b) അനുരൂപണ സ്ട്രെസ്സ് (shearing stress), (c) ദ്രവചലിത സ്ട്രെസ്സ് (hydraulic stress)

2. രൂപമാറ്റം ചെറുതാവുമ്പോൾ സ്ട്രെസ്സ് സ്ട്രെയിനിന് നേർ അനുപാതത്തിലായിരിക്കും മിക്ക പദാർഥങ്ങളിലും കാണപ്പെടുന്നത്. ഇതിനെ ഹുക്കിന്റെ നിയമം എന്ന് വിളിക്കുന്നു. ഇവിടെ അനുപാതസ്ഥിരാങ്കം (constant of proportionality) ഇലാസ്തികതയുടെ മോഡുലസ് (modulus of elasticity) എന്ന് വിളിക്കുന്നു. വസ്തുക്കളുടെ ഇലാസ്തിക സ്വഭാവവും അവയിൽ പ്രവർത്തിക്കുന്ന രൂപമാറ്റബലവും വിവരിക്കുന്നതിനുപയോഗിക്കുന്ന മൂന്ന് ഇലാസ്തിക മോഡുലസ്സുകളാണ് യങ്സ്മോഡുലസ്, ബൾക്ക്മോഡുലസ്, റിജിഡിറ്റിമോഡുലസ് എന്നിവ. ഹുക്കിന്റെ നിയമം അനുസരിക്കാത്ത ഒരു കൂട്ടം ഖരവസ്തുക്കളാണ് ഇലാസ്റ്റോമെറുകൾ.

3. ഒരു വസ്തു വലിവുബലം അഥവാ സമ്മർദനത്തിന് വിധേയമായാൽ, ഹുക്കിന്റെ നിയമത്തിന്റെ രൂപം ഇങ്ങനെ കരുതാം.

$$F/A = Y\Delta L/L$$

ഇവിടെ $\Delta L/L$ എന്നത് വസ്തുവിന്റെ വലിവ് അഥവാ സമ്മർദിത സ്ട്രെയിൻ ആണ്. F എന്നത് സ്ട്രെയിനിന് കാരണമായി പ്രയോഗിക്കപ്പെട്ട ബലത്തിന്റെ അളവാണ്. F ബലം പ്രയോഗിച്ച (A യ്ക്ക് ലംബം) പ്രതലത്തിന്റെ ഛേദതല പരപ്പളവാണ് A, Y എന്നത് വസ്തുവിന്റെ യങ്സ് മോഡുലസ്. ഇവിടെ സ്ട്രെസ്സ് F/A.

4. ഒരു ഖരവസ്തുവിന്റെ മുകളിലെയും താഴത്തേയും മുഖങ്ങൾക്ക് സമാന്തരമായി ഒരു ജോഡി ബലം പ്രയോഗിക്കപ്പെടുമ്പോഴുണ്ടാകുന്ന രൂപമാറ്റം കൊണ്ട് താഴത്തെ മുഖത്തെ അപേക്ഷിച്ച് മുകളിലത്തെ മുഖം വശങ്ങളിലേക്ക് ചലിക്കുന്നതായി കാണാം. മുകളിലെ മുഖത്തുണ്ടാകുന്ന തിരശ്ചീന സ്ഥാനാന്തരം (ΔL) ലംബിയ ഉയരം L ന് ലംബമാണ്. ഇത്തരത്തിലുള്ള രൂപമാറ്റത്തെ അനുരൂപണം എന്ന് വിളിക്കുന്നു. സദൃശമായ പ്രതിബലമാണ് അനുരൂപണ പ്രതിബലം. ഇത്തരത്തിലുള്ള പ്രതിബലം ഖരവസ്തുക്കളിൽ മാത്രമെ സാധ്യമാകുകയുള്ളൂ. ഈ തരത്തിലുള്ള രൂപമാറ്റം ഹുക്കിന്റെ നിയമം അനുസരിച്ച്

$$F/A = G \times \Delta L/L$$

ഇവിടെ ΔL എന്നത് പ്രയോഗിക്കപ്പെട്ട ബലം F ന്റെ ദിശയിൽ വസ്തുവിന്റെ ഒരഗ്രത്തിനുണ്ടാകുന്ന സ്ഥാനാന്തരമാണ്; G അനുരൂപണമോഡുലസാണ്.

5. ഒരു വസ്തു ദ്രവചലിതസമ്മർദനത്തിന് വിധേയമാകുന്നത് ചുറ്റുമുള്ള ദ്രാവകം പ്രയോഗിക്കുന്ന പ്രതിബലം മൂലമാണ്. ഹുക്ക് നിയമത്തിന്റെ പരിണത രൂപമാണ്.

$$p = B\ (\Delta V/V)$$

ദ്രാവകം കാരണം വസ്തുവിലുണ്ടാകുന്ന മർദമാണ് p (ദ്രവചലിതസമ്മർദനം), $\Delta V/V$ എന്നത് ഈ മർദംമൂലം വസ്തുവിന്റെ ഉള്ളളവിലുണ്ടാകുന്ന അംശീയ വ്യത്യാസമാണ് ഉള്ളളവ് സ്ട്രെയിൻ (volume strain), B വസ്തുവിന്റെ ബൾക്ക് മോഡുലസ്സാണ്.

വിചിന്തനവിഷയങ്ങൾ

1. അഗ്രത്ത് തൂക്കിയിട്ടിരിക്കുന്ന ഭാരം F മൂലം വലിച്ചുനിവർത്തിയ വിധത്തിൽ, സീലിംഗിൽ നിന്നും തൂക്കിയിട്ടിരിക്കുന്ന കമ്പിയിൽ പ്രയോഗിക്കുന്ന ബലം ഭാരത്തിന് തുല്യവും വിപരീതവുമാണ്. കമ്പിയുടെ A എന്ന ഏത് ഛേദതലത്തിലെയും വലിവു ബലം (Tension) F ആണ് $2F$ അല്ല. അതിനാൽ വലിവുപ്രതിബലം ഇവിടെ ഒരു യൂണിറ്റ് പരപ്പളവിൽ അനുഭവപ്പെടുന്ന വലിവുബലമാണ്. ഇത് F/A ക്ക് തുല്യവുമാണ്.

2. ഹുക്കിന്റെ നിയമം ബാധകമായിട്ടുള്ള സ്ട്രെസ്സ് സ്ട്രെയിൻ ഗ്രാഫിലെ രേഖീയഭാഗത്ത് മാത്രമാണ്.

3. യംഗ്സ്മോഡുലസും ഷിയർമോഡുലസ്സും ഉചിതമായിട്ടുള്ളത് ഖരവസ്തുക്കൾക്ക് മാത്രമാണ്. അതിനാൽ ഇവയ്ക്ക് മാത്രമേ നീളവും ആകൃതിയുമുള്ളൂ.

4. ബൾക്ക് മോഡുലസ് ഉചിതമായിട്ടുള്ളത് ഖരവസ്തുക്കൾ, ദ്രാവകം, വാതകം എന്നിവയ്ക്കാണ്. ഒരു വസ്തുവിന്റെ എല്ലാ ഭാഗങ്ങളിലും സമാന സ്ട്രെസ്സ് അനുഭവപ്പെടുമ്പോൾ ആകൃതിക്കു വ്യത്യാസം വരാതെ ഉള്ളളവിൽ ഉണ്ടാകുന്ന വ്യത്യാസത്തെയാണ് ഇത് സൂചിപ്പിക്കുന്നത്.

5. ലോഹസങ്കരങ്ങളേക്കാളും ഇലാസ്റ്റോമറുകളേക്കാളും യങ്സ് മോഡുലസ്സിന്റെ വില ലോഹങ്ങൾക്ക് വളരെ കൂടുതലായിരിക്കും. ഒരു പദാർഥത്തിന്റെ യങ്സ് മോഡുലസിന്റെ വില വലുതായിരുന്നാൽ ഇവയുടെ നീളത്തിൽ ചെറിയ വ്യത്യാസം ഉണ്ടാക്കുന്നതിന് വലിയബലം ആവശ്യമാണ്.

6. സാധാരണ രീതിയിൽ ഒരു പദാർഥം കൂടുതൽ വലിയുന്നുവെങ്കിൽ അത് കൂടുതൽ ഇലാസ്തിക സ്വഭാവമുള്ളതാണെന്ന് കരുതും. സത്യത്തിൽ ഒരു പദാർഥം കൂടുതൽ ഇലാസ്തിക സ്വഭാവമുള്ളതാകുന്നത് ഒരു നിശ്ചിത ബലത്തിന് വിധേയമായി നൽകുന്ന ഭാരത്തിനനുസരിച്ച് കുറഞ്ഞ അളവിൽ വലിയുമ്പോഴാണ്.

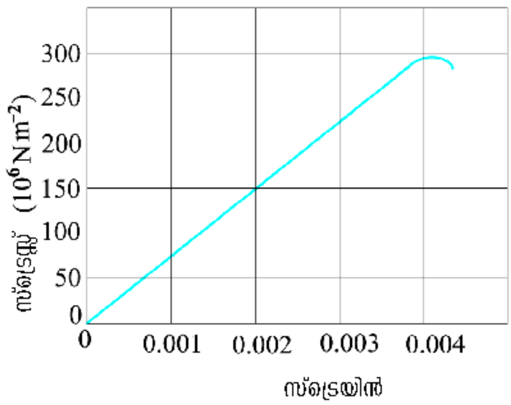
7. പൊതുവായി പറഞ്ഞാൽ ഒരു ദിശയിലുണ്ടാകുന്ന രൂപാന്തരബലത്തിന് മറ്റ് ദിശകളിലും സ്ട്രെയിൻ ഉണ്ടാക്കുവാൻ കഴിയും. ഇത്തരം സാഹചര്യങ്ങളിൽ സ്ട്രെസും സ്ട്രെയിനും തമ്മിലുള്ള ആനുപാതികത കേവലം ഒരു ഇലാസ്തിക സ്ഥിരാങ്കം കൊണ്ട് വിവരിക്കാവുന്നതല്ല. ഉദാഹരണമായി അനുദൈർഘ്യ സ്ട്രെയിനിനു വിധേയമായ ഒരു കമ്പിയിൽ, പാർശ്വിക അളവുകൾ (lateral dimension) (ഛേദതല ആരം) ചെറിയ വ്യത്യാസത്തിന് വിധേയമാകുന്നു. ഇത് പദാർഥത്തിന്റെ മറ്റൊരു ഇലാസ്തിക സ്ഥിരാങ്കം ആയ പോയിസ്സൺസ് അനുപാതം (Poisson's ratio) സൂചിപ്പിക്കുന്നു.

8. സ്ട്രെസ്സ് എന്നത് ഒരു സദിശ അളവല്ല. കാരണം ബലത്തിലേതുപോലെ പ്രതിബലത്തിന് വ്യക്തമായ ഒരു ദിശ നിശ്ചയിക്കുവാൻ സാധ്യമല്ല. ഒരു വസ്തുവിന്റെ ഒരു നിർദിഷ്ടമായ വശത്തിന്റെ ഏതെങ്കിലും ഒരു ഭാഗത്ത് പ്രവർത്തിക്കുന്ന ബലത്തിന് നിശ്ചിത ദിശയുണ്ടായിരിക്കും.

പരിശീലനപ്രശ്നങ്ങൾ

9.1 തന്നിരിക്കുന്ന ഭാരം കാരണം 4.7 m നീളമുള്ളതും 3.0×10^{-5} m^2 ഛേദതല പരപ്പളവുള്ളതുമായ സ്റ്റീൽ കമ്പിയും 3.5 m നീളമുള്ളതും 4.0×10^{-5} m^2 ഛേദതല പരപ്പളവുള്ളതുമായ ഒരു ചെമ്പുകമ്പിയും ഒരേ അളവിൽ വലിയുന്നു. സ്റ്റീലിന്റെയും ചെമ്പുകമ്പിയുടെയും യങ്സ് മോഡുലസ്സുകൾ തമ്മിലുള്ള അനുപാതമെന്ത്?

9.2 തന്നിരിക്കുന്ന ഒരു പദാർഥത്തിന്റെ സ്ട്രെസ്സ്–സ്ട്രെയിൻ ചിത്രം 9.11 ൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നു. അതിൽ നിന്നും താഴെ പറയുന്നവ കണ്ടെത്തുക. (a) യങ്സ് മോഡുലസ്സ് (b) ഈ പദാർഥത്തിന്റെ ഏകദേശമായ യീൽഡ്ശക്തി?



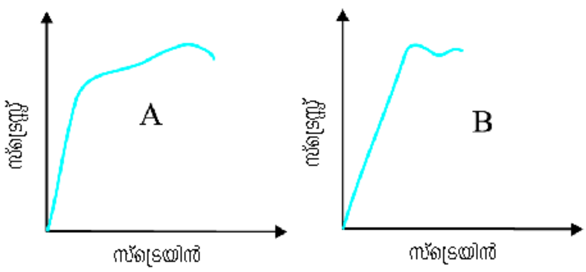
ചിത്രം 9.11

9.3 A, B എന്നീ പദാർഥങ്ങളുടെ സ്ട്രെസ്സ്–സ്ട്രെയിൻ ഗ്രാഫാണ് ചിത്രം 9.12 ൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നത്.

ഗ്രാഫുകൾ ഒരേ തോതിലാണ് വരച്ചിരിക്കുന്നത്.

(a) ഇവയിലേത് പദാർഥത്തിനാണ് യങ്സ് മോഡുലസ്സ് കൂടുതൽ?

(b) ഇവ രണ്ടിൽ ഏത് പദാർഥത്തിനാണ് ദൃഢത കൂടിയത്?



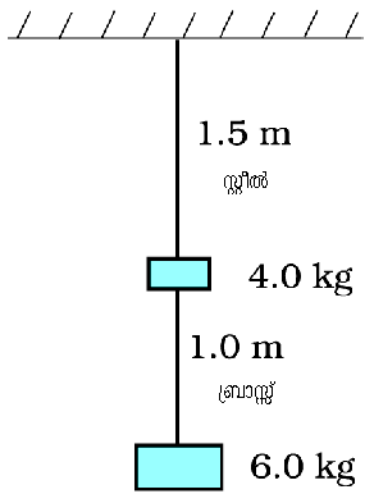
ചിത്രം 9.12

9.4 താഴെ തന്നിരിക്കുന്ന രണ്ട് പ്രസ്താവനകളും ശ്രദ്ധാപൂർവം വായിച്ച്, ശരിയാണെങ്കിലും തെറ്റാണെങ്കിലും കാരണം പ്രസ്താവിക്കുക.

(a) റബ്ബറിന്റെ യങ്സ് മോഡുലസ്സ് സ്റ്റീലിന്റേതിനേക്കാൾ വലുതാണ്.

(b) ഒരു കോയിലിലെ വലിച്ചുനീട്ടൽ അനുരൂപണ മോഡുലസ്സുപയോഗിച്ച് നിർണയിക്കാം.

9.5 ചിത്രം 9.13 ൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നതുപോലെ ഘടിപ്പിച്ചിരിക്കുന്ന 0.25 cm വ്യാസമുള്ള രണ്ട് കമ്പികളിൽ ഒന്ന് സ്റ്റീൽ കൊണ്ട് നിർമിച്ചതും മറ്റേത് ബ്രാസ്സ് കൊണ്ടു നിർമിച്ചതുമാണ്. സ്റ്റീൽ കമ്പിയിൽ ഉൾപ്പെടുത്താത്തപ്പോഴുള്ള നീളം 1.5 m ഉം ബ്രാസ്സ് കമ്പിയുടെ നീളം 1.0 m ഉം ആണ്. സ്റ്റീൽ കമ്പിയുടെയും ബ്രാസ്സ് കമ്പിയുടെയും ദീർഘീകരണം കണക്കാക്കുക.



ചിത്രം 9.13

9.6 ഒരു അലൂമിനിയം ക്യൂബിന്റെ അരികിന് 10 cm നീളമുണ്ട്. ക്യൂബിന്റെ ഒരു മുഖം ലംബമായ ഭിത്തിയിൽ ദൃഢമായി ഉറപ്പിച്ചിട്ടുണ്ട്. ക്യൂബിന്റെ എതിർമുഖത്ത് 100 kg മാസ്സ് ബന്ധിപ്പിക്കുക. അലൂമിനിയത്തിന്റെ അനുരൂപണ മോഡുലസ് 25 GPa ആണ്. ഈ വശത്തുണ്ടാകുന്ന ലംബീയ വിഭ്രംശം (vertical deflection) എന്ത്?

9.7 അകം പൊള്ളയായ സിലിണ്ടർ ആകൃതിയിലുള്ളതും സമാനമായതുമായ നാല് സ്റ്റീൽ തൂണുകളിൽ 50,000 kg ഭാരമുള്ള ഒരു വലിയ കെട്ടിടത്തെ താങ്ങി നിർത്തുന്നു. ഓരോ തൂണിന്റെയും അകത്തെയും പുറത്തേയും ആരങ്ങൾ യഥാ

ക്രമം 30cm , 60 cm എന്നിങ്ങനെയാണ്. ഭാരത്തിന്റെ വിന്യാസം സമാനമാണെന്ന് സങ്കൽപ്പിച്ചാൽ, ഓരോ തൂണിലുമുണ്ടാകുന്ന സമ്മർദിത സ്ട്രെയിൻ കണക്കാക്കുക.

9.8 15.2 mm × 19.1 mm ദീർഘചതുര ഛേദതലമുള്ള ഒരു ചെമ്പ് കഷണത്തെ വലിച്ചു നിർത്തുവാനാവശ്യമായ ബലം 44,500 N ആണ്. ഇത് ഇലാസ്തിക രൂപാന്തരം മാത്രം ഉണ്ടാക്കുന്നു. പരിണിത സ്ട്രെയിൻ കണക്കാക്കുക.

9.9 ഒരു സ്കീയിംഗ് വിനോദ കേന്ദ്രത്തിന്റെ മുകളിലൂടെ പോകുന്ന 1.5 cm ആരമുള്ള ഒരു സ്റ്റീൽ കമ്പിയിൽ ഒരു തൂക്കു കസേര ബന്ധിപ്പിച്ചിരിക്കുന്നു. കമ്പിക്ക് താങ്ങാവുന്ന പരമാവധി സ്ട്രെസ്സ് 10^8 N m^{-2} നെ മറികടക്കാത്ത വിധത്തിൽ കമ്പിയിൽ പ്രയോഗിക്കുവാൻ കഴിയുന്ന പരമാവധി ഭാരം കണക്കാക്കുക.

9.10 15 kg ഭാരമുള്ള ഒരു ദൃഢദണ്ഡിനെ 2.0 m നീളമുള്ള മൂന്ന് കമ്പികൾ തുല്യമായി താങ്ങി നിറുത്തിയിരിക്കുന്നു. രണ്ടഗ്രങ്ങളിലേത് ചെമ്പുകമ്പിയും മധ്യഭാഗത്തുള്ളത് ഇരുമ്പുമാണ്. എല്ലാ കമ്പികളിലും ഒരേ വലിവുബലമാണ് ഉള്ളതെങ്കിൽ അവയുടെ വ്യാസങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള അനുപാതം നിർണയിക്കുക.

9.11 1.0 m നീളമുള്ള വലിച്ചുനീട്ടാത്ത ഒരു സ്റ്റീൽ കമ്പിയുടെ അഗ്രത്ത് 14.5 kg മാസ്സ് മുറുകെ കെട്ടിയശേഷം അതിനെ കുത്തനെ വൃത്താകൃതിയിൽ ചുഴറ്റുക. വൃത്തത്തിന് താഴെ 2 rev/s കോണീയ പ്രവേഗം (Angular velocity) ലഭ്യമാകത്തക്കവിധത്തിൽ വേണം ചുഴറ്റേണ്ടത്. കമ്പിയുടെ ഛേദതല പരപ്പളവ് 0.065 cm^2 ആണ്. കറങ്ങുന്ന പാതയുടെ ഏറ്റവും താഴത്തെ ബിന്ദുവിൽ ഭാരം എത്തുമ്പോഴുള്ള കമ്പിയുടെ ദീർഘീകരണം കണക്കാക്കുക.

9.12 താഴെത്തന്നിരിക്കുന്ന വിലകൾ ഉപയോഗിച്ച് ജലത്തിന്റെ ബൾക്ക് മോഡുലസ്സ് കണക്കാക്കുക. ആദ്യ ഉള്ളളവ് = 100.0 ലിറ്റർ, മർദവർധനവ് = 100.0 atm (1 atm = 1.013 × 10^5 Pa), അവസാന ഉള്ളളവ് = 100.5 ലിറ്റർ. ജലത്തിന്റെ ബൾക്ക് മോഡുലസ്സ് വായുവിന്റേതുമായി താരതമ്യം ചെയ്യുക (താപനില സ്ഥിരമാകുമ്പോൾ). ഈ അനുപാതം വളരെ വലുതായതെന്തുകൊണ്ടെന്ന് ലളിതമായി വിശദീകരിക്കുക.

9.13 80.0 atm, മർദമുള്ള താഴ്ചയിൽ ജലത്തിന്റെ സാന്ദ്രത എന്തായിരിക്കും? ജലത്തിന്റെ ഉപരിതല സാന്ദ്രത 1.03 × 103 kg m^{-3} യെന്ന് തന്നിരിക്കുന്നു.

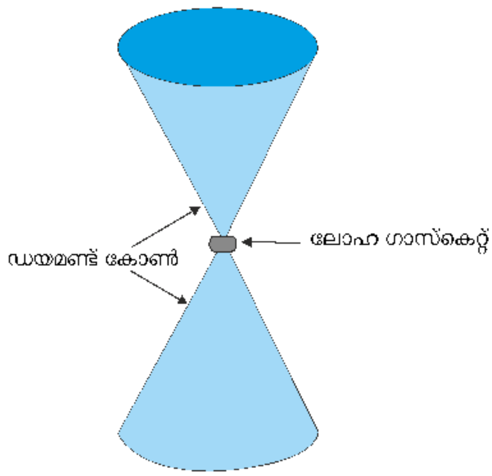
9.14 10 atm ദ്രവചലിത മർദത്തിന് വിധേയമായ ഒരു ഗ്ലാസ് സ്ലാബിന്റെ ഉള്ളളവിലുള്ള അംശീയ വ്യത്യാസം കണക്കാക്കുക.

9.15 7.0 × 10^6 Pa മർദത്തിന് വിധേയമാക്കപ്പെട്ട 10 cm. അരികുള്ള ദൃഢമായ ചെമ്പുക്യൂബിലെ ഉള്ളളവിന്റെ സങ്കോചം നിർണയിക്കുക.

9.16 ഒരു ലിറ്റർ ജലം 0.10% ഞെരുക്കുമ്പോൾ മർദത്തിലുള്ള വ്യത്യാസം എന്തായിരിക്കണം?

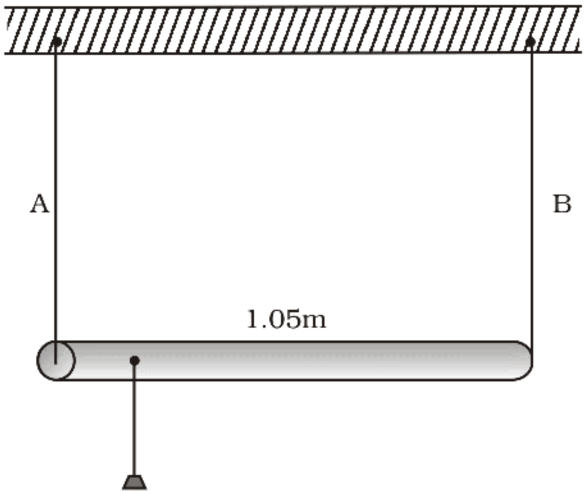
അധിക പരിശീലനപ്രശ്നങ്ങൾ

9.17 വളരെ ഉയർന്ന മർദത്തിലുള്ള പദാർഥങ്ങളുടെ സ്വഭാവം പരിശോധിക്കുന്നതിന് ചിത്രം 9.14 ൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നതുപോലെ ആകൃതിയുള്ള വജ്രത്തിന്റെ ഒറ്റ ക്രിസ്റ്റലുകൊണ്ടുണ്ടാക്കിയ അൻവില്ലുകൾ ഉപയോഗിക്കുന്നു. അൻവില്ലിന്റെ ഇടുങ്ങിയ അഗ്രത്തുള്ള പരന്ന മുഖങ്ങളുടെ വ്യാസം 0.50 mm ഉം. വിസ്തൃതമായ അഗ്രങ്ങൾ 50,000 N സമ്മർദിത ബലത്തിന് വിധേയമാകുകയും ചെയ്താൽ അൻവില്ലിന്റെ അഗ്രഭാഗത്തുള്ള മർദം എന്ത്?



ചിത്രം 9.14

9.18 ചിത്രം 9.15 ൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നതുപോലെ തുല്യനീളമുള്ള സ്റ്റീൽ (കമ്പി A), അലൂമിനിയം (കമ്പി B) കമ്പികളിൽ 1.05 m നീളമുള്ളതും തുച്ഛമായ മാസ്സുള്ളതുമായ ഒരു ദണ്ഡിനെ താങ്ങിനിർത്തിയിരിക്കുന്നു. A, B എന്നീ കമ്പികളുടെ ഛേദതലപരപ്പളവ് യഥാക്രമം $1.0\ mm^2$, $2.0\ mm^2$ എന്നിങ്ങനെയാണ്. ദണ്ഡിന്റെ നീളത്തിൽ ഏത് ബിന്ദുവിൽ m മാസ്സിനെ തൂക്കിയിടുമ്പോഴാണ് സ്റ്റീൽ അലൂമിനിയം കമ്പികളിൽ (a) തുല്യസ്ട്രെസ്സുകൾ (b) തുല്യ സ്ട്രെയിനുകൾ ഇവ ഉണ്ടാകുന്നത്.



ചിത്രം 9.15

9.19 1.0 m നീളമുള്ളതും $0.50 \times 10^{-2}\ cm^2$ ഛേദതല പരപ്പളവുള്ളതുമായ ഒരു ചെറിയ സ്റ്റീൽ കമ്പിയെ അതിലനുഭവപ്പെടുന്ന ബലം അതിന്റെ ഇലാസ്തിക പരിധിക്കുള്ളിൽ വരത്തക്കവിധം രണ്ടു തൂണുകൾക്കിടയിൽ വലിച്ചു കെട്ടിയിരിക്കുന്നു. കമ്പിയുടെ മധ്യബിന്ദുവിൽ 100 g മാസ്സ് തൂക്കിയിടുമ്പോൾ മധ്യബിന്ദുവിലെ താഴ്ച കണക്കാക്കുക.

9.20 നാലു റിവട്ടുകളുപയോഗിച്ച് രണ്ട് ലോഹത്തകിടുകളെ പരസ്പരം ഉറപ്പിച്ചിട്ടുണ്ട്. ഓരോന്നിന്റെയും വ്യാസം 6.0mm ആണ്. റിവട്ടിലുള്ള അനുരൂപണ സ്ട്രെസ്സ് 6.9×10^7 Pa മറികടക്കാതിരിക്കണമെങ്കിൽ ഉറപ്പിച്ച തകിട് ചെലുത്തുന്ന പരമാവധി വലിവുബലം (Tension) എന്തായിരിക്കും? ഓരോ റിവട്ടും ഭാരത്തിന്റെ നാലിലൊന്നാണ് വഹിക്കുന്നതെന്ന് കരുതുക.

9.21 പെസഫിക് സമുദ്രത്തിലാണ് മറീനാട്രെഞ്ച് സ്ഥിതിചെയ്യുന്നത്. ഇത് സമുദ്രോപരിതലത്തിൽനിന്നും 11 km താഴെയാണ്. ഈ തടത്തിന്റെ അടിത്തട്ടിലെ ജലത്തിന്റെ മർദം ഏകദേശം 1.1×10^8 Pa ആണ്. $0.32\ m^3$ ഉള്ളളവുള്ള ഒരു സ്റ്റീൽ ബോൾ സമുദ്രത്തിനുള്ളിലേക്കിട്ടാൽ അത് തടത്തിന്റെ താഴെയെത്തുന്നുവെന്നിരിക്കട്ടെ. തടത്തിന്റെ താഴെ എത്തുന്ന ബോളിന്റെ ഉള്ളളവിലുണ്ടാകുന്ന വ്യത്യാസം എന്തായിരിക്കും?

അധ്യായം 10

ദ്രവങ്ങളുടെ ബലതന്ത്ര സവിശേഷതകൾ (MECHANICAL PROPERTIES OF FLUIDS)

S7N3L5

10.1 ആമുഖം (INTRODUCTION)

ദ്രാവകങ്ങളുടെയും വാതകങ്ങളുടെയും ചില പൊതുവായ ഭൗതിക സവിശേഷതകൾ നാം ഈ അധ്യായത്തിൽ പഠിക്കും. ദ്രാവകങ്ങൾക്കും വാതകങ്ങൾക്കും ഒഴുകാൻ സാധിക്കും. അതുകൊണ്ട് അവയെ 'ദ്രവങ്ങൾ' (fluids) എന്ന് വിളിക്കുന്നു. ഈ സ്വഭാവമാണ് അടിസ്ഥാന പരമായി ദ്രാവകങ്ങളെയും വാതകങ്ങളെയും ഖരങ്ങളിൽ നിന്നും വേർതിരിക്കുന്നത്.

നമുക്ക് ചുറ്റും എല്ലായിടത്തും ദ്രവങ്ങൾ ഉണ്ട്. ഭൂമിക്ക് വായുവിന്റെ ഒരു ആവരണം ഉണ്ട്, അതൊടൊപ്പം ഭൂവൽക്കത്തിന്റെ മൂന്നിൽ രണ്ടു ഭാഗം ജലമാണ്. കേവലം നമ്മുടെ നിലനിൽപ്പിന്റെ ആവശ്യം എന്നതിലുപരി, എല്ലാ സസ്തിനികളുടെയും ശരീരത്തിന്റെ ഭൂരിഭാഗത്തിലും ജലം ഉൾക്കൊള്ളുന്നു. സസ്യങ്ങൾ ഉൾപ്പെടെയുള്ള ജീവജാലങ്ങളിൽ നടക്കുന്ന എല്ലാ പ്രക്രിയകളുടെയും മാധ്യമമായി വർത്തിക്കുന്നതും ദ്രവങ്ങളാണ്. അതിനാൽ ദ്രവങ്ങളുടെ സ്വഭാവങ്ങളും സവിശേഷതകളും മനസ്സിലാക്കുന്നത് വളരെ പ്രാധാന്യമർഹിക്കുന്നു.

ദ്രവങ്ങൾ എങ്ങനെയാണ് ഖരപദാർത്ഥങ്ങളിൽ നിന്നും വ്യത്യാസപ്പെട്ടിരിക്കുന്നത്? ദ്രാവകങ്ങളിലും വാതകങ്ങളിലും പൊതുവായുള്ളതെന്താണ്? ഖരപദാർത്ഥങ്ങളിൽ നിന്നും വിഭിന്നമായി ദ്രവങ്ങൾക്ക് സ്വന്തമായി നിശ്ചിത ആകൃതി ഇല്ല. ഖരങ്ങൾക്കും ദ്രാവകങ്ങൾക്കും നിശ്ചിതമായ ഉള്ളളവ് ഉണ്ട്, എന്നാൽ വാതകം അത് അടങ്ങിയിരിക്കുന്ന പാത്രത്തിന്റെ മുഴുവൻ ഉള്ളളവും ഉൾക്കൊള്ളുന്നു. സ്ട്രെസ്സ് മൂലം ഖരങ്ങളുടെ ഉള്ളളവിൽ വ്യത്യാസം വരുത്താവുന്നതാണ് എന്ന് കഴിഞ്ഞ അധ്യായത്തിൽ നാം പഠിച്ചിട്ടുണ്ട്. ഖരത്തിന്റെയോ ദ്രാവകത്തിന്റെയോ വാതകത്തിന്റെയോ ഉള്ളളവ്, അതിൽ പ്രയോഗിക്കപ്പെടുന്ന സ്ട്രെസ്സ് അല്ലെങ്കിൽ മർദ്ദത്തെ ആശ്രയിച്ചിരിക്കുന്നു. ഖരത്തിന്റെയോ ദ്രാവകത്തിന്റെയോ നിശ്ചിത ഉള്ളളവ് എന്നു പറയുമ്പോൾ നാം അർത്ഥമാക്കുന്നത് സാധാരണ അന്തരീക്ഷ മർദ്ദത്തിലുള്ള ഉള്ളളവ് എന്നാണ്. ഖരങ്ങളിലോ ദ്രാവകങ്ങളിലോ ബാഹ്യമർദം ഉണ്ടാക്കുന്ന ഉള്ളളവ് വ്യത്യാസം തുലോം കുറവാണ് എന്നാൽ വാതകങ്ങളിൽ ഇത്തരം സാഹചര്യങ്ങൾ അതിന്റെ വ്യാപ്തത്തിൽ വലിയ മാറ്റം വരുത്തുന്നതായി കാണാം. അതായത് വാതകങ്ങളും ദ്രാവകങ്ങളും തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം, ഖരങ്ങൾക്കും ദ്രാവകങ്ങൾക്കും വാതകങ്ങളുമായി താരതമ്യം ചെയ്യുമ്പോൾ വളരെ കുറഞ്ഞ സങ്കോചക്ഷമത (Compressibility) യാണുള്ളതെന്നതാണ്.

ഒരു ഖരത്തിന്റെ ഉള്ളളവ് നിശ്ചിതമായി നിലനിർത്തികൊണ്ടു തന്നെ അതിന്റെ ആകൃതിക്കു മാറ്റം വരുത്താൻ ഷിയറിംഗ് സ്ട്രെസ്സിനു (shear stress) സാധിക്കും. ദ്രവങ്ങൾ ഷിയറിംഗ് സ്ട്രെസ്സിനു വളരെ കുറച്ചു പ്രതിരോധമേ കൊടുക്കുന്നുള്ളൂ എന്നതാണ് അവയുടെ പ്രധാന സ്വഭാവം. വളരെ ചെറിയ ഷിയറിംഗ് സ്ട്രെസ്സിന്റെ പ്രയോഗത്തിലൂടെ അവയുടെ ആകൃതി വ്യത്യാസപ്പെടുത്താം. ദ്രവങ്ങളുടെ ഷിയറിംഗ് സ്ട്രെസ്സ് ഖരങ്ങളേക്കാൾ ദശലക്ഷകണക്കിന് മടങ്ങ് ചെറുതാണ്.

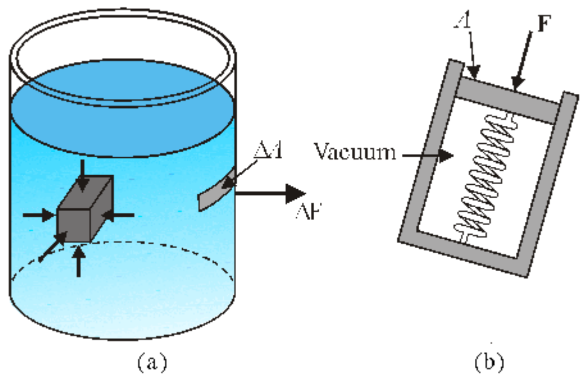
10.2 മർദം (Pressure)

ഒരു കൂർത്ത സൂചി നമ്മുടെ തൊലിയിൽ അമർത്തിയാൽ അത് തൊലിയിൽ തുളച്ചുകയറും. പക്ഷേ കൂടുതൽ സമ്പർക്ക പരപ്പളവുള്ള മൂർച്ചയില്ലാത്ത (ഒരു സ്പൂണിന്റെ പുറകുവശം പോലെ) വസ്തുക്കൾ ഉപയോഗിച്ച് തുല്യ ബലത്തോടെ അമർത്തിയാൽ നമ്മുടെ തൊലി തുളയുന്നില്ല. ഒരു മനുഷ്യന്റെ മാറിൽ ഒരാന കാല് കയറ്റി വെക്കുകയാണെങ്കിൽ അവന്റെ വാരിയെല്ലുകൾ പൊട്ടുന്നു. ഒരു സർക്കസ് അഭ്യാസിയുടെ മാറിടത്തിന് കുറുകേ, വലിയതും ഭാരം കുറഞ്ഞതും എന്നാൽ ബലമുള്ളതുമായ ഒരു പലകക്കഷണം, ആദ്യമേ തന്നെ വെച്ചാൽ ഈ അപകടത്തിൽ നിന്നും രക്ഷപ്പെടാവുന്നതാണ്. ബലം മാത്രമല്ല അത് പ്രയോഗിക്കുന്ന പരപ്പളവും പ്രധാനപ്പെട്ടതാണ് എന്ന് നിത്യ ജീവിത്തിലെ ഇതുപോലുള്ള അനുഭവങ്ങൾ നമ്മെ ബോധ്യപ്പെടുത്തുന്നു. ബലം പ്രയോഗിക്കപ്പെടുന്ന പ്രതലം എത്ര ചെറുതാണോ അത്രയും വലുതായിരിക്കും ബലത്തിന്റെ ആഘാതം. ഈ ആശയം മർദം എന്നറിയപ്പെടുന്നു.

നിശ്ചലാവസ്ഥയിലുള്ള ഒരു ദ്രവത്തിൽ ഒരു വസ്തു മുങ്ങിയിരിക്കുമ്പോൾ, ദ്രവം ആ വസ്തുവിന്റെ പ്രതലത്തിൽ ഒരു ബലം പ്രയോഗിക്കുന്നു. ഈ ബലം എല്ലായ്പ്പോഴും വസ്തുവിന്റെ പ്രതലത്തിനു ലംബമായിരിക്കും. പ്രതലത്തിനു സമാന്തരമായി ബലത്തിന്റെ ഒരു ഘടകം ഉണ്ടായിരിന്നുവെങ്കിൽ, ന്യൂട്ടന്റെ മൂന്നാം നിയമപ്രകാരം വസ്തുവും സമാന്തരമായി ഒരു ബലം ദ്രാവകത്തിൽ പ്രയോഗിച്ചേനെ. ഈ ബലം പ്രതലത്തിനു സമാന്തരമായി ദ്രാവകം ഒഴുകാൻ കാരണമായേനെ. ദ്രാവകം നിശ്ചലാവസ്ഥയിൽ ആയതിനാൽ ഇത് സംഭവിക്കുന്നില്ല. അതിനാൽ നിശ്ചലാവസ്ഥയിലുള്ള ദ്രാവകം പ്രയോഗിക്കുന്ന ബലം അതുമായി സമ്പർക്കത്തിൽ വരുന്ന പ്രതലത്തിനു ലംബമായിരിക്കും. ഇത് ചിത്രം 10.1(a) യിൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നു.

ദ്രവം ഒരു ബിന്ദുവിൽ പ്രയോഗിക്കുന്ന ലംബമായ ബലം അളക്കാൻ സാധിക്കും. ഇങ്ങനെയുള്ള, മർദം അളക്കുന്ന ഒരു ഉപകരണത്തിന്റെ മാതൃക ചിത്രം 10.1(b) യിൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നു. പിസ്റ്റണിൽ പ്രയോഗിക്കപ്പെടുന്ന ബലം അളക്കാൻ വേണ്ടി അങ്കനം ചെയ്യപ്പെട്ട (calibrated) സ്പ്രിംഗ് ഉൾക്കൊള്ളുന്ന വായു ശൂന്യമായ അറ ഉപയോഗിക്കുന്നു. ഈ ഉപകരണത്തെ ദ്രവത്തിനുള്ളിലെ ഒരു ബിന്ദുവിൽ വെയ്ക്കുന്നു. ദ്രവം പിസ്റ്റണിൽ അകത്തേക്ക് പ്രയോഗിക്കുന്ന ബലവും സ്പ്രിംഗ് പുറത്തേയ്ക്ക് പ്രയോഗിക്കുന്ന ബലവും തുലനം ചെയ്യപ്പെടുകയും അതുവഴി അളക്കപ്പെടുകയും ചെയ്യുന്നു.

പരപ്പളവ് A ഉള്ള ഒരു പിസ്റ്റണിൽ പ്രയോഗിക്കുന്ന



ചിത്രം 10.1 (a) ബീക്കറിലെ ദ്രാവകം മുങ്ങിക്കിടക്കുന്ന വസ്തുവിലോ ഭിത്തിയിലോ പ്രയോഗിക്കുന്ന ബലം എല്ലാ ബിന്ദുക്കളിലും പ്രതലത്തിനു ലംബമായിരിക്കും.
ചിത്രം 10.1 (b) മർദം അളക്കാനുള്ള ഉപകരണത്തിന്റെ ഉദാത്ത മാതൃക.

ലംബ ബലത്തിന്റെ അളവ് 'F' ആണെങ്കിൽ ശരാശരി മർദം P_{av} നെ യൂണിറ്റ് പരപ്പളവിൽ പ്രയോഗിക്കുന്ന ലംബ ബലമായി നിർവചിക്കാം.

$$P_{av} = \frac{F}{A} \qquad (10.1)$$

തത്ത്വത്തിൽ, പിസ്റ്റണിന്റെ പരപ്പളവ് എത്ര വേണമെങ്കിലും ചെറുതാക്കാം. മർദത്തെ സൂക്ഷ്മമായി വിശകലനം ചെയ്താൽ

$$P = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta F}{\Delta A} \text{ എന്നു നിർവചിക്കാം} \qquad (10.2)$$

മർദം ഒരു അദിശ അളവാണ്. സമവാക്യം 10.1 ലും 10.2 ലും അംശത്തിൽ കാണുന്ന സദിശ ബലം അല്ല, പകരം പരിഗണിക്കുന്നത് പരപ്പളവിനു ലംബമായ ബലത്തിന്റെ ഘടകമാണ് എന്ന് ഓർക്കേണ്ടതുണ്ട്. ഇതിന്റെ ഡൈമെൻഷൻ $ML^{-1}T^{-2}$ ആണ്. മർദത്തിന്റെ SI യൂണിറ്റ് $N\,m^{-2}$ ആണ്. ദ്രവമർദത്തിൽ മാർഗ്ഗോദ്ദീ

* STP യുടെ അർഥം, സ്റ്റാൻഡേർഡ് താപനിലയും (0^0C) $1\ atm$ മർദവും ആണ്.

പകങ്ങളായ പഠനങ്ങൾ നടത്തിയ ഫ്രഞ്ച് ശാസ്ത്രജ്ഞൻ ബ്ലെയ്സ് പാസ്കലി (Blasic Pascal)ന്റെ (1623 –1662) ബഹുമാനാർത്ഥം ഇതിനെ പാസ്കൽ (Pa) എന്ന് നാമകരണം ചെയ്തിരിക്കുന്നു. മർദ്ദത്തിന്റെ പൊതുവായ യൂണിറ്റ് ആണ് അറ്റ്മോസ്ഫിയർ (atm.) അതായതു സമുദ്രനിരപ്പിൽ അന്തരീക്ഷം ചെലുത്തുന്ന മർദ്ദം (1 atm = 1.013×10^5 Pa).

ദ്രവങ്ങളുടെ സ്വഭാവങ്ങൾ വിശദീകരിക്കാൻ മറ്റൊരു പ്രധാന അളവാണ് സാന്ദ്രത ρ. 'm' മാസ്സും V ഉള്ളളവും ഉള്ള ഒരു ദ്രവത്തിന്റെ സാന്ദ്രത

$$\rho = \frac{m}{V} \text{ ആണ്} \qquad (10.3)$$

സാന്ദ്രതയുടെ ഡൈമെൻഷൻ $[ML^{-3}]$ ആണ്. ഇതിന്റെ SI യൂണിറ്റ് kg m^{-3} ആണ്. ഇതൊരു പോസിറ്റീവ് അദിശ അളവാണ്. ദ്രാവകങ്ങൾ വലിയൊരളവു വരെ പൊതുവേ സങ്കോചരഹിതങ്ങൾ (incompressible) ആയതുകൊണ്ട് അതിന്റെ സാന്ദ്രത എല്ലാ മർദത്തിലും ഏകദേശം സ്ഥിരമാണ്. നേരെ മറിച്ച്, വാതകങ്ങൾ മർദത്തിനനുസരിച്ച് സാന്ദ്രതയിൽ വലിയ മാറ്റം പ്രദർശിപ്പിക്കുന്നു.

4°C (277 K) ൽ ജലത്തിന്റെ സാന്ദ്രത 1.0×10^3 kg m^{-3} ആണ്. ഒരു വസ്തുവിന്റെ ആപേക്ഷിക സാന്ദ്രത എന്നത് വസ്തുവിന്റെ സാന്ദ്രതയും 4°C ലുള്ള ജലത്തിന്റെ സാന്ദ്രതയും തമ്മിലുള്ള അനുപാതമാണ്. ഇത് ഡൈമെൻഷൻ ഇല്ലാത്ത പോസിറ്റീവ് അദിശ അളവാണ്. ഉദാഹരണത്തിന് അലൂമിനിയത്തിന്റെ ആപേക്ഷിക സാന്ദ്രത 2.7 ആണ്. ഇതിന്റെ സാന്ദ്രത 2.7×10^3 kg m^{-3} ആണ്. സാധാരണ ചില ദ്രവങ്ങളുടെ സാന്ദ്രതകൾ പട്ടിക 10.1 ൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നു.

പട്ടിക 10.1 : സാധാരണ ചില ദ്രവങ്ങളുടെ STP യിലെ സാന്ദ്രതകൾ

ദ്രവം	ρ (kg m^{-3})
ജലം	1.00×10^3
സമുദ്രജലം	1.03×10^3
മെർക്കുറി	13.6×10^3
ഈഥൈൽ ആൽക്കഹോൾ	0.806×10^3
രക്തം	1.06×10^3
വായു	1.29
ഓക്സിജൻ	1.43
ഹൈഡ്രജൻ	9.0×10^{-2}
നക്ഷത്രാന്തര സ്പേസ്	$\approx 10^{-20}$

ഉദാഹരണം 10.1: 40 kg. മാസുള്ള ഒരു മനുഷ്യശരീരത്തിന്റെ മുകൾഭാഗത്തിനെ $10 cm^2$ ഛേദതലപരപ്പളവു വീതമുള്ള രണ്ടു തുടയെല്ലുകൾ (femurs) താങ്ങി നിർത്തുന്നു. തുടയെല്ലുകൾ വഹിക്കുന്ന ശരാശരി മർദം (average pressure) കണക്കാക്കുക.

ഉത്തരം: തുടയെല്ലുകളുടെ ആകെ ഛേദതല പരപ്പളവ് $A = 2 \times 10\ cm^2 = 20 \times 10^{-4}\ m^2$

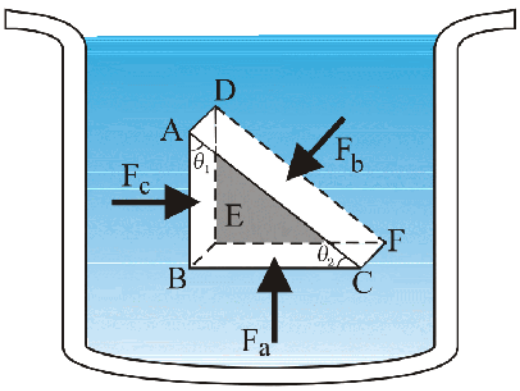
അതിൻമേൽ പ്രവർത്തിക്കുന്ന ബലം, F = 40 kg wt = 400 N ആണ്.

(g = 10 m s^{-2} എന്ന് എടുത്തിരിക്കുന്നു). നേരെ താഴോട്ട് പ്രവർത്തിക്കുന്ന ഈ ബലം തുടയെല്ലുകൾക്ക് ലംബമായിരിക്കും. അതിനാൽ, ശരാശരി മർദ്ദം.

$$P_{av} = \frac{F}{A} = 2 \times 10^5\ N\ m^{-2}$$

10.2.1 പാസ്കലിന്റെ നിയമം (Pascal's law)

നിശ്ചലാവസ്ഥയിലുള്ള ദ്രവത്തിലെ ഒരേ ഉയരത്തിലുള്ള എല്ലാ ബിന്ദുക്കളിലും ഒരേ മർദ്ദം ആയിരിക്കുമെന്ന് ഫ്രഞ്ച് ശാസ്ത്രജ്ഞനായ ബ്ലെയ്സ് പാസ്കൽ നിരീക്ഷിച്ചു. ഈ വസ്തുത ഒരു ലളിതമായ പരീക്ഷണത്തിലൂടെ കാണിക്കാവുന്നതാണ്.



ചിത്രം 10.2 പാസ്കൽ നിയമത്തിന്റെ തെളിവ്: നിശ്ചലാവസ്ഥയിലുള്ള ഒരു ദ്രവത്തിന്റെ ഉള്ളിലെ ഒരു സൂക്ഷ്മമായ മട്ടത്രികോണ ഭാഗമാണ് ABC-DEF. ഗുരുത്വ പ്രഭാവം തള്ളിക്കളയാവുന്നത്ര ചെറുതാണ്. പക്ഷേ വ്യക്തതയ്ക്കായി നാം ഈ ഭാഗത്തെ വലുതാക്കി കാണിച്ചിരിക്കുന്നു.

ചിത്രം 10.2 ൽ നിശ്ചലാവസ്ഥയിലുള്ള ഒരു ദ്രവത്തിന്റെ ഉള്ളിലെ ഒരു സൂക്ഷ്മഭാഗം കാണിച്ചിരിക്കുന്നു. ഈ ഭാഗം ABC-DEF ഒരു മട്ടത്രികോണ പ്രിസത്തിന്റെ (right angled prism) രൂപത്തിലാണ്. തത്വത്തിൽ, പ്രിസം രൂപത്തിലുള്ള ഈ സൂക്ഷ്മ ഭാഗം

വലിപ്പത്തിൽ വളരെ ചെറുതാണ്. ഇതു കാരണം ഇതിന്റെ എല്ലാ ഭാഗങ്ങളും ദ്രാവക ഉപരിതലത്തിൽ നിന്നും ഒരേ ആഴത്തിലാണെന്ന് സങ്കൽപ്പിക്കാവുന്നതാണ്. അതുകൊണ്ടുതന്നെ ഭൂഗുരുത്വ പ്രഭാവം എല്ലാ ബിന്ദുക്കളിലും ഒരുപോലെയായിരിക്കും. വ്യക്തതയ്ക്കു വേണ്ടി നമ്മൾ ഇതിനെ വലുതാക്കി കാണിച്ചിരിക്കുന്നു. ഈ സൂക്ഷ്മഭാഗത്തിലെ ബലം ദ്രവത്തിലെ മറ്റു ഭാഗങ്ങൾ ചെലുത്തുന്നതാണ്. അതോടൊപ്പം മുകളിൽ ചർച്ച ചെയ്തതു പോലെ ഇവ സൂക്ഷ്മഭാഗത്തിന്റെ പ്രതലത്തിനു ലംബമായിരിക്കുകയും വേണം. BEFC, ADFC, ADEB എന്നീ പ്രതലങ്ങളിൽ ദ്രവം പ്രയോഗിക്കുന്ന ലംബബലം ആണ് F_a, F_b, F_c. ഈ പ്രതലങ്ങളുടെ പരപ്പളവ് യഥാക്രമം A_a, A_b, A_c ആണെങ്കിൽ അവയിൽ പ്രയോഗിക്കപ്പെടുന്ന ദ്രവമർദം P_a, P_b, P_c എന്നിങ്ങനെയാണ്.

$F_b \sin\theta = F_c$, $F_b \cos\theta = F_a$ (സന്തുലിതാവസ്ഥ പ്രകാരം)

ചിത്രത്തിന്റെ ജ്യാമിതി പ്രകാരം

$A_b \sin\theta = A_c \qquad A_b \cos\theta = A_a$

ഇവയുടെ ഹരണഫലം

$$\frac{F_b}{A_b} = \frac{F_c}{A_c} = \frac{F_a}{A_a}; \qquad P_b = P_c = P_a \tag{10.4}$$

അതായത്, നിശ്ചലാവസ്ഥയിലുള്ള ഒരു ദ്രവത്തിൽ എല്ലാ ദിശകളിലും ചെലുത്തപ്പെടുന്ന ദ്രവമർദ്ദം ഒന്നു തന്നെയാണ്. മറ്റു തരത്തിലുള്ള സ്ട്രെസ്സുകളെപ്പോലെ മർദ്ദം ഒരു സദിശ അളവല്ലെന്നു ഇതു നമ്മെ ഓർമ്മപ്പെടുത്തുന്നു. ഇതിനു ഒരു ദിശയും കൊടുക്കാൻ സാധിക്കില്ല. നിശ്ചലാവസ്ഥയിലുള്ള സമ്മർദ്ദത്തിലിരിക്കുന്ന ഒരു ദ്രാവകത്തിന്റെ ഏതെങ്കിലും പ്രതലത്തിന് എതിരായുള്ള ബലം, പ്രതലത്തിന്റെ ക്രമീകരണം എങ്ങനെ ആയിരുന്നാലും, ആ പ്രതലത്തിന് ലംബമായിരിക്കും.

ഛേദതല പരപ്പളവ് ഒരുപോലെയുള്ളതും തിരശ്ചീന ദണ്ഡിന്റെ രൂപത്തിലുള്ളതുമായ ഒരു ദ്രവഭാഗം പരിഗണിക്കാം. ഈ ദ്രവദണ്ഡ് സന്തുലിതാവസ്ഥയിലാണ്. അതിനാൽ ഇതിന്റെ രണ്ടഗ്രങ്ങളിലും പ്രയോഗിക്കപ്പെടുന്ന തിരശ്ചീന ബലങ്ങൾ തുല്യമായിരിക്കണം അഥവാ രണ്ടഗ്രങ്ങളിലുമുള്ള മർദ്ദം തുല്യമായിരിക്കണം. സന്തുലിതാവസ്ഥയിലുള്ള ഒരു ദ്രാവകത്തിന് തിരശ്ചീന തലത്തിലെ എല്ലാ ബിന്ദുക്കളിലുമുള്ള മർദ്ദം ഒന്നു തന്നെയാണ് എന്ന് ഇതു തെളിയിക്കുന്നു. ദ്രവത്തിന്റെ വ്യത്യസ്ത ഭാഗങ്ങളിൽ അനുഭവപ്പെടുന്ന മർദ്ദം തുല്യമല്ലെങ്കിൽ ദ്രവത്തിൻമേൽ ഒരു പരിണത ബലം പ്രയോഗിക്കപ്പെടുകയും ഒഴുകാൻ തുടങ്ങുകയും ചെയ്യുന്നു. അതിനാൽ ഒഴുക്കിന്റെ അഭാവത്തിൽ ദ്രവത്തിന്റെ ഒരു തിരശ്ചീന പ്രതലത്തിൽ എല്ലായിടത്തും മർദം ഒന്നു തന്നെ ആയിരിക്കണം. മർദ്ദ വ്യത്യാസം മൂലമുള്ള വായുവിന്റെ ഒഴുക്കാണ് കാറ്റ്.

10.2.2 ആഴത്തിനനുസരിച്ചു ഉണ്ടാകുന്ന മർദവ്യതിയാനം (Variation of pressure with depth)

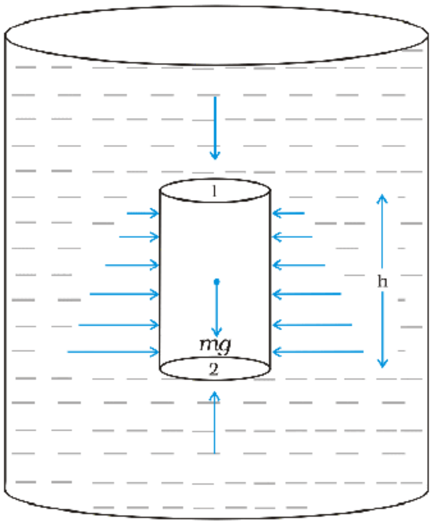
ഒരു പാത്രത്തിൽ വെച്ചിരിക്കുന്ന നിശ്ചലാവസ്ഥയിലുള്ള ദ്രവം പരിഗണിക്കുക. ചിത്രം 10.3 ൽ ബിന്ദു 2–ൽ നിന്നും h ഉയരത്തിലുള്ള ബിന്ദുവാണ് ബിന്ദു 1. ബിന്ദു 1 ലേയും 2 ലേയും മർദങ്ങൾ യഥാക്രമം P_1 ഉം P_2 ഉം ആണ് എന്നിരിക്കട്ടെ. ചിത്രത്തിൽ കൊടുത്തിരിക്കുന്നതുപോലെ ബിന്ദു 1 ഉം 2 ഉം ഉൾക്കൊള്ളുന്നതും ചുവടിന്റെ പരപ്പളവ് A- യും ഉയരം h ഉം ഉള്ള ഒരു ദ്രവ സിലിണ്ടർ പരിഗണിക്കുക. ദ്രവം നിശ്ചലാവസ്ഥയിൽ ആയതിനാൽ ഇതിൽ അനുഭവപ്പെടുന്ന ആകെ തിരശ്ചീനബലങ്ങൾ പൂജ്യമാകുകയും ആകെ ലംബബലം ഈ സിലിണ്ടറിന്റെ ഭാരത്തെ തുലനം ചെയ്യുകയും ചെയ്യും. സിലിണ്ടറിൽ അനുഭവപ്പെടുന്ന ലംബബലം ചുവടെ പറയുന്ന രീതിയിൽ കണക്കാക്കാം. സിലിണ്ടറിന്റെ മുകളിലത്തെ അഗ്രത്തിൽ ദ്രവം പ്രയോഗിക്കുന്ന മർദം P_1 മൂലം ഉണ്ടാകുന്ന ബലം P_1A മുകളിൽ നിന്നും താഴേക്ക് അനുഭവപ്പെടുന്നു. അതേസമയം താഴെ ഉള്ള പ്രതലത്തിൽ ദ്രവമർദം P_2 ഉണ്ടാക്കുന്ന ബലം P_2A താഴെനിന്നും മുകളിലേക്കും അനുഭവപ്പെടുന്നു. അതുകൊണ്ട് സിലിണ്ടറിൽ അനുഭവപ്പെടുന്ന ലംബബലം എന്നത് $(P_2-P_1)A$ എന്നാകുന്നു. ദ്രവസിലിണ്ടറിന്റെ ഭാരം 'mg' യ്ക്ക് തുല്യമായിരിക്കും.

അതിനാൽ $(P_2 - P_1)A = mg$ (10.5)

ദ്രവത്തിന്റെ മാസ് സാന്ദ്രത (mass density) ρ ആണെങ്കിൽ, ദ്രവത്തിന്റെ മാസ്സ് $m = \rho V = \rho hA$

അതിനാൽ

$$P_2 - P_1 = \rho gh \tag{10.6}$$

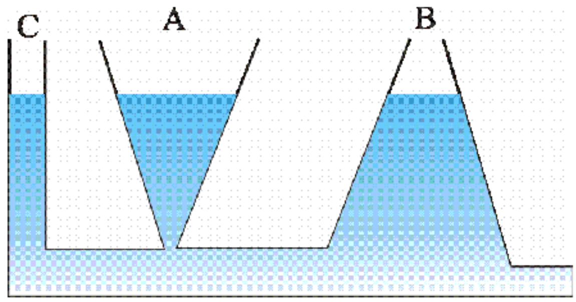


ചിത്രം 10.3 ഭൂഗുരുത്വത്തിനു വിധേയമായ ദ്രവം കുത്തനെയുള്ള ഒരു സിലിണ്ടർ രൂപത്തിൽ അനുഭവപ്പെടുന്ന മർദ്ദത്തിന്റെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ ഭൂഗുരുത്വബലത്തെ ചിത്രീകരിച്ചിരിക്കുന്നു.

ആയതിനാൽ സിലിണ്ടറിൽ അനുഭവപ്പെടുന്ന മർദവ്യതിയാനം സിലണ്ടറിന്റെ ഉയരത്തെയും (ബിന്ദുക്കൾ 1നും 2നും ഇടയിലുള്ള ദൂരം) ദ്രവത്തിന്റെ സാന്ദ്രത 'ρ'യെയും ഗുരുത്വത്വരണം 'g'യെയും ആശ്രയിച്ചിരിക്കുന്നു. ചർച്ചയിലുള്ള ബിന്ദു 1 ദ്രവത്തിന്റെ (ജലം എന്നു പറയാം) ഉപരിതലത്തിലേക്ക് മാറ്റുമ്പോൾ അത് അന്തരീക്ഷവുമായി സമ്പർക്കത്തിലാകുന്നു. അതിനാൽ P_1 നെ അന്തരീക്ഷമർദം (P_a) വച്ചും P_2 നെ P വച്ചും മാറ്റി എഴുതാം. അപ്പോൾ 'P_2' വിനെ 'P' കൊണ്ട് സൂചിപ്പിക്കുകയാണെങ്കിൽ സമവാക്യം (10.6).

$$P = P_a + \rho g h \qquad (10.7)$$

അന്തരീക്ഷത്തിലേക്കു തുറന്നിരിക്കുന്ന ഒരു ദ്രാവകത്തിന്റെ ഉപരിതലത്തിനു താഴെ 'h' ആഴത്തിലുള്ള മർദ്ദം, അന്തരീക്ഷ മർദത്തേക്കാൾ ρgh കണ്ട് കൂടുതലാണ്. 'h' ആഴത്തിലുള്ള അധിക മർദം $P-P_a$ ആ ബിന്ദുവിലെ 'ഗേജ് മർദം' (Gauge pressure)എന്ന് അറിയപ്പെടുന്നു. സമവാക്യം 10.7 ൽ കേവല മർദത്തിന്റെ സമീകരണത്തിൽ സിലിണ്ടറിന്റെ പരപ്പളവ് പ്രത്യക്ഷപ്പെടുന്നില്ല. അങ്ങനെ ഛേദതല അഥവാ ചുവട് പരപ്പളവിനോ പാത്രത്തിന്റെ ആകാരത്തിനോ അല്ല പ്രാധാന്യം, ദ്രവ സ്തൂപത്തിന്റെ (fluid column) ഉയരത്തിനാണ്. ഒരേ തിരശ്ചീന ലെവലിലുള്ള എല്ലാ ബിന്ദുക്കളിലും ദ്രാവക മർദം ഒരു പോലെയാണ്. ഈ ഫലം ഹൈഡ്രോസ്റ്റാറ്റിക് പാരഡോക്സ് (Hydrostatic paradox) എന്ന ഉദാഹരണത്തിലൂടെ വ്യക്തമാകുന്നു. വ്യത്യസ്ത ആകൃതിയിലുള്ള മൂന്ന് പാത്രങ്ങൾ A, B,C (ചിത്രം 10.4) പരിഗണിക്കുക. അടിയിൽ ഒരു തിരശ്ചീന പൈപ്പ് ഉപയോഗിച്ച് അവയെ ബന്ധിപ്പിച്ചിരിക്കുന്നു. വെള്ളം നിറയ്ക്കുമ്പോൾ വ്യത്യസ്ത അളവ് വെള്ളമാണ് ഉൾക്കൊള്ളുന്നതെങ്കിലും മൂന്നു പാത്രത്തിലെയും നിരപ്പ് ഒരു പോലെയാണ്. പാത്രത്തിന്റെ ഓരോ ഭാഗത്തിനും അടിയിൽ ജലത്തിന് ഒരേ മർദ്ദമായതാണ് ഇതിനുള്ള കാരണം.



ചിത്രം 10.4 ഹൈഡ്രോസ്റ്റാറ്റിക് പാരഡോക്സിന്റെ ചിത്രീകരണം A,B,C എന്ന മൂന്നു പാത്രങ്ങൾ, വ്യത്യസ്ത അളവ് ദ്രാവകം ഉൾക്കൊള്ളുന്നു, എല്ലാം ഒരേ ഉയരത്തിൽ

ഉദാഹരണം 10.2: ഒരു തടാകത്തിന്റെ ഉപരിതലത്തിൽ നിന്നും 10 m താഴെ ഒരു നീന്തൽ താരത്തിന് അനുഭവപ്പെടുന്ന മർദം എത്രയാണ്?

ഉത്തരം: ഇവിടെ h=10m ρ 1000 kg m^{-3}

സമവാക്യം 10.7 ൽ $g = 10\ m\ s^{-2}$ എന്ന് എടുക്കുക

$$P = P_a + \rho g h$$

$$= 1.01 \times 10^5\ Pa + 1000\ kg\ m^{-3} \times 10\ m\ s^{-2} \times 10\ m$$

$$= 2.01 \times 10^5\ Pa$$

$$\approx 2\ atm$$

ഉപരിതലത്തിലെ മർദ്ദത്തിൽ നിന്നും 100% വർദ്ധനവ് ആണിത്. 1 km ആഴത്തിൽ മർദത്തിലുള്ള വർദ്ധനവ് 100atm. ആണ്. അന്തർവാഹിനികൾ രൂപ കൽപന ചെയ്തിരിക്കുന്നത് ഇതുപോലെയുള്ള ഉന്നത മർദം പ്രതിരോധിക്കാൻ പറ്റുന്ന രീതിയിലാണ്. ◀

10.2.3 അന്തരീക്ഷ മർദവും ഗേജ് മർദവും (Atmospheric pressure and gauge pressure)

ഒരു ബിന്ദുവിലെ അന്തരീക്ഷ മർദം എന്നത് ആ ബിന്ദുവിൽ നിന്നും അന്തരീക്ഷ ഉപരിതലം വരെ വ്യാപിച്ചു കിടക്കുന്ന യൂണിറ്റ് ഛേദതല പരപ്പളവുള്ള വായു

യൂപത്തിന്റെ ഭാരത്തിനു തുല്യമാണ്. സമുദ്ര നിരപ്പിൽ ഇത് 1.013×10^5 Pa (1 atm) ആണ്. ഇറ്റാലിയൻ ശാസ്ത്രജ്ഞനായ ഇവാൻജെലിസ്ട ടോറിസെല്ലിയാണ് (Evangelista Torricelli) (1608–1647) അന്തരീക്ഷ മർദം അളക്കാൻ ഒരു ഉപകരണം ആദ്യമായി രൂപകൽപന ചെയ്തത്. ചിത്രം 10.5 (a) യിൽ കാണുന്നതുപോലെ ഒരഗ്രം അടച്ച ഒരു ഗ്ലാസ്സ് ട്യൂബിൽ മെർക്കുറി നിറച്ച ശേഷം അത് മെർക്കുറി ഉൾക്കൊള്ളുന്ന ഒരു പാത്രത്തിലേക്ക് കമഴ്ത്തിവെച്ചിരിക്കുന്ന സംവിധാനമാണ് മെർക്കുറി ബാരോമീറ്റർ. കുഴലിലെ മെർക്കുറി യൂപത്തിന്റെ മുകൾഭാഗത്ത് നേരിയതോതിൽ മെർക്കുറി ബാഷ്പം മാത്രമാണുള്ളത്. അതുകൊണ്ട് ഈ മെർക്കുറി ബാഷ്പം യൂപത്തിൽ ചെലുത്തുന്ന മർദം അവഗണിക്കാവുന്നത്ര ചെറുതാണ്. അതിനാൽ മെർക്കുറിയൂപത്തിന്റെ മുകളിലുള്ള ബിന്ദു 'A' യിലെ മർദം പൂജ്യമായിരിക്കും. അതേസമയം മെർക്കുറിയൂപത്തിന്റെ താഴെ കാണിച്ചിരിക്കുന്ന ബിന്ദു 'B' യിലും യൂപത്തിന് വെളിയിൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്ന ബിന്ദു 'C' യിലും അനുഭവപ്പെടുന്ന മർദം തുല്യമായിരിക്കും. ബിന്ദു 'C' യിൽ അനുഭവപ്പെടുന്നത് അന്തരീക്ഷ മർദം 'P_a' ആണല്ലോ. അതുകൊണ്ട്

$$P_a = \rho g h \qquad (10.8)$$

ρ മെർക്കുറിയുടെ മാസ്സ് സാന്ദ്രതയും, h ട്യൂബിലെ മെർക്കുറി യൂപത്തിന്റെ ഉയരവുമാണ്.

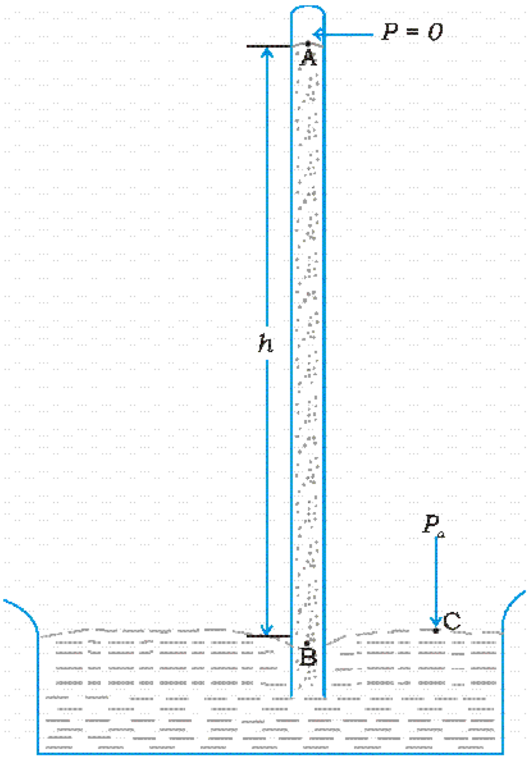
ബാരോമീറ്ററിലെ മെർക്കുറിയൂപത്തിന്റെ ഉയരം സമുദ്ര നിരപ്പിൽ 76cm ആണെന്ന് പരീക്ഷണത്തിൽ കണ്ടെത്തി. ഇത് ഒരു അറ്റ്മോസ്ഫിയറിന് (1 atm) സമാനമാണ്. സമവാക്യം 10.8ൽ മെർക്കുറിയുടെ സാന്ദ്രതാ മൂല്യം കൊടുത്ത് ഇത് കണ്ടെത്താം. അന്തരീക്ഷ മർദം അളക്കാൻ സാധാരണ ഉപയോഗിക്കുന്ന യൂണിറ്റ് മെർക്കുറി യൂപത്തിന്റെ cm ലോ mmലോ ഉള്ള ഉയരമാണ്. 1mm മെർക്കുറി യൂപത്തിന്റെ ഉയരം സൂചിപ്പിക്കുന്ന മർദത്തെ ഒരു ടോർ (ടോറിസെല്ലിയുടെ ബഹുമാനാർത്ഥം) എന്നു വിളിക്കുന്നു. ഇത് വൈദ്യശാസ്ത്രത്തിൽ മർദത്തിന്റെ യൂണിറ്റായി ഉപയോഗിക്കുന്നു.

1 torr = 133 Pa.

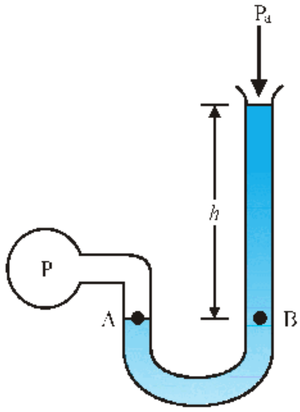
കാലാവസ്ഥാ ശാസ്ത്രത്തിൽ (Meteorology) മർദത്തിന്റെ സാധാരണ ഉപയോഗിക്കുന്ന യൂണിറ്റ് ബാറും മില്ലി ബാറുമാണ്.

1 bar = 10^5 Pa

മർദവ്യത്യാസം അളക്കുന്നതിനായി ഉപയോഗപ്രദമായ ഉപകരണമാണ് ഒരു തുറന്ന മാനോമീറ്റർ ട്യൂബ് (open tube manometer). അനുയോജ്യമായ ദ്രാവകം ഉൾക്കൊള്ളുന്ന ഒരു U- ട്യൂബ് ആണ് ഇതിന്റെ പ്രധാനഭാഗം. താഴ്ന്ന മർദവ്യത്യാസം അളക്കുവാനായി എണ്ണപോലെ കുറഞ്ഞ സാന്ദ്രതയുള്ള ദ്രാവകവും ഉയർന്ന മർദവ്യത്യാസം അളക്കുവാനായി മെർക്കുറിപോലെ ഉയർന്ന സാന്ദ്രതയുള്ള ദ്രാവകങ്ങളും ആണ് U- ട്യൂബിൽ ഉപയോഗിക്കാറുള്ളത്. ട്യൂബിന്റെ ഒരഗ്രം അന്തരീക്ഷത്തിലേക്ക് തുറന്നിരിക്കുന്നു. മറ്റേ അഗ്രം ഏത് സിസ്റ്റത്തിന്റെ മർദമാണോ നമുക്ക് അളക്കേണ്ടത് അതുമായി ബന്ധിപ്പിച്ചിരിക്കുന്നു. (ചിത്രം 10.5 (b) കാണുക). 'A' യിലെ മർദം 'P', ബിന്ദു 'B' യിലെ മർദത്തിന് തുല്യമാണ്. നാം സാധാരണയായി അളക്കുന്നത് ഗേജ് മർദമാണ്. സമവാക്യം 10.8 ൽ തന്നിരിക്കുന്നതു പ്രകാരം ഇത് ($P-P_a$) ആണ് മാത്രമല്ല ഇത് മാനോമീറ്റർ ഉയരം 'h' ന് ആനുപാതികവുമാണ്.



ചിത്രം 10.5 (a) മെർക്കുറി ബാരോ മീറ്റർ



ചിത്രം 10.5 (b) തുറന്ന മാനോമീറ്റർ ട്യൂബ്
ചിത്രം 10.5 മർദ്ദം അളക്കുന്നതിനുള്ള രണ്ട് സംവിധാനങ്ങൾ

U-ട്യൂബിന്റെ ദ്രാവകം ഉൾക്കൊള്ളുന്ന രണ്ടു വശങ്ങളിലും ഒരേ നിരപ്പിൽ ഒരേ മർദമാണ് അനുഭവപ്പെടുക. താപനിലയിലും മർദത്തിലും ഉണ്ടാകുന്ന വലിയ വ്യതിയാനങ്ങൾ, ദ്രാവകത്തിന്റെ മാസ്സ് സാന്ദ്രതയിൽ നേരിയ മാറ്റങ്ങൾ മാത്രമേ വരുത്തുന്നുള്ളൂ. അതിനാൽ സാന്ദ്രത സ്ഥിരമാണെന്ന് അനുമാനിക്കാനാകും. അതേ സമയം വാതകങ്ങളിൽ താപനിലയിലും മർദത്തിലും ഉണ്ടാകുന്ന മാറ്റങ്ങൾ വലിയ സാന്ദ്രതാവ്യത്യാസം വരുത്തുന്നു. അതിനാൽ വാതകങ്ങളെ അപേക്ഷിച്ച് ദ്രാവകങ്ങൾ വലിയൊരളവു വരെ സങ്കോചരഹിതമാണെന്ന് (incompressible) കരുതുന്നു.

ഉദാഹരണം 10.3: സമുദ്ര നിരപ്പിൽ അന്തരീക്ഷത്തിന്റെ സാന്ദ്രത 1.29 kg/m³ ആണ്. ഉയരത്തിനനുസരിച്ച് ഇത് മാറുന്നില്ല എന്ന് സങ്കൽപിക്കുക. എങ്കിൽ അന്തരീക്ഷത്തിന്റെ ഉയരം എത്ര?

ഉത്തരം: സമവാക്യം 10.7 ഉപയോഗിച്ച്

$\rho g h = 1.29 \text{ kg m}^{-3} \times 9.8 \text{ m s}^{-2} \times h \text{ m} = 1.01 \times 10^5 \text{ Pa}$

$\therefore h = 7989 \text{ m} \approx 8 \text{ km}$

യഥാർത്ഥത്തിൽ വായുവിന്റെ സാന്ദ്രത ഉയരത്തിനനുസരിച്ച് കുറയുന്നു. 'g' യുടെ മൂല്യവും അങ്ങനെ തന്നെ. അന്തരീക്ഷമാകുന്ന ആവരണം ഈ മാറ്റം കൊണ്ട് 100km ലേറെ മുകളിൽ വ്യാപിച്ച് കിടക്കുന്നു. സമുദ്ര നിരപ്പിൽ അന്തരീക്ഷ മർദം എപ്പോഴും മെർക്കുറിയുടെ 760mm ആയിരിക്കണമെന്നില്ല. മെർക്കുറിയൂപത്തിന്റെ നിരപ്പ് 10 മില്ലിമീറ്ററോ അതിലധികമോ കുറയുന്നത്, കൊടുങ്കാറ്റിന്റെ വരവിനെ സൂചിപ്പിക്കുന്നു.

ഉദാഹരണം 10.4: സമുദ്രത്തിൽ 1000 m താഴ്ചയിൽ (a) കേവല മർദം എന്താണ് (b) ഗേജ് മർദം എത്രയാണ് (c) ഈ ആഴത്തിൽ ഒരു അന്തർവാഹിനിയുടെ 20cm x 20cm പരപ്പളവുള്ള ജനലിൽ ചെലുത്തുന്ന ബലം എത്രയായിരിക്കും. അന്തർവാഹിനിയുടെ ഉള്ളിലെ മർദം സമുദ്രനിരപ്പിലെ അന്തരീക്ഷ മർദമായി നിലനിർത്തിയിരിക്കുന്നു. (കടൽ വെള്ളത്തിന്റെ സാന്ദ്രത 1.03×10^3 kg m^{-3} ആണ് $g = 10 \text{m s}^{-2}$)

ഉത്തരം: ഇവിടെ h=1000m, $\rho = 1.03 \times 10^3$ kg m^{-3}

(a) സമവാക്യം 10.6 ൽ നിന്നും, കേവല മർദം

$P = P_a + \rho g h$

$= 1.01 \times 10^5$ Pa

$+ 1.03 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3} \times 10 \text{ m s}^{-2} \times 1000 \text{ m}$

$= 104.01 \times 10^5$ Pa

≈ 104 atm

(b) ഗേജ് മർദം $P - P_a = \rho g h = P_g$ ആണ്.

$P_g = 1.03 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3} \times 10 \text{ ms}^{2} \times 1000 \text{ m}$

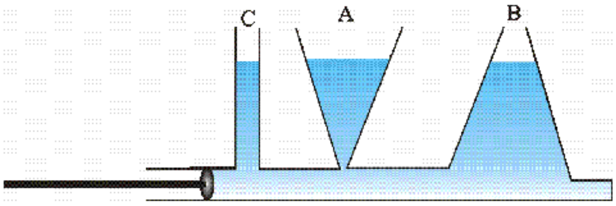
$= 103 \times 10^5$ Pa

≈ 103 atm

(c) മുങ്ങിക്കപ്പലിന്റെ പുറത്തെ മർദമാണ് $P = P_a + \rho g h$ അതിന്റെ അകത്തെ മർദം P_a ആണ്. അതിനാൽ ജാലകത്തിൽ പ്രവർത്തിക്കുന്ന പരിണിത മർദം ഗേജ് മർദമാണ്. അതായത് $P_g = \rho g h$. ജാലകത്തിന്റെ പരപ്പളവ് $A = 0.04 \text{ m}^2$ ആണ്, അതിൻമേൽ പ്രയോഗിക്കുന്ന ബലം $F = P_g A = 103 \times 10^5 \text{Pa} \times 0.04 \text{ m}^2 = 4.12 \times 10^5$ N.

10.2.4 ഹൈഡ്രോളിക് മെഷീനുകൾ (Hydraulic Machines)

ഒരു പാത്രത്തിൽ ഉൾക്കൊള്ളുന്ന ദ്രവത്തിന്റെ മർദം മാറ്റുമ്പോൾ എന്തു സംഭവിക്കുന്നു എന്ന് നോക്കാം. ഒരു പിസ്റ്റണോടുകൂടിയതും വ്യത്യസ്ത പോയിന്റുകളിൽ മൂന്നു ലംബകുഴലുകൾ ഉള്ളതുമായ ഒരു തിരശ്ചീന സിലിണ്ടർ പരിഗണിക്കുക. (ചിത്രം 10.6(a)) ലംബക്കുഴലുകളിലെ ദ്രാവകയൂപത്തിന്റെ ഉയരം തിരശ്ചീന സിലിണ്ടറിലെ മർദത്തെ സൂചിപ്പിക്കുന്നു. എല്ലാ ട്യൂബുകളിലും ദ്രാവകയൂപത്തിന്റെ ഉയരം ഒന്നുതന്നെ ആണ്. പിസ്റ്റൺ തള്ളുമ്പോൾ എല്ലാ കുഴലുകളിലെയും ദ്രവ നിരപ്പ് ഉയരുന്നു, വീണ്ടും ഓരോന്നിലും തുല്യ നിരപ്പാകുന്നു.



ചിത്രം 10.6(a) ഒരു പാത്രത്തിലെ ദ്രവത്തിൽ ഏതെങ്കിലും ഭാഗത്ത് ബാഹ്യമർദം ചെലുത്തിയാൽ, ഇത് എല്ലാ ദിശകളിലും ഒരുപോലെ വിനിമയം ചെയ്യപ്പെടുന്നു.

ഇതു കാണിക്കുന്നത് സിലിണ്ടറിന്റെ മർദം വർദ്ധിപ്പിക്കുമ്പോൾ മർദം എല്ലായിടത്തും ഒരു പോലെ വിതരണം ചെയ്യപ്പെടുന്നു എന്നാണ്. ഒരു പാത്രത്തിൽ ഉൾക്കൊണ്ടിരിക്കുന്ന ദ്രവത്തിന്റെ ഏതെങ്കിലും ഭാഗത്ത്, എപ്പോഴെല്ലാം ബാഹ്യ മർദം പ്രയോഗിക്കുന്നുവോ, ഇത് അതേ അളവിൽ തന്നെ തുല്യമായി എല്ലാ ദിശകളിലും വിതരണം ചെയ്യപ്പെടുന്നു. ഇത് പാസ്കൽനിയമത്തിന്റെ തന്നെ മറ്റൊരു രൂപമാണ്. ഇതിന് ദൈനംദിന ജീവിതത്തിൽ ധാരാളം പ്രയോജനങ്ങൾ ഉണ്ട്.

ഹൈഡ്രോളിക് ലിഫ്റ്റും (Hydraulic lift) ഹൈഡ്രോളിക് ബ്രേക്കും (Hydraulic brake) പോലെ ധാരാളം ഉപകരണങ്ങൾ പാസ്ക്കൽ നിയമം അടിസ്ഥാനപ്പെടുത്തി പ്രവർത്തിക്കുന്നതാണ്. ഇത്തരം ഉപകരണങ്ങളിൽ മർദ്ദവിനിമയത്തിനുവേണ്ടി ദ്രവങ്ങളെ ഉപയോഗിച്ചിരിക്കുന്നു. ഹൈഡ്രോളിക് ലിഫ്റ്റിൽ ചിത്രം 10.6(b) ൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നതുപോലെ രണ്ടു പിസ്റ്റണുകൾ ദ്രാവകം നിറഞ്ഞ ഇടംകൊണ്ട് വേർതിരിക്കപ്പെട്ടിരിക്കുന്നു. ചെറിയ ഛേദതലം A_1 ഉള്ള പിസ്റ്റൺ ഉപയോഗിച്ച് ഒരു ബലം F_1 ദ്രാവകത്തിൻമേൽ പ്രയോഗിക്കുന്നു. ഇതുണ്ടാക്കുന്ന മർദ്ദം $P = \frac{F_1}{A_1}$ ദ്രാവകത്തിലുടനീളം വിതരണം ചെയ്യപ്പെടുന്നതിനൊപ്പം പരപ്പളവ് A_2 ഉള്ള വലിയ പിസ്റ്റൺ ബന്ധിപ്പിച്ചിരിക്കുന്ന വലിയ സിലിണ്ടറിലേക്ക് ലഭിക്കുന്നു. ഇതിന്റെ ഫലമായി മുകളിലേക്ക് $P \times A_2$ ബലം ഉണ്ടാകുന്നു. അതിനാൽ പിസ്റ്റണിന് വലിയ ബലം ലഭിക്കുന്നു. ഈ കഴിവ് കാറ് ട്രക്ക് തുടങ്ങിയ വലിയ ഭാരങ്ങളെ ഉയർത്തുവാൻ അതിനെ പ്രാപ്തമാക്കുന്നു.

ഇവിടെ $F_2 = PA_2 = F_1 \frac{A_2}{A_1}$

A_1 ലെ ബലം മാറുന്നതനുസരിച്ച് പ്ലാറ്റ്ഫോമിൽ ഇരിക്കുന്ന വസ്തുവിനെ താഴ്ത്തുവാനോ ഉയർത്തുവാ

ആർക്കിമെഡിസ് തത്വം (Archimedes principle)

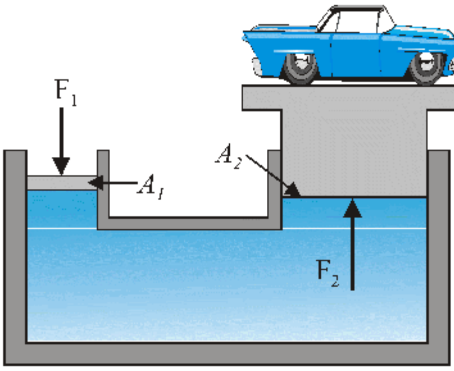
ദ്രവം അതിൽ വച്ച വസ്തുക്കളെ ഭാഗികമായി താങ്ങി നിർത്തുന്നതായി കാണപ്പെടുന്നു. ഒരു വസ്തു മുഴുവനായോ, ഭാഗികമായോ നിശ്ചലാവസ്ഥയിലുള്ള ദ്രവത്തിൽ മുങ്ങിയിരിക്കുമ്പോൾ ദ്രവവുമായി സമ്പർക്കത്തിൽ വരുന്ന വസ്തുവിന്റെ പ്രതലത്തിൽ, ദ്രവം ഒരു മർദ്ദം ചെലുത്തുന്നു. മർദം ആഴത്തിനനുസരിച്ച് വർദ്ധിക്കുന്നതിനാൽ, വസ്തുവിന്റെ താഴത്തെ പ്രതലത്തിൽ മുകളിലെത്തെ പ്രതലത്തെ അപേക്ഷിച്ച് മർദം കൂടുതലാണ്. ഈ ബലങ്ങളുടെയെല്ലാം പരിണതഫലം പ്ലവക്ഷമബലം എന്നു വിളിക്കുന്ന മുകളിലേക്കുള്ള ഒരു ബലമാണ്. സിലിണ്ടർ ആകൃതിയിലുള്ള ഒരു വസ്തു വെള്ളത്തിൽ മുക്കിയിട്ടിരിക്കുകയാണെന്ന് വിചാരിക്കുക. വസ്തുവിന്റെ താഴ് ഭാഗത്ത് അനുഭവപ്പെടുന്ന മുകളിലേക്കുള്ള ബലം, മുകൾ ഭാഗത്ത് താഴേക്കുള്ള ബലത്തിനേക്കാൾ കൂടുതലാണ്. $(P_2-P_1)A$ യ്ക്ക് തുല്യമായ പരിണത ബലം അല്ലെങ്കിൽ പ്ലവക്ഷമ ബലം ദ്രവം മുകൾഭാഗത്തേക്ക് പ്രയോഗിക്കുന്നു. സമവാക്യം 10.4 ൽ $(P_2-P_1)A = \rho ghA$ ആണെന്ന് നമ്മൾ കണ്ടു 'hA' വസ്തുവിന്റെ ഉള്ളളവും ρghA തത്തുല്യ ഉള്ളളവുമുള്ള ദ്രവത്തിന്റെ ഭാരവുമാണ് $(P_2-P_1)A = mg$ ആണ് അതിനാൽ ആദേശം ചെയ്യപ്പെടുന്ന ദ്രവത്തിന്റെ ഭാരത്തിനു തുല്യമാണ് മുകളിലേക്കു പ്രയോഗിക്കപ്പെടുന്ന ബലം.

ഇവിടെ സിലിണ്ടർ ആകൃതിയിലുള്ള വസ്തു പരിഗണിച്ചിരിക്കുന്നത് സൗകര്യത്തിനു വേണ്ടി മാത്രമാണ്. ഫലം വസ്തുവിന്റെ ആകാരത്തെ ആശ്രയിക്കുന്നില്ല. മുഴുവനായും മുങ്ങിക്കിടക്കുന്ന വസ്തുക്കൾക്ക്, വസ്തു ആദേശം ചെയ്യുന്ന ദ്രവത്തിന്റെ ഉള്ളളവ്, വസ്തുവിന്റെ ഉള്ളളവിന് തുല്യമായിരിക്കും. ഇതാണ് ആർക്കമെഡീസിന്റെ തത്വം. മുങ്ങിക്കിടക്കുന്ന വസ്തുവിന്റെ സാന്ദ്രത ദ്രവത്തിന്റേതിനേക്കാൾ കൂടുതൽ ആണെങ്കിൽ, വസ്തു താഴ്ന്നു പോകും, കാരണം വസ്തുവിന്റെ ഭാരം മുകളിലേക്കുള്ള ബലത്തേക്കാൾ കൂടുതൽ ആണ്. വസ്തുവിന്റെ സാന്ദ്രത ദ്രവത്തിന്റേതിനേക്കാൾ കുറവാണെങ്കിൽ, അത് ഭാഗികമായി മുങ്ങിക്കിടന്നു കൊണ്ട് ഒഴുകുന്നു. മുങ്ങിക്കിടക്കുന്ന ഭാഗത്തിന്റെ വ്യാപ്തം കണക്കുകൂട്ടാൻ, വസ്തുവിന്റെ ആകെ വ്യാപ്തം V_s ഉം മുങ്ങി കിടക്കുന്ന ഭാഗത്തിന്റെ വ്യാപ്തം V_p യും ആണെന്നെടുക്കുക.

അപ്പോൾ മുകളിലേക്കുള്ള ബലം, അതായത് ആദേശം ചെയ്യപ്പെടുന്ന ദ്രവത്തിന്റെ ഭാരം $\rho_f gV_p$, വസ്തുവിന്റെ ഭാരത്തിന് തുല്യമായിരിക്കും. $\rho_s gV_s = \rho_f gV_p$ അല്ലെങ്കിൽ $\rho_s/\rho_f = V_p/V_s$ പൊങ്ങിക്കിടക്കുന്ന വസ്തുവിന്റെ പ്രത്യക്ഷത്തിലുള്ള ഭാരം പൂജ്യമാണ്.

ഈ തത്വം ഇപ്രകാരം സംഗ്രഹിക്കാവുന്നതാണ്. ഒരു ദ്രവത്തിൽ ഭാഗികമായോ പൂർണ്ണമായോ മുങ്ങിക്കിടക്കുന്ന വസ്തുവിന്റെ ഭാരനഷ്ടം, ആദേശം ചെയ്യപ്പെടുന്ന ദ്രവത്തിന്റെ ഭാരത്തിന് തുല്യമായിരിക്കും.

നോ സാധിക്കും. പ്ലാറ്റ്ഫോമിൽ അനുഭവപ്പെടുന്ന ബലം $\frac{A_2}{A_1}$ മടങ്ങായി വർദ്ധിക്കുന്നതായി കാണാം. ഇത് ഉപകരണത്തിന്റെ യാന്ത്രിക ലാഭം (Mechanical advantage) ആണ്. ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ഉദാഹരണം ഈ വസ്തുത വ്യക്തമാക്കുന്നു.



ചിത്രം 10.6 (b) ദ്രവചലിത ലിഫ്റ്റി (hydraulic lift) ന്റെ (ഭാരമുള്ള ഹുക്ക് ഉയർത്താൻ ഉപയോഗിക്കുന്ന ഉപകരണം) പിന്നിലുള്ള തത്വം വിവരിക്കുന്ന രേഖാ ചിത്രം.

ഉദാഹരണം 10.5: വ്യത്യസ്ത ഛേദതലത്തോടുകൂടിയ രണ്ടു സിറിഞ്ചുകൾ (സൂചിയില്ലാത്തവ) വെള്ളം നിറച്ച് ഒരു ഇറുകിയ റബ്ബർ ട്യൂബുമായി ബന്ധിപ്പിച്ചിരിക്കുന്നു. ചെറിയ പിസ്റ്റണിന്റെയും വലിയ പിസ്റ്റണിന്റെയും വ്യാസങ്ങൾ യഥാക്രമം 1.0cm ഉം 3.0cm ഉം ആണ്.

(a) ചെറിയ പിസ്റ്റണിൽ 10N ബലം പ്രയോഗിക്കുമ്പോൾ വലിയ പിസ്റ്റണിലെ ബലം കണ്ടുപിടിക്കുക.

(b) ചെറിയ പിസ്റ്റൺ 6.0 cm അകത്തേക്കു തള്ളുമ്പോൾ വലിയ പിസ്റ്റൺ എത്ര മാത്രം പുറത്തേക്കു നീങ്ങുന്നു?

ഉത്തരം

(a) മർദ്ദം തുല്യമായി ദ്രവത്തിലുടനീളം വിതരണം ചെയ്യപ്പെടുന്നതിനാൽ

$$F_2 = \frac{A_2}{A_1} F_1 = \frac{\pi \left(3/2 \times 10^{-2}\ \mathrm{m}\right)^2}{\pi \left(1/2 \times 10^{-2}\ \mathrm{m}\right)^2} \times 10\ \mathrm{N}$$

$$= 90\ \mathrm{N}$$

(b) ജലം പൂർണ്ണമായും സങ്കോചരഹിതമാണെന്നു പരിഗണിച്ചാൽ, പിസ്റ്റൺ സിറിഞ്ചിനുള്ളിലേക്ക് നീങ്ങുന്നത് മൂലം ഉണ്ടാകുന്ന ഉള്ളളവ് നീക്കം രണ്ടാമത്തെ സിറിഞ്ചിലെ പിസ്റ്റൺ വെളിയിലേക്ക് നീങ്ങുന്നതുമൂലം ഉണ്ടാകുന്ന ഉള്ളളവിന് തുല്യമായിരിക്കും.

$$L_1 A_1 = L_2 A_2$$

$$L_2 = \frac{A_1}{A_2} L_1 = \frac{\pi \left(1/2 \times 10^{-2}\ \mathrm{m}\right)^2}{\pi \left(3/2 \times 10^{-2}\ \mathrm{m}\right)^2} \times 6 \times 10^{-2}\ \mathrm{m}$$

$$= 0.67 \times 10^{-2}\ \mathrm{m} = 0.67\ \mathrm{cm}$$

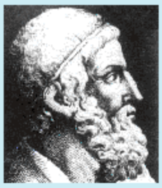
രണ്ടു പിസ്റ്റണുകൾക്കും അന്തരീക്ഷ മർദം ഒരുപോലെയായതിനാൽ അവഗണിച്ചിരിക്കുന്നു.

ഉദാഹരണം 10.6: ഒരു കാർ ലിഫ്റ്റിൽ 5.0cm ആരമുള്ള ചെറിയ പിസ്റ്റണിൽ സമ്മർദിത വായു F_1 ബലം പ്രയോഗിക്കുന്നു. ഈ മർദം ആരം 15cm ഉള്ള രണ്ടാമതൊരു പിസ്റ്റണിലേക്ക് നൽകപ്പെടുന്നു. ഉയർത്തേണ്ട കാറിന്റെ മാസ് 1350kg ആണെങ്കിൽ, F_1 കണക്കാക്കുക. ഈ ജോലി ചെയ്യാനാവശ്യമായ മർദം എത്രയാണ്? ($g = 9.8\ \mathrm{ms^{-2}}$)

ഉത്തരം: മർദം തുല്യമായി ദ്രവത്തിലുടനീളം വിതരണം ചെയ്യപ്പെടുന്നതിനാൽ

$$F_1 = \frac{A_1}{A_2} F_2 = \frac{\pi \left(5 \times 10^{-2}\ \mathrm{m}\right)^2}{\pi \left(15 \times 10^{-2}\ \mathrm{m}\right)^2} \left(1350\ \mathrm{N} \times 9.8\ \mathrm{m\,s^{-2}}\right)$$

$$= 1470\ \mathrm{N}$$



ആർക്കിമെഡിസ് (287 – 212 ബി.സി)(Archimedes 287-212 BC)

ആർക്കിമെഡിസ് ഒരു ഗ്രീക്ക് തത്വചിന്തകനും ഗണിതജ്ഞനും ശാസ്ത്രജ്ഞനും എഞ്ചിനീയറുമായിരുന്നു. അദ്ദേഹം കവണ കണ്ടുപിടിക്കുകയും ഭാരമുള്ള വസ്തുക്കളെ കൈകാര്യം ചെയ്യാൻ കപ്പികളുടെയും ഉത്തോലകങ്ങളുടെയും ഒരു ക്രമീകരണം രൂപീകരിക്കുകയും ചെയ്തു. സ്വദേശമായ സിറാക്യൂസിലെ രാജാവ് ഹെറോ II (Hicro II) അദ്ദേഹത്തിന്റെ സ്വർണ്ണ കിരീടം വെള്ളിപോലെ വില കുറഞ്ഞ ലോഹവുമായി സങ്കരമാക്കിയിട്ടുണ്ടോ എന്ന് കിരീടം കേടുവരുത്താതെ നോക്കാൻ ആവശ്യപ്പെട്ടു. ബാത്ടബ്ബിൽ കിടക്കുമ്പോൾ ആർക്കമീഡീസ് അനുഭവിച്ച ഭാഗികമായ, ഭാരനഷ്ടം, അദ്ദേഹത്തിന് ഈ പ്രശ്നത്തിന് ഒരു പരിഹാരമായി തോന്നി. ഐതിഹ്യമനുസരിച്ച് സിറാക്യൂസിലെ തെരുവുകളിലൂടെ അദ്ദേഹം "ഞാൻ കണ്ടുപിടിച്ചു ഞാൻ കണ്ടുപിടിച്ചു" എന്നർത്ഥം വരുന്ന "യുറേക്കാ യുറേക്കാ" എന്ന് അലറി വിളിച്ചു കൊണ്ട് നഗ്നനായി ഓടിയെന്ന് പറയപ്പെടുന്നു.

$$\approx 1.5 \times 10^3 \text{ N}$$

ഈ ബലം മൂലമുണ്ടാകുന്ന വായു മർദമാണ്.

$$P = \frac{F_1}{A_1} = \frac{1.5 \times 10^3 \text{ N}}{\pi \left(5 \times 10^{-2}\right)^2 \text{ m}^2} = 1.9 \times 10^5 \text{ Pa}$$

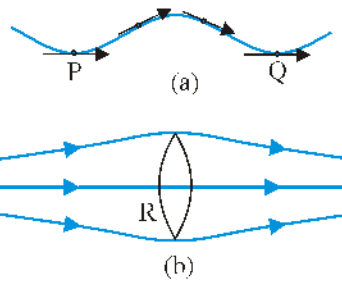
ഇത് അന്തരീക്ഷ മർദത്തിന്റെ ഏകദേശം രണ്ടിരട്ടി യാണ്. ◀

മോട്ടോർ വാഹനങ്ങളിലെ ഹൈഡ്രോളിക് ബ്രേക്കുകൾ പ്രവർത്തിക്കുന്നതും ഇതേ തത്വം അനുസരിച്ചാണ്. നാം കാലു കൊണ്ട് ചെറിയ ബലം ബ്രേക്ക് പെഡലിൽ കൊടുക്കുമ്പോൾ മാസ്റ്റർ പിസ്റ്റൺ മാസ്റ്റർ സിലിണ്ടറിന്റെ ഉള്ളിൽ ചലിക്കുന്നു. തത്ഫലമായി ഉണ്ടാകുന്ന മർദം ബ്രേക്ക് ഓയിലിൽ കൂടി സഞ്ചരിച്ച് വലിയ വിസ്തീർണ്ണം ഉള്ള പിസ്റ്റണിൽ ലഭിക്കുന്നു. പിസ്റ്റണിൽ ഒരു വലിയ ബലം ചെലുത്തപ്പെടുകയും പിസ്റ്റൺ താഴേക്കുപോയി ബ്രേക്ക് ലൈനിംഗിനെതിരെ ബ്രേക്ക് ഷൂകളെ വികസിപ്പിക്കുകയും ചെയ്യുന്നു. പെഡലിലെ ഒരു ചെറിയ ബലം ചക്രത്തിൽ ഒരു വലിയ മന്ദീകരണ ബലം ഉൽപാദിപ്പിക്കുന്നു. പെഡൽ അമർത്തുമ്പോൾ സംജാതമാകുന്ന മർദ്ദം നാലു ചക്രങ്ങളിലും ഘടിപ്പിച്ചിട്ടുള്ള എല്ലാ സിലിണ്ടറുകളിലും തുല്യമായി വിതരണം ചെയ്യപ്പെടുകയും അതുവഴി ബ്രേക്കിന്റെ പ്രഭാവം എല്ലാ ചക്രങ്ങളിലും തുല്യമായി അനുഭവപ്പെടുകയും ചെയ്യുന്നു എന്നതാണ് ഈ ക്രമീകരണത്തിന്റെ ഒരു പ്രധാന പ്രയോജനം.

10.3 ധാരാ രേഖീയ പ്രവാഹം (Streamline flow)

ഇതുവരെ നാം പഠിച്ചുകൊണ്ടിരുന്നത് നിശ്ചലാവസ്ഥയിലുള്ള ദ്രവങ്ങളെക്കുറിച്ച് ആണ്. ചലനാവസ്ഥയിലുള്ള ദ്രവങ്ങളുടെ പഠനമാണ് ദ്രവ ഗതികം (Fluid Dynamics) എന്നറിയപ്പെടുന്നത്. നമ്മൾ ഒരു ടാപ്പിനെ പതുക്കെ തുറക്കുമ്പോൾ തുടക്കത്തിൽ വെള്ളത്തിന്റെ ഒഴുക്കിന്റെ വേഗം സുഗമമാണ്, പക്ഷേ പുറത്തേക്കുള്ള ഒഴുക്കിന്റെ വേഗം വർദ്ധിക്കുമ്പോൾ ഈ സുഗമത (Smoothness) നഷ്ടപ്പെടുന്നു. ദ്രവത്തിന്റെ ചലനത്തെപ്പറ്റി പഠിക്കുമ്പോൾ നാം ഒരു പ്രത്യേക സ്ഥലത്തെ ഒരു പ്രത്യേക സമയത്തിൽ വ്യത്യസ്തങ്ങളായ ദ്രവ കണികകൾക്ക് എന്തു സംഭവിക്കുന്നു എന്നു പഠിക്കുന്നു. ഒരു പ്രത്യേക ബിന്ദുവിൽ കൂടി കടന്നു പോകുന്ന ഓരോ ദ്രവകണികയുടേയും പ്രവേഗം സമയത്തിനനുസരിച്ച് വ്യത്യാസം വരുന്നില്ലെങ്കിൽ അങ്ങനെയുള്ള ഒഴുക്കിനെ സ്ഥിര പ്രവാഹം (Steady flow) എന്നു വിളിക്കുന്നു. ദ്രവം ഒഴുകുന്ന വ്യത്യസ്ത ബിന്ദുക്കളിൽ പ്രവേഗം ഒരുപോലെയായിരിക്കണം എന്ന് ഇതുകൊണ്ട് അർത്ഥമാക്കുന്നില്ല. ഒരു പ്രത്യേക കണിക ഒരു സ്ഥലത്തു നിന്നും മറ്റൊരു സ്ഥലത്തേക്കു ചലിക്കുമ്പോൾ, അതിന്റെ പ്രവേഗം മാറാനിടയുണ്ട്. അതായത് മറ്റൊരു സ്ഥലത്ത്, ഈ കണത്തിന് മറ്റൊരു പ്രവേഗം ഉണ്ടായിരിക്കാനുള്ള സാധ്യതയുണ്ട്. ഈ കണിക ഏതെങ്കിലും ഒരു ബിന്ദുവിലൂടെ കടന്നുപോകുമ്പോൾ അതിനു തൊട്ടുമുമ്പ് ആ ബിന്ദുവിലൂടെ കടന്നു പോയകണികയുടെ എല്ലാ ചലന സവിശേഷതകളും കാണിക്കുന്നു. ഓരോ കണവും സുഗമമായ ഒരു പാത പിന്തുടരുന്നു. എന്നാൽ ഈ പാതകൾ തമ്മിൽ പരസ്പരം കൂട്ടിമുട്ടുന്നില്ല.

സ്ഥിര പ്രവാഹത്തിലെ ഒരു ദ്രവ കണികയുടെ പാത



ചിത്രം 10.7 ധാരാ രേഖ (Streamline) യുടെ അർത്ഥം (a) ഒരു ദ്രാവ കണത്തിന്റെ മാതൃകാ പഥം (b) ധാരാരേഖീയ പ്രവാഹത്തിന്റെ ഒരു ഖണ്ഡം

ഒരു സ്ട്രീം ലൈൻ (Streamline) ആണ്. ഇതിനെ ഒരു വക്രരേഖ (curve) ആയി നിർവ്വചിക്കാം. ഇതിന്റെ ഏതെങ്കിലും ഒരു ബിന്ദുവിലെ തൊടുവര (tangent) , ആ ബിന്ദുവിലെ ദ്രവത്തിന്റെ പ്രവേഗ ദിശയിലായിരിക്കും. ചിത്രം 10.7(a) യിൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നതു പ്രകാരം ഒരു കണത്തിന്റെ പാത പരിഗണിക്കുക. ചിത്രം 10.7(a) യിൽ ഒരു കണികയുടെ സമയത്തിനനുസരിച്ചുള്ള വക്രപാതയെ കാണിച്ചിരിക്കുന്നു. PQ, എന്ന വക്രരേഖ ധാരാരേഖയിലൂടെയുള്ള ദ്രവ പ്രവാഹത്തിന്റെ സ്ഥിരമായ മാപ്പ് പോലെയാണ്. അത് ദ്രവം എങ്ങനെയാണ് ഒഴുകുന്നത് എന്നു സൂചിപ്പിക്കുന്നു. രണ്ട് ധാരാരേഖകൾ ഒരിക്കലും കൂട്ടിമുട്ടുകയില്ല. കാരണം അങ്ങനെ ചെയ്താൽ സമീപിക്കുന്ന ദ്രാവക കണങ്ങൾക്ക് ഒരു വഴിയിലൂടെയോ മറുവഴികളിലൂടെയോ സഞ്ചരിക്കാൻ സാധിക്കും. ഇത് ഒഴുക്കിനെ സ്ഥിരമല്ലാതാക്കുന്നു.

അങ്ങനെ സ്ഥിരമായ ഒഴുക്കിൽ, ഒഴുക്കിന്റെ മാപ്പ് സമയത്തിനനുസരിച്ച് സ്ഥിരമായിരിക്കുന്നു. സമീ

പസ്ഥലങ്ങളായ ധാരാ രേഖകളെ എങ്ങനെ നമ്മൾ വരയ്ക്കും? ഒഴുകുന്ന എല്ലാ കണങ്ങളുടെയും ധാരാ രേഖ വരയ്ക്കണമെങ്കിൽ, നമുക്ക് അവിച്ഛിന്നമായ (continuum) വരകളായിരിക്കും കിട്ടുന്നത്. ദ്രവ പ്രവാഹത്തിന്റെ ദിശക്ക് ലംബമായ തലങ്ങൾ പരിഗണിക്കുക. ഉദാഹരണത്തിന് ചിത്രം 10.7(b) യിലെ P, R, Q എന്നീ ബിന്ദുക്കളിലെ തലങ്ങൾ. ഈ ലംബ തലങ്ങളുടെ അതിർത്തികൾ നിർണ്ണയിക്കപ്പെടേണ്ടത് ഒരേ കൂട്ടം ധാരാരേഖകളുടെ ഗണം കൊണ്ട് ആയിരിക്കണം. ചിത്രത്തിൽ കാണുന്നതുപോലെ പ്രതലത്തെ മുറിച്ചു കടക്കുന്ന ദ്രവ കണങ്ങളുടെ എണ്ണം P യിലും R ലും Q വിലും തുല്യമായിരിക്കും. ഈ ബിന്ദുക്കളിലെ ഛേദതല പരപ്പളവുകൾ A_P, A_R, A_Q ഉം, ഇവിടുത്തെ ദ്രവ കണങ്ങളുടെ വേഗത v_P, v_R v_Q ഉം ആണെന്ന് സങ്കൽപ്പിച്ചാൽ Δt എന്ന സമയത്തിൽ A_P യിൽ കൂടി കടന്നു പോകുന്ന ദ്രവത്തിന്റെ മാസ് $\Delta m_P = \rho_P A_P v_P \Delta t$ ആണ്. ഇതുപോലെ A_R ൽ കൂടി Δt ഇടവേളയിൽ കടന്നു പോകുന്ന ദ്രവത്തിന്റെ മാസ്സ് $\Delta m_R = \rho_R A_R v_R \Delta t$ ആണ്. A_Q വിൽ കൂടി കടന്നു പോകുന്ന ദ്രവത്തിന്റെ മാസ്സ് $\Delta m_Q = \rho_Q A_Q v_Q \Delta t$ ആയിരിക്കും. എല്ലാ ഇടത്തും പുറത്തേക്കൊഴുകുന്ന ദ്രാവകത്തിന്റെ മാസ്സും അകത്തേക്കൊഴുകുന്ന ദ്രാവകത്തിന്റെ മാസും തുല്യമാണ്.

അതിനാൽ

$$\rho_P A_P v_P \Delta t = \rho_R A_R v_R \Delta t = \rho_Q A_Q v_Q \Delta t \qquad (10.9)$$

സങ്കോചരഹിതമായ ദ്രവത്തിന്റെ ഒഴുക്കിന്

$$\rho_P = \rho_R = \rho_Q$$

അപ്പോൾ സമവാക്യം 10.9

$$A_P v_P = A_R v_R = A_Q v_Q \qquad (10.10)$$ എന്ന് കാണാം.

ഇതിനെ കണ്ടിന്യൂയിറ്റി സമവാക്യം (equation of continuity) എന്നു വിളിക്കുന്നു. ഇത് സങ്കോച രഹിത ദ്രവങ്ങളുടെ (Incompressible fluids) ഒഴുക്കിലെ ദ്രവ്യ സംരക്ഷണ നിയമത്തിന്റെ പ്രസ്താവനയാണ്. പൊതുവായി പറഞ്ഞാൽ

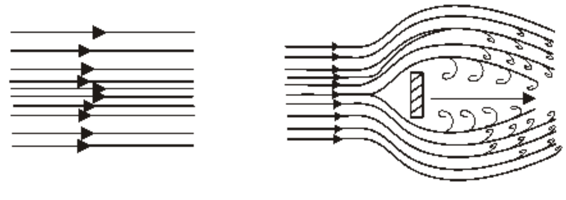
$$Av \quad \text{സ്ഥിരാങ്കം} \qquad (10.11)$$

Av ഉള്ളളവ് ഫ്ളക്സ് അല്ലെങ്കിൽ പ്രവാഹ നിരക്കിനെ സൂചിപ്പിക്കുന്നു. ഇത് ധാരാ പ്രവാഹത്തിലുടനീളം സ്ഥിരമായിരിക്കുന്നു. അതുകൊണ്ട് ഇടുങ്ങിയ ഭാഗങ്ങളിൽ, ധാരാ രേഖകൾ അടുത്തടുത്ത് സ്ഥിതി ചെയ്യുമ്പോൾ, പ്രവേഗം വർദ്ധിക്കുന്നു അതുപോലെ നേരെതിരിച്ചും സംഭവിക്കുന്നു.

$A_R > A_Q$ അല്ലെങ്കിൽ $v_R < v_Q$ ആകുമ്പോൾ R ൽ നിന്നും Q വിലേക്ക് ദ്രവം ത്വരിതഗതിയിൽ ചലിക്കുന്നു എന്നു ചിത്രം 10.7(b) യിൽ നിന്നും വ്യക്തമാകും. ഈ ത്വരണം തിരശ്ചീനമായ പൈപ്പുകളിലൂടെയുള്ള ദ്രവപ്രവാഹത്തെ മർദവ്യതിയാനത്തിലേക്ക് നയിക്കുന്നു.

ചെറിയ വേഗതയിലുള്ള ഒഴുക്കിൽ ദ്രവം സ്ഥിര പ്രവാഹം (Steady flow) കൈവരിക്കുന്നു. ക്രിട്ടിക്കൽ വേഗം (Critical speed) എന്നു വിളിക്കുന്ന വേഗ പരിധിക്കു ശേഷം, ഈ ഒഴുക്കിന് സ്ഥിരത നഷ്ടപ്പെടുകയും, അത് പ്രക്ഷുബ്ധ പ്രവാഹം (turbulent flow) ആയി മാറുകയും ചെയ്യുന്നു. ദ്രുത ഗതിയിൽ ഒഴുകുന്ന ജല പ്രവാഹം, പാറയിൽ ഇടിക്കുമ്പോൾ, ചെറിയ പതയുള്ള ചുഴികൾ പോലെയുള്ള മേഖലകൾ ഉണ്ടാകുന്നു. ഇതിനെ ധവള ജലപാതങ്ങൾ (White water rapids) എന്നു വിളിക്കുന്നു.

ചിത്രം 10.8, ചില പ്രത്യേക ഒഴുക്കുകളുടെ ധാരാരേഖകൾ കാണിക്കുന്നു. ചിത്രം 10.8(a) ഒരു ലാമിനാർ പ്രവാഹത്തെ (laminar flow) വരച്ചു കാട്ടുന്നു. ദ്രവത്തിലെ വ്യത്യസ്ത ബിന്ദുക്കളിൽ പ്രവേഗങ്ങൾക്ക് വ്യത്യസ്തമായ അളവുകൾ ഉണ്ടായിരിക്കാം. പക്ഷേ അവയുടെ ദിശ സമാന്തരമായിരിക്കും. ചിത്രം 10.8(b) ൽ പ്രക്ഷുബ്ധ (turbulent) ഒഴുക്കിന്റെ രേഖാചിത്രം ചിത്രീകരിച്ചിരിക്കുന്നു.



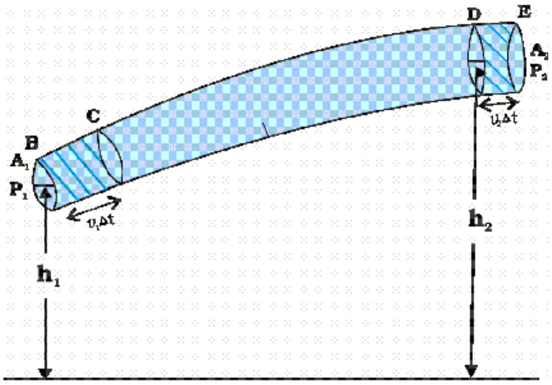
(a) (b)

ചിത്രം 10.8 (a) ദ്രവ ഒഴുക്കിന്റെ ചില ധാരാ രേഖകൾ (b) പ്രവാഹത്തിന് ലംബമായി വെച്ച പ്ലേറ്റിൽ വന്നിടിക്കുന്ന വായു ജെറ്റ് ഇത് പ്രക്ഷുബ്ധ പ്രവാഹത്തിന്റെ ഉദാഹരണമാണ്.

10.4 ബെർണൂയിയുടെ സിദ്ധാന്തം (BERNOULLI'S PRINCIPLE)

ദ്രവ പ്രവാഹം ഒരു സങ്കീർണ്ണമായ പ്രതിഭാസമാണ്. പക്ഷേ സ്ഥിര (steady) അല്ലെങ്കിൽ ധാരാരേഖീയ (Steamline) പ്രവാഹങ്ങളുടെ ചില വിശേഷപ്പെട്ട ഗുണങ്ങൾ ഊർജ സംരക്ഷണ നിയമം ഉപയോഗിച്ച് കണ്ടെത്താൻ സാധിക്കും.

വ്യത്യസ്ത ഛേദതലത്തോടുകൂടിയ ഒരു പൈപ്പിലെ ദ്രവത്തിന്റെ ഒഴുക്ക് പരിഗണിക്കുക ചിത്രം 10.9 ൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നതു പ്രകാരം പൈപ്പ് വ്യത്യസ്ത ഉയരങ്ങളിൽ ആയിരിക്കട്ടെ. ഒരു അസങ്കോചിത



ചിത്രം 10.9 വ്യത്യസ്ത ഛേദതലമുള്ള ഒരു പൈപ്പിലെ ആദർശ ദ്രവ (Ideal fluid) ത്തിന്റെ ഒഴുക്ക് $v_1\Delta t$ നീളമുള്ള ഖണ്ഡത്തിലെ ദ്രവം, $v_2\Delta t$ നീളമുള്ള ഖണ്ഡത്തിലേക്ക് 'Δt' സമയം കൊണ്ട് ചലിക്കുന്നു.

ദ്രവം സ്ഥിരപ്രവാഹമായി പൈപ്പിൽക്കൂടി ഒഴുകുകയാണെന്ന് സങ്കൽപിക്കുക. കണ്ടിന്യൂയിറ്റി സമവാക്യമനുസരിച്ച് (Equation of continuity) ഇതിന്റെ പ്രവേഗം മാറിക്കൊണ്ടിരിക്കും. ഈ ത്വരണം സാധ്യമാക്കാൻ ഒരു ബലത്തിന്റെ ആവശ്യമുണ്ട്. ഇത് ചുറ്റുപാടുമുള്ള ദ്രവത്തിൽ നിന്നുമാണ് ലഭിക്കുന്നത്. വ്യത്യസ്ത ഭാഗങ്ങളിൽ മർദം വ്യത്യസ്തമായിരിക്കും. പൈപ്പിലെ രണ്ടു ബിന്ദുക്കളുടെ ഇടയ്ക്കുള്ള മർദ്ദ വ്യതിയാനത്തെ പ്രവേഗ മാറ്റവുമായും (ഗതികോർജ മാറ്റം) ഉയർച്ച (ഉയരം) മാറ്റവുമായും (സ്ഥിതികോർജ മാറ്റം) ബന്ധിപ്പിക്കുന്ന ഒരു പൊതു സമവാക്യമാണ് ബെർണൂയി സമവാക്യം. ഈ ബന്ധം സ്വിസ് ഭൗതിക ശാസ്ത്രജ്ഞനായ ഡാനിയൽ ബർണൂയി (Daniel Bernoulli) യാണ് 1738ൽ കണ്ടെത്തിയത്. BC, DE എന്നീ രണ്ട് സ്ഥലങ്ങളിലെ ഒഴുക്ക് പരിഗണിക്കുക. തുടക്കത്തിൽ B യ്ക്കും D യ്ക്കും ഇടയ്ക്കുള്ള ദ്രവം പരിഗണിക്കുക. Δt എന്ന ചെറിയ ഇടവേളയിൽ, ഈ ദ്രാവകം ചലിക്കുന്നുവെന്ന് കരുതുക. B യിലെ വേഗത v_1 ഉം D യിലെ വേഗത v_2 ഉം ആണെന്നിരിക്കട്ടെ അപ്പോൾ B യിലെ ദ്രാവകം $v_1\Delta t$ ദൂരം സഞ്ചരിച്ച് C യിലേക്ക് പ്രവഹിച്ചിട്ടുണ്ടാകും. (BC ദിശയിൽ ഛേദതലം, സമാനമാണെന്നെടുക്കത്തക്കവിധം $v_1\Delta t$ ചെറുതാണെന്നു കണക്കാക്കാം.) ഇതേ ഇടവേള Δt യിൽ, ആരംഭത്തിൽ D യിലുള്ള ദ്രാവകം E യിലേക്ക് $v_2\Delta t$ ദൂരം പ്രവഹിക്കുന്നു. A_1, A_2 പ്രതല വിസ്തീർണമുള്ള തലങ്ങളിൽ അനുഭവപ്പെടുന്ന മർദങ്ങൾ യഥാക്രമം P_1, P_2 ആയി പരിഗണിക്കാം. BC എന്ന ഇടത്തേ അറ്റത്തിൽ, ദ്രാവകത്തിൻ മേൽ ചെയ്യപ്പെടുന്ന പ്രവൃത്തി $W_1 = P_1A_1(v_1\Delta t) = P_1\Delta V$ ഉം ആണ്. രണ്ട് പ്രതലങ്ങളിൽ കൂടിയും ΔV എന്ന ഒരേ അളവ് ദ്രാവകം കടന്നുപോകുന്നതിനാൽ (അഭംഗുര സമവാക്യ പ്രകാരം), അഗ്രം DE യിൽ ദ്രാവകം ചെയ്യുന്ന പ്രവൃത്തിയാണ് $W_2 = P_2A_2(v_2\Delta t) = P_2\Delta V$. അഥവാ ദ്രാവകത്തിൻമേൽ ചെയ്യപ്പെടുന്ന പ്രവൃത്തിയാണ് $P_2\Delta V$. അതിനാൽ ദ്രാവകത്തിൻമേൽ ചെയ്യപ്പെടുന്ന ആകെ പ്രവൃത്തിയാണ്

$$W_1 - W_2 = (P_1 - P_2)\,\Delta V$$

ഈ പ്രവൃത്തിയുടെ ഒരു ഭാഗം ഗതികോർജം മാറ്റാനും ഒരു ഭാഗം ഗുരുത്വാകർഷണ സ്ഥിതികോർജം മാറ്റാനും ഉപയോഗിക്കപ്പെടുന്നു. ദ്രാവകത്തിന്റെ സാന്ദ്രത ρ യും Δt സമയത്തിൽ പൈപ്പിൽ കൂടി കടന്നു പോകുന്ന ദ്രവത്തിന്റെ മാസ്സ് $\Delta m = \rho A_1 v_1 \Delta t = \rho\Delta V$ ആണ്. അതിനാൽ ഗുരുത്വാകർഷണ സ്ഥിതികോർജത്തിലുള്ള മാറ്റമാണ്

$$\Delta U = \rho g \Delta V (h_2 - h_1)$$

ഗതികോർജത്തിലുണ്ടാകുന്ന വ്യത്യാസം.

$$\Delta K = \left(\frac{1}{2}\right)\rho\,\Delta V\,(v_2^2 - v_1^2) \text{ ആണ്.}$$

ദ്രവത്തിൽ അധ്യായ 6 – ൽ പഠിച്ച പ്രവൃത്തി-ഊർജ സിദ്ധാന്തം പ്രയോഗിക്കുമ്പോൾ

$$(P_1 - P_2)\,\Delta V = \left(\frac{1}{2}\right)\rho\,\Delta V\,(v_2^2 - v_1^2) + \rho g \Delta V\,(h_2 - h_1)$$

എന്ന് കിട്ടും.

ഡാനിയേൽ ബർണ്ണൂയി (1700 – 1782)

ഡാനിയേൽ ബർണ്ണൂയി ഒരു സ്വിസ് ശാസ്ത്രജ്ഞനും ഗണിതജ്ഞനും ആയിരുന്നു. ലിയോനാർഡ് ഓയ്‌ലറോടൊപ്പം (Leonard Euler) ഗണിത ശാസ്ത്രജ്ഞർക്കുള്ള ഫ്രെഞ്ച് അക്കാദമി പ്രൈസ് പത്തുതവണ അദ്ദേഹം നേടി. അദ്ദേഹം വൈദ്യശാസ്ത്രം പഠിക്കുകയും ശരീര ശാസ്ത്രത്തിന്റേയും സസ്യ ശാസ്ത്രത്തിന്റേയും പ്രൊഫസറായി സ്വിറ്റ്സർലൻഡിലെ ബേസിലിൽ കുറച്ചുകാലം സേവനമനുഷ്ഠിക്കുകയും ചെയ്തു. അദ്ദേഹത്തിന്റെ ഏറ്റവും അറിയപ്പെടുന്ന സംഭാവന ഊർജ സംരക്ഷണം എന്ന തത്വത്തിൽ നിന്നും അദ്ദേഹം വികസിപ്പിച്ചെടുത്ത ഹൈഡ്രോ ഡൈനാമിക്സിലാണ്. കലനം (calculus), പ്രോബബിലിറ്റി, കമ്പനം ചെയ്യുന്ന ചരടിന്റെ സിദ്ധാന്തം, പ്രായോഗിക ഗണിതം ഇവയെല്ലാം അദ്ദേഹത്തിന്റെ പ്രവർത്തന മേഖലകളിൽപ്പെടുന്നു. ഗണിത ഭൗതിക (Mathematical physics) ത്തിന്റെ പിതാവായി അദ്ദേഹം അറിയപ്പെടുന്നു.

ഓരോ പദത്തേയും ΔV കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ

$(P_1 - P_2) = \left(\frac{1}{2}\right) \rho (v_2^2 - v_1^2) + \rho g (h_2 - h_1)$ എന്നു ലഭിക്കും.

മുകളിലെ പദങ്ങളെ പുനക്രമീകരിച്ചാൽ നമുക്ക് കിട്ടുന്നത്.

$$P_1 + \left(\frac{1}{2}\right) \rho v_1^2 + \rho g h_1 = P_2 + \left(\frac{1}{2}\right) \rho v_2^2 + \rho g h_2 \quad (10.12)$$

എന്നാണ്.

ഇതാണ് ബെർണൂയി സമവാക്യം

1 ഉം 2 ഉം പൈപ്പിലെ ഏതെങ്കിലും രണ്ട് സ്ഥാനങ്ങളെയാണ് സൂചിപ്പിക്കുന്നത്. അതിനാൽ നമുക്ക് പൊതുവായി ഇങ്ങനെ എഴുതാം.

$$P + \left(\frac{1}{2}\right) \rho v^2 + \rho g h = \text{ഒരു സ്ഥിരസംഖ്യ} \quad (10.13)$$

ബെർണൂയി സമവാക്യം ഇപ്രകാരം പ്രസ്താവിക്കാവുന്നതാണ്: " നമ്മൾ ഒരു ധാരാ രേഖയിലൂടെ സഞ്ചരിക്കുമ്പോൾ, മർദത്തിന്റെയും (P), യൂണിറ്റ് ഉള്ളളവിലെ ഗതികോർജത്തിന്റേയും $\left(\frac{\rho v^2}{2}\right)$ യൂണിറ്റ് ഉള്ളളവിലെ സ്ഥിതികോർജത്തിന്റെയും ($\rho g h$) ആകെത്തുക എല്ലായ്പ്പോഴും സ്ഥിരമായിരിക്കും."

ഊർജ സംരക്ഷണ സിദ്ധാന്തം പ്രയോഗിക്കുന്നതിൽ ഘർഷണം മൂലം ഊർജ നഷ്ടമില്ല എന്ന് അനുമാനിച്ചിരിക്കുന്നു. എന്നാൽ ദ്രാവകങ്ങൾ ഒഴുകുമ്പോൾ, ആന്തരിക ഘർഷണം മൂലം കുറച്ച് ഊർജം നഷ്ടപ്പെടും. ഒഴുകുന്ന ദ്രാവകത്തിലെ വ്യത്യസ്ത പാളികൾ വ്യത്യസ്ത പ്രവേഗത്തിൽ സഞ്ചരിക്കുന്നതിനാലാണ് ഇപ്രകാരം സംഭവിക്കുന്നത്. ഈ പാളികൾ പരസ്പരം ഘർഷണബലം പ്രയോഗിക്കുകയും തന്മൂലം ഊർജനഷ്ടം ഉണ്ടാകുകയും ചെയ്യുന്നു. ദ്രാവകത്തിന്റെ ഈ സ്വഭാവത്തെയാണ് വിസ്കോസിറ്റി എന്നു വിളിക്കുന്നത് ഇത് കൂടുതൽ വിശദമായി അടുത്ത വിഭാഗത്തിൽ ചർച്ച ചെയ്യുന്നു. ദ്രാവകത്തിന്റെ നഷ്ടമാകുന്ന ഗതികോർജം താപോർജമായി മാറ്റപ്പെടുന്നു അങ്ങനെ ബെർണൂലിയുടെ സമവാക്യം യഥാർത്ഥമായി ബാധകമായിട്ടുള്ളത് പൂജ്യം വിസ്കോസിറ്റി അല്ലെങ്കിൽ വിസ്കസ് അല്ലാത്ത ദ്രവങ്ങൾക്കാണ്. ബെർണൂയിയുടെ സമവാക്യം ഉപയോഗിക്കുന്നതിലെ മറ്റൊരു പരിമിതി എന്തെന്നാൽ, ദ്രാവകങ്ങളുടെ ഇലാസ്തിക ഊർജം പരിഗണിക്കാത്തതിനാൽ, ദ്രവം സങ്കോചരഹിതമായിരിക്കണം എന്നതാണ് (Incompressible). പ്രായോഗികമായി ഇതിന് ധാരാളം പ്രയോജനങ്ങളുണ്ട്, മാത്രമല്ല കുറഞ്ഞ വിസ്കോസിറ്റി ഉള്ള സങ്കോചരഹിത ദ്രാവകങ്ങളിലെ വൈവിധ്യമാർന്ന പ്രതിഭാസങ്ങൾ വിശദീകരിക്കാനും ഇതുപയോഗിക്കാവുന്നതാണ്. സ്ഥിരമല്ലാത്തതും, പ്രക്ഷുബ്ധവുമായ ഒഴുക്കിന് ബെർണൂയി സമവാക്യം ബാധകമല്ല കാരണം ആ സാഹചര്യത്തിൽ പ്രവേഗവും മർദവും നിരന്തരമായി മാറിക്കൊണ്ടിരിക്കുന്നു.

ഒരു ദ്രാവകം നിശ്ചലാവസ്ഥയിലായാൽ, അതായത് അതിന്റെ വേഗത എല്ലായിടത്തും പൂജ്യമായാൽ, ബെർണൂലി സമവാക്യം ഇപ്രകാരം ആകുന്നു.

$$P_1 + \rho g h_1 = P_2 + \rho g h_2$$

$$(P_1 - P_2) = \rho g (h_2 - h_1)$$

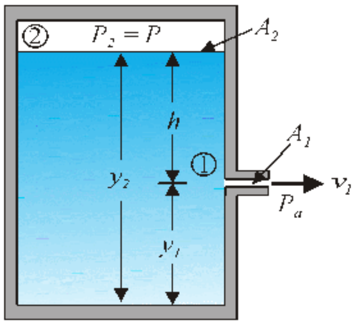
ഇത് സമവാക്യം 10.6 ന് തുല്യമാണ്.

10.4.1 ബഹിർഗമനവേഗം (Speed of Efflux) ടോറിസെല്ലിയുടെ നിയമം (Torricelli's law)

എഫ്ളക്സ് എന്നാൽ ദ്രാവകത്തിന്റെ ബഹിർഗമനം (out flow) എന്നാണ് അർത്ഥം. ഒരു തുറന്ന ടാങ്കിൽ നിന്നുള്ള ബഹിർഗമന വേഗതയുടെ സൂത്രവാക്യം, സ്വതന്ത്രമായി താഴേക്ക് വീഴുന്ന ഒരു വസ്തുവിന്റെ വേഗതയുടേതിന് സമാനമാണെന്ന് ടോറിസെല്ലി കണ്ടെത്തി. ρ സാന്ദ്രതയുള്ള ഒരു ദ്രാവകം വഹിക്കുന്നതും ഒരു വശത്ത് സുഷിരമുള്ളതുമായ ഒരു ടാങ്ക് പരിഗണിക്കുക. സുഷിരം ടാങ്കിന്റെ അടിയിൽ നിന്നും y_1 ഉയരത്തിലാണ് (ചിത്രം 10.10 കാണുക) ദ്രാവകത്തിന്റെ ഉപരിതലം y_2 ഉയരത്തിലും, ഉപരിതലത്തിലെ വായു മർദം P യുമാണ്. കണ്ടിന്യൂയിറ്റി നിയമപ്രകാരം (സമവാക്യം 10.10)

$$v_1 A_1 \quad v_2 A_2$$

$$v_2 = \frac{A_1}{A_2} v_1$$



ചിത്രം 10.10 ടോറിസെല്ലിയുടെ നിയമം ടാങ്കിന്റെ വശത്തുകൂടിയുള്ള എഫ്ളക്സ് വേഗത v_1 ബെർണൂയി നിയമം ഉപയോഗിച്ച് കണ്ടെത്താൻ സാധിക്കും. ടാങ്ക് മുകളിൽ അന്തരീക്ഷത്തിലേക്ക് തുറന്നിരിക്കുകയാണെങ്കിൽ $v_1 = \sqrt{2gh}$.

ടാങ്കിന്റെ ഛേദതല പരപ്പളവ് A_2 സുഷിരത്തിന്റേതിനേക്കാൾ വളരെ വലുതാണെങ്കിൽ ($A_2 >> A_1$)

ദ്രാവകം മുകളിൽ ഏകദേശം നിശ്ചലാവസ്ഥയിലാണെന്ന് എടുക്കാവുന്നതാണ്.

A Xnb Xv $v_3 = 0$

ഇപ്പോൾ നമുക്ക് 1, 2 ബിന്ദുക്കളിൽ ബെർണൂയി നിയമം പ്രയോഗിക്കാവുന്നതാണ്. സുഷിരത്തിൽ $P_1 = P_a$, അന്തരീക്ഷ മർദം ആണ് എന്ന് ശ്രദ്ധിക്കുക. സമവാക്യം 10.12 ൽ നിന്നും

$$P_a + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g y_1 = P + \rho g y_2$$

$$y_2 - y_1 = h$$

അതിനാൽ

$$v_1 = \sqrt{2g\,h + \frac{2(P - P_a)}{\rho}} \text{ എന്നു ലഭിക്കും.} \qquad (10.14)$$

$P >> P_a$ ആകുമ്പോൾ $2\,g\,h$ അവഗണിക്കാവുന്നതാണ്. എഫ്ളക്സ് വേഗത നിർണ്ണയിക്കുന്നത് ടാങ്കിലെ മർദമാണ്. അത്തരമൊരു സറിതി വിശേഷം റോക്കറ്റിന്റെ മുന്നോട്ടു തള്ളലിൽ സംഭവിക്കുന്നുണ്ട്. നേരെമറിച്ച്, ടാങ്ക് അന്തരീക്ഷത്തിലേക്ക് തുറന്നിരിക്കുകയാണെങ്കിൽ, $P = P_a$ ആകുന്നു. അങ്ങനെ

$$v_1 = \sqrt{2gh} \quad \text{ആകുന്നു} \qquad (10.15)$$

ഇത് സ്വതന്ത്രമായി താഴേക്ക് പതിക്കുന്ന ഒരു വസ്തുവിന്റെ വേഗതയാണ്. സമവാക്യം 10.15 ടോറിസെല്ലി നിയമം എന്ന് അറിയപ്പെടുന്നു.

10.4.2 വെഞ്ചുറി മീറ്റർ (Venturi - meter)

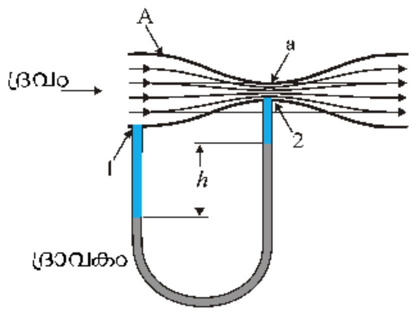
വെഞ്ചുറി മീറ്റർ ഒരു സങ്കോചരഹിത (incompressible) ദ്രവത്തിന്റെ പ്രവാഹവേഗത കണ്ടുപിടിക്കാനുള്ള ഉപകരണമാണ്. ചിത്രം 10.11 ൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നതുപോലെ വിശാലമായ വ്യാസവും മദ്ധ്യത്തിൽ ഒരു ഇടുങ്ങിയ ഭാഗവുമുള്ള പൈപ്പാണ് ഇത്. 'U' രൂപത്തിലുള്ള ഒരു മാനോമീറ്ററും ഇതിനോട് ഘടിപ്പിച്ചിട്ടുണ്ട്. ഇതിന്റെ ഒരു ഭുജം വിസ്തൃത വായ്വട്ടമുള്ള ബിന്ദുവിലും മറ്റേത് ഇടുങ്ങിയ ഭാഗത്തും ചിത്രം 10.11 ൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്ന രീതിയിൽ ബന്ധിപ്പിച്ചിരിക്കുന്നു. മാനോമീറ്ററിൽ ρ_m സാന്ദ്രതയുള്ള ദ്രാവകം നിറച്ചിരിക്കുന്നു. വിസ്തൃതമായ വായ്വട്ട (പരപ്പളവ് A) ത്തിൽക്കൂടി ഒഴുകുന്ന ദ്രവത്തിന്റെ പ്രവേഗം v_1 ആണ് അളക്കേണ്ടത്. കണ്ടിന്യൂയിറ്റി സമവാക്യം 10.10 ഉപയോഗിച്ച് ഇടുങ്ങിയ ഭാഗത്തെ വേഗത $v_2 = \frac{A}{a}v_1$ ആണ്. ബർണൂയിയുടെ സമവാക്യത്തിൽ (സമവാക്യം 10.12) $h_1 = h_2$ എന്നെടുത്താൽ,

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 (A/a)^2 \text{ എന്നു ലഭിക്കുന്നു.}$$

അതുകൊണ്ട്

$$P_1 - P_2 = \frac{1}{2}\rho v_1^2 \left[\left(\frac{A}{a}\right)^2 - 1\right] \qquad (10.16)$$

ഈ മർദവ്യത്യാസം, ഇടുങ്ങിയ വായ്വട്ടവുമായി ബന്ധിപ്പിച്ചിട്ടുള്ള 'U' ട്യൂബിലെ ദ്രാവക നിരപ്പ് മറ്റേ ഭുജവുമായി താരതമ്യപ്പെടുത്തുമ്പോൾ ഉയരാൻ കാരണമാകുന്നു. 'h' എന്ന ഈ ഉയരവ്യത്യാസം മർദ്ദം അളക്കാൻ സഹായിക്കുന്നു.



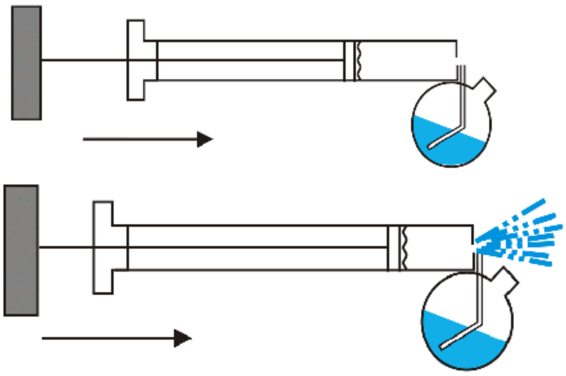
ചിത്രം 10.11 വെഞ്ചുറി മീറ്ററിന്റെ രേഖാചിത്രം

$$P_1 - P_2 = \rho_m g h = \frac{1}{2}\rho v_1^2 \left[\left(\frac{A}{a}\right)^2 - 1\right]$$

അങ്ങനെയാണെങ്കിൽ വിശാലമായ വായ്വട്ടത്തിലെ ദ്രവത്തിന്റെ വേഗത.

$$v_1 = \sqrt{\left(\frac{2\rho_m gh}{\rho}\right)}\left(\left(\frac{A}{a}\right)^2 - 1\right)^{-\frac{1}{2}} \qquad (10.17)$$

ഈ മീറ്ററിന്റെ പ്രവർത്തന തത്വത്തെ ധാരാളം രീതിയിൽ പ്രയോജനപ്പെടുത്തിയിട്ടുണ്ട്. വാഹനങ്ങളുടെ കാർബറേറ്ററിൽ വെഞ്ചുറി ചാനൽ (നോസിൽ) ഉണ്ട്. ഇതിൽ കൂടി വായു തീവ്രവേഗതയിൽ പ്രവഹിക്കുന്നു. ഇടുങ്ങിയ കഴുത്തിലൂടെ ഇങ്ങനെ കടന്നുപോകുന്ന വായുവിന്റെ മർദം കുറയുകയും ചേമ്പറിലേക്ക് പെട്രോൾ വലിച്ചെടുത്ത് വായുവുമായി കൂട്ടികലർത്തി കത്താനുള്ള ശരിയായ മിശ്രിതം ഉണ്ടാക്കുകയും ചെയ്യുന്നു. ഫിൽട്ടർ പമ്പുകൾ അഥവാ ആസ്പിറേറ്ററുകൾ, ബുൺസൻ ബർണർ, പെർഫ്യൂമുകളിലെ സ്പ്രേയറുകൾ, കീടനാശികൾ തളിക്കാനുള്ള സ്പ്രേയറുകൾ, (ചിത്രം 10.12 കാണുക) അറ്റോമൈസറുകൾ എന്നിവ ഈ തത്വത്തിന്റെ അടിസ്ഥാനത്തിലാണ് പ്രവർത്തിക്കുന്നത്.



ചിത്രം 10.12 സ്പ്രേഗൺ: പിസ്റ്റൺ ഉയർന്ന വേഗതയിൽ വായു ചലിപ്പിക്കുന്നതു മൂലം പാത്രത്തിന്റെ കഴുത്തിൽ മർദം കുറയാൻ ഇടയാകുന്നു.

ഉദാഹരണം 10.7: രക്തത്തിന്റെ വേഗത: ബോധ രഹിതമാക്കിയ ഒരു നായയുടെ വലിയധമനിയിലെ (large artery) രക്ത ഒഴുക്ക്, ഒരു വെഞ്ചുറി - മീറ്ററിലേക്ക് തിരിച്ച് വിടുന്നു. മീറ്ററിന്റെ വിസ്തൃത ഭാഗത്തിന്റെ ഛേദതല പരപ്പളവ് ധമനിയുടേതിന് തുല്യമാണ്. $A = 8\ mm^2$ ഇടുങ്ങിയ ഭാഗത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം $a = 4\ mm^2$ ആണ്. ധമനിയിലെ മർദ വീഴ്ച 24 Pa ആണ്. നായയുടെ രക്തധമനിയിലെ ഒഴുക്കിന്റെ വേഗത എന്താണ്?

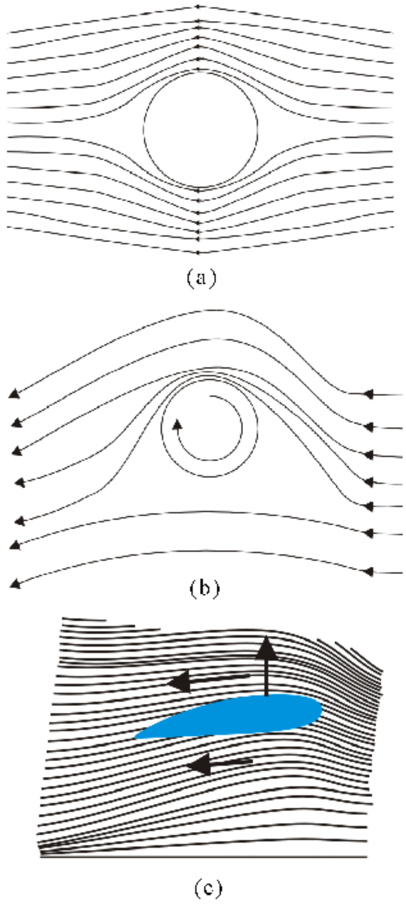
ഉത്തരം

രക്തത്തിന്റെ സാന്ദ്രത ടേബിൾ 10.1 ൽ നിന്നും $1.06 \times 10^3\ kg\ m^{-3}$ എന്ന് കണക്കാക്കാം. വിസ്തീർണ്ണത്തിന്റെ അനുപാതം $\left(\frac{A}{a}\right) = 2$ ആണ്. സമവാക്യം 10.17 ഉപയോഗിച്ച്

$$v_1 = \sqrt{\frac{2 \times 24\,\mathrm{Pa}}{1060\,\mathrm{kg\ m^{-3}} \times (2^2 - 1)}} = 0.123\,\mathrm{m\,s^{-1}}$$ എന്ന് കിട്ടും.

10.4.3 രക്ത പ്രവാഹവും ഹൃദയാഘാതവും (Blood flow and heart attack)

ബെർണൂയിയുടെ തത്ത്വം ധമനികളിൽ രക്തം ഒഴുകുന്നത് വിശദീകരിക്കാൻ സഹായിക്കുന്നു. രക്തധമനികളുടെ ആന്തരിക ഭിത്തികളിൽ പ്ലാക്ക് (Plaque) അടിയുന്നതു മൂലം ധമനികൾ ഞെരങ്ങുന്നതിന് കാരണമാകുന്നു. ഈ ഞെരുക്കത്തിൽ കൂടി രക്തം കടത്തിവിടാൻ ഹൃദയത്തിന് കൂടുതൽ പ്രവർത്തിക്കേണ്ടി വരുന്നു. ഈ പ്രദേശത്തെ രക്തത്തിന്റെ ഒഴുക്കിന്റെ വേഗത ഉയരുകയും ഇത് അവിടുത്തെ മർദത്തെ കുറയ്ക്കുകയും ധമനി ബാഹ്യസമ്മർദം കാരണം ചുരുങ്ങുകയും ചെയ്യുന്നു. ഈ ധമനി തുറന്ന് രക്തം കടത്തി വിടാൻ ഹൃദയം അധികം മർദം ചെലുത്തുന്നു. രക്തകുഴലിൽ കൂടി രക്തം കുതിക്കുമ്പോൾ നേരത്തെ പറഞ്ഞ കാരണത്താൽ ആന്തരിക മർദം വീണ്ടും കുറയുന്നു. ഇത് വീണ്ടും രക്തധമനിയുടെ തകർച്ചയിലേക്കെത്തിക്കുന്നു. ഇത് ഹൃദയാഘാതത്തിന് കാരണമാകും.



ചിത്രം 10.13 (a) ഒരു നിശ്ചല ഗോളത്തിനു സമീപം ദ്രാവകത്തിന്റെ ഒഴുക്ക്
(b) പ്രദക്ഷിണദിശയിൽ കറങ്ങുന്ന ഗോളത്തിന് ചുറ്റും ദ്രാവകത്തിന്റെ ധാരാ രേഖകൾ
(c) വായു ഒരു എയ്റോഫോയിലിനെ കടന്നുപോകുന്നു.

10.4.4 ഡൈനാമിക് ലിഫ്റ്റ് (Dynamic Lift)

വിമാനത്തിന്റെ ചിറക്, ഒരു ഹൈഡ്രോ ഫോയിൽ അല്ലെങ്കിൽ തിരിയുന്ന പന്ത് ഇവ ദ്രവത്തിൽക്കൂടി ചലിക്കുമ്പോൾ അവയിൽ പ്രയോഗിക്കപ്പെടുന്ന ബലമാണ് ഡൈനാമിക് ലിഫ്ട്. ക്രിക്കറ്റ്, ടെന്നീസ്, ബേസ്ബോൾ അല്ലെങ്കിൽ ഗോൾഫ് തുടങ്ങിയ കളികളിൽ തിരിയുന്ന പന്ത് അതിന്റെ പാരബോളിക് പഥത്തിൽ നിന്ന് വ്യതി ചലിക്കുന്നതായി കാണുന്നു. ഈ വ്യതിയാനം ബെർണൂയിയുടെ തത്വത്തിന്റെ

അടിസ്ഥാനത്തിൽ ഭാഗികമായി വിശദീകരിക്കാൻ കഴിയും.

(i) സ്പിൻ ഇല്ലാതെ നീങ്ങുന്ന പന്ത്

ചിത്രം 10.13(a) യിൽ വായുവിനെ അപേക്ഷിച്ച് ചലിക്കുന്ന തിരിയാത്ത പന്തിന്റെ ചുറ്റുമുള്ള ധാരാരേഖകൾ കാണിച്ചിരിക്കുന്നു. ധാരാരേഖയുടെ സമമിതിയിൽ (symmetry) നിന്നും പന്തിന്റെ മുകളിലും താഴെയും ഉള്ള സദൃശ്യമായ ബിന്ദുക്കളിൽ ദ്രാവകത്തിന്റെ പ്രവേഗം തുല്യമാണെന്നും തൽഫലമായി മർദ വ്യത്യാസം പൂജ്യം ആണെന്നും സ്പഷ്ടമാവുന്നു. അതിനാൽ, വായു, പന്തിൻമേൽ മുകളിലേക്കോ താഴേക്കോ ബലം ചെലുത്തുന്നില്ല.

(ii) സ്പിന്നോടുകൂടി ചലിക്കുന്ന പന്ത് (Ball moving with spin)

തിരിയുന്ന പന്ത്, വായുവിനെ അതിന്റെ കൂടെ വലിച്ചുകൊണ്ടുപോവുന്നു. ഉപരിതലം പരുക്കൻ ആണെങ്കിൽ പന്ത് കൂടുതൽ വായു വലിച്ചുകൊണ്ടു പോകും. ചിത്രം 10.13 (b) ഒരേ സമയം നീങ്ങുന്നതും സ്പിൻ ചെയ്യുന്നതുമായ പന്തിന് ചുറ്റുമുള്ള വായുവിന്റെ ധാരാ രേഖകൾ കാണിക്കുന്നു. പന്ത് മുമ്പോട്ടും അതിനെ അപേക്ഷിച്ച് വായു പുറകോട്ടും ചലിക്കുന്നു. അതിനാൽ പന്തിന്റെ മുകളിലുള്ള വായുവിന്റെ പ്രവേഗം, പന്തിനെ അപേക്ഷിച്ച് കൂടുതലും, താഴെ കുറവുമാണ്. (വിഭാഗം 10.3 കാണുക) അങ്ങനെ ധാരാ രേഖകൾ മുകളിൽ അടുത്തു വരുകയും താഴെ അകലത്തിലാകുകയും ചെയ്യുന്നു. വായുവിന്റെ വേഗതയിലുള്ള ഈ വ്യത്യാസം, മുകൾ ഭാഗത്തിനും താഴ് ഭാഗത്തിനുമിടയിൽ മർദ വ്യതിയാനം ഉണ്ടാക്കുന്നു. അങ്ങനെ പന്തിൽ ഒരു പരിണിതബലം മുകളിലേക്ക് ഉണ്ടാകുന്നു. സ്പിന്നിംഗ് മൂലമുള്ള ഈ ഡൈനാമിക് ലിഫ്റ്റിനെ (dynamic lift) മാഗ്നസ് പ്രതിഭാസം (Magnus effect) എന്നു വിളിക്കുന്നു.

എറോഫോയിൽ (Aerofoil) അല്ലെങ്കിൽ വിമാന ചിറകിലെ മുകളിലേക്കുള്ള തള്ളൽ: ചിത്രം 10.13 (c) യിൽ ഒരു എറോഫോയിൽ ചിത്രീകരിക്കുന്നു ഇതിന്റെ ആകൃതി, വായുവിൽക്കൂടി തിരശ്ചീനമായി ചലിക്കുമ്പോൾ, മുകളിലേക്ക് ഡൈനാമിക് ലിഫ്ട് പ്രദാനം ചെയ്യത്തക്ക രീതിയിലുള്ളതാണ്. ഒരു വിമാനത്തിന്റെ ചിറകുകളുടെ ഛേദതലം ചിത്രം 10.13 (c) യിൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നപോലെ ചുറ്റും ധാരാ രേഖകളുള്ള എയറോഫോയിൽ പോലെയാണ്. എയറോഫോയിൽ വായുവിന്റെ വിപരീത ദിശയിൽ ചലിക്കുമ്പോൾ, പ്രവാഹ ദിശയെ അപേക്ഷിച്ച് ചിറകിന്റെ ചരിവ്, ചിറകിന്റെ താഴത്തേതിനേക്കാൾ മുകളിൽ ധാരാരേഖകൾ തിങ്ങി ഞെരുങ്ങാൻ കാരണമാകുന്നു. മുകളിലെ പ്രവാഹ വേഗം താഴത്തേതിനേക്കാൾ കൂടുതലായതാണ് ഇതിനു കാരണം. ഇക്കാരണത്താൽ മുകളിലേക്കുള്ള ബലം ചിറകുകളിൽ ഡൈനാമിക് ലിഫ്റ്റ് ഉത്പാദിപ്പിക്കുകയും ഇത് വിമാനത്തിന്റെ ഭാരത്തിനെ ബാലൻസ് ചെയ്യുകയും ചെയ്യുന്നു. താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ഉദാഹരണം ഇത് കാണിക്കുന്നു.

ഉദാഹരണം 10.8: പൂർണ്ണമായും ഭാരം കയറ്റിയ ഒരു ബോയിംഗ് വിമാനത്തിന്റെ മാസ് 3.3×10^5 kg. ആണ്. ഇതിന്റെ ചിറകിന്റെ ആകെ വിസ്തീർണ്ണം 500 m^2 ആകുന്നു. ഇത് 960 km/h വേഗത്തിൽ ഒരു നിശ്ചിത ഉയരത്തിൽ പറക്കുന്നു.

(a) ചിറകിന്റെ താഴത്തെ പ്രതലവും മുകളിലത്തെ പ്രതലവും തമ്മിലുള്ള മർദ വ്യത്യാസം കണക്കാക്കുക.

(b) ചിറകിന്റെ താഴത്തെ പ്രതലത്തെ അപേക്ഷിച്ച് മുകളിലത്തെ പ്രതലത്തിലെ, വായുവിന്റെ വേഗതയിലുണ്ടാകുന്ന അംശീയ വർദ്ധനവ് (Fractional Increase) കണ്ടെത്തുക.

(വായുവിന്റെ സാന്ദ്രത $\rho = 1.2$ kg m^{-3} ആണ്.)

ഉത്തരം

(a) മർദ വ്യത്യാസം കാരണം മുകളിലോട്ടുള്ള ബലം ബോയിംഗ് വിമാനത്തിന്റെ ഭാരത്തെ സംതുലിതമാക്കുന്നു.

$\Delta P \times A = 3.3 \times 10^5 \text{kg} \times 9.8$

$\Delta P = (3.3 \times 10^5 \text{ kg} \times 9.8 \text{ m s}^{-2}) / 500 \text{ m}^2$

$= 6.5 \times 10^3 \text{ Nm}^{-2}$

(b) സമവാക്യം 10.12 എടുക്കാം. ഇതിൽ വിമാനത്തിന്റെ മുകൾഭാഗവും താഴ്ഭാഗവും തമ്മിലുള്ള ഉയര വ്യത്യാസം നമ്മൾക്ക് അവഗണിക്കാവുന്നതാണ്. അപ്പോൾ ഇതിനിടയിലുള്ള മർദ വ്യത്യാസമാണ്.

$$\Delta P = \frac{\rho}{2}\left(v_2^2 - v_1^2\right)$$

ഇവിടെ v_2 എന്നത് മുകൾ ഭാഗത്തെ വായുവിന്റെ വേഗതയാണ്. v_1 എന്നത് താഴ്ഭാഗത്തെ വായുവിന്റെ വേഗതയാണ്.

$$\left(v_2 - v_1\right) = \frac{2\,\Delta P}{\rho\left(v_2 + v_1\right)}$$

ശരാശരി വേഗത എടുത്താൽ

$v_{av} = (v_2 + v_1)/2 = 960 \text{ km/h} = 267 \text{ m s}^{-1}$,

അപ്പോൾ

$$\left(v_2 - v_1\right)/\, v_{av} = \frac{\Delta P}{\rho v_{av}^2} \approx 0.08$$

ചിറകിനു മുകളിലുള്ള വേഗത, താഴത്തെ വേഗതയേക്കാൾ 8% കൂടുതലായിരിക്കും. ◀

10.5 വിസ്കോസിറ്റി (Viscosity)

ഭൂരിഭാഗം ദ്രവങ്ങളും ആദർശ ദ്രവങ്ങളല്ല (ideal fluid). അവ ഒഴുക്കിനെ ചെറിയ തോതിൽ പ്രതിരോധിക്കുന്നു. ദ്രവചലനത്തിന്റെ ഈ പ്രതിരോധം ഒരു ആന്തരിക ഘർഷണം പോലെയാണ്. ഈ ഘർഷണം ഒരു പ്രതലത്തിൽ കൂടി ചലിക്കുന്ന ഖരവസ്തുവിന് അനുഭവപ്പെടുന്ന ഘർഷണത്തിന് സമാനമാണ്. ഇതിനെ വിസ്കോസിറ്റി (viscosity) എന്നു വിളിക്കുന്നു. ദ്രാവകപാളികൾക്കിടയിലുള്ള ആപേക്ഷിക ചലനമാണ് ഈ ബലത്തിന് കാരണമാകുന്നത്. ചിത്രം 10.14 (a) യിൽ കാണിച്ചതുപോലെ, രണ്ടു ഗ്ലാസ് പ്ലേറ്റുകളുടെ ഇടയിലുള്ള എണ്ണ പോലൊരു ദ്രാവകം നമുക്ക് പരിഗണിക്കാം. താഴത്തെ പാളി ഉറപ്പിച്ചിരിക്കുമ്പോൾ, മുകളിലത്തെ പാളി, താഴത്തെ പാളിയെ അപേക്ഷിച്ച് സ്ഥിര പ്രവേഗം '*v*' യിൽ ചലിപ്പിക്കുന്നു. എണ്ണയ്ക്ക് പകരം തേൻ ഉപയോഗിക്കുകയാണെങ്കിൽ അതേ പ്രവേഗത്തിൽ പ്ലേറ്റ് മാറ്റാൻ കൂടുതൽ ശക്തി ആവശ്യമാണ്. അതുകൊണ്ട് എണ്ണയേക്കാൾ തേൻ കൂടുതൽ വിസ്കസ് ആണെന്ന് പറയാം. ഒരു പ്രതലവുമായി സമ്പർക്കമുള്ള ദ്രാവക പാളിക്ക് പ്രതലത്തിന്റെ അതേ പ്രവേഗം ഉണ്ടായിരിക്കും. അതിനാൽ മുകളിൽ, ഉപരിതലവുമായി സമ്പർക്കത്തിലുള്ള ദ്രാവകത്തിന്റെ പാളി '*v*' പ്രവേഗത്തിലും ഉറപ്പിച്ച പ്രതലവുമായി സമ്പർക്കത്തിലുള്ള പാളി നിശ്ചലമായിരിക്കുകയും ചെയ്യുന്നു. താഴെ (പൂജ്യം പ്രവേഗം) നിന്നു മുകളിലത്തെ പാളിയിലേക്ക് പ്രവേഗം ക്രമമായി കൂടുന്നു. ദ്രാവകത്തിന്റെ ഏതെങ്കിലും പാളി പരിഗണിച്ചാൽ, മുകളിലെ പാളി അതിനെ മുന്നോട്ടും, താഴത്തെ പാളി പിറകോട്ടും വലിക്കുന്നു എന്നു കരുതാം. ഇത് പാളികൾക്കിടയിൽ ഒരു ബലത്തിന് കാരണമാവുന്നു. ഇത്തരം ബലത്തിനു വിധേയമായ ഒഴുക്ക് ലാമിനാർ (laminar) എന്നറിയപ്പെടുന്നു. ഒരു ബുക്ക് മേശമേൽ വെച്ച് മുകളിലെ കവറിൽ തിരശ്ചീന ബലം കൊടുത്താൽ പേജുകൾ തമ്മിൽ നിരങ്ങുന്നതു പോലെ ദ്രാവകത്തിന്റെ പാളികളും ഒന്നിനു മുകളിൽ ഒന്നായി നിരങ്ങി നീങ്ങുന്നു. ഒരു ദ്രാവകം പൈപ്പ് അല്ലെങ്കിൽ ട്യൂബിൽ കൂടി ഒഴുകുമ്പോൾ, ട്യൂബിന്റെ അക്ഷത്തിലൂടെയുള്ള ദ്രാവക പാളിയുടെ പ്രവേഗം പരമാവധിയാണ്, അത് പൈപ്പിന്റെ ഭിത്തിക്കടുത്തേക്ക് നീങ്ങുമ്പോൾ ക്രമേണ കുറഞ്ഞ് പൂജ്യമാവുന്നു. ചിത്രം 10.14(b) ഒരു ട്യൂബിന്റെ ഉള്ളിലെ സിലിണ്ടറാകൃതിയുള്ള ഒരു ദ്രാവക പ്രതലത്തിൽ പ്രവേഗം സ്ഥിരമായിരിക്കും.

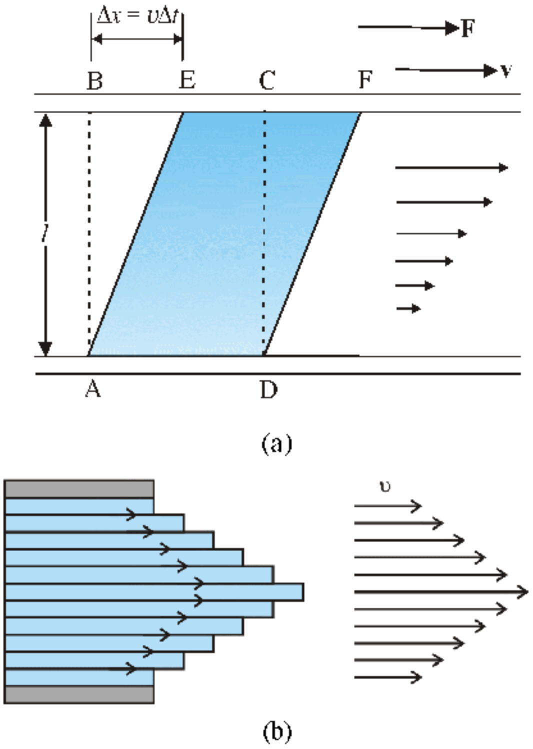
ഈ ചലനത്തിന്റെ പശ്ചാത്തലത്തിൽ ഒരു സമയത്ത് ABCD എന്ന ആകൃതി ഉണ്ടായിരുന്ന ദ്രാവകത്തിന്റെ ഒരു ഭാഗത്തിന്റെ ആകൃതി, Δt എന്ന ചെറിയ ഇടവേളയ്ക്കു ശേഷം AEFD ആകൃതിയിലേക്ക് മാറുന്നു. ഈ സമയത്ത്, ദ്രാവകം $\Delta x/l$ ഷിയർ സ്ട്രെയിനിന് (shear strain) വിധേയമാവുന്നു. ഒഴുകുന്ന ദ്രവത്തിലെ സ്ട്രെയിൻ സമയത്തിനനുസരിച്ച് തുടർച്ചയായി കൂടുന്നതിനാൽ ഖരത്തിൽ നിന്നും വ്യത്യസ്തമായി, സ്ട്രെയിൻ മാറ്റത്തിന്റെ നിരക്കിനെയാണ് സ്ട്രെസ്സ് ആശ്രയിക്കുന്നത് എന്നു പരീക്ഷണങ്ങൾ വ്യക്തമാക്കുന്നു. അതായത് സ്ട്രെസ്സ് സ്ട്രെയിനിന് പകരം സ്ട്രെയിനിന്റെ സമയനിരക്ക്, $\Delta x/(l\,\Delta t)$ അല്ലെങ്കിൽ v/l നെയാണ് ആശ്രയിക്കുന്നത്. ഒരു ദ്രാവകത്തിന്റെ വിസ്കോസിറ്റി ഗുണാങ്കം (coefficient of viscosity)η ('ഈറ്റ' എന്ന് ഉച്ചരിക്കാം) ഷിയറിംഗ് സ്ട്രെസ്സിന്റെയും സ്ട്രെയിൻ തോതിന്റെയും ഹരണഫലം ആണെന്ന് നിർവചിക്കാം.

$$\eta = \frac{F/A}{v/l} = \frac{Fl}{vA} \tag{10.18}$$

വിസ്കോസിറ്റിയുടെ SI യൂണിറ്റ് പോയിസെൽ (Poiseiulle, Pl) ആണ്. ഇതിന്റെ മറ്റ് യൂണിറ്റുകളാണ് Nsm^{-2} അല്ലെങ്കിൽ Pa s. വിസ്കോസിറ്റിയുടെ ഡൈമെൻഷൻ $[\text{ML}^{-1}\text{T}^{-1}]$ ആണ്. പൊതുവായി കട്ടികൂടിയ ദ്രാവകങ്ങളായ കോൾടാർ, രക്തം, ഗ്ലിസറിൻ മുതലായവയെ അപേക്ഷിച്ച് കട്ടി കുറഞ്ഞ ദ്രാവകങ്ങളായ വെള്ളം, ആൾക്കഹോൾ മുതലായവയ്ക്ക് വിസ്കോസിറ്റി കുറവാണ്. നമുക്ക് പരിചിതങ്ങളായ ചില ദ്രാവകങ്ങളുടെ വിസ്കോസിറ്റിയുടെ ഗുണാങ്ക പട്ടിക 10.2 ൽ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു. വെള്ളത്തെയും രക്തത്തെയും കുറിച്ച് നിങ്ങൾക്ക് രസകരമെന്ന് തോന്നുന്ന രണ്ട് വസ്തുതകൾ ചൂണ്ടിക്കാട്ടുന്നു. പട്ടിക 10.2 സൂചിപ്പിക്കുന്നതു പ്രകാരം രക്തം വെള്ളത്തേക്കാൾ കട്ടി

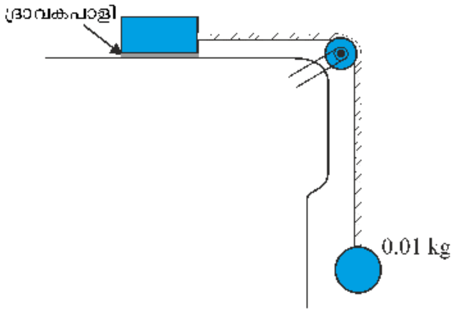
കൂടിയതാണ് (കൂടുതൽ വിസ്കസ്). മാത്രമല്ല രക്തത്തിന്റെ ജലവുമായുള്ള ആപേക്ഷിക വിസ്കോസിറ്റി (η/η_{water}) 0°C നും 37°C നും ഇടയിൽ സ്ഥിരമാണ്.

ദ്രാവകങ്ങളുടെ വിസ്കൊസിറ്റി താപനിലയ്ക്കനുസരിച്ച് കുറയുമ്പോൾ, വാതകങ്ങളുടെ കാര്യത്തിൽ ഇത് കൂടുന്നു.



ചിത്രം 10.14 (a) രണ്ട് സമാന്തര ഗ്ലാസ്സ് പ്ലേറ്റുകൾക്കിടയിലുള്ള ദ്രാവത്തിന്റെ പാളി ഇതിലെ താഴത്തെ പ്ലേറ്റ് ഉറപ്പിച്ചതും മുകളിലത്തെ പ്ലേറ്റ് വലത്തേക്ക് 'v' പ്രവേഗത്തിൽ ചലിക്കുന്നതും ആണ്.
(b) പൈപ്പിലെ വിസ്കസ് പ്രവാഹത്തിന്റെ പ്രവേഗ വിതരണം.

▶ **ഉദാഹരണം 10.9:** ചിത്രം 10.15ൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്ന 0.10 m² വിസ്തീർണമുള്ള ഒരു ലോഹക്കട്ട 0.010kg മാസ്സുമായി ഒരു മാതൃകാ കപ്പിയിൽ (മാസ്സ് ഇല്ലാത്തതും ഘർഷണം ഇല്ലാത്തതും) കൂടി കടന്നു പോകുന്നു 0.30mm കനമുള്ള ഒരു ദ്രാവക പാളി ലോഹകട്ടയ്ക്കും മേശയ്ക്കുമിടയിൽ ക്രമീകരിച്ചിരിക്കുന്നു. സ്വതന്ത്രമാക്കപ്പെടുമ്പോൾ, ലോഹകട്ട വലതുവശത്തേക്ക് $0.085 ms^{-1}$ സ്ഥിരവേഗത്തിൽ ചലിക്കുന്നു. ദ്രാവകത്തിന്റെ വിസ്കോസിറ്റി ഗുണാങ്കം കണ്ടുപിടിക്കുക.



ചിത്രം 10.15 ഒരു ദ്രാവകത്തിന്റെ വിസ്കോസിറ്റി ഗുണാങ്കത്തിന്റെ അളക്കൽ

ഉത്തരം: ലോഹക്കഷണം വലത്തു വശത്തേക്ക് ചലിക്കുന്നത് ചരടിലെ വലിവുബലം മൂലമാണ്. ഈ വലിവുബലം 'T' എന്നത് തൂക്കിയിട്ടിരിക്കുന്ന 'M' മാസ്സിന്റെ ഭാരത്തിന്റെ അളവിന് തുല്യമാണ്. ഇവിടെ ഷിയറിംഗ് ബലം F ആണ് $F = T = mg = 0.010\text{ kg} \times 9.8\text{ m s}^{-2} = 9.8 \times 10^{-2}$ N ആണ്. ദ്രവത്തിലുള്ള ഷിയർ സ്ട്രെസ്സ്.

$$= F/A = \frac{9.8 \times 10^{-2}}{0.10}\text{N/m}^2$$

സ്ട്രെയിൻ തോത് $= \dfrac{v}{l} = \dfrac{0.085}{0.30 \times 10^{-3}}$

$$\eta = \frac{\text{ഷിയർ സ്ട്രെസ്സ്.}}{\text{സ്ട്രെയിൻ തോത്}}\ \text{s}^{-1}$$

$$= \frac{(9.8 \times 10^{-2}\text{ N})\,(0.30 \times 10^{-3}\text{ m})}{(0.085\text{ m s}^{-1})\,(0.10\text{ m}^2)}$$

$= 3.45 \times 10^{-3}$ Pa s ◀

പട്ടിക 10.2 ചില ദ്രവങ്ങളുടെ വിസ്കോസിറ്റികൾ

ദ്രാവകം	T(°C)	വിസ്കോസിറ്റി (mPl)
വെള്ളം	20	1.0
	100	0.3
രക്തം	37	2.7
മെഷീൻ ഓയിൽ	16	113
	38	34
ഗ്ലിസറിൻ	20	830
തേൻ		200
വായു	0	0.017
	40	0.019

10.5.1 സ്റ്റോക്ക് നിയമം (Stoke's Law)

ഒരു വസ്തു ദ്രാവകത്തിൽകൂടി താഴേക്ക് വീഴുമ്പോൾ, അതുമായി സമ്പർക്കത്തിൽ ഇരിക്കുന്ന ദ്രാവകപാളിയെ ഒപ്പം വലിച്ചിഴയ്ക്കുന്നു. ദ്രാവകത്തിന്റെ വ്യത്യസ്ത പാളികൾ തമ്മിൽ ആപേക്ഷിക ചലനം ഉണ്ടാകുകയും അതിന്റെ ഫലമായി വസ്തുവിൽ ഒരു മന്ദീകരണബലം (retarding force) അനുഭ

വപ്പെടുകയും ചെയ്യുന്നു. മഴത്തുള്ളികളുടെ പതനവും പെൻഡുലത്തിന്റെ ദോലനവും അത്തരം ചലനങ്ങൾക്ക് ഏതാനും പൊതുവായ ഉദാഹരണങ്ങളാണ്. വിസ്കസ് ബലം, വസ്തുവിന്റെ പ്രവേഗത്തിന് ആനുപാതികമാണെന്നും ചലനത്തിന്റെ ദിശയ്ക്ക് എതിരാണെന്നും കാണുന്നു. വിസ്കസ് ബലം 'F' ദ്രവത്തിന്റെ വിസ്കോസിറ്റി 'η' യേയും ഗോളത്തിന്റെ ആരം 'a' യേയും ആശ്രയിക്കുന്നു. സർ. ജോർജ് ജി. സ്റ്റോക്സ് (Sir. George G. Stokes) (1819–1903) എന്ന ഇംഗ്ലീഷ് ശാസ്ത്രജ്ഞൻ വിസ്കസ് ബലത്തിന് താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന സമവാക്യം രൂപീകരിച്ചു.

$$F = 6\pi\eta a v \tag{10.19}$$

ഇതിനെ സ്റ്റോക്ക് നിയമം (stokes' low) എന്ന് വിളിക്കുന്നു. ഈ സമവാക്യം നാം ഇവിടെ രൂപീകരിക്കുന്നില്ല. പ്രവേഗത്തിന് ആനുപാതികമായ മന്ദീകരണബലത്തിന് നല്ലൊരു ഉദാഹരണമാണ് ഈ നിയമം. വിസ്കസ് മാദ്ധ്യമത്തിലൂടെ വസ്തു താഴേക്ക് പതിക്കുമ്പോൾ ഉണ്ടാകുന്ന പരിണിത ഫലങ്ങൾ പഠിക്കാൻ ഈ നിയമം ഉപയോഗിക്കാൻ കഴിയും. വായുവിലൂടെ വീഴുന്ന ഒരു മഴത്തുള്ളിയെ നമുക്ക് പരിഗണിക്കാം. ഗുരുത്വം മൂലം മഴത്തുള്ളിക്ക് ത്വരണമുണ്ടാവും എന്ന് നമുക്കറിയാം. ഈ ത്വരണം മൂലം മഴത്തുള്ളിയുടെ പ്രവേഗം വർധിക്കുമ്പോൾ അതിന്മേൽ അനുഭവപ്പെടുന്ന മന്ദീകരണബലവും വർധിക്കുന്നു. ഒടുവിൽ വിസ്കസ് ബലവും പ്ലവക്ഷമ ബലവും കൂടി ഗുരുത്വം മൂലമുള്ള ബലത്തിന് തുല്യമാകുമ്പോൾ, പരിണിത ബലവും ത്വരണവും പൂജ്യമാകുന്നു. ഈ സമയത്ത് ഗോളാകൃതിയിലുള്ള മഴത്തുള്ളി സ്ഥിര പ്രവേഗത്തോടുകൂടി താഴേക്കു പതിക്കുന്നു. ഈ സ്ഥിരപ്രവേഗത്തെ ടെർമിനൽ പ്രവേഗം (terminal velocity) എന്നു വിളിക്കുന്നു. സന്തുലനാവസ്ഥയിൽ ടെർമിനൽ പ്രവേഗം (terminal velocity) v_t ഉൾപ്പെട്ട സമവാക്യമാണ്.

$$6\pi\eta a v_t = (4\pi/3)\, a^3 (\rho-\sigma) g$$

ഇവിടെ ρ, σ എന്നിവ യഥാക്രമം ഗോളത്തിന്റെയും ദ്രാവകത്തിന്റെയും മാസ് സാന്ദ്രതയാണ് അപ്പോൾ

$v_t = 2a^2 (\rho-\sigma) g / (9\eta)$ ......(10.20) എന്നു ലഭിക്കുന്നു.

അങ്ങനെ, ടെർമിനൽ പ്രവേഗം v_t ഗോളത്തിന്റെ ആരത്തിന്റെ വർഗ്ഗത്തിന് നേർ അനുപാതത്തിലും മാധ്യമത്തിന്റെ വിസ്കോസിറ്റിക്ക് വിപരീത അനുപാതത്തിലും ആണ്.

ഉദാഹരണം 6.2 ഈ ആശയത്തിൽ കൂടുതൽ വ്യക്തത വരുത്തും.

ഉദാഹരണം 10.10: 2.0mm ആരമുള്ള ചെമ്പു കൊണ്ടുള്ള ഒരു പന്ത്, 20^{0}c താപനിലയിൽ 6.5cm s^{-1} ടെർമിനൽ പ്രവേഗത്തോടുകൂടി എണ്ണ നിറഞ്ഞിരിക്കുന്ന ടാങ്കിൽ താഴോട്ടു വീഴുന്നു. 20^{0}c താപനിലയിൽ എണ്ണയുടെ വിസ്കോസിറ്റി കണ്ടുപിടിക്കുക. എണ്ണയുടെ സാന്ദ്രത 1.5×10^3 kg m^{-3} ആണ്. ചെമ്പിന്റെ സാന്ദ്രത 8.9×10^3 kg m^{-3}

ഉത്തരം: ഇവിടെ $v_t = 6.5 \times 10^{-2}$ ms^{-1}, $a = 2 \times 10^{-3}$ m, $g = 9.8$ ms^{-2}, $\rho = 8.9 \times 10^3$ kg m^{-3},

$\sigma = 1.5 \times 10^3$ kg m^{-3}. സമവാക്യം 10.20 ൽ നിന്നും

$$\eta = \frac{2}{9} \times \frac{(2\times10^{-3})^2\ \mathrm{m}^2 \times 9.8\ \mathrm{m\ s}^{-2}}{6.5\times10^{-2}\ \mathrm{m\ s}^{-1}} \times 7.4\times10^3\ \mathrm{kg\ m}^{-3}$$

$$= 9.9 \times 10^{-1}\ \mathrm{kg\ m}^{-1}\ \mathrm{s}^{-1}$$

10.6 റെയ്നോൾഡ്സ് സംഖ്യ (Reynold's number)

ഒരു ദ്രവത്തിന്റെ പ്രവാഹനിരക്ക് വലുതാകുമ്പോൾ പ്രവാഹം കൂടുതൽ സമയം ലാമിനാർ (laminar) ഒഴുക്കായി തുടരുന്നില്ല, അത് പ്രക്ഷുബ്ധമാകുന്നു (turbulent). പ്രക്ഷുബ്ധ പ്രവാഹത്തിനു വിധേയമായ ദ്രവത്തിലെ ഒരു ബിന്ദുവിലെ ദ്രവങ്ങളുടെ പ്രവേഗം സമയാനുസൃതമായി പെട്ടെന്നും ലക്ഷ്യമില്ലാതെയും മാറികൊണ്ടിരിക്കുന്നു. ചുഴികൾ (eddies) എന്നു വിളിക്കപ്പെടുന്ന ചില വൃത്താകാര ചലനങ്ങളും അതോടൊപ്പം ഉൽപ്പാദിപ്പിക്കപ്പെടുന്നു. വേഗത്തിൽ ചലിച്ചുകൊണ്ടിരിക്കുന്ന ദ്രവത്തിന്റെ പാതയിലെ തടസ്സം പ്രക്ഷുബ്ധതയ്ക്ക് കാരണമാകുന്നു. [ചിത്രം 10.8(b)] കത്തിക്കൊണ്ടിരിക്കുന്ന ഒരു തടിക്കുനയിൽ നിന്നും ഉയരുന്ന പുക പോലെ, സമുദ്ര ജല പ്രവാഹങ്ങൾ പ്രക്ഷുബ്ധമാണ്. നക്ഷത്രങ്ങൾ മിന്നിത്തിളങ്ങുന്നത് അന്തരീക്ഷ പ്രക്ഷുബ്ധതയുടെ ഫലമായാണ്. കാറുകളും വിമാനങ്ങളും ബോട്ടുകളും വായുവിലും ജലത്തിലും അവശേഷിപ്പിക്കുന്ന തരംഗങ്ങളും പ്രക്ഷുബ്ധമാണ്.

ഓസ്ബോൺ റെയ്നോൾഡ്സ് (Osborne Reynolds) (1842–1912) താഴ്ന്ന നിരക്കിൽ (low rates) പ്രവഹിക്കുന്ന വിസ്കസ് ദ്രവത്തിന് (viscous fluid) പ്രക്ഷുബ്ധ പ്രവാഹം ഉണ്ടാക്കാനുള്ള സാധ്യത കുറവാണ് എന്ന് നിരീക്ഷിച്ചു. അദ്ദേഹം, പ്രവാഹം പ്രക്ഷുബ്ധമാണോ എന്നതിനെകുറിച്ച് ഏകദേശ ധാരണ നൽകുന്ന ഒരു ഡൈമൻഷനില്ലാത്ത സംഖ്യ നിർവചിച്ചു. ഈ സംഖ്യയെ റെയ്നോൾഡ്സ് സംഖ്യ (Reynolds number) എന്നു വിളിക്കുന്നു.

$$R_e = \rho v d / \eta \qquad (10.21)$$

ഇവിടെ v വേഗത്തിൽ പ്രവഹിക്കുന്ന ദ്രവത്തിന്റെ സാന്ദ്രതയാണ് ρ, d പൈപ്പിന്റെ അളവും (dimension) η ദ്രവത്തിന്റെ വിസ്കോസിറ്റിയുമാണ്. R_e ഒരു ഡൈമൻഷനില്ലാത്ത സംഖ്യയാണ്, അതുകൊണ്ട് ഏതു യൂണിറ്റു വ്യവസ്ഥയിലും ഇത് തുല്യമായി നിൽക്കുന്നു. R_e, 1000-ൽ താഴെയാണെങ്കിൽ പ്രവാഹം ധാരാ രേഖീയം (stream line) അല്ലെങ്കിൽ ലാമിനാർ (laminar) ആയിരിക്കും. $R_e > 2000$ ആണെങ്കിൽ പ്രവാഹം പ്രക്ഷുബ്ധമായിരിക്കും. 1000-നും 2000-നും ഇടയിലാണെങ്കിൽ പ്രവാഹം അസ്ഥിരമാകുന്നു. ജ്യാമിതീയമായി ഒരു പോലെയുള്ള ഒഴുക്കുകളിൽ പ്രക്ഷുബ്ധത ഉളവാകുമ്പോഴുള്ള R_e യുടെ ക്രിട്ടിക്കൽ മൂല്യം *(critical Reynolds number)* ഒരു പോലെയാണ് എന്ന് കാണാം. ഉദാഹരണത്തിന് വ്യത്യസ്ത സാന്ദ്രതയും വിസ്കോസിറ്റികളുമുള്ള എണ്ണയും വെള്ളവും ഒരേ വലിപ്പവും ആകൃതിയും ഉള്ള പൈപ്പുകളിലൂടെ പ്രവഹിക്കുമ്പോൾ R_e യുടെ ഏകദേശം ഒരേ മൂല്യത്തിന് പ്രക്ഷുബ്ധത ആരംഭിക്കുന്നു. ഈ വസ്തുത ഉപയോഗിച്ച് ദ്രവ പ്രവാഹങ്ങളുടെ സ്വഭാവം പഠിക്കാൻ വേണ്ടി ചെറിയ തോതിലുള്ള ഒരു പരീക്ഷണശാലാ മാതൃക ഉണ്ടാക്കാൻ കഴിയും. കപ്പലുകൾ, അന്തർവാഹിനികൾ, മത്സരയോട്ടകാറുകൾ വിമാനങ്ങൾ എന്നിവ രൂപകൽപ്പന ചെയ്യുന്നതിൽ ഇവ ഉപകാരപ്രദമാണ്.

R_e ഇപ്രകാരം കൂടി എഴുതാവുന്നതാണ്.

$$R_e = \rho v^2 / (\eta v/d) = \rho A v^2 / (\eta A v/d) \qquad (10.22)$$

$$R_e = \frac{\text{ജഡത്വ ബലം}}{\text{വിസ്കസ് ബലം}}$$

ഇപ്രകാരം ജഡത്വ ബലവും (ജഡത്വം അതായത് ചലിക്കുന്ന ദ്രവത്തിന്റെ മാസ് മൂലമോ പാതയിലെ ചലന തടസ്സം ഉണ്ടാക്കുന്ന ജഡത്വം മൂലമോ ഉണ്ടാകുന്ന ബലം) വിസ്കോസ് ബലവും തമ്മിലുള്ള അനുപാതത്തെ R_e പ്രതിനിധാനം ചെയ്യുന്നു.

ക്രിട്ടിക്കൽ പ്രവേഗം (*Critical velocity*)

ഒരു ട്യൂബിലെ ദ്രവത്തിന്റെ പ്രവാഹം ധാരാരേഖീയമായി തുടരുന്നതിന് ഉണ്ടാകേണ്ട പരമാവധി പ്രവേഗത്തെ ക്രിട്ടിക്കൽ പ്രവേഗം *(critical velocity)* എന്നു വിളിക്കുന്നു. സമവാക്യം 10.21ൽ നിന്നും ഇത്

$$v_c = R_e \times \eta / (\rho \times d).$$

പ്രക്ഷുബ്ധത ഗതികോർജത്തെ പൊതുവെ താപത്തിന്റെ രൂപത്തിൽ നഷ്ടപ്പെടുത്തുന്നു. മത്സരയോട്ട കാറുകളും (racing cars) വിമാനങ്ങളും പ്രക്ഷുബ്ധത ഏറ്റവും കുറഞ്ഞ വിധത്തിൽ സൂക്ഷ്മമായി രൂപകൽപന ചെയ്തിരിക്കുന്നു. ഇതു പോലെയുള്ള വാഹനങ്ങളുടെ രൂപകൽപന തുടർച്ചയായ പരീക്ഷണങ്ങൾ വഴിയാണ് ചെയ്യുന്നത്. പ്രക്ഷുബ്ധത (ഘർഷണം പോലെ) ചില സമയത്ത് അഭിലഷണീയമാണ്. പ്രക്ഷുബ്ധത, മിശ്രണത്തെ (mixing) പ്രോത്സാഹിപ്പിക്കുകയും മാസ്, ആക്കം (momentum) ഊർജം എന്നിവയുടെ കൈമാറ്റത്തിന്റെ നിരക്കിനെ വർധിപ്പിക്കുകയും ചെയ്യുന്നു. അടുക്കളയിലെ മിക്സിയുടെ ബ്ലേഡുകൾ പ്രക്ഷുബ്ധ പ്രവാഹം ഉളവാക്കി കട്ടിയുള്ള മിൽക്ക് ഷേക്ക് ഉണ്ടാക്കുന്നതിനും മുട്ടപതപ്പിക്കുന്നതിനും ഉപയോഗിക്കാം.

ഉദാഹരണം 10.11: 1.25cm വ്യാസമുള്ള ഒരു ടാപ്പിൽ നിന്നും പ്രവഹിക്കുന്ന ജലത്തിന്റെ ഒഴുകുന്ന തോത് 0.48 L/min ആണ്. വെള്ളത്തിന്റെ വിസ്കോസിറ്റിയുടെ ഗുണാങ്കം 10^{-3} Pa s ആണ്. കുറച്ചു സമയത്തിനു ശേഷം ഒഴുക്കിന്റെ തോത് 3 L/min ആയി വർദ്ധിപ്പിക്കുന്നു. രണ്ട് സാഹചര്യങ്ങളിലുമുള്ള പ്രവാഹത്തിന്റെ സ്വഭാവം പറയുക.

ഉത്തരം: ഒഴുക്കിന്റെ വേഗം v ആയിരിക്കട്ടെ ടാപ്പിന്റെ വ്യാസം 1.25cm ആണ്. ഒരു സെക്കന്റിൽ പുറത്തേക്കൊഴുകുന്ന വെള്ളത്തിന്റെ ഉള്ളളവാണ്.

$$Q = v \times \pi\, d^2 / 4$$

$$v = 4\, Q / d^2 \pi$$

റെയ്നോൾഡ്സ് സംഖ്യ താഴെ പറയും പ്രകാരം കണക്കാക്കാം.

$$R_e = 4 \rho Q / \pi d \eta$$

$$= 4 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3} \times Q / (3.14 \times 1.25 \times 10^{-2} \text{ m} \times 10^{-3} \text{ Pa s})$$

$$= 1.019 \times 10^8 \text{ m}^{-3} \text{ s } Q$$

തുടക്കത്തിൽ

$$Q = 0.48 \text{ L / min} = 8 \text{ cm}^3 \text{ / s} = 8 \times 10^{-6} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1},$$

ആയതുകൊണ്ട് നമുക്ക് $R_e = 815$ എന്ന് കിട്ടും ഇത് 1000 ത്തിൽ താഴെ ആയതിനാൽ, ഒഴുക്ക് സ്ഥിരമാണ് (Steady flow) .

കുറച്ചു സമയത്തിന് ശേഷം

$$Q = 3 \text{ L / min} = 50 \text{ cm}^3 \text{ / s} = 5 \times 10^{-5} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1},$$

R_e = 5095 എന്നു ലഭിക്കുന്നു.

ഒഴുക്ക് പ്രക്ഷുബ്ധമാകുന്നു. ലാമിനറിൽ (laminar) നിന്നും പ്രക്ഷുബ്ധ ഒഴുക്കിലേക്ക് ഉള്ള മാറ്റം പരീക്ഷിക്കാൻ നിങ്ങളുടെ വാഷ്ബേസിനിൽ ഒരു പരീക്ഷണം നടത്താവുന്നതാണ്. ◀

10.7 പ്രതലബലം (Surface Tension)

എണ്ണയും വെള്ളവും കലരുകയില്ലെന്നത് നിങ്ങൾ ശ്രദ്ധിച്ചിരിക്കും. ജലം നമ്മെ നനയ്ക്കുമെങ്കിലും ജലത്തിൽ നീന്തുന്ന താറാവുകളെ അത് നനയ്ക്കുന്നില്ല. മെർക്കുറി ഗ്ലാസിനെ നനയ്ക്കുന്നില്ല, എന്നാൽ ജലം നനയ്ക്കുന്നു. ഗുരുത്വബലത്തെ അതിജീവിച്ച് എണ്ണ വിളക്കുതിരിയിലൂടെ മുകളിലേക്ക് ഉയരുന്നു. വൃക്ഷത്തിന്റെ ഉയരത്തിലുള്ള ഇലകളിലേക്ക് ജലവും ലവണങ്ങളും എത്തിച്ചേരുന്നു, പെയിന്റ് ബ്രഷിന്റെ നാരുകൾ ഉണങ്ങിയിരിക്കുമ്പോഴും വെള്ളത്തിൽ മുങ്ങിയിരിക്കുമ്പോഴും കൂടിച്ചേർന്നിരിക്കുന്നില്ല. എന്നാൽ ഇതിനെ വെള്ളത്തിൽ നിന്നും പുറത്തെടുക്കുമ്പോൾ കൂടിച്ചേർന്ന് ഒരു കൂർത്ത അഗ്രം പോലെ ആകുന്നു. ഇത്തരം ധാരാളം ഉദാഹരണങ്ങളും അനുഭവങ്ങളും ദ്രാവകത്തിന്റെ സ്വതന്ത്ര ഉപരിതലത്തെ സംബന്ധിച്ചുണ്ട്. ദ്രാവകങ്ങൾക്ക് കൃത്യമായ ഒരു രൂപമില്ലാത്തതിനാലും എന്നാൽ കൃത്യമായ ഒരു ഉള്ളളവ് ഉള്ളതിനാലും, അവ ഒരു പാത്രത്തിൽ പകരുമ്പോൾ, സ്വതന്ത്ര ഉപരിതലം കൈവരിക്കുന്നു. ഈ ഉപരിതലത്തിന് അധിക ഊർജം കൈവരിക്കാനാകും. ഈ പ്രതിഭാസം പ്രതല ബലം (surface tension) എന്ന് അറിയപ്പെടുന്നു. വാതകങ്ങൾക്ക് സ്വതന്ത്ര ഉപരിതലം ഇല്ലാത്തതിനാൽ ഈ പ്രതിഭാസം ദ്രാവകവുമായി മാത്രം ബന്ധപ്പെട്ടതാണ്. നമുക്ക് ഈ പ്രതിഭാസത്തെ കുറിച്ച് കൂടുതൽ മനസ്സിലാക്കാം.

10.7.1 പ്രതലോർജം (Surface Energy)

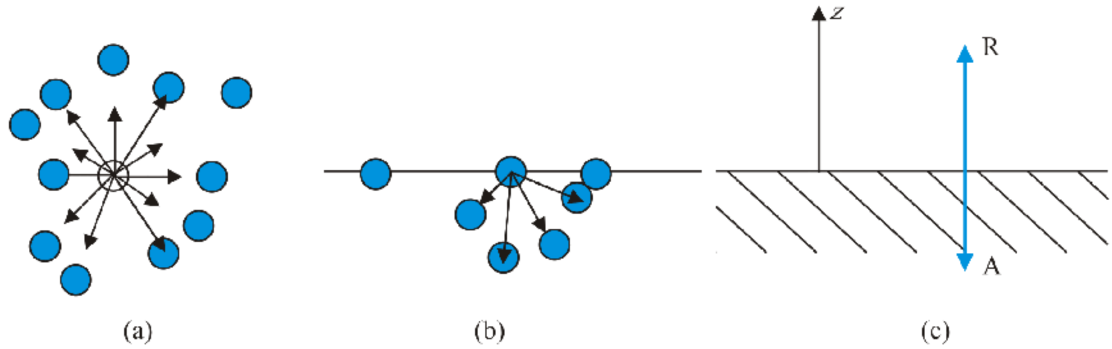
തന്മാത്രകൾ തമ്മിലുള്ള ആകർഷണമാണ് ദ്രാവകം ഒന്നിച്ചു നിൽക്കാനുള്ള കാരണം. ദ്രാവകത്തിനുള്ളിലെ ഒരു തന്മാത്രയെ പരിഗണിച്ചാൽ ചുറ്റുപാടുള്ള എല്ലാ തന്മാത്രകളിലേക്കും അത് ആകർഷിക്കപ്പെടുന്ന വിധത്തിലാണ് തൻമാത്രാന്തര അകലങ്ങൾ (Inter molecular distances) [ചിത്രം 10.16(a)]. ഈ ആകർഷണം മൂലം തന്മാത്രകൾക്ക് നെഗറ്റീവ് സ്ഥിതികോർജം ഉണ്ടാവുന്നു. ഈ ഊർജം, അതിന്റെ ചുറ്റുപാടുമുള്ള തൻമാത്രകളുടെ എണ്ണത്തെയും വിന്യാസത്തെയും ആശ്രയിച്ചിരിക്കുന്നു. പക്ഷേ അതിലെ എല്ലാ തന്മാത്രകളുടെയും ശരാശരി സ്ഥിതികോർജം ഒരുപോലെയാണ്. അങ്ങനെയുള്ള കുറേ ദ്രാവക തന്മാത്രകളെ (ദ്രാവകത്തിൽ നിന്നും) പരസ്പരം അകറ്റി ബാഷ്പീകരിക്കുന്നതിനു വേണ്ടി വരുന്ന ബാഷ്പീകരണ ഊർജം വളരെ വലുതാണ് എന്നത് ഇതിന് തെളിവ് തരുന്ന വസ്തുതയാണ്. ജലത്തിന്, ഈ ഊർജം ഏകദേശം 40 kJ/mol ന്റെ അടുത്ത് വരും.

ചിത്രം 10.16(b) യിൽ പ്രതലത്തിന് സമീപം ഉള്ള ഒരു തന്മാത്ര പരിഗണിച്ചാൽ, അതിന്റെ താഴത്തെ പകുതി ഭാഗം മാത്രമേ ദ്രാവക തൻമാത്രകളാൽ ചുറ്റപ്പെട്ടിട്ടുള്ളൂ എന്നു കാണാം. ഇതുകാരണം തൻമാത്രക്ക് കുറച്ച് നെഗറ്റീവ് സ്ഥിതികോർജം ലഭിക്കും. എന്നാൽ ഇത് ഉൾഭാഗത്തെ തൻമാത്രയെക്കാളും കുറവാണ് എന്ന് വ്യക്തമാണ്. അതായത് ദ്രാവകത്തിന്റെ ഉള്ളിലുള്ള തൻമാത്രയുടെ സ്ഥിതികോർജത്തിന്റെ പകുതിയോളം ഊർജമേ ദ്രാവക ഉപരിതലത്തിലെ തന്മാത്രക്ക് ഉണ്ടായിരിക്കുകയുള്ളൂ. അതിനാൽ ഉപരിതലത്തിലെ തൻമാത്രകൾക്ക് ഉൾഭാഗത്തെ തന്മാത്രകളെ അപേക്ഷിച്ച് ഊർജം അധികമാണ്. ഒരു ദ്രാവകത്തിന് ബാഹ്യ അവസ്ഥകൾ അനുവദിക്കുന്ന ഏറ്റവും കുറഞ്ഞ ഉപരിതല പരപ്പളവ് ഉണ്ടാകാനുള്ള പ്രവണതയുണ്ട്. ഉപരിതല പരപ്പളവ് വർദ്ധിപ്പിക്കുന്നതിന് ഊർജം ആവശ്യമാണ്. മിക്കവാറും എല്ലാ ഉപരിതല പ്രതിഭാസങ്ങളേയും ഈ വസ്തുത ഉപയോഗിച്ച് മനസ്സിലാക്കാൻ സാധിക്കുന്നതാണ്. ഉപരിതലത്തിൽ ഒരു തൻമാത്രയെ നിലനിർത്താനുള്ള ഊർജം എത്രയാണ്? മുകളിൽ സൂചിപ്പിച്ചതുപോലെ ഇത് തന്മാത്രയെ പൂർണ്ണമായും ദ്രാവകത്തിൽ നിന്നും നീക്കം ചെയ്യാൻ ആവശ്യമായ ഊർജത്തിന്റെ ഏകദേശം പകുതിയാണ് അതായത് ബാഷ്പീകരണ താപത്തിന്റെ പകുതി.

എന്താണ് ഒരു ദ്രാവക ഉപരിതലം? ദ്രാവകതൻമാത്രകൾ നിരന്തരം ചലിക്കുന്നതിനാൽ പൂർണമായതും കൃത്യമായതുമായ ഒരു ഉപരിതലം അസാദ്ധ്യമാണ്. ചിത്രം 10.16 (c) പ്രകാരം കാണിച്ചിരിക്കുന്ന ദിശയിൽ ചലിച്ചാൽ $z=0$ എന്ന ബിന്ദുവിൽ നിന്ന് കുറഞ്ഞ അകലത്തിൽ (ഏതാനും തൻമാത്രാവലിപ്പം മാത്രം) ദ്രാവകതന്മാത്രകളുടെ സാന്ദ്രത വളരെ വേഗത്തിൽ പൂജ്യത്തോട് അടുക്കുന്നതായി കാണാവുന്നതാണ്.

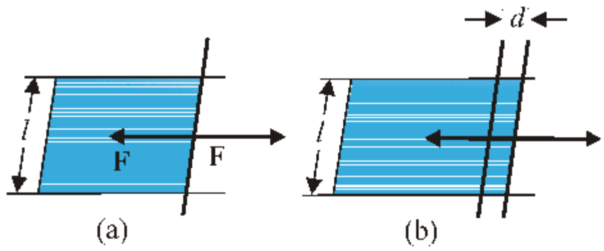
10.7.2 പ്രതല ഊർജവും പ്രതല ബലവും (Surface energy and surface tension)

ഒരു അധിക ഊർജം ദ്രാവകത്തിന്റെ ഉപരിതലവുമായി ബന്ധപ്പെട്ടിരിക്കുന്നതായി നമ്മൾ ചർച്ച ചെയ്തു. അതിനാൽ, ഉള്ളളവ് സ്ഥിരമാക്കി വെച്ചു



ചിത്രം 10.16 ദ്രാവകത്തിന്റെ ഉള്ളിലേയും ഉപരിതലത്തിലേയും തൻമാത്രകളുടെ രേഖാചിത്രവും, ബലങ്ങളുടെ തുലനവും (a) ദ്രാവകത്തിന്റെ ഉള്ളിലെ തന്മാത്രകൾ ഒരു തന്മാത്രയിൽ മറ്റു തന്മാത്രകൾ കാരണമുള്ള ബലങ്ങൾ കാണിച്ചിരിക്കുന്നു. അമ്പടയാളദിശകൾ ആകർഷണത്തിന്റെയോ വികർഷണത്തിന്റെയോ ദിശയെ സൂചിപ്പിക്കുന്നു (b) സമാന സാഹചര്യം പ്രതലത്തിലെ തന്മാത്രകളിൽ (c) ആകർഷണ ബലം (d) വികർഷണബലം (d) ഇവയുടെ തുലനം.

കൊണ്ട് കൂടുതൽ ഉപരിതലം നിർമ്മിക്കാൻ അധികം ഊർജം ആവശ്യമാണ്. ഇതു മനസ്സിലാക്കാനായി, സ്വതന്ത്രമായി നിരങ്ങിനീങ്ങാൻ കഴിയുന്ന ഒരു കമ്പിയിൽ അവസാനിക്കുന്ന ഒരു തിരശ്ചീന ദ്രാവകപാളി പരിഗണിക്കുക. (ചിത്രം 10.17) ഈ കമ്പിക്ക് സമാന്തരമായ രണ്ടു മറ്റ് കമ്പികളുടെ മുകളിൽ കൂടി സ്വതന്ത്രമായി ചലിക്കാൻ സാധിക്കും.



ചിത്രം 10.17 ഒരു പടലം വലിക്കുന്നു. (a) സന്തുലിതാവസ്ഥയിലുള്ള ദ്രാവക പാളി (b) അധിക ദൂരം വലിച്ച് നീട്ടിയ ദ്രാവക പാളി

ചിത്രത്തിൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നതുപോലെ, 'd' എന്ന ചെറിയ ദൂരത്തേക്ക് കമ്പി ചലിപ്പിക്കുന്നു എന്നു കരുതുക. പരപ്പളവ് വർദ്ധിക്കുന്നതിനാൽ, ഈ വ്യൂഹത്തിന് ഇപ്പോൾ കൂടുതൽ ഊർജം ലഭിക്കുന്നു. ആന്തരിക ബലത്തിന് എതിരെ പ്രവൃത്തി ചെയ്തെന്നാണ് ഇത് അർത്ഥമാക്കുന്നത്. ഈ ആന്തരിക ബലം 'F' എന്നിരിക്കട്ടെ. പ്രയോഗിക്കുന്ന ബലം ചെയ്യുന്ന പ്രവൃത്തിയാണ് F.d= Fd. ഊർജ സംരക്ഷണ നിയമപ്രകാരം ഈ പ്രവൃത്തി അധിക ഊർജമായി പാളിയിൽ ശേഖരിക്കപ്പെടുന്നു. പാടയുടെ യൂണിറ്റ് പരപ്പളവിലുള്ള പ്രതല ഊർജം 'S' ആണെങ്കിൽ, അധിക പരപ്പളവ് 2dl ആകുന്നു. (പാടയ്ക്ക് രണ്ട് വശങ്ങൾ ഉണ്ട്. അതിനാൽ രണ്ട് ഉപരിതലങ്ങളുണ്ട്) അതിനാൽ അധികോർജം

$$S\ (2dl) = Fd \qquad (10.23)$$

അല്ലെങ്കിൽ $S \quad Fd/2dl = F/2l$ (10.24)

'S' എന്നത് പ്രതലബലത്തിന്റെ പരിമാണമാണ്. ഇത് യൂണിറ്റ് പരപ്പളവിലെ പ്രതലോർജത്തിന് തുല്യമാണ്. നീങ്ങുന്ന കമ്പിയിൽ ദ്രാവകം യൂണിറ്റ് നീളത്തിൽ ചെലുത്തുന്ന ബലത്തിനും ഇതു തുല്യമാണ്.

ഇതുവരെ നമ്മൾ ഒരു ദ്രാവകത്തിന്റെ പ്രതലത്തെക്കുറിച്ച് പഠിച്ചു. മറ്റു ദ്രവങ്ങളുമായോ ഖരപ്രതലങ്ങളുമായോ സമ്പർക്കത്തിൽ ഏർപ്പെടുന്ന ദ്രവ പ്രതലങ്ങളെയും നമുക്ക് പരിഗണിക്കേണ്ടതുണ്ട്. ഒരു ദ്രാവകത്തിന്റെ പ്രതലോർജം പ്രതലത്തിന്റെ ഇരു വശങ്ങളിലുമുള്ള പദാർത്ഥങ്ങളെ ആശ്രയിച്ചിരിക്കുന്നു. ഉദാഹരണത്തിന് പദാർത്ഥങ്ങളുടെ തന്മാത്രകൾ പരസ്പരം ആകർഷിക്കുകയാണെങ്കിൽ പ്രതലോർജം കുറയുകയും, പരസ്പരം വികർഷിക്കുകയാണെങ്കിൽ പ്രതലോർജം കൂടുകയും ചെയ്യുന്നു. അതിനാൽ രണ്ടു പദാർത്ഥങ്ങൾക്കിടയിലുള്ള സമ്പർക്കമുഖ (interface) ത്തിന്റെ ഊർജം ഇരുവശവുമുള്ള പദാർത്ഥങ്ങളെ ആശ്രയിച്ചിരിക്കുന്നു. മേൽപറയുന്ന വസ്തുതകളിൽ നിന്നും താഴെ പറയുന്ന നിരീക്ഷണങ്ങളിലേക്കെത്തിച്ചേരാം.

(i) പ്രതലബലം എന്നാൽ യൂണിറ്റ് നീളത്തിലെ ബലമാണ് (അല്ലെങ്കിൽ യൂണിറ്റ് പരപ്പളവിലെ പ്രതലോർജമാണ്). ഇത് ദ്രാവകത്തിന്റെയോ മറ്റേതെങ്കിലും വസ്തുക്കളുടെയോ സമ്പർക്കതലത്തിൽ പ്രവർത്തിക്കുന്നു. സമ്പർക്കതലത്തിലെ തൻമാത്രകൾക്ക് ഉൾഭാഗത്തെ തന്മാത്രകളെ അപേക്ഷിച്ചുള്ള അധിക ഊർജവുമാണിത്.

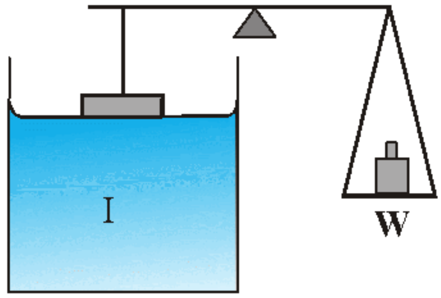
(ii) സമ്പർക്കമുഖത്തിലെ ഏതെങ്കിലും ഒരു ബിന്ദുവിന്റെ, അതിരിൽ ഒരു സാങ്കൽപിക രേഖ വരയ്ക്കുക. യൂണിറ്റ് നീളത്തിൽ 's' പ്രതലബലം, തുല്യവും വിപരീതവുമായി വരയ്ക്ക് ഇരുവശവും ലംബമായി സമ്പർക്കമുഖത്തിന്റെ തലത്തിൽ പ്രവർത്തിക്കുന്നതായി കരുതുക. വര സന്തുലിതാവസ്ഥയിലാണ്. കൂടുതൽ കൃത്യതയ്ക്കായി സമ്പർക്കമുഖത്തിൽ ഒരു വരി ആറ്റങ്ങളെയോ തൻമാത്രകളെയൊ സങ്കൽപിക്കുക. ഈ വരിയ്ക്ക് ഇടതുവശത്തുള്ള ആറ്റങ്ങൾ ഈ വരിയെ അവയ്ക്ക് അടത്തേയ്ക്കും, വലതു വശത്തുള്ളവ അവയ്ക്കടുത്തേയ്ക്കും വലിക്കുന്നു. ആറ്റങ്ങളുടെ ഈ വരി, വലിവു ബലം മൂലം സന്തുലിതവസ്ഥയിലായിരിക്കും. വര, സമ്പർക്കമുഖത്തിന്റെ അവസാനത്തെയാണ് കാണിക്കുന്നതെങ്കിൽ ചിത്രം 10.16(a) ഉം (b) യും പ്രകാരം അകത്തേക്ക് യൂണിറ്റ് നീളത്തിൽ 's' ബലം മാത്രമേയുള്ളൂ.

ചില ദ്രാവകങ്ങളുടെ പ്രതലബലം പട്ടിക 10.3 തരുന്നു. പ്രതലബലത്തിന്റെ മൂല്യം താപനിലയെ ആശ്രയിച്ചിരിക്കുന്നു. വിസ്കൊസിറ്റി പോലെ ദ്രാവകത്തിന്റെ പ്രതലബലം താപനിലയ്ക്ക് അനുസരിച്ച് താഴുന്നു.

പട്ടിക 10.3 ചില ദ്രാവകങ്ങളുടെ പ്രതലബലം സൂചിപ്പിച്ചിരിക്കുന്ന താപനിലയിൽ അവയുടെ ബാഷ്പന താപത്തോടൊപ്പം L

ദ്രാവകം	താപനില	പ്രതലബലം (N/m)	ബാഷ്പീകരണ താപം (kJ/mol)
ഹീലിയം	270	0.000239	0.115
ഓക്സിജൻ	183	0.0132	7.1
എതനോൾ	20	0.0227	40.6
വെള്ളം	20	0.0727	44.16
മെർക്കുറി	20	0.4355	63.2

ദ്രാവകത്തിനും ഖരത്തിനും ഇടയിലുള്ള പ്രതലോർജം, ഖര-വായു, ദ്രാവക-വായു എന്നിവയ്ക്കിടയിലെ പ്രതലോർജത്തിന്റെ ആകെത്തുകയേക്കാൾ ചെറുതാണെങ്കിൽ ദ്രാവകം ഖര പ്രതലത്തിനോട് ഒട്ടി പിടിക്കും. ഇത്തരം സന്ദർഭങ്ങളിൽ ഖരപ്രതലവും ദ്രാവകവും തമ്മിൽ കൊഹെഷൻ (Cohesion) ഉണ്ട്. ചിത്രം 10.18 ൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നതുപോലെ ഇതിനെ പരീക്ഷണത്തിലൂടെ നേരിട്ട് അളക്കാൻ കഴിയും. ഒരു പരന്ന ലംബമായ ഗ്ലാസ്സ് പ്ലേറ്റ്, അതിനു താഴെ ഒരു ദ്രാവകം പാത്രത്തിൽ സൂക്ഷിച്ചിരിക്കുന്നു. ഇതാണ് ബാലൻസിന്റെ ഒരു ഭുജമായി വർത്തിക്കുക. മറുവശത്തുള്ള ഭാരം പ്ലേറ്റിനെ സന്തുലിതമാക്കുന്നു. പ്ലേറ്റിന്റെ തിരശ്ചീന അഗ്രം ജലത്തിന് തൊട്ടുമുകളിലാണ്. ദ്രാവകം ഗ്ലാസ് പ്ലേറ്റിനെ ചെറുതായി സ്പർശിച്ച് പ്രതലബലം കാരണം അതിനെ താഴോട്ട് പിടിക്കുന്നതു വരെ പാത്രം മുകളിലോട്ട് ഉയർത്തുക. വെള്ളത്തിൽ നിന്നും പ്ലേറ്റ് വേർപെടും വരെ ത്രാസ്സിലേക്ക് ഭാരങ്ങൾ ചേർക്കുന്നു.



ചിത്രം 10.18: പ്രതലബലത്തിന്റെ അളക്കൽ

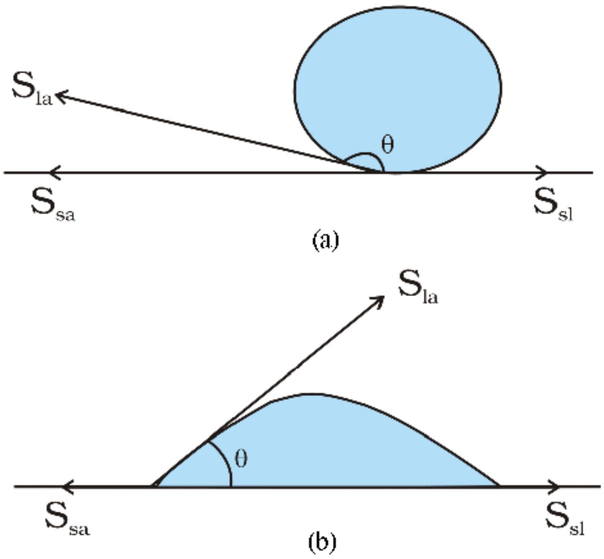
കൂടുതൽ വേണ്ടിവരുന്ന ഭാരം 'W' ആയിരിക്കട്ടെ. മുകളിലെ ചർച്ചയിൽ നിന്നും, സമവാക്യം 10.24ൽ നിന്നും, ദ്രാവക സമ്പർക്കമുഖത്തിന്റെ പ്രതലബലമാണ്.

$$S_{la} = (W/2l) = (mg/2l) \qquad (10.25)$$

'm' അധിക ഭാരവും പ്ലേറ്റിന്റെ അരിക് നീളം 'l' ഉം ആണ്. 's' നോടൊപ്പമുള്ള കീഴ്ക്കുറിപ്പ് (la) ദ്രാവക-വായു സമ്പർക്കം ഉൾപ്പെട്ടിരിക്കുന്നു എന്ന് സൂചിപ്പിക്കുന്നു.

10.7.3 സമ്പർക്ക കോൺ (Angle of contact)

ഏതെങ്കിലും അന്യമാധ്യമവുമായുള്ള സമ്പർക്കതലത്തിന്റെ അടുത്ത് ദ്രാവകത്തിന്റെ പ്രതലം പൊതുവെ വക്രമാണ്. സമ്പർക്ക ബിന്ദുവിലൂടെ ദ്രാവക പ്രതലത്തിന് വരയ്ക്കുന്ന തൊടുവര (tangent) ഖര പ്രതലവുമായി ദ്രാവകത്തിനുള്ളിൽ ഉണ്ടാക്കുന്ന കോണാണ് സമ്പർക്ക കോൺ (angle of contact). ഇതിനെ 'θ' കൊണ്ട് സൂചിപ്പിക്കുന്നു. വ്യത്യസ്ത ജോടികളുള്ള ദ്രാവകങ്ങളുടെയും ഖരങ്ങളുടെയും സമ്പർക്കമുഖങ്ങൾക്ക് സമ്പർക്ക കോണുകൾ വ്യത്യസ്തമായി കാണപ്പെടുന്നു. ഒരു ദ്രാവകം ഒരു ഖരഉപരിതലത്തെ നനക്കുമോ അതോ അതിൻമേൽ ഒരു തുള്ളിയായി നിൽക്കുമോ എന്നുള്ളത് 'θ' യുടെ മൂല്യമാണ് നിർണ്ണയിക്കുന്നത്. ഉദാഹരണത്തിന് ചിത്രത്തിൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നതുപോലെ താമരയിലയിൽ വെള്ളം തുള്ളികളായി രൂപപ്പെടുന്നു. അതേ സമയം ചിത്രം 10.19(b)യിൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നതുപോലെ ഒരു വൃത്തിയുള്ള പ്ലാസ്റ്റിക് പ്ലേറ്റിൽ ജലം പരക്കുകയും ചെയ്യുന്നു.



ചിത്രം 10.19: വെള്ളത്തുള്ളികളുടെ വ്യത്യസ്ത ആകൃതികളും സമ്പർക്കമുഖ വലിവുകളും (a) താമരയിലയിൽ (b) വൃത്തിയുള്ള പ്ലാസ്റ്റിക് പ്ലേറ്റിൽ.

ദ്രാവകം-വായു, ഖരം-വായു, ഖരം-ദ്രാവകം എന്നീ മൂന്ന് സമ്പർക്കമുഖങ്ങളിലെ (interface) സമ്പർക്കമുഖവലിവുകൾ (interfacial tensions) യഥാക്രമം S_{la}, S_{sa}, S_{sl} എന്നിവയെ ചിത്രം 10.19(a)യിലും (b)യിലും കൊടുത്തിരിക്കുന്നു. സമ്പർക്കരേഖയിൽ (line of contact) മൂന്നു മാദ്ധ്യമങ്ങൾക്കും ഇടയ്ക്കുള്ള പ്രതലബലങ്ങൾ സന്തുലിതാവസ്ഥയിലായിരിക്കണം. ചിത്രം 10.19(b) യിൽ നിന്നും താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ബന്ധം രൂപീകരിക്കാവുന്നതാണ്.

$$S_{la} \cos\theta + S_{sl} = S_{sa} \qquad (10.26)$$

ജലം – ഇല സമ്പർക്കമുഖം വരുന്ന സാഹചര്യത്തിലേതുപോലെ $S_{sl} > S_{la}$ ആണെങ്കിൽ സമ്പർക്ക കോൺ ഒരു ബൃഹദ്കോൺ (obtuse angle) ആയിരിക്കും. അതേ സമയം, ജലം-പ്ലാസ്റ്റിക് സമ്പർക്കമുഖത്തിലേതുപോലെ $S_{sl} < S_{la}$ ആണെങ്കിൽ അത് ഒരു ന്യൂനകോണായിരിക്കും (acute angle). 'θ' കോണളവ് ബൃഹദ്കോണാവുമ്പോൾ ദ്രാവകത്തിലെ തന്മാത്രകൾ പരസ്പരം ശക്തമായും ഖരതന്മാത്രകളുമായി ദുർബലമായും ആകർഷിക്കപ്പെടുന്നു. ഇതു മൂലം ദ്രാവക-ഖര സമ്പർക്കമുഖം സൃഷ്ടിക്കാൻ ധാരാളം ഊർജം ചെലവഴിക്കേണ്ടി വരും. അതിനാൽ ദ്രാവകം ഖരത്തെ നനയ്ക്കുന്നില്ല. നേരെമറിച്ച് ദ്രാവകത്തിലെ തൻമാത്രകൾ ഖരത്തിലെ തൻമാത്രകളുമായി ശക്തിയായി ആകർഷിക്കപ്പെടുകയാണെങ്കിൽ അത് S_{sl} നെ കുറയ്ക്കുകയും തൽഫലമായി cos'θ' കൂടുകയോ 'θ' കുറയുകയോ ചെയ്യുന്നു. ഈ സാഹചര്യത്തിൽ 'θ' ഒരു ന്യൂനകോൺ ആണ്. ജലം ഗ്ലാസ്സിന്മേൽ പരക്കുമ്പോഴും, പ്ലാസ്റ്റിക്കിന്മേൽ മണ്ണെണ്ണ (മിക്കവാറും എല്ലാ വസ്തുവിന്മേലും മണ്ണെണ്ണ പരക്കുന്നു) പരക്കുമ്പോഴും സംഭവിക്കുന്നത് ഇതാണ്. സോപ്പുകൾ, ഡിറ്റർജന്റുകൾ, ഡൈയിംഗ് വസ്തുക്കൾ മുതലായവ പൊതുവേ നനയ്ക്കുന്ന സ്വഭാവമുള്ളവയാണ്. ജലവുമായി അവയെ ചേർക്കുമ്പോൾ സമ്പർക്കകോൺ ചെറുതാവുകയും അതുവഴി അവ തുളച്ചിറങ്ങാനും ഫലപ്രദമായി കഴുകാനും സഹായിക്കുന്നു. എന്നാൽ വസ്ത്രങ്ങളും മറ്റും നനയാതിരിക്കുവാനുപയോഗിക്കുന്ന വസ്തുക്കൾക്ക് (water proofing agents) ജലത്തിനും വസ്ത്രത്തിലെ നൂലിനുമിടയിൽ വലിയ സമ്പർക്ക കോണുകൾ ഉണ്ടാക്കുവാനുള്ള ശേഷിയുണ്ട്. അതുകൊണ്ട് അവ നനയുന്നതിനെ തടയുന്നു.

10.7.4 തുള്ളികളും കുമിളകളും (Drops and bubbles)

ഗുരുത്വാകർഷണബലത്തെ അവഗണിക്കുവാൻ കഴിയുമെങ്കിൽ സ്വതന്ത്ര ദ്രാവകത്തുള്ളികളും കുമിളകളും ഗോളാകാരം പ്രാപിക്കുന്നത് പ്രതലബലത്തിന്റെ ഒരു അനന്തരഫലമാണ്. നമ്മുടെ കുട്ടിക്കാലത്ത് നാം സോപ്പ് കുമിളകൾ ഊതി വീർപ്പിച്ചിരുന്ന അവസരത്തിലും ഹൈ സ്പീഡ് സ്പ്രേ അല്ലെങ്കിൽ ജെറ്റിൽ രൂപപ്പെടുന്ന ചെറിയ തുള്ളികളിലും നിങ്ങൾ ഈ പ്രവണത കണ്ടിട്ടുണ്ടാകും. തുള്ളികളും കുമിളകളും എന്തുകൊണ്ടാണ് ഗോളാകാരമായത്? സോപ്പ് കുമിളകളെ സ്ഥിരമായി നിലനിർത്തുന്നത് എന്താണ്?

നാം നേരത്തേ പറഞ്ഞതുപോലെ ഒരു ദ്രാവകത്തിന്റെ വായുവുമായുള്ള സമ്പർക്കമുഖത്തിന് ഊർജമുണ്ട്, ദ്രാവക പ്രതലങ്ങൾ പൊതുവേ ഈ ഊർജം കുറയ്ക്കുവാൻ ശ്രമിക്കും. ഒരു നിശ്ചിത ഉള്ളളവിന്, ഏറ്റവും കുറഞ്ഞ ഊർജമുള്ള പ്രതലം, ഏറ്റവും കുറഞ്ഞ പരപ്പളവോടുകൂടിയതായിരിക്കുമല്ലോ. ഒരു ഗോളത്തിന് ഈ സവിശേഷത ഉണ്ട്. അതിനാൽ ഗുരുത്വാകർഷണബലവും മറ്റ് ബലങ്ങളും (ഉദാ: വായുപ്രതിരോധം) ശക്തമല്ലെങ്കിൽ ദ്രാവകത്തുള്ളികൾ ഗോളാകാരമായിരിക്കും.

ഒരു ഗോളത്തുള്ളിയുടെ അകത്തെ മർദ്ദം (ചിത്രം 10.20(a)) പുറത്തെ മർദത്തെക്കാൾ കൂടുതലായിരിക്കും എന്നത് പ്രതലബലത്തിന്റെ മറ്റൊരു സവിശേ

ഷതയാണ്. 'r' ആരമുള്ള ഗോളാകൃതിയിലുള്ള ഒരു തുള്ളി സന്തുലിതാവസ്ഥയിലാണെന്നിരിക്കട്ടെ ഇതിന്റെ ആരം Δr കണ്ട് വർദ്ധിപ്പിച്ചാൽ ലഭിക്കുന്ന അധിക പ്രതല ഊർജമാണ്.

$$[4\pi(r + \Delta r)^2 - 4\pi r^2]\, S_{la} = 8\pi r\, \Delta r\, S_{la} \qquad (10.27)$$

തുള്ളി സന്തുലിതാവസ്ഥയിലാണെങ്കിൽ അകത്തെയും പുറത്തേയും മർദവ്യത്യാസം (P_i-P_0) മൂലമുള്ള വികാസത്തിലൂടെ കിട്ടുന്ന ഊർജം.

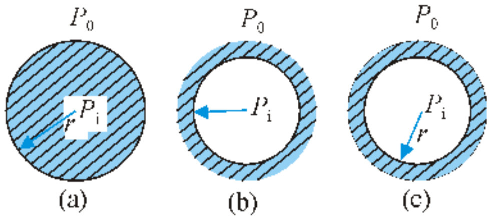
$$W = (P_i - P_o)\, 4\pi r^2 \Delta r \qquad (10.28)$$

മുകളിൽ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന അധിക ഊർജത്തിനു തുല്യമായിരിക്കും.

ഇതിൽ നിന്നും

$$(P_i - P_o) = (2\, S_{la} / r) \qquad (10.29)$$

പൊതുവായി ദ്രാവക-വായു സമ്പർക്കമുഖത്തിൽ കോൺകേവ് വശത്ത് അനുഭവപ്പെടുന്ന മർദം കോൺവെക്സ് വശത്തിലേതിനേക്കാൾ കൂടുതലായിരിക്കും. ഉദാഹരണത്തിന് ദ്രാവകത്തിലെ വായുകുമിളകൾക്ക് അകത്ത് ഉയർന്ന മർദമുണ്ടാകും. ചിത്രം 10.20 (b) കാണുക.



ചിത്രം 10.20 'r' ആരമുള്ള തുള്ളിയും കുമിളയും, അറയും (cavity)

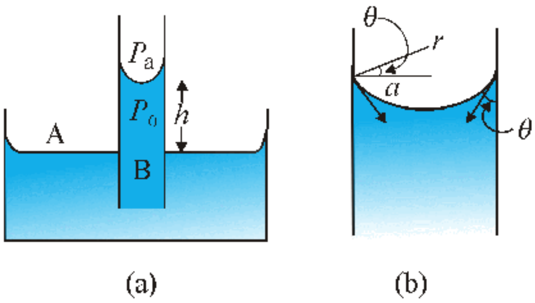
ഒരു ദ്രാവക കുമിള ചിത്രം 10.20(c) ഒരു ദ്രാവക തുള്ളിയിൽനിന്നും അതുപോലെ ദ്രാവകത്തിനുള്ളിൽ സ്ഥിതി ചെയ്യുന്ന വായു കുമിളയിൽ നിന്നും വ്യത്യാസപ്പെട്ടിരിക്കുന്നു; ഒരു കുമിളക്ക് രണ്ട് സമ്പർക്കമുഖങ്ങളുണ്ട്. മുകളിലത്തെ വാദം ഉപയോഗിച്ച് ഒരു കുമിളയിലെ മർദം

$(P_i - P_o) = (4\, S_{la} / r)$ ആണ് (10.30)

ഒരു സോപ്പു കുമിളയുടെ ഉള്ളിലെ മർദവും ഇതേ കാരണത്താൽ അതിന്റെ പുറത്തുള്ളതിനേക്കാൾ കൂടുതലാണ്. അതുകൊണ്ടാണ് ഇത്തരം കുമിളകൾ ഉണ്ടാക്കുവാൻ വേണ്ടി ഊതേണ്ടി വരുന്നത്.

10.7.5 കേശിക ഉയർച്ച (capillary rise)

വക്രമായ ദ്രാവക-വായു സമ്പർക്കമുഖത്തിലെ മർദവ്യത്യാസത്തിന്റെ ഫലമായിട്ടാണ് ജലം ഇടുങ്ങിയ കുഴലിൽ കൂടി ഗുരുത്വാകർഷണത്തിനെ അതിജീവിച്ച് മുകളിലേക്ക് ഉയരുന്നത്. നേരിയ സുഷിരമുള്ള കാപ്പില്ലറി കുഴലുകളിൽ ഇത് വ്യക്തമായി കാണാം.



ചിത്രം 10.21 കേശിക ഉയർച്ച (a) ഇടുങ്ങിയട്യൂബ് വെള്ളത്തിൽ മുങ്ങി കടക്കുന്നതിന്റെ രേഖാചിത്രം. (b) സമ്പർക്കമുഖത്തിന്റെ വലുതാക്കിയ ചിത്രം.

'ക്യാപില്ല' എന്ന ലാറ്റിൻ വാക്കിന്റെ അർഥം മുടി എന്നാണ്. അതുകൊണ്ടാണ് നേരിയ വണ്ണമുള്ള കുഴലുകളെ ക്യാപിലറി കുഴലുകൾ എന്നു വിളിക്കുന്നത്. ഇത്തരം കുഴലുകളിൽ കേശിക ഉയർച്ച വളരെ കൂടുതലായിരിക്കും. ഇത് കാണുന്നതിന് തുറന്ന പാത്രത്തിലെ ജലത്തിൽ ഇറക്കി വെച്ചിരിക്കുന്ന വൃത്തച്ഛേദതലമുള്ള ഒരു ക്യാപിലറിക്കുഴൽ (capillary tube) പരിഗണിക്കുക (ചിത്രം 10.21). വെള്ളത്തിനും ഗ്ലാസിനുമിടയിലുള്ള സമ്പർക്കകോൺ ന്യൂനകോൺ ആണ്. അതിനാൽ കേശികക്കുഴലിലെ ജലത്തിന്റെ ഉപരിതലം കോൺകേവ് ആണ്. ഉപരിതലത്തിലെ രണ്ട് വശവും തമ്മിൽ മർദവ്യതിയാനം ഉണ്ടെന്നാണ് ഇതിനർഥം.

മർദവ്യത്യാസം

$$(P_i - P_o) \quad (2S/r) \quad 2S/(a \sec \theta)$$
$$= (2S/a) \cos \theta \qquad (10.31)$$

ട്യൂബിന്റെ ഉള്ളിലെ ജലത്തിന്റെ മർദം, മെനിസ്കസിനോട് തൊട്ടു ചേർന്ന് (വായു-ജലം സമ്പർക്കമുഖം) അന്തരീക്ഷ മർദത്തേക്കാൾ കുറവാണ്. ചിത്രം 10.21(a) യിൽ രണ്ടു പോയിന്റുകൾ A യും B യും പരിഗണിക്കുക. ഇവ രണ്ടും ഒരേ മർദത്തിലായിരിക്കും. ഈ മർദമാണ്

$$P_0 + h \rho g \quad P_i \quad P_A \qquad (10.32)$$

ഇവിടെ 'ρ' ജലത്തിന്റെ സാന്ദ്രതയും 'h' കേശിക ഉയർച്ചയാണ്. സമവാക്യം 10.31 ഉം 10.32 ഉം ഉപയോഗിച്ച് നമ്മൾക്ക്

$h \rho g \quad (P_i - P_0) \quad (2S \cos \theta)/a$ (10.33) എന്ന് കിട്ടും.

ഇവിടുത്ത ചർച്ചയും സമവാക്യങ്ങൾ 10.28, 10.29 ഉം കേശിക ഉയർച്ച പ്രതലബലം മൂലം ആണെന്ന് വ്യക്തമാക്കുന്നു. 'a' ചെറുതാണെങ്കിൽ ഇത് വലുതായിരിക്കും. വളരെ നേർത്ത കേശികക്കുഴലുകൾക്ക്

കേശിക ഉയർച്ച ഏതാനും സെന്റീമീറ്ററോളം വരും. ഉദാഹരണത്തിന് a=0.05cm ആണെങ്കിൽ പട്ടിക 10.3ലെ ജലത്തിന്റെ പ്രതലബലത്തിന്റെ മൂല്യം ഉപയോഗിച്ചാൽ

$$h \quad 2S/(\rho g a)$$

$$= \frac{2 \times (0.073\ \mathrm{N\ m^{-1}})}{(10^3\ \mathrm{kg\ m^{-3}})(9.8\ \mathrm{m\ s^{-2}})(5 \times 10^{-4}\ \mathrm{m})}$$

$$2.98 \times 10^{-2}\,\mathrm{m} \quad 2.98\,\mathrm{cm}$$

ശ്രദ്ധിക്കുക: മെനിസ്കസ് കോൺവെക്സ് ആണെങ്കിൽ (മെർക്കുറിയുടേതുപോലെ), അതായത് Cosθ നെഗറ്റീവ് ആണെങ്കിൽ, സമവാക്യം 10.32ൽ നിന്നും ദ്രാവകം കേശികകുഴലിൽ താഴും എന്ന് വ്യക്തമാണ്.

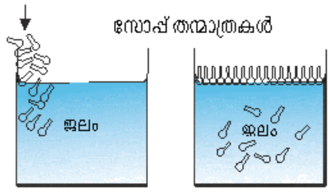
10.7.6 ഡിറ്റർജന്റുകളും പ്രതല ഊർജവും (Detergents and Surface Tension)

ഗ്രീസും എണ്ണയുടെ അഴുക്കുകളും മറ്റും പുരണ്ട പരുത്തി വസ്ത്രങ്ങൾ അഥവാ മറ്റു തുണികൾ ഡിറ്റർജന്റ് അഥവാ സോപ്പ് ചേർത്തിട്ടുള്ള ജലത്തിൽ കുതിർത്ത് ഉലച്ച് കഴുകുന്നു. എന്തായിരിക്കാമിതിനു കാരണം.

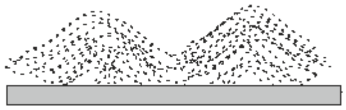
ജലം ഉപയോഗിച്ച് കഴുകുന്നത് ഗ്രീസിനെ നീക്കുകയില്ല. ജലം ഗ്രീസ് അഴുക്കിനെ നനക്കുന്നില്ല എന്നതാണ് ഇതിന് കാരണം. അവ തമ്മിലുള്ള സ്പർശനതലം വളരെ കുറവാണ്. ജലം ഗ്രീസിനെ നനയ്ക്കുമായിരുന്നെങ്കിൽ, ജലത്തിന്റ ഒഴുക്ക് കുറച്ച് ഗ്രീസിനെ കഴുകിക്കളയുമായിരുന്നു. ഗ്രീസിനെ നീക്കം ചെയ്യാൻ ഡിറ്റർജന്റ് ഉപയോഗിച്ചാൽ എളുപ്പം സാധിക്കും.

ഡിറ്റർജന്റിന്റെ തൻമാത്രകൾ ഹെയർപിൻ ആകൃതിയിലുള്ളവയാണ്. ഇതിന്റെ ഒരറ്റം വെള്ളത്തിന്റെ തന്മാത്രയിലേക്കും മറ്റേ അറ്റം ഗ്രീസ്, എണ്ണ അല്ലെങ്കിൽ മെഴുക്കിന്റെ തന്മാത്രകളിലേക്കും ആകർഷിക്കപ്പെടുന്നു. ഇപ്രകാരം ജലം-എണ്ണ സമ്പർക്കമുഖങ്ങൾ രൂപം കൊള്ളുന്നു. ഇതിന്റെ ഫലം ചിത്രങ്ങളുടെ ഒരു ശ്രേണിയായി 10.22ൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നു.

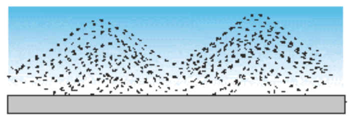
ഡിറ്റർജന്റ് ചേർക്കുമ്പോൾ, അവയുടെ തന്മാത്രകൾ ഒരുവശത്ത് വെള്ളത്തേയും മറുവശത്ത് എണ്ണയേയും ആകർഷിക്കുകയും, പ്രതലബലം S (ജലം-എണ്ണ) ഗണ്യമായി കുറയുകയും ചെയ്യുന്നു. ഇപ്രകാരമുള്ള സമ്പർക്കമുഖങ്ങൾ അതായത് ഡിറ്റർജന്റാലും അതിൽ കൂടി ജലത്താലും ചുറ്റപ്പെട്ട അഴുക്കിന്റെ ഗോളം ഉണ്ടാകുന്നത് ഊർജപരമായും അനുകൂലമാണ്. ഡിറ്റർജന്റുകൾ അല്ലെങ്കിൽ സർഫാക്റ്റന്റുകൾ ഉപയോഗിച്ച് ഇത്തരത്തിലുള്ള ശുദ്ധീകരണ പ്രക്രിയ മാത്രമല്ല, എണ്ണ, അയിര് എന്നിവയെ വീണ്ടെടുക്കുന്നതിനും പ്രധാനമാണ്.



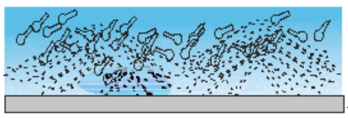
ജലത്തിനോട് ആകൃഷ്ടമായ സോപ്പ് തൻമാത്രയുടെ തലഭാഗം



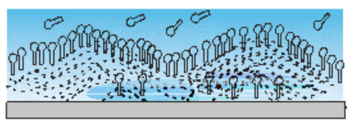
ഗ്രീസ് കണികളുടെ നേരിയ പാളി



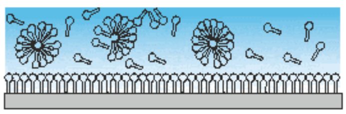
ജലം ചേരുമ്പോൾ അഴുക്ക് ഇളകുന്നില്ല.



ഡിറ്റർജന്റുകൾ ചേർത്തിരിക്കുമ്പോൾ ഇതിന്റെ ജഡമായ പശിമയുള്ള അഗ്രങ്ങൾ, ജലത്തിനും അഴുക്കിനും ഇടയിലുള്ള അതിരിലേക്ക് ആകർഷിക്കപ്പെടുന്നു.



ജലം അഗ്രങ്ങൾ അഴുക്കിനെ വലയം ചെയ്യുന്നു, പാളി ആകൃതിയുള്ള അഴുക്ക്, ജലം ചലിപ്പിക്കുമ്പോൾ എളുപ്പം ഇളകിപ്പോകുന്നു.



അഴുക്ക് സോപ്പ് തൻമാത്രകളാൽ ചുറ്റപ്പെട്ട് പിടിച്ച് നിർത്തപ്പെട്ടിരിക്കുന്നു.

ചിത്രം 10.22 ഡിറ്റർജന്റിന്റെ പ്രവർത്തനം ഡിറ്റർജന്റ് തൻമാത്രകളുടെ പ്രവർത്തനത്തിന്റെ രൂപത്തിൽ

▶ **ഉദാഹരണം 10.12** 2.00 mm വ്യാസമുള്ള ഒരു ക്യാപിലറിക്കുഴലിന്റെ താഴത്തെ അഗ്രം ഒരു ബീക്കറിലെ ജലത്തിന്റെ ഉപരിതലത്തിന് താഴെ 8.00 cm മുക്കിയിട്ടിരിക്കുന്നു. ജലത്തിന്റെ അടിയിൽ കുഴലിന്റെ അഗ്രത്തിൽ ഒരു അർധ ഗോളീയ കുമിള ഊതിയുണ്ടാക്കുവാൻ കുഴലിൽ എത്ര മർദം വേണം. ജലത്തിന്റെ പ്രതലബലം പരീക്ഷണത്തിന്റെ ഊഷ്മാവിൽ $7.30 \times 10^{-2}\ \mathrm{Nm^{-1}}$ ആണ്. അന്തരീക്ഷ മർദം $=1.01 \times 10^5$ Pa ജലത്തിന്റെ സാന്ദ്രത $= 1000\ \mathrm{kg/m^3}$, $g = 9.80\ \mathrm{m\ s^{-2}}$ അധിക മർദവും കണ്ടുപിടിക്കുക.

ഉത്തരം: ഒരു ദ്രാവകത്തിലെ വാതക കുമിളയിലെ അധിക മർദം $2S/r$ ആണ്. S എന്നാൽ ദ്രാവക-വായു സമ്പർക്കമുഖത്തിലെ പ്രതലബലം ആണ്. ഇവിടെ ഒരു ദ്രാവക പ്രതലമേയുള്ളൂ എന്നത് ശ്രദ്ധിക്കേണ്ടതാണ്. (വായുവിലെ ദ്രാവക കുമിളയ്ക്ക് രണ്ട് ദ്രാവക പ്രതലമുണ്ട്, അതിനാൽ അധിക മർദത്തിന്റെ ഫോർമുല $4S/r$ ആണ്). കുമിളയുടെ ആരം 'r' ആണ്. കുമിളയുടെ പുറത്തെ മർദം 'P_o' അന്തരീക്ഷ മർദത്തിന്റെയും 8.00 cm ജലയൂപത്തിന്റെ മർദത്തിന്റെയും ആകെത്തുകയാണ്. അതായത്,

$$P_o = (1.01 \times 10^5 \text{ Pa} + 0.08 \text{ m} \times 1000 \text{ kg m}^{-3} \times 9.80 \text{ m s}^{-2})$$

$$= 1.01784 \times 10^5 \text{ Pa}$$

അതിനാൽ കുമിളയ്ക്കുള്ളിലെ മർദമാണ്.

$$P_i = P_o + 2S/r$$

$$= 1.01784 \times 10^5 \text{ Pa} + (2 \times 7.3 \times 10^{-2} \text{ Pa m}/10^{-3} \text{ m})$$

$$= (1.01784 + 0.00146) \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$= 1.02 \times 10^5 \text{ Pa}$$

കുമിള അർദ്ധഗോളാകൃതിയായതിനാൽ കുമിളയുടെ ആരവും ക്യാപിലറിക്കുഴലിന്റെ ആരവും തുല്യമായി എടുത്തിരിക്കുന്നു. (ഉത്തരം 3 സാർഥകാങ്കത്തിൽ റൗണ്ട് ചെയ്തിരിക്കുന്നു.) കുമിളയിലെ അധികമർദം 146 Pa ആണ്. ◀

സംഗ്രഹം

1. ദ്രവത്തിന്റെ അടിസ്ഥാന സ്വഭാവം അതിന് ഒഴുകാൻ കഴിയുമെന്നതാണ്. ദ്രവത്തിന് ആകൃതി വ്യത്യാസപ്പെടുന്നതിന് തടസ്സമൊന്നും നേരിടുന്നില്ല. അതായത് ദ്രവത്തിന്റെ ആകൃതി അതുൾക്കൊള്ളുന്ന പാത്രത്തിന്റെ ആകൃതിയാണ്.
2. ദ്രാവകം സങ്കോചരഹിതവും സ്വന്തമായി ഒരു സ്വതന്ത്ര ഉപരിതലം ഉള്ളവയുമാണ്. ഒരു വാതകം സങ്കോചക്ഷമമാണ് (compressible), അത് വികസിച്ച് ലഭ്യമായ എല്ലാ സ്ഥലവും ഉൾക്കൊള്ളുന്നു.
3. 'A' പരപ്പളവുള്ള ഒരു പ്രതലത്തിൽ പ്രയോഗിക്കപ്പെടുന്ന ലംബബലം (Normal force) F ആണെങ്കിൽ ശരാശരി മർദം Pav ബലത്തിന്റെയും (F) പരപ്പളവിന്റെയും (A) ഹരണഫലമായി നിർവചിക്കാം.

   $$P_{av} = \frac{F}{A}$$

4. മർദത്തിന്റെ യൂണിറ്റ് (unit) പാസ്ക്കൽ (Pa) ആണ്. ഇത് Nm^{-2} ന് സമാനമാണ്. മർദ്ദത്തിന്റെ പൊതുവായ യൂണിറ്റുകളാണ്.

   1 atm = 1.01×10^5 Pa

   1 ബാർ = 10^5 Pa

   1 ടോർ = 133 Pa = 0.133 kPa

   1 mm മെർക്കുറി = 1 ടോർ = 133 Pa

5. പാസ്കൽ നിയമം പ്രസ്താവിക്കുന്നത്: ദ്രവത്തിന്റെ നിശ്ചലാവസ്ഥയിൽ ഒരേ ഉയരത്തിലുള്ള എല്ലാ ബിന്ദുക്കളിലും മർദം ഒരു പോലെയായിരിക്കും എന്നാണ്
6. താഴെ പറയുന്ന സമവാക്യം പ്രകാരം ആഴത്തിനനുസരിച്ച് ദ്രവത്തിന്റെ മർദ്ദം വ്യത്യാസപ്പെടുന്നു.

   $$P = P_a + \rho gh$$

   ഇതിൽ ρ ദ്രവത്തിന്റെ സാന്ദ്രതയാണ്. (സാന്ദ്രത എല്ലായിടത്തും ഒരു പോലെയാണെന്ന് കരുതുക)
7. സ്ഥിരമായ ഒഴുക്കിൽ സമാനമല്ലാത്ത ഛേദതലത്തോടുകൂടിയ പൈപ്പിലെ ഏതെങ്കിലും ബിന്ദുവിൽ കൂടി കടന്നു പോകുന്ന സങ്കോചരഹിത ദ്രാവകത്തിന്റെ ഉള്ളളവ് (volume) ഓരോ സെക്കന്റിലും ഒന്നുതന്നെയാണ്.

   v A = സ്ഥിരാങ്കം ('v' പ്രവേഗവും 'A' ഛേദതലത്തിന്റെ പരപ്പളവുമാണ്.) സങ്കോചരഹിത ദ്രാവകത്തിലെ ദ്രവ്യ സംരക്ഷണ നിയമംമൂലമാണ് ഈ നിയമം ഉണ്ടായിരിക്കുന്നത്.
8. ധാരാരേഖയിലൂടെ മുന്നോട്ടുപോകുമ്പോൾ മർദ്ദം (P), യൂണിറ്റ് ഉള്ളളവിലെ ഗതികോർജവും ($\rho v^2/2$) യൂണിറ്റ് ഉള്ളളവിലെ സ്ഥിതികോർജം (ρgy), ഇവയുടെ ആകെ തുക സ്ഥിരമായിരിക്കും. ഇതാണ് ബെർണൂയി തത്വം

   $P + \rho v^2/2 + \rho gy$ = സ്ഥിരാങ്കം

അടിസ്ഥാനപരമായി ഇത് വിസ്കസ് അല്ലാത്ത ദ്രവത്തിന്റെ സ്ഥിരമായ പ്രവാഹത്തിന്റെ ഊർജ സംരക്ഷണ നിയമമാണ്. പൂജ്യം വിസ്കൊസിറ്റി ഉള്ള ദ്രവങ്ങളില്ല. അതിനാൽ മുകളിലെ പ്രസ്താവന ഒരു ഏകദേശനം ആണ്. വിസ്കൊസിറ്റി ഘർഷണം പോലെയാണ്. ഇത് ഗതികോർജത്തെ താപോർജമായി മാറ്റുന്നു.

9. ഒരു ദ്രവത്തിലെ ഷിയർ സ്ട്രെയിനിന്, ഷിയറിംഗ് സ്ട്രെസ്സ് ആവശ്യമില്ലെങ്കിലും, ഷിയറിങ്ങ് സ്ട്രെസ്സ് കൊടക്കുമ്പോൾ, അത് സമയത്തിനനുസരിച്ച് വർദ്ധിക്കുന്ന ഒരു ഷിയറിങ്ങ് സ്ട്രെയിൻ സൃഷ്ടിക്കുന്നു.

10. സ്റ്റോക്സ് നിയമം പ്രസ്താവിക്കുന്നത് 'a' ആരമുള്ള 'v' പ്രവേഗത്തോടുകൂടി വിസ്കസ് മാദ്ധ്യത്തിൽ ചലിക്കുന്ന ഒരു ഗോളത്തിൻ മേലുള്ള വിസ്കസ് ബലം $F - \; 6\pi\eta av$. എന്നാണ്.

11. ദ്രവത്തിലെ പ്രക്ഷുബ്ധതയുടെ തുടക്കം നിർണ്ണയിക്കുന്നത് റെയ്നോൾഡ്സ് നമ്പർ ആണ്. ഇത് ഒരു ഡൈമൻഷനില്ലാത്ത പരാമീറ്ററാണ്. റെയ്നോൾഡ്സ് സംഖ്യ $R_e - \rho vd/\eta$ ആണ്. ഇവിടെ 'd' എന്നത് ദ്രവപ്രവാഹത്തിനോട് ബന്ധപ്പെട്ടിരിക്കുന്ന ഒരു പ്രത്യേക ജ്യാമിതീയ നീളമാണ്. മറ്റു ചിഹ്നങ്ങൾക്ക് സാധാരണയായി ഉപയോഗിക്കുന്ന അർഥം തന്നെയാണ്.

12. പ്രതലബലം എന്നത് ദ്രാവകത്തിനും അതിരിടുന്ന പ്രതലത്തിനും ഇടയിലുള്ള സമ്പർക്കമുഖത്തിന്റെ പ്രതലത്തിൽ ചെലുത്തുന്ന പ്രതിനീളത്തിലെ ബലമാണ് (അല്ലെങ്കിൽ യൂണിറ്റ് വിസ്തീർണ്ണത്തിലെ പ്രതല ഊർജം) ഇത് ഉൾഭാഗത്തെ തൻമാത്രകളുമായി താരതമ്യം ചെയ്യുമ്പോൾ സമ്പർക്കമുഖത്തിലെ തൻമാത്രകളുടെ അധിക ഊർജമാണ്.

വിചിന്തന വിഷയങ്ങൾ

1. മർദം ഒരു അദിശ അളവാണ്. യൂണിറ്റ് വിസ്തീർണത്തിലെ ബലം എന്ന മർദത്തിന്റെ നിർവചനം മർദം ഒരു സദിശ അളവാണെന്നുള്ള തെറ്റായ സൂചന നൽകുന്നു. നിർവചനത്തിന്റെ ഹാരകത്തിലെ ബലം അത് പ്രയോഗിക്കപ്പെടുന്ന പ്രതലത്തിന് ലംബമായ ഘടകം ആണ്. ദ്രവങ്ങളെ ആശയപരമായി സമീപിക്കുമ്പോൾ, കണികാ മെക്കാനിക്സിൽ നിന്നും, റിജിഡ് ബോഡി മെക്കാനിക്സിൽ നിന്നും മാറി ചിന്തിക്കേണ്ടി വരും. ദ്രവത്തിലെ, ഓരോ ബിന്ദുവിലും മാറി മാറി വരുന്ന ഗുണവിശേഷങ്ങളാണ് നമ്മൾ പരിഗണിക്കേണ്ടത്.

2. ദ്രാവകത്തിൽ മുങ്ങിക്കിടക്കുന്ന ഒരു കഷണം ഖരപദാർത്ഥത്തിലും, ഉൾക്കൊള്ളുന്ന പാത്രത്തിന്റെ ഭിത്തികളിലും ചെലുത്തപ്പെടുന്ന ബലമായി മാത്രം മർദത്തെക്കുറിച്ച് ചിന്തിക്കാൻ പാടുള്ളതല്ല. മർദം ദ്രവത്തിലെ എല്ലാ ബിന്ദുകളിലും സ്ഥിതി ചെയ്യുന്നു. ചിത്രം 10.2ൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്ന ദ്രവത്തിന്റെ ഒരു അംശം സന്തുലിതാവസ്ഥയിലാണ്. കാരണം അതിന്റെ വിവിധ മുഖങ്ങളിൽ ചെലുത്തപ്പെടുന്ന മർദം തുല്യമാണ്.

3. മർദത്തിന്റെ സമവാക്യം $P - P_a \quad \rho gh$, ദ്രവം സങ്കോചരഹിതമാണെങ്കിലേ സത്യമാകുന്നുള്ളൂ. പ്രായോഗികമായി പറഞ്ഞാൽ ഇത് സങ്കോചരഹിതമായ ദ്രാവകങ്ങൾക്ക് മാത്രമേ സാധ്യമാകുന്നുള്ളൂ. അതുകൊണ്ടു തന്നെ ഉയരത്തിനനുസരിച്ച് മാറ്റമില്ലാത്തതായിരിക്കും.

4. ഗേജ് മർദം, യഥാർത്ഥത്തിലുള്ള മർദവും അന്തരീക്ഷ മർദവും തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസമാണ്. $P \quad P_a - P_g$

മർദം അളക്കാനുള്ള പല ഉപകരണങ്ങളും ഗേജ് മർദം അളക്കുന്നു. ടയർ മർദ ഗേജും രക്തമർദ ഗേജും (സ്ഫിഗ്മോമാനോമീറ്റർ) ഇതിൽ പെടുന്നു.

5. ധാരാരേഖ ദ്രവഒഴുക്കിന്റെ മാപ്പ് ആണ്. സ്ഥിര ഒഴുക്കിൽ, രണ്ടു ധാരാരേഖകൾ തമ്മിൽകൂട്ടിമുട്ടില്ല. കാരണം അങ്ങനെയായാൽ ഒരു ബിന്ദുവിൽ ദ്രവകണങ്ങൾക്ക് രണ്ട് സാധ്യമായ പ്രവേഗം ഉണ്ട് എന്ന് അർഥം വരും.

6. ദ്രവത്തിൽ വിസ്കസ് വലിവ് ഉള്ളപ്പോൾ, ബെർണൂയിയുടെ തത്വം ബാധകമല്ല. ഈ സാഹചര്യത്തിൽ ക്ഷയകാരണമായ വിസ്കോസ് ബലം ചെയ്യുന്ന പ്രവൃത്തിയും കണക്കിലെടുക്കേണ്ടതുണ്ട്. P_2 (ചിത്രം 10.9) സമവാക്യം 10.12 തരുന്ന മൂല്യത്തെക്കാൾ ചെറുതായിരിക്കും.

7. ഊഷ്മാവ് ഉയരുമ്പോൾ, ദ്രാവകത്തിലെ കണങ്ങൾ കൂടുതൽ ചലനാത്മകമാവുന്നു, വിസ്കോസിറ്റിയുടെ ഗുണാങ്കം (η) താഴുന്നു. വാതകത്തിൽ ഊഷ്മാവിലുള്ള ഉയർച്ച കണികകളുടെ ക്രമില്ലാത്ത ചലനത്തെ വർദ്ധിപ്പിക്കുന്നു അങ്ങനെ η വർദ്ധിക്കുന്നു.

8. പ്രക്ഷുബ്ദ പ്രവാഹത്തിന്റെ തുടക്കത്തിനുള്ള ക്രിട്ടിക്കൽ റെയ്നോൾഡ്സ് നമ്പർ ജ്യാമിതി അനുസരിച്ച് 1000ത്തിനു 10,000ത്തിനും ഇടയിലാണ്. മിക്കവാറും സാഹചര്യങ്ങളിൽ $R_e<1000$ ലാമിനാർ ഒഴുക്കിനെയും $1000<R_e<2000$ അസ്ഥിര ഒഴുക്കിനേയും $R_e>2000$ പ്രക്ഷുബ്ധ ഒഴുക്കിനെയും കുറിക്കുന്നു.

9. ദ്രാവക പ്രതലത്തിലെ തൻമാത്രകളെ ഉൾഭാഗത്തെ തൻമാത്രകളുമായി താരതമ്യം ചെയ്യുമ്പോഴുള്ള അധികോർജമാണ് പ്രതലബലത്തിന് കാരണമാവുന്നത്. രണ്ട് വസ്തുക്കളെ വേർതിരിക്കുന്ന പ്രതലത്തിൽ ഒരു വസ്തു എങ്കിലും ദ്രവമാണെങ്കിൽ അങ്ങനെയുള്ള വസ്തുക്കളെ വേർതിരിക്കുന്ന സമ്പർക്കമുഖത്തിൽ പ്രതലോർജത്തിന്റെ സാന്നിധ്യം ഉണ്ട്. ഇതു ഒരു ദ്രവത്തിന്റെ മാത്രം സ്വഭാവം അല്ല.

ഭൗതിക അളവ്	ചിഹ്നം	ഡൈമെൻഷനുകൾ	യൂണിറ്റ്	റിമാർക്കുകൾ
മർദം	P	$[M L^{-1} T^{-2}]$	pascal (Pa)	1 atm = 1.013×10^{5} Pa, അദിശം
സാന്ദ്രത	ρ	$[M L^{-3}]$	kg m^{-3}	അദിശം
സ്പെസിഫിക് ഗ്രാവിറ്റി		ഇല്ല	ഇല്ല	$\frac{\rho_{substance}}{\rho_{water}}$, അദിശം
വിസ്കോസിറ്റിയുടെ ഗുണാങ്കം	η	$[M L^{-1} T^{-1}]$	Pa s അല്ലെങ്കിൽ poiseiulles (Pl)	അദിശം
റെയിനോൾഡ് നമ്പർ	R_e	ഇല്ല	ഇല്ല	$R_e = \frac{\rho v d}{\eta}$
പ്രതലബലം	S	$[M T^{-2}]$	N m^{-1}	അദിശം

പരിശീലനപ്രശ്നങ്ങൾ

10.1 എന്തുകൊണ്ടാണെന്ന് വിശദീകരിക്കുക

(a) മനുഷ്യരിലെ രക്തസമ്മർദ്ദം മസ്തിഷ്കത്തിലേതിനേക്കാൾ കൂടുതൽ പാദങ്ങളിലാണ്.

(b) അന്തരീക്ഷത്തിന്റെ ഉയരം 100 km - ൽ കൂടുതൽ ആണെങ്കിലും, 6 km ഉയരത്തിലുള്ള അന്തരീക്ഷ മർദ്ദം സമുദ്രനിരപ്പിലെ മർദ്ദത്തിന്റെ പകുതിയായി കുറയുന്നു.

(c) ബലം എന്ന സദിശത്തെ പരപ്പളവ്കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോഴാണ് മർദം ലഭിക്കുന്നതെങ്കിലും, ദ്രാവകമർദം (Hydrostatic pressure) ഒരു അദിശ അളവാണ്.

10.2. എന്തുകൊണ്ടാണെന്ന് വിശദീകരിക്കുക.

(a) മെർക്കുറിയുടെ ഗ്ലാസ്സുമായുള്ള സമ്പർക്കകോൺ ബൃഹത് കോണാണ്, അതേ സമയം വെള്ളത്തിന്റെ ഗ്ലാസ്സുമായുള്ള സമ്പർക്ക കോൺ ന്യൂനകോണാണ്.

(b) വൃത്തിയുള്ള ഗ്ലാസ്സ് പ്രതലത്തിൽ വെള്ളം വ്യാപിക്കാനുള്ള പ്രവണത കാണിക്കുമ്പോൾ, അതേ പ്രതലത്തിലെ മെർക്കുറി തുള്ളികളാകാനുള്ള പ്രവണത കാണിക്കുന്നു. (ജലം ഗ്ലാസ്സിനെ നനയ്ക്കുന്നു, അതേ സമയം മെർക്കുറി നനയ്ക്കുന്നില്ല.)

(c) ഒരു ദ്രാവകത്തിന്റെ പ്രതലബലം അതിന്റെ പ്രതല പരപ്പളവിനെ ആശ്രയിക്കുന്നില്ല.

(d) ഡിറ്റർജന്റ് ലയിപ്പിച്ച വെള്ളത്തിന്റെ സമ്പർക്കകോൺ ചെറുതായിരിക്കും.

(e) ബാഹ്യബലത്തിനു വിധേയമല്ലാത്ത ഒരു ദ്രാവകതുള്ളി എല്ലായ്പ്പോഴും ഗോളാകൃതി സ്വീകരിക്കുന്നു.

10.3. ഓരോ പ്രസ്താവനയ്ക്കും അനുബന്ധമായി പട്ടികയിലുള്ള വാക്കുകൾ ഉപയോഗിച്ച് വിട്ടുപോയത് പൂരിപ്പിക്കുക.

(a) ദ്രാവകങ്ങളുടെ പ്രതലബലം പൊതുവെ താപനിലയനുസരിച്ച് .... (കൂടുന്നു/ കുറയുന്നു).

(b) വാതകങ്ങളുടെ വിസ്കോസിറ്റി (viscosity) താപനിലയ്ക്കനുസരിച്ച് ...., അതേ സമയം ദ്രാവകങ്ങളുടെ വിസ്കോസിറ്റി (viscosity) താപനിലയ്ക്കനുസരിച്ച് .... (കൂടുന്നു/ കുറയുന്നു).

(c) റിജിഡിറ്റി മോഡുലസ് ഉള്ള ഖരപദാർഥങ്ങൾക്ക് ഷിയറിങ് സ്ട്രെസ്സ് (shearing stress) ___________ ന് ആനുപാതികമാണ്, അതേ സമയം ദ്രവങ്ങൾക്ക് ഷിയറിങ് സ്ട്രെസ്സ് _____________ ന് ആനുപാതികമാണ്. [ഷിയർ സ്ട്രെയിൻ (shear strain) / ഷിയർ സ്ട്രെയിനിന്റെ തോത് (rate of shear strain)]

(d) സറിര പ്രവാഹത്തിലുള്ള (steady flow) ഒരു ദ്രവത്തിൽ, ഇടുങ്ങിയ ഭാഗത്ത് ഉണ്ടാകുന്ന പ്രവാഹവേഗതാ വർദ്ധനവ് ....നെ അടിസ്ഥാനമാക്കിയാണ്.

(ദ്രവ്യസംരക്ഷണം, ബെർണൂയിയുടെ തത്വം)

(e) വിൻഡ് ടണലിലുള്ള വിമാനമാതൃകയിൽ പ്രക്ഷുബ്ധത സംഭവിക്കുന്ന വേഗത്തേക്കാൾ .... വേഗതയിലാണ് ഒരു യഥാർഥ വിമാനത്തിൽ പ്രക്ഷുബ്ധത സംഭവിക്കുന്നത്. (കൂടുതൽ/കുറവ്)

10.4. എന്തുകൊണ്ടാണെന്ന് വിശദീകരിക്കുക.

(a) ഒരു കഷണം പേപ്പറിനെ തിരശ്ചീനമായി നിർത്താൻ, അതിന്റെ മുകളിൽ കൂടി ഊതണം, താഴെക്കൂടിയല്ല.

(b) നമ്മൾ വിരലുകൾ കൊണ്ട് ഒരു ടാപ്പ് അടയ്ക്കാൻ ശ്രമിക്കുമ്പോൾ, ജലധാര വിരലുകൾക്കിടയിലൂടെ വേഗത്തിൽ ഒഴുകുന്നു.

(c) കുത്തിവെയ്പ്പ് എടുക്കുമ്പോൾ ഒരു ഡോക്ടറുടെ വിരൽ പ്രയോഗിക്കുന്ന മർദ്ദത്തേക്കാൾ, സിറിഞ്ചിന്റെ സൂചിയുടെ വലിപ്പമാണ് പ്രവാഹ തോതിനെ നിയന്ത്രിക്കുന്നത്.

(d) ഒരു പാത്രത്തിലെ ചെറിയ ദ്വാരത്തിലൂടെ ഒഴുകുന്ന ദ്രവം, പാത്രത്തിൽ, പിന്നോട്ട് ഒരു വ്യാപകമർദ്ദം (backward thrust) ഉളവാക്കുന്നു.

(e) വായുവിൽ സ്പിൻ ചെയ്യുന്ന ക്രിക്കറ്റ് ബോൾ പരാബോളാകൃതിയിലുള്ള പാത (parabolic trajectory) സ്വീകരിക്കുന്നില്ല.

10.5. ഉയർന്ന ഹീലുള്ള ഷൂസു ധരിച്ചിരിക്കുന്ന 50 kg ഭാരമുള്ള പെൺകുട്ടി ഒറ്റ ഹീലിൽ ബാലൻസു ചെയ്യുന്നു. ഹീൽ വൃത്താകാരവും 1 cm വ്യാസമുള്ളതുമാണ്. തിരശ്ചീനമായ തറയിൽ ഹീൽ പ്രയോഗിക്കുന്ന മർദ്ദം എത്രയാണ്?

10.6. ടോറിസെല്ലിയുടെ ബാരോമീറ്ററിൽ മെർക്കുറി ഉപയോഗിച്ചിരിക്കുന്നു. സാന്ദ്രത 984 kg m^{-3} ഉള്ള ഫ്രെഞ്ച് വീഞ്ഞ് (French wine) ഉപയോഗിച്ച് പാസ്കൽ അതിന്റെ ശരിപ്പകർപ്പ് ഉണ്ടാക്കി. സാധാരണ അന്തരീക്ഷ മർദ്ദത്തിൽ വീഞ്ഞ് യൂപത്തിന്റെ (Wine column) ഉയരം നിർണ്ണയിക്കുക.

10.7. പരമാവധി 10^9 Pa സ്ട്രെസ്സിനെ (stress) പ്രതിരോധിക്കാൻ വേണ്ടി ലംബമായ ഒരു ഉൾക്കടൽ സംവിധാനം (off shore structure) നിർമ്മിക്കുന്നു. സമുദ്രത്തിലെ ഒരു എണ്ണക്കിണറിന്റെ മുകളിൽ വയ്ക്കാൻ ഈ സംവിധാനം അനുയോജ്യമാണോ? സമുദ്രജലപ്രവാഹങ്ങളെ പരിഗണിക്കാതിരിക്കുകയും സമുദ്രത്തിന്റെ ആഴം ഏകദേശം 3 km ആണെന്ന് എടുക്കുകയും ചെയ്യുക.

10.8. പരമാവധി 3000 kg ഭാരമുള്ള കാറുകളെ ഉയർത്താൻ ഒരു ഹൈഡ്രോളിക് മോട്ടോർവാഹന ലിഫ്റ്റ് (Hydraulic automobile lift) രൂപകൽപ്പന ചെയ്യുന്നു. ഭാരം വഹിക്കുന്ന പിസ്റ്റണിന്റെ ഛേദതലപരപ്പളവ് 425 cm^2 ആണ്. ചെറിയ പിസ്റ്റൺ വഹിക്കേണ്ട പരമാവധി മർദ്ദം എത്രയാണ്?

10.9. U-ട്യൂബിൽ വെള്ളവും മെഥിലേറ്റഡ്സ്പിരിറ്റും മെർക്കുറി കൊണ്ട് വേർതിരിച്ചിരിക്കുന്നു. രണ്ടു ഭുജങ്ങളിലെയും മെർക്കുറി കോളങ്ങൾ, ഒരു ഭുജത്തിൽ 10.0 cm വെള്ളവുമായും മറ്റേ ഭുജത്തിൽ 12.5 cm സ്പരിറ്റുമായും ഒരേ നിരപ്പിലാണ്. സ്പിരിറ്റിന്റെ ആപേക്ഷിക സാന്ദ്രത (Specific gravity) എത്രയാണ്?

10.10. മുൻ പ്രശ്നത്തിൽ, 15.0 cm, വെള്ളം, സ്പിരിറ്റ് ഇവ ഓരോന്നും ട്യൂബിന്റെ അതാതു ഭുജങ്ങളിലേക്ക് വീണ്ടും ഒഴിച്ചാൽ, രണ്ടു ഭുജങ്ങളിലെയും മെർക്കുറിയുടെ നിരപ്പിലുള്ള വ്യത്യാസം എന്താണ്?

(മെർക്കുറിയുടെ ആപേക്ഷിക സാന്ദ്രത = 13.6)

10.11 പ്രക്ഷുബ്ധമായ ഒരു നദിയിലൂടെയുള്ള വെള്ളത്തിന്റെ ഒഴുക്കിനെ വിവരിക്കാൻ ബെർണൂയിയുടെ സമവാക്യം ഉപയോഗിക്കാമോ? വ്യക്തമാക്കുക.

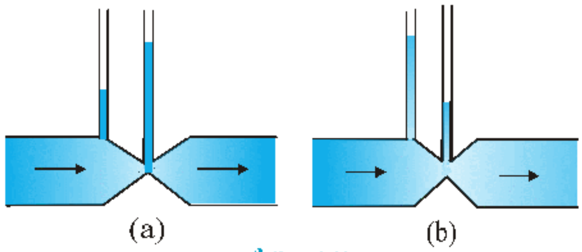
10.12 ബെർണൂയിയുടെ സമവാക്യം പ്രയോഗിക്കുമ്പോൾ ഒരാൾ കേവല മർദ്ദത്തിനു പകരം ഗേജ് മർദ്ദം ഉപയോഗിക്കുകയാണെങ്കിൽ അത് ശരിയാകുമോ? വ്യക്തമാക്കുക.

10.13 നീളം 1.5 m - ഉം ആരം 1.0 cm - ഉം ഉള്ള ഒരു തിരശ്ചീനമായ ട്യൂബിലൂടെ (കുഴലിലൂടെ) ഗ്ലിസറിൻ അനുസ്യൂതമായി പ്രവഹിക്കുന്നു. ട്യൂബിന്റെ ഒരറ്റത്ത് ഒരു സെക്കൻഡിൽ ശേഖരിക്കപ്പെടുന്ന ഗ്ലിസറിന്റെ അളവ് 4.0×10^{-3} kg S^{-1}, ആണെങ്കിൽ, രണ്ടഗ്രങ്ങളുടെയും ഇടയ്ക്കുള്ള മർദ്ദവ്യത്യാസം എത്രയാണ്? (ഗ്ലിസറിന്റെ സാന്ദ്രത = 1.3×10^{3} kg m^{-3}, ഗ്ലിസറിന്റെ വിസ്കോസിറ്റി(viscosity) = 0.83 Pa s)

(ട്യൂബിലെ ലാമിനാർ ഒഴുക്ക് (laminar flow) എന്ന സങ്കൽപം ശരിയാണോ എന്ന് നിങ്ങൾക്ക് പരിശോധിക്കാവുന്നതാണ്).

10.14 വിൻഡ് ടണലിലെ വിമാന മാതൃകയുടെ പരീക്ഷണപ്പറക്കലിൽ (flying test), ചിറകിന്റെ മുകളിലെത്തെയും താഴത്തെയും പ്രതലങ്ങളിലെ പ്രവാഹവേഗത യഥാക്രമം 70 ms^{-1} - ഉം 63 ms^{-1} - ഉം ആണ്. ചിറകിന്റെ പരപ്പളവ് 2.5 m^2 ആണെങ്കിൽ അതിൻമേലുള്ള ഉയർച്ച (lift) എന്താണ്? വായുവിന്റെ സാന്ദ്രത 1.3 kg m^{-3} ആണെന്നു എടുക്കുക.

10.15 ചിത്രങ്ങൾ 10.23(a)-യും (b)-യും ഒരു വിസ്കസ് അല്ലാത്ത ദ്രാവകത്തിന്റെ സ്ഥിര പ്രവാഹത്തെ സൂചിപ്പിക്കുന്നു. രണ്ടു ചിത്രങ്ങളിൽ ശരിയല്ലാത്തത് ഏത്? എന്തുകൊണ്ട്?

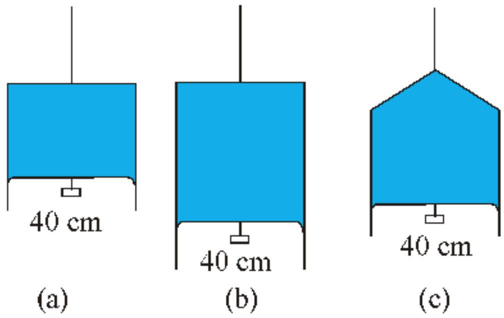


ചിത്രം 10.23

10.16 ഒരു സ്പ്രേ പമ്പിന്റെ വൃത്തസ്തംഭാകൃതിയിലുള്ള ട്യൂബിന് 8.0 cm^2 ഛേദതലമുണ്ട്. അതിന്റെ ഒരറ്റത്ത് 40 സൂക്ഷ്മ സുഷിരങ്ങളുണ്ട്, ഓരോന്നിനും 1.0 mm വ്യാസമാണുള്ളത്. ട്യൂബിനുള്ളിലെ ജലപ്രവാഹം 1.5 m min^{-1} ആണെങ്കിൽ ദ്രാവകം ദ്വാരങ്ങളിലൂടെ പുറന്തള്ളപ്പെടുന്നതിന്റെ വേഗത എന്താണ്?

10.17 *U*- ആകൃതിയിലുള്ള ഒരു വയർ സോപ്പുലായനിയിൽ മുക്കിയെടുക്കുന്നു. വയറിനും ഭാരം കുറഞ്ഞ സ്ലൈഡറിനു (slider) ഇടയിൽ രൂപപ്പെടുന്ന കനംകുറഞ്ഞ സോപ്പുപാട 1.5×10^{-2} N ഭാരം താങ്ങുന്നു. (അതിൽ നീങ്ങുന്ന ഭാഗത്തിന്റെ (slider) ചെറിയ ഭാരവും ഉൾപ്പെടുന്നു.) സ്ലൈഡറിന്റെ നീളം 30 cm ആണ്. സോപ്പുപാടയുടെ പ്രതലബലം എത്രയാണ്?

10.18 4.5×10^{-2} N എന്ന ചെറിയ ഭാരം താങ്ങാൻ സാധിക്കുന്ന ഒരു കനം കുറഞ്ഞ ദ്രാവകപാട ചിത്രം 10.24 (a) - യിൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നു. ഒരേ താപനിലയിൽ അതേ ദ്രാവകത്തിന്റെ പാടയ്ക്ക് ചിത്രം (b) യിലും (c) യിലും താങ്ങാൻ പറ്റുന്ന ഭാരം എന്തായിരിക്കും? നിങ്ങളുടെ ഉത്തരം ഭൗതികമായി വ്യക്തമാക്കുക.



ചിത്രം 10.24

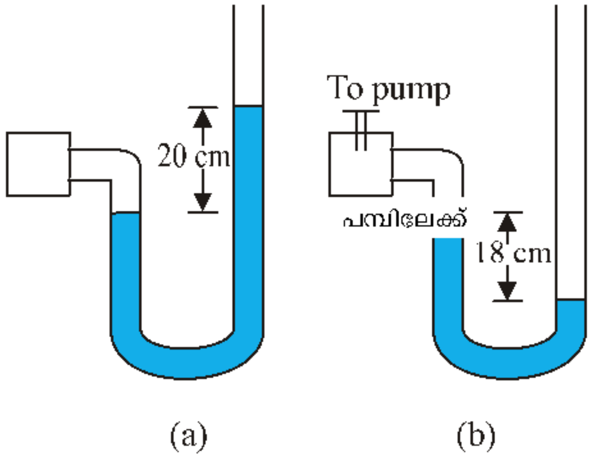
10.19 3.00 mm ആരമുള്ള രസത്തുള്ളിയുടെ ഉള്ളിലുള്ള മർദ്ദം സാധാരണ ഊഷ്മാവിൽ എന്തായിരിക്കും? ആ ഊഷ്മാവിൽ (20°C) രസത്തിന്റെ പ്രതലബലം 4.65×10^{-1} Nm^{-1} ആണ്. അന്തരീക്ഷ മർദ്ദം 1.01×10^{5} Pa ആണ്. തുള്ളിയുടെ ഉള്ളിലുള്ള അധികമർദ്ദവും കൂടി കണക്കാക്കുക.

10.20 ആരം 5.00 mm ഉള്ള സോപ്പുകുമിളയുടെ ഉള്ളിലെ അധിക മർദ്ദം എന്താണെന്ന് കണ്ടുപിടിക്കുക. 20°C ഊഷ്മാവിൽ സോപ്പുലായനിയുടെ പ്രതലബലം 2.50×10^{-2} N m^{-1} ആണെന്ന് തന്നിരിക്കുന്നു. സോപ്പുലായനി (1.20 ആപേക്ഷികസാന്ദ്രത ഉള്ളത്) ഉൾക്കൊള്ളുന്ന പാത്രത്തിനുള്ളിൽ 40.0 cm ആഴത്തിൽ അതേ പരിമാണത്തിലുള്ള ഒരു വായുകുമിള രൂപപ്പെട്ടുവെങ്കിൽ കുമിളക്കുള്ളിലെ മർദ്ദം എന്തായിരിക്കും? (ഒരു അന്തരീക്ഷ മർദ്ദം 1.01×10^{5} Pa - ന് തുല്യമാണ്).

അധിക പരിശീലനപ്രശ്നങ്ങൾ

10.21 വിസ്തീർണ്ണം $1.0\ m^2$ ഉള്ള സമചതുര അടിത്തറയോടുകൂടിയ ഒരു ടാങ്കിനെ ലംബമായ ഒരു ഇടഭിത്തിയാൽ മദ്ധ്യത്തിലൂടെ വിഭജിച്ചിരിക്കുന്നു. ഇടഭിത്തിയുടെ അടിഭാഗത്ത് $20\ cm^2$ പരപ്പളവുള്ള ഒരു ചെറിയ വിജാഗിരിയോടുകൂടിയ വാതിൽ ഉണ്ട്. ടാങ്കിന്റെ ഒരു ഭാഗം വെള്ളം കൊണ്ടും മറ്റേ ഭാഗം ആസിഡ് (ആപേക്ഷിക സാന്ദ്രത 1.7) കൊണ്ടും നിറയ്ക്കുന്നു, രണ്ടും 4.0 m ഉയരം വരെ വാതിൽ അടഞ്ഞിരിക്കാനാവശ്യമായ ബലം കണക്കാക്കുക.

10.22 ചിത്രം 10.25 (a) - യിൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നതുപോലെ ഒരു അടച്ച പാത്രത്തിലുള്ള വാതകത്തിന്റെ മർദം ഒരു മാനോമീറ്റർ ഉപയോഗിച്ച് അളക്കുന്നു. കുറച്ചു വാതകം ഒരു പമ്പ് ഉപയോഗിച്ച് പുറന്തള്ളിയാൽ, മാനോമീറ്റർ ചിത്രം 10.25 (b) - യിലേതുപോലെ അളവ് നൽകുന്നു. മാനോമീറ്ററിൽ ഉപയോഗിച്ചിരിക്കുന്ന ദ്രാവകം മെർക്കുറിയും അന്തരീക്ഷമർദ്ദം മെർക്കുറിയുടെ 76 cm ഉം ആണ്.



ചിത്രം 10.25

(a) (a), (b) എന്ന രണ്ടു സാഹചര്യങ്ങളിലെയും പാത്രത്തിലെ വാതകത്തിന്റെ കേവലമർദ്ദവും ഗേജ് മർദ്ദവും മെർക്കുറിയുടെ cm യൂണിറ്റിൽ പറയുക.

(b) 13.6 cm ജലം(മെർക്കുറിയുമായി കലരാത്ത) മാനോമീറ്ററിന്റ വലത്തെ ഭുജത്തിലേക്ക് ഒഴിക്കുകയാണെങ്കിൽ മെർക്കുറിയുടെ ലെവൽ എങ്ങനെ മാറും? (വാതകത്തിന്റെ ഉള്ളളവുള്ള ചെറിയ വ്യതിയാനം അവഗണിക്കുക).

10.23 രണ്ടു പാത്രങ്ങൾക്ക് ഒരേ ചുവടു പരപ്പളവും വ്യത്യസ്ത ആകൃതിയുമാണ്. ഒരു പ്രത്യേക പൊതു ഉയരം (particular common height) വരെ നിറയാൻ ആദ്യത്തെ പാത്രത്തിന്, രണ്ടാമത്തെ പാത്രത്തിനു വേണ്ടിയതിനേക്കാൾ ഇരട്ടി ഉള്ളളവ് വെള്ളം എടുക്കണം. പാത്രത്തിന്റെ അടിത്തട്ടിൽ വെള്ളം പ്രയോഗിക്കുന്ന ബലം രണ്ടു സാഹചര്യങ്ങളിലും ഒരു പോലെയാണോ? അങ്ങനെയാണെങ്കിൽ ആ പ്രത്യേകപൊതു ഉയരം വരെ വെള്ളം നിറച്ച പാത്രങ്ങളെ ഒരു ത്രാസ്സിൽ തൂക്കമ്പോൾ വ്യത്യസ്തമായ അളവുകൾ നൽകുന്നതെന്തുകൊണ്ട്?

10.24 രക്ത ദാനത്തിൽ സൂചി ഒരു ഞരമ്പിലേക്ക് കുത്തിവെച്ചിരിക്കുന്നു, അവിടെ ഗേജ്മർദ്ദം 2000 Pa ആണ്. രക്തം കഷ്ടിച്ച് ഞരമ്പിൽ പ്രവേശിക്കണമെങ്കിൽ, രക്തം ഉൾക്കൊള്ളുന്ന പാത്രം എന്തുയരത്തിൽ വെക്കണം? (പട്ടിക 10.1 – ൽ നിന്ന് രക്തത്തിന്റെ സാന്ദ്രത ഉപയോഗിക്കുക).

10.25 ബെർണൂയിയുടെ സമവാക്യം രൂപീകരിക്കുമ്പോൾ ട്യൂബിലെ ദ്രവത്തിൻമേൽ ചെയ്ത പ്രവൃത്തിയെ സ്ഥിതികോർജത്തിലെയും ഗതികോർജത്തിലെയും വ്യതിയാനവുമായി നാം തുലനപ്പെടുത്തുന്നു.

(a) രക്തപ്രവാഹം ലാമിനാർ (laminar) ആയി തുടർന്നു പോകുന്നുവെങ്കിൽ, വ്യാസം 2×10^{-3} m ഉള്ള ഒരു ധമനിയിലെ രക്തപ്രവാഹത്തിന്റെ ഏറ്റവും കൂടിയ ശരാശരി പ്രവേഗം എന്തായിരിക്കും?

(b) ദ്രവപ്രവേഗം വർദ്ധിക്കുമ്പോൾ ശോഷണ ബലങ്ങൾ (dissipative forces) കൂടുതൽ പ്രധാനമായിത്തീരുന്നുവോ? വിശകലനം ചെയ്യുക.

10.26 (a) രക്തപ്രവാഹം ലാമിനാർ (laminar) ആയി തുടർന്നു പോകുന്നുവെങ്കിൽ, ആരം 2×10^{-3} m ഉള്ള ഒരു ധമനിയിലെ

പ്രവാഹത്തിന്റെ ഏറ്റവും കൂടിയ ശരാശരി പ്രവേഗം എന്താണ്? (b) അനുരൂപമായ പ്രവാഹനിരക്ക് എന്താണ്? (രക്തത്തിന്റെ വിസ്കോസിറ്റി 2.084×10^{-3} Pa s എന്നു എടുക്കുക.)

10.27 ഒരു വിമാനം സ്ഥിരവേഗതയിൽ സമതുലിതമായി പറന്നു കൊണ്ടിരിക്കുന്നു. അതിന്റെ രണ്ട് ചിറകുകളിൽ ഓരോന്നിനും $25\ m^2$ വിസ്തീർണ്ണമുണ്ട്. താഴത്തെ ചിറകിൻമേൽ വായുവിന്റെ വേഗത 180 km/h -ഉം മേൽ ചിറകിന്റെ പ്രതലത്തിൽ 234 km/h-ഉം ആണ് എങ്കിൽ വിമാനത്തിന്റെ മാസ് നിർണ്ണയിക്കുക. (വായുവിന്റെ സാന്ദ്രത $1\ kg\ m^{-3}$ ആണെന്ന് എടുക്കുക).

10.28 മില്ലിക്കന്റെ ഓയിൽ ഡ്രോപ്പ് പരീക്ഷണത്തിൽ, ആരം 2.0×10^{-5} m - ഉം സാന്ദ്രത $1.2 \times 10^3\ kg\ m^{-3}$ - ഉം ഉള്ള ചാർജുരഹിതമായ ഒരു തുള്ളിയുടെ ടെർമിനൽ വേഗത (terminal speed) എന്താണ്? പരീക്ഷണം നടക്കുമ്പോഴുള്ള താപനിലയിൽ വായുവിന്റെ വിസ്കോസിറ്റി (viscosity) 1.8×10^{-5} Pa s ആണെന്നു എടുക്കുക. ആ വേഗതയിൽ തുള്ളിയിലുള്ള വിസ്കസ് ബലം (viscous force) എത്രമാത്രമാണ്? വായുമൂലമുള്ള തുള്ളിയുടെ പ്ലവക്ഷമത (buoy-ancy) അവഗണിക്കുക.

10.29 സോഡാലൈം ഗ്ലാസ്സുമായി മെർക്കുറി 140^{0} സമ്പർക്ക കോൺ ഉണ്ടാക്കുന്നു. ഈ ഗ്ലാസ്സു കൊണ്ടുണ്ടാക്കിയതും ആരം 1.00 mm ഉള്ളതുമായ ഒരു ഇടുങ്ങിയ ട്യൂബ് മെർക്കുറി ഉൾക്കൊള്ളുന്ന പാത്രത്തിൽ മുക്കിവയ്ക്കുന്നു. പുറത്തെ ദ്രാവകപ്രതലത്തിന് ആപേക്ഷികമായി ട്യൂബിലെ മെർക്കുറി ഏതളവ് വരെ താഴും? പരീക്ഷണത്തിന്റെ ഊഷ്മാവിലെ മെർക്കുറിയുടെ പ്രതലബലം $0.465\ Nm^{-1}$ മെർക്കുറിയുടെസാന്ദ്രത = $13.6 \times 10^3\ Kg\ m^{-3}$.

10.30 വ്യാസം 3.0 mm -ഉം 6.0 mm - ഉം ഉള്ള രണ്ട് ഇടുങ്ങിയ കുഴലുകൾ (bores), രണ്ടഗ്രങ്ങളും തുറന്ന ഒരു U - ട്യൂബ് ഉണ്ടാക്കാൻ വേണ്ടി യോജിപ്പിച്ചിരിക്കുന്നു. U - ട്യൂബ് വെള്ളം ഉൾക്കൊള്ളുന്നവെങ്കിൽ, ട്യൂബിനെ രണ്ടു ഭുജങ്ങളിലേയും നിരപ്പുകൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം എന്താണ്? പരീക്ഷണ താപനിലയിൽ വെള്ളത്തിന്റെ പ്രതലബലം $7.3 \times 10^{-2}\ Nm^{-1}$ ആണ്. സമ്പർക്ക കോൺ പൂജ്യമാണെന്നും വെള്ളത്തിന്റെ സാന്ദ്രത $1.0 \times 10^3\ kg\ m^{-3}$ എന്നും എടുക്കുക. ($g = 9.8\ ms^{-2}$)

കാൽക്കുലേറ്റർ / കമ്പ്യൂട്ടർ അടിസ്ഥാനമാക്കിയ പ്രശ്നം

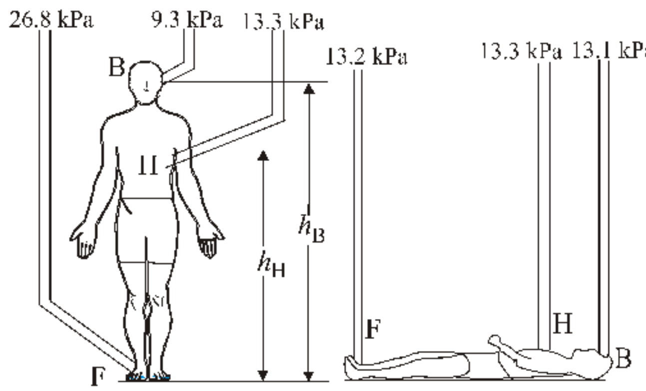
10.31(a) വായുവിന്റെ സാന്ദ്രത ρ, ഉയരം y - യ്ക്ക് അനുസൃതമായി താഴെ പറയുന്ന രീതിയിൽ കുറയുന്നു. $\rho = \rho_0 e^{-y/y_0}$. ഇവിടെ ρ_0 1.25 kg m^{-3} സമുദ്രനിരപ്പിലെ സാന്ദ്രതയാണ്. 'y_0' ഒരു സ്ഥിരസംഖ്യയുമാണ്. സാന്ദ്രയിലുള്ള ഈ വ്യതിയാനം അന്തരീക്ഷങ്ങളുടെ നിയമം (law of atmospheres) എന്ന് വിളിക്കപ്പെടുന്നു. അന്തരീക്ഷത്തിന്റെ താപനില സ്ഥിരമായി നിൽക്കുന്നു (സമതാപ അവസ്ഥ (isothermal conditions)) എന്നു അനുമാനിച്ചു കൊണ്ട് ഈ നിയമം രൂപീകരിക്കുക. അതോടൊപ്പം g - യുടെ മൂല്യം സ്ഥിരമാണെന്നും സങ്കൽപിക്കുക.

(b) വ്യാപ്തം 1425 m^3 ഉള്ള ഒരു വലിയ ഹീലിയം ബലൂൺ 400 kg ഭാരം ഉയർത്താൻ ഉപയോഗിക്കുന്നു. ബലൂൺ ഉയരുമ്പോൾ, അത് സ്ഥിരമായ ആരം നിലനിർത്തുന്നുവെന്ന് വിചാരിക്കുക. എത്ര ഉയരം വരെ അത് ഉയരും.

($y_0 = 8000$ m - ഉം $\rho_{He} = 0.18\ kg\ m^{-3}$ - ഉം ആണെന്ന് എടുക്കുക)

അനുബന്ധം 10.1 : എന്താണ് രക്ത സമ്മർദം (What is blood pressure?)

പരിണാമ ചരിത്രത്തിൽ മൃഗങ്ങൾ സമയത്തിന്റെ ഏറിയപങ്കും നിവർന്ന നിലയിൽ ചെലവഴിക്കാൻ തുടങ്ങിയ ഒരു കാലമുണ്ടായി. ഈ കാലത്ത് രക്തചംക്രമണ വ്യവസ്ഥയിൽ കുറേ നിബന്ധനകൾ പാലിക്കേണ്ടതായി വന്നു. ഇത് താഴെ കൈകാലുകളിൽ നിന്ന് ഹൃദയത്തിലേക്കു രക്തത്തെ തിരിച്ചുകൊണ്ടുവരുന്ന ധമനീ വ്യവസ്ഥ, പരിണാമങ്ങളിലൂടെ കടന്നുപോയി. രക്തത്തെ ഹൃദയത്തിലേക്കു തിരിച്ചുകൊണ്ടുവരുന്ന രക്തക്കുഴലുകളാണ് ധമനികൾ എന്ന് നിങ്ങൾക്ക് അറിയാമല്ലോ. ഭൂഗുരുത്വത്തിന് എതിരായി രക്തം ഉയരത്തിലേക്ക് എത്തിക്കുക എന്ന പ്രശ്നത്തെ മറികടക്കാനുള്ള കഴിവ് മനുഷ്യരും, ജിറാഫ് പോലെ ഉയരമുള്ള മൃഗങ്ങളും ആർജിച്ചിട്ടുണ്ട്. എന്നാൽ പാമ്പ്, എലി, മുയൽ പോലെയുള്ള മൃഗങ്ങളെ നിവർത്തിനിർത്തിയാൽ അവയുടെ ജീവൻ നഷ്ടപ്പെടും. ശരീരത്തിന്റെ താഴ്ന്ന ഭാഗത്തിലെ രക്തം ഹൃദയത്തിലേക്കെത്തിക്കാനുള്ള ധമനിവ്യവസ്ഥയുടെ കഴിവില്ലായ്മയാണ് ഇതിന് കാരണം.



ചിത്രം 10.26 നിൽക്കുകയോ, താഴെ കിടക്കുകയോ ചെയ്യുന്ന മനുഷ്യശരീരത്തിന്റെ വിവിധ ഭാഗങ്ങളിലുള്ള സിരകളിലെ ഗേജ്മർദ്ദത്തിന്റെ സംക്ഷിപ്ത ദൃശ്യം. കാണിച്ചിരിക്കുന്ന മർദം ഒരു ഹൃദയ ചാക്രികത്തിലെ (heart cycle) ശരാശരിയാണ്.

ചിത്രം 10.26 കാണിക്കുന്നത് മനുഷ്യശരീരത്തിലെ വ്യത്യസ്ത സ്ഥാനങ്ങളിലെ സിരകളിൽ കാണപ്പെടുന്ന ശരാശരി മർദ്ദമാണ്.

വിസ്കസ് പ്രഭാവം ചെറുതായതിനാൽ ഈ മർദ്ദമൂല്യങ്ങൾ മനസ്സിലാക്കാൻ നമുക്ക് ബെർണ്ണൂയിയുടെ $P + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g y$ = സ്ഥിരാങ്കം എന്ന സമവാക്യം ഉപയോഗിക്കാം, [സമവാക്യം (10.13)]. മൂന്നു സിരകളിലെയും രക്തവേഗം കുറവും സ്ഥിരവുമായതിനാൽ, ഗതികോർജ്ജത്തിന്റെ പദം ($\rho v^2 / 2$) ഒഴിവാക്കാം. ഈ കാരണത്താൽ മസ്തിഷ്കത്തിലെ ഗേജ് മർദ്ദം P_B നും, ഹൃദയത്തിലേത് P_H - ഉം കാലിലേത് P_F ഉം തമ്മിൽ താഴെ തന്നിരിക്കുന്ന സമവാക്യത്താൽ ബന്ധപ്പെട്ടിരിക്കുന്നു.

$$P_F = P_H + \rho g h_H = P_B + \rho g h_B \tag{10.34}$$

ഇവിടെ ρ രക്തത്തിന്റെ സാന്ദ്രത ആണ്.

ഹൃദയത്തിലേക്കും മസ്തിഷ്കത്തിലേക്കുമുള്ള ഉയരത്തിന്റെ ഏകദേശ മൂല്യങ്ങളാണ് $h_H = 1.3$ m - ഉം $h_B = 1.7$ m. $\rho = 1.06 \times 10^3$ kg m^{-3} എന്നു എടുക്കുകയാണെങ്കിൽ, $P_F = 26.8$ k Pa (കിലോപാസ്കൽ) – ഉം $P_B = 9.3$ k Pa - ഉം എന്നു നമുക്കുകിട്ടുന്നു, $p_H = 13.3$ k Pa. ഇപ്രകാരം ശരീരത്തിന്റെ താഴത്തെയും മുകളിലത്തെയും മർദ്ദങ്ങൾ ഒരു വ്യക്തി നിൽക്കുമ്പോൾ വ്യത്യസ്തമാണ്. എന്നാൽ അയാൾ കിടക്കുമ്പോൾ ഏകദേശം തുല്യമാകുന്നു. പുസ്തകത്തിൽ സൂചിപ്പിച്ചിരിക്കുന്നതുപോലെ വൈദ്യ ശാസ്ത്രത്തിലും ശരീരശാസ്ത്ര

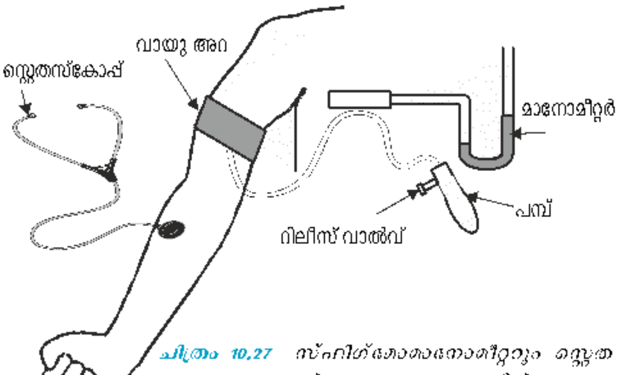
ത്തിലും ഏറെ പൊതുവായി ഉപയോഗിക്കാറുള്ള മർദ്ദത്തിന്റെ യൂണിറ്റുകളാണ് ടോറും, മെർക്കുറി എന്നതും [1 mm Hg = 1 torr = 0.133 kPa]. ഹൃദയത്തിലെ ശരാശരിമർദ്ദമാണ് P_H = 13.3 k Pa = 100 mm Hg.

മനുഷ്യശരീരം പ്രകൃതിയുടെ അത്ഭുതങ്ങളിൽ ഒന്നാണ്. താഴെ കൈ കാലുകളിലെ ഞരമ്പുകൾക്ക് വാൽവുകൾ സജ്ജീകരിച്ചിരിക്കുന്നു, അത് ഹൃദയത്തിലേക്ക് രക്തം പ്രവഹിക്കുമ്പോൾ തുറന്നിരിക്കുകയും താഴേക്കുവരാനുള്ള പ്രവണത കാണിക്കുമ്പോൾ അടയുകയും ചെയ്യുന്നു. ശ്വസനവുമായി ബന്ധപ്പെട്ട പമ്പ് ചെയ്യൽ വഴിയും നടക്കുമ്പോൾ അസ്ഥിപേശികളുടെ മടങ്ങൽ വഴിയും രക്തം ഭാഗികമായിട്ടെങ്കിലും തിരിച്ചുവരുന്നു. പട്ടാളച്ചിട്ടയിൽ നേരെയുള്ള നില (attention) - ൽ നിൽക്കേണ്ടതായി വരുന്ന സൈനികൻ ഹൃദയത്തിലേക്കു പര്യാപ്തമായ രക്തത്തിന്റെ തിരിച്ചു വരവില്ലാത്തതുകൊണ്ട് ബോധം കെടുന്നതെന്തുകൊണ്ടാണെന്ന് ഇതു വിശദീകരിക്കുന്നു. ഒരുതവണ അയാളെ കിടക്കാൻ അനുവദിച്ചാൽ, മർദ്ദങ്ങൾ തുല്യമാക്കപ്പെടുകയും അയാൾ ബോധം വീണ്ടെടുക്കുകയും ചെയ്യുന്നു.

സ്ഫിഗ്മോമാനോമീറ്റർ എന്നു വിളിക്കുന്ന ഒരു ഉപകരണം സാധാരണയായി മനുഷ്യന്റെ രക്തസമ്മർദ്ദം അളക്കാൻ ഉപയോഗിക്കുന്നു. വേഗത്തിലും വേദനാരഹിതമായും മുറിവുണ്ടാക്കാതെയും ഇത് പ്രവർത്തിക്കുകയും രോഗിയുടെ ആരോഗ്യത്തെക്കുറിച്ച് വിശ്വസനീയമായ അറിവ് നൽകുകയും ചെയ്യുന്നു. അളക്കുന്ന രീതി ചിത്രം 10.27 ൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നു. കൈയുടെ മുകളിലത്തെഭാഗം ഉപയോഗിക്കുന്നതിന് രണ്ടു കാരണങ്ങളുണ്ട്. ഒന്നാമതായി ഇത് ഹൃദയത്തിന്റെ അതേ നിരപ്പിലായതുകൊണ്ട് ഇവിടത്തെ അളവുകൾ നൽകുന്ന മൂല്യങ്ങൾ ഹൃദയത്തിലേതിനോട് അടുത്തതായിരിക്കും. രണ്ടാമതായി അവിടെ ഒറ്റ അസ്ഥി മാത്രം ഉള്ളതുകൊണ്ട് സിരയെ [(ബ്രാക്കിയൽ സിര (കൈയ്യുമായി ബന്ധപ്പെട്ട സിര, brachial artery എന്നു വിളിക്കുന്നു)] എളുപ്പത്തിൽ സങ്കോചിപ്പിക്കാൻ സാധിക്കുന്നു. മണിബന്ധത്തിൽ (wrist) നമ്മുടെ വിരലുകൾ വച്ച് നമ്മളെല്ലാവരും നാഡീ സ്പന്ദനത്തിന്റെ തോത് അളന്നിട്ടുണ്ട്. ഒരു സ്പന്ദനം ഒരു സെക്കൻഡിനേക്കാൾ കുറവു സമയം എടുക്കുന്നു. ഓരോ സ്പന്ദനത്തിനു മിടയ്ക്ക് ഹൃദയം രക്തം പമ്പു ചെയ്യുമ്പോൾ, ഹൃദയത്തിലെയും രക്തചംക്രമണ വ്യവസ്ഥയിലെയും മർദം പരമാവധി ആകുകയും, പരമാവധി രക്തം പമ്പ് ചെയ്യുകയും ചെയ്യുന്നു.

സിസ്റ്റോളിക് മർദം (Systolic pressure)

ഹൃദയം വിശ്രാന്താവസ്ഥയിലേക്കു വരുമ്പോൾ ഏറ്റവും കുറഞ്ഞ മർദം ആയിരിക്കുന്നു. (ഡയസ്റ്റോളിക് മർദം, diastolic pressure) സ്ഫിഗ്മോമാനോമീറ്റർ ഈ പരമാവധി മർദങ്ങളെ (അഗ്രമർദ്ദങ്ങളെ) അളക്കാനുള്ള ഉപകരണമാണ്. ബ്രാക്കിയൽ (മേൽ ഭുജം) സിരയിലെ രക്തപ്രവാഹം അനുയോജ്യമായ അമർത്തൽ വഴി ലാമിനാർ പ്രവാഹത്തിൽ (laminar flow) നിന്ന് പ്രക്ഷുബ്ധമാക്കാം (turbulent flow) എന്ന തത്വത്തിലാണ് ഇത് പ്രവർത്തിക്കുന്നത്. പ്രക്ഷുബ്ധ പ്രവാഹത്തിന് ശോഷണം സംഭവിക്കുകയും ഇത് സൃഷ്ടിക്കുന്ന ശബ്ദം സ്റ്റെതസ്കോപ്പിന് പിടിച്ചെടുക്കാനും കഴിയും.



ചിത്രം 10.27 സ്ഫിഗ്മോമാനോമീറ്ററും സ്റ്റെതസ്കോപ്പും ഉപയോഗിച്ച് രക്തസമ്മർദ്ദം അളക്കൽ

കൈയുടെ മേൽഭാഗത്തിലൂടെ ചുറ്റിയിരിക്കുന്ന വായുസഞ്ചിയുടെ ഗേജ് മർദം ഒരു മാനോമീറ്റർ അല്ലെങ്കിൽ ഒരു ഡയൽ മർദ്ദ ഗേജ് (Dial pressure ഗേജ്) ഉപയോഗിച്ച് അളക്കാവുന്നതാണ്. ബ്രാക്കിയൽ ആർട്ടറി അടയുന്നതുവരെ സഞ്ചിയിലെ മർദം ആദ്യം വർദ്ധിപ്പിക്കുന്നു. സഞ്ചിയിലെ മർദം സാവധാനം കുറയ്

ക്കുകയും അതേ സമയം സഞ്ചിയുടെ തൊട്ടുതാഴെ വച്ചിരിക്കുന്ന സ്റ്റെതസ്കോപ്പ് ഉപയോഗിച്ച് ബ്രാക്കിയൽ ആർട്ടറിയിൽ ഉണ്ടാകുന്ന ശബ്ദങ്ങൾ ശ്രദ്ധിക്കുകയും ചെയ്യുന്നു. മർദം സിസ്റ്റോളിക് മർദ്ദത്തിനു (പരമാവധി വില) തൊട്ടുതാഴെയാകുമ്പോൾ, ആർട്ടറി ചുരുങ്ങിയ സമയത്തേക്കു തുറക്കുന്നു. ഈ ചുരുങ്ങിയ സമയത്തിനിടയ്ക്ക്, വളരെ ചുരുങ്ങിയ ആർട്ടറിയിലെ രക്തത്തിന്റെ വേഗത ഉയർന്നതും പ്രക്ഷുബ്ധവും അതുകൊണ്ടുതന്നെ ശബ്ദായമാനവുമായിരിക്കും. തത്ഫലമായി സ്റ്റെതസ്കോപ്പിൽ ഒരു ശബ്ദം കേൾക്കുന്നു. സഞ്ചിയിലെ മർദം വീണ്ടും (കുറച്ചാൽ), ഹൃദയചക്രത്തിന്റെ ഒരു നീണ്ട സമയത്തേക്ക് ആർട്ടറി തുറന്നിരിക്കുന്നു. എന്നിരുന്നാലും ഹൃദയസ്പന്ദനത്തിന്റെ ഡയസ്റ്റോളിക് ഘട്ടത്തിനിടയ്ക്ക് (ഏറ്റവും കുറഞ്ഞ മർദം) ഇത് അടഞ്ഞുതന്നെ ഇരിക്കുന്നു. ഇപ്രകാരം ശബ്ദത്തിന്റെ (tapping sound) ഇടവേള കൂടുതലായിരിക്കും. സഞ്ചിയിലെ മർദം ഡയസ്റ്റോളിക് മർദത്തിൽ എത്തുമ്പോൾ ഹൃദയ ചക്രത്തിനിടയിൽ മുഴുവൻ ആർട്ടറി തുറന്നിരിക്കുന്നു. എങ്ങനെ ആയാലും പ്രവാഹം അപ്പോഴും പ്രക്ഷുബ്ധവും ശബ്ദായമാനവുമായിരിക്കും. പക്ഷേ സ്റ്റെതസ്കോപ്പിൽ മുട്ടൽ ശബ്ദത്തിനു പകരം നാം ഒരു സറിരവും തുടർച്ചയുള്ളതുമായ ഒരു അലറൽ ശബ്ദം കേൾക്കുന്നു.

ഒരു രോഗിയുടെ രക്തസമ്മർദം സിസ്റ്റോളിക്/ഡയസ്റ്റോളിക് മർദങ്ങളുടെ അംശബന്ധമായിട്ടാണ് സൂചിപ്പിക്കുന്നത്. ഒരു വിശ്രമാവസറയിലിരിക്കുന്ന ആരോഗ്യമുള്ള മുതിർന്ന ആൾക്ക് ഇത് വിശേഷിച്ചും 120/80 mm Hg (120 / 80 torr) ആയിരിക്കും. 140 / 90 - ൽ മേലെയള്ള രക്തസമ്മർദത്തിന് വൈദ്യസഹായവും വിദഗ്ധ ഉപദേശവും വേണ്ടതാണ്. ഉയർന്ന രക്തസമ്മർദം ഹൃദയത്തിനും വൃക്കയ്ക്കും മറ്റ് അവയവങ്ങൾക്കും വളരെ ഹാനികരമാണ്, അതുകൊണ്ടു തന്നെ നിയന്ത്രിക്കപ്പെടേണ്ടതാണ്.

അധ്യായം 11

ദ്രവ്യത്തിന്റെ താപീയ സ്വഭാവങ്ങൾ
(THERMAL PROPERTIES OF MATTER)

P5M5W2

11.1 ആമുഖം

താപത്തേയും താപനിലയേയും കുറിച്ച് നമുക്കെല്ലാവർക്കും സാമാന്യ ബോധമുണ്ട്. താപനില എന്നത് ഒരു വസ്തുവിന്റെ ചൂടിന്റെ തീവ്രതയുടെ അളവാണ്. തിളച്ചവെള്ളമുള്ള ഒരു കെറ്റിൽ ഐസ് ഉൾക്കൊള്ളുന്ന പെട്ടിയേക്കാൾ ചൂടുള്ളതാണ്. ഭൗതികശാസ്ത്രത്തിൽ താപം, താപനില തുടങ്ങിയ സങ്കൽപ്പങ്ങളെ വളരെ ശ്രദ്ധാപൂർവം നിർവചിക്കേണ്ടതിന്റെ ആവശ്യകതയുണ്ട്. ഈ അധ്യായത്തിൽ താപം എന്താണെന്നും അതെങ്ങനെ അളക്കുന്നുവെന്നും പഠിക്കാം. കൂടാതെ ഒരു വസ്തുവിൽനിന്നും മറ്റൊന്നിലേക്ക് താപം ഒഴുകുന്ന വിവിധതരം പ്രക്രിയകളെക്കുറിച്ചും പഠിക്കാം. അതിനോടൊപ്പം തന്നെ ലോഹപ്പണിക്കാരൻ ഒരു കാളവണ്ടിച്ചക്രത്തിന്റെ പുറംവക്കിൽ ഇരുമ്പ് വളയം ഉറപ്പിക്കുന്നതിനുമുൻപ് ചൂടാക്കുന്നത് എന്തിനാണെന്നും രാത്രിയിൽ കരക്കാറ്റും പകൽ കടൽക്കാറ്റും ഉണ്ടാകുന്നത് എന്തുകൊണ്ടെന്നും മനസ്സിലാക്കാം. ജലം തിളയ്ക്കുകയോ തണുത്തുറയുകയോ ചെയ്യുമ്പോൾ ഒരു വലിയ അളവ് താപം സ്വീകരിക്കുകയോ പുറത്തേക്കു വിടുകയോ ചെയ്യുന്നുണ്ടെങ്കിലും താപനിലയിൽ വ്യത്യാസം വരാത്തത് എന്തുകൊണ്ടെന്നും പഠിക്കാം.

11.2 താപനിലയും താപവും (Temperature and Heat)

താപനില, താപം എന്നിവയുടെ നിർവചനത്തോടുകൂടി പദാർഥങ്ങളുടെ താപീയസ്വഭാവങ്ങളെക്കുറിച്ചുള്ള നമ്മുടെ പഠനം തുടങ്ങാം. താപനില എന്നത് ചൂട് അല്ലെങ്കിൽ തണുപ്പ് എന്നതിന്റെ ഒരു ആപേക്ഷിക അളവോ അല്ലെങ്കിൽ സൂചനയോ ആകുന്നു. ചൂടായിരിക്കുന്ന ഒരു പാത്രത്തിന് ഉയർന്ന താപനിലയാണെന്നും ഐസ്കട്ടയ്ക്ക് താഴ്ന്ന താപനിലയാണെന്നും പറയുന്നു. ഒരു വസ്തുവിന് മറ്റൊരു വസ്തുവിനേക്കാൾ ഉയർന്ന താപനില ഉണ്ടെങ്കിൽ അതിനെ ചൂടുള്ളതായി പറയുന്നു. വലുതും ചെറുതുംപോലെ, ചൂടും തണുപ്പും ആപേക്ഷികമാണെന്നത് ശ്രദ്ധിക്കുക. സ്പർശനത്തിലൂടെ താപനിലയെ നമുക്ക് ഗ്രഹിക്കാൻ കഴിയുന്നു.

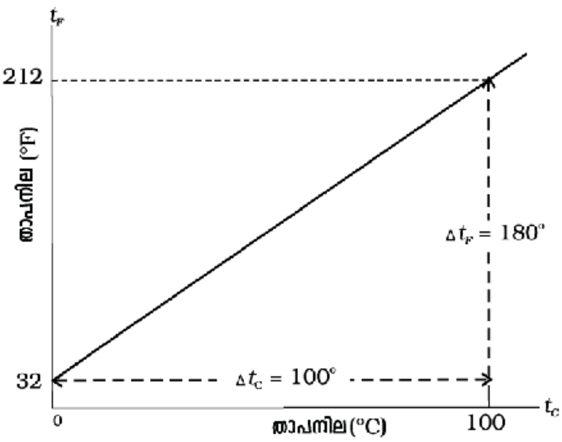
നല്ല ചൂടുള്ള ദിവസങ്ങളിൽ, മേശപ്പുറത്ത് വച്ചിരിക്കുന്ന, നന്നായി തണുത്ത ഒരു ഗ്ലാസ്സ് വെള്ളത്തിന്റെ തണുപ്പ് ക്രമേണ കുറയുന്നെന്നും ക്രമേണ ചൂടുള്ളതാകുമെന്നും അതേ മേശയിലുള്ള ഒരു കപ്പ് ചൂട് ചായ തണു

ക്കുന്നുവെന്നും അനുഭവത്തിൽ നിന്നും നമുക്കറിയാം. ഒരു വസ്തുവിന്റെ താപനിലയും (ഈ സാഹചര്യത്തിൽ തണുത്ത വെള്ളം അല്ലെങ്കിൽ ചൂടുചായ) അതിന്റെ ചുറ്റുപാടുള്ള മാധ്യമത്തിന്റെ താപനിലയും വ്യത്യസ്തമാണെങ്കിൽ വസ്തുവും ചുറ്റുപാടുള്ള മാധ്യമവും ഒരേ താപനിലയിൽ എത്തുന്നതുവരെ ഇവ തമ്മിൽ താപം കൈമാറ്റം ചെയ്യപ്പെടുന്നു. തണുത്ത വെള്ളം ഉൾക്കൊള്ളുന്ന ഗ്ലാസ് ടംബ്ലറിന്റെ കാര്യത്തിൽ താപം ചുറ്റുപാടുകളിൽനിന്ന് ഗ്ലാസ് ടംബ്ലറിലേക്ക് ഒഴുകുകയും എന്നാൽ ചൂടുചായയുടെ കാര്യത്തിൽ താപം ചായ ഉൾക്കൊള്ളുന്ന കപ്പിൽനിന്നും ചുറ്റുപാടുകളിലേക്ക് ഒഴുകുകയും ചെയ്യുന്നുവെന്ന് നമുക്ക് അറിയാം. അതുകൊണ്ട് രണ്ടു വസ്തുക്കൾ (അല്ലെങ്കിൽ അതിലധികമോ) തമ്മിലോ, ഒരു വസ്തുവും അതിന്റെ ചുറ്റുപാടുകളും തമ്മിലോ താപനില വ്യത്യാസത്തിന്റെ ഫലമായി കൈമാറ്റം ചെയ്യപ്പെടുന്ന ഊർജത്തിന്റെ രൂപമാണ് താപം എന്ന് നമുക്ക് പറയാൻ കഴിയും. താപോർജത്തിന്റെ SI യൂണിറ്റ് ജൂൾ (J) ആണ്. താപനിലയുടെ SI യൂണിറ്റ് കെൽവിനിലും (K) അതിന്റെ സാധാരണ യൂണിറ്റ് °C ലും സൂചിപ്പിക്കുന്നു. ഒരു വസ്തുവിനെ ചൂടാക്കുമ്പോൾ പല മാറ്റങ്ങളും സംഭവിക്കും. അതിന്റെ താപനില ഉയരാം, അതിന് വികാസം സംഭവിക്കാം അല്ലെങ്കിൽ അതിന് അവസ്ഥാമാറ്റം ഉണ്ടാകാം. തുടർന്ന് വരുന്ന പാഠഭാഗങ്ങളിൽ നമുക്ക് വ്യത്യസ്ത വസ്തുക്കളിലെ താപത്തിന്റെ ഫലം പഠിക്കാം.

11.3 താപനില അളക്കൽ (Measurement of Temperature)

താപനില അളക്കുന്നതിനായി ഒരു തെർമോമീറ്റർ ഉപയോഗിക്കുന്നു. പദാർഥങ്ങളുടെ അനേകം ഭൗതികസ്വഭാവങ്ങൾ താപനിലയ്ക്കനുസരിച്ച് മാറുന്നു. ഇങ്ങനെയുള്ള ചില സ്വഭാവ സവിശേഷതകളാണ്. തെർമോമീറ്ററിന്റെ നിർമാണത്തിന് അടിസ്ഥാനമായി ഉപയോഗിച്ചിരിക്കുന്നത്. ഒരു ദ്രാവകത്തിന്റെ വ്യാപ്തത്തിന് താപനിലയ്ക്കനുസരിച്ച് വ്യതിയാനം സംഭവിക്കുന്നുവെന്നുള്ളതാണ്. സാധാരണ തെർമോമീറ്ററിൽ ഉപയോഗിച്ചിരിക്കുന്ന സ്വഭാവവിശേഷം. ഉദാഹരണത്തിന്, നിങ്ങൾക്കു പരിചിതമായ സാധാരണ തെർമോമീറ്ററുകളിൽ (ഗ്ലാസിനുള്ളിൽ ദ്രാവകം ഉപയോഗിച്ചിരിക്കുന്ന തരം) മെർക്കുറിയോ ആൽക്കഹോളോ ആണ് ഉപയോഗിച്ചിരിക്കുന്നത്.

അളക്കേണ്ട താപനിലയ്ക്ക് ഒരു സംഖ്യാപരമായ വില ലഭിക്കത്തക്കവിധം തെർമോമീറ്ററുകൾ അങ്കനം ചെയ്തിരിക്കുന്നു. ഏത് അടിസ്ഥാനപരമായ സ്കെയിലിന്റെ നിർവചനത്തിനും രണ്ട് നിശ്ചിത അടിസ്ഥാന ബിന്ദുക്കൾ ആവശ്യമാണ്. താപനിലയ്ക്കനുസരിച്ച് എല്ലാ വസ്തുക്കളുടേയും വലുപ്പം മാറുന്നതിനാൽ വികാസം ഉപയോഗിച്ച് താപനില അളക്കുന്നതിനനുയോജ്യമായ ഒരു ഉത്തമ സൂചകം (absolute reference) ലഭ്യമല്ല. എന്നിരുന്നാലും ആവശ്യമായ നിശ്ചിത ബിന്ദുക്കളെ അതേ താപനിലയിൽ എല്ലായ്പ്പോഴും സംഭവിക്കുന്ന ഒരു ഭൗതിക പ്രതിഭാസവുമായി ബന്ധിപ്പിക്കുവാൻ കഴിയും. ജലത്തിന്റെ ഐസ് പോയിന്റും (ice point) സ്റ്റീം പോയിന്റും (steam point) രണ്ട് സൗകര്യപ്രദമായ സ്ഥിരബിന്ദുക്കളായി ഉറപ്പിക്കാം. ഇവ **ഫ്രീസിംഗ് പോയിന്റ്, ബോയിലിങ് പോയിന്റ്** എന്നിങ്ങനെ അറിയപ്പെടുന്നു. ശുദ്ധജലം അന്തരീക്ഷ മർദത്തിൽ (standard pressure) യഥാക്രമം ഘനീഭവിക്കുകയും തിളയ്ക്കുകയും ചെയ്യുന്ന താപനിലകളാണ് ഇവ. രണ്ട് പരിചിതങ്ങളായ സ്കെയിലുകൾ ഫാരൻഹീറ്റ് താപനില സ്കെയിലും സെൽഷിയസ് താപനില സ്കെയിലും ആകുന്നു. ഐസ് പോയിന്റ്, സ്റ്റീം പോയിന്റ് എന്നിവയ്ക്ക് ഫാരൻഹീറ്റ് സ്കെയിലിൽ യഥാക്രമം 32 F, 212 F എന്ന വിലകളും സെൽഷ്യസ് സ്കെയിലിൽ 0 °C, 100 °C എന്നീ വിലകളുമാണ് നൽകിയിരിക്കുന്നത്. ഫാരൻഹീറ്റ് സ്കെയിലിൽ രണ്ട് സൂചകബിന്ദുക്കൾക്ക് ഇടയിലായി 180 സമഭാഗങ്ങളും സെൽഷ്യസ് സ്കെയിലിൽ 100 സമഭാഗങ്ങളുമാണുള്ളത്.



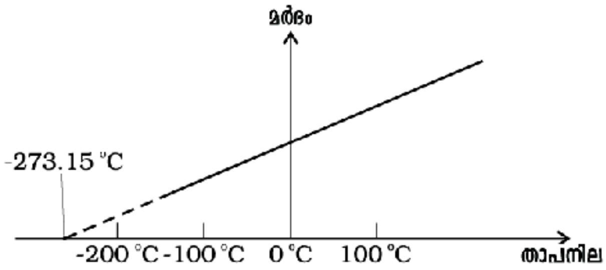
ചിത്രം 11.1 ഫാരൻഹീറ്റ് താപനിലയും (t_F) സെൽഷ്യസ് താപനിലയും (t_C) ഉൾക്കൊള്ളുന്ന ഒരു ഗ്രാഫ്.

രണ്ട് സ്കെയിലുകളെയും പരസ്പരം മാറ്റുന്നതിനായി ഫാരൻഹീറ്റ് താപനിലയും (t_F) സെൽഷ്യസ് താപനിലയും (t_C) തമ്മിൽ ബന്ധിപ്പിക്കുന്ന നേർരേഖയിൽനിന്ന് (ചിത്രം 11.1) സമവാക്യം ലഭിക്കും.

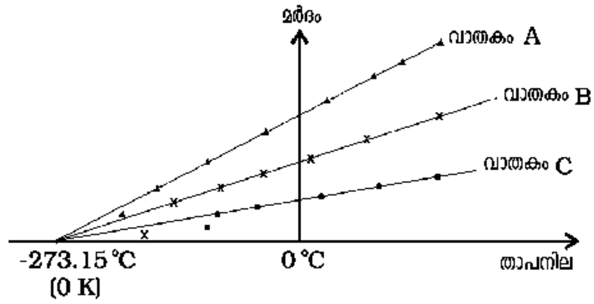
ഈ സമവാക്യം

$$\frac{t_F - 32}{180} = \frac{t_C}{100} \qquad (11.1)$$

എന്നാകുന്നു.



ചിത്രം 11.2 സ്ഥിരവ്യാപ്തത്തിൽ ഒരു താഴ്ന്ന സാന്ദ്രതയുള്ള വാതകത്തിന്റെ മർദവും താപനിലയും തമ്മിലുള്ള ഗ്രാഫ്



ചിത്രം 11.3 താഴ്ന്ന സാന്ദ്രതയുള്ള വാതകങ്ങളുടെ മർദവും താപനിലയും തമ്മിലുള്ള ഗ്രാഫിൽ ഒരേ കേവല പൂജ്യം താപനിലയെ സൂചിപ്പിച്ചിരിക്കുന്നു.

11.4 ആദർശ വാതകസമവാക്യവും കേവല താപനിലയും (Ideal gas Equation and Absolute Temperature)

ഗ്ലാസ്സ് കുഴലിൽ ദ്രാവകം നിറച്ച തെർമോമീറ്ററുകൾ ഒരേ താപനിലയ്ക്ക് വ്യത്യസ്ത റീഡിംഗുകൾ കാണിക്കുന്നതിനുകാരണം ദ്രാവകങ്ങളുടെ വികാസസ്വഭാവത്തിലുള്ള വ്യത്യാസമാണ്. എന്നാൽ വാതക തെർമോമീറ്ററുകൾ ഏത് വാതകമാണ് ഉപയോഗിച്ചിരിക്കുന്നതെന്നതിനെ ആശ്രയിക്കാതെ ഒരേ താപനിലയിൽ ഒരേ റീഡിംഗ് നൽകുന്നു. താഴ്ന്ന സാന്ദ്രതയിൽ എല്ലാ വാതകങ്ങളും ഒരേ വികാസ സവിശേഷതകൾ കാണിക്കുന്നുവെന്ന് പരീക്ഷണങ്ങൾ കാണിക്കുന്നു. ഒരു നിശ്ചിത അളവുള്ള (മാസ്) വാതകത്തിന്റെ സ്വഭാവം വിശദീകരിക്കുന്ന ചരങ്ങൾ മർദം, ഉള്ളളവ്, താപനില (P, V, T) എന്നിവ ആണ്. (ഇവിടെ $T = t + 273.15$; t എന്നത് °C ലെ താപനില ആകുന്നു). താപനില സ്ഥിരമായിരിക്കുമ്പോൾ ഒരു നിശ്ചിത അളവ് വാതകത്തിന്റെ മർദവും ഉള്ളളവും തമ്മിലുള്ള ബന്ധം PV= സ്ഥിരസംഖ്യ എന്ന സമവാക്യം ഇംഗ്ലീഷ് രസതന്ത്രജ്ഞനായ റോബർട്ട് ബോയിലി (1627-1691) ന്റെ പേരിൽ ബോയിൽ നിയമം (Boyle's Law) എന്നറിയപ്പെടുന്നു. മർദം സ്ഥിരമായിരിക്കുമ്പോൾ ഒരു നിശ്ചിത അളവ് വാതകത്തിന്റെ വ്യാപ്തം താപനിലയുമായി, V/T = സ്ഥിരസംഖ്യ, എന്ന സമവാക്യത്താൽ ബന്ധപ്പെട്ടിരിക്കുന്നു. ഈ ബന്ധം ഫ്രഞ്ച് ശാസ്ത്രജ്ഞനായ ജാക്വസ് ചാൾസിന്റെ പേരിൽ (1747-1823) ചാൾസ് നിയമം (Charles' law) എന്നറിയപ്പെടുന്നു. താഴ്ന്ന സാന്ദ്രതയുള്ള വാതകങ്ങൾ ഈ നിയമങ്ങൾ അനുസരിക്കുന്നു. ഈ രണ്ടു നിയമങ്ങളെയും ഒരു സമവാക്യം കൊണ്ട് സൂചിപ്പിക്കാനാകും.

PV = സ്ഥിരസംഖ്യയും V/T = സ്ഥിരസംഖ്യയും ആയതിനാൽ ഒരു നിശ്ചിത അളവ് വാതകത്തിന് PV/T ഒരു സ്ഥിരസംഖ്യ ആയിരിക്കണം. ഈ ബന്ധം ആദർശവാതകനിയമം (ideal gas law) എന്നറിയപ്പെടുന്നു. ഇതിനെ കുറച്ചുകൂടി പൊതുവായ രീതിയിൽ എഴുതാൻ കഴിയും. ആദർശവാതകസമവാക്യം (ideal gas equation) എന്നറിയപ്പെടുന്ന ഈ സമവാക്യം ഒരു നിശ്ചിത അളവുള്ള ഏകാത്മക വാതകത്തിനു മാത്രമല്ല, ഏത് അളവിലുമുള്ള സാന്ദ്രത കുറഞ്ഞ വാതകത്തിനും ഉപയോഗിക്കാവുന്നതാണ്.

$$\frac{PV}{T} = \mu R$$

അല്ലെങ്കിൽ $PV = \mu RT$ (11.2)

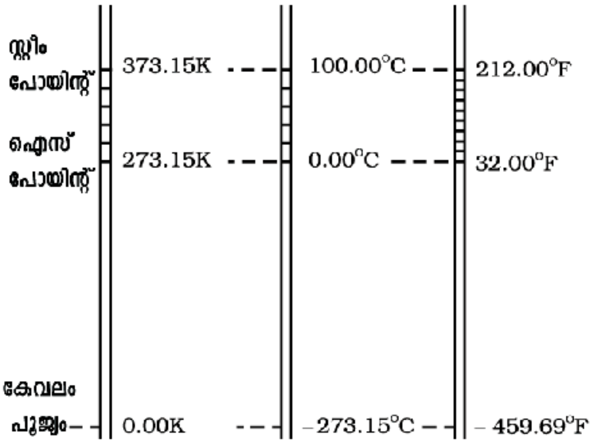
ഇവിടെ μ എന്നത് തന്നിരിക്കുന്ന വാതകത്തിലെ മോളുകളുടെ എണ്ണവും (number of moles) R എന്നത് സാർവ്വികവാതകസ്ഥിരാങ്കവും (universal gas constant) ആകുന്നു.

$R = 8.31 \text{ J mol}^{-1} \text{K}^{-1}$

സമവാക്യം 11.2 ൽ മർദവും ഉള്ളളവും താപനിലയുമായി നേർ അനുപാതത്തിലാണെന്നു കാണാം. $PV \propto T$ എന്ന ഈ ബന്ധം ഒരു സ്ഥിരവ്യാപ്ത വാതക തെർമോമീറ്ററിൽ താപനില അളക്കാനായി ഒരു വാതകത്തെ ഉപയോഗിക്കാൻ സഹായിക്കുന്നു. ഒരു വാതകത്തിന്റെ ഉള്ളളവ് സ്ഥിരമായി വയ്ക്കുമ്പോൾ, മേൽപ്പറഞ്ഞ സമവാക്യം $P \propto T$ എന്നാകുന്നു. അതുകൊണ്ട് ഒരു സ്ഥിരഉള്ളളവ് വാതക തെർമോമീറ്റർ ഉപയോഗിച്ച് താപനിലയെ മർദത്തിന്റെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ കണക്കാക്കുന്നു. ഇത്തരം വാതകത്തിന്റെ മർദവും താപനിലയും ബന്ധിപ്പിക്കുന്ന ഗ്രാഫ് ചിത്രം 11.2 ൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നതുപോലെ ഒരു നേർരേഖയാണ്.

എന്നിരുന്നാലും താഴ്ന്ന താപനിലകളിൽ സാധാരണ വാതകങ്ങ (real gases) ളിലെ അളവുകൾ ആദർശവാതകനിയമം പ്രവചിക്കുന്ന വിലകളിൽ നിന്നും വ്യത്യാസപ്പെട്ടിരിക്കുന്നു. എന്നാൽ ഈ ബന്ധം ഒരു വലിയ താപനിലാ പരിധിവരെ രേഖീയ (linear) മായിരിക്കുകയും ഒരു

വാതകം വാതകമായി തുടരുമ്പോൾ തന്നെ താപനില കുറയുന്നതിനനുസരിച്ച് മർദം പൂജ്യത്തിനടുത്ത് എത്തിച്ചേരുകയും ചെയ്യുന്നു. അതുകൊണ്ട് ഒരു ആദർശവാതകത്തിന്റെ ഏറ്റവും കുറഞ്ഞ താപനില (ചിത്രം 11.3 ലെപ്പോലെ) നേർരേഖ അക്ഷവുമായി ചേരുന്ന ഭാഗം സൂചിപ്പിക്കുന്ന താപനിലയാണെന്ന് അനുമാനിക്കാം. ഈ താപനില – 273.15 °C ആയി കാണപ്പെടുകയും ഇത് കേവലപൂജ്യം (absolute zero) എന്നു നിർണയിക്കുകയും ചെയ്തു. ബ്രിട്ടീഷ് ശാസ്ത്രജ്ഞനായ ലോഡ് കെൽവിന്റെ പേരിൽ അറിയപ്പെടുന്ന കെൽവിൻ താപനിലാ സ്കെയിൽ അല്ലെങ്കിൽ അബ്സൊല്യൂട്ട് താപനില സ്കെയിലിന് (Absolute Scale) അടിസ്ഥാനം ഈ കേവലപൂജ്യം (absolute zero) ആണ്. അതായത് ഈ സ്കെയിലിലെ പൂജ്യമായി എടുത്തിരിക്കുന്നത് - 273.15 °C ആകുന്നു. (ചിത്രം 11.4) ഇതിനെ സൂചിപ്പിക്കുന്നത് 0 K എന്നാണ്.



ചിത്രം 11.4 കെൽവിൻ, സെൽഷ്യസ്, ഫാരൻഹീറ്റ് താപനില സ്കെയിലുകൾ തമ്മിലുള്ള താരതമ്യം.

കെൽവിൻ സ്കെയിലിലെ ഒരു യൂണിറ്റും സെൽഷ്യസ് സ്കെയിലിലെ ഒരു യൂണിറ്റും ഒരേ താപനില വ്യതിയാനത്തെ സൂചിപ്പിക്കുന്നതു കൊണ്ട് ഈ സ്കെയിലുകളിലെ താപനില

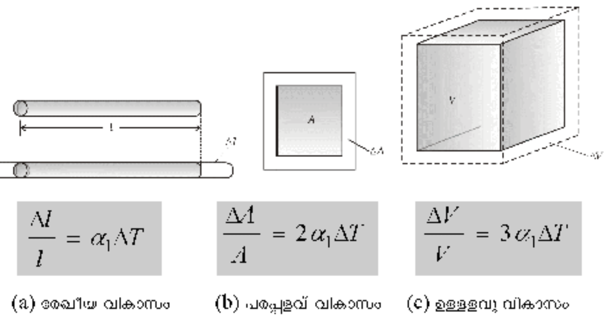
$$T = t_C + 273.15 \qquad (11.3)$$

എന്ന സമവാക്യത്താൽ ബന്ധപ്പെട്ടിരിക്കുന്നു.

11.5 താപീയ വികാസം (Thermal Expansion)

ചിലപ്പോൾ ലോഹ അടപ്പുകൾ കൊണ്ട് മുറുക്കി അടയ്ക്കപ്പെട്ട കുപ്പികൾ, അടപ്പു തുറക്കുന്നതിനായി ചൂടുവെള്ളത്തിലിടുന്നത് നിങ്ങൾ നിരീക്ഷിച്ചിട്ടുണ്ടാവാം. ഇത് ലോഹ അടപ്പുകൾ വികസിച്ച് എളുപ്പത്തിൽ കുപ്പി തുറക്കുന്നതിന് സഹായിക്കുന്നു. ദ്രാവകങ്ങളുടെ കാര്യത്തിൽ, ഒരു തെർമോമീറ്റർ ചെറിയ ചൂടുള്ള വെള്ളത്തിലിടുമ്പോൾ തെർമോമീറ്ററിലെ മെർക്കുറി ഉയരുന്നത് നിങ്ങൾ നിരീക്ഷിച്ചിട്ടുണ്ടാകാം. ചൂടുവെള്ളത്തിൽനിന്ന് തെർമോമീറ്റർ പുറത്തെടുക്കുമ്പോൾ മെർക്കുറി നിരപ്പ് വീണ്ടും താഴുന്നു. അതുപോലെ വാതകങ്ങളുടെ കാര്യത്തിൽ ഒരു തണുത്ത മുറിയിൽ വെച്ച് ഭാഗികമായി ഊതിവീർപ്പിച്ച ഒരു ബലൂൺ ഒരു ചൂടുള്ള മുറിയിൽ വയ്ക്കുമ്പോൾ വികസിച്ച് കൂടുതൽ വലുപ്പത്തിലാകുകയും പൂർണമായും വീർത്തിരിക്കുന്ന ബലൂൺ തണുത്ത ജലത്തിൽ മുക്കിവയ്ക്കുമ്പോൾ അതിനുള്ളിലെ വായുവിന്റെ സങ്കോചംമൂലം ബലൂൺ ചുരുങ്ങാൻ തുടങ്ങുകയും ചെയ്യുന്നു.

നമ്മുടെ സാധാരണ അനുഭവങ്ങളിൽ മിക്ക വസ്തുക്കളും, ചൂടാക്കുമ്പോൾ വികസിക്കുകയും തണുപ്പിക്കുമ്പോൾ ചുരുങ്ങുകയും ചെയ്യുന്നുവെന്ന് കാണാം. ഒരു വസ്തുവിന്റെ താപനിലയിലുണ്ടാകുന്ന മാറ്റം അതിന്റെ വലുപ്പത്തിൽ മാറ്റം വരുത്തുന്നു. താപനില വർധനയുടെ ഫലമായി ഒരു വസ്തുവിന്റെ വലുപ്പത്തിലുണ്ടാകുന്ന വർധനവിനെ താപീയ വികാസം (thermal expansion) എന്നു പറയുന്നു. നീളത്തിനുണ്ടാകുന്ന വികാസത്തെ രേഖീയവികാസം (linear expansion) എന്നുവിളിക്കുന്നു. പരപ്പളവിലുണ്ടാകുന്ന വികാസത്തെ പരപ്പളവുവികാസം (area expansion) എന്നും വിളിക്കുന്നു. ഉള്ളളവിലുണ്ടാകുന്ന വികാസത്തെ ഉള്ളളവുവികാസം (volume expansion) എന്നും പറയുന്നു. (ചിത്രം 11.5).



ചിത്രം 11.5 താപീയവികാസം

ഒരു വസ്തു ദണ്ഡ് രൂപത്തിലാണെങ്കിൽ ΔT, എന്ന ചെറിയ താപനിലാ വ്യതിയാനത്തിനുണ്ടാകുന്ന നീളത്തിന്റെ അംശീയമാറ്റം $\Delta l/l$ എന്നത് ΔT യ്ക്ക് നേർ അനുപാതത്തിലാകുന്നു.

$$\frac{\Delta l}{l} = \alpha_1 \Delta T \qquad (11.4)$$

ഇവിടെ α_1 എന്നത് രേഖീയവികാസ സ്ഥിരാങ്കം (**coefficient of linear expansion**) എന്നറിയപ്പെടുന്നു. ഇത് ദണ്ഡ് നിർമിച്ചിരിക്കുന്ന വസ്തുവിന്റെ സവിശേഷതയാണ്. ചില വസ്തുക്കളുടെ താപനില 0°C-100°C

പരിധിയിലെ രേഖീയവികാസസ്ഥിരാങ്കം പട്ടിക 11.1 ൽ തന്നിരിക്കുന്നു. ഈ പട്ടികയിൽ നിന്ന് ഗ്ലാസിന്റെയും കോപ്പറിന്റെയും α_l വിലകളെ താരതമ്യം ചെയ്യുക. ഒരേ താപനില വർധനയ്ക്ക് കോപ്പർ, ഗ്ലാസിനേക്കാൾ അഞ്ചു മടങ്ങ് കൂടുതൽ വികസിക്കുന്നതായി നമുക്കു കാണാം. സാധാരണയായി, ലോഹങ്ങൾ കൂടുതൽ വികസിക്കുന്നതിനാൽ അവയുടെ α_l ന് താരതമ്യേന ഉയർന്ന വിലകൾ കാണപ്പെടുന്നു.

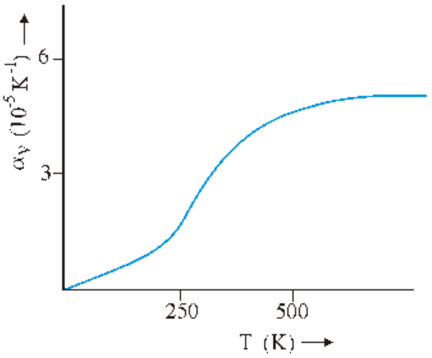
പട്ടിക 11.1 ചില വസ്തുക്കളുടെ രേഖീയവികാസ സ്ഥിരാങ്കത്തിന്റെ വിലകൾ

പദാർഥങ്ങൾ	α_l $(10^{-5}\ K^{-1})$
അലുമിനിയം	2.5
ബ്രാസ് (ഓട്)	1.8
ഇരുമ്പ്	1.2
കോപ്പർ (ചെമ്പ്)	1.7
വെള്ളി	1.9
സ്വർണം	1.4
ഗ്ലാസ് (പൈറക്സ്)	0.32
ലെഡ്	0.29

അതുപോലെ ഒരു വസ്തുവിന് ΔT താപനില വ്യത്യാസത്തിന് ഉള്ളളവിലുണ്ടാകുന്ന അംശീയമാറ്റം $\frac{\Delta V}{V}$, ആയി പരിഗണിച്ചാൽ ഉള്ളളവു വികാസസ്ഥിരാങ്കം (coefficient of volume expansion) α_V യെ താഴെക്കാണുന്നതുപോലെ നിർവചിക്കാം.

$$\alpha_V = \left(\frac{\Delta V}{V}\right)\frac{1}{\Delta T} \tag{11.5}$$

ഇവിടെ α_V എന്നത് വസ്തുവിന്റെ ഒരു തനതു സ്വഭാവവുമാണ്. എന്നാൽ ഇതിന്റെ മൂല്യം കണിശമായും സ്ഥിരമാകണമെന്നില്ല. പൊതുവായി, ഇത് താപനിലയെ ആശ്രയിക്കുന്നു.(ചിത്രം 11.6). എന്നാൽ ഉയർന്ന താപനിലകളിൽ മാത്രം α_V യുടെ മൂല്യം സ്ഥിരമാകുന്നുവെന്ന് കാണാം.



ചിത്രം 11.6 താപനിലയ്ക്കനുസരിച്ച് കോപ്പറിന്റെ ഉള്ളളവ് വികസന സ്ഥിരാങ്കം മാറുന്നതിന്റെ ഗ്രാഫ്

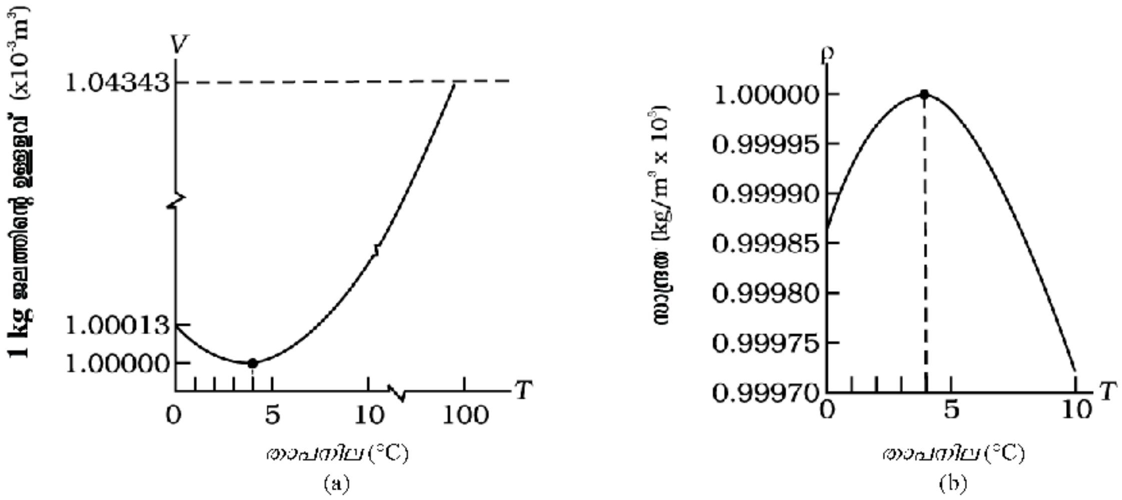
താപനില പരിധി 0 –100 °C ൽ ഉള്ള ചില സാധാരണ വസ്തുക്കളുടെ ഉള്ളളവ് വികസന സ്ഥിരാങ്കവിലകൾ പട്ടിക 11.2 നൽകുന്നു. പൈറക്സ് ഗ്ലാസ്, ഇൻവാർ (ഒരു പ്രത്യേക ഇരുമ്പ് – നിക്കൽ ലോഹസങ്കരം) എന്നിവയ്ക്ക് പ്രത്യേകിച്ച് α_V യ്ക്ക് കുറഞ്ഞ വിലകൾ ആണ്. α_V യുടെ വില ആൽക്കഹോളിന് (ഈഥൈൽ) മെർക്കുറിയേക്കാൾ കൂടുതലാണെന്നും ഒരേ താപനില വർധനവിന് ആൽക്കഹോളിന് മെർക്കുറിയേക്കാൾ വികാസം സംഭവിക്കുന്നുവെന്നും നമുക്ക് പട്ടികയിൽ നിന്നും മനസ്സിലാക്കാൻ കഴിയും.

പട്ടിക 11.2 ചില പദാർഥങ്ങളുടെ ഉള്ളളവു വികാസ സ്ഥിരാങ്കത്തിന്റെ വിലകൾ

പദാർഥം	α_V (K^{-1})
അലുമിനിയം	7×10^{-5}
ബ്രാസ്സ്	6×10^{-5}
ഇരുമ്പ്	3.55×10^{-5}
പാരഫിൻ	58.8×10^{-5}
ഗ്ലാസ്സ് (സാധാരണ)	2.5×10^{-5}
ഗ്ലാസ്സ് (പൈറക്സ്)	1×10^{-5}
ഹാർഡ് റബ്ബർ	2.4×10^{-4}
ഇൻവാർ	2×10^{-6}
മെർക്കുറി	18.2×10^{-5}
ജലം	20.7×10^{-5}
ആൽക്കഹോൾ (ഈഥൈൽ)	110×10^{-5}

ജലത്തിന്റെ താപീയ വികാസം മറ്റുള്ളവയിൽ നിന്നും വ്യത്യസ്തമാണ്. ഇത് ചൂടാക്കുമ്പോൾ 0°C മുതൽ 4°C വരെ സങ്കോചിക്കുന്നു. ഒരു നിശ്ചിത അളവ് ജലത്തിന്റെ വ്യാപ്തം സാധാരണ താപനിലയിൽ നിന്ന് തണുപ്പിച്ച് താപനില 4°C എത്തുന്നതുവരെ [ചിത്രം 11.7(a)] കുറയുന്നു. 4°C ൽ താഴെ ഉള്ളളവു കൂടുകയും തൽഫലമായി സാന്ദ്രത കുറയുകയും ചെയ്യുന്നു. [ചിത്രം 11.7(b)].

ഇത് അർഥമാക്കുന്നത് ജലത്തിന് 4°C ൽ പരമാവധി സാന്ദ്രതയുണ്ടെന്നാണ്. ഈ സവിശേഷത ഒരു പ്രധാനപ്പെട്ട പാരിസ്ഥിതികഫലം ഉണ്ടാക്കുന്നു. ശീതകാലത്ത് തടാകങ്ങൾ, കുളങ്ങൾ തുടങ്ങിയ ജലാശയങ്ങളിൽ ആദ്യം മുകൾഭാഗം തണുത്തുറയുന്നു. ഒരു തടാകം 4°C യിലേക്ക് തണുക്കുമ്പോൾ, ഉപരിതലത്തിനടുത്തുള്ള ജലത്തിന് അന്തരീക്ഷത്തിലേക്ക് ഊർജം നഷ്ടപ്പെടുകയും, സാന്ദ്രത കൂടുകയും അടിയിലേക്ക് താഴുകയും ചെയ്യുന്നു. അടിത്തട്ടിലുള്ള സാന്ദ്രത കുറഞ്ഞ ചൂട് ജലം മുകളിലേക്ക് ഉയരുന്നു. എന്നിരുന്നാലും മുകളിലുള്ള തണുത്ത ജലം ഒരിക്കൽ 4°C യിൽ താഴെ എത്തിച്ചേർന്നാൽ ഇതിന്റെ സാന്ദ്രത കുറയുകയും ഇത് ഉപരിതലത്തിൽ നിലനിൽക്കുകയും, അവിടെ ഖരീഭവിക്കുകയും ചെയ്യുന്നു. ഇതു വഴി ചൂട് അന്തരീക്ഷത്തിലേക്ക് കടത്തിവിടാത്ത ഒരു പാളി സൃഷ്ടിക്കുന്നതിനാൽ, താഴെയുള്ള ജലം ഖനീഭവിക്കുന്നില്ല. ഇതിനാൽ ജലത്തിനുള്ളിലെ സസ്യജീവജാലങ്ങളുടെ ജീവിതം താഴ്ന്ന താപനിലയിലും തുടരാനാകുന്നു.



ചിത്രം 11.7 ജലത്തിന്റെ താപീയവികാസം

സാധാരണ താപനിലയിൽ വാതകങ്ങൾ ഖര, ദ്രാവക വസ്തുക്കളേക്കാൾ കൂടുതൽ വികസിക്കുന്നു. ദ്രാവകങ്ങളുടെ ഉള്ളളവു വികസന സ്ഥിരാങ്കം പൊതുവെ താപനിലയെ ആശ്രയിക്കുന്നില്ല. എന്നാൽ വാതകങ്ങളിൽ ഇത് താപനിലയെ ആശ്രയിക്കുന്നു. ആദർശവാതകങ്ങളിൽ മർദം സ്ഥിരമായിരിക്കുമ്പോൾ ഉള്ളളവ് വികാസ സ്ഥിരാങ്കം ആദർശവാതക സമവാക്യത്തിൽനിന്നും കണ്ടുപിടിക്കാം.

$PV = \mu RT$

സ്ഥിരമായ മർദത്തിൽ

$P\Delta V = \mu R\,\Delta T$

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{\Delta T}{T}$$

അതായത്, ആദർശവാതകങ്ങൾക്ക്,

$$\alpha_v = \frac{1}{T} \qquad (11.6)$$

0^0C യിൽ $\alpha_v = 3.7\times10^{-3}K^{-1}$ ഇത് ഖര ദ്രാവക വസ്തുക്കളേക്കാൾ കൂടുതലാകുന്നു. സമവാക്യം (11.6) α_v യുടെ താപആശ്രിതത്വം കാണിക്കുന്നു: താപനില കൂടുന്നതിനനുസരിച്ച് α_v കുറയുന്നു.

0^0C ൽ ഒരു വാതകത്തിന് സ്ഥിരമർദത്തിൽ α_v ഏകദേശം $3300 \times 10^{-6}K^{-1}$ ആകുന്നു. ഇത് സാധാരണ ദ്രാവകങ്ങളേക്കാൾ കൂടുതൽ ആണ്.

രേഖീയ വികാസസ്ഥിരാങ്കം (α_l), ഉള്ളളവ് വികാസ സ്ഥിരാങ്കം (α_v) ഇവ തമ്മിൽ ലളിതമായ ഒരു ബന്ധം ഉണ്ട്. l നീളമുള്ള ഒരു ക്യൂബ് സങ്കൽപ്പിക്കുക. ഇതിന്റെ താപനില ΔT വർധിക്കുമ്പോൾ ഇത് എല്ലാ ദിശകളിലേക്കും തുല്യമായി വികസിക്കുന്നു.

അപ്പോൾ $\Delta l = \alpha_l\, l\, \Delta T$

അതുകൊണ്ട്, $\Delta V = (l+\Delta l)^3 - l^3 \simeq 3l^2\,\Delta l$ (11.7)

സമവാക്യം (11.7) ൽ, $(\Delta l)^2$, $(\Delta l)^3$ പദങ്ങൾ ഒഴിവാക്കിയിരിക്കുന്നു. കാരണം l ഉം ആയി താരതമ്യം ചെയ്യുമ്പോൾ Δl തീരെ ചെറുതാകുന്നു. അതുകൊണ്ട്,

$$\Delta V = \frac{3V\,\Delta l}{l} = 3V\alpha_l\,\Delta T \qquad (11.8)$$

ഇതിൽ നിന്ന്

$\alpha_v = 3\alpha_l$ എന്നു ലഭിക്കുന്നു. (11.9)

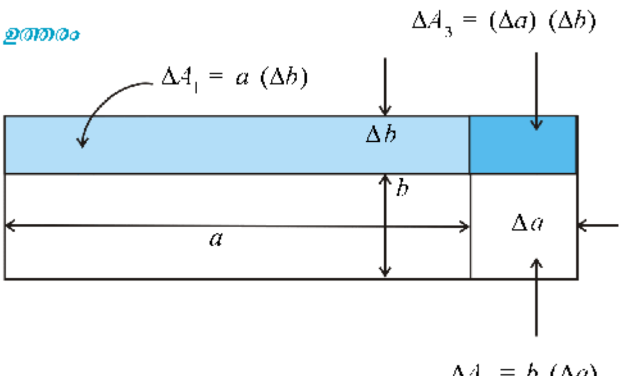
ഒരു ദണ്ഡിനെ അതിന്റെ അഗ്രങ്ങളിൽ ദൃഢമായി ഉറപ്പിച്ചുകൊണ്ട് അതിന്റെ താപീയവികാസം തടഞ്ഞാൽ എന്തു സംഭവിക്കും? വ്യക്തമായി പറഞ്ഞാൽ, ദണ്ഡിന്റെ അഗ്രങ്ങളിലെ ഉറച്ച താങ്ങുകൾ നൽകുന്ന ബാഹ്യബലങ്ങളുടെ ഫലമായി ഒരു സ്ട്രെയിനിന് (strain) വിധേയമാകുന്നു. ദണ്ഡിൽ രൂപീകൃതമാകുന്ന സ്ട്രെസ്സിനെ താപീയ സ്ട്രെസ്സ് എന്നുവിളിക്കുന്നു. ഉദാഹരണത്തിന്, 5m നീളവും 40 cm^2 ഛേദതല പരപ്പളവുമുള്ള ഒരു സ്റ്റീൽ റെയിൽ പരിഗണിക്കുക. ഇതിന്റെ താപനില 10 °C ഉയർന്നാൽ താപീയ സ്ട്രെസ് എത്രയായിരിക്കും? സ്റ്റീലിന്റെ രേഖീയ വികാസസ്ഥിരാങ്കം $\alpha_{l(steel)} = 1.2 \times 10^{-5}\,K^{-1}$ ആകുന്നു. അതിനാൽ $\frac{\Delta l}{l} = \alpha_{l(steel)}\Delta T = 1.2\times10^{-5}\times 10 = 1.2\times10^{-4}$. സ്റ്റീലിന്റെ യങ്സ് മോഡുലസ് $Y_{(steel)} = 2 \times 10^{11}\,N\,m^{-2}$. അതുകൊണ്ട് രൂപീകൃതമാകുന്ന താപീയസ്ട്രെസ്സ്

$\frac{\Delta F}{A} = Y_{steel}\left(\frac{\Delta l}{l}\right) = 2.4 \times 10^7$ N m^{-2}. ഇതിന് കാരണമായ ബാഹ്യബലം, $\Delta F = AY_{steel}\left(\frac{\Delta l}{l}\right) = 2.4 \times 10^7 \times 40 \times 10^{-4} = 10^5$N.

ഇങ്ങനെയുള്ള രണ്ട് സ്റ്റീൽ റെയിലുകൾ അവയുടെ പുറംവശത്തുള്ള അഗ്രങ്ങൾ ഉറപ്പിക്കുകയും അകവശ അഗ്രങ്ങൾ സമ്പർക്കത്തിലിരിക്കുകയും ചെയ്താൽ, ഇത്രയും ബലത്തിന് റെയിലുകളെ എളുപ്പത്തിൽ വളയ്ക്കാൻ കഴിയുന്നു.

ഉദാഹരണം 11.1 ഒരു ഖര ചതുരഷീറ്റിന്റെ പരപ്പളവ് വികാസ സറിരാങ്കം $(\Delta A/A)/\Delta T$, അതിന്റെ രേഖീയ വികസനം, α_l ന്റെ ഇരട്ടിയാണെന്ന് തെളിയിക്കുക.

ഉത്തരം



ചിത്രം 11.8

a നീളവും b വീതിയുമുള്ള ഒരു ചതുരഷീറ്റ് പരിഗണിക്കുക. (ചിത്രം 11.8). താപനില ΔT വർധിക്കുമ്പോൾ, a എന്ന വശം $\Delta a = \alpha_l a \Delta T$ വർധിക്കുകകയും b വശം $\Delta b = \alpha_l b\ \Delta T$ വർധിക്കുകയും ചെയ്യുന്നു. ചിത്രം 11.8 ൽ നിന്ന്, പരപ്പളവിലുണ്ടാകുന്ന വർധനവ്,

$$\Delta A = \Delta A_1 + \Delta A_2 + \Delta A_3$$
$$\Delta A = a\ \Delta b + b\ \Delta a + (\Delta a)\ (\Delta b)$$
$$= a\ \alpha_l b\ \Delta T + b\ \alpha_l\ a\ \Delta T + (\alpha_l)^2\ ab\ (\Delta T)^2$$
$$= \alpha_l\ ab\ \Delta T\ (2 + \alpha_l\ \Delta T) = \alpha_l A\ \Delta T\ (2 + \alpha_l\ \Delta T)$$

പട്ടിക 11.1 ൽനിന്ന് $\alpha_l \simeq 10^{-5}$ K^{-1} ആയതിനാൽ ചെറിയ താപനില വ്യതിയാനങ്ങൾക്ക് 2 ഉം ആയി താരതമ്യം ചെയ്യുമ്പോൾ ഗുണനഫലം $\alpha_l\ \Delta T$ അവഗണിക്കാവുന്നതാണ്.

അതുകൊണ്ട് $\left(\frac{\Delta A}{A}\right)\frac{1}{\Delta T} \simeq 2\alpha_l$

ഉദാഹരണം 11.2 ഒരു ലോഹപ്പണിക്കാരൻ ഒരു കാളവണ്ടിയുടെ തടിച്ചക്രത്തിന്റെ അരികിൽ (rim of wheel) ഇരുമ്പ് വളയം ഉറപ്പിക്കുന്നു. ഇരുമ്പ് ചക്രത്തിന്റെയും വളയത്തിന്റെയും വ്യാസങ്ങൾ 27 °C ൽ യഥാക്രമം 5.243 m ഉം 5.231 m ഉം ആകുന്നു. വളയത്തെ ഏത് താപനില വരെ ചൂടാക്കിയാൽ ചക്രത്തിന്റെ അരികിൽ ഉറപ്പിക്കാനാവും?

ഉത്തരം

തന്നിരിക്കുന്നത്, $T_1 = 27$ °C

$$L_{T1} = 5.231 \text{ m}$$
$$L_{T2} = 5.243 \text{ m}$$

അതുകൊണ്ട്,

$$L_{T2} = L_{T1}\ [1+\alpha_l\ (T_2 - T_1)]$$

$5.243 \text{ m} = 5.231 \text{ m} [1 + 1.20 \times 10^{-5} \text{ K}^{-1} (T_2 - 27 \text{ °C})]$

അല്ലെങ്കിൽ $T_2 = 218$ °C.

11.6 വിശിഷ്ട താപധാരിത (Specific Heat Capacity)

കുറച്ചുജലം ഒരു പാത്രത്തിലെടുത്ത് ബർണറിൽവച്ച് ചൂടാക്കാൻ തുടങ്ങുക. പെട്ടെന്ന് നിങ്ങൾക്ക് കുമിളകൾ മുകളിലേക്ക് വരുന്നതായി കാണാൻ കഴിയും. ജലകണങ്ങളുടെ ചലനം വർധിച്ച് ജലം തിളച്ചുമറിയാൻ തുടങ്ങുന്നതുവരെ താപനില വർധിപ്പിക്കുക. ഒരു വസ്തുവിന്റെ താപനില വർധിപ്പിക്കാനാവശ്യമായ താപത്തിന്റെ അളവിനെ ആശ്രയിക്കുന്ന ഘടകങ്ങൾ എന്തെല്ലാം? ഈ ചോദ്യത്തിന്റെ ഉത്തരം ലഭിക്കുന്നതിന് ആദ്യപടിയായി ഒരു നിശ്ചിത അളവ് ജലത്തിന്റെ താപനില 20 ^{0}C വർധിക്കാനാവശ്യമായ സമയം ഒരു സ്റ്റോപ്പ് വാച്ച് ഉപയോഗിച്ച് രേഖപ്പെടുത്തുക. വീണ്ടും ഇതേ അളവ് ജലത്തിന്റെ താപനില അതേ താപസ്രോതസ്സ് ഉപയോഗിച്ച് ചൂടാക്കി 40^{0}C വർധിക്കാനാവശ്യമായ സമയം കാണ്ടെത്തുക. ഒരേ അളവുള്ള ജലത്തിന്റെ താപനിലയ്ക്ക് ഇരട്ടി വർധനവുണ്ടാവാൻ ഇരട്ടിസമയം ആവശ്യമാണെന്ന് നിങ്ങൾക്ക് കാണാൻ കഴിയും.

രണ്ടാം പടിയായി, നിങ്ങൾ ആദ്യ അളവിന്റെ ഇരട്ടി ജലം എടുത്ത് അതേ സംവിധാനം ഉപയോഗിച്ച് ചൂടാക്കുക. താപനില 20^{0}C വർധിക്കാൻ ആവശ്യമായ സമയം ആദ്യപടിയിലുള്ളതിനേക്കാൾ ഇരട്ടിയാണെന്ന് നിങ്ങൾക്കു കാണാൻ കഴിയും.

മൂന്നാമത്തെ പ്രാവശ്യം, ജലത്തിനുപകരം അതേ അളവിലുള്ള ഏതെങ്കിലും എണ്ണ എടുത്ത് ചൂടാക്കി അതിന്റെ താപനില 20^{0}C ഉയരാൻ ആവശ്യമായ സമയം സ്റ്റോപ്പ് വാച്ച് ഉപയോഗിച്ച് രേഖപ്പെടുത്തുക. ഈ സമയം അതേ അളവ് ജലത്തിന് അതേ താപനില വർധനവ് ഉണ്ടാകാനാവശ്യമായ സമയത്തേക്കാൾ കുറവാണെന്നു നിങ്ങൾക്ക് കാണാൻ കഴിയും.

തന്നിരിക്കുന്ന ഒരു വസ്തുവിനെ ചൂടാക്കാൻ ആവശ്യമായ താപത്തിന്റെ അളവ് അതിന്റെ മാസ് m നേയും താപനിലാ വ്യതിയാനം ΔT യേയും വസ്തുവിന്റെ സ്വഭാവത്തേയും ആശ്രയിക്കുന്നുവെന്ന് മേൽപ്പറഞ്ഞ നിരീക്ഷണങ്ങൾ കാണിക്കുന്നു. തന്നിരിക്കുന്ന അളവ് താപം ആഗിരണം ചെയ്യുകയോ പുറത്തുവിടുകയോ ചെയ്യുമ്പോൾ ഒരു വസ്തുവിനുണ്ടാകുന്ന താപനിലയിലെ വ്യതിയാനം വസ്തുവിന്റെ താപധാരിത (heat capacity) എന്ന അളവിനെ പ്രതിനിധാനം ചെയ്യുന്നു. ഒരു വസ്തുവിന്റെ താപധാരിത S നെ നമുക്കിങ്ങനെ നിർവചിക്കാം.

$$S = \frac{\Delta Q}{\Delta T} \qquad (11.10)$$

ഇവിടെ ΔQ എന്നത് വസ്തുവിന്റെ താപനില T യിൽനിന്ന് $T+\Delta T$ യിലേക്ക് മാറാൻ ആവശ്യമായ താപത്തിന്റെ അളവാകുന്നു.

ഒരേ മാസുള്ള വ്യത്യസ്ത വസ്തുക്കൾക്ക് ഒരേ അളവ് താപം നൽകിയാൽ, തൽഫലമായി ഉണ്ടാകുന്ന താപനിലാവ്യതിയാനങ്ങൾ ഒരേ പോലെയല്ലായെന്നത് നിങ്ങൾ നിരീക്ഷിച്ചിട്ടുണ്ടാവാം. യൂണിറ്റ് മാസുള്ള വസ്തുവിന്റെ താപനില ഒരു യൂണിറ്റ് മാറ്റം വരുത്താൻ ആഗിരണം ചെയ്യുന്ന അല്ലെങ്കിൽ പുറത്തേക്കു വിടുന്ന താപത്തിന്റെ അളവ് ഓരോ വസ്തുവിനും വ്യത്യസ്തമാണെന്നാണ് ഇത് അർഥമാക്കുന്നത്. ഈ അളവിനെ വസ്തുവിന്റെ വിശിഷ്ടതാപധാരിത (specific heat capacity) എന്ന് പറയുന്നു.

m മാസുള്ള ഒരു പദാർഥം ΔT താപനിലാ മാറ്റം ഉണ്ടാകുന്നതിനുവേണ്ടി ΔQ താപോർജം ആഗിരണം ചെയ്യുകയോ ഉൽസർജിക്കുകയോ ചെയ്യുന്നുവെങ്കിൽ പദാർഥത്തിന്റെ വിശിഷ്ടതാപധാരിത

$$s = \frac{S}{m} = \frac{1}{m}\frac{\Delta Q}{\Delta T} \quad \text{ആണ്.} \qquad (11.11)$$

ഒരു പദാർഥം നിശ്ചിത അളവ് ഊർജം ആഗിരണം ചെയ്യുകയോ ഉൽസർജിക്കുകയോ ചെയ്യുമ്പോൾ വസ്തുവിനുണ്ടാകുന്ന താപനിലയിലെ വ്യത്യാസത്തെ (അവസ്ഥാമാറ്റം ഇല്ലാതെ) നിർണയിക്കുന്ന പദാർഥത്തിന്റെ സ്വഭാവസവിശേഷത താപധരിത ആകുന്നു. ഒരു പദാർഥത്തിന്റെ യൂണിറ്റ് മാസ് അതിന്റെ താപനില ഒരു യൂണിറ്റ് മാറ്റം വരുത്താൻ ആഗിരണം ചെയ്യുകയോ പുറത്തേക്കുവിടുകയോ ചെയ്യുന്ന താപത്തിന്റെ അളവിനെ വിശിഷ്ടതാപധാരിത എന്നുപറയുന്നു. ഇത് പദാർഥത്തിന്റെ സ്വഭാവത്തേയും അതിന്റെ താപനിലയേയും ആശ്രയിക്കുന്നു. വിശിഷ്ടതാപധാരിതയുടെ SI യൂണിറ്റ് $J\ kg^{-1}\ K^{-1}$ ആകുന്നു.

മാസിനുപകരം പദാർഥത്തിന്റെ അളവ് മോളുകളുടെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ തന്നിരുന്നാൽ പദാർഥത്തിന്റെ താപധാരിത നമുക്കു താഴെക്കാണുംവിധം നിർവചിക്കാം.

$$C = \frac{S}{\mu} = \frac{1}{\mu}\frac{\Delta Q}{\Delta T} \qquad (11.12)$$

ഇവിടെ C മോളാർ വിശിഷ്ടതാപധാരിത (molar specific heat capacity) എന്നറിയപ്പെടുന്നു. S നെപ്പോലെ C യും പദാർഥത്തിന്റെ സ്വഭാവത്തേയും താപനിലയേയും ആശ്രയിക്കുന്നു. മോളാർ വിശിഷ്ട താപധാരിതയുടെ SI യൂണിറ്റ് $J\ mol^{-1}\ K^{-1}$ ആകുന്നു.

എന്നിരുന്നാലും വാതകങ്ങളുടെ വിശിഷ്ട താപധാരിതയുമായി ബന്ധപ്പെടുത്തി C യെ നിർവചിക്കാൻ മറ്റു നിബന്ധനകൾ കൂടി ആവശ്യമായി വരും. ഈ സാഹചര്യത്തിൽ ഒന്നുകിൽ മർദം അല്ലെങ്കിൽ ഉള്ളളവ് സ്ഥിരമാക്കി വച്ചുകൊണ്ട് താപം കൈമാറ്റം ചെയ്യപ്പെടാം. മർദം സ്ഥിരമായിരിക്കുമ്പോൾ ഉള്ള മോളാർ വിശിഷ്ട താപധാരിതയെ സ്ഥിരമർദ മോളാർവിശിഷ്ടതാപധാരിത C_p എന്നു സൂചിപ്പിക്കുന്നു. നേരെമറിച്ച്, താപകൈമാറ്റം നടക്കുമ്പോൾ വാതകത്തിന്റെ ഉള്ളളവ് സ്ഥിരമായിരിക്കുകയാണെങ്കിൽ, അപ്പോഴുള്ള മോളാർ വിശിഷ്ട താപധാരിതയെ സ്ഥിരവ്യാപ്ത മോളാർ വിശിഷ്ട താപധാരിത (molar specific heat capacity at constant volume) എന്നു വിളിക്കുകയും ഇതിനെ C_v എന്ന് സൂചിപ്പിക്കുകയും ചെയ്യുന്നു. കൂടുതൽ വിശദാംശങ്ങൾക്ക് അധ്യായം 12 കാണുക. പട്ടിക 11.3 ൽ ചില പദാർഥങ്ങളുടെ വിശിഷ്ട താപധാരിത സാധാരണ താപനിലയിലും അന്തരീക്ഷമർദത്തിലും അളന്നത് രേഖപ്പെടുത്തിയിരിക്കുന്നു. പട്ടിക 11.4 ൽ ചില വാതകങ്ങളുടെ മോളാർ വിശിഷ്ട താപധാരിത തന്നിരിക്കുന്നു. പട്ടിക 11.3 ൽ നിന്ന് ജലത്തിന് മറ്റു പദാർഥങ്ങളുമായി താരതമ്യം ചെയ്യുമ്പോൾ ഏറ്റവും കൂടുതൽ വിശിഷ്ടതാപധാരിതയുണ്ടെന്ന വസ്തുത നിങ്ങൾക്ക് ശ്രദ്ധിക്കാൻ കഴിയും. ഈ കാരണത്താൽ ജലത്തെ വാഹനങ്ങളുടെ റേഡിയേറ്ററുകളിൽ ശീതീകാരിയായും ചൂടുജലസഞ്ചികളിൽ (hot water bag) ഹീറ്ററായും ഉപയോഗിക്കുന്നു. ഉയർന്ന വിശിഷ്ട താപധാരിതയുള്ളതിനാൽ, വേനൽക്കാലത്ത് ജലം കരയെക്കാൾ വളരെ സാവധാനം ചൂടുപിടിക്കുകയും തൽഫലമായി കടലിൽനിന്നുള്ള കാറ്റിന് ഒരു ശീതളിമ അനുഭവപ്പെടുകയും ചെയ്യുന്നു. മരുപ്രദേശങ്ങളിൽ ഉപരിതലത്തിലെ മണ്ണ് പകൽസമയത്ത് വേഗത്തിൽ ചൂടുപിടിക്കുകയും രാത്രിയിൽ പെട്ടെന്ന് തണുക്കുകയും ചെയ്യുന്നതെന്തുകൊണ്ടാണെന്ന് ഇപ്പോൾ നിങ്ങൾക്കു പറയാൻ കഴിയുമല്ലോ.

പട്ടിക 11.3 ചില പദാർഥങ്ങളുടെ വിശിഷ്ട താപധാരിത

പദാർഥം	വിശിഷ്ട താപധാരിത ($J\,kg^{-1}K^{-1}$)	പദാർഥം	വിശിഷ്ട താപധാരിത ($J\,kg^{-1}K^{-1}$)
അലുമിനിയം	900.0	ഐസ്	2060
കാർബൺ	506.5	ഗ്ലാസ്	840
കോപ്പർ	386.4	ഇരുമ്പ്	450
ലെഡ്	127.7	മണ്ണെണ്ണ	2118
വെള്ളി	236.1	ഭക്ഷ്യഎണ്ണ	1965
ടങ്സ്റ്റൺ	134.4	മെർക്കുറി	140
ജലം	4186.0		

പട്ടിക 11.4 ചില വാതകങ്ങളുടെ മോളാർ വിശിഷ്ട താപധാരിതകൾ

വാതകം	C_p ($J\,mol^{-1}K^{-1}$)	C_v ($J\,mol^{-1}K^{-1}$)
He	20.8	12.5
H_2	28.8	20.4
N_2	29.1	20.8
O_2	29.4	21.1
CO_2	37.0	28.5

11.7 താപമിതി (Calorimetry)

താപമിതി എന്നതർഥമാക്കുന്നത് താപത്തെ അളക്കലെന്നാണ്. ഉയർന്ന താപനിലയിലുള്ള ഒരു വസ്തു താഴ്ന്ന താപനിലയിലുള്ള മറ്റൊരു വസ്തുവുമായി സമ്പർക്കത്തിൽ വന്നാൽ, ചുറ്റുപാടുകളിലേക്ക് താപം നഷ്ടപ്പെടുന്നില്ലെങ്കിൽ ചൂടു വസ്തുവിനുണ്ടാകുന്ന താപനഷ്ടവും തണുത്ത വസ്തുവിന്റെ താപലാഭവും തുല്യമാകുന്നു. താപം അളക്കൽ സാധ്യമാക്കുന്ന ഉപകരണത്തെ കലോറിമീറ്റർ എന്നുവിളിക്കുന്നു. ഇതിൽ കോപ്പർ അല്ലെങ്കിൽ അലുമിനിയം പോലുള്ള ഒരു പദാർഥം കൊണ്ട് നിർമിക്കപ്പെട്ട ഒരു ലോഹപാത്രവും, ഇളക്കുന്നതിനുള്ള ഒരു സംവിധാനവും ഉൾക്കൊള്ളുന്നു. താപത്തെ കടത്തിവിടാത്ത പദാർഥങ്ങൾ ഉൾക്കൊള്ളുന്ന തടിപാത്രത്തിനുള്ളിലാണ് കലോറിമീറ്റർ സൂക്ഷിച്ചിരിക്കുന്നത്. പുറമേയുള്ള ആവരണം താപകവചമായി പ്രവർത്തിച്ച് അകത്തുള്ള പാത്രത്തിൽനിന്നുള്ള താപനഷ്ടത്തെ കുറയ്ക്കുന്നു. പുറമേയുള്ള ആവരണത്തിലെ വിടവിലൂടെ ഒരു മെർക്കുറി തെർമോമീറ്റർ കലോറിമീറ്ററിനുള്ളിലേക്ക് കടത്തിവച്ചിരിക്കുന്നു. താപനഷ്ടവും താപലാഭവും തുല്യമാണെന്ന തത്വം ഉപയോഗിച്ച് ഒരു ഖരവസ്തുവിന്റെ വിശിഷ്ട താപധാരിത കണ്ടുപിടിക്കുന്ന രീതി ഉദാഹരണം 11.3ൽ വിവരിച്ചിരിക്കുന്നു.

ഉദാഹരണം 11.3 0.047 kg മാസുള്ള ഒരു അലുമിനിയം ഗോളം, 100°C താപനിലയിലെത്തുന്നതുവരെ തിളച്ച ജലം ഉൾക്കൊള്ളുന്ന ഒരു പാത്രത്തിൽ കുറച്ചുസമയം വച്ചിരിക്കുന്നു. പെട്ടെന്നു തന്നെ ഇതിനെ 20 °C ൽ ഉള്ള 0.25 kg ജലം ഉൾക്കൊള്ളുന്ന 0.14 kg മാസുമുള്ള ഒരു കോപ്പർ കലോറി മീറ്ററിലേക്ക് മാറ്റുന്നു. ജലത്തിന്റെ താപനില ഉയർന്ന് 23°C ൽ സ്ഥിരമായി നിൽക്കുന്നു. അലുമിനിയത്തിന്റെ വിശിഷ്ടതാപധാരിത കാണുക.

ഉത്തരം ഈ ഉദാഹരണത്തിന്റെ ഉത്തരം കണ്ടെത്താൻ സ്ഥിരാവസ്ഥയിൽ അലുമിനിയം ഗോളം നൽകുന്ന താപവും ജലവും കലോറിമീറ്ററും ആഗിരണം ചെയ്യുന്ന താപവും തുല്യമായിരിക്കുമെന്ന വസ്തുത നമുക്ക് ഉപയോഗിക്കാം.

അലൂമിനിയം ഗോളത്തിന്റെ മാസ്(m_1)=0.047 kg

അലൂമിനിയം ഗോളത്തിന്റെ ആദ്യ താപനില =100°C

അവസാന താപനില = 23°C

താപനില വ്യത്യാസം(ΔT)=100°C-23°C=77°C

അലൂമിനിയത്തിന്റെ വിശിഷ്ട താപധാരിത s_{Al} എന്നിരിക്കട്ടെ.

അലൂമിനിയം ഗോളത്തിനുണ്ടാകുന്ന താപനഷ്ടം $= m_1 s_{Al} \Delta T = 0.047\,kg \times s_{Al} \times 77\,°C$

ജലത്തിന്റെ മാസ് (m_2) = 0.25 kg

കലോറിമീറ്ററിന്റെ മാസ് (m_3)=0.14kg

ജലത്തിന്റെയും കലോറിമീറ്ററിന്റെയും ആദ്യതാപനില = 20 °C

മിശ്രിതത്തിന്റെ അവസാന താപനില =23°C

ജലത്തിന്റെ താപനിലയിലുള്ള വ്യതിയാനം, (ΔT_2)=23°C–20°C=3°C

ജലത്തിന്റെ വിശിഷ്ട താപധാരിത(s_w) $=4.18 \times 10^3 J kg^{-1} K^{-1}$

കോപ്പറിന്റെ വിശിഷ്ട താപധാരിത $= 0.386 \times 10^3\,J\,kg^{-1}\,K^{-1}$

കലോറിമീറ്ററിനും ജലത്തിനുമുണ്ടായ താപലാഭത്തിന്റെ അളവ് $= m_2 s_w \Delta T_2 + m_3 s_{cu} \Delta T_2$

$= (m_2 s_w + m_3 s_{cu}) (\Delta T_2)$

$= 0.25\ kg \times 4.18\times10^3\ J\ kg^{-1}\ K^{-1} + 0.14\ kg \times 0.386 \times 10^3\ J\ kg^{-1}\ K^{-1})\ (23°C - 20°C)$

സ്ഥിരാവസ്ഥയിൽ അലൂമിനിയത്തിനുണ്ടാകുന്ന താപനഷ്ടം = ജലത്തിനുണ്ടാകുന്ന താപലാഭം + കലോറിമീറ്ററിനുണ്ടാകുന്ന താപലാഭം

അതുകൊണ്ട്, $0.047 \text{ kg} \times s_{Al} \times 77^{\circ}\text{C}$

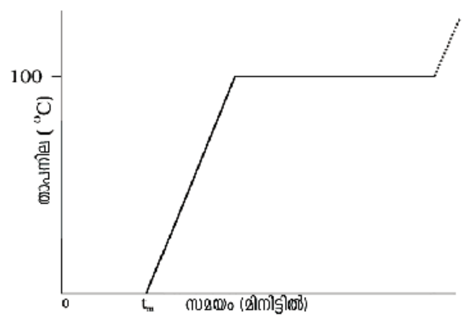
$= (0.25 \text{ kg} \times 4.18 \times 10^3 \text{ J kg}^{-1} \text{K}^{-1} + 0.14 \text{ kg} \times 0.386 \times 10^3 \text{ J kg}^{-1} \text{K}^{-1})(3\ ^{\circ}\text{C})$

$s_{Al} = 0.911 \text{ kJ kg}^{-1} \text{K}^{-1}$

11.8 അവസ്ഥാമാറ്റം (Change of State)

ദ്രവ്യം സാധാരണയായി മൂന്ന് അവസ്ഥകളിൽ നിലനിൽക്കുന്നു. ഖരം, ദ്രാവകം, വാതകം. ഈ അവസ്ഥകളിൽ ഏതെങ്കിലും ഒന്നിൽനിന്നും മറ്റൊന്നിലേക്കുള്ള പരിവർത്തനത്തെ അവസ്ഥാമാറ്റം (Change of state) എന്നുപറയുന്നു. ഖരത്തിൽനിന്നും ദ്രാവകത്തിലേക്കും ദ്രാവകത്തിൽനിന്നും വാതകത്തിലേക്കും (തിരിച്ചും) ആണ് സാധാരണയുള്ള രണ്ട് അവസ്ഥാമാറ്റങ്ങൾ. ഈ മാറ്റങ്ങൾ സംഭവിക്കണമെങ്കിൽ വസ്തുവും അതിന്റെ ചുറ്റുപാടുകളും തമ്മിൽ താപകൈമാറ്റം നടക്കുന്നു. ചൂടാക്കുമ്പോഴോ തണുപ്പിക്കുമ്പോഴോ ഉള്ള അവസ്ഥാമാറ്റങ്ങൾ പഠിക്കാൻ നമുക്ക് താഴെപ്പറയുന്ന പ്രവർത്തനം ചെയ്തുനോക്കാം.

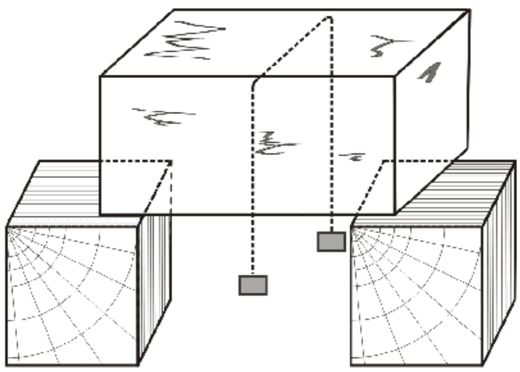
ഒരു ബീക്കറിൽ കുറച്ച് ഐസ് ക്യൂബുകൾ എടുക്കുക. ഐസിന്റെ താപനില (0°C) രേഖപ്പെടുത്തുക. ഒരു സ്ഥിര താപസ്രോതസ്സ് ഉപയോഗിച്ച് ഇതിനെ സാവധാനം ചൂടാക്കി തുടങ്ങുക. ഓരോ മിനിട്ട് കഴിയുമ്പോഴും താപനില രേഖപ്പെടുത്തുക. ഐസിന്റേയും ജലത്തിന്റേയും മിശ്രിതത്തെ തുടർച്ചയായി ഇളക്കുക. താപനിലയും സമയവും ഉപയോഗിച്ച് ഒരു ഗ്രാഫ് വരയ്ക്കുക (ചിത്രം 11.9). ബീക്കറിൽ ഐസ് ഉള്ളിടത്തോളം താപനില വ്യതിയാനം ഉണ്ടാകുന്നില്ലായെന്ന് നിങ്ങൾക്ക് നിരീക്ഷിക്കാൻ കഴിയും. മുകളിൽപ്പറഞ്ഞിരിക്കുന്ന പ്രവർത്തനത്തിൽ, തുടർച്ചയായി താപം നൽകിയാലും വ്യവസ്ഥയുടെ (system) താപനില മാറുന്നില്ല. നൽകുന്ന താപം ഖരത്തിൽ (ഐസ്) നിന്നും ദ്രാവകത്തിലേക്കുള്ള (ജലം) അവസ്ഥാമാറ്റത്തിന് ഉപയോഗിക്കപ്പെടുന്നു.



ചിത്രം 11.9 ഐസിനെ ചൂടാക്കുമ്പോഴുള്ള അവസ്ഥാമാറ്റം കാണിക്കുന്ന താപനിലയും സമയവും ബന്ധിപ്പിക്കുന്ന ഗ്രാഫ്

ഖരം, ദ്രാവകമായി മാറുന്ന അവസ്ഥാമാറ്റത്തെ ദ്രവീകരണം (melting) എന്നും ദ്രാവകം ഖരമായി മാറുന്നതിനെ ഫ്യൂഷൻ (fusion) എന്നും വിളിക്കുന്നു. ഖരവസ്തു മുഴുവൻ ഉരുകുന്നതുവരെ താപനില സ്ഥിരമായി നിലനിൽക്കുന്നുവെന്ന് നിരീക്ഷിക്കാം. അതായത്, ഒരു പദാർഥം ഖരത്തിൽനിന്നും ദ്രാവകത്തിലേക്ക് അവസ്ഥ മാറുമ്പോൾ ഖര-ദ്രാവക അവസ്ഥകൾ ഒരുമിച്ച് താപസന്തുലനത്തിൽ നിലനിൽക്കുന്നു. ഖര-ദ്രാവക അവസ്ഥകൾ പരസ്പരം താപസന്തുലനത്തിൽ നിൽക്കുന്ന താപനിലയെ ദ്രവണാങ്കം (melting point) എന്നുവിളിക്കുന്നു. ഇത് ഒരു വസ്തുവിന്റെ സവിശേഷതയാണ്. ഒരു സ്റ്റാൻഡേർഡ് അന്തരീക്ഷമർദത്തിൽ ഒരു പദാർഥത്തിന്റെ ദ്രവണാങ്കത്തെ സാധാരണ ദ്രവണാങ്കം (normal melting point) എന്നുപറയുന്നു. ഐസിന്റെ ദ്രവീകരണ പ്രവർത്തനം മനസ്സിലാക്കാൻ നമുക്ക് താഴെപ്പറയുന്ന പ്രവർത്തനം ചെയ്യാം.

ഒരു ഐസ്കട്ട എടുക്കുക. ഒരു ലോഹകമ്പി എടുത്ത് അതിന്റെ രണ്ടഗ്രങ്ങളിലും 5 kg വീതമുള്ള രണ്ട് കട്ടകൾ ഉറപ്പിക്കുക. ചിത്രം 11.10 ൽ കാണുന്നതുപോലെ കമ്പിയെ ഐസ്കട്ടയുടെ മുകളിലൂടെ വയ്ക്കുക. കമ്പി ഐസ്കട്ടയ്ക്കുള്ളിലൂടെ കടന്നുപോകുന്നത് നിങ്ങൾക്ക് നിരീക്ഷിക്കാൻ കഴിയുന്നു. കമ്പിയ്ക്കുതൊട്ടു താഴെയായി മർദം കൂടുതലുള്ളതിനാൽ അവിടെ ഐസ് താഴ്ന്ന താപനിലയിൽ ഉരുകുന്നതുകൊണ്ടാണിത് സംഭവിക്കുന്നത്. കമ്പി കടന്നുകഴിയുമ്പോൾ കമ്പിക്കു മുകളിലുള്ള ജലം വീണ്ടും തണുത്തുറയുന്നു. കമ്പി ഐസിലൂടെ കടന്നുപോകുന്നതിന്റെ കാരണം ഇതാണ്. ഇവിടെ ഐസ്കട്ട മുറിഞ്ഞു മാറുന്നതുമില്ല. വീണ്ടും തണുത്തുറയുന്ന (refreezing) ഈ പ്രതിഭാസത്തെ പുനർഹിമായനം (regel-ation) എന്നു പറയുന്നു. മഞ്ഞിലൂടെയുള്ള സ്കേറ്റിംഗ് (skating) സാധ്യമാകുന്നത് സ്കേറ്റ്സി (scates) നടിയിൽ ജലം രൂപീകൃതമാകുന്നതുകൊണ്ടാണ്. മർദം കൂടുന്നതിന്റെ ഫലമായിട്ട് ജലം രൂപീകൃതമാകുകയും ഇത് ഒരു സ്നേഹകം (lubricant) ആയി പ്രവർത്തിക്കുകയും ചെയ്യുന്നു.



ചിത്രം 11.10

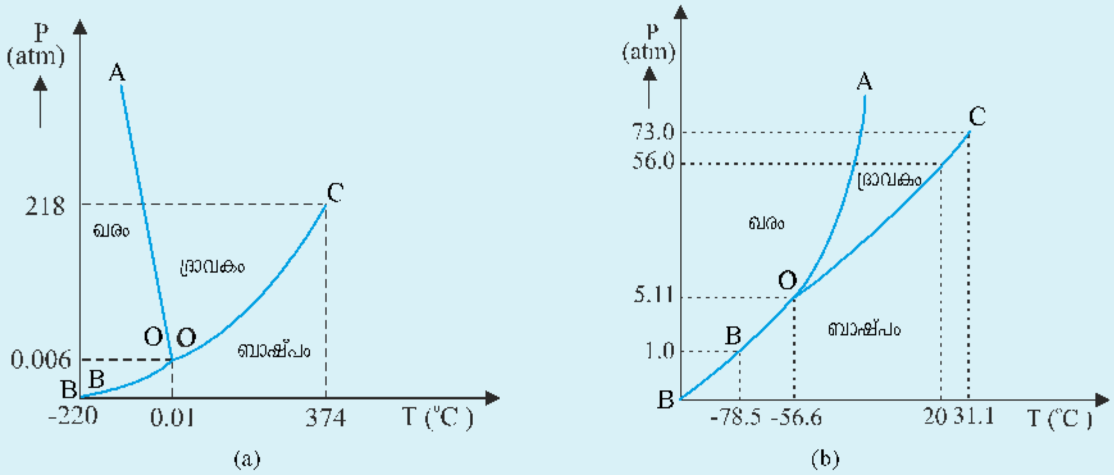
ഐസ് മുഴുവനും ജലമായി മാറിയതിനുശേഷം വീണ്ടും ചൂടാക്കൽ തുടരുക, $100^{0}C$ എത്തുന്നതുവരെ താപനില ഉയർന്നുകൊണ്ടിരിക്കും. താപനില വീണ്ടും $100^{0}C$ ൽ സ്ഥിരമായി നിലനിൽക്കും. ഇപ്പോൾ നൽകപ്പെടുന്ന താപം ജലത്തിന് ദ്രാവകാവസ്ഥയിൽ നിന്ന് വാതകാവസ്ഥയിലേക്ക് മാറുന്നതിനായി ഉപയോഗിക്കുന്നു.

ദ്രാവകത്തിൽനിന്നും വാതകത്തിലേക്കുള്ള അവസ്ഥാമാറ്റത്തെ ബാഷ്പീകരണം (vapourisation) എന്നുപറയുന്നു. മുഴുവൻ ദ്രാവകവും നീരാവിയായി മാറ്റപ്പെടുന്നതുവരെ താപനില സ്ഥിരമായി നിലനിൽക്കുന്നു. ദ്രാവകത്തിൽനിന്നും വാതകത്തിലേക്കുള്ള അവസ്ഥാമാറ്റത്തിൽ അതായത് പദാർഥത്തിന്റെ ദ്രാവകവാതക അവസ്ഥകൾ രണ്ടും താപസന്തുലനത്തിൽ നിലനിൽക്കുന്നു. പദാർഥത്തിന്റെ ദ്രാവക-വാതക അവസ്ഥകൾ ഒരുമിച്ചു നിലനിൽക്കുന്ന താപനിലയെ തിളനില (boiling point) എന്നു പറയുന്നു. ജലത്തിന്റെ തിളയ്ക്കൽ എന്ന പ്രവർത്തനം മനസ്സിലാക്കുവാൻ താഴെപ്പറയുന്ന പ്രവർത്തനം ചെയ്തുനോക്കാം.

ചുവടുരുണ്ട ഒരു ഫ്ളാസ്കിൽ പകുതിയിലധികം ജലം എടുക്കുക. ഇതിനെ ഒരു കോർക്കുപയോഗിച്ച് അടയ്ക്കുക (ചിത്രം 11.11) ൽ കാണുന്നതുപോലെ ഒരു തെർമോമീറ്ററും നീരാവി കടന്നുപോകുന്നതിനുള്ള ഒരു ട്യൂബും ഇതിന്റെ കോർക്കിലൂടെ കടത്തിവയ്ക്കുക. ഫ്ളാസ്കിലെ ജലം ചൂടാകുന്നതിനനുസരിച്ച് ജലത്തിൽ ലയിച്ചിരിക്കുന്ന വായു ചെറിയ കുമിളകളായി പുറത്തുവരുന്നത് ആദ്യം കാണാം. പിന്നീട് നീരാവിയുടെ കുമിളകൾ അടിയിൽ രൂപം കൊള്ളുകയും അവ ഉയർന്ന് മുകളിലുള്ള തണുത്ത ജലത്തിനടുത്ത് എത്തുകയും അവ അപ്രത്യക്ഷമാകുകയും ചെയ്യുന്നു. ഒടുവിൽ മുഴുവൻ ജലത്തിന്റേയും താപനില $100°C$ ൽ എത്തിച്ചേരുകയും ഉപരിതലത്തിൽ നീരാവിയുടെ കുമിളകൾ എത്തു

ട്രിപ്പിൾ പോയിന്റ് (Triple Point)

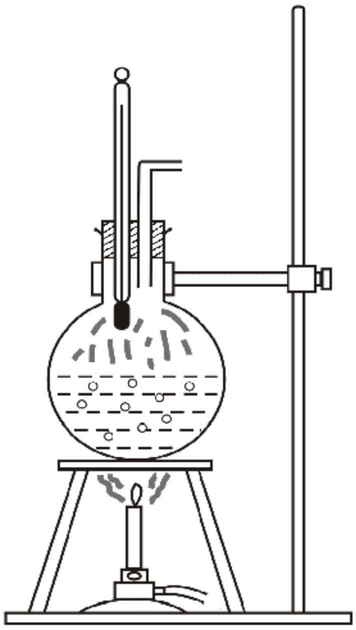
അവസ്ഥാമാറ്റം നടക്കുമ്പോൾ ഒരു പദാർഥത്തിന്റെ താപനില T യും മർദം P യും തമ്മിലുള്ള ഗ്രാഫിനെ ഫേസ് ഡയഗ്രം അല്ലെങ്കിൽ $P – T$ ഡയഗ്രം എന്നുപറയുന്നു. ജലത്തിന്റെയും CO_2 ന്റെയും ഫേസ് ഡയഗ്രങ്ങൾ താഴെ കാണിച്ചിരിക്കുന്നു. അങ്ങനെയുള്ള ഒരു ഫേസ് ഡയഗ്രം $P – T$ തലത്തെ ഖരഭാഗം, ദ്രാവകഭാഗം, വാതകഭാഗം എന്നിങ്ങനെ ഭാഗിക്കുന്നു. ഈ ഭാഗങ്ങളെ വേർതിരിക്കുന്ന ഗ്രാഫുകളാണ് ദ്രവീകരണഗ്രാഫ് (**fusion curve**, AO), ബാഷ്പീകരണഗ്രാഫ് (vapourisation curve CO) സബ്ലിമേഷൻ ഗ്രാഫ് (sublimation curve) ഉൽപതന ഗ്രാഫിലെ ബിന്ദുക്കൾ ഒരേ സമയം ഖരദ്രാവകഫേസുകൾ ആർജിക്കുവാൻ കഴിയുന്ന അവസ്ഥയെ കാണിക്കുന്നു. ബാഷ്പീകരണഗ്രാഫ് CO യിലെ ബിന്ദുക്കൾ ദ്രാവക-വാതകഫേസുകൾ ഒരുമിച്ചു നിലനിൽക്കുന്ന അവസ്ഥകളാണ്. ദ്രവീകരണഗ്രാഫ്, ബാഷ്പീകരണ ഗ്രാഫ്, സബ്ലിമേഷൻ ഗ്രാഫ് ഇവ കൂട്ടിമുട്ടുന്ന ബിന്ദുവിൽ മൂന്ന് ഫേസുകളും ഒരുമിച്ചു നിലനിൽക്കുന്നു. ഈ ഭാഗത്തെ താപനില, മർദം എന്നിവയെ പദാർഥത്തിന്റെ ട്രിപ്പിൾ പോയിന്റെന്നുപറയുന്നു. ഉദാഹരണത്തിന്, ജലത്തിന്റെ ട്രിപ്പിൾ പോയിന്റ് 273.16 K താപനിലയിലും 6.11×10^{3} Pa മർദത്തിലുമാണ്.



മർദ-താപനിലഫേസ് ഡയഗ്രങ്ങൾ (a) ജലം (b) CO_2

B

കയും ജലം തിളയ്ക്കാൻ തുടങ്ങുകയും ചെയ്യുന്നു. ഫ്ളാസ്ക്കിനുള്ളിലെ നീരാവി കാണാൻ കഴിയുന്നില്ല എന്നാൽ ഫ്ളാസ്ക്കിൽനിന്നും പുറത്തേക്കു വരുമ്പോൾ ഇത് ചെറിയ ജലത്തുള്ളികളായി ഘനീഭവിക്കുകയും മഞ്ഞിന്റെ പ്രതീതി ഉണ്ടാക്കുകയും ചെയ്യുന്നു.



ചിത്രം 11.11 തിളയ്ക്കൽ പ്രതിഭാസം

ഫ്ളാസ്ക്കിനുള്ളിലെ മർദം കൂട്ടുന്നതിനായി നീരാവി പുറത്തേക്കു വരുന്ന ട്യൂബ് കുറച്ചു സെക്കന്റ് സമയത്തേക്ക് അടയ്ക്കുകയാണെങ്കിൽ, തിളയ്ക്കൽ നിൽക്കുന്നത് നിങ്ങൾക്കു കാണാൻ കഴിയും. വീണ്ടും തിളയ്ക്കൽ ആരംഭിക്കുന്നതിനുമുമ്പ് താപനില ഉയർത്തുന്നതിനായി (മർദവർധനവിനനുസരിച്ച്) കൂടുതൽ താപം ആവശ്യമായിവരും. അതുകൊണ്ട് മർദം കൂടുന്നതിനനുസരിച്ച് തിളനില വർധിക്കുന്നു.

ഇനി ബർണർ നീക്കം ചെയ്യാം. ജലത്തെ 80 °C വരെ തണുക്കാൻ അനുവദിക്കുക. തെർമോമീറ്ററും നീരാവി പുറത്തേക്കുവരുന്നതിനുള്ള ട്യൂബും നീക്കം ചെയ്യുക. ഫ്ളാസ്ക്കിനെ വായു കടത്തിവിടാത്ത ഒരു കോർക്ക് കൊണ്ട് അടയ്ക്കുക. ഫ്ളാസ്ക്കിനെ സ്റ്റാൻഡിൽ തലകീഴായി വയ്ക്കുക. ഐസ് പോലെ തണുത്തജലം ഫ്ളാസ്ക്കിലേക്ക് ഒഴിക്കുക. ഫ്ളാസ്കിനുള്ളിലെ ആവി ജലമായി മാറുന്നതിനാൽ ഫ്ളാസ്ക്കിനുള്ളിലെ ജലപ്രതലത്തിന്റെ മർദം കുറയുന്നു. ജലം വീണ്ടും ഒരു താഴ്ന്ന താപനിലയിൽ തിളയ്ക്കാൻ തുടങ്ങുന്നു. മർദം കുറയുമ്പോൾ തിളനിലയും കുറയുന്നുവെന്നാണ് ഇത് കാണിക്കുന്നത്.

എന്തുകൊണ്ടാണ് പർവത പ്രദേശങ്ങളിൽ പാചകം ചെയ്യുന്നത് പ്രയാസമാകുന്നതെന്ന് ഇത് വിശദീകരിക്കുന്നു. വലിയ ഉയരങ്ങളിൽ, അന്തരീക്ഷമർദം കുറയുന്നതിന്റെ ഫലമായി ജലത്തിന്റെ തിളനില സമുദ്രനിരപ്പിലുള്ളതിനേക്കാൾ കുറയുന്നു. നേരേമറിച്ച് പ്രഷർകുക്കറിനുള്ളിൽ മർദം കൂടുന്നതിന്റെ ഫലമായി തിളനിലയും കൂടുന്നു. അതുകൊണ്ട് പാചകം എളുപ്പമാകുന്നു. സാധാരണ അന്തരീക്ഷമർദത്തിലുള്ള ഒരു പദാർഥത്തിന്റെ തിളനിലയെ സാധാരണ തിളനില (normal boiling point) എന്നു പറയുന്നു.

എല്ലാ പദാർഥങ്ങളും ഖരം-ദ്രാവകം-വാതകം എന്നീ മൂന്ന് അവസ്ഥകളിലൂടെ കടന്നുപോകണമെന്നില്ല. ചില വസ്തുക്കൾ ചിലപ്പോൾ ഖരാവസ്ഥയിൽനിന്ന് നേരിട്ട് വാതകാവസ്ഥയിലേക്കും തിരിച്ചും കടന്നുപോകുന്നു. ദ്രാവകാവസ്ഥയിലേക്ക് കടക്കാതെ ഖരാവസ്ഥയിൽ നിന്ന് നേരിട്ട് വാതകാവസ്ഥയിലേക്ക് പോകുന്നതിനെ സബ്ലിമേഷൻ (sublimation) എന്നും ഇത്തരം വസ്തുക്കളെ ഉൽപതനം (sublimation) സംഭവിക്കുന്നവ എന്നും പറയുന്നു. ഡ്രൈ ഐസ് (ഖരാവസ്ഥയിലുള്ള CO_2), അയോഡിൻ ഇവ ഉൽപതനം സംഭവിക്കുന്നവയാണ്. ഉൽപതനസമയത്ത് ഒരു പദാർഥത്തിന്റെ ഖരാവസ്ഥയും വാതകാവസ്ഥയും താപസന്തുലനത്തിൽ നിലനിൽക്കുന്നു.

11.8.1 ലീനതാപം (Latent Heat)

ഒരു പദാർഥത്തിന് അവസ്ഥാമാറ്റം സംഭവിക്കുമ്പോൾ പദാർഥവും ചുറ്റുപാടുകളും തമ്മിൽ ഊർജം കൈമാറ്റം ചെയ്യപ്പെടുമെന്ന് നിങ്ങൾ ഭാഗം 11.8 ൽ പഠിച്ചു. അവസ്ഥാമാറ്റം നടക്കാൻ യൂണിറ്റ് മാസുള്ള പദാർഥത്തിന് ആവശ്യമായ താപത്തെ ലീനതാപം എന്നുവിളിക്കുന്നു. ഉദാഹരണത്തിന്, $-10^{\circ}C$ ലുള്ള നിശ്ചിത അളവുള്ള ഐസിലേക്ക് താപം കടത്തിവിട്ടാൽ അതിന്റെ താപനില ദ്രവണാങ്കത്തി ($0^{\circ}C$) ൽ എത്തുന്നതുവരെ വർധിച്ചുകൊണ്ടിരിക്കുന്നു. ഈ താപനിലയിൽ വീണ്ടും താപം നൽകിയാലും താപനില വർധിക്കാതെ ഐസ് ഉരുകുന്നു അല്ലെങ്കിൽ അവസ്ഥ മാറുന്നു. ഐസ് മുഴുവനും ഉരുകിക്കഴിയുമ്പോൾ, വീണ്ടും കൂടുതൽ താപം ചേർക്കപ്പെട്ടാൽ അത് ജലത്തിന്റെ താപനില വർധനയ്ക്ക് കാരണമാകുന്നു. ഐസ് ഉരുകുമ്പോഴുണ്ടായതിനു സമാനമായ സാഹചര്യം ദ്രാവക-വാതക അവസ്ഥാമാറ്റം തിളനില (boiling point) യിൽ നടക്കുമ്പോഴും ഉണ്ടാകുന്നു. തിളച്ച ജലത്തിലേക്ക് കൂടുതൽ താപം ചേർത്താൽ താപനില വ്യതിയാനം സംഭവിക്കാതെ ബാഷ്പീകരണം ഉണ്ടാകുന്നു.

പട്ടിക 11.5 സാധാരണ അന്തരീക്ഷ മർദത്തിൽ വ്യത്യസ്ത പദാർഥങ്ങളുടെ അവസ്ഥാമാറ്റ താപനിലകളും ലീനതാപങ്ങളും

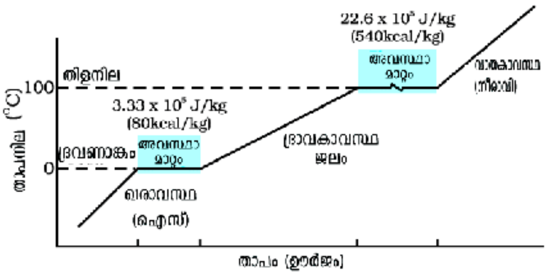
പദാർഥം	ദ്രവണാങ്കം (°C)	L_f (10^5 J kg^{-1})	തിളനില (°C)	L_v (10^5 J kg^{-1})
ഈഥൈൽ ആൽക്കഹോൾ	–114	1.0	78	8.5
സ്വർണം	1063	0.645	2660	15.8
ലെഡ്	328	0.25	1744	8.67
മെർക്കുറി	–39	0.12	357	2.7
നൈട്രജൻ	–210	0.26	–196	2.0
ഓക്സിജൻ	–219	0.14	–183	2.1
ജലം	0	3.33	100	22.6

അവസ്ഥാമാറ്റത്തിന് ആവശ്യമായ താപം, അവസ്ഥാമാറ്റത്തിനു വിധേയമാകുന്ന വസ്തുവിന്റെ മാസിനു ആനുപാതികമാണ്. m മാസമുള്ള ഒരു പദാർഥം ഒരു അവസ്ഥയിൽനിന്ന് മറ്റൊന്നിലേക്ക് മാറുമ്പോൾ ആവശ്യമായ താപത്തിന്റെ അളവ്

$$Q = m L$$

$$L = Q/m \qquad (11.13)$$

ഇവിടെ L എന്നത് ലീനതാപം എന്നറിയപ്പെടുന്നു. ഇത് പദാർഥത്തിന്റെ ഒരു സവിശേഷത ആണ്. ഇതിന്റെ SI യൂണിറ്റ് J kg^{-1} ആകുന്നു. L ന്റെ വില മർദത്തെ ആശ്രയിക്കുന്നു. സാധാരണയായി ഇതിന്റെ വില നൽകുന്നത് സ്റ്റാൻഡേർഡ് അന്തരീക്ഷ മർദത്തിലാണ്. ഖര-ദ്രാവക അവസ്ഥാമാറ്റത്തിനാവശ്യമായ ലീനതാപത്തെ ദ്രവീകരണ ലീനതാപം (latent heat of fusion) (L_f) എന്നും ദ്രാവക-വാതക അവസ്ഥാമാറ്റത്തിനാവശ്യമായ ലീനതാപത്തെ ബാഷ്പീകരണ ലീനതാപം (latent heat of vaporisation) (L_v) എന്നും പറയുന്നു. ഇവ മിക്കവാറും ദ്രവീകരണതാപം, ബാഷ്പീകരണതാപം എന്നിങ്ങനെ അറിയപ്പെടുന്നു. ഒരു നിശ്ചിത അളവ് ജലത്തിന്റെ താപനിലയും താപോർജവും തമ്മിലുള്ള ഗ്രാഫ് ചിത്രം 11.12 ൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നു. ചില പദാർഥങ്ങളുടെ ലീനതാപങ്ങൾ, അവയുടെ ദ്രവണാങ്കം, തിളനിലകൾ എന്നിവ പട്ടിക 11.5 ൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നു.



ചിത്രം 11.12 ഒരു അന്തരീക്ഷമർദ്ദത്തിൽ താപനിലയും താപവും തമ്മിലുള്ള ഗ്രാഫ്

അവസ്ഥാമാറ്റത്തിനുവേണ്ടി താപം കൈമാറ്റം നടക്കുന്നുണ്ടെങ്കിലും, താപനില സ്ഥിരമായി നിലനിൽക്കുന്നു. ചിത്രം 11.12 ൽ ഫേസ്‌രേഖകളുടെ ചരിവുകൾ എല്ലാം ഒരേ പോലെയല്ല. വ്യത്യസ്ത അവസ്ഥകളിലെ വിശിഷ്ട താപധാരിതകൾ തുല്യമല്ല എന്നാണിത് അർഥമാക്കുന്നത്. ജലത്തിന്റെ ദ്രവീകരണ ലീനതാപം, ബാഷ്പീകരണ ലീനതാപം എന്നിവ യഥാക്രമം $L_f = 3.33\times10^5$ J kg^{-1}, $L_v = 22.6\times10^5$ J kg^{-1} ആകുന്നു. അതായത് 1 kg ഐസ് 0°C ൽ ഉരുകുന്നതിന് 3.33×10^5 J താപവും 1 kg ജലം 100°C ൽ ആവിയാകുന്നതിന് 22.6×10^5 J താപവും ആവശ്യമാണ്. അതുകൊണ്ട് 100°C ഉള്ള നീരാവിയിൽ 100°C ൽ ഉള്ള വെള്ളത്തേക്കാൾ 22.6×10^5 J kg^{-1} കൂടുതൽ താപോർജമുണ്ടാകും.

ഉദാഹരണം 11.4 0°C ലുള്ള 0.15 kg ഐസും 50°C ലുള്ള 0.30 kg ജലവും ഒരു പാത്രത്തിൽ വച്ച് മിശ്രണം ചെയ്തപ്പോൾ പരിണിത താപനില 6.7°C ആകുന്നു. ഐസിന്റെ ദ്രവീകരണലീനതാപം കാണുക. ($s_{water} = 4186$ J kg^{-1} K^{-1})

ഉത്തരം

ജലത്തിനുണ്ടാകുന്ന താപനഷ്ടം $= m s_w (\theta_f - \theta_i)_w$

$= (0.30 \text{ kg})(4186 \text{ J kg}^{-1} \text{K}^{-1})(50.0°C - 6.7°C)$

$= 54376.14$ J

ഐസ് ഉരുകാനാവശ്യമായ താപം $= m_2 L_f = (0.15 \text{ kg}) L_f$

ഐസ് വെള്ളത്തിന്റെ താപനില 6.7°C ലെത്തിക്കാനാവശ്യമായ താപം $= m_1 s_w (\theta_f - \theta_i)_I$

$= (0.15 \text{ kg})(4186 \text{ J kg}^{-1} \text{K}^{-1})(6.7°C - 0°C)$

$= 4206.93$ J

താപനഷ്ടം = താപലാഭം

$54376.14 \text{ J} = (0.15 \text{ kg}) L_f + 4206.93 \text{ J}$

$L_f = 3.34\times10^5$ J kg^{-1}.

ഉദാഹരണം 11.5 –12°C ൽ കലോറിമീറ്ററിൽ സൂക്ഷിച്ചിരിക്കുന്ന 3 kg ഐസ് 100°C ലുള്ള ആവിയായി മാറുന്നതിനാവശ്യമായ താപം കണക്കാക്കുക. ഐസിന്റെ വിശിഷ്ട

താപധാരിത $= 2100\ \mathrm{J\ kg^{-1}K^{-1}}$, ജലത്തിന്റെ വിശിഷ്ട താപധാരിത $= 4186\ \mathrm{J\ kg^{-1}\ K^{-1}}$, ഐസിന്റെ ദ്രവീകരണ ലീനതാപം $= 3.35 \times 10^5\ \mathrm{J\ kg^{-1}}$ നീരാവിയുടെ ബാഷ്പീകരണലീനതാപം $= 2.256 \times 10^6\ \mathrm{J\ kg^{-1}}$, എന്നിങ്ങനെയാണ്.

ഉത്തരം

ഐസിന്റെ മാസ്, $m = 3\ \mathrm{kg}$

ഐസിന്റെ വിശിഷ്ട താപധാരിത, s_{ice}
$= 2100\ \mathrm{J\ kg^{-1}\ K^{-1}}$

ജലത്തിന്റെ വിശിഷ്ട താപധാരിത, s_{water}
$= 4186\ \mathrm{J\ kg^{-1}\ K^{-1}}$

ഐസിന്റെ ദ്രവീകരണലീനതാപം, L_{ice}
$= 3.35 \times 10^5\ \mathrm{J\ kg^{-1}}$

നീരാവിയുടെ ബാഷ്പീകരണ ലീനതാപം, L_{steam}
$= 2.256 \times 10^6\ \mathrm{J\ kg^{-1}}$

താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ഊർജ കൈമാറ്റങ്ങളെ പരിഗണിക്കാം.

Q = 3 kg ഐസ് $-12°C$ ൽ നിന്ന് $100°C$ ലുള്ള ആവിയാകുന്നതിന് ആവശ്യമായ താപം

Q_1 = $-12°C$ ലുള്ള ഐസിനെ $0°C$ ലുള്ള ഐസാക്കി മാറ്റാൻ ആവശ്യമായ താപം

$= m\, s_{ice}\, \Delta T_1 = (3\ \mathrm{kg})\ (2100\ \mathrm{J\ kg^{-1}\cdot K^{-1}})\ [0-(-12)]°\mathrm{C} = 75600\ \mathrm{J}$

Q_2 = $0°C$ ലുള്ള ഐസിനെ $0°C$ ലുള്ള ജലമാക്കി മാറ്റാൻ ആവശ്യമായ താപം

$= m\, L_{f\,ice} = (3\ \mathrm{kg})\ (3.35 \times 10^5\ \mathrm{J\ kg^{-1}})$

$= 1005000\ \mathrm{J}$

Q_3 = ജലത്തെ $0°C$ ൽ നിന്ന് $100°C$ ലേക്ക് മാറ്റാനാവശ്യമായ താപം

$= m s_w\, \Delta T_2 = (3\mathrm{kg})\ (4186\mathrm{J\ kg^{-1}\ K^{-1}})\ (100\ \mathrm{C})$

$= 1255800\ \mathrm{J}$

Q_4 = $100°C$ ലുള്ള ജലത്തെ $100°C$ ലുള്ള നീരാവിയാക്കി മാറ്റാൻ ആവശ്യമായ താപം

$m\, L_{steam} = (3\ \mathrm{kg})\ (2.256 \times 10^6\ \mathrm{J\ kg^{-1}})$

$= 6768000\ \mathrm{J}$

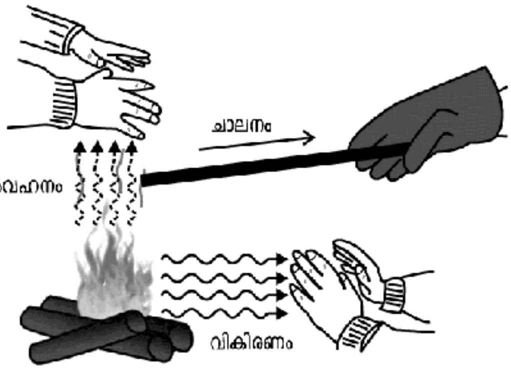
അതുകൊണ്ട്, $Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4$

$= 75600\mathrm{J} + 1005000\ \mathrm{J} + 1255800\ \mathrm{J} + 6768000\ \mathrm{J}$

$= 9.1 \times 10^6\ \mathrm{J}$ ◀

11.9 താപപ്രേഷണം (Heat transfer)

ഒരു വസ്തുവിൽനിന്നും മറ്റൊരു വസ്തുവിലേക്കോ, ഒരു വസ്തുവിന്റെ ഒരു ഭാഗത്തുനിന്നും മറ്റൊരു ഭാഗത്തേക്കോ താപപ്രേഷണം നടക്കുന്നത് താപനില വ്യത്യാസത്തിന്റെ ഫലമായിട്ടാണെന്നു നമ്മൾ കണ്ടുകഴിഞ്ഞു. ഏതെല്ലാം വ്യത്യസ്തങ്ങളായ മാർഗങ്ങളിലൂടെയാണ് താപപ്രേഷണം നടക്കുന്നത്? മൂന്ന്തരം താപപ്രേഷണ രീതികൾ ഉണ്ട്. ചാലനം (conduction), സംവഹനം (convection), വികിരണം (radiation) (ചിത്രം 11.13).



ചിത്രം 11.13 ചാലനം, സംവഹനം, വികിരണം ഇവയുടെ ഫലമായുള്ള ചൂടുപിടിക്കൽ

11.9.1 ചാലനം (Conduction)

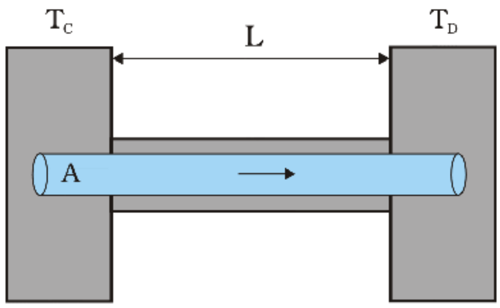
ഒരു വസ്തുവിന്റെ അടുത്തടുത്ത രണ്ട് ഭാഗങ്ങളുടെ താപനിലാ വ്യത്യാസത്തിന്റെ ഫലമായി താപം കൈമാറ്റം ചെയ്യപ്പെടുന്ന രീതിയെ ചാലനം എന്നുപറയുന്നു. ഒരു ലോഹദണ്ഡിന്റെ ഒരഗ്രം തീജ്വാലയിൽ വച്ചിരിക്കുന്നതായി സങ്കൽപ്പിക്കുക. മറ്റേ അഗ്രം പെട്ടെന്നുതന്നെ ചൂട് പിടിക്കുകയും നിങ്ങൾക്ക് കൈകൾകൊണ്ട് അതിനെ പിടിക്കാൻ കഴിയാതെ വരുകയും ചെയ്യുന്നു. ഇവിടെ ചാലനത്തിന്റെ ഫലമായി ദണ്ഡിന്റെ ചൂടുള്ള അഗ്രത്തിൽ നിന്നും വിവിധ ഭാഗങ്ങളിലൂടെ മറ്റേ അഗ്രത്തിലേക്ക് താപകൈമാറ്റം നടക്കുന്നു. വാതകങ്ങൾ താരതമ്യേന മോശം താപചാലകങ്ങൾ ആണ്. എന്നാൽ ദ്രാവകങ്ങളുടെ ചാലകത ഖരങ്ങൾക്കും വാതകങ്ങൾക്കും ഇടയിലായിട്ടാണ്.

പരിമാണപരമായി, തന്നിരിക്കുന്ന താപനിലാ വ്യത്യാസത്തിൽ ഒരു വസ്തുവിന്റെ താപചാലകതയെ താപപ്രസരണത്തിന്റെ സമയാധിഷ്ഠിത നിരക്കായി പ്രതിപാദിക്കാം. L നീളവും A സമഛേദതല പരപ്പളവുമുള്ള ഒരു ലോഹദണ്ഡിന്റെ രണ്ടഗ്രങ്ങളും വ്യത്യസ്ത താപനിലയിലാണെന്ന് സങ്കൽപ്പിക്കുക. ഇത് സാധ്യമാകണമെങ്കിൽ ചിത്രം 11.14 ൽ കാണുന്നതുപോലെ ദണ്ഡിന്റെ രണ്ടഗ്രങ്ങളും യഥാക്രമം T_C, T_D താപനിലകൾ ഉള്ള രണ്ട് താപ റിസർവോയറുകളിൽ വയ്ക്കുക. ഈ ദണ്ഡിന്റെ രണ്ടു വശങ്ങളും പൂർണമായും ഇൻസുലേഷൻ ചെയ്ത് വശങ്ങളും ചുറ്റുപാടുകളും തമ്മിൽ യാതൊരു താപകൈമാറ്റവും ഇല്ലാത്ത ഒരു ആദർശ അവസ്ഥ (ideal situation) നമുക്ക് സങ്കൽപ്പിക്കാം.

കുറച്ചു സമയത്തിനുശേഷം, താപനിലകളുടെ ഒരു സ്ഥിരാവസ്ഥയിൽ ദണ്ഡ് എത്തിച്ചേരുന്നു. ദണ്ഡിന്റെ താപനില T_C യിൽ നിന്നു T_D യിലേക്ക് അകലത്തിനനുസരിച്ച് ക്രമമായി കുറയുകയും അവ സ്ഥിരമൂല്യത്തിൽ നിൽക്കുകയും ചെയ്യുന്നു ($T_C > T_D$). C യിലുള്ള റിസർവോയർ സ്ഥിരമായ നിരക്കിൽ താപം പ്രേഷണം

ചെയ്യുകയും ഇത് ദണ്ഡിലൂടെ കടന്ന് അതേ നിരക്കിൽ D എന്ന സംഭരണിക്ക് ലഭിക്കുകയും ചെയ്യുന്നു. സ്ഥിരാവസ്ഥയിൽ, താപ ഒഴുക്കിന്റെ (അല്ലെങ്കിൽ താപപ്രവാഹം) നിരക്ക് H, താപനിലാ വ്യതിയാനം $(T_C - T_D)$ യ്ക്കും ഛേദതലപരപ്പളവ് A യ്ക്കും നേർ അനുപാതത്തിലും നീളം L ന് വിപരീതാനുപാതത്തിലുമായിരിക്കുമെന്ന് പരീക്ഷണങ്ങളിലൂടെ കണ്ടെത്തിയിട്ടുണ്ട്.

$$H = KA\,\frac{T_C - T_D}{L} \qquad (11.14)$$



ചിത്രം 11.14 ഒരു ദണ്ഡിലൂടെയുള്ള ചാലനത്തിന്റെ സ്ഥിരാവസ്ഥ. ദണ്ഡിന്റെ രണ്ടഗ്രങ്ങളും T_C, T_D എന്നീ താപനിലകളിൽ സ്ഥിരമായി വച്ചിരിക്കുന്നു. ($T_C > T_D$).

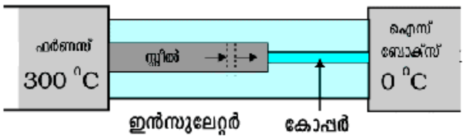
ആനുപാതിക സ്ഥിരാങ്കം K യെ പദാർഥത്തിന്റെ താപീയചാലകത (thermal conductivity) എന്നു പറയുന്നു. ഒരു പദാർഥത്തിന് K യുടെ വില കൂടുതലാണെങ്കിൽ അത് കൂടുതൽ നന്നായി താപത്തെ ചാലനം ചെയ്യും. K യുടെ യൂണിറ്റ് $J\ s^{-1}\ m^{-1}\ K^{-1}$ അല്ലെങ്കിൽ $W\ m^{-1}\ K^{-1}$ ആകുന്നു. വിവിധ വസ്തുക്കളുടെ താപചാലകതകൾ പട്ടിക 11.5 ൽ ലിസ്റ്റ് ചെയ്തിരിക്കുന്നു. ഈ വിലകൾ താപനിലയ്ക്കനുസരിച്ച് ചെറിയ തോതിൽ മാറുന്നു. എന്നാൽ ഒരു സാധാരണ താപനില അന്തരത്തിൽ (temperature difference) ഇത് സ്ഥിരമാണെന്ന് പരിഗണിക്കാം.

താരതമ്യേന വലിയ താപചാലകതകൾ ഉള്ള നല്ല താപചാലകങ്ങളായ ലോഹങ്ങളും താരതമ്യേന ചെറിയ താപചാലകതകൾ ഉള്ള തടി, ഗ്ലാസ്, കമ്പിളി തുടങ്ങിയവ നല്ല താപ – ഇൻസുലേറ്ററുകളുമാണ്. പാചകപ്പാത്രങ്ങളുടെ അടിവശം കോപ്പർ ആവരണം ഉള്ളത് നിങ്ങൾ ശ്രദ്ധിച്ചുകാണുമല്ലോ? താപത്തിന്റെ ഒരു നല്ല ചാലകം ആയതുകൊണ്ട് പാത്രത്തിന്റെ അടിവശത്തുനിന്നും താപത്തെ എല്ലായിടത്തും ഒരേപോലെ വിതരണം ചെയ്ത് സമമായ പാചകം നടത്താൻ കോപ്പർ സഹായിക്കുന്നു. നേരേമറിച്ച് വായു അറകൾ ഉൾക്കൊള്ളുന്നതിനാൽ പ്ലാസ്റ്റിക് ഫോം വസ്തുക്കൾ നല്ല ഇൻസുലേറ്ററുകളാകുന്നു. വാതകങ്ങൾ മോശം ചാലകങ്ങളാണെന്ന് ഓർമിക്കുക. പട്ടിക 11.6 ൽ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന വായുവിന്റെ താഴ്ന്ന താപചാലകത ശ്രദ്ധിക്കുക. താപആഗിരണവും പ്രേഷണവും നമുക്ക് പരിമിതങ്ങളായ അനേകം കാര്യങ്ങൾക്ക് അത്യാവശ്യമാണ്. കോൺക്രീറ്റ് മേൽക്കൂരയാൽ നിർമിക്കപ്പെട്ട കെട്ടിടങ്ങൾ വേനൽക്കാലത്ത് വളരെ ചൂടുള്ളതായി തോന്നുന്നതിനുകാരണം കോൺക്രീറ്റിന്റെ താപചാലകത ചെറുതല്ലാത്തതിനാലാണ് (ലോഹങ്ങളെക്കാൾ കുറവാണെങ്കിൽപ്പോലും) അതുകൊണ്ട് സാധാരണയായി സീലിംഗുകളിൽ മണ്ണുകൊണ്ടോ അല്ലെങ്കിൽ ഇൻസുലേഷൻ പദാർഥങ്ങൾ കൊണ്ടോ ഉള്ള ഒരു ആവരണം ഉണ്ടാക്കി താപപ്രേഷണം തടഞ്ഞ് മുറികളെ തണുപ്പുള്ളതാക്കി വയ്ക്കാറുണ്ട്. ചില സാഹചര്യങ്ങളിൽ താപപ്രേഷണം വളരെ ആവശ്യമായി വരുന്നു. ഉദാഹരണത്തിന് ന്യൂക്ലിയർഫിഷന്റെ ഫലമായി ഒരു ആണവനിലയത്തിന്റെ കോറിൽ ഉൽപ്പാദിപ്പിക്കപ്പെടുന്ന വലിയ അളവിലുള്ള ഊർജത്തെ വളരെ വേഗത്തിൽ പുറത്തേയ്ക്ക് കടത്തിവിട്ട് കോറുകൾ അമിതമായി ചൂടാകുന്നതിൽ നിന്നും തടയുന്നത് താപപ്രേഷണമാണ്.

പട്ടിക 11.6 ചില പദാർഥങ്ങളുടെ താപചാലകത

പദാർഥങ്ങൾ	താപചാലകത ($J\ s^{-1}\ m^{-1}\ K^{-1}$)
ലോഹങ്ങൾ	
സിൽവർ	406
കോപ്പർ	385
അലൂമിനിയം	205
ബ്രാസ്സ്	109
സ്റ്റീൽ	50.2
ലെഡ്	34.7
മെർക്കുറി	8.3
അലോഹങ്ങൾ	
ഇൻസുലേറ്റിംഗ് ചുടുകട്ട	0.15
കോൺക്രീറ്റ്	0.8
ശരീരത്തിലെ കൊഴുപ്പ്	0.20
കമ്പിളി	0.04
ഗ്ലാസ്സ്	0.8
ഐസ്	1.6
ഗ്ലാസ്സ് നാരുകൾ	0.04
തടി	0.12
ജലം	0.8
വാതകങ്ങൾ	
വായു	0.024
ആർഗൺ	0.016
ഹൈഡ്രജൻ	0.14

ഉദാഹരണം 11.6 ചിത്രം 11.15 ൽ കാണുന്ന സിസ്റ്റത്തിൽ സ്ഥിരാവസ്ഥയിൽ സ്റ്റീൽ-കോപ്പർ ജംഗ്ഷനിലെ താപനില എന്ത്? സ്റ്റീൽ ദണ്ഡിന്റെ നീളം = 15.0 cm, കോപ്പർ ദണ്ഡിന്റെ നീളം = 10.0 cm, ഫർണസിന്റെ താപനില = 300°C, മറ്റെ അറ്റത്തെ താപനില = 0°C. സ്റ്റീൽ ദണ്ഡിന്റെ ഛേദതല പരപ്പളവ് കോപ്പർ ദണ്ഡിന്റെ ഇരട്ടി ആകുന്നു. (സ്റ്റീലിന്റെ താപ ചാലകത = 50.2 J s⁻¹ m⁻¹K⁻¹; ഉം കോപ്പറിന്റെ താപ ചാലകത = 385 J s⁻¹m⁻¹K⁻¹).



ചിത്രം 11.15

ഉത്തരം: ദണ്ഡിനുചുറ്റുമുള്ള ഇൻസുലേറ്റിംഗ് പദാർഥങ്ങൾ ദണ്ഡിന്റെ വശങ്ങളിൽ നിന്നുള്ള താപനഷ്ടം കുറയ്ക്കുന്നു. അതുകൊണ്ട്, താപം ദണ്ഡിന്റെ നീളത്തിൽക്കൂടി മാത്രം ഒഴുകുന്നു. ദണ്ഡിന്റെ ഏതെങ്കിലും ഛേദതലം പരിഗണിക്കുക. സ്ഥിരാവസ്ഥയിൽ ഒരു എലിമെന്റിലേക്ക് ഒഴുകുന്ന താപവും അവിടെ നിന്നും പുറത്തു കടക്കുന്ന താപവും തുല്യമായിരിക്കും. അതുകൊണ്ട് സ്ഥിരാവസ്ഥയിൽ ദണ്ഡിന്റെ ഓരോ ഛേദതലത്തിനും കുറുകെയുള്ള താപഒഴുക്കിന്റെ നിരക്ക് സ്റ്റീൽ-കോപ്പർ ദണ്ഡിന്റെ നീളത്തിലെ ഓരോ ബിന്ദുവിലും തുല്യമായിരിക്കും. സ്ഥിരാവസ്ഥയിൽ സ്റ്റീൽ-കോപ്പർ ജംഗ്ഷനിലെ താപനില T ആണെന്നിരിക്കട്ടെ. അപ്പോൾ,

$$\frac{K_1 A_1 (300 - T)}{L_1} = \frac{K_2 A_2 (T - 0)}{L_2}$$

ഇവിടെ 1, 2 എന്നത് യഥാക്രമം സ്റ്റീലിന്റേയും കോപ്പറിന്റെയും ദണ്ഡുകളെ സൂചിപ്പിക്കുന്നു.

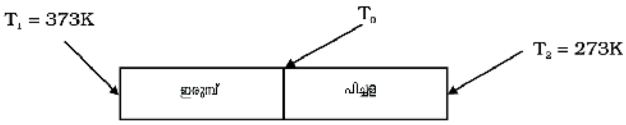
$A_1 = 2A_2$, $L_1 = 15.0\text{cm}$, $L_2 = 1.0\text{cm}$, $K_1 = 5.2\text{Js}^{-1}\text{m}^{-1}\text{K}^{-1}$, $K_2 = 385\text{Js}^{-1}\text{m}^{-1}\text{K}^{-1}$,

ie, $$\frac{50.2 \times 2\,(300 - T)}{15} = \frac{385\,T}{10}$$

$T = 44.4\,°\text{C}$

ഉദാഹരണം 11.7 ഒരു ഇരുമ്പ് ദണ്ഡും ($L_1 = 0.1$ m, $A_1 = 0.02$ m², $K_1 = 79$ W m⁻¹ K⁻¹) ബ്രാസ്സ് ദണ്ഡും ($L_2 = 0.1$ m, $A_2 = 0.02$ m², $K_2 = 109$ W m⁻¹K⁻¹) ചിത്രം 11.16 ൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നതുപോലെ ഒന്നിനു പിന്നാലെ ഒന്നായി സോൾഡർ ചെയ്തിരിക്കുന്നു. ഇരുമ്പ് ദണ്ഡിന്റേയും പിച്ചള ദണ്ഡിന്റേയും അഗ്രങ്ങൾ യഥാക്രമം 373 K, 273 K ആയി നിലനിർത്തിയിരിക്കുന്നു. (i) രണ്ടു ദണ്ഡുകളുടെയും ജംഗ്ഷനിലെ താപനില (ii) യുഗ്മദണ്ഡിന്റെ സഫല താപചാലകത, (iii) യുഗ്മദണ്ഡിലൂടെയുള്ള താപപ്രവാഹം ഇവയുടെ സമവാക്യം രൂപീകരിച്ച് വിലകൾ കണക്കാക്കുക.

ഉത്തരം



ചിത്രം 11.16

തന്നിരിക്കുന്നത്,

$L_1 = L_2 = L = 0.1$ m, $A_1 = A_2 = A = 0.02$ m²

$K_1 = 79$ W m⁻¹ K⁻¹, $K_2 = 109$ W m⁻¹ K⁻¹, $T_1 = 373$ K, $T_2 = 273$ K.

സ്ഥിരാവസ്ഥയിൽ ഇരുമ്പ് ദണ്ഡിലൂടെയുള്ള താപപ്രവാഹവും പിച്ചള ദണ്ഡിലൂടെയുള്ള താപപ്രവാഹവും തുല്യമാകുന്നു.

അതുകൊണ്ട്, $H = H_1 = H_2$

അതായത് $$\frac{K_1 A_1 (T_1 - T_0)}{L_1} = \frac{K_2 A_2 (T_0 - T_2)}{L_2}$$

$A_1 = A_2 = A$ ഉം $L_1 = L_2 = L$, ഉം ആയാൽ, ഈ സമവാക്യം

$K_1 (T_1 - T_0) = K_2 (T_0 - T_2)$

അതുകൊണ്ട് രണ്ട് ദണ്ഡിലേയും ജംഗ്ഷൻ താപനില T_0

$$T_0 = \frac{(K_1 T_1 + K_2 T_2)}{(K_1 + K_2)}$$

ഈ സമവാക്യം ഉപയോഗിച്ച്, ഓരോ ദണ്ഡിലൂടെയുമുള്ള താപപ്രവാഹം

$$H = \frac{K_1 A (T_1 - T_0)}{L} = \frac{K_2 A (T_0 - T_2)}{L}$$

$$= \left(\frac{K_1 K_2}{K_1 + K_2}\right) \frac{A (T_1 - T_0)}{L} = \frac{A (T_1 - T_2)}{L\left(\frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2}\right)}$$

ഈ സമവാക്യങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച്, $L_1 + L_2 = 2L$ നീളമുള്ള യുഗ്മദണ്ഡിലൂടെയുള്ള താപപ്രവാഹം H' ആണെങ്കിൽ യുഗ്മദണ്ഡിന്റെ സഫലതാപീയചാലകത, K'

$$H' = \frac{K' A (T_1 - T_2)}{2L} = H$$

$$K = \frac{2 K_1 K_2}{K_1 + K_2}$$

(i) $$T_0 = \frac{(K_1 T_1 + K_2 T_2)}{(K_1 + K_2)}$$

$$= \frac{\left(79\ W\ m^{-1}K^{-1}\right)\left(373\ K\right)+\left(109\ W\ m^{-1}K^{-1}\right)\left(273\ K\right)}{79\ W\ m^{-1}K^{-1}+109\ W\ m^{-1}K^{-1}}$$

$$= 315\ K$$

(ii) $$K' = \frac{2K_1\ K_2}{K_1 + K_2}$$

$$= \frac{2\times(79\ W\ m^{-1}\ K^{-1})\times(109\ W\ m^{-1}\ K^{-1})}{79\ W\ m^{-1}\ K^{-1}+109\ W\ m^{-1}\ K^{-1}}$$

$$= 91.6\ W\ m^{-1}K^{-1}$$

(iii) $$Q' = Q = \frac{K'\ A\ \left(T_1 - T_2\right)}{2\ L}$$

$$= \frac{\left(91.6\ W\ m^{-1}\ K^{-1}\right)\times\left(0.02\ m^2\right)\times\left(373\ K - 273\ K\right)}{2\times\left(0.1\ m\right)}$$

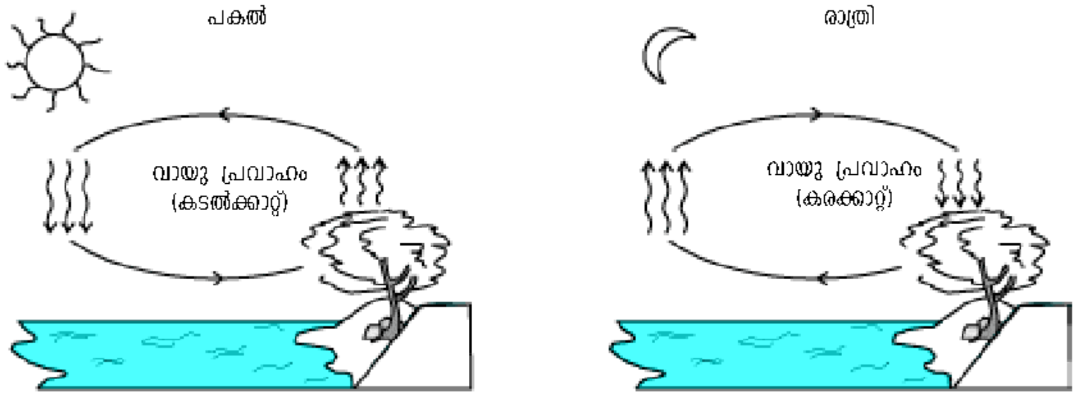
$$= 916.1\ W$$

11.9.2 സംവഹനം (Convection)

സംവഹനം എന്നത് ദ്രവ്യത്തിന്റെ യഥാർഥ ചലനം കൊണ്ടുള്ള താപപ്രേഷണ രീതിയാണ്. ഇത് ദ്രവങ്ങളിൽ മാത്രമേ സാധ്യമാകുന്നുള്ളൂ. സംവഹനം ഉണ്ടാകുന്നത് സ്വാഭാവികമായോ പ്രേരിതമായോ ആകാം. സ്വാഭാവിക സംവഹനത്തിൽ ഗ്രാവിറ്റിക്ക് ഒരു പ്രധാന പങ്കുണ്ട്. ഒരു ദ്രവത്തെ ഏറ്റവും അടിയിൽനിന്ന് ചൂടാക്കുമ്പോൾ, ചൂടാകുന്ന ഭാഗം വികസിച്ച് സാന്ദ്രത (density) കുറയുന്നു. പ്ലവനത്തിന്റെ ഫലമായി ഇത് ഉയരുകയും മുകളിലുള്ള താരതമ്യേന തണുത്ത ഭാഗങ്ങൾ താഴോട്ടു വരികയും ചെയ്യുന്നു. ഇങ്ങനെ വരുന്ന ഭാഗങ്ങൾ വീണ്ടും ചൂടാക്കപ്പെടുന്നു, അതുവഴി മുകളിലേക്ക് ഉയരുകയും ചെയ്യുന്നു. ഈ പ്രവർത്തനം തുടരുന്നു. ഇത്തരം താപപ്രേഷണം ചാലനത്തിൽ നിന്നും വളരെയേറെ വ്യത്യാസപ്പെട്ടിരിക്കുന്നു. ദ്രവത്തിന്റെ വിവിധഭാഗങ്ങളിൽ മൊത്തമായി ഉണ്ടാകുന്ന ചലനം മൂലമാണ് സംവഹനം സാധ്യമാകുന്നത്. പ്രേരിത സംവഹനത്തിൽ പദാർഥങ്ങൾ ഒരു പമ്പിന്റെയോ മറ്റേതെങ്കിലും ഭൗതികസാഹചര്യങ്ങളുടെയോ സ്വാധീനത്താൽ ചലിക്കാൻ പ്രേരിപ്പിക്കപ്പെടുന്നു. തണുപ്പു രാജ്യങ്ങളിലെ വീടുകളിലെ പ്രേരിതവായു ചൂടാക്കൽ സംവിധാനങ്ങൾ, മനുഷ്യനിലെ രക്ത ചംക്രമണ വ്യവസ്ഥ, ഓട്ടോമൊബൈൽ എൻജിനുകളിലെ കൂളിംഗ് സിസ്റ്റം തുടങ്ങിയവ പ്രേരിത സംവഹനത്തിന്റെ ചില ഉദാഹരണങ്ങളാണ്. മനുഷ്യശരീരത്തിൽ ഹൃദയം ഒരു പമ്പുപോലെ പ്രവർത്തിച്ച് രക്തത്തെ ശരീരത്തിന്റെ വിവിധ ഭാഗങ്ങളിലേക്ക് പമ്പുചെയ്യുമ്പോൾ, പ്രേരിതസംവഹന താപപ്രേഷണത്തിലൂടെ ശരീരത്തിൽ ഒരേ താപനില നിലനിർത്തുവാൻ കഴിയുന്നു.

നമുക്ക് പരിചിതമായ ഒട്ടേറെ പ്രതിഭാസങ്ങൾക്കു കാരണം സ്വാഭാവികസംവഹനമാണ്. പകൽസമയത്ത്, കര ജലാശയങ്ങളേക്കാൾ പെട്ടെന്ന് ചൂടുപിടിക്കുന്നു. ഇതിനുകാരണം ജലത്തിന്റെ ഉയർന്ന വിശിഷ്ട താപധാരിതയും ആഗിരണം ചെയ്യപ്പെടുന്ന താപം അവിടെയുണ്ടാകുന്ന ജലപ്രവാഹം മൂലം മറ്റു പ്രദേശങ്ങളിലേക്ക് കൈമാറ്റം ചെയ്യപ്പെടുന്നതുമാണ്. ചൂടുള്ള കരയുമായി സമ്പർക്കത്തിൽ വരുന്ന വായു ചാലനത്തിന്റെ ഫലമായി ചൂടുപിടിക്കുന്നു. ഇത് വികസിക്കുകയും ചുറ്റുപാടുമുള്ള തണുത്ത വാതകത്തെ അപേക്ഷിച്ച് സാന്ദ്രത കുറയുകയും ചെയ്യുന്നു. ഇതിന്റെ ഫലമായി ചൂടുള്ള വായു പൊങ്ങുകയും (വാതകപ്രവാഹങ്ങൾ) തണുത്ത വായു (കാറ്റുകൾ) ഈ സ്ഥലത്ത് എത്തിച്ചേരുകയും അങ്ങനെ കടൽക്കാറ്റ് (sea breeze) ഉണ്ടാകുകയും ചെയ്യുന്നു. തണുത്ത വായു താഴേക്ക് വരുകയും ഒരു താപ സംവഹന ചക്രം ഉണ്ടാകുകയും ഇത് തറയിൽനിന്നുള്ള താപപ്രേഷണം ചെയ്യുകയും ചെയ്യുന്നു. രാത്രിയിൽ, കരയ്ക്ക് വേഗത്തിൽ താപം നഷ്ടപ്പെടുകയും ജലോപരിതലം കരയേക്കാൾ ചൂടുപിടിച്ചിരിക്കുകയും ചെയ്യുന്നു. തൽഫലമായി ഈ ചക്രം നേരെ തിരിഞ്ഞു സംഭവിക്കുന്നു. (ചിത്രം 11.17).

സ്വാഭാവികസംവഹനത്തിനുള്ള മറ്റൊരുദാഹരണമാണ് വാണിജ്യവാതങ്ങൾ (trade winds) എന്നറിയപ്പെടുന്ന, ഭൂമിയുടെ വടക്ക്-കിഴക്ക് നിന്നും ഭൂമധ്യരേഖയിലേക്ക് വീശുന്ന സ്ഥിര ഉപരിതലവാതങ്ങൾ (steady surface winds). ഇതിന്റെ വിശദീകരണം താഴെപ്പറയും വിധമാണ്. ഭൂമധ്യരേഖാപ്രദേശങ്ങളും ധ്രുവപ്രദേശങ്ങളും സൗരതാപം സ്വീകരിക്കുന്നത് ഒരേപോലെയല്ല. ഭൂമിയുടെ പ്രതലത്തിൽ ഭൂമധ്യരേഖാപ്രദേശത്തിന് സമീപമുള്ള വായു ചൂടുപിടിക്കുമ്പോൾ ധ്രുവപ്രദേശത്തെ മുകളിലുള്ള അന്തരീക്ഷത്തിലെ വായു തണുത്തതായിരിക്കും. ഇതിനാൽ ഭൂമധ്യരേഖാപ്രദേശത്തെ വായു ഉയർന്ന് ധ്രുവങ്ങളിലേക്ക് ചലിക്കുകയും ഭൂമധ്യരേഖയിലേക്ക് കാറ്റുവീശുകയും ചെയ്യുന്നു. ഭൂമിയുടെ ഭ്രമണം ഈ സംവഹനപ്രവാഹത്തിന് മാറ്റം വരുത്തുന്നു. ഭൂമിയുടെ കറക്കം കാരണം ഭൂമധ്യരേഖയോട് അടുത്ത വായുവിന് കിഴക്ക് ദിശയിലേക്ക് 1600 km/h വേഗതയുണ്ടാകുന്നു. അതേസമയം ധ്രുവങ്ങളോട് അടുത്ത് ഇതിന്റെ വില പൂജ്യം ആകുന്നു. ഇതിന്റെ ഫലമായി ധ്രുവങ്ങളിലല്ല, മറിച്ച് 30° N അക്ഷാംശത്തിൽവച്ച് വായു താഴോട്ടിറങ്ങുകയും ഭൂമധ്യരേഖയിലേക്ക് തിരിച്ചുപോകുകയും ചെയ്യുന്നു. ഇതിനെ വാണിജ്യവാതം (trade wind) എന്നു വിളിക്കുന്നു.



വെള്ളത്തേക്കാൾ കര ചൂടായിരിക്കുന്നു

കരയേക്കാൾ വെള്ളം ചൂടായിരിക്കുന്നു

ചിത്രം 11.17 സംവഹന ചക്രങ്ങൾ (Convection cycles.)

11.9.3 വികിരണം (Radiation)

ചാലനം, സംവഹനം എന്നിവയ്ക്ക് ഏതെങ്കിലും താപവാഹിയായ പദാർഥം മാധ്യമമായി വർത്തിക്കുന്നു. ശൂന്യതയിൽ അകലത്തിലിരിക്കുന്ന രണ്ടു വസ്തുക്കൾക്കിടയിൽ ഈ താപപ്രേഷണ രീതികൾ സാധ്യമല്ല. പക്ഷേ സൂര്യനിൽ നിന്നുള്ള താപം ഒരു വലിയ ദൂരം കടന്ന് ഭൂമിയിലെത്തുന്നു. വായുവിന്റെ താപചാലനം മോശമാണെങ്കിലും, സംവഹനം തുടങ്ങുന്നതിനുമുമ്പു തന്നെ സമീപത്തുള്ള തീയുടെ ചൂട് നമുക്ക് അനുഭവപ്പെടുന്നു. താപപ്രേഷണത്തിന്റെ ഈ മൂന്നാം രീതിക്ക് മാധ്യമ ¯ kâ B h i ywCÃ.CXk\ h n kW -(radiation) മെന്നു വിളിക്കുന്നു. വൈദ്യുത കാന്തിക തരംഗങ്ങൾ (electromagnetic wave) വഴിയാണ് ഇവിടെ താപോർജം പ്രേഷണം ചെയ്യപ്പെടുന്നത്. ഇങ്ങനെ വൈദ്യുതകാന്തിക തരംഗങ്ങളാൽ വികിരണം ചെയ്യപ്പെടുന്ന ഊർജത്തെ വികിരണോർജം എന്നുപറയുന്നു. ഒരു വൈദ്യുതകാന്തിക തരംഗത്തിൽ വൈദ്യുതകാന്തികമണ്ഡലങ്ങൾ സ്ഥലത്തിനും സമയത്തിനും അനുസൃതമായി ദോലനം ചെയ്യുന്നു. ഏതൊരു തരംഗത്തെപ്പോലെയും, വൈദ്യുതകാന്തികതരംഗങ്ങൾക്ക് വ്യത്യസ്ത തരംഗദൈർഘ്യങ്ങൾ ഉണ്ടാകാം. ഇവയ്ക്ക് ശൂന്യതയിൽ ഒരേവേഗതയിൽ സഞ്ചരിക്കാൻ കഴിയും. ഈ വേഗതയെ പ്രകാശപ്രവേഗം എന്നുപറയുന്നു. അതായത് $3 \times 10^8\,m\,s^{-1}$. ഈ കാര്യങ്ങളെക്കുറിച്ച് കൂടുതൽ വിശദമായി നിങ്ങൾക്കു പിന്നീട് പഠിക്കാം. വികിരണം മൂലമുള്ള താപപ്രേഷണത്തിന് യാതൊരു മാധ്യമത്തിന്റെയും ആവശ്യമില്ലാത്തത് എന്തുകൊണ്ട്? എന്തുകൊണ്ടാണ് ഇത് വളരെ വേഗത്തിൽ സാധ്യമാകുന്നത്? സൂര്യനിൽനിന്നുള്ള താപം ശൂന്യതയിലൂടെ ഭൂമിയിലേക്ക് എങ്ങനെ പ്രേഷണം ചെയ്യപ്പെടുന്നു? വികിരണത്തെ കുറിച്ച് ഇത്തരം ധാരാളം ചോദ്യങ്ങൾ നമ്മുടെ മനസ്സിലുണ്ടാകാം. എല്ലാ വസ്തുക്കളും വികിരണോർജം പുറപ്പെടുവിക്കുന്നു. അവ ഖരമോ, ദ്രാവകമോ, വാതകമോ ആകാം. ഒരു ഫിലമെന്റ് ലാമ്പിൽ നിന്നുള്ള പ്രകാശം, അല്ലെങ്കിൽ ചൂടുപിടിച്ച ചുവന്ന ഇരുമ്പുകഷണം പുറപ്പെടുവിക്കുന്ന വികിരണം എന്നിവയെപ്പോലെ ഉന്നത താപനിലയിലുള്ള ഒരു വസ്തു ഉൽസർജിക്കുന്ന വൈദ്യുത കാന്തികവികിരണങ്ങളെ താപവികിരണങ്ങൾ (thermal radiation) എന്നു വിളിക്കുന്നു.

ഈ താപവികിരണങ്ങൾ മറ്റു വസ്തുക്കളിൽ പതിക്കുമ്പോൾ, ഭാഗികമായി പ്രതിപതിക്കുകയും ഭാഗികമായി ആഗിരണം ചെയ്യുകയും ചെയ്യുന്നു. ഒരു വസ്തുവിന് വികിരണ രൂപത്തിൽ ആഗിരണം ചെയ്യാൻ കഴിയുന്ന താപത്തിന്റെ അളവ് വസ്തുവിന്റെ നിറത്തെ ആശ്രയിക്കുന്നു.

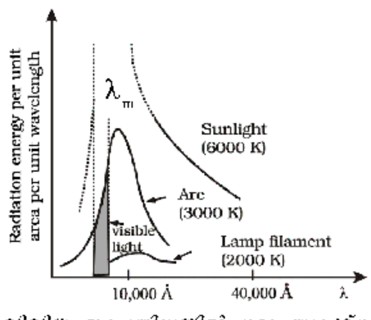
കറുത്ത വസ്തുക്കൾ ഇളംനിറങ്ങളിലുള്ള വസ്തുക്കളെ അപേക്ഷിച്ച് കൂടുതൽ വികിരണോർജം ആഗിരണം ചെയ്യുന്നുവെന്ന് നമുക്കറിയാം. ഈ വസ്തുതയ്ക്ക് നമ്മുടെ ദൈനംദിന ജീവിതത്തിൽ വളരെയധികം ഉപയോഗങ്ങൾ ഉണ്ട്. വേനൽക്കാലത്ത് നമ്മൾ വെളുത്തതോ ഇളംനിറത്തിലുള്ളതോ ആയ വസ്ത്രങ്ങൾ ധരിക്കുന്നതിനുകാരണം ഇവ സൂര്യനിൽനിന്നും ഏറ്റവും കുറവ് താപം ആഗിരണം ചെയ്യുന്നതാണ്. തണുപ്പ് കാലത്ത് നമ്മൾ ഇരുണ്ട നിറമുള്ള വസ്ത്രങ്ങൾ ഉപയോഗിക്കുന്നു. ഇരുണ്ട നിറമുള്ള വസ്ത്രങ്ങൾ സൂര്യനിൽ നിന്നും താപം ആഗിരണം ചെയ്ത് നമ്മുടെ ശരീരം ചൂടുള്ളതായി സൂക്ഷിക്കുന്നു. ചില പാചക പാത്രങ്ങളുടെ അടിവശം കറുത്തിരിക്കുന്നത് ശ്രദ്ധിച്ചിട്ടുണ്ടാവുമല്ലോ? തീ ജ്വാലയിൽ നിന്നും പരമാവധി താപം ആഗീരണം ചെയ്ത് അത് പാചകം ചെയ്യപ്പെടേണ്ട വസ്തുക്കൾക്ക് നൽകി പാചകം എളുപ്പമാക്കുവാൻ വേണ്ടിയാണ് ഇങ്ങനെ ചെയ്തിരിക്കുന്നത്.

അതുപോലെ, തെർമോ ഫ്ളാസ്ക് എന്നത് പാത്രത്തിനുള്ളിലെ വസ്തുക്കളും ചുറ്റുപാടുകളും തമ്മിലുള്ള താപപ്രേഷണം കുറയ്ക്കാനുള്ള ഒരു സംവിധാനമാണ്. ഇത് ഇരട്ട ഭിത്തിയുള്ള ഒരു പാത്രം ഉൾപ്പെടുന്നതാണ്.

പാത്രത്തിന്റെ അകത്തേയും പുറത്തേയും ഭിത്തികൾ താപവികിരണങ്ങളെ പ്രതിപതിപ്പിക്കുന്നു. അകത്തെ ഭിത്തിയിൽ നിന്നുള്ള വികിരണത്തെ പാത്രത്തിനുള്ളിലുള്ള വസ്തുക്കളിലേക്ക് തിരികെ പ്രതിപതിപ്പിക്കുന്നു. പുറത്തെ ഭിത്തി ഇതുപോലെ അകത്തേക്കു വരുന്ന വികിരണത്തെ തിരികെ പ്രതിപതിപ്പിക്കുന്നു. ഭിത്തികൾക്കിടയിലുള്ള സ്ഥലം വായുശൂന്യമാക്കപ്പെട്ടതിനാൽ ചാലനം, സംവഹനം ഇവയുടെ ഫലമായുള്ള താപനഷ്ടം കുറയ്ക്കുന്നു. ഫ്ളാസ്കിനെ കോർക്ക് പോലെയുള്ള ഒരു ഇൻസുലേറ്റർ ഉപയോഗിച്ചാണ് അതിന്റെ കവചങ്ങളിൽ ഉറപ്പിച്ചിരിക്കുന്നത്. അതുകൊണ്ട് ഈ സംവിധാനം ചൂടുള്ള വസ്തുക്കൾ (പാലുപോലെയുള്ള) തണുക്കാതിരിക്കാനും അല്ലെങ്കിൽ ഐസ് പോലെയുള്ള തണുത്ത വസ്തുക്കളെ സംഭരിച്ചുവയ്ക്കാനും ഉപയോഗപ്രദമാണ്.

11.9.4 ബ്ലാക്ക്ബോഡി വികിരണം (Blackbody radiation)

താപവികിരണങ്ങളുടെ തരംഗദൈർഘ്യ സവിശേഷതകളെക്കുറിച്ചാണ് നാം ഇനി ചർച്ച ചെയ്യുന്നത്. ഏതെങ്കിലും ഒരു നിശ്ചിത തരംഗദൈർഘ്യമോ അല്ലെങ്കിൽ ഏതാനും തരംഗദൈർഘ്യങ്ങളോ മാത്രമുള്ള വികിരണങ്ങളായിട്ടല്ല ഒരു പ്രത്യേക താപനിലയിൽ ഉള്ള ബ്ലാക്ക്ബോഡിയിൽ നിന്നും ഉത്ഭവിക്കുന്ന വികിരണങ്ങൾ കാണപ്പെടുന്നത്. മറിച്ച് ഈ തരംഗങ്ങളുടെ തരംഗദൈർഘ്യങ്ങൾ വളരെ ചെറിയ മൂല്യം മുതൽ വളരെ വലിയ മൂല്യം വരെ തുടർച്ചയായി വ്യാപിച്ചു കിടക്കുന്നവയാണ്. ഇത്തരണം വികിരണങ്ങൾ ഉൾക്കൊള്ളുന്ന ഓരോ തരംഗത്തിലെയും (ഓരോ തരംഗദൈർഘ്യത്തിലെയും) ഊർജവിതരണ രീതി വ്യത്യസ്തമാണ്. ഓരോ നിശ്ചിത താപനിലയിലും ഒരു ബ്ലാക്ക്ബോഡിയിൽ നിന്നും വരുന്ന വികിരണങ്ങളിൽ നടത്തിയ പരീക്ഷണങ്ങൾ വഴി ലഭിച്ച ഡാറ്റ (അളവുകൾ) ഉപയോഗിച്ച് വരച്ച ചിത്രം 11.18 ഇത് വ്യക്തമാക്കുന്നു. x അക്ഷത്തിൽ വികിരണ തരംഗദൈർഘ്യവും (λ) y അക്ഷത്തിൽ



ചിത്രം 11.18 വിവിധ താപനിലയിൽ ഒരു ബ്ലാക്ക്ബോഡിയിൽ നിന്നും വരുന്ന ഊർജവും തരംഗദൈർഘ്യവും തമ്മിലുള്ള ഗ്രാഫ്

പ്രതലത്തിലെ യൂണിറ്റ് പരപ്പളവിൽ ലഭ്യമായ വികിരണോർജം പ്രതിയൂണിറ്റ് തരംഗദൈർഘ്യവുമാണ് രേഖപ്പെടുത്തിയിട്ടുള്ളത്.

ഗ്രാഫിൽ λm സൂചിപ്പിക്കുന്നത് ഒരു പ്രത്യേക താപനിലയിൽ ഏറ്റവും കൂടുതൽ ഊർജം വഹിക്കുന്നതായി കാണപ്പെടുന്ന തരംഗത്തിന്റെ തരംഗദൈർഘ്യമാണ്. ഇവിടെ താപനില വർദ്ധിക്കുന്നതനുസരിച്ച് λm കുറയുന്നതായി കാണപ്പെടുന്നു. താപനിലയും λm -ം തമ്മിലുള്ള ബന്ധത്തെ നിർവചിക്കുന്ന നിബന്ധനയാണ് വീൻസ് ഡിസ്പ്ലേസ്മെന്റ് നിയമം (Wien's Displacement Law). ഗണിതരൂപത്തിൽ ഈ നിയമത്തെ

λm T= ഒരു സ്ഥിരാങ്കം (11.15) എന്നെഴുതാം.

ഈ സ്ഥിരാങ്കം വീൻസ് സ്ഥിരാങ്കം (Wien's constant) എന്നറിയപ്പെടുന്നു. ഇതിന്റെ മൂല്യം 2.9×10^{-3}mK ആണ്. ഒരു ഇരുമ്പ് ദണ്ഡ് നന്നായി ചൂടാക്കുമ്പോൾ താപനില വർദ്ധിക്കുന്നതനുസരിച്ച് അതിന്റെ നിറം ചുവപ്പ്, ചുവപ്പ് കലർന്ന മഞ്ഞ, വെളുപ്പ് എന്നീ ക്രമത്തിൽ മാറുന്നതായി നാം കണ്ടിട്ടുണ്ടല്ലോ? ഈ വർണ വ്യതിയാനം എങ്ങനെ സംഭവിക്കുന്നുവെന്ന് വീൻസ് ഡിസ്പ്ലേസ്മെന്റ് നിയമം ഉപയോഗിച്ച് വളരെ എളുപ്പത്തിൽ വിശദീകരിക്കുവാൻ കഴിയും. സൂര്യചന്ദ്രന്മാരുടെയും നക്ഷത്രങ്ങളുടെയും പ്രതല താപനില നിർണ്ണയിക്കാനും ഇതേ നിയമം ഉപയോഗിച്ചു വരുന്നു. ഉദാഹരണത്തിന് ചന്ദ്രനിൽ നിന്നു വരുന്ന പ്രകാശത്തിൽ ഏറ്റവും കൂടുതൽ പ്രകാശ തീവ്രത കാപ്പെടുന്ന വികിരണ തരംഗത്തിന്റെ ഏകദേശ തരംഗദൈർഘ്യം 14μm ആണ്. വീൻസിന്റെ നിയമം ഉപയോഗിച്ച് ചന്ദ്രന്റെ ഉപരിതല താപനില ഏകദേശം 200K ആണെന്ന് കണക്കാക്കാം.

ഒരു നിശ്ചിത താപനിലയിലിരിക്കുന്ന ഒരു ബ്ലാക്ക്ബോഡിയുടെ A പരപ്പളവിൽ നിന്നും വരുന്ന വികിരണങ്ങളിലെ $\Delta\lambda$ തരംഗദൈർഘ്യ ഇടവേളയിലുള്ള തരംഗങ്ങൾ ഉൾക്കൊള്ളുന്ന വികിരണോർജം ΔE ആണെന്നിരിക്കട്ടെ. $\frac{\Delta E}{\Delta\lambda} / A$ ആണ് യൂണിറ്റ് പരപ്പളവിലുള്ള വികിരണോർജം പ്രതിയൂണിറ്റ് തരംഗദൈർഘ്യം. എന്ന് കണക്കാക്കാനാകും. അതുപോലെ സൗരവികിരണങ്ങളുടെ $\lambda m = 4753$ Å ആണ്. അതുകൊണ്ട് ഇതേ നിയമം ഉപയോഗിച്ച് സൂര്യന്റെ പ്രതല താപനില T = 6060K ആണെന്ന് നിർണ്ണയിക്കാം.

ചിത്രം 11.18 ലെ ബ്ലാക്ക്ബോഡി വികിരണഗ്രാഫിൽ നിന്നും ലഭിക്കുന്ന നിഗമനങ്ങളുടെ ഏറ്റവും വലിയ പ്രത്യേകത അവ സാർവികമാണ് എന്നുള്ളതാണ്. അവ ബ്ലാക്ക്ബോഡിയുടെ വലുപ്പത്തെയോ, ആകൃതിയെയോ പ്രകൃതിയെയോ ആശ്രയിക്കാതെ കേവലം അതിന്റെ താപനിലയെ മാത്രം ആശ്രയിച്ചിരിക്കുന്നു. ഇരുപതാം നൂറ്റാണ്ടിന്റെ തുടക്കത്തിൽ ബ്ലാക്ക്ബോഡി റേഡിയേഷനെ സൈദ്ധാന്തികമായി വിശദീകരിക്കാനുള്ള ശാസ്ത്രലോകത്തിന്റെ ശ്രമങ്ങൾ ക്വാണ്ടം ഭൗതീകത്തിലേക്കുള്ള വാതായനങ്ങൾ തുറന്നു.

മാധ്യമത്തിന്റെ അഭാവത്തിൽ പോലും ഒരു ദിക്കിൽ

നിന്നും മറ്റൊരു ദിക്കിലേക്ക് ഊർജ സംപ്രേഷണം നടത്തുവാൻ കഴിയും എന്ന് നാം മനസ്സിലാക്കിയിട്ടുണ്ട്. (ശൂന്യതയിലൂടെയുള്ള ഊർജ പ്രസരണം) കേവല താപനില T K യിലുള്ള ഒരു വസ്തുവിൽ നിന്നും ഉണ്ടാകുന്ന ഇലക്ട്രോ മാഗ്നറ്റിക് വികിരണോർജം അതിന്റെ താപനിലയ്ക്ക് നേർഅനുപാതത്തിലായിരിക്കും. കൂടാതെ വസ്തുവിന്റെ വലുപ്പം അതിന്റെ വികിരണ ശേഷി എന്നിവയ്ക്കും നേർഅനുപാതത്തിലാണെന്ന് കണ്ടെത്തിയിട്ടുണ്ട്. ഒരു പൂർണ്ണ വികിരണശേഷിയുള്ള വസ്തുവിൽ നിന്നും (perfect radiator) യൂണിറ്റ് സമയത്തിൽ ഉത്സർജിക്കുന്ന ഊർജത്തിന്റെ അളവ്

$$H = \sigma T^4 \qquad (11.16)$$

എന്ന സമവാക്യത്തിലൂടെ കണക്കാക്കാം. ഇവിടെ H എന്നത് ഊർജത്തിന്റെ വികിരണ നിരക്കും, A, T എന്നിവ യഥാക്രമം വസ്തുവിന്റെ പരപ്പളവും കേവല താപനിലയുമാണ്. ഈ ബന്ധം സ്റ്റെഫാൻ (Stefan) എന്ന ഭൗതികശാസ്ത്രജ്ഞൻ തന്റെ പരീക്ഷണങ്ങളിലൂടെ കണ്ടെത്തി. പിന്നീട് ബോൾട്ട്സ്മാൻ (Boltzmann) ഇത് സൈദ്ധാന്തികമായി തെളിയിക്കുകയും ചെയ്തു. അതിനാൽ ഈ സമവാക്യം സ്റ്റെഫാൻ – ബോൾട്ട്സ്മാൻ (Stefan - Boltzmann) നിയമം എന്നറിയപ്പെടുന്നു. (Stefan - Boltzmann constant) എന്നറിയപ്പെടുന്നു. ഇതിന്റെ SI മൂല്യം $5.67 \times 10^{-8} W\ m^{-2} K^{-4}$ ആണ്. മിക്ക വസ്തുക്കളുടെയും വികിരണ നിരക്ക് സമവാക്യം 11.16 തരുന്ന വിലയേക്കാൾ കുറവായിരിക്കും. ഈ സമവാക്യത്തോട് ഏകദേശം ഒത്തുപോകുന്ന വികിരണ നിരക്ക് ഉള്ള അപൂർവം ചില വസ്തുക്കളിലൊന്നാണ് വിളക്ക് കരി (lamp black). അതുകൊണ്ട് വസ്തുക്കളുടെ വികിരണ നിരക്ക് മുകളിലത്തെ സമവാക്യവുമായി ചേർന്നു പോകത്തക്കവിധത്തിൽ വികിരണശേഷി (emissivity) എന്ന ആശയം നിർവചിച്ചു. വികിരണശേഷി (emissivity) യെ e എന്ന സൂചകം കൊണ്ടു സൂചിപ്പിക്കുന്നു. ഇതൊരു ഡൈമൻഷനില്ലാത്ത ഭിന്നസംഖ്യയാണ്. ഈ ആശയത്തെ കൂടി ഉൾപ്പെടുത്തി വികിരണ നിരക്കിനെ

$$Q = Ae\sigma T^4 \qquad (11.17)$$ എന്നെഴുതാം.

പൂർണ്ണ വികിരണശേഷിയുള്ള ഒരു വസ്തുവിന് e=1 ആയിരിക്കും. ഒരു ടംങ്സ്റ്റൺ ബൾബിന്റെ കാര്യത്തിൽ e = 0.4 ആണ്. അതിനാൽ 3000 K താപനിലയിലുള്ള 0.3 cm^2 പരപ്പളവുള്ള ഒരു ടങ്സ്റ്റൺ ബൾബിന്റെ വികിരണ നിരക്ക് $H = 0.3 \times 10^{-4} \times 0.4 \times 5.67 \times 10^{-8} (3000)^4 = 60W$ ആയിരിക്കും.

T_s താപനിലയുള്ള ഒരാവരണത്താൽ ചുറ്റപ്പെട്ട T താപനിലയിലുള്ള ഒരു വസ്തു ഒരേ സമയം വികിരണോർജം പുറത്തുവിടുകയും വെളിയിൽ നിന്നും ഊർജം സ്വീകരിക്കുകയും ചെയ്യും. അതുകൊണ്ട് പൂർണ്ണ വിസരണ ശേഷിയുള്ള (perfect radiator) ഇത്തരത്തിലുള്ള ഒരു വസ്തുവിന്റെ വികിരണ നിരക്ക്

$$H = e\sigma A (T^4 - T_s^4) \qquad (11.18)$$ എന്നായി മാറും.

ഒരു ഉദാഹരണമെന്ന നിലയിൽ നമ്മുടെ ശരീരം പുറത്തുവിടുന്ന വികിരണ താപം എത്രയാണെന്നു കണക്കാക്കി നോക്കാം. ഒരാളുടെ ശരീരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് ഏകദേശം $1.9 m^2$ ആണെന്നിരിക്കട്ടെ. അയാൾ ഇരിക്കുന്ന മുറിയിലെ താപനില 22°C ആണെന്നും കരുതുക. നമ്മുടെ ശരീരത്തിന്റെ ആന്തരിക താപനില ഏകദേശം 37°C ആണെന്നു നമുക്കറിയാം. ശരീരത്തിന്റെ പുറം പ്രതലത്തിന്റെ ശരാശരി താപനില 28°C എന്നെടുക്കാം. നമ്മുടെ തൊലിയുടെ വികിരണശേഷി (emissivity) ഏകദേശം 0.97 വരും. അതുകൊണ്ട് ശരീരത്തിന്റെ താപനഷ്ട നിരക്ക് $H = 5.67 \times 10^{-8} \times 1.9 \times 0.97 \times (301^4 - 295^4) = 66.4$ W.

നാം വെറുതെ ഇരിക്കുമ്പോൾ നമ്മുടെ ശരീര താപോർജം ഉത്പാദിപ്പിക്കുന്ന നിരക്കിന്റെ (120 W) പകുതിയേക്കാൾ കൂടുതലാണ് ഇത്. ഇത്തരം ഊർജ നഷ്ടം തടയുന്നതിനായി അതിശൈത്യ മേഖലയിൽ താമസിക്കുന്നവർ സാധാരണ വസ്ത്രങ്ങളോടൊപ്പം ലോഹ നിർമ്മിതമായ നല്ല തിളക്കമുള്ള ഒരു ആവരണം കൂടി ധരിക്കുന്നു. ഈ ആവരണം ശരീരത്തിൽ നിന്നും പുറത്തു വരുന്ന താപകിരണങ്ങളെ പ്രതിപതിപ്പിച്ച് ശരീരത്തിലേക്ക് തന്നെവിടുന്നതിനാൽ താപനഷ്ടം ഒഴിവാക്കാനാകുന്നു.

11.9.5 ഹരിതഗേഹ പ്രഭാവം (Greenhouse effect)

സൂര്യനിൽ നിന്നും ലഭിക്കുന്ന ഊർജം ആഗിരണം ചെയ്യുന്നത് മൂലം ഭൂവൽക്കം ഒരു താപവികിരണ സ്രോതസ്സായി പ്രവർത്തിക്കുന്നു. ഭൂമി വെളിയിലേക്കു വിടുന്ന ഈ താപവികിരണങ്ങൾ നമുക്ക് പരിചിതമായ ദൃശ്യപ്രകാശത്തേക്കാൾ തരംഗദൈർഘ്യം കൂടിയ ഇൻഫ്രാറെഡ് (infrared) കിരണങ്ങളുടെ ഗണത്തിൽപെടും. ഭൗമാന്തരീക്ഷത്തിലെ ഹരിതഗേഹ വാതകങ്ങളായ (greenhouse gases) കാർബൺഡൈ ഓക്സൈഡ് (CO_2), മീതേൻ (CH_4), നൈട്രസ് ഓക്സൈഡ് (N_2O), ക്ലോറോ ഫ്ളൂറോ കാർബൺ ($C_2F_2C_2$), ട്രോപ്പോസ്ഫിയർ ഓസോൺ (O_3) തുടങ്ങിയവ ഈ താപവികിരണങ്ങളെ ആഗിരണം ചെയ്യുന്നു. അതുവഴി അന്തരീക്ഷം ചൂടാവുകയും ഇങ്ങനെ ചൂടാകുന്ന അന്തരീക്ഷം ഭൂവൽക്കത്തിന് കൂടുതൽ താപം നൽകുകയും ചെയ്യും. കൂടുതൽ താപോർജം ലഭിക്കുന്ന ഭൂവൽക്കത്തിന്റെ താപനില വീണ്ടും ഉയരുകയും അതുവഴി ഭൂമി കൂടുതൽ താപവികിരണങ്ങളെ അന്തരീക്ഷത്തിൽ എത്തിക്കുകയും ചെയ്യുന്നു. ഇത് വീണ്ടും അന്തരീക്ഷ താപനില ഉയർത്തും. അങ്ങനെ ഇതൊരു ചാക്രീക പ്രക്രിയ (cyclic process) യായി മാറും. ഭൂവൽക്കത്തിന് അതിൽ നിന്നും വികിരണം ചെയ്യുന്ന താപത്തേക്കാൾ കൂടുതൽ താപം ആഗിരണം ചെയ്യാനാവാത്ത ഒരു അവസ്ഥ

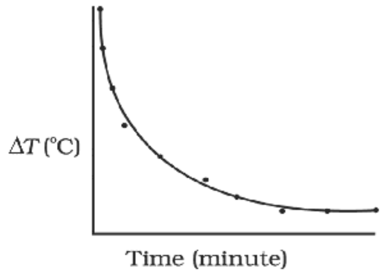
എത്തുന്നതു വരെ ഈ ചാക്രീക പ്രക്രിയ (cyclic process) തുടരും. ഇത്തരം പ്രവർത്തനം വഴി ഭൗമോപരിതലത്തിന്റേയും അന്തരീക്ഷത്തിന്റേയും താപനില ഉയരുന്ന പ്രതിഭാസം ഹരിതഗേഹ പ്രഭാവം (greenhouse effect) എന്നറിയപ്പെടുന്നു. ഹരിതഗേഹ പ്രഭാവത്തിന്റെ അഭാവത്തിൽ ഭൗമോപരിതലത്തിലെ ശരാശരി താപനില -18°C മാത്രമേ വരൂ.

പ്രകൃതിയിലെ മനുഷ്യ ഇടപെടൽ മൂലം അന്തരീക്ഷത്തിലെ ഹരിതഗേഹ വാതകങ്ങളുടെ (greenhouse gases) അളവ് ഇന്ന് ദിനംപ്രതി വർധിച്ചു കൊണ്ടിരിക്കുന്നു. ഇത് അന്തരീക്ഷ താപനിലയെ ഉയർത്തുകയും ചെയ്യുന്നു. ഈ നൂറ്റാണ്ടിന്റെ ആരംഭത്തിലുണ്ടായിരുന്ന ശരാശരി അന്തരീക്ഷ താപനിലയേക്കാൾ ഇന്ന് താപനില ഏതാണ്ട് 0.3°C മുതൽ 0.6°C വരെ ഉയർന്നിരിക്കുന്നു. ഈ നില തുടർന്നാൽ അടുത്ത അർധശതകത്തിന്റെ അവസാനം ആകുമ്പോഴേക്കും ആഗോള താപനില ഇന്നത്തേതിനേക്കാൾ 1°C മുതൽ 3°C വരെ ഉയരാനുള്ള സാധ്യതയാണ് കണക്കാക്കിയിരിക്കുന്നത്. ഈ ആഗോള താപനം ഭൂമിയിലെ ജൈവ വൈവിധ്യങ്ങൾക്ക് മാത്രമല്ല മനുഷ്യ ജീവനുപോലും ഭീഷണി ഉയർത്തുന്നു. ആഗോളതാപനം ഭൂമിയിലെ മഞ്ഞുപാളികളുടെ ഉരുകൽ നിരക്കിനെ വർദ്ധിപ്പിക്കുകയും ഇത് സമുദ്രജലവിതാനം അപകടകരമായ നിലയിലേക്കു ഉയർത്തുകയും ചെയ്യും. തന്മൂലം സമുദ്രതീരങ്ങളിലെ നഗരങ്ങൾ ഉൾപ്പെടെ പല പ്രദേശങ്ങളെയും വെള്ളത്തിലാഴ്ത്തും. ആഗോള താപനം കാലാവസ്ഥ വ്യതിയാനത്തിനും നിദാനമാകും. കൂടാതെ ഇത് ഭൂവൽക്കത്തിൽ മരുഭൂമിയുടെ വ്യാപനത്തിനും വഴിയൊരുക്കും. അത്യന്തം അപകടകരമായ ആഗോള താപനത്തിന്റെ പ്രഭാവം കുറയ്ക്കുന്നതിനായി ലോകമെമ്പാടും ഇന്ന് പരിശ്രമിച്ചു കൊണ്ടിരിക്കുന്നു.

11.10 ന്യൂട്ടന്റെ കൂളിംഗ് നിയമം (Newton's Law of Cooling)

ചൂടുവെള്ളമോ പാലോ ഒരു മേശപ്പുറത്ത് വച്ചിരുന്നാൽ ക്രമേണ തണുക്കാൻ തുടങ്ങുമെന്ന് നമുക്കെല്ലാം അറിയാം. ഒടുവിൽ ഇതിന്റെ താപനില ചുറ്റുപാടുകളിലെ താപനിലയിലെത്തിച്ചേരുന്നു. തന്നിരിക്കുന്ന ഒരു വസ്തു ചുറ്റുപാടുകളിലേക്ക് താപം കൈമാറ്റം ചെയ്ത് തണുക്കുന്നതെങ്ങനെയെന്ന് പഠിക്കാൻ നമുക്ക് താഴെപ്പറയുന്ന പ്രവർത്തനം ചെയ്തുനോക്കാം.

ഏകദേശം 300 ml ജലം ഒരു സ്റ്റിറർ (stirrer) ഉൾപ്പെടുന്ന കലോറിമീറ്ററിൽ എടുത്ത് രണ്ട് ദ്വാരമുള്ള ഒരു അടപ്പുകൊണ്ട് അടയ്ക്കുക. അടപ്പിലെ ഒരു ദ്വാരത്തിലൂടെ ഒരു തെർമോമീറ്റർ കടത്തിവയ്ക്കുക. തെർമോമീറ്ററിന്റെ ബൾബ് വെള്ളത്തിൽ മുങ്ങിയിരിക്കുകയാണെന്ന് ഉറപ്പു വരുത്തുക. ഇപ്പോഴത്തെ തെർമോമീറ്റർ റീഡിംഗ് T_1 എന്നത് ചുറ്റുപാടിന്റെ താപനിലയായിരിക്കും. കലോറി മീറ്ററിനുള്ളിലെ ജലത്തെ ചുറ്റുപാടുമുള്ള താപനിലയേക്കാൾ 40°C മുകളിൽ ആകുന്നതുവരെ ചൂടാക്കുക. താപസ്രോതസ്സ് നീക്കം ചെയ്ത് ചൂടാക്കൽ പ്രക്രിയ അവസാനിപ്പിക്കുക. ഒരു സ്റ്റോപ്പ് വാച്ച് ഉപയോഗിച്ച് നിശ്ചിതസമയ ഇടവേളകളിൽ താപനില നിരീക്ഷിച്ച് രേഖപ്പെടുത്തുക. ഉദാഹരണത്തിന് ഓരോ മിനിട്ടും കഴിയുമ്പോൾ സാവധാനം ജലത്തെ സ്റ്റിറർ ഉപയോഗിച്ച് ഇളക്കിയതിനുശേഷം നിരീക്ഷിച്ച് താപനില രേഖപ്പെടുത്തുക. ചുറ്റുപാടുകളെ അപേക്ഷിച്ച് 5°C കൂടുതൽ താപനില എത്തുന്നതുവരെ ജലത്തിന്റെ താപനില (T_2) രേഖപ്പെടുത്തുന്നത് തുടരുക. താപനിലയുടെ ഓരോ വിലയുമ് $\Delta T = T_2 - T_1$ Y അക്ഷത്തിലും അതിന് എടുക്കുന്ന സമയം X അക്ഷത്തിലും വരത്തക്കവിധത്തിൽ (ചിത്രം 11.19) ഒരു ഗ്രാഫ് വരയ്ക്കുക.



ചിത്രം 11.19 ചൂടുവെള്ളത്തിന് സമയത്തിനനുസൃതമായ കൂളിംഗ് കാണിക്കുന്ന ഗ്രാഫ്

ചൂടുവെള്ളത്തിന്റെ തണുക്കൽ അതിന്റെ താപനിലയും ചുറ്റുപാടുകളുടെ താപനിലയും തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസത്തിനെ എങ്ങനെ ആശ്രയിക്കുന്നുവെന്ന് ഗ്രാഫിൽനിന്ന് നിങ്ങൾക്ക് മനസ്സിലാക്കാവുന്നതാണ്. ആദ്യം കൂളിംഗ് നിരക്ക് കൂടുതലായിരിക്കുമെന്നതും വസ്തുവിന്റെ താപനില കുറയുന്നതിനനുസരിച്ച് കൂളിംഗ് നിരക്ക് കുറയുമെന്നതും ഈ ഗ്രാഫിൽ നിന്നും നമുക്ക് നേരിട്ട് ബോധ്യപ്പെടും.

ചൂടുള്ള വസ്തു ചുറ്റുപാടിലേക്ക് താപവികിരണരൂപത്തിൽ താപം നഷ്ടപ്പെടുത്തുന്നു എന്ന് മുകളിൽപ്പറഞ്ഞ പ്രവർത്തനം കാണിക്കുന്നു. താപനഷ്ടനിരക്ക് വസ്തുവും ചുറ്റുപാടുകളും തമ്മിലുള്ള താപനിലാ വ്യത്യാസത്തെ ആശ്രയിക്കുന്നു. തന്നിരിക്കുന്ന അടച്ച പാത്രത്തിലുള്ള വസ്തുവിന്റെ താപനഷ്ടവും അതിന്റെ താപനിലയും തമ്മിലുള്ള ബന്ധം വ്യവസ്ഥിതമായ രീതിയിൽ ആദ്യമായി പഠിച്ചത് ന്യൂട്ടൺ ആയിരുന്നു.

ന്യൂട്ടന്റെ കൂളിംഗ് നിയമം അനുസരിച്ച് ഒരു വസ്തുവിന്റെ താപനഷ്ടനിരക്ക് $-dQ/dt$ വസ്തുവും ചുറ്റുപാടുകളും തമ്മിലുള്ള താപനില വ്യത്യാസത്തിന് നേർ അനുപാതത്തിലാകുന്നു. ചെറിയ താപനില വ്യത്യാസങ്ങൾക്കാണ് ഈ നിയമം ശരിയാകുന്നത്. വികിരണഫലമായി ഉണ്ടാകുന്ന താപനഷ്ടം വസ്തുവിന്റെ പ്രതല സ്വഭാവത്തേയും തുറന്നുവച്ചിരിക്കുന്ന പ്രതലത്തിന്റെ പരപ്പളവിനേയും ആശ്രയിക്കുന്നു. അതായത്,

$$-\frac{dQ}{dt}=k\,(T_2-T_1) \tag{11.15}$$

ഇവിടെ k എന്നത് വസ്തുവിന്റെ പരപ്പളവിനെയും സ്വഭാവത്തേയും ആശ്രയിക്കുന്ന ഒരു പോസിറ്റീവ് സ്ഥിരാങ്കം ആകുന്നു. 'm' മാസും 's' വിശിഷ്ടതാപധാരിതയും T_2 താപനിലയുമായ ഒരു വസ്തുവിനെ സങ്കൽപ്പിക്കുക. ചുറ്റുപാടുകളുടെ താപനില T_1 എന്നിരിക്കട്ടെ. dt സമയത്തിൽ താപനില dT_2 താഴ്ന്നുവെന്നിരിക്കട്ടെ, അപ്പോൾ താപനഷ്ടം

$dQ = ms\,dT_2$

∴ താപനഷ്ടത്തിന്റെ നിരക്ക്

$$\frac{dQ}{dt}=ms\,\frac{dT_2}{dt} \tag{11.16}$$

സമവാക്യം (11.19) സമവാക്യം (11.20) ഇവയിൽനിന്ന്

$$-m\,s\,\frac{dT_2}{dt}=k\,(T_2-T_1)$$

$$\frac{dT_2}{T_2-T_1}=-\frac{k}{m\,s}dt=-K\,dt \tag{11.17}$$

ഇവിടെ $K = k/m\,s$

സമാകലനം ചെയ്യുമ്പോൾ

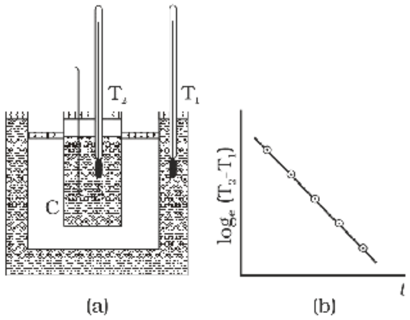
$$\log_e(T_2-T_1) = -Kt+c \tag{11.18}$$

$T_2 - T_1 = e^{-Kt}e^{c}$

അല്ലെങ്കിൽ $T_2 = T_1 + C'e^{-Kt}$; ഇവിടെ $C' = e^{c}$ (11.19)

ഒരു പ്രത്യേക താപനിലാ പരിധിയിൽ ഒരു വസ്തുവിന്റെ കൂളിംഗ് സമയം കണക്കാക്കാൻ സമവാക്യം (11.19) നിങ്ങളെ സഹായിക്കുന്നു.

ചെറിയ താപനില വ്യത്യാസങ്ങൾക്ക് ചാലനം, സംവഹനം, വികിരണം ഇവയുടെ സംയുക്ത ഫലമായുള്ള കൂളിംഗ് നിരക്ക് താപനില വ്യത്യാസത്തിന് അനുപാതികമാണ്. റേഡിയേറ്ററിൽനിന്നും ഒരു മുറിയിലേക്കുള്ള താപപ്രേഷണം, ഒരു മുറിയുടെ ഭിത്തിയിലൂടെയുള്ള താപനഷ്ടം അല്ലെങ്കിൽ ഒരു മേശപ്പുറത്ത് വച്ചിരിക്കുന്ന കപ്പിലെ ചായയുടെ തണുക്കൽ എന്നിവയിൽ ഇത് സാമാന്യം നല്ല ഏകദേശമാണ്.



ചിത്രം 11.19(a) ന്യൂട്ടന്റെ കൂളിംഗ് നിയമത്തിന്റെ സാധൂകരണം

ചിത്രം 11.19(a) യിൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്ന പരീക്ഷണത്തിന്റെ സഹായത്തോടെ ന്യൂട്ടന്റെ കൂളിംഗ് നിയമം തെളിയിക്കാൻ കഴിയും. പരീക്ഷണ ക്രമീകരണത്തിൽ രണ്ടു ഭിത്തികൾക്കിടയിൽ ജലം ഉൾക്കൊള്ളുന്ന ഒരു ഇരട്ടഭിത്തിയുള്ള പാത്രം (V) ഉൾപ്പെടുന്നു. ഇരട്ട ഭിത്തിയുള്ള പാത്രത്തിനുള്ളിൽ ചൂടുവെള്ളം ഉൾക്കൊള്ളുന്ന ഒരു കോപ്പർ കലോറിമീറ്റർ (C) വച്ചിരിക്കുന്നു. കലോറിമീറ്ററിലെ ജലത്തിന്റെ താപനില T_2 ഇരട്ടഭിത്തികൾക്കിടയിലുള്ള ചൂടുജലത്തിന്റെ താപനില T_1 ഇവ യഥാക്രമം രേഖപ്പെടുത്താനായി കോർക്കിനുള്ളിലൂടെ വച്ചിരിക്കുന്ന രണ്ടു തെർമോമീറ്ററുകൾ ഉപയോഗിക്കുന്നു. കലോറിമീറ്ററിലെ ചൂടുജലത്തിന്റെ താപനില തുല്യ ഇടവേളകളിൽ രേഖപ്പെടുത്തുന്നു. $\log_e(T_2-T_1)$ യും സമയ (t) വും തമ്മിലുള്ള ഒരു ഗ്രാഫ് വരയ്ക്കുന്നു. ഗ്രാഫിന്റെ സ്വഭാവം ചിത്രം 11.19(b) യിൽ കാണുന്നതുപോലെ നെഗറ്റീവ് ചരിവുള്ള (Negative slope) ഒരു നേർരേഖയാണെന്ന് കാണാം. ഇത് സമവാക്യം (11.18) നെ സാധൂകരിക്കുന്നു.

ഉദാഹരണം 11.8 സാധാരണ താപനില 20°C ൽ നിൽക്കുമ്പോൾ ചൂട് ആഹാരം നിറച്ച ഒരു പാത്രം 94°C ൽ നിന്നും രണ്ട് മിനിട്ടുകൊണ്ട് 86°C ലേയ്ക്കു താഴുന്നു. 71°C ൽ നിന്ന് 69°C ലേയ്ക്കു തണുക്കാൻ ഇത് എടുക്കുന്ന സമയം എത്ര?

ഉത്തരം 94°C ന്റേയും 86°C ന്റേയും ശരാശരി താപനിലയായ 90°C മുറിയിലെ താപനിലയേക്കാൾ 70°C കൂടുതലാണ്. ഈ സാഹചര്യത്തിലാണ് പാത്രം 2 മിനിട്ടുകൊണ്ട് 8°C തണുക്കുന്നത്.

സമവാക്യം (11.21), ഉപയോഗിച്ച്,

$$\frac{\text{താപനിലാ വ്യതിയാനം}}{\text{സമയം}} = K\Delta T$$

$$\frac{8\ ^\circ C}{2\ \min} = K\,(70\ ^\circ C)$$

69°C ന്റേയും 71°C ന്റേയും ശരാശരി 70°C ആകുന്നു. ഇത് മുറിയിലെ താപനിലയേക്കാൾ 50°C കൂടുതലാകുന്നു. ഈ സാഹചര്യത്തിനും, യഥാർഥ സാഹചര്യത്തിനും K ഒരുപോലെയാണ്.

$$\frac{2\ ^\circ C}{\text{സമയം}} = K\,(50\ ^\circ C)$$

ഈ രണ്ടു സമവാക്യങ്ങൾ തമ്മിൽ ഭാഗിക്കുമ്പോൾ,

$$\frac{8^\circ C/2\,\text{മിനിറ്റ്}}{2^\circ C/\text{സമയം}} = \frac{K(70^\circ C)}{K(50^\circ C)}$$

$$\text{സമയം} = 0.7\ \min$$

$$= 42\ s$$

സംഗ്രഹം

1. ഒരു വസ്തുവിൽനിന്നും അതിന്റെ ചുറ്റുപാടിലുള്ള മാധ്യമത്തിലേക്ക്, അവ തമ്മിലുള്ള താപനില വ്യത്യാസത്തിന്റെ ഫലമായി ഒഴുകുന്ന ഊർജരൂപമാണ് താപം. ഒരു വസ്തുവിന്റെ ചൂടിന്റെ അവസ്ഥ താപനിലകൊണ്ട് സൂചിപ്പിക്കുന്നു.

2. ഒരു പദാർഥത്തിന്റെ താപനിലയ്ക്കനുസരിച്ച് മാറുന്നതും അളക്കാൻ കഴിയുന്നതുമായ ഒരു പദാർഥത്തിന്റെ ഏതെങ്കിലും സവിശേഷത താപനില അളക്കുന്നതിനുള്ള തെർമോമീറ്ററിൽ ഉപയോഗപ്പെടുത്തിയിരിക്കുന്നു. വിവിധയിനം തെർമോമീറ്ററുകൾ വിവിധയിനം താപനില സ്കെയിലുകൾ നൽകുന്നു. ഒരു താപനില സ്കെയിൽ നിർമിക്കാൻ രണ്ട് സ്ഥിരബിന്ദുക്കൾ തിരഞ്ഞെടുത്ത് അവയ്ക്ക് അനുയോജ്യമായ താപനിലകൾ നൽകുന്നു. ഈ രണ്ട് വിലകൾ സ്കെയിലിന്റെ തുടക്കവും യൂണിറ്റിന്റെ വലിപ്പവും ഉറപ്പിക്കുന്നു.

3. സെൽഷ്യസ് സ്കെയിൽ (t_C) യും ഫാരൻഹീറ്റ് സ്കെയിൽ (t_F) ഉം തമ്മിൽ $t_F = (9/5)\, t_C + 32$ എന്ന സമവാക്യത്താൽ ബന്ധപ്പെട്ടിരിക്കുന്നു.

4. മർദം (P), വ്യാപ്തം (V), കേവല താപനില (T) ഇവ തമ്മിൽ ബന്ധിപ്പിക്കുന്ന ആദർശ വാതകസമവാക്യം $PV = \mu RT$ എന്നാകുന്നു. ഇവിടെ μ മോളുകളുടെ എണ്ണവും R സാർവിക വാതക സ്ഥിരാങ്കവും ആകുന്നു.

5. അബ്സൊല്യൂട്ട് സ്കെയിലിൽ, സ്കെയിലിലെ പൂജ്യം, താപനിലയുടെ അബ്സൊല്യൂട്ട് പൂജ്യം ആകുന്നു. ഈ താപനിലയിൽ എല്ലാ പദാർഥങ്ങൾക്കും സാധ്യമായതിൽ ഏറ്റവും കുറഞ്ഞ തന്മാത്രാപ്രവർത്തനമാണുള്ളത്. കെൽവിൻ അബ്സൊല്യൂട്ട് സ്കെയിൽ താപനില (T) യ്ക്ക് സെൽഷ്യസ് സ്കെയിലിന്റെ (T_c) അതേ യൂണിറ്റ് വലിപ്പമുണ്ടെങ്കിലും അവ തുടങ്ങുന്ന താപനില വ്യത്യാസപ്പെട്ടിരിക്കുന്നു.

$$T_C = T - 273.15$$

6. രേഖീയ വികാസ സ്ഥിരാങ്കം (α_l) ഉം വ്യാപ്ത വികാസ സ്ഥിരാങ്ക (α_V) വും നിർവചിക്കപ്പെടുന്നത് താഴെപ്പറയുന്ന സമവാക്യങ്ങളാലാണ്.

$$\frac{\Delta l}{l} = \alpha_l \Delta T$$

$$\frac{\Delta V}{V} = \alpha_V \Delta T$$

ഇവിടെ Δl ,ΔV എന്നിവ യഥാക്രമം താപനിലാമാറ്റത്തിന്റെ (ΔT) ഫലമായി വസ്തുവിന്റെ നീളം l , വ്യാപ്തം V എന്നിവയിലുണ്ടാകുന്ന വ്യത്യാസങ്ങൾ ആണ്. അതുപോലെ $\alpha_V = 3\alpha_l$ ആണ്.

7. ഒരു പദാർഥത്തിന്റെ വിശിഷ്ട താപധാരിത നിർവചിക്കപ്പെടുന്നത്, $s = \frac{1}{m}\frac{\Delta Q}{\Delta T}$ എന്നാണ്. ഇവിടെ m എന്നത് പദാർഥത്തിന്റെ മാസും, ΔQ എന്നത് താപനിലയിൽ ΔT വ്യത്യാസം വരുത്താനാവശ്യമായ താപവുമാണ്. പദാർഥത്തിന്റെ മോളാർ വിശിഷ്ട താപധാരിത നിർവചിക്കപ്പെടുന്നത്, $C = \frac{1}{\mu}\frac{\Delta Q}{\Delta T}$ എന്നാണ്. ഇവിടെ μ എന്നത് പദാർഥത്തിലെ മോളുകളുടെ എണ്ണം ആണ്.

8. ഒരേ താപനിലയിലും മർദത്തിലും ഒരു കിലോഗ്രാം മാസുള്ള പദാർഥം ഖരാവസ്ഥയിൽനിന്ന് ദ്രാവകാവസ്ഥയിലേക്ക് മാറുന്നതിനാവശ്യമായ താപത്തെ ദ്രവീകരണലീനതാപം (L_f) എന്നുപറയുന്നു. താപനിലയിലും മർദത്തിലും മാറ്റം ഉണ്ടാകാതെ ഒരു കിലോഗ്രാം മാസുള്ള പദാർഥം ദ്രാവകാവസ്ഥയിൽനിന്ന് വാതകാവസ്ഥയിലേക്ക് മാറുന്നതിനാവശ്യമായ താപത്തെ ബാഷ്പീകരണ ലീനതാപം (L_v) എന്നുപറയുന്നു.

9. ചാലനം, സംവഹനം, വികിരണം എന്നിവ താപപ്രേഷണത്തിന്റെ മൂന്ന് രീതികളാണ്.

10. ചാലനത്തിൽ, ദ്രവത്തിന്റെ ഒഴുക്കില്ലാതെ, തന്മാത്രകൾ തമ്മിലുള്ള കൂട്ടിയിടികളുടെ ഫലമായി താപം

ഒരു വസ്തുവിന്റെ സമീപസ്ഥങ്ങളായ ഭാഗങ്ങളിലേക്ക് കൈമാറ്റം ചെയ്യപ്പെടുന്നു. L നീളവും A സമച്ഛേദതല പരപ്പളവുമുള്ള ഒരു ദണ്ഡിന്റെ അഗ്രങ്ങൾ T_C, T_D എന്നീ താപനിലകളിൽ നിലനിർത്തപ്പെടുന്നുവെങ്കിൽ, താപ ഒഴുക്കിന്റെ നിരക്ക് H,

$$H = K\,A\,\frac{T_C - T_D}{L}$$ ആകുന്നു.

ഇവിടെ K എന്നത് ദണ്ഡിന്റെ പദാർഥത്തിന്റെ താപീയ ചാലകത ആകുന്നു.

11. ഒരു വസ്തുവിന്റെ കൂളിംഗിന്റെ നിരക്ക് (ശീതീകരണ നിരക്ക്) വസ്തുവിന്റെ ചുറ്റുപാടിനെ അപേക്ഷിച്ചുള്ള അധികതാപനിലയ്ക്ക് ആനുപാതികമാണ്.

$$\frac{dQ}{dt} = \quad k\ (T_2 \quad T_1)$$

ഇവിടെ T_1 ചുറ്റുപാടുമുള്ള മാധ്യമത്തിന്റെ താപനിലയും T_2 വസ്തുവിന്റെ താപനിലയും ആകുന്നു.

അളവ്	പ്രതീകം	ഡൈമൻഷൻ	യൂണിറ്റ്	
ഒരു പദാർഥത്തിന്റെ അളവ്	μ	[mol]	mol	
സെൽഷ്യസ് താപനില	t_c	[K]	°C	
കെൽവിൻ അബ്സൊല്യൂട്ട് താപനില	T	[K]	K	$t_c = T - 273.15$
രേഖീയ വികസനസ്ഥിരാങ്കം	α_l	$[K^{-1}]$	K^{-1}	
ഉള്ളളവ് വികസന സ്ഥിരാങ്കം	α_v	$[K^{-1}]$	K^{-1}	$\alpha_v = 3\,\alpha_l$
ഒരു വ്യൂഹത്തിനു നൽകുന്ന താപം	ΔQ	$[ML^2T^{-2}]$	J	Q ഒരു അവസ്ഥാചരം അല്ല
വിശിഷ്ട താപധാരിത	s	$[L^2T^{-2}K^{-1}]$	$J\,kg^{-1}\,K^{-1}$	
താപീയ ചാലകത	K	$[MLT^{-3}K^{-1}]$	$J\,s^{-1}\,K^{-1}$	$H = -KA\dfrac{dT}{dx}$

വിചിന്തനവിഷയങ്ങൾ

1. കെൽവിനിലെ താപനില (T) യും സെൽഷ്യസ് താപനില t_c യും തമ്മിൽ ബന്ധിപ്പിക്കുന്ന സമവാക്യം $T = t_c + 273.15$ യും ജലത്തിന്റെ ട്രിപ്പിൾ പോയിന്റ് $T = 273.16$ K ആണെന്നുള്ള അനുമാനവും വളരെ യോജിച്ച സമവാക്യങ്ങളാണ്. ഈ രീതിയിൽ ജലത്തിന്റെ ഖരണാങ്കവും തിളനിലയും (രണ്ടും 1 അന്തരീക്ഷമർദത്തിൽ) വളരെ അടുത്തുവരുന്നുണ്ടെങ്കിലും, പൂർണമായും യഥാക്രമം $0°C$, $100°C$ ഇവയ്ക്കു തുല്യമല്ല. യഥാർഥ സെൽഷ്യസ് സ്കെയിലിൽ ഇവയുടെ സ്ഥിരബിന്ദുക്കൾ ഏകദേശം $0°C$ യും $100°C$ യും ആകുന്നു, എന്നാൽ ഇപ്പോൾ ജലത്തിന്റെ ട്രിപ്പിൾ പോയിന്റ് ആണ് നിശ്ചിതബിന്ദുവായി തിരഞ്ഞെടുക്കുക. എന്തുകൊണ്ടെന്നാൽ ഇതിന് വേറിട്ട ഒരു താപനിലയുണ്ട്.
2. ഒരു ദ്രാവകം വാതകവുമായി സന്തുലനാവസ്ഥയിലാകുമ്പോൾ വ്യൂഹത്തിലുടനീളം മർദവും താപനിലയും ഒരേപോലെ നിലനിൽക്കുന്നു. സന്തുലനാവസ്ഥയിലുള്ള രണ്ട് അവസ്ഥകളും അവരുടെ മോളാർ വ്യാപ്തത്തിൽ (അതായത് സാന്ദ്രത) വ്യത്യാസപ്പെടുന്നു. ഇത് അനേകം അവസ്ഥകൾ സന്തുലനാവസ്ഥയിൽ നിൽക്കുന്ന ഒരു വ്യൂഹത്തിനു ശരിയായിരിക്കും.
3. രണ്ടു വ്യൂഹങ്ങൾ തമ്മിലോ അല്ലെങ്കിൽ ഒരേ വ്യൂഹത്തിലെ രണ്ടു ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലോ ഉള്ള ഈ താപനിലാ വ്യത്യാസത്തിന്റെ ഫലമായാണ് താപപ്രേഷണം ഉണ്ടാകുന്നത്. ഏതെങ്കിലും രീതിയിൽ താപനില വ്യത്യാസം ഇല്ലാതെ കൈമാറ്റം ചെയ്യപ്പെടുന്ന ഊർജം താപം അല്ല.
4. ഒരു ദ്രവത്തിനുള്ളിലെ വ്യത്യസ്തഭാഗങ്ങളിലെ താപനിലാവ്യത്യാസത്താൽ ആണ് കണികകളുടെ (ദ്രവ്യത്തിന്റെ) ഒഴുക്കുമൂലമുള്ള സംവഹനം സാധ്യമാകുന്നത്. ഒരു തുറന്നുവച്ചിരിക്കുന്ന പൈപ്പിനടിയിൽ വച്ചിരിക്കുന്ന സ്റ്റീൽദണ്ഡിന് താപനഷ്ടം സംഭവിക്കുന്നത് ദണ്ഡിന്റെ പ്രതലവും ജലവും തമ്മിലുള്ള ചാലനത്തിന്റെ ഫലമായാണ്, അല്ലാതെ ജലത്തിനുള്ളിലെ സംവഹനത്തിന്റെ ഫലമായല്ല.

പരിശീലനപ്രശ്നങ്ങൾ

11.1 നിയോൺ, കാർബൺഡയോക്സൈഡ് എന്നിവയുടെ ട്രിപ്പിൾ പോയിന്റുകൾ യഥാക്രമം 24.57 K ഉം 216.55 K ഉം ആകുന്നു. ഈ താപനില സെൽഷ്യസിലും ഫാരൻഹീറ്റ് സ്കെയിലിലും എഴുതുക.

11.2 രണ്ട് അബ്സൊല്യൂട്ട് സ്കെയിലുകൾ A, B എന്നിവയിൽ ജലത്തിന്റെ ട്രിപ്പിൾ പോയിന്റ് 200 A യും 350 B യും ആകുന്നു. T_A യും T_B യും തമ്മിലുള്ള ബന്ധം എന്ത്?

11.3 ഒരു പ്രതിരോധകത്തിന്റെ വൈദ്യുത പ്രതിരോധം താപനിലയ്ക്കനുസരിച്ച് വ്യത്യാസപ്പെടുന്നു. പ്രതിരോധം R എന്നത് ഓമിൽ താഴെപ്പറയുന്ന സമവാക്യം അനുസരിച്ച്,

$$R = R_0 \left[1 + \alpha(T - T_0)\right]$$ ഓം ആയിരിക്കും.

ജലത്തിന്റെ ട്രിപ്പിൾ പോയിന്റായ 273.16 K ൽ പ്രതിരോധം 101.6 Ω ഉം ലെഡിന്റെ സാധാരണ ദ്രവണാങ്കത്തിൽ (600.5 K) , 165.5 Ω ആകുന്നു. പ്രതിരോധം 123.4 Ω ആകുമ്പോഴുള്ള താപനില എന്ത്?

11.4 താഴെപ്പറയുന്നവയ്ക്ക് ഉത്തരം എഴുതുക.

(a) ആധുനിക താപമിതിയിൽ അടിസ്ഥാന സ്ഥിരബിന്ദുവായി ജലത്തിന്റെ ട്രിപ്പിൾപോയിന്റ് ഉപയോഗിക്കുന്നതെന്തുകൊണ്ട്? സെൽഷ്യസ് സ്കെയിലിൽ തുടക്കത്തിൽ ചെയ്തപോലെ ഐസിന്റെ ദ്രവണാങ്കവും ജലത്തിന്റെ തിളനിലയും സ്ഥിരബിന്ദുക്കളായി ഉപയോഗിക്കാത്തതെന്തുകൊണ്ടാണ്?

(b) യഥാർഥ സെൽഷ്യസ് സ്കെയിലിൽ മുകളിൽ സൂചിപ്പിച്ചതുപോലെ യഥാക്രമം 0°C, 100°C എന്നീ രണ്ടു സ്ഥിര ബിന്ദുക്കൾ ഉണ്ട്. അബ്സൊല്യൂട്ട് സ്കെയിലിൽ ഒരു സ്ഥിര ബിന്ദുവായി ജലത്തിന്റെ ട്രിപ്പിൾ പോയിന്റ് ഉപയോഗിക്കുന്നു. ഇതിന്റെ വില 273.16 K ആയി നിർണയിച്ചിരിക്കുന്നു. കെൽവിൻ സ്കെയിലിലെ രണ്ടാമത്തെ സ്ഥിരബിന്ദു ഏത്?

(c) അബ്സൊല്യൂട്ട് താപനില (കെൽവിൻ സ്കെയിൽ) സെൽഷ്യസ് താപനിലയുമായി $t_c = T - 273.15$ എന്ന സമവാക്യത്താൽ ബന്ധപ്പെട്ടിരിക്കുന്നു. എന്തുകൊണ്ടാണ് ഈ സമവാക്യത്തിൽ 273.16 നുപകരം 273.15 ഉപയോഗിക്കുന്നത്?

(d) ഫാരൻഹീറ്റ് സ്കെയിലിനു തുല്യമായ യൂണിറ്റ് വലിപ്പമുള്ള അബ്സൊല്യൂട്ട് സ്കെയിലിൽ ജലത്തിന്റെ ട്രിപ്പിൾ പോയിന്റ് എത്ര?

11.5 രണ്ട് ആദർശവാതക തെർമോമീറ്ററുകൾ A യിലും B യിലും യഥാക്രമം ഓക്സിജനും ഹൈഡ്രജനും ഉപയോഗിക്കുന്നു. അവ ഉപയോഗിച്ച് താഴെപ്പറയുന്ന നിരീക്ഷണങ്ങൾ ലഭിക്കുന്നു.

താപനില	മർദം തെർമോമീറ്റർ A	മർദം തെർമോമീറ്റർ B
ജലത്തിന്റെ ട്രിപ്പിൾ പോയിന്റ്	1.250×10^5 Pa	0.200×10^5 Pa
സൾഫറിന്റെ സാധാരണ ദ്രവണാങ്കം (*Normal melting point*)	1.797×10^5 Pa	0.287×10^5 Pa

(a) തെർമോമീറ്റർ A , B എന്നിവ കാണിക്കുന്ന സൾഫറിന്റെ സാധാരണ ദ്രവണാങ്കം അബ്സൊല്യൂട്ട് താപനിലഎത്ര?

(b) തെർമോമീറ്റർ A , B എന്നിവയുടെ ഉത്തരങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള ചെറിയ വ്യത്യാസത്തിനുള്ള കാരണം എന്താണ്? (തെർമോമീറ്ററുകൾ കുറ്റമറ്റതാണെങ്കിൽ) ഈ രണ്ടു റീഡിംഗുകൾ തമ്മിലുള്ള അന്തരം കുറയ്ക്കാൻ ഈ പരീക്ഷണത്തിൽ എന്ത് മാറ്റമാണ് ആവശ്യമുള്ളത്?

11.6 1m നീളമുള്ള ഒരു സ്റ്റീൽടേപ്പ് കൃത്യമായി 27.0°C താപനിലയിൽ അളന്നുവച്ചിരിക്കുന്നു. താപനില 45.0°C ഉള്ള ഒരു ചൂടുള്ള ദിവസത്തിൽ ഒരു സ്റ്റീൽ ദണ്ഡിന്റെ നീളം അളന്നപ്പോൾ 63.0 cm എന്നു കണ്ടു. ആ ദിവസത്തെ സ്റ്റീൽദണ്ഡിന്റെ യഥാർഥ നീളം എന്ത്? അതേ സ്റ്റീൽ ദണ്ഡിന് 27.0°C താപനിലയുള്ളപ്പോൾ എന്ത് നീളമുണ്ടാകും? സ്റ്റീലിന്റെ രേഖീയവികാസ സ്ഥിരാങ്കം $= 120 \times 10^{-5}\,\mathrm{K}^{-1}$.

11.7 ഒരു വലിയ സ്റ്റീൽചക്രം അതേ പദാർഥം കൊണ്ടു നിർമിച്ച ഒരു ഷാഫ്റ്റിൽ ഉറപ്പിക്കണം. 27°C ൽ ഷാഫ്റ്റിന്റെ ബാഹ്യ വ്യാസം 8.70 cm ഉം ചക്രത്തിന്റെ മധ്യത്തിലുള്ള സുഷിരത്തിന്റെ വ്യാസം 8.69 cm ഉം ആകുന്നു. ഷാഫ്റ്റ് ഡ്രൈ ഐസ് ഉപയോഗിച്ച് തണുപ്പിക്കുന്നു. ഷാഫ്റ്റിന്റെ ഏത് താപനിലയിലാണ് ചക്രം ഷാഫ്റ്റിൽനിന്നും തെന്നിമാറുന്നത്? തന്നിരിക്കുന്ന താപനില അന്തരത്തിൽ സ്റ്റീലിന്റെ രേഖീയ വികാസസ്ഥിരാങ്കം സ്ഥിരമായി നിൽക്കുന്നുവെന്ന് അനുമാനിക്കുക.
$\alpha_{steel} = 1.20 \times 10^{-5}\,\mathrm{K}^{-1}$.

11.8 കോപ്പർ ഷീറ്റിനുള്ളിൽ ഒരു ദ്വാരം ഉണ്ടാക്കിയിരിക്കുന്നു. ദ്വാരത്തിന്റെ വ്യാസം 27.0°C യിൽ 4.24 cm ആകുന്നു. ഷീറ്റ് 227°C വരെ ചൂടാക്കുമ്പോൾ ദ്വാരത്തിന്റെ വ്യാസത്തിനുണ്ടാകുന്ന മാറ്റം എന്ത്? കോപ്പറിന്റെ രേഖീയവികാസ സ്ഥിരാങ്കം $= 1.70 \times 10^{-5}\ K^{-1}$.

11.9 27°C ൽ 1.8m നീളമുള്ള ബ്രാസ്സ് കമ്പി ചെറിയബലം ഉപയോഗിച്ച് രണ്ട് ഉറച്ച താങ്ങുകൾക്കിടയിൽ വച്ചിരിക്കുന്നു. ഈ കമ്പി –39°C വരെ തണുപ്പിച്ചാൽ, കമ്പിയിലുണ്ടാകുന്ന ബലം (tension) എന്ത്? ഇതിന്റെ വ്യാസം 2.0 mm ആകുന്നു. ബ്രാസിന്റെ രേഖീയവികാസ സ്ഥിരാങ്കം $= 2.0 \times 10^{-5}\ K^{-1}$; ബ്രാസിന്റെ യംഗ്സ് മോഡുലസ് $= 0.91 \times 10^{11}$ Pa.

11.10 നീളം 50 cm ഉം വ്യാസം 3.0 mm ഉം ഉള്ള ഒരു ബ്രാസ്സ് ദണ്ഡ് അതേ നീളവും വ്യാസമുള്ളതുമായ സ്റ്റീൽദണ്ഡുമായി ബന്ധിപ്പിച്ചിരിക്കുന്നു. യഥാർഥനീളം അളന്നിട്ടുള്ളത് 40.0°C ൽ ആയാൽ 250°C ൽ ഈ യുഗ്മദണ്ഡിന്റെ നീളത്തിലുണ്ടാകുന്ന നീള വ്യത്യാസം എന്ത്? ജംഗ്ഷനിൽ തെർമൽ സ്ട്രെസ്സ് (thermal stress) ഉടലെടുക്കുന്നുണ്ടോ? ദണ്ഡിന്റെ അഗ്രങ്ങൾക്ക് സ്വതന്ത്രമായി വികസിക്കാൻ കഴിയും. രേഖീയ വികാസസ്ഥിരാങ്കം ബ്രാസ്സ് $= 2.0 \times 10^{-5}\ K^{-1}$, സ്റ്റീൽ $= 1.2 \times 10^{-5}\ K^{-1}$).

11.11 ഗ്ലിസറിന്റെ വ്യാപ്ത വികാസ സ്ഥിരാങ്കം $49 \times 10^{-5}\ K^{-1}$ ആകുന്നു. 30°C താപനില വർധനയിലൂടെ ഇതിന്റെ സാന്ദ്രതയിലുണ്ടാകുന്ന അംശീയ മാറ്റം (fractional change) എന്ത്?

11.12 8.0 kg മാസുള്ള ഒരു ചെറിയ അലൂമിനിയം കട്ടയിൽ ഒരു സുഷിരം തുരക്കാൻ 10 kW ഡ്രില്ലിംഗ് മെഷീൻ ഉപയോഗിക്കുന്നു. 50% പവർ മെഷീൻ സ്വയം ചൂടാക്കുന്നതിന് ഉപയോഗിക്കുകയോ ചുറ്റുപാടിലേക്ക് നഷ്ടപ്പെടുകയോ ചെയ്യുന്നതായി സങ്കൽപ്പിച്ചാൽ 2.5 മിനിട്ടിനുള്ളിൽ എത്ര താപനില വർധന ഉണ്ടാകും? അലൂമിനിയത്തിന്റെ വിശിഷ്ട താപധാരിത $= 0.91\ J g^{-1} K^{-1}$.

11.13 2.5 kg മാസുള്ള ഒരു കോപ്പർ ബ്ലോക്ക്, 500°C താപനിലയുള്ള ഒരു ഫർണസിലിട്ട് ചൂടാക്കിയതിനുശേഷം ഒരു വലിയ ഐസ് കഷണത്തിൽ വയ്ക്കുന്നു. ഉരുകുന്ന പരമാവധി ഐസിന്റെ മാസ് എന്ത്? (കോപ്പറിന്റെ വിശിഷ്ടതാപധാരിത $= 0.39\ J g^{-1} K^{-1}$; ജലത്തിന്റെ താപധാരിത $= 335\ J g^{-1}$).

11.14 ഒരു ലോഹത്തിന്റെ വിശിഷ്ട താപധാരിത കാണാനുള്ള പരീക്ഷണത്തിൽ, ഒരു 0.20 kg ലോഹക്കഷണം 150°C യിൽ 150 cm^3 ജലം 27°C ൽ ഉൾക്കൊള്ളുന്ന ഒരു കോപ്പർ കലോറിമീറ്ററിലേക്ക് (വാട്ടർ ഇക്വിലന്റ് 0.025 kg) ഇടുന്നു. അവസാന താപനില 40°C ആകുന്നു. ലോഹത്തിന്റെ വിശിഷ്ട താപധാരിത കണക്കാക്കുക. ചുറ്റുപാടുകളിലേക്കുള്ള താപനഷ്ടം അവഗണിക്കാമെങ്കിൽ, നിങ്ങളുടെ ഉത്തരം യഥാർഥ ലോഹത്തിന്റെ വിശിഷ്ട താപധാരിതയേക്കാൾ കൂടുമോ അല്ലെങ്കിൽ കുറയുമോ?

11.15 ചില സാധാരണ വാതകങ്ങളുടെ സാധാരണ താപനിലയിലെ മോളാർ വിശിഷ്ടതാപധാരിതയുടെ വിലകളാണ് താഴെ ക്കൊടുത്തിരിക്കുന്നത് .

വാതകം	മോളാർ വിശിഷ്ട താപധാരിത (C_v) (cal mol^{-1} K^{-1})
ഹൈഡ്രജൻ	4.87
നൈട്രജൻ	4.97
ഓക്സിജൻ	5.02
നൈട്രിക് ഓക്സൈഡ്	4.99
കാർബൺ മോണോക്സൈഡ്	5.01
ക്ലോറിൻ	6.17

ഈ വാതകങ്ങളുടെ അളക്കപ്പെട്ട മോളാർ വിശിഷ്ട താപധാരിത ഏക അറ്റോമിക വാതകങ്ങളുടേതിൽ നിന്നും വ്യത്യസ്തമാണ്. ഒരു ഏകഅറ്റോമിക വാതകത്തിന്റെ വിശിഷ്ട താപധാരിത 2.92 cal/mol K ആകുന്നു. ഈ വ്യത്യാസം എന്തുകൊണ്ടായിരിക്കും ഉണ്ടായിരിക്കുന്നത്? വിശദീകരിക്കുക. ക്ലോറിന് താരതമ്യേന ഉയർന്ന വില (മറ്റുള്ളവയെ അപേക്ഷിച്ച്) ഉള്ളതിന്റെ കാരണം എന്താണെന്ന് നിങ്ങൾ കണ്ടെത്തുക.

11.16 101°F താപനിലയിൽ പനിയുള്ള ഒരു കുട്ടിക്ക് ഒരു ആന്റിപൈറിൻ (പനി കുറയ്ക്കുന്നതിനുള്ള മരുന്ന്) നൽകുന്നതിന്റെ ഫലമായി അവന്റെ ശരീരത്തിൽനിന്നുമുള്ള ബാഷ്പീകരണനിരക്ക് കൂടുന്നു. 20 മിനിറ്റിനുള്ളിൽ പനി 98°F ലേക്ക് താഴ്ന്നെങ്കിൽ മരുന്നിന്റെ ഫലമായി ഉണ്ടായ ശരാശരി അധിക ബാഷ്പീകരണ നിരക്ക് എന്ത്? ബാഷ്പീകരണ

ത്തിലൂടെ മാത്രമേ താപനഷ്ടം ഉണ്ടാകുന്നുള്ളൂ എന്ന് സങ്കൽപ്പിക്കുക. കുട്ടിയുടെ മാസ് 30 kg ആകുന്നു. മനുഷ്യശരീരത്തിന്റെ വിശിഷ്ട താപധാരിത ഏകദേശം ജലത്തിന്റേതിനു തുല്യമാണ്. ജലത്തിന്റെ ബാഷ്പീകരണ ലീനതാപം ഈ താപനിലയിൽ ഏകദേശം 580 cal g ^{1} ആണ്.

11.17 ഒരു തെർമോകോൾ ഐസ്പെട്ടി ചെറിയ അളവിലുള്ള പാചകം ചെയ്ത ആഹാരത്തെ വേനൽക്കാലത്ത്, സംഭരിച്ചു വയ്ക്കുവാൻ ഉപയോഗിക്കാവുന്ന ചിലവു കുറഞ്ഞതും കാര്യക്ഷമവുമായ ഉപാധികളിലൊന്നാണ്. ക്യൂബ് ആകൃതിയുള്ള ഒരു ഐസ് പാത്രത്തിന് 30 cm വശവും 5.0 cm കനവുമുണ്ട്. 4.0 kg ഐസ് ബോക്സിൽ വച്ചിരുന്നാൽ 6 മണിക്കൂറിനുശേഷം അവശേഷിക്കുന്ന ഐസിന്റെ അളവ് എന്ത്? പുറത്തെ താപനില 45 °C ഉം തെർമോകോളിന്റെ താപീയ ചാലകത സ്ഥിരാങ്കം $0.01\ J\ s^{-1}\ m^{-1}\ K^{-1}$ ആകുന്നു. [ജലത്തിന്റെ ദ്രവീകരണ ലീനതാപം $= 335 \times 10^3\ J\ kg^{-1}$]

11.18 ഒരു ബ്രാസ്സ് ബോയിലറിന് 0.15 m^2 ബേസ് വിസ്തീർണവും 1.0 cm കനവുമുണ്ട്. ഒരു ഗ്യാസ് സ്റ്റൗവിൽ വയ്ക്കുമ്പോൾ ഇത് 6.0 kg/min എന്ന നിരക്കിൽ ജലത്തെ തിളപ്പിക്കുന്നു. ബോയിലറുമായി സമ്പർക്കത്തിൽ വരുന്ന ഭാഗത്തെ ഭാഗികമായ ജ്വാലയുടെ താപനില കാണുക. ബ്രാസ്സിന്റെ താപീയചാലകത = 109 J s ^{1} m ^{1} K ^{1} ജലത്തിന്റെ ബാഷ്പീകരണലീനതാപം = 2256 10^3 J kg ^{1}.

11.19 താഴെകൊടുത്തിരിക്കുന്ന കാര്യങ്ങൾ എന്തുകൊണ്ടാണെന്ന് വിശദീകരിക്കുക.

(a) നല്ല പ്രതിഫലകമായ ഒരു വസ്തു ഒരു മോശം ഉത്സർജകം ആകുന്നു.

(b) തണുപ്പുള്ള ദിവസം ഒരു തടിപ്പാത്രത്തേക്കാൾ തണുപ്പ് തോന്നുക ബ്രാസ്സ് ടംബ്ലറിനാണ്.

(c) ഒരു പ്രകാശിക പൈറോമീറ്റർ (ഉയർന്ന താപനിലഅളക്കുന്നതിന്) ശരിയായ തമോവസ്തു വികിരണം/ബ്ലാക്ക് ബോഡി വികിരണം (ideal black body radiation) അളക്കാനായി അടയാളപ്പെടുത്തിയിരിക്കുന്നു. ഇത് തുറസ്സായിരിക്കുന്ന ചുട്ടുപഴുത്ത ഇരുമ്പുകഷണത്തിന്റെ താപനില അളക്കുമ്പോൾ യഥാർത്ഥ വിലയേക്കാൾ താഴ്ന്ന വിലയാണ് നൽകുന്നത്, എന്നാൽ അതേ കഷണം ഒരു ഫർണസിൽ വച്ചിരുന്നാൽ യഥാർത്ഥവില നൽകുന്നു.

(d) ഭൂമിക്ക് അന്തരീക്ഷമില്ലായിരുന്നെങ്കിൽ ഇവിടെ ജീവിക്കാൻ പറ്റാത്തവിധം തണുപ്പാകുമായിരുന്നു.

(e) ഒരു കെട്ടിടം ചൂടുപിടിപ്പിക്കാൻ ആവിയുടെ ചാക്രികപ്രവാഹം ആധാരമാക്കി പ്രവർത്തിക്കുന്ന ചൂടാക്കുന്നതിനുള്ള സംവിധാനങ്ങൾ ചൂടുവെള്ളത്തിന്റെ ചാക്രിക പ്രവാഹം അടിസ്ഥാനമാക്കിയുള്ള സംവിധാനത്തേക്കാൾ കൂടുതൽ കാര്യക്ഷമമാണ്.

11.20 ഒരു വസ്തു 5 മിനിറ്റുകൊണ്ട് 80°C ൽ നിന്ന് 50°C ലേക്ക് തണുക്കുന്നു. ഇത് 60°C ൽനിന്ന് 20°C ലേക്ക് തണുക്കാനാവശ്യമായ സമയം കണക്കാക്കുക. ചുറ്റുപാടുകളുടെ താപനില 20°C ആകുന്നു.

11.21 കാർബൺഡയോക്സൈഡിന്റെ *P-T* ഡയഗ്രത്തെ ആധാരമാക്കി താഴെപ്പറയുന്ന ചോദ്യങ്ങൾക്ക് ഉത്തരമെഴുതുക.

(a) ഏത് താപനിലയിലും മർദത്തിലുമാണ് CO_2 ന്റെ ഖരം, ദ്രാവക, വാതക അവസ്ഥകൾ തുലനാവസ്ഥയിൽ നിലനിൽക്കുന്നത്?

(b) മർദത്തിലുണ്ടാകുന്ന കുറവ് CO_2 ന്റെ ഖരണാങ്കം, തിളനില എന്നിവയെ എങ്ങനെ സ്വാധീനിക്കുന്നു?

(c) CO_2 ന്റെ ക്രിട്ടിക്കൽ (critical)താപനിലയും മർദവും എന്ത്? അവയുടെ പ്രാധാന്യം എന്ത്?

(d) (a) ഒരു അന്തരീക്ഷമർദത്തിലും 70°C താപനിലയിലും CO_2 ഖരമാണോ, ദ്രാവകമാണോ അതോ വാതകമാണോ? (b) 10 atm –60 °C ൽ CO_2 ഖരം, ദ്രാവകം, വാതകം ഇവയിലേതാണ്? (c) 56 atm 15 °C ൽ CO_2 ഖരം, ദ്രാവകം, വാതകം ഇവയിലെ ഏത് അവസ്ഥയിലാണ്?

അധിക പരിശീലനപ്രശ്നങ്ങൾ

11.22 CO_2 ന്റെ *P – T* ഡയഗ്രത്തെ ആധാരമാക്കി ചുവടെയുള്ള ചോദ്യങ്ങൾക്ക് ഉത്തരമെഴുതുക.

(a) ഒരു അന്തരീക്ഷമർദത്തിൽ - 60°C ലും CO_2 നെ സമതാപനിലയിൽ (isothermally) സങ്കോചിപ്പിച്ചാൽ ഇത് ദ്രാവകാവസ്ഥയിലേക്ക് കടക്കുമോ?

(b) 4 അന്തരീക്ഷമർദം എന്ന സ്ഥിരമർദത്തിൽ CO_2 നെ സാധാരണ താപനിലയിൽനിന്നു തണുപ്പിച്ചാൽ എന്തുസംഭവിക്കും?

(c) ഒരു നിശ്ചിത മാസ് ഖര CO_2 10 atm എന്ന സ്ഥിരമർദത്തിൽ 65°C ൽ നിന്ന് അന്തരീക്ഷ താപനിലയിലേക്ക് ചൂടാക്കിയാൽ ഉണ്ടാകുന്ന മാറ്റങ്ങൾ വിശദീകരിക്കുക.

(d) CO_2 നെ 70°C താപനിലയിൽ ചൂടാക്കിയതിനുശേഷം സമതാപീയമായി സങ്കോചിപ്പിച്ചാൽ, അതിന്റെ സ്വഭാവങ്ങളിൽ എന്തെല്ലാം മാറ്റങ്ങൾ നിങ്ങൾ പ്രതീക്ഷിക്കുന്നു?

അധ്യായം 12

P7Q8A8

താപഗതികം (THERMODYNAMICS)

12.1 ആമുഖം (INTRODUCTION)

ദ്രവ്യത്തിന്റെ താപീയ ഗുണവിശേഷങ്ങളെക്കുറിച്ചാണ് മുൻ അധ്യായങ്ങളിൽ നാം പഠിച്ചത്. ഈ അധ്യായത്തിൽ താപോർജത്തെ സ്വാധീനിക്കുന്ന നിയമങ്ങളെയും സിദ്ധാന്തങ്ങളെയും കുറിച്ചാണ് പഠിക്കാൻ പോകുന്നത്. പ്രവൃത്തി (*work*) ഊർജമായി (*energy*) പരിവർത്തനം ചെയ്യപ്പെടുന്നതിനെക്കുറിച്ചും, തിരിച്ച് ഊർജം കൊണ്ട് നാനാതരം പ്രവൃത്തികൾ ചെയ്യുന്നതിനെക്കുറിച്ചുമാണ് മനസ്സിലാക്കാൻ പോകുന്നത്. തണുപ്പുകാലത്ത് നമ്മുടെ കൈകൾ തമ്മിൽ ഉരസുമ്പോൾ കൈകളിൽ ചൂട് അനുഭവപ്പെടുന്നു. ഇവിടെ *ഉരസുക (rub)* എന്ന പ്രവൃത്തി നടക്കുമ്പോഴാണ് *ചൂട്* എന്ന ഫലം ഉണ്ടാവുന്നത്. ഒരു ആവിയന്ത്രത്തിൽ *ചൂടിനെ* ഉപയോഗിച്ച് നീരാവിയുണ്ടാക്കി അത് ഉയർന്ന മർദത്തിൽ കടത്തിവിട്ട് പിസ്റ്റൺ മുൻപോട്ടും പിന്നോട്ടും നീക്കുകയും, തീവണ്ടിയുടെ ചക്രത്തിന്മേൽ ഘടിപ്പിച്ച പിസ്റ്റണിന്റെ ഭാഗം വണ്ടിയെ ചലിപ്പിക്കുകയും ചെയ്യുന്നു.

ഭൗതികശാസ്ത്രത്തിൽ താപം, താപനില (*temperature*), പ്രവൃത്തി മുതലായ ആശയങ്ങളെ വളരെ കൃത്യമായിത്തന്നെ നിർവചിക്കേണ്ടതുണ്ട്. *താപം* എന്ന ആശയം ഒരു ശാസ്ത്രീയ ധാരണയായി ഉരുത്തിരിഞ്ഞുവരാൻതന്നെ ചരിത്രപരമായി കുറേ കാലങ്ങളെടുത്തു. ആധുനിക കാഴ്ചപ്പാടുകൾ ഇക്കാര്യത്തിൽ രൂപപ്പെട്ടുവരുന്നതിനു മുമ്പ് താപം എന്നത് പദാർഥങ്ങളിലെ അടുക്കുകളിൽ സ്വാഭാവികമായിത്തന്നെ നിലനില്ക്കുന്ന അല്ലെങ്കിൽ നിറഞ്ഞു നിൽക്കുന്ന അദൃശ്യമായ ഒരു പ്രത്യേകതരം ദ്രവമാണെന്ന് (*fluid*) കരുതപ്പെട്ടിരുന്നു. ചൂടുള്ള വസ്തുവും തണുത്ത വസ്തുവും തമ്മിൽ ബന്ധപ്പെടുമ്പോൾ ആ പ്രത്യേക ദ്രവം - *കലോറിക്* ചൂടുള്ള വസ്തുവിൽനിന്ന് തണുത്ത വസ്തുവിലേക്ക് ഒഴുകിപ്പകരുമെന്നാണ് വിശ്വസിച്ചിരുന്നത്. വ്യത്യസ്ത നിരപ്പിൽ വെള്ളം നിറച്ച രണ്ടു വീപ്പകൾ തമ്മിൽ ഒരു തിരശ്ചീന കുഴൽ വഴി ബന്ധിപ്പിക്കുമ്പോൾ സംഭവിക്കുന്നതുപോലെയാണിത് സങ്കൽപ്പിക്കപ്പെട്ടത്. ഇരുവീപ്പകളിലെയും ജലനിരപ്പുകൾ ഒരുപോലെയാകുന്നതുവരെ ജലത്തിന്റെ ഒഴുക്ക് തുടരുന്നു. അതുപോലെ ഇരുവസ്തുക്കൾക്കും ഒരേ താപനിലയാകുന്നതുവരെ *കലോറിക്ക് ഒഴുകാമെന്ന* വിശ്വാസമാണ് മുമ്പുണ്ടായിരുന്നത്.

കാലക്രമേണ, താപം ഒരു ഊർജരൂപമാണെന്ന ആധുനിക കാഴ്ചപ്പാട് വന്നു. അതോടുകൂടി, പഴയ *കലോറിക്* സങ്കൽപം കാലഹരണപ്പെട്ടു. 1798 ൽ ബഞ്ചമിൻ തോംസൺ ആണ് (അദ്ദേഹം കൗണ്ട് റംഫോർഡ് എന്ന പേരിലും അറിയപ്പെട്ടിരുന്നു) താപം ഒരു ഊർജ രൂപമാണെന്ന കാഴ്ചപ്പാട് രൂപപ്പെടുത്തിയതിൽ നിർണായകമായ നിരീക്ഷണങ്ങൾ നടത്തിയത്. അക്കാലത്ത് പിച്ചളകൊണ്ട് നിർമിച്ച പീരങ്കിയിൽ ആവശ്യമായ തുളകൾ ഇടുന്നത് കുതിരകളെ പൂട്ടിയ ചക്ക് പോലുള്ള ഒരു സംവിധാനത്തിലായിരുന്നു. വളരെയധികം ശക്തി ചെലുത്തേണ്ടുന്ന ഈ പ്രവൃത്തി ചെയ്യുമ്പോൾ അത്യധികം ചൂട് ഉണ്ടാവുന്നതായി അദ്ദേഹം ശ്രദ്ധിച്ചു. *തിളച്ച വെള്ളത്തിന്റെ അത്രയും ചൂട്*, എന്നാണ് അദ്ദേഹം അളന്ന് തിട്ടപ്പെടുത്തിയത്. യഥാർത്ഥത്തിൽ തുരവയന്ത്രത്തിന്റെ മൂർച്ചയല്ല, മറിച്ച്, ലോഹത്തിന്മേലുള്ള നിരന്തരമായ പ്രവൃത്തിയാണ് ഇത്രയധികം ചൂടുണ്ടാവുന്നതിന് കാരണമായതെന്ന് അദ്ദേഹം മനസ്സിലാക്കി. മുമ്പത്തെ താപീയദ്രവ സങ്കൽപമനുസരിച്ച്, മൂർച്ചയേറിയ ഉപകരണം, കൂടുതൽ താപദ്രവത്തെ പുറത്തെടുക്കുമെന്ന് കരുതിയിരുന്നെങ്കിലും, അങ്ങനെയല്ല നിരീക്ഷിച്ചത്. അദ്ദേഹത്തിന്റെ നിരീക്ഷണത്തിന്റെ സ്വാഭാവികമായ വിശദീകരണമെന്നത് താപം ഒരു ഊർജരൂപമാണെന്നും, ഇവിടെ ചൂണ്ടിക്കാണിച്ച ഉദാഹരണത്തിൽ നിന്ന് ഊർജം ഒരു രൂപത്തിൽ നിന്ന് മറ്റൊരു രൂപത്തിലേക്ക് മാറ്റപ്പെടുന്നതാണെന്നും ആകുന്നു. അതായത് പ്രവൃത്തിയിൽ നിന്ന് താപം ഉണ്ടാകുന്നു.

ഭൗതികശാസ്ത്രത്തിലെ ശാഖയായ താപഗതികം കൈകാര്യം ചെയ്യുന്നത് താപം, താപനില തുടങ്ങിയവയെക്കുറിച്ചും താപം മറ്റു വിവിധ ഊർജരൂപങ്ങളിലേക്കും തിരിച്ചും രൂപാന്തരപ്പെടുന്നതിനേക്കുറിച്ചുമാണ്. താപഗതികം വിശാലതലത്തിലുള്ള ഒരു ശാസ്ത്ര ശാഖയാണ്. അത് സ്ഥൂല വ്യവസ്ഥകളിൽ (bulk system) വ്യാപരിക്കുന്നു. അത് ദ്രവ്യത്തിന്റെ തൻമാത്രാഘടനയിലേക്കും മറ്റും കടന്നുചെല്ലുന്നില്ല. സത്യത്തിൽ താപഗതികത്തിന്റെ ധാരണകളും സിദ്ധാന്തങ്ങളും രൂപപ്പെട്ടുവരുന്നത് ദ്രവ്യ തന്മാത്രാ ചിത്രം അന്തിമമായി സ്ഥിരീകരിക്കപ്പെട്ടിട്ടില്ലായിരുന്ന പത്തൊമ്പതാം നൂറ്റാണ്ടിലാണ്. താപഗതിക വിവരണങ്ങളിൽ ഉൾപ്പെടുന്നത്, ഒരു വ്യവസ്ഥയുടെ ഏതാനും ആപേക്ഷിക സ്ഥൂലചരങ്ങളാണ്. ഈ ചരങ്ങൾ സാമാന്യ ബുദ്ധിക്കു നിർദേശിക്കുവാനും നേരിട്ടുതന്നെ തിട്ടപ്പെടുത്താനാവുന്നവയുമാണ്. ഉദാഹരണത്തിന് ഒരു വാതകത്തിന്റെ അതിസൂക്ഷ്മതലത്തിലുള്ള വിവരണത്തിന്, ആ വാതകരൂപീകരണത്തിന് കാരണമായ അനേകമനേകം തന്മാത്രകളുടെ നിർദേശാങ്കങ്ങളും (co-ordinates), പ്രവേഗവും വ്യക്തമാക്കേണ്ടി വരും. വാതകത്തിന്റെ ഗതിക സിദ്ധാന്തത്തിൽ വിസ്തരിച്ചുള്ള വിവരണമില്ലെങ്കിലും, തന്മാത്രാ പ്രവേഗത്തിന്റെ വിന്യാസം ഉൾപ്പെട്ടിട്ടുണ്ട്. അതേ സമയം ഒരു വാതകത്തിന്റെ താപഗതിക വിവരണത്തിൽ, തന്മാത്രാ വിവരണങ്ങൾ ഒഴിവാക്കുന്നു. പകരം താപഗതികത്തിൽ ഒരു വാതകത്തിന്റെ അവസ്ഥ ചൂണ്ടിക്കാണിക്കാൻ, മർദ്ദം, ഉള്ളളവ്, താപനില, മാസ്, ഘടന എന്നിവ പോലുള്ള സ്ഥൂലചരങ്ങൾ ഉപയോഗിക്കുന്നു. ഇവയൊക്കെ നമ്മുടെ ബോധത്തിനിണങ്ങുന്നവയും അളക്കാവുന്നവയുമാണ്.*

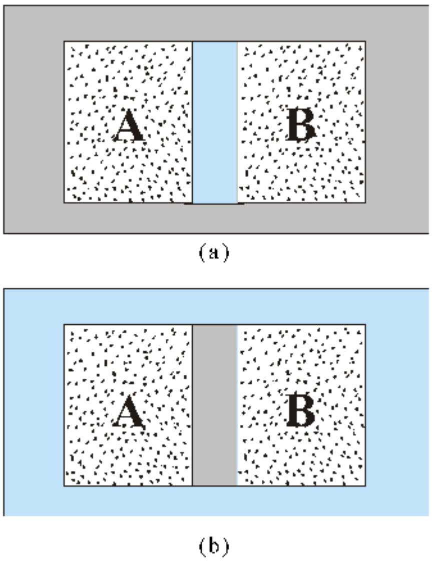
ബലതന്ത്രവും (*mechanics*) താപഗതികവും (*thermodynamics*) തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം കൃത്യമായി മനസ്സിലുണ്ടായിരിക്കേണ്ട കാര്യമാണ്. ബലതന്ത്രത്തിൽ നമ്മുടെ താൽപര്യം നാനാതരം ബലങ്ങളുടെയും, ടോർക്കുകളുടെയും ചലനങ്ങൾക്ക് വിധേയമാവുന്ന വസ്തുക്കളും, പദാർഥങ്ങളുമാണ്. അതേ സമയം താപഗതികം ഒരു വ്യവസ്ഥയുടെ ആന്തരിക, സ്ഥൂലാവസ്ഥയെ സംബന്ധിച്ചുള്ളതാണ്. ഒരു തോക്കിൽ നിന്ന് വെടിയുണ്ട പുറപ്പെടുമ്പോൾ, വെടിയുണ്ടയുടെ ബലതന്ത്രാവസ്ഥയാണ് മാറുന്നത്. വെടിയുണ്ടയെ ഒരു മരക്കഷണം കൊണ്ടോ മറ്റോ തടുക്കുമ്പോൾ, അതിനുണ്ടായിരുന്ന ഗതികോർജം താപോർജമായി മാറ്റപ്പെടുന്നു. അതുവഴി വെടിയുണ്ടയുടെയും, ചുറ്റുമുള്ള തടിയുടെ പാളികളുടേയും താപനില മാറുന്നു. താപനില ബന്ധപ്പെട്ടു നിൽക്കുന്നത് വെടിയുണ്ടയുടെ ആന്തരിക ചലനാവസ്ഥയിലെ (ക്രമരഹിതമായ) ഊർജവുമായാണ്. മറിച്ച് വെടിയുണ്ടയുടെ മൊത്തം ചലനവേഗവുമായല്ല.

12.2 താപ സന്തുലനാവസ്ഥ (THERMAL EQUILIBRIUM)

ബലതന്ത്രത്തിലെ സന്തുലനാവസ്ഥയിൽ, ഒരു വ്യവസ്ഥയുടെ മൊത്തം ബാഹ്യബലവും, ടോർക്കും

* നമ്മുടെ ഇന്ദ്രിയങ്ങൾക്ക് സംവേദനക്ഷമമല്ലാത്ത ചരങ്ങളും താപഗതികത്തിലുണ്ട്. ഉദാഹരണമായി എൻട്രോപി, എൻതാൽപി എന്നീ സ്ഥൂലചരങ്ങൾ. എങ്കിലും ഒരു താപഗതിക വ്യവസ്ഥയെ മർദം, ഉള്ളളവ്, താപനില, ആന്തരികോർജം എൻട്രോപി എന്നീ ചരങ്ങൾകൊണ്ട് തിട്ടപ്പെടുത്താം. എൻട്രോപി എന്നത് വ്യവസ്ഥയുടെ ഒരു അളവാണ്. എൻതാൽപി എന്നത് വ്യൂഹത്തിലെ താപത്തിന്റെ അളവാണ്.

(*torque*) പൂജ്യമായിരിക്കും. താപഗതികത്തിലെ സന്തുലനാവസ്ഥയെ വിവക്ഷിക്കുന്നത് മറ്റൊരു പശ്ചാത്തലത്തിലാണ് ഒരു വ്യവസ്ഥയിലെ സ്ഥൂല ചരങ്ങൾ (*macroscopic variables*) മാറ്റമില്ലാതിരിക്കുന്നുവെങ്കിൽ അതാണ് താപഗതികത്തിലെ സന്തുലനാവസ്ഥ. ഉദാഹരണമായി, അടച്ച ദൃഢമായ ഒരു പാത്രത്തിലെ വാതകം, അതിന്റെ ചുറ്റുപാടുമായി ഒരു സമ്പർക്കവുമില്ലാതെ അതിന്റെ നിശ്ചിത മർദ്ദം, ഉള്ളളവ്, താപനില, മാസ്, ഘടന എന്നിവ സമയത്തിനൊത്ത് മാറാതിരിക്കുന്നുവെങ്കിൽ ആ അവസ്ഥയെ താപഗതികത്തിൽ സന്തുലനാവസ്ഥയെന്നു പറയുന്നു.



ചിത്രം 12.1 (a) A,B വ്യവസ്ഥകൾ (രണ്ടുതരം വാതകങ്ങൾ) ഒരു അഡയബെറ്റിക് ഭിത്തിയാൽ (താപ ഒഴുക്കിനെ തടയുന്ന ഇൻസുലേറ്റർ) വേർതിരിക്കുന്നു.

(b) A,B എന്ന ഇതേ വ്യവസ്ഥകൾ ഒരു ഡയതെർമിക ഭിത്തിയാൽ (diathermic) വേർതിരിച്ചിരിക്കുന്നു. അതിനാൽ ഒരു വശത്തുനിന്ന് മറ്റേ വശത്തേക്ക് താപത്തിന് കടന്നുപോകാം. ഈ ഉദാഹരണത്തിൽ, ക്രമേണ താപസന്തുലനാവസ്ഥ കൈവരിക്കപ്പെടുന്നു.

പൊതു വീക്ഷണത്തിൽ ഒരു വ്യവസ്ഥ സന്തുലനാവസ്ഥയിലാണോ അല്ലയോ എന്നത് അതിന്റെ ചുറ്റുപാടുകളെയും, അതിനെ ചുറ്റുപാടുകളിൽ നിന്നും വേർപെടുത്തുന്ന ഭിത്തിയുടെ സ്വഭാവത്തെയും ആശ്രയിക്കുന്നു. രണ്ട് അടച്ചിട്ട പാത്രങ്ങളിൽ (A,B) രണ്ടുതരം വാതകങ്ങൾ ഉണ്ടെന്നിരിക്കട്ടെ. ഒരു നിശ്ചിത മാസുള്ള വാതകത്തിന്റെ മർദ്ദവും, ഉള്ളളവും അതിന്റെ സ്വതന്ത്രമായ രണ്ടു ചരങ്ങളായി തിരഞ്ഞെടുക്കാമെന്ന് പരീക്ഷണങ്ങളിലൂടെ നാം മനസ്സിലാക്കിയിട്ടുണ്ട്. ഇരുപാത്രങ്ങളിലെയും വാതകങ്ങൾക്ക് മർദ്ദവും, വ്യാപ്തവും യഥാക്രമം (P_A, V_A) എന്നും (P_B, V_B) എന്നു സങ്കൽപിക്കാം. വാതകങ്ങൾ ഉൾക്കൊള്ളുന്ന രണ്ട് വ്യവസ്ഥകളും (പാത്രങ്ങൾ) അടുത്തടുത്താണെങ്കിലും, ഒരു അഡയബാറ്റിക് (*adiabatic*) ഭിത്തികൊണ്ട് (അത് ചലിപ്പിക്കാവുന്നതാണ്) അവ വേർപെടുത്തിയിരിക്കുന്നു. ഈ ഭിത്തിയുടെ താപരോധകം വളരെ കൂടിയതായതിനാൽ അത് യാതൊരുവിധത്തിലും ചൂടിനെ പരസ്പരം കടത്തിവിടുന്നില്ല. മാത്രമല്ല അത് പാത്രങ്ങളുടെ ചുറ്റുപാടിലേക്കുള്ള താപപ്രസരണത്തിനു തടസ്സം ഉണ്ടാക്കുന്നു. (P_A, V_A) യുടെ സാധ്യമായ ഏത് മൂല്യജോഡിയും (P_B, V_B) യുടെ സാധ്യമായ ഏത് മൂല്യജോഡിയുമായും സന്തുലനത്തിലായിരിക്കും. ഇനി, അഡയബാറ്റിക് ഭിത്തി (adiabatic wall) എടുത്തുമാറ്റിക്കൊണ്ട് ഒരു ഡയാതെർമിക് (diathermic) ഭിത്തി ഇവയ്ക്കിടയിൽ സ്ഥാപിക്കുന്നുവെന്നു കരുതുക. ഈ ഭിത്തി താപത്തെ ഇരുവശത്തേക്കും കടത്തിവിടുന്നു. ഇപ്പോൾ ഇരുപാത്രത്തിലേയും $(A,B$ എന്നീ വ്യവസ്ഥകളിലെ) സ്ഥൂല ചരങ്ങൾ സ്വമേധയാ മാറ്റം കാണിച്ചു തുടങ്ങുകയും ഇരുവ്യവസ്ഥകളും സന്തുലനാവസ്ഥയിലെത്തുന്നതുവരെ അത് തുടരുകയും ചെയ്യുന്നു. അതിനു ശേഷം ഈ ചരങ്ങൾക്ക് ഒരു മാറ്റവും കാണപ്പെടുന്നില്ല. ചിത്രം 12.1(b) ൽ അത് കാണിച്ചിരിക്കുന്നു. ഇരുവ്യവസ്ഥകളിലേയും മർദ്ദം, വ്യാപ്തം മുതലായ ചരങ്ങൾ $(P_A^{\,I}, V_A^{\,I})$ എന്നും $(P_B^{\,I}, V_B^{\,I})$ എന്നിങ്ങനെ മാറിയിട്ടുണ്ടായിരിക്കും. പുതിയ സാഹചര്യത്തിൽ A,B എന്നീ വ്യവസ്ഥകൾ പരസ്പരം സന്തുലനത്തിലാണെന്ന് പറയാവുന്നതാണ്. ഇങ്ങനെ സന്തുലനത്തിലാവുമ്പോൾ വ്യവസ്ഥകൾ തമ്മിൽ യാതൊരു ഊർജകൈമാറ്റവും നടത്തുന്നില്ല.അതുകൊണ്ട് വ്യവസ്ഥ A വ്യവസ്ഥ B യുമായി താപസന്തുലനത്തിലാണെന്നു പറയാം.

രണ്ടു വ്യവസ്ഥകളും താപസന്തുലനത്തിലാണെന്ന് പറഞ്ഞുവല്ലോ? ഈ അവസ്ഥയുടെ സ്വഭാവമെന്താണ്? നേരത്തെ സൂചിപ്പിച്ചതും പരീക്ഷണത്തി

* രണ്ടുചരങ്ങളും മാറേണ്ടതില്ല. ഇത് നിബന്ധനകളെ ആശ്രയിച്ചിരിക്കും. ഉദാഹരണത്തിന് സ്ഥിരമായ ഉള്ളളവോടു കൂടിയ ഒരു പാത്രത്തിലെ വാതകം താപസന്തുലനാവസ്ഥയിലെത്താൻ മർദ്ദം മാത്രമേ മാറേണ്ടതുള്ളൂ.

ലൂടെ നിരീക്ഷിച്ചതുമായ അനുഭവത്തിൽ ഇതിന്റെ ഉത്തരം നിങ്ങൾക്ക് ഊഹിക്കാനായേക്കും. താപ സന്തുലനാവസ്ഥയിൽ, ഇരുവ്യവസ്ഥയുടെയും താപ നില ഒരുപോലെയായിരിക്കും. താപഗതികത്തിൽ താപനില എന്ന ആശയത്തിന്റെ അർഥം മനസ്സിലാക്കുവാൻ താപഗതികത്തിലെ *സീറോത്ത് നിയമം* നമ്മെ സഹായിക്കും.

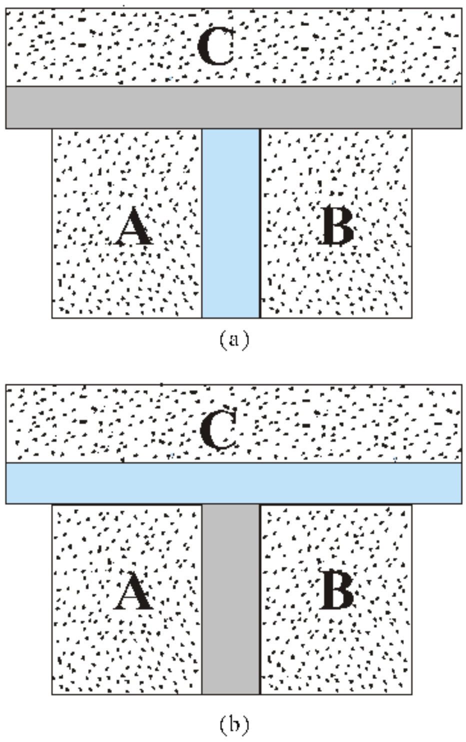
12.3 താപഗതികത്തിലെ സീറോത്ത് നിയമം (ZEROTH LAW OF THERMODYNAMICS)

A, B എന്നീ രണ്ടു വ്യവസ്ഥകൾ താപം കടത്തിവിടാത്ത ഒരു ഭിത്തിയാൽ വേർതിരിക്കപ്പെട്ടിരിക്കുന്നുവെന്നു കരുതുക. പരസ്പരം അവയ്ക്ക് നേരിട്ട് ബന്ധപ്പെടാനാവില്ലെങ്കിലും മൂന്നാമതൊരു വ്യവസ്ഥയായ *C* യുമായി ഈ രണ്ടു വ്യവസ്ഥയ്ക്കും വെവ്വേറെ ബന്ധപ്പെടാവുന്ന വിധത്തിലൊരു സംവിധാനം ചിത്രം *12.2 (a)* യിൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നു. വ്യവസ്ഥകളുടെ അവസ്ഥകൾ (*states*) അതായത് സ്ഥൂലചരങ്ങൾ, *A* യിൽ നിന്നും *B* യിൽനിന്നും *C* വഴിയായി മാറ്റങ്ങൾക്ക് വിധേയമാവുകയും, മൂന്നു വ്യവസ്ഥകളും ഒരു താപസന്തുലനാവസ്ഥയിലെത്തുന്നതുവരെ തുടരുന്നതായും കാണാം. അത് പൂർത്തിയായാൽ ആദ്യത്തെ രണ്ടു വ്യവസ്ഥകൾ (*A,B*) തമ്മിലുള്ള അഡയബാറ്റിക് ഭിത്തി മാറ്റി പകരം ഒരു താപചാലകഭിത്തി സ്ഥാപിക്കുകയും അവയെ രണ്ടിനേയും *C* യുമായുള്ള സമ്പർക്കം തടഞ്ഞുകൊണ്ട് അവിടെ ഒരു അഡയബാറ്റിക് ഭിത്തി സ്ഥാപിക്കുന്നുവെന്നുമിരിക്കട്ടെ. ചിത്രം *12.2 (b)*. ഇപ്പോൾ *A,B* എന്നിവ പരസ്പരം താപീയ സമ്പർക്കത്തിലാണെങ്കിലും ഒരു മാറ്റവും സംഭവിക്കുന്നില്ലെന്ന് കാണാവുന്നതാണ്. അതിനർത്ഥം *A* യും *B* യും പരസ്പരം താപസന്തുലനാവസ്ഥയിലായിരിക്കുന്നുവെന്നാണ്. ഈ നിരീക്ഷണം താപഗതികത്തിലെ സീറോത്ത് നിയമത്തിലേക്ക് എത്തിക്കുന്നു. അതായത്, രണ്ടു വ്യവസ്ഥകൾ വെവ്വേറെയായി മൂന്നാമതൊരു വ്യവസ്ഥയുമായി താപ സന്തുലനാവസ്ഥയിലാണെങ്കിൽ ആ രണ്ടു വ്യവസ്ഥകൾ തമ്മിലും താപസന്തുലനാവസ്ഥയിലായിരിക്കും.

താപഗതികത്തിലെ സീറോത്ത് നിയമം വ്യക്തമായി സൂചിപ്പിക്കുന്നത്, A, B എന്നീ വ്യവസ്ഥകൾ താപ സന്തുലനാവസ്ഥയിലായിരിക്കുമ്പോൾ, അവ രണ്ടിലും ഒരേ മൂല്യമുള്ള ഒരു ഭൗതിക അളവുണ്ടാകണമെന്നാണ്. ഈ താപഗതിക ചരത്തെയാണ് താപനില (**T**) എന്നു വിളിക്കുന്നത്. ഈ നിയമം ആർ.എച്ച്. ഫൗളർ (*R.H.Fowler*) 1931-ലാണ് രൂപീകരിക്കുന്നത്.

അദ്ദേഹം ഇത് രൂപീകരിക്കുമ്പോൾ താപഗതികത്തിൽ ഒന്നും രണ്ടും നിയമങ്ങൾ നിലവിൽ വന്നു കഴിഞ്ഞിരുന്നു. അതുകൊണ്ട് ഈ നിയമത്തെ താപഗതികത്തിലെ സീറോത്ത് നിയമമെന്നു വിളിക്കുന്നു. *A* യും *B* യും പ്രത്യേകം പ്രത്യേകമായി *C* യുമായി സന്തുലനാവസ്ഥയിൽ ആണെങ്കിൽ $T_A = T_C$ അതുപോലെ $T_B = T_C$. ഇത് കാണിക്കുന്നത് $T_A = T_B$ എന്നു തന്നെയാണ്. അതായത് *A* യും *B* യും പരസ്പരം താപസന്തുലനാവസ്ഥയിലാണ്.

അങ്ങനെ സീറോത്ത് നിയമത്തിന്റെ സഹായത്തോടുകൂടി താപനില എന്ന ആശയത്തിലേക്കു നമുക്ക് എത്തിച്ചേരാൻ കഴിയുന്നു. ഇനി അടുത്തു വരാനിരിക്കുന്ന ചോദ്യം, എങ്ങനെയാണ് വ്യത്യസ്ത വസ്തുക്കളുടെ താപനിലയിലെ സംഖ്യാപരമായ മൂല്യം നിർണയിക്കുന്നതെന്നതാവാം. തെർമോമെട്രിക് അളവുകൾ ഇക്കാര്യം കൈകാര്യം ചെയ്യുന്നു, ആയവ അടുത്ത വിഭാഗത്തിൽ വിവരിക്കുന്നുണ്ട്.



ചിത്രം 12.2 (a) *A,B* വ്യവസ്ഥകൾ ഒരു അഡയബാറ്റിക് ഭിത്തി കൊണ്ട് വേർതിരിച്ചിരിക്കുന്നു. എന്നാൽ അവ രണ്ടും ഒരു താപചാലക ഭിത്തി മുഖാന്തിരം C യുമായി സമ്പർക്കത്തിലാണ്.

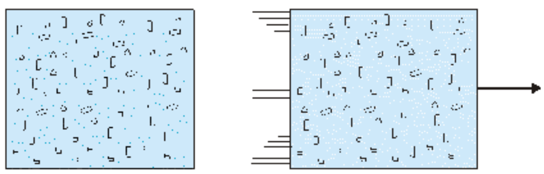
(b) *A* യ്ക്കും *B* യ്ക്കും ഇടയിലുള്ള അഡയബാറ്റിക് ഭിത്തി മാറ്റി പകരം ഒരു ചാലക ഭിത്തി വച്ചിരിക്കുന്നു. ഇതോടൊപ്പം *C* യെ *A* യിൽ നിന്നും B യിൽ നിന്നും ഒരു അഡയബാറ്റിക് ഭിത്തി ഉപയോഗിച്ച് വേർതിരിച്ചിരിക്കുന്നു.

12.4 താപം, ആന്തരികോർജം, പ്രവൃത്തി (HEAT, INTERNAL ENERGY AND WORK)

താപഗതികത്തിന്റെ സീറോത്ത് നിയമം, താപനില യെന്ന ആശയത്തെ വ്യക്തമാക്കുന്നു. താപനിലയെന്നത് ഒരു വസ്തുവിലെ താപത്തിന്റെ അളവ് സൂചിപ്പിക്കുന്നു. അത് രണ്ടു വസ്തുക്കൾ താപീയ സമ്പർക്കത്തിലാവുമ്പോൾ താപം ഒഴുകുന്ന ദിശ താപനില വ്യത്യാസത്തിലൂടെ കണ്ടെത്തുന്നു. താപത്തിന്റെ ഒഴുക്ക് ഉയർന്ന താപനിലയിലുള്ള വസ്തുവിൽ നിന്ന് താഴ്ന്ന താപനിലയിലുള്ള വസ്തുവിലേക്കാണ്. ഇരുവസ്തുക്കളിലും താപനില ഒരുപോലെയാവുന്നതുവരെ ഈ ഒഴുക്ക് തുടരുകയും പിന്നീട് നിലയ്ക്കുകയും ചെയ്യുന്നു. അപ്പോൾ വസ്തുക്കൾ താപസന്തുലനാവസ്ഥയിലാണെന്ന് പറയുന്നു. വിവിധ വസ്തുക്കളിലെ താപനില കണക്കാക്കുന്നതിന് താപമാപനത്തോതുകൾ നിർമ്മിക്കുന്നതിന്റെ വിവരണം നമ്മൾ മനസ്സിലാക്കിയതാണ്. ഇപ്പോൾ താപവും അതുമായി ബന്ധപ്പെട്ട ആന്തരികോർജം, പ്രവൃത്തി എന്നിവ പോലുള്ള കാര്യങ്ങളെക്കുറിച്ച് പ്രതിപാദിക്കാം.

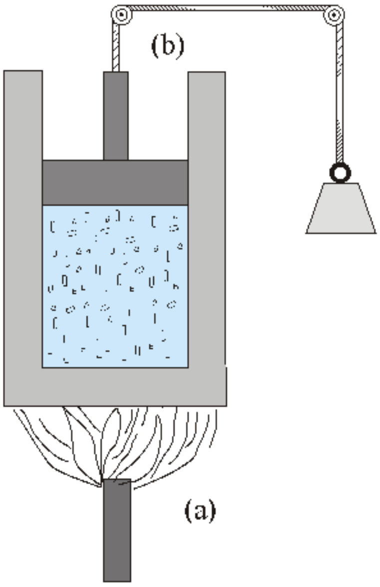
ഒരു വ്യവസ്ഥയുടെ ആന്തരികോർജം എന്ന ആശയത്തെ മനസ്സിലാക്കുന്നത് അത്ര പ്രയാസമുള്ള കാര്യമല്ല. നമുക്കറിയാവുന്നതുപോലെ ഓരോ സ്ഥൂല വ്യവസ്ഥയും (*bulk system*) അനേകം തന്മാത്രകളാൽ നിർമിതമാണ്. ആ വ്യവസ്ഥയുടെ ആന്തരികോർജം ഈ തന്മാത്രകളുടെയെല്ലാം ഗതികോർജത്തിന്റെയും സ്ഥിതികോർജത്തിന്റെയും തുകയാണ്. വ്യവസ്ഥയുടെ മൊത്തമായ ചലനംകൊണ്ട് ഗതികോർജം ഉണ്ടാകാമെങ്കിലും അത് ഇവിടെ പരിഗണിക്കേണ്ടതില്ല. അതൊഴിവാക്കിയാൽ ആ വ്യവസ്ഥയുടെ ആന്തരികമായ അവസ്ഥ മാത്രമേ പരിഗണനയ്ക്കു വരുന്നുള്ളു. നിശ്ചലാവസ്ഥയിലുള്ള (*rest*) ഒരു വ്യവസ്ഥയുടെ മാസ്കേന്ദ്രത്തെ ആധാരമാക്കിയുള്ള തന്മാത്രകളുടെ ഗതികോർജത്തിന്റെയും (Kinetic energy) സ്ഥിതികോർജത്തി (Potential energy)ന്റെയും തുകയാണ് ആ വ്യവസ്ഥയുടെ ആന്തരികോർജം (internal energy). അതുകൊണ്ടത്, ആ വ്യവസ്ഥയിലെ തന്മാത്രകളുടെ ക്രമരഹിതമായ ചലനങ്ങളും കൂടി ഉൾപ്പെടുന്ന മൊത്തം ഊർജാവസ്ഥയാണ്. ഒരു വ്യവസ്ഥയുടെ ആന്തരികോർജത്തിന്റെ സൂചകം U ആണ്.

ആന്തരികോർജത്തിനു കാരണമായ തന്മാത്രാ ചലനത്തെപ്പറ്റി ഒരു ധാരണ നമുക്കുണ്ടെങ്കിലും, താപഗതികത്തെ സംബന്ധിച്ചിടത്തോളം U ഒരു വ്യവസ്ഥയുടെ ഒരു സ്ഥൂലചരം മാത്രമാണ്. ആ വ്യവസ്ഥയുടെ അവസ്ഥയെ (*state*) മാത്രം ആശ്രയിച്ചിരിക്കുന്നതാണ് ആന്തരികോർജം. അല്ലാതെ അതിന്റെ ചരിത്രത്തേയല്ല, അതായത് ആ അവസ്ഥ എങ്ങനെ കൈവരിച്ചുവെന്നതിനെ ആശ്രയിക്കുന്നില്ല. ഒരു വ്യവസ്ഥയുടെ ആന്തരികോർജം U താപഗതികത്തിലെ അവസ്ഥാ ചരത്തിന് (*state variable*) ഉദാഹരണമാണ്. അത് തന്നിരിക്കുന്ന വാതകത്തിന്റെ മാസിലടങ്ങിയിരിക്കുന്ന ആന്തരികോർജം അതിന്റെ അവസ്ഥകളെ മാത്രം ആശ്രയിച്ചിരിക്കുന്നു, അതായത്, അതിന്റെ സംക്ഷിപ്ത മൂല്യങ്ങളായ മർദം, ഉള്ളളവ്, താപനില എന്നിവയിൽ അധിഷ്ഠിതമാണ്. അല്ലാതെ, വാതകം എങ്ങനെ ഈ അവസ്ഥ കൈവരിച്ചുവെന്നതിനെ ആശ്രയിക്കുന്നില്ല. ആന്തരികോർജവും ആ വ്യവസ്ഥയുടെ (വാതകത്തിന്റെ) താപഗതിക അവസ്ഥാചരമാണ്. (വിഭാഗം 12.7 കാണുക). വാതകത്തിനകത്തെ വളരെ ചെറിയ തന്മാത്രാന്തര ബലം ഒഴിവാക്കുന്നതായാൽ ആന്തരികോർജമെന്നത് വാതകത്തിലെ തന്മാത്രകളുടെ വിവിധങ്ങളായ ക്രമരഹിത ചലനങ്ങളോടനുബന്ധിച്ചുള്ള ഗതികോർജത്തിന്റെ തുക മാത്രമായിത്തീരുന്നു. അടുത്ത അധ്യായത്തിൽ കാണാൻ പോകുന്നതുപോലെ, വാതകത്തിലെ തന്മാത്രകളുടെ ചലനങ്ങൾ, സ്ഥാനാന്തര (*translational*) ചലനം മാത്രമല്ല (അതായത് വാതകം ഉൾക്കൊള്ളുന്ന പാത്രത്തിന്റെ ഉള്ളളവിലെ ഒരു ബിന്ദുവിൽ നിന്ന് മറ്റൊരു ബിന്ദുവരെയുള്ള ചലനം). തന്മാത്രകളുടെ പരിക്രമണ, കമ്പന ചലനങ്ങളെയും (ചിത്രം 12.3) (rotational and vibrational) ഉൾക്കൊള്ളുന്നു.



(a) (b)

ചിത്രം 12.3 (a) വാതകത്തിന്റെ ആന്തരികോർജം U എന്നത്, വാതകമടങ്ങിയ പെട്ടി നിശ്ചലാവസ്ഥയിലായിരിക്കുമ്പോൾ, വാതക തന്മാത്രകളുടെ ഗതികോർജത്തിന്റെയും സ്ഥിതികോർജത്തിന്റെയും ആകെത്തുകയായിരിക്കും. ഗതികോർജം തന്മാത്രകളുടെ വിവിധ ചലനങ്ങൾ മൂലമുണ്ടാവുന്നു (ഉദാ. സ്ഥാനാന്തര ചലനം, പരിക്രമണ ചലനം, കമ്പന ചലനം.) ഇതൊക്കെ U വിൽ ഉൾപ്പെടുന്നു. (b) വാതകമടങ്ങിയ അതേ പെട്ടി തന്നെ ഒരേ പ്രവേഗത്തോടെ സഞ്ചരിക്കുന്നുവെങ്കിൽ, പെട്ടിയുടെ ഗതികോർജം U വിനെ ബാധിക്കുന്നില്ല



ചിത്രം 12.4 *താപവും പ്രവൃത്തിയും ഒരു വ്യവസ്ഥയിലെ ഊർജനിലയിൽ വ്യത്യാസം വരുത്തി ആന്തരികോർജത്തെ പരിഷ്കരിക്കുന്ന വ്യത്യസ്ത ഉപാധികളാണ്. (a) വ്യവസ്ഥയും ചുറ്റുപാടും തമ്മിലുള്ള താപനില വ്യതിയാനം മൂലം കൈമാറ്റം ചെയ്യപ്പെടുന്ന ഊർജരൂപമാണ് താപം. (b) പ്രവൃത്തി എന്നത് നേരിട്ടുള്ള ഊർജ പ്രേഷണമില്ലാതെ മർദ്ദ വ്യത്യാസത്തിലൂടെയും വ്യാപ്ത വ്യത്യാസത്തിലൂടെയും ആന്തരികോർജത്തിൽ മാറ്റമുണ്ടാകുന്നു.*

ഒരു വ്യവസ്ഥയുടെ ആന്തരികോർജത്തിന്റെ മാറ്റത്തിനു വേണ്ടുന്ന സാദ്ധ്യതകളേതൊക്കെയായിരിക്കും? ലഘൂകരിച്ചു പറഞ്ഞാൽ, ചിത്രം 12.4 ൽ കാണിച്ചിട്ടുള്ള ഒരു സിലിണ്ടറിൽ നിറച്ച വാതകത്തിന് മുകളിലായി ചലിക്കുന്ന ഒരു പിസ്റ്റൺ ഘടിപ്പിച്ചിരിക്കുന്നതായി സങ്കൽപ്പിക്കുക. പഠന അനുഭവങ്ങൾ കാണിക്കുന്നത് രണ്ടുവിധത്തിൽ സിലിണ്ടറിലെ വാതകത്തിന്റെ അവസ്ഥയിൽ മാറ്റം വരുത്താനാകുമെന്നാണ്. ഒന്നാമത്തേത് വാതകം നിറച്ച സിലിണ്ടർ വാതകത്തേക്കാൾ ഉയർന്ന താപനിലയുള്ള ഒരു വസ്തുവുമായി സമ്പർക്കത്തിലാക്കുക (ചൂടാക്കുക). അപ്പോൾ താപവ്യത്യാസം മൂലം താപോർജം ഉയർന്ന താപാവസ്ഥയിൽ നിന്ന് വാതകമാസിലേക്ക് ഒഴുകുന്നു. അങ്ങനെ വാതകത്തിന്റെ ആന്തരികോർജം വർദ്ധിക്കുന്നു. രണ്ടാമത്തെ മാർഗ്ഗം, പിസ്റ്റൺ ശക്തിയായി അമർത്തുകയും അതുവഴി വാതകത്തിന്റെ ആന്തരികോർജം കൂട്ടുകയും ആണ്. നേരെ തിരിച്ചും കാര്യങ്ങൾ നടന്നേക്കാം. ചുറ്റുപാടുകൾ സിലിണ്ടറിലെ വാതകത്തേക്കാൾ കുറഞ്ഞ താപനിലയിലാണെങ്കിൽ വാതകത്തിൽനിന്ന് പുറത്തേക്ക് താപോർജം ഒഴുകും, അതുപോലെ വാതകത്തിന്റെ മർദം മൂലം പിസ്റ്റൺ ഉയർത്തപ്പെട്ടാലും നേരെ എതിരായ പ്രവൃത്തി നടക്കും, അതായത് ചുറ്റുപാടിൽ പ്രവൃത്തി നടക്കുമെന്നർത്ഥം. ഇത് ആന്തരീകോർജത്തെ കുറയ്ക്കും. ചുരുക്കത്തിൽ താപവും പ്രവൃത്തിയും താപഗതികത്തിലെ ഒരു വ്യവസ്ഥയുടെ അവസ്ഥകളിൽ വ്യതിയാനമുണ്ടാക്കാനുതകുന്ന രണ്ടു പ്രധാന ഘടകങ്ങളാണ്, അവ ആന്തരിക ഊർജത്തിലും മാറ്റങ്ങളുണ്ടാക്കുന്നു.

താപം എന്ന പ്രതിഭാസത്തെ, ആന്തരിക ഊർജം എന്ന ആശയവുമായി വളരെ ശ്രദ്ധാപൂർവ്വം വേറിട്ടു കാണേണ്ടതുണ്ട്. താപം തീർച്ചയായും ഒരു ഊർജമാണ്. എന്നാൽ അത് പ്രസരണം (*transit*) ചെയ്യപ്പെടുന്ന അല്ലെങ്കിൽ ഒഴുകുന്ന ഒരു ഊർജമാണെന്നു പറയാം. ഇതൊരു ആലങ്കാരിക നിർവ്വചനമാണെന്നു കരുതരുത്. താപവും ആന്തരികോർജവും തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം പ്രാധാന്യമേറിയ അടിസ്ഥാന വിവരമാണ്. ഒരു താപഗതികവ്യവസ്ഥയുടെ അവസ്ഥ പരിഗണിക്കുന്നത് അതിന്റെ ആന്തരിക ഊർജത്തിന്മേലാണ്, താപത്തിന്മേലല്ല. ഉദാഹരണമായി ഒരു പ്രസ്താവനയിൽ *'തന്നിരിക്കുന്ന ഒരവസ്ഥയിൽ വാതകത്തിന് ഒരു നിശ്ചിത താപമുണ്ട്'* എന്നാണെങ്കിൽ അത് അർത്ഥശൂന്യമായ പ്രസ്താവനയാണ്. അതുപോലെ *'തന്നിരിക്കുന്ന അവസ്ഥയിൽ വാതകത്തിന് ഒരു കൃത്യമായ അളവ് പ്രവൃത്തിയുണ്ട്'* എന്നതും അസംബന്ധമാണ്. നേരെ മറിച്ച്, *'തന്നിരിക്കുന്ന അവസ്ഥയിൽ ഒരു വാതകത്തിന് നിശ്ചിത അളവിൽ ആന്തരികോർജമുണ്ട്'* എന്നത് വ്യക്തമായും അർഥവത്തായ പ്രസ്താവനയാണ്. അതുപോലെ 'ഒരു വ്യവസ്ഥയിലേക്ക് നിശ്ചിത അളവ് താപം വിതരണം ചെയ്തു' വെന്നോ, 'ഒരു വ്യവസ്ഥയാൽ നിശ്ചിത അളവ് പ്രവൃത്തി ചെയ്തു' വെന്നോ പറയുന്നതും പ്രസക്തമായവയാണ്.

ചുരുക്കത്തിൽ, താപഗതികത്തിൽ താപം, പ്രവൃത്തി മുതലായവ അവസ്ഥാ ചരങ്ങളല്ല. അവ ഒരു വ്യവസ്ഥയിലേക്ക് പ്രയോഗിക്കുമ്പോൾ ആന്തരികോർജത്തിൽ മാറ്റങ്ങളുണ്ടാക്കുന്ന ഊർജത്തിന്റെ വകഭേദങ്ങളാണ്. ആന്തരികോർജം ഒരു അവസ്ഥാ ചരമാണെന്ന് നേരത്തേ സൂചിപ്പിച്ചിരുന്നല്ലോ.

12.5 താപഗതികത്തിലെ ഒന്നാം നിയമം (FIRST LAW OF THERMODYNAMICS)

ഒരു വ്യവസ്ഥയുടെ ആന്തരികോർജമായ U ൽ മാറ്റം വരുത്താൻ രണ്ടുപാധികളിലൂടെ സാധിക്കുമെന്ന് നമ്മൾ കണ്ടതാണ് – താപവും, പ്രവൃത്തിയും. ഇനി ഇതിന്മേൽ സമീകരണങ്ങൾ രൂപപ്പെടുത്തുന്നതിനായി ഓരോന്നിനും ഓരോ സൂചകങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ചു കൊണ്ട് താഴെ കാണിച്ചിരിക്കുന്നതു പോലെ എഴുതാവുന്നതാണ്.

ΔQ – ഒരു വ്യവസ്ഥയിലേക്ക് ചുറ്റുപാടിൽനിന്നും നൽകപ്പെടുന്ന താപം

ΔW – ചുറ്റുപാടിന്മേൽ വ്യവസ്ഥ ചെയ്യുന്ന പ്രവൃത്തി

ΔU – വ്യവസ്ഥയിലെ ആന്തരികോർജത്തിലുണ്ടാവുന്ന മാറ്റം

ഇനി ഊർജസംരക്ഷണ നിയമപ്രകാരം

$$\Delta Q = \Delta U + \Delta W \qquad (12.1)$$

അതായത് വ്യവസ്ഥയിലേക്ക് കൊടുത്ത ഊർജത്തിൽ (ΔQ) ഒരു ഭാഗം വ്യവസ്ഥയുടെ ആന്തരികോർജത്തിൽ വർദ്ധനവുണ്ടാക്കുന്നു, ബാക്കി ചുറ്റുപാടിന്മേലുള്ള പ്രവൃത്തിക്കും (ΔW) ഉപയോഗിക്കുന്നു. സമവാക്യം (12.1) അറിയപ്പെടുന്നത് താപഗതികത്തിലെ ഒന്നാംനിയമമെന്നാണ്. ഒരു വ്യവസ്ഥയുടെ ചുറ്റുപാടിൽനിന്നോ ചുറ്റുപാടിലേക്കോ ഉള്ള താപ പ്രേഷണവും കൂടി ഉൾപ്പെടുത്തിക്കൊണ്ടുള്ള പൊതു ഊർജസംരക്ഷണനിയമത്തിന്റെ പ്രയോഗം തന്നെയാണിത്. സമവാക്യം (12.1)ൽ നിന്ന്

$$\Delta Q - \Delta W = \Delta U \qquad (12.2)$$

ഇനി ഈ വ്യവസ്ഥയ്ക്ക് പ്രാരംഭാവസ്ഥയിൽ നിന്ന് അന്തിമാവസ്ഥയിലേക്ക് പല വിധത്തിലും പോകാനായേക്കും. ഉദാഹരണത്തിന്, വാതകത്തിന്റെ അവസ്ഥയെ (P_1, V_1) എന്ന അവസ്ഥയിൽ നിന്ന് (P_2, V_2) എന്ന അവസ്ഥയിലേക്ക് മാറ്റണം എന്നിരിക്കട്ടെ. അതിന് ആദ്യമായി വാതകത്തിന്റെ ഉള്ളളവിനെ V_1ൽ നിന്ന് V_2 വിലേക്ക് മാറ്റിയെടുക്കുക, അങ്ങനെ ചെയ്യുമ്പോൾ മർദത്തിൽ മാറ്റം വരാതെ നോക്കണം, അതായത് ആദ്യത്തെ പ്രവർത്തനത്തിനു ശേഷമുള്ള അവസ്ഥ (P_1, V_2) എന്നായിരിക്കണം. പിന്നീടാണ് മർദത്തിൽ അതായത് P_1 ൽ നിന്ന് P_2 വിലേക്ക് വ്യത്യാസം വരുത്തേണ്ടത്. ആ സമയത്ത് ഉള്ളളവ് (V_2) സ്ഥിരമായിരിക്കണം. അങ്ങനെ ക്രമേണ P_2, V_2 എന്ന അവസ്ഥയിലെത്തുന്നു. ഒന്നിടവിട്ട് നമ്മൾ ആദ്യം മർദത്തെ സ്ഥിരതയിൽ നിർത്തുകയും പിന്നീട് ഉള്ളളവ് സ്ഥിരതയിൽ നിർത്തുകയും ചെയ്തുവല്ലോ. U എന്നത് ഒരു *'അവസ്ഥാ ചരം'* ആയതിനാൽ ΔU ആശ്രയിച്ചിരിക്കുന്നത് ആരംഭത്തിലും അന്ത്യത്തിലുമുള്ള അവസ്ഥകളെ മാത്രമായിരിക്കും. അല്ലാതെ ആ അവസ്ഥയിലേക്കെത്തിയ വഴികളെയല്ല. എന്നാൽ ΔQ, ΔW എന്നിവ, പൊതുവേ, അവയുടെ തുടക്കം മുതൽ അവസാനം വരെയുള്ള അവസ്ഥകളുടെ വഴികളെക്കൂടി ആശ്രയിക്കുന്നു. താപഗതികത്തിന്റെ ഒന്നാം നിയമത്തിൽ (സ.വാ. 12.2) നിന്നും, ΔQ - ΔW എന്ന സംയോജനത്തിലൂടെത്തന്നെ പാതയെ ആശ്രയിക്കുന്നില്ലായെന്ന് വ്യക്തമാകുന്നുണ്ട്. ഇത് കാണിക്കുന്നത്, ഒരു വ്യവസ്ഥ $\Delta U = 0$ ആയിരിക്കുന്ന ഒരു പ്രക്രിയയിലൂടെ കടന്നുപോകുന്നുവെങ്കിൽ, (*ഉദാ- ഒരു ആദർശ വാതകത്തിന്റെ ഐസോതെർമൽ വികാസം വിഭാഗം 12.8 കാണുക*)

$$\Delta Q = \Delta W \quad \text{ആയിരിക്കും.}$$

അതായത്, ആ വ്യവസ്ഥയിലേക്ക് നൽകപ്പെട്ട താപം മുഴുവൻ തന്നെ അത് ചുറ്റുപാടിൽ പ്രവൃത്തി ചെയ്യുന്നതിന് വേണ്ടി ഉപയോഗിച്ചിരിക്കുന്നു.

ചലിപ്പിക്കാവുന്ന പിസ്റ്റണുള്ള സിലിണ്ടറിൽ അടങ്ങിയ ഒരു വാതകമാണ് വ്യവസ്ഥയെന്നു കരുതുക. പിസ്റ്റൺ പുറത്തേക്ക് നീക്കുന്നതിൽ കൂടി വാതകം പ്രവൃത്തി ചെയ്യുന്നു. ബലം എന്നത് പരപ്പളവും മർദവും തമ്മിലുള്ള ഗുണിതമാണല്ലോ. ആയതിനാൽ, P എന്ന സ്ഥിര മർദത്തിനെതിരായി വാതകം ചെയ്യുന്ന പ്രവൃത്തി $\Delta W = P\,\Delta V$ ആയിരിക്കും.

ഇതിൽ ΔV എന്നത് വാതകത്തിന്റെ ഉള്ളളവിൽ വന്ന മാറ്റമാണ്. അങ്ങനെ സമവാക്യം (12.1) ൽ നിന്നും

$$\Delta Q = \Delta U + P\,\Delta V \quad \text{എന്നു ലഭിക്കും.} \qquad (12.3)$$

സമവാക്യം (12.3) ന്റെ പ്രയോഗത്തിലേക്കായി, ഒരു ഗ്രാം വെള്ളത്തിന്റെ ആന്തരികോർജത്തിൽ മാറ്റമുണ്ടാക്കിക്കൊണ്ട് അതു മുഴുവനായി നീരാവിയാക്കി പരിവർത്തനം ചെയ്യുന്ന കാര്യം പരിഗണിക്കാം. ജലത്തിന്റെ ലീനതാപം (*latent heat*) കണക്കാക്കിയിട്ടുള്ളത് $2256\, J/g$ എന്നാണ്. അപ്പോൾ ഒരു ഗ്രാം ജലത്തിന്റെ $\Delta Q = 2256$ ജൂൾ. സാധാരണ അന്തരീക്ഷ മർദത്തിൽ 1 ഗ്രാം ജലത്തിന്റെ വ്യാപ്തം $1 cm^3$ ഉം അതിന്റെ നീരാവി അവസ്ഥയിൽ വ്യാപ്തം $1671\ cm^3$ മാണ്. അതിനാൽ

$$\Delta W = P\,(V_g - V_l) = 1.013 \times 10^5 \times (1670 \times 10^{-6}) = 169.2 \text{ J}$$

സമവാക്യം 12.3 ൽ നിന്ന് ലഭിക്കുന്നത്

$$\Delta U = 2256 - 169.2 = 2086.8 \text{ J}$$

ഇതിൽനിന്ന് മനസ്സിലാകുന്നത് താപത്തിന്റെ വലിയ ഭാഗവും പോയിരിക്കുന്നത് ജലത്തിന്റെ ആന്തരികോർജം വർദ്ധിപ്പിച്ച് അത് മുഴുവൻ നീരാവിയാക്കി മാറ്റാനാണെന്നാണ്.

12.6 വിശിഷ്ട താപധാരിത (SPECIFIC HEAT CAPACITY)

ഒരു നിശ്ചിത അളവ് താപം ΔQ ഒരു പദാർഥത്തിന് നൽകിക്കൊണ്ട് അതിന്റെ താപനില T യിൽ നിന്ന് $T + \Delta T$ ആയി ഉയർത്തുന്നുവെന്നു കരുതുക. ഒരു

പദാർഥത്തിന്റെ താപധാരിത (heat capacity) നേരത്തേതന്നെ നിർവ്വചിച്ചിട്ടുണ്ടല്ലോ (അധ്യായം 11) അതു പ്രകാരം

$$S = \frac{\Delta Q}{\Delta T} \qquad (12.4)$$

അതിനാൽ താപധാരിത S ഉം അതുപോലെ ΔQ വും പദാർഥത്തിന്റെ മാസിന് ആനുപാതികമായിരിക്കുമെന്നാണ് നാം പഠിച്ചിട്ടുള്ളത്. കൂടാതെ, അത് താപനിലയെക്കൂടി ആശ്രയിച്ചേക്കാം. അതായത്, വ്യത്യസ്ത താപനിലകളിൽ വ്യത്യസ്ത അളവ് താപം ആയിരിക്കും ഓരോ മാത്ര താപനില ഉയർത്തുന്നതിനും ആവശ്യമായി വരിക. ഒരു പദാർഥത്തിന് സവിശേഷമായതും അതിന്റെ അളവിനെ ആശ്രയിക്കാത്തതുമായ ഒരു ഭൗതിക അളവിനെ നിർവചിക്കാനായി നമുക്ക് S നെ പദാർഥത്തിന്റെ മാസ് (kg യിൽ) കൊണ്ട് ഹരിക്കാം.

$$s = \frac{S}{m} = \left(\frac{1}{m}\right)\frac{\Delta Q}{\Delta T} \qquad (12.5)$$

ഇതിൽ s എന്നത് പദാർഥത്തിന്റെ വിശിഷ്ട താപധാരിത (specific heat capacity) യാണ്. അത് പദാർഥത്തിന്റെ സ്വഭാവത്തേയും താപനിലയേയും ആശ്രയിച്ചിരിക്കുന്നു. വിശിഷ്ട താപധാരിതയുടെ ഏകകം (*unit*) $J\,kg^{-1}\,K^{-1}$ ആണ്.

പദാർഥത്തിന്റെ അളവ് മാസ് m എന്നതിനു പകരം മോൾ (μ) എന്ന രീതിയിലാണ് സൂചിപ്പിക്കുന്നതെങ്കിൽ അത് ഒരു മോൾ വ്യാപ്തത്തിലുള്ള പദാർഥത്തിന്റെ താപധാരിതയെയായിരിക്കും പ്രതിനിധീകരിക്കുന്നത്. അതിനാൽ വിശിഷ്ടതാപധാരിതയെ താഴെ കാണിച്ചിരിക്കുന്ന പ്രകാരം എഴുതാനാവും

$$C = \frac{S}{\mu} = \frac{1}{\mu}\frac{\Delta Q}{\Delta T} \qquad (12.6)$$

ഇവിടെ C എന്നത് പദാർഥത്തിന്റെ മോളാർ വിശിഷ്ടതാപധാരിതയാണ്. s നേപ്പോലെത്തന്നെ C യും പദാർഥത്തിന്റെ അളവിനെ ആശ്രയിക്കുന്നില്ല. C പദാർഥത്തിന്റെ സ്വഭാവത്തെയും താപനിലയെയും, താപവിതരണ സാഹചര്യങ്ങളെയും ആശ്രയിക്കുന്നു. പട്ടിക 12.1 ൽ സാധാരണ അന്തരീക്ഷ മർദത്തിലും താപനിലയിലുമുള്ള ചില പദാർഥങ്ങളുടെ വിശിഷ്ടതാപധാരിതയും മോളാർ വിശിഷ്ട താപധാരിതയും കൊടുത്തിരിക്കുന്നു.

വാതകങ്ങളുടെ താപധാരിത സംബന്ധിച്ച സൈദ്ധാന്തിക പ്രവചനങ്ങൾ പരീക്ഷണങ്ങളുമായി ഒത്തുപോകുന്നുവെന്നു നമ്മൾ അധ്യായം 13 ൽ മനസ്സിലാക്കും. അവിടെ നമ്മൾ ഉപയോഗിക്കുന്ന ഊർജത്തിന്റെ സമഭാഗനിയമം ***(law of equipartition)*** പ്രയോജനപ്പെടുത്തി ഖരവസ്തുക്കളുടെ മോളാർ താപധാരിത കണ്ടെത്താം. N ആറ്റങ്ങളുള്ള ഒരു ഖരവസ്തു പരിഗണിക്കുമ്പോൾ ഓരോ ആറ്റവും കമ്പനം ചെയ്യുന്നത് അതിന്റെ സന്തുലിതസ്ഥാനത്തെ ആധാരമാക്കിയായിരിക്കും. ഏകമാനത്തിലുള്ള ഒരു ദോലകം (*oscillator*) വഹിക്കുന്നത് $2 \times \frac{1}{2} k_BT = k_BT$ യുള്ള ശരാശരി ഊർജമാണ്. ത്രിമാനത്തിൽ ഈ ശരാശരി ഊർജം $3k_BT$ ആണ്. ഒരു ഖരവസ്തുവിന്റെ ഒരു മോളിൽ ഉൾക്കൊള്ളുന്ന മൊത്ത ഊർജം:

$$U = 3\,k_BT\,N_A = 3\,RT\,.$$

സ്ഥിര മർദത്തിൽ $\Delta Q = \Delta U + P\Delta V \cong \Delta U$, ഒരു ഖരവസ്തുവിനെ സംബന്ധിച്ച് ΔV പരിഗണിക്കേണ്ടാത്തവിധം ചെറുതായതിനാൽ ഒഴിവാക്കുന്നു. അതിനാൽ

$$C = \frac{\Delta Q}{\Delta T} = \frac{\Delta U}{\Delta T} = 3R \qquad (12.7)$$

പട്ടിക 12.1. ചില വസ്തുക്കളുടെ വിശിഷ്ട മോളാർ താപധാരിത (സാധാരണ അന്തരീക്ഷമർദത്തിലും താപനിലയിലും)

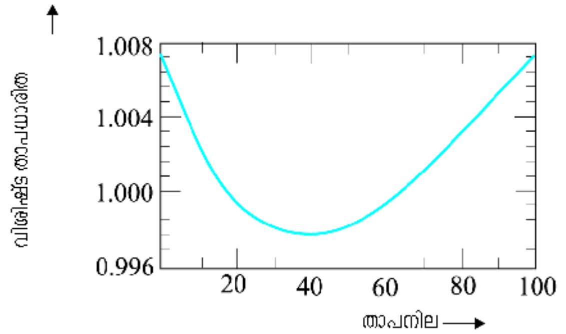
പദാർഥം	വിശിഷ്ട താപധാരിത ($J\,kg^{-1}\,K^{-1}$)	മോളാർ വിശിഷ്ട താപധാരിത ($J\,mol^{-1}\,K^{-1}$)
അലുമിനിയം	900.0	24.4
കാർബൺ	506.5	6.1
ചെമ്പ്	386.4	24.5
കറുത്തീയം	127.7	26.5
വെള്ളി	236.1	25.5
ടങ്സ്റ്റൺ	134.4	24.9

സാധാരണ താപനിലയിൽ സൈദ്ധാന്തികമായി കണ്ടെത്തിയ മോളാർ വിശിഷ്ട താപധാരിതയായ 3 R നോട് പൊതുവായി യോജിക്കുന്ന പരീക്ഷണഫലം തരുന്ന ഖരവസ്തുക്കളുടെ പട്ടികയാണ് 12.1 ൽ കൊടുത്തിരിക്കുന്നത് (കാർബൺ മാത്രമേ ഇതിനൊരു അപവാദമായുള്ളൂ). താഴ്ന്ന താപനിലകളിൽ ഈ ഒത്തുപോകൽ പാലിക്കപ്പെടുന്നില്ല.

ജലത്തിന്റെ വിശിഷ്ടതാപ ധാരിത (*specific heat capacity of water*)

താപത്തിന്റെ പഴയ യൂണിറ്റ് കലോറിയാണ്. കലോറിയെ നിർവ്വചിച്ചിരുന്നത്, 1 ഗ്രാം ജലത്തിന്റെ താപനില 1 ഡിഗ്രി സെൽഷ്യസ് ഉയർത്താനാവശ്യമായ താപത്തിന്റെ അളവെന്നാണ്. പിന്നീട് വളരെ സൂക്ഷ്മമായ മാപനപ്രക്രിയകളിലൂടെ ജലത്തിന്റെ വിശി

ഷ്ടതാപം വളരെ നേരിയ തോതിലാണെങ്കിലും താപനിലാ വ്യതിയാനങ്ങൾക്കൊപ്പം മാറിക്കൊണ്ടിരിക്കുന്നതായി സ്ഥിരീകരിച്ചിട്ടുണ്ട്. ചിത്രം 12.5ൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നത് 0^0C മുതൽ 100^0C വരെയുള്ള ഈ വ്യതിയാനമാണ്.



ചിത്രം 12.5 താപനിലയ്ക്കൊത്ത് ജലത്തിന്റെ വിശിഷ്ട താപധാരിതയിലുള്ള വ്യതിയാനം

അതിനാൽ കലോറിയുടെ കൃത്യമായ ഒരു നിർവ്വചനത്തിന് താപനിലാ ഇടവേളകളുടെ അളവുകൾ കൂടി വ്യക്തമാക്കേണ്ടതുണ്ട്. അതുകൊണ്ട് 1 കലോറി എന്നത് 1 ഗ്രാം വെള്ളത്തിന്റെ താപനില 14.5^0C യിൽ നിന്ന് 15.5^0C വരെ ഉയർത്താനാവശ്യമായ താപത്തിന്റ അളവെന്നുതന്നെ പറയേണ്ടിവരും. താപം ഒരു ഊർജരൂപമായതിനാൽ അത് അളക്കുന്നതിനായി ജൂൾ (J) ഉപയോഗിക്കുന്നതാണ് കൂടുതൽ അഭികാമ്യം. **SI** യൂണിറ്റുകളിൽ ജലത്തിന്റെ വിശിഷ്ട താപധാരിത $4186\ J\ \ kg^{-1}\ k^{-1}$ ആണ്. അതായത് $4.186\ J\ g^{-1}\ k^{-1}$. താപത്തിന്റെ ബലതന്ത്രസമാനത *(mechanical equivalent)* യെ നിർവ്വചിക്കുന്നത് ഒരു കലോറി താപം ഉൽപാദിപ്പിക്കാനാവശ്യമായ പ്രവൃത്തിയെന്നാണ്. ഊർജത്തിന്റെ അളവുകളെ പരസ്പരം മാറ്റുന്നതിനായി പരിവർത്തന പട്ടികയും നിലവിലുണ്ട്. അതുകൊണ്ട് കലോറിയിൽ നിന്ന് ജൂളിലേക്ക് അളവുകളെ മാറ്റിയെടുക്കാനാവും. SI യൂണിറ്റ് കുറച്ചുകൂടി സാർവ്വത്രികമായതിനാൽ താപത്തിനും പ്രവൃത്തിക്കും വെവ്വേറെ അളവുരീതികൾ ഉപയോഗിക്കേണ്ടതില്ല.

താപധാരിതാ പ്രേഷണം നടക്കുന്ന പ്രക്രിയയേയും നിബന്ധനകളേയും ആശ്രയിച്ചാണ് വിശിഷ്ട താപ പ്രേഷണത്തിന്റെ നിലയെന്നു നേരത്തെ സൂചിപ്പിച്ചതാണല്ലോ. ഉദാഹരണത്തിന് ഒരു വാതകത്തിന്റെ കാര്യമെടുത്താൽ അതിന് രണ്ടു വിധത്തിൽ താപധാരിതയെ നിർവ്വചിക്കാനാകും: സ്ഥിര ഉള്ളളവിലുള്ള താപധാരിതയും, സ്ഥിര മർദ്ദത്തിലുള്ള താപധാരിതയും. ഒരു ആദർശ വാതകത്തെ സംബന്ധിച്ച് ഇവ തമ്മിൽ ഒരു ലഘുബന്ധമുണ്ട്.

$$C_p - C_v = R \qquad (12.8)$$

ഇതിൽ C_p യും C_vയും ഒരു ആദർശ വാതകത്തിൽ യഥാക്രമം ഒരു സ്ഥിരമർദ്ദത്തിലും സ്ഥിരഉള്ളളവിലുമുള്ള മോളാർ വിശിഷ്ട താപധാരിതയാണ്. R എന്നത് സാർവികവാതകസ്ഥിരാങ്കം *(universal gas constant)*. ഈ ബന്ധം തെളിയിക്കുന്നതിന് നമുക്ക് സമവാക്യം (12.3) മുതൽക്കു തന്നെ ആരംഭിക്കേണ്ടതുണ്ട്.

1 മോൾ വാതകത്തിനു വേണ്ടി നൽകുന്ന താപം

$$\Delta Q - \Delta U \quad P\,\Delta V$$

ഒരു സ്ഥിരഉള്ളളവിൽ ΔQ ആഗിരണം ചെയ്യപ്പെടുന്നെങ്കിൽ $\Delta V = 0$

$$C_v = \left(\frac{\Delta Q}{\Delta T}\right)_v = \left(\frac{\Delta U}{\Delta T}\right)_v = \left(\frac{\Delta U}{\Delta T}\right) \qquad (12.9)$$

മാതൃകാ വാതകത്തിന്റെ U താപനിലയെ മാത്രം ആശ്രയിച്ചിരിക്കുന്നതിനാൽ സമവാക്യത്തിന്റെ അവസാന ഭാഗത്ത് ഉപലിഖിതമായ V ഒഴിവാക്കിയിട്ടുണ്ട്. (ഉപലിഖിതങ്ങൾ (subscripts) അർഥമാക്കുന്നത് അളവുകൾ നിശ്ചിതമാണെന്നാണ്). ΔQ ഒരു സ്ഥിര മർദത്തിലാണ് ആഗിരണം ചെയ്യപ്പെടുന്നതെങ്കിൽ–

$$C_p = \left(\frac{\Delta Q}{\Delta T}\right)_p = \left(\frac{\Delta U}{\Delta T}\right)_p + P\left(\frac{\Delta V}{\Delta T}\right)_p \qquad (12.10)$$

ഒരു ആദർശ വാതകത്തിന്റെ U താപനില T യെ മാത്രം ആശ്രയിച്ചിരിക്കുന്നതു കാരണം ഉപലിഖിതം P ആദ്യപാദത്തിൽ നിന്നൊഴിവാക്കുന്നു. ഇനി ഒരു മോൾ മാതൃകാ വാതകത്തിനായി

$$PV = RT$$

അതിൽനിന്ന്

$$P\left(\frac{\Delta V}{\Delta T}\right)_p = R \qquad (12.11)$$

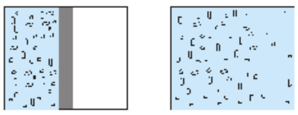
സമവാക്യങ്ങൾ (12.9) മുതൽ (12.11) വരെ ഉപയോഗിച്ചാൽ സമവാക്യം 12.8 ലഭിക്കും.

12.7 താപഗതികത്തിലെ അവസ്ഥാചരങ്ങളും അവസ്ഥാസമവാക്യവും (THERMODYNAMIC STATE VARIABLES AND EQUATION OF STATE)

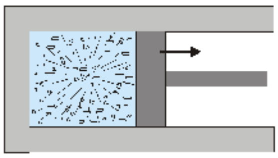
ഒരു താപഗതിക വ്യവസ്ഥയുടെ ഏതൊരു സന്തുലനാവസ്ഥയുടെയും മുഴുവൻ കാര്യങ്ങളും വിവരിക്കപ്പെടുന്നത് സ്ഥൂല ചരങ്ങളുടെ നിശ്ചിത മൂല്യങ്ങളിലൂടെയാണ്. ഉദാഹരണത്തിന് ഒരു വാതകത്തിന്റെ സന്തുലനാവസ്ഥയെ വിവരിക്കുമ്പോൾ മർദം, വ്യാ

പ്തം, താപനില, മാസ് എന്നിവയുടെ മുഴുവൻ മൂല്യങ്ങളും വ്യക്തമാക്കേണ്ടതുണ്ട്. (വാതക മിശ്രിതമാണെങ്കിൽ അവയുടെ അളവുകളും). ഒരു താപഗതിക വ്യവസ്ഥ എല്ലായ്പ്പോഴും സന്തുലനത്തിലായിരിക്കണമെന്നില്ല. ഉദാഹരണത്തിന്, ഒരു വാതകത്തെ നിർവാത മേഖലയിലേക്ക് സ്വതന്ത്രമായി വികസിക്കാൻ അനുവദിക്കുമ്പോൾ അത് സന്തുലനാവസ്ഥയിൽ ആയിരിക്കില്ല. (ചിത്രം*12.6a*)

പെട്ടെന്നുള്ള വികാസത്തിനിടയിൽ വാതക മർദം എല്ലായിടത്തും ഒരുപോലെ ആയിരിക്കണമെന്നില്ല. അതുപോലെ, ഒരു വാതക മിശ്രിതം സ്ഫോടന സമാനമായ ഒരു രാസപ്രവർത്തനത്തിലേക്കെത്തുമ്പോൾ (ഉദാഹരണത്തിന് പെട്രോൾ ബാഷ്പവും വായുവും അടങ്ങുന്ന മിശ്രിതം തീപ്പൊരി ഉപയോഗിച്ച് കത്തിക്കുമ്പോൾ) അത് സന്തുലനാവസ്ഥയിലായിരിക്കില്ല. കൂടാതെ അതിന്റെ താപനിലയും, മർദവും അതിന്റെ എല്ലാ ഭാഗങ്ങളിലും സമാനമായിരിക്കുകയില്ല. (ചിത്രം12.6 (b)). ഒടുവിൽ വാതകം സമാനതാപനിലയിലും മർദത്തിലും എത്തിച്ചേരും. അപ്പോൾ അത് ചുറ്റുപാടുമായി താപീയ ബലതന്ത്ര സന്തുലനാവസ്ഥയിലെത്തുന്നു.



(a)



(b)

ചിത്രം 12.6 *(a) പെട്ടിയിലെ വിഭജനഭാഗം പെട്ടെന്ന് നീക്കം ചെയ്താൽ വാതകം വികസിച്ചു നിറയുന്നു. (b) വാതക മിശ്രിതം സ്ഫോടനാത്മക രാസപ്രക്രിയയിലാണ്. ഇരു സാഹചര്യങ്ങളിലും വാതകം സന്തുലനാവസ്ഥയിൽ ആകുന്നില്ല. അതുകൊണ്ട് അവസ്ഥാ ചരങ്ങൾ കൊണ്ടുള്ള വിശദീകരണം അസാധ്യമാണ്.*

ചുരുക്കത്തിൽ താപഗതികത്തിലെ അവസ്ഥാചരങ്ങൾ വ്യവസ്ഥയുടെ സന്തുലനാവസ്ഥയെ വിവരിക്കുന്നു. വിവിധ തരത്തിലുള്ള അവസ്ഥാ ചരങ്ങളുള്ളതിൽ എല്ലാംതന്നെ സ്വതന്ത്ര നിലയിലാവണമെന്നില്ല. അവസ്ഥാ ചരങ്ങളുടെ പരസ്പര ബന്ധത്തെ അവസ്ഥാ സമീകരണം (*equation of state*) എന്നു പറയുന്നു. ഉദാഹരണത്തിന്, ഒരു ആദർശ വാതകത്തിന്റെ അവസ്ഥാ സമീകരണമാണ് ആദർശ വാതക ബന്ധം:

$$PV = \mu RT$$

ഒരു നിശ്ചിത അളവ് വാതകത്തിന്, അതായത് നിശ്ചിത μ വിനുള്ളത് രണ്ട് സ്വതന്ത്ര ചരങ്ങൾ മാത്രമാണ്, അവ P യും V യും അല്ലെങ്കിൽ T യും V യും ആകാം. നിശ്ചിത താപനിലയിലുള്ള മർദ-വ്യാപ്ത ഗ്രാഫിനെ *(curve)* സമോഷ്മം (*isotherm*) എന്നു പറയുന്നു. ആദർശ വാതകങ്ങൾക്ക് കൂടുതൽ സങ്കീർണമായ അവസ്ഥാ വിശേഷങ്ങൾ ഉണ്ടായേക്കാം.

താപഗതിക അവസ്ഥാചരങ്ങൾ രണ്ടു വിധത്തിലാണ്. എക്സ്റ്റൻസീവ് (*extensive*) നിലയിലും ഇന്റൻസീവ് (*intensive*) നിലയിലും. എക്സ്റ്റൻസീവ് ചരങ്ങൾ വ്യവസ്ഥയുടെ വലുപ്പത്തെ സൂചിപ്പിക്കുന്നു, ഇന്റൻസീവ് ചരങ്ങളാവട്ടെ വ്യവസ്ഥയുടെ സ്വഭാവത്തെയും, അതായത് മർദം താപനില എന്നിവ. ഏതൊക്കെ ചരങ്ങളാണ് എക്സ്റ്റൻസീവും ഇന്റൻസീവുമെന്നു മനസ്സിലാക്കുന്നതിന്, സന്തുലനാവസ്ഥയിലുള്ള ഒരു വ്യവസ്ഥ പരിഗണിക്കുക. ഇനി അത് രണ്ടു തുല്യ ഭാഗങ്ങളായി വിഭജിക്കുന്നുവെന്ന് സങ്കൽപിക്കുക. ഓരോ വിഭാഗത്തിലും മാറ്റങ്ങളില്ലാതെ തുടരുന്ന ചരങ്ങൾ ഇന്റൻസീവ് ചരങ്ങളും, എന്നാൽ അളവുകൾ നേർ പകുതിയായ ചരങ്ങൾ എക്സ്റ്റൻസീവ് ചരങ്ങളുമാണ്. ഇത്തരം ചരങ്ങളെ കണ്ടെത്താൻ എളുപ്പമാണ്. ഉദാഹരണത്തിന്, ആന്തരികോർജം U, വ്യാപ്തം V, മാസ് M, എന്നിവ എക്സ്റ്റൻസീവ് ചരങ്ങളാണ്. മർദം P, താപനില T , സാന്ദ്രത ρ എന്നിവ ഇന്റൻസീവ് ചരങ്ങളുമാണ്. താപഗതിക സമവാക്യത്തിന്റെ സാധുത പരിശോധിക്കുന്നതിനുള്ള ഉത്തമ ഉപാധിയായി ചരങ്ങളുടെ തരംതിരിവുകളെ ഉപയോഗിക്കാവുന്നതാണ്. ഉദാഹരണമായി, സമവാക്യം $\Delta Q = \Delta U + P\,\Delta V$ എന്നതിൽ ഇരുഭാഗത്തുമുള്ള അളവുകൾ എക്സ്റ്റൻസീവ് ചരങ്ങളാണ്.*

12.8 താപഗതിക പ്രക്രിയകൾ (THERMO-DYNAMIC PROCESSES)

12.8.1 ക്വാസി സ്റ്റാറ്റിക് പ്രക്രിയകൾ *(Quasistatic processes)*

ഒരു വാതകം അതിന്റെ ചുറ്റുപാടുകളോടൊപ്പം, താപീയവും ബലതന്ത്രപരവുമായി സന്തുലനത്തിലാണെന്നു കരുതുക. അതായത് വാതകത്തിന്റെ മർദം താപനില എന്നിവ ചുറ്റുപാടുകളുടെ മർദത്തിനും താപനിലയ്ക്കും തുല്യമായിരിക്കും. ഈ വാതകത്തിന്റെ ബാഹ്യമർദം പെട്ടെന്ന് കുറച്ചുവെന്നു കരുതുക (വാതകമടങ്ങുന്ന പാത്രത്തിന്റെ ചലിപ്പിക്കാവുന്ന പിസ്റ്റണിൽ മേൽ വെച്ചിരിക്കുന്ന ഭാരം ഉയർത്തുക വഴി). പിസ്റ്റൺ

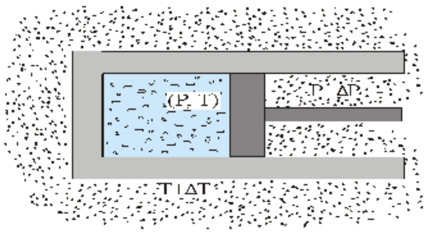
* Q എന്നത് ഒരു വ്യവസ്ഥാചരമല്ല. എന്നാൽ ΔQ എന്നത് മാസിന് ആനുപാതികമാണ്. അതിനാൽ അതൊരു എക്സ്റ്റൻസീവ് ചരമാണ് (*extensive variable*)

ത്വരണത്തോടുകൂടി, പുറത്തേക്ക് നീങ്ങുന്നു. ഈ പ്രക്രിയയിൽ വാതകം അസന്തുലനാവസ്ഥകളിലൂടെ കടന്നുപോകുന്നു. അസന്തുലനാവസ്ഥകൾക്ക് പൊതുവെ കൃത്യമായി നിർവചിക്കപ്പെട്ട മർദമോ, താപനിലയോ ഇല്ല. ഇനി ഈ വാതകവും ചുറ്റുപാടും തമ്മിൽ ഒരു പരിമിത (finite) താപനിലാ വ്യത്യാസം നിലനിൽക്കുന്നുണ്ടെന്ന് കരുതുക. ഇങ്ങനെയുള്ള സാഹചര്യങ്ങളിൽ വാതകത്തിനും ചുറ്റുപാടുകൾക്കും ഇടയിൽ ദ്രുതഗതിയിലുള്ള താപകൈമാറ്റം നടക്കും. ഈ പ്രക്രിയ നടക്കുമ്പോഴും വാതകം നിരവധി അസന്തുലനാവസ്ഥകളിൽ കൂടി കടന്നുപോകും. തുടർന്നു വാതകം ചുറ്റുപാടുമായി സന്തുലനാവസ്ഥ പ്രാപിക്കുന്നു. കുറച്ചു സമയത്തിനകം വാതകം ചുറ്റുപാടുകൾക്ക് തുല്യമായതും, കൃത്യമായി നിർവചിക്കപ്പെട്ടതുമായ മർദവും, താപനിലയും കൈവരിക്കും. വിഭാഗം 12.7 ൽ സൂചിപ്പിച്ച രീതിയിൽ വാക്വത്തിൽ വാതകം സ്വതന്ത്രമായി വികസിക്കുന്നതും, ഒരു സ്ഫോടന സമാനമായ രാസപ്രവർത്തനത്തിനു വിധേയമാകുന്നതും, വ്യവസ്ഥ നിരവധി അസുന്തലിതാവസ്ഥകളിലൂടെ കടന്നുപോകുന്നതിന്റെ ഉദാഹരണങ്ങളാണ്.

ഒരു വസ്തുവിന്റെ അസന്തുലിതാവസ്ഥകൾ വിശകലനം ചെയ്യുന്നത് ബുദ്ധിമുട്ടുള്ള കാര്യമാണ് അതുകൊണ്ട്, ഇത്തരം സാഹചര്യങ്ങളിൽ എല്ലാ ഘട്ടങ്ങളിലും വ്യവസ്ഥ സന്തുലനാവസ്ഥയിൽ ഇരിക്കുന്ന തരത്തിലുള്ള പ്രവൃത്തിയെപ്പറ്റി സങ്കൽപ്പിക്കുകയാണ് ചെയ്യുന്നത്.

താത്വികമായി പറയുകയാണെങ്കിൽ ഇത്തരം പ്രവൃത്തികൾ വളരെ മന്ദഗതിയിലായിരിക്കും പുരോഗമിക്കുക. അതിനാൽ ഇത്തരം പ്രക്രിയകളെ ക്വാസിസ്റ്റാറ്റിക് (നിരന്തര സന്തുലനാവസ്ഥ) പ്രക്രിയകളെന്നു പറയും. വ്യവസ്ഥാചരങ്ങളായ (P, T, V) തീർത്തും മന്ദഗതിയിലാണ് മാറുന്നത്. അതിനാൽ വ്യവസ്ഥ ചുറ്റുപാടുകളുമായി സദാ ബലതന്ത്ര സന്തുലനാവസ്ഥയിലും (Mechanical equilibrium) താപസന്തുലനാവസ്ഥയിലും (Thermal equilibrium) ആയിരിക്കും. മാത്രമല്ല ക്വാസിസ്റ്റാറ്റിക് പ്രക്രിയകളിലെ എല്ലാ ഘട്ടങ്ങളിലും വ്യവസ്ഥയ്ക്കും ചുറ്റുപാടിനും ഇടയിലുള്ള മർദവ്യതിയാനവും താപനിലാവ്യതിയാനവും വളരെ സൂക്ഷ്മമായിരിക്കും. (വളരെ വളരെ കുറവ്).

ഒരു വാതകത്തെ (P, T) എന്ന അവസ്ഥയിൽ നിന്നും (P′, T') എന്ന അവസ്ഥയിലേക്ക് കൊണ്ടു പോകണമെന്നു കരുതുക. ഇതിനായി നമ്മൾ ബാഹ്യമർദം വളരെ ചെറിയ അളവിൽ മാറ്റുന്നു. വ്യവസ്ഥയുടെ മർദത്തെ അതിന്റെ ചുറ്റുപാടിന്റേതിനൊപ്പം എത്താൻ അനുവദിക്കുന്നു. പ്രക്രിയ അതീവ മന്ദഗതിയിൽ വ്യവസ്ഥ P' എന്ന മർദം കൈവരിക്കും വരെ തുടരുന്നു. അതുപോലെ, താപനിലയിൽ മാറ്റം വരുത്താൻ, വ്യവസ്ഥയ്ക്കും, അതിന്റെ ചുറ്റുപാടായ സംഭരണികൾക്കുമിടയ്ക്ക് അതീവ സൂക്ഷ്മമായ താപനിലാ വ്യത്യാസം ഉണ്ടാക്കുന്നു. ഇതിനായി T യിൽ നിന്ന് T′ ലേയ്ക്ക് എത്താൻ ചെറിയ വർധനയുള്ള വിവിധ താപനിലകളിലുള്ള സംഭരണികളെ തെരഞ്ഞെടുക്കുകയും അത്തരം താപസംഭരണികളുമായി തുടർച്ചയായി സമ്പർക്കത്തിൽ വരുന്നതു വഴി വ്യവസ്ഥ T′ എന്ന താപനില പ്രാപിക്കുന്നു എന്നു സങ്കല്പിക്കുകയും ചെയ്യുന്നു.



ചിത്രം 12.7 ഒരു ക്വാസിസ്റ്റാറ്റിക് പ്രക്രിയയിൽ വ്യവസ്ഥയിലെ താപനിലയും മർദവും ചുറ്റുപാടിലെ താപനിലയും ബാഹ്യമർദവുമായി വളരെ *സൂക്ഷ്മമായ വ്യത്യാസത്തിൽ ആയിരിക്കും*

ഒരു ക്വാസിസ്റ്റാറ്റിക് പ്രക്രിയയെന്നത് സാങ്കൽപികമായ ഒരു കാര്യമാണ്. തീർത്തും മന്ദഗതിയിൽ നടക്കുന്നതും, വലിയ താപനില ഉയർച്ചാതോതില്ലാത്തതും, പിസ്റ്റണിൽ ത്വരണ ചലനങ്ങൾ ഇല്ലാത്തതും ആയ പ്രക്രിയകളെ ഒരു ഏകദേശ ക്വാസിസ്റ്റാറ്റിക് പ്രക്രിയയായി കണക്കാക്കാവുന്നതാണ്. ഇനി ഈ അധ്യായത്തിൽ വിശകലനം ചെയ്യുന്നത് ക്വാസിസ്റ്റാറ്റിക് പ്രക്രിയകൾ മാത്രമായിരിക്കും. അങ്ങനെ അല്ലാത്തവയാണെങ്കിൽ അവയെ പ്രത്യേകം സൂചിപ്പിച്ചിരിക്കും.

ഒരു പ്രക്രിയ നടക്കുമ്പോൾ താപനില മുഴുവൻ നേരവും സ്ഥിരമായി നിൽക്കുകയാണെങ്കിൽ ആ പ്രക്രിയയെ ഐസോതെർമൽ പ്രക്രിയ (isothermal process) എന്നു വിളിക്കും. ഒരു വലിയ താപസംഭരണി (heat reservoir) യുമായി സമ്പർക്കത്തിലിരിക്കുന്ന ഒരു ലോഹ സിലിണ്ടറിനുള്ളിലെ വായുവിന്റെ വികാസം ഐസോതെർമൽ പ്രക്രിയയ്ക്ക് ഉദാഹരണമാണ്. (സംഭരണിയിൽനിന്ന് വ്യവസ്ഥയിലേക്കുള്ള താപകൈമാറ്റം റിസർവോയറിലെ താപനിലയെ കാര്യമായി ബാധിക്കുന്നില്ല, റിസർവോയറിനു വലിയ താപധാരിതയാണുള്ളത്.) *ഐസോബാറിക്* പ്രക്രിയയിൽ (*isobaric process*) മർദം സ്ഥിരവും എന്നാൽ ഐസോതെർമൽ പ്രക്രിയയിൽ താപനില സ്ഥിരവുമായിരിക്കും. ഒരു വ്യവസ്ഥ മുഴുവനായി ഇൻസുലേറ്റ് ചെയ്താൽ ചുറ്റുപാടിൽ നിന്ന് വ്യവസ്ഥയിലേക്കോ, വ്യവസ്ഥയിൽ നിന്ന് പുറത്തേക്കോ താപം ഒഴുകാത്ത അവസ്ഥയുണ്ടാവുകയും ഇത്തരം വ്യവസ്ഥകളിൽ നടക്കുന്ന പ്രക്രിയയെ *അഡയബാറ്റിക്* (*adiabatic*) പ്രക്രിയയെന്നു പറയുകയും ചെയ്യുന്നു. ഈവക പ്രത്യേക

തരം പ്രക്രിയകളുടെ നിർവചനം പട്ടിക 12.2ൽ സംഗ്രഹിച്ചിരിക്കുന്നു.

പട്ടിക 12–2 ചില പ്രത്യേകതരം താപഗതിക പ്രക്രിയകൾ

പ്രക്രിയയുടെ തരം	സ്വഭാവം
സമോഷ്മം (*isothermal*)	സ്ഥിര താപനില
സമമർദിതം (*isobaric*)	സ്ഥിര മർദനില
സമവ്യാപ്തകം (*isochoric*)	സ്ഥിര വ്യാപ്തനില
അഡയബാറ്റിക് (*adiabatic*)	ചുറ്റുപാടിൽ നിന്ന് വ്യവസ്ഥയിലേക്കോ വ്യവസ്ഥയിൽ നിന്ന് ചുറ്റുപാടിലേക്കോ താപം ഒഴുകുന്നില്ല. ($\Delta Q=0$)

ഈ പ്രക്രിയകളുടെ ചില വിശദാംശങ്ങളിലേക്ക് പോകാം:

12.8.2 ഐസോതെർമൽ പ്രക്രിയ (Isothermal Process)

ഒരു ആദർശ വാതകത്തിലെ ഐസോതെർമൽ പ്രക്രിയയ്ക്ക് വേണ്ടിയുള്ള സമവാക്യം (T സ്ഥിരം):

$PV=$ സ്ഥിരസംഖ്യ

അതായത്, തന്നിരിക്കുന്ന ഒരു നിശ്ചിത അളവ് വാതകത്തിന്റെ മർദം മാറുന്നത് അതിന്റെ ഉള്ളളവിന്റെ വിപരീത അനുപാതത്തിലാണ്. ഇത് ബോയൽ നിയമം (*Boyle's Law*) തന്നെയാണ്. ഒരു ആദർശ വാതകം അതിന്റെ പ്രാരംഭാവസ്ഥയിൽ നിന്ന് (P_1, V_1) ഐസോതെർമൽ നിലയിൽ (T താപനില) അന്തിമ അവസ്ഥയിലേക്ക് (P_2, V_2) പോകുന്നുവെന്നു കരുതുക. ഏതെങ്കിലും ഒരു ഇടവേളയിൽ മർദം P ആണെന്നു കരുതുക. വ്യാപ്തം V യിൽ നിന്ന് $V+\Delta V$ യിലേക്ക് (ΔV വളരെ ചെറുതാണ്) മാറുന്നുവെന്നും സങ്കൽപിക്കുക.

ഇവിടെ $\Delta W=P\Delta V$

$\Delta V\rightarrow 0$ എന്ന് കരുതിക്കൊണ്ട് പ്രാരംഭദശ മുതൽ അന്ത്യദശ വരെയുള്ള എല്ലാ പ്രക്രിയയിലേയും പ്രവൃത്തി

$$W=\int_{V_1}^{V_2} P\,dV$$

$$\mu RT\int_{V_1}^{V_2}\frac{dV}{V}=\mu RT\ \ln\frac{V_2}{V_1} \qquad (12.12)$$

ഈ ഗണിത സമീകരണത്തിന്റെ രണ്ടാമത്തെ ചുവടിൽ $PV=\mu RT$ മാതൃകാ വാതക സമവാക്യമാണ് ഉപയോഗിച്ചത്. അതുകൂടാതെ സ്ഥിരസംഖ്യകളെ സമാകലന (*integral*) ത്തിന് പുറത്തേക്കെടുക്കുകയും ചെയ്തിരിക്കുന്നു. ഒരു മാതൃകാ വാതകത്തെ സംബന്ധിച്ച്, ആന്തരികോർജം താപനിലയെ മാത്രം ആശ്രയിച്ചിരിക്കുന്നു. അതിനാൽ, ഒരു ഐസോതെർമൽ പ്രക്രിയയിൽ ഒരു ആദർശ വാതകത്തിന്റെ ആന്തരികോർജത്തിൽ മാറ്റങ്ങൾ വരുന്നില്ല. തന്മൂലം താപഗതികത്തിലെ ഒന്നാം നിയമമനുസരിച്ച്, വാതകത്തിന് ലഭിക്കുന്ന താപത്തിന് തുല്യമായ പ്രവൃത്തി വാതകത്തിൽ നടന്നിരിക്കുന്നുവെന്ന് വരുന്നു, അതായത് $Q=W$. സമവാക്യം (12.12) ൽ നിന്ന്, $V_2>V_1$ ആയതിനാൽ $W>0$, $V_2<V_1$ ആയാൽ $W<0$ ആയിരിക്കും. അതായത് ഒരു ഐസോതെർമൽ വികാസത്തിൽ വാതകം താപത്തെ ആഗിരണം ചെയ്യുകയും, അത് പ്രവൃത്തിയാക്കി മാറ്റുകയും ചെയ്യുന്നു. എന്നാൽ ഒരു ഐസോതെർമൽ കംപ്രഷനിൽ വാതകത്തിന്മേൽ ചുറ്റുപാടിനാൽ പ്രവൃത്തി നടത്തുകയും താപം വിടുതൽ ചെയ്യപ്പെടുകയും ചെയ്യുന്നു.

12.8.3. അഡയബാറ്റിക് പ്രക്രിയ (*Adiabatic process*)

ഒരു അഡയബാറ്റിക് പ്രക്രിയയിൽ വ്യവസ്ഥയ്ക്ക് ചുറ്റുപാടുകളുമായി യാതൊരു താപസമ്പർക്കവുമില്ലാത്തതിനാൽ താപം ആഗിരണം ചെയ്യുന്നതിന്റെയും വിട്ടു കൊടുക്കുന്നതിന്റെയും മൂല്യം പൂജ്യമാണ്. സമവാക്യം (12.1) ൽ കണ്ടതുപോലെ വാതകത്തിനാൽ ചെയ്യപ്പെടുന്ന പ്രവൃത്തിമൂലം ആന്തരികോർജത്തിൽ കുറവു സംഭവിക്കുന്നു (ഒരു ആദർശ വാതകത്തിന്റെ താപനിലയിൽ താഴ്ചയുണ്ടാകുന്നു.) ഒരു ആദർശ വാതകത്തിന്റെ അഡയബാറ്റിക് പ്രക്രിയ സംബന്ധിച്ചുള്ള സമവാക്യം മറ്റു വിശദീകരണങ്ങളൊന്നും നൽകാതെ താഴെ ചേർക്കുന്നു. (ഇതു സംബന്ധിച്ച കൂടുതൽ കാര്യങ്ങൾ ഉയർന്ന ക്ലാസുകളിൽ പഠിക്കുമ്പോൾ നിങ്ങൾക്ക് ബോദ്ധ്യപ്പെടും)

$$PV^{\gamma}=\text{ഒരു സ്ഥിര സംഖ്യ.} \qquad (12.13)$$

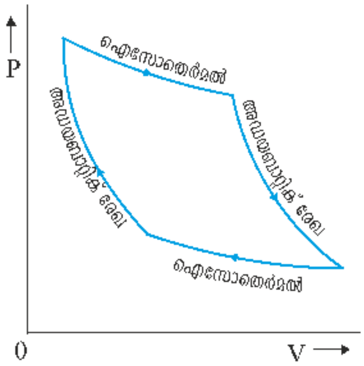
ഇതിൽ γ (ഗാമ) എന്നത് സ്ഥിരമർദത്തിലും സ്ഥിര വ്യാപ്തത്തിലുമുള്ള വിശിഷ്ട താപധാരിതകളുടെ അനുപാതമാണ്.

$$\gamma=\frac{C_p}{C_v}$$

അപ്പോൾ ഒരു ആദർശ വാതകം ഒരു അഡയബാറ്റിക് പ്രക്രിയയിലൂടെ $(P_1,V_1)\rightarrow(P_2,V_2)$ എന്ന മാറ്റത്തിന് വിധേയമാകുന്നുവെങ്കിൽ:

$$P_1V_1^{\gamma}=P_2V_2^{\gamma} \qquad (12.14)$$

ചിത്രം (12.8) ൽ ഒരു ആദർശ വാതകത്തിന്റെ രണ്ട് അഡയബാറ്റിക് പ്രക്രിയകൾ രണ്ടു ഐസോതെർമലുകളെ ബന്ധിപ്പിക്കുന്ന P-V ഗ്രാഫാണ് (*curve*) കാണിച്ചിരിക്കുന്നത്.



ചിത്രം 12.8 ആദർശ വാതകത്തിന്റെ അഡയബാറ്റിക് ഐസോതെർമൽ പ്രക്രിയകളുടെ P-V വക്രരേഖകൾ.

നേരത്തേ നാം ചെയ്തതുപോലെ, ഒരു ആദർശ വാതകത്തിന്റെ (P_1, V_1, T_1) എന്ന അവസ്ഥയിൽനിന്നും (P_2, V_2, T_2) അവസ്ഥയിലേക്കുള്ള അഡയബാറ്റിക് മാറ്റത്തിലേക്കായി ചെയ്യപ്പെട്ട പ്രവൃത്തി കണക്കാക്കുവാൻ കഴിയും

$$W = \int_{V_1}^{V_2} P\, dV$$

$$= \text{സ്ഥിരാങ്കം} \times \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V^{\gamma}} = \text{സ്ഥിരാങ്കം} \times \left.\frac{V^{-\gamma+1}}{1-\gamma}\right|_{V_1}^{V_2}$$

$$\frac{\text{സ്ഥിരാങ്കം}}{(1-\gamma)} \times \left[\frac{1}{V_2^{\gamma-1}} - \frac{1}{V_1^{\gamma-1}}\right] \qquad (12.15)$$

സമവാക്യം 12.14 ൽ നിന്ന് ഇവിടെ സൂചിപ്പിച്ചിരിക്കുന്ന സ്ഥിര സംഖ്യ $P_1 V_1^{\gamma}$ അല്ലെങ്കിൽ $P_2 V_2^{\gamma}$ എന്നു കിട്ടുന്നു. അതിനാൽ

$$W = \frac{1}{1-\gamma}\left[\frac{P_2 V_2^{\gamma}}{V_2^{\gamma-1}} - \frac{P_1 V_1^{\gamma}}{V_1^{\gamma-1}}\right]$$

$$= \frac{1}{1-\gamma}\left[P_2V_2 - P_1V_1\right] = \frac{\mu R\,(T_1 - T_2)}{\gamma - 1} \qquad (12.16)$$

നേരത്തേ സൂചിപ്പിച്ചതുപോലെ വാതകത്താൽ ഒരു അഡയബാറ്റിക് പ്രവൃത്തി നടന്നിരിക്കുന്നുവെങ്കിൽ $(W>0)$ സമവാക്യം (12–16) പ്രകാരം $T_2<T_1$. അതായത് വാതകത്തിന്റെ താപനില താഴുന്നു. മറിച്ച് വാതകത്തിന്മേൽ ഒരു പ്രവൃത്തി നടക്കുന്നുവെങ്കിൽ $(W<0)$ നമുക്കു ലഭിക്കുക $T_2>T_1$ എന്നായിരിക്കും, അതായത് വാതകത്തിന്റെ താപനില വർദ്ധിക്കുന്നു.

12.8.4. സമവ്യാപ്ത പ്രക്രിയ (*Isochoric process*)

ഒരു സമവ്യാപ്ത പ്രക്രിയയിൽ വ്യാപ്തം V സ്ഥിരമായിരിക്കും. അതുകൊണ്ടു തന്നെ വാതകത്തിന്മേലോ വാതകം സ്വയമായോ ഒരു പ്രവൃത്തിയും ചെയ്യുന്നില്ല. സമവാക്യം (12.1) പ്രകാരം, താപത്തെ ആഗിരണം ചെയ്ത വാതകം അതിന്റെ ആ താപം മുഴുവനായും ആന്തരികോർജത്തെയും താപനിലയെയും മാറ്റുന്നതിന് ഉപയോഗിക്കും. ഒരു നിശ്ചിത അളവ് താപത്തിനുള്ള താപനിലാ മാറ്റം കണ്ടെത്തുന്നത് വാതകത്തിന്റെ സ്ഥിരവ്യാപ്തത്തിലുള്ള വിശിഷ്ട താപധാരിത *(Cv)* ഉപയോഗിച്ചാണ്.

12.8.5. സമമർദ പ്രക്രിയ (*Isobaric process*)

ഒരു സമമർദ പ്രക്രിയയിൽ മർദ്ദം (P) സ്ഥിരമായിരിക്കും. വാതകത്താൽ ചെയ്ത പ്രവൃത്തി:

$$W = P(V_2 - V_1) = \mu R\,(T_2 - T_1) \qquad (12.17)$$

താപനിലയിൽ മാറ്റം വരുന്നതിനാൽ ആന്തരികോർജത്തിലും മാറ്റം സംഭവിക്കുന്നു. ആഗിരണം ചെയ്യപ്പെട്ട താപം ഭാഗികമായി ആന്തരികോർജം വർദ്ധിപ്പിക്കുന്നതിനു വേണ്ടിയും മറ്റൊരു ഭാഗം പ്രവൃത്തി ചെയ്യുന്നതിനു വേണ്ടിയും ഉപയോഗിക്കുന്നു. തന്നിരിക്കുന്ന താപത്തിന്റെ അളവിൽ വരുന്ന താപനിലാ വ്യത്യാസം കണ്ടെത്തുന്നത് സ്ഥിര മർദത്തിലുള്ള വാതകത്തിന്റെ വിശിഷ്ട താപധാരിത *(Cp)* ഉപയോഗിച്ചാണ്.

12.8.6 ചാക്രിക പ്രക്രിയ (*Cyclic process*)

ഒരു ചാക്രിക പ്രക്രിയയിൽ, വ്യവസ്ഥ അതിന്റെ ആരംഭ സ്ഥിതിയിലേക്കുതന്നെ എത്തിച്ചേരുന്നു. ആന്തരികോർജം ഒരു വ്യവസ്ഥാചരമായതിനാൽ ഒരു ചാക്രിക പ്രക്രിയയിൽ $\Delta U = 0$ ആയിരിക്കും. അതിനാൽ സമവാക്യം (12–1) പ്രകാരം ഒരു വ്യവസ്ഥ ആഗിരണം ചെയ്യുന്ന മൊത്ത താപം ആ വ്യവസ്ഥയാൽ ചെയ്യപ്പെടുന്ന മൊത്തം പ്രവൃത്തിക്ക് തുല്യമാണ്.

12.9 താപയന്ത്രങ്ങൾ (HEAT ENGINES)

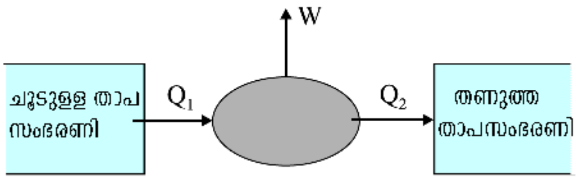
ഒരു വ്യവസ്ഥയെ ഒരു ചാക്രിക പ്രക്രിയയ്ക്ക് വിധേയമാക്കി താപത്തെ പ്രവൃത്തിയാക്കി മാറ്റുന്ന ഉപകരണമാണ് താപയന്ത്രം *(heat engine)*

1. താപയന്ത്രത്തിന്റെ പ്രധാന സവിശേഷത അതിലെ പ്രവർത്തന ദ്രവ്യമാണ് (*working substance*). ഉദാഹരണത്തിന് ഇന്ധനവും വായുവും ചേർന്ന മിശ്രിതമാണ് ഡീസൽ അഥവാ പെട്രോൾ എഞ്ചിനിലുള്ളത്. ആവിയന്ത്രത്തിലുള്ളത് നീരാവിയാണ്. ഇവയാണ് ഇവിടെ പ്രവർത്തന ദ്രവ്യങ്ങൾ.
2. വിവിധ പ്രക്രിയകൾ ഉൾക്കൊള്ളുന്ന ഒരു ചാക്രിക പ്രവർത്തനത്തിന് ഈ പ്രവർത്തന ദ്രവ്യം വിധേയമാകുന്നു. ഈ പ്രക്രിയകളിൽ ഒന്നിൽ വച്ച്

പ്രവർത്തന ദ്രവ്യം ഉയർന്ന സ്ഥിര താപനില T_1ൽ വച്ചിരിക്കുന്ന ഒരു താപറിസർവോയറിൽ നിന്നും Q_1 താപം സ്വീകരിക്കുന്നു.

3. ചാക്രിക പ്രവർത്തനത്തിലെ മറ്റൊരു പ്രക്രിയയിലൂടെ താഴ്ന്ന സ്ഥിര താപനില T_2 വിലുള്ള മറ്റൊരു താപറിസർവോയറിലേക്ക് Q_2 താപോർജം പുറന്തള്ളുന്നു.
4. ചാക്രിക പ്രക്രിയയിൽ, വ്യവസ്ഥയാൽ ചെയ്യപ്പെട്ട പ്രവൃത്തി (W) ചില പ്രത്യേക സംവിധാനങ്ങളിലൂടെ ചുറ്റുപാടുകളിലേക്കു കൈമാറ്റം ചെയ്യപ്പെടുന്നു, (ഉദാ. സിലിണ്ടറിലെ പ്രവർത്തന ദ്രവ്യം, ചലിച്ചുകൊണ്ടിരിക്കുന്ന പിസ്റ്റൺ മുഖാന്തിരം യാന്ത്രികോർജത്തെ ചക്രങ്ങളിലേക്കു ഷാഫ്റ്റ് വഴി കൈമാറ്റം ചെയ്യുന്നു)

ഒരു താപയന്ത്രത്തിന്റെ അടിസ്ഥാന വിവരങ്ങൾ ചിത്രം 12.9 ൽ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു.



ചിത്രം 12.9 താപ യന്ത്രത്തിന്റെ വിവരണം. യന്ത്രം ചൂടുള്ള ചുറ്റുപാടിൽനിന്ന് T_1 എന്ന താപനിലയിൽ, Q_1 താപം സ്വീകരിച്ച് T_2 എന്ന തണുത്ത ചുറ്റുപാടിലേക്ക് Q_2 താപം വിടുതൽ ചെയ്യുമ്പോൾ ചുറ്റുപാടിൽ W പ്രവൃത്തി എത്തുന്നു

ചക്രം പലവട്ടം ആവർത്തിക്കുന്നതുവഴി ഏതെങ്കിലും ആവശ്യത്തിനുള്ള ഉപയോഗപ്രദമായ പ്രവൃത്തി ലഭിക്കുന്നു. താപയന്ത്രത്തെക്കുറിച്ചുള്ള ചിട്ടയായ പഠനഗവേഷണങ്ങളാണ് വാസ്തവത്തിൽ താപഗതികത്തിന്റെ സൈദ്ധാന്തിക മേഖലയെ രൂപപ്പെടുത്തിയതെന്നു പറയാം. താപയന്ത്രങ്ങളെക്കുറിച്ചുള്ള അടിസ്ഥാനപരമായ ഒരു കാര്യം അതിന്റെ ക്ഷമത (*efficiency*)യാണ്. താപയന്ത്രത്തിന്റെ ക്ഷമത (η) നിർവ്വചിക്കപ്പെടുന്നത്:

$\eta = \frac{W}{Q_1}$ എന്ന സമവാക്യത്തിലൂടെയാണ് (12.18)

ഇതിൽ Q_1 എന്നത്പദാർഥം സ്വീകരിച്ച താപമാണ് (അതായത് ഒരു ചാക്രികതയിൽ വ്യവസ്ഥ സ്വീകരിക്കുന്ന മൊത്തം താപം); W എന്നത് ഒരു ചാക്രികതയിൽ ചുറ്റുപാടിന്മേൽ നടന്ന പ്രവൃത്തിയുമാണ്. അതുപോലെ ഒരു ചാക്രികതയിൽ ഒരു നിശ്ചിത അളവ് താപം Q_2 കൂടി ചുറ്റുപാടിലേക്ക് ഉപേക്ഷിക്കപ്പെടുന്നു. അപ്പോൾ താപഗതികത്തിന്റെ ഒന്നാം നിയമപ്രകാരം ഒരു ചക്രത്തിൽ,

$$W = Q_1 - Q_2 \tag{12.19}$$

അതായത്,

$$\eta = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} \tag{12.20}$$

$Q_2 = 0$, $\eta = 1$ എന്ന നിലയാണെങ്കിൽ യന്ത്രത്തിന് 100 ശതമാനം ക്ഷമതയുണ്ടെന്ന് പറയാം. അതായത് ലഭ്യമായ ഊർജം മുഴുവനും പ്രവൃത്തിയാക്കി മാറ്റുന്നു. താപഗതികത്തിന്റെ ഒന്നാം നിയമം, അതായത് ഊർജസംരക്ഷണ നിയമ (*Law of conservation of energy*) പ്രകാരം അത്തരം ഒരു യന്ത്രത്തിന്റെ സാദ്ധ്യതയെ പാടെ തള്ളിക്കളയാനുമാവില്ല. എന്നാൽ പ്രായോഗിക അനുഭവത്തിന്റെ വെളിച്ചത്തിൽ 100 ശതമാനം ക്ഷമതയുള്ള ഒരു മാതൃകാ യന്ത്രം അസാദ്ധ്യമാണ്. അതായത് താപയന്ത്രത്തിന്റെ പോരായ്മകളും താപനഷ്ട സാദ്ധ്യതകളും എത്രമാത്രം കുറച്ചുകൊണ്ടുവരാൻ ശ്രമിച്ചാലും $\eta = 1$ എന്ന ലക്ഷ്യത്തിലെത്താനാവില്ല. എന്നുവെച്ചാൽ പൂർണത അസാദ്ധ്യമാണ്. ഒരു പരിധിക്കപ്പുറം പൂർണത കൈവരിക്കാൻ പ്രകൃതിയുടെ സ്വതസ്സിദ്ധമായ ചില നിബന്ധനകൾ അനുവദിക്കുന്നില്ല. ഇതാണ് താപഗതികത്തിലെ രണ്ടാം നിയമം വിവരിക്കുന്നത് (വിഭാഗം 12.11)

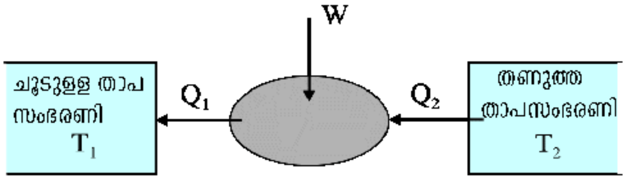
താപത്തെ പ്രവൃത്തിയിലേക്കു പരിവർത്തനം ചെയ്യുന്ന രീതി പല താപയന്ത്രങ്ങൾക്കും പലതായിരിക്കും. അടിസ്ഥാനപരമായി അവ രണ്ടു വഴികളിലൂടെയായിരിക്കും: ഒരു വ്യവസ്ഥ (വാതകമോ വാതകമിശ്രിതമോ) ബാഹ്യഫർണ്ണസിൽ (താപസ്രോതസ്) നിന്ന് താപം സ്വീകരിച്ചുകൊണ്ട് – ആവിയന്ത്രം പോലെ, അല്ലെങ്കിൽ ആന്തരികമായി നടക്കുന്ന ഒരു താപമോചക പ്രവർത്തനത്തിലൂടെ ചൂടാവുന്നു, ആന്തരിക ജ്വലനയന്ത്രം (*internal combustion engine*) ഉദാഹരണം.

ഓരോ താപയന്ത്രത്തിലെയും ചാക്രിക പ്രവർത്തനത്തിലെ വിവിധ പ്രക്രിയകൾ പലപ്പോഴും വ്യത്യസ്തമായിരിക്കും.

12.10. ശീതീകരണികളും താപപമ്പുകളും (REFRIGERATORS AND HEAT PUMPS)

ഒരു ശീതീകരണ യന്ത്രം താപയന്ത്രത്തിനു നേർ വിപരീതമായി പ്രവർത്തിക്കുന്നു. പ്രവർത്തന ദ്രവ്യം T_2 എന്ന താഴ്ന്ന താപനിലയുള്ള ഒരു തണുത്ത താപസംഭരണിയിൽ നിന്ന് Q_2 താപം സ്വീകരിക്കുന്നു. W എന്ന ബാഹ്യപ്രവർത്തനം അതിന്മേൽ ചെയ്യുമ്പോൾ പദാർഥം ചൂടുള്ള സംഭരണി (Hot reservoir) യിലേ

യ്ക്ക് T_1 എന്ന ഉയർന്ന താപനിലയിൽ Q_1 താപം വിട്ടു കൊടുക്കുന്നു. (ചിത്രം 12–10)



ചിത്രം 12.10 ഒരു ശീതീകരണയന്ത്രത്തിന്റെ അഥവാ താപ പമ്പിന്റെ ചിത്രം

താപപമ്പും ശീതീകരണിയും താത്വികമായി പറഞ്ഞാൽ ഒന്നു തന്നെയാണ്. ഇതിലേതു പേരു സ്വീകരിക്കണമെന്നത് യന്ത്രം എന്തിനു വേണ്ടി ഉപയോഗിക്കുന്നു എന്നതിനെ ആശ്രയിച്ചിരിക്കുന്നു. ഉന്നത താപനിലയിലുള്ള ഒരു താപസംഭരണിയാൽ ചുറ്റപ്പെട്ട ഒരു അറ *(chamber)* യുടെ ഉൾവശം തണുപ്പിക്കുവാൻ വേണ്ടിയാണ് ഉപയോഗിക്കുന്നതെങ്കിൽ അതൊരു ശീതീകരണിയാവും. എന്നാൽ തണുത്ത ചുറ്റുപാടുകളുള്ള ഒരു സ്ഥലത്തെ (ഉദാഹരണത്തിന് കെട്ടിടമോ അതിലെ മുറികളോ) ചൂടാക്കുവാൻ വേണ്ടി താപം അവിടേക്ക് സന്നിവേശിപ്പിക്കുവാനാണ് യന്ത്രം ഉപയോഗിക്കുന്നതെങ്കിൽ അത് താപ പമ്പ് എന്നറിയപ്പെടും.

ഒരു ശീതീകരണയന്ത്രത്തിലെ പ്രവർത്തന പദാർഥം (മിക്കവാറും വാതകമായിരിക്കും) സാധാരണയായി താഴെ പറയുന്ന പ്രവർത്തന ഘട്ടങ്ങളിലൂടെ കടന്നുപോവുന്നു.

a) ഉന്നത മർദത്തിലുള്ള ഒരു വാതകത്തെ പെട്ടെന്ന് താഴ്ന്ന മർദാവസ്ഥയിലേക്കു വികസിക്കാനനുവദിക്കുമ്പോൾ അത് തണുക്കുകയും ആ തണുപ്പ് അതിനെ ദ്രവ–ബാഷ്പ മിശ്രിതമാക്കി മാറ്റുകയും ചെയ്യുന്നു.

b) തണുപ്പിക്കേണ്ട പ്രദേശത്തുനിന്നും താപം ആഗീരണം ചെയ്ത് ഈ തണുത്ത ദ്രവം ബാഷ്പീകരിക്കപ്പെടുന്നു.

c) വ്യവസ്ഥയ്ക്കു മേൽ നടക്കുന്ന പ്രവൃത്തിമൂലം ഉണ്ടാവുന്ന താപം ബാഷ്പത്തിലേക്ക് പകരുന്നു.

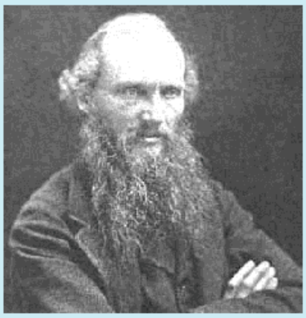
d) ബാഷ്പത്തിലെത്തിയ താപം ചുറ്റുപാടിലേക്ക് പ്രസരിക്കുന്നു. അങ്ങനെ അത് അതിന്റെ പ്രാരംഭ അവസ്ഥയിൽ എത്തുന്നു. അതുവഴി ഒരു ചാക്രിക പ്രവർത്തനം പൂർത്തിയാകുന്നു.

ഒരു ശീതീകരണ യന്ത്രത്തിന്റെ നിർവഹണ ഗുണാങ്കം (α – coefficient of performance) നിർവചിക്കപ്പെടുന്നത്:

$$\alpha = \frac{Q_2}{W} \qquad (12.21)$$

ഇതിൽ Q_2 എന്നത് തണുത്ത പ്രദേശത്തുനിന്ന്

താപഗതികത്തിലെ മാർഗദർശികൾ



ലോർഡ് കെൽവിൻ (വില്യം തോംസൺ) (1824–1907)

അയർലണ്ടിലെ ബൽഫാസ്റ്റിൽ ജനിച്ച വില്യം തോംസൺ പത്തൊമ്പതാം നൂറ്റാണ്ടിലെ ബ്രിട്ടീഷ് ശാസ്ത്രജ്ഞരിൽ പ്രമുഖനായിരുന്നു. ജെയിംസ് ജൂൾ(1818 - 1889), ജൂലിയാസ് മേയർ(1814 - 1878), ഹെർമൻ ഹെംഹോൾട്സ്(1821- 1894) എന്നിവർ തുടക്കമിട്ട ഊർജസംരക്ഷണനിയമത്തിന്റെ മുന്നോട്ടുള്ള പ്രയാണത്തിൽ തോംസൺ നിർണായക പങ്കുവഹിച്ചു. അദ്ദേഹവും ജൂളും ചേർന്ന് ജൂൾ – തോംസൺ പ്രഭാവം (Joule-Thomson effect) : വാതകത്തിന്റെ ശൂന്യതയിലെ വികാസത്തിൽ സംഭവിക്കുന്ന ശീതീകരണം കണ്ടെത്തി. പിന്നീടദ്ദേഹം കേവല പൂജ്യം (absolute zero) എന്ന ആശയം മുന്നോട്ടുവെക്കുകയും താപമാപിനിയിൽ കേവലപൂജ്യത്തിനായുള്ള മാപന രീതി നിർദ്ദേശിക്കുകയും ചെയ്തു. അത് അറിയപ്പെടുന്നത് കെൽവിൻ സ്കെയിൽ എന്നാണ്. സാദി കാർനോട്ടിന്റെSadi Carnot(1796 - 1832) പഠനങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് തോംസൺ താപഗതികത്തിന്റെ രണ്ടാം നിയമത്തിലെത്തുകയും ചെയ്തു. വൈദ്യുത കാന്തിക നിയമം, ദ്രാവക ചലനം എന്നിവയടക്കം ഒട്ടനവധി ശാസ്ത്ര നേട്ടങ്ങൾക്ക് കാരണഭൂതനാവുകയും ചെയ്ത ബഹുമുഖ പ്രതിഭയായ ഒരു ശാസ്ത്രജ്ഞനായിരുന്നു തോംസൺ.

റുഡോൾഫ് ക്ലോസിയസ്സ് *(Rudolf Clausius - 1822 -1888)*

പോളണ്ടിൽ ജനിച്ച ഇദ്ദേഹത്തിന്റെ പേരിലാണ് താപഗതികത്തിന്റെ രണ്ടാം നിയമം അറിയപ്പെടുന്നത്. തോംസണിന്റെയും കാർനോട്ടിന്റെയും പ്രവർത്തനങ്ങളെ അടിസ്ഥാനമാക്കി ക്ലോസിയസ്സ് എൻട്രോപി (entropy) എന്ന സുപ്രധാന ആശയത്തിലെത്തിച്ചേർന്നു. അത് താപഗതികത്തിന്റെ രണ്ടാം നിയമത്തിന്റെ വിശദീകരണത്തിന് കൂടുതൽ വെളിച്ചം പകർന്നു. ഒരു അടഞ്ഞ വ്യൂഹത്തിന്റെ അവ്യവസ്ഥ അഥവാ ക്രമരാഹിത്യനിരക്ക് ഒരിക്കലും കുറയുന്നില്ല എന്നദ്ദേഹം വ്യാഖ്യാനിച്ചു. ക്ലോസിയസ് വാതക ഗതിക നിയമങ്ങൾ (kinetic theory of gases) പഠിക്കുകയും തന്മാത്രകളുടെ വലുപ്പം, വേഗത, ശരാശരി സ്വതന്ത്ര പാത (mean free path) മുതലായവയുടെ മൂല്യത്തെ സംബന്ധിച്ച ആദ്യ വിശ്വസനീയമായ കണക്കാക്കലുകൾ നടത്തുകയും ചെയ്തു.

ആഗീരണം ചെയ്ത താപവും Wഎന്നത് ശീതീകരണ പദാർഥ (*refrigerant*) ത്തിന്മേൽ ചെയ്യപ്പെട്ട പ്രവൃത്തിയുമാണ്. (ഒരു താപ പമ്പിനെ സംബന്ധിച്ച് $\alpha = Q_1/W$ എന്നായിരിക്കും). ഇവിടെ ശ്രദ്ധിക്കേണ്ട ഒരു പ്രധാന കാര്യം η ഒരിക്കലും 1 ൽ കൂടുന്നില്ല, എന്നാൽ α ക്ക് 1 നെക്കാൾ വലിയ വിലകൾ ആർജിക്കാനും സാധിക്കും. ഊർജസംരക്ഷണ നിയമപ്രകാരം ചൂടുള്ള ചുറ്റുപാടിലേക്ക് വിടുതൽ ചെയ്യപ്പെടുന്ന താപം :

$$Q_1 - W + Q_2$$

അതായത്, $$\alpha = \frac{Q_2}{Q_1 \quad Q_2} \qquad (12.22)$$

ഒരു താപയന്ത്രത്തിൽ എത്തപ്പെടുന്ന മുഴുവൻ താപവും പ്രവൃത്തിയായി പരിവർത്തനപ്പെടുത്താനാവാത്തതാണ്, അതുപോലെ വ്യവസ്ഥയിന്മേൽ ഒരു ബാഹ്യപ്രവൃത്തിയില്ലാതെ ശീതീകരണപ്രക്രിയ ഫലവത്താകില്ല, അതായത് സമവാക്യം (12.21) ലെ നിർവ്വഹണ ഗുണാങ്കം (*coefficient of performance*) - α , ഒരിക്കലും അനന്തമാവുകയുമില്ല.

12.11 താപഗതികത്തിലെ രണ്ടാം നിയമം (SECOND LAW OF THERMODYNAMICS)

താപഗതികത്തിലെ ഒന്നാം നിയമം ഊർജസംരക്ഷണ നിയമം തന്നെയാണ്. സാധാരണ അനുഭവമനുസരിച്ച് താപഗതികത്തിലെ ആദ്യ നിയമം പാലിക്കപ്പെടുന്ന പല സാങ്കൽപിക പ്രക്രിയകളും നിത്യജീവിതത്തിൽ കണ്ടെത്താനാവുമെങ്കിലും ഈ നിയമം കൊണ്ടു സാധ്യമാകാവുന്ന പല പ്രക്രിയകളും നിരീക്ഷിക്കപ്പെടുന്നില്ല. ഉദാഹരണത്തിന് മേശമേൽ കിടക്കുന്ന ഒരു പുസ്തകം സ്വമേധയാ മുകളിലേക്ക് ചാടുന്നില്ല. ഊർജസംരക്ഷണ നിയമത്തിന്റെ നിബന്ധനകൾ മാത്രമേ പാലിക്കപ്പെടേണ്ടതായിട്ടുള്ളൂ എങ്കിൽ അങ്ങനെ സംഭവിക്കാവുന്നതാണ്. മേശ സ്വമേധയാ തണുത്തു കൊണ്ട് അതിലെ കുറച്ച് ആന്തരികോർജത്തെ തുല്യമായ യാന്ത്രികോർജമാക്കി പുസ്തകത്തിനു നൽകുകയും അതു ലഭിക്കുന്ന പുസ്തകം മുകളിലേക്കു ചാടാനും ഇടയായേനെ. എന്നാലിത് നടക്കാത്ത കാര്യമാണ്. ഊർജസംരക്ഷണ നിയമം യഥാവിധി പാലിക്കപ്പെടുന്നുണ്ടെങ്കിൽ പോലും പ്രകൃതിയിലെ അടിസ്ഥാനപരമായ ചില നിയമങ്ങൾ ഇത്തരം പ്രവർത്തനങ്ങൾ വിലക്കുന്നുണ്ടാകണം. താപഗതികത്തിലെ ഒന്നാം നിയമം വിഭാവനം ചെയ്യുന്ന, അല്ലെങ്കിൽ അതിലൂടെ സങ്കൽപിച്ചെടുക്കാവുന്ന പല പ്രതിഭാസങ്ങളും അസാധ്യമാണെന്ന് തെളിയിക്കുന്നതാണ് വാസ്തവത്തിൽ രണ്ടാം നിയമം.

താപയന്ത്രങ്ങളുടെ ക്ഷമതയുടെ കാര്യത്തിലായാലും ശീതീകരണ യന്ത്രത്തിന്റെ നിർവ്വഹണ ഗുണാങ്കത്തിന്റെ പരിധിയെ സംന്ധിച്ചായാലും, താപഗതികത്തിലെ രണ്ടാം നിയമം അടിസ്ഥാനപരമായ ചില നിയന്ത്രണങ്ങൾ കൊണ്ടുവന്നു. ലളിതമായി പറഞ്ഞാൽ രണ്ടാം നിയമപ്രകാരം ഒരു താപയന്ത്രത്തിന് ഒരിക്കലും ക്ഷമത 1 കൈവരിക്കാനാവില്ല. സമീകരണം (12.20) ലുള്ള നിരീക്ഷണം ഉൾപ്പെടുത്തുമ്പോൾ തണുത്ത താപസംഭരണിയിലേക്ക് കൈമാറ്റം ചെയ്യപ്പെടുന്ന താപോർജത്തിന്റെ അളവ് ഒരിക്കലും പൂജ്യമാവുകയില്ല എന്നു കാണാം. താപഗതികത്തിലെ രണ്ടാം നിയമമനുസരിച്ച് ഒരു ശീതീകരണിയുടെ നിർവഹണ ഗുണാങ്കം ഒരിക്കലും അനന്തമാകില്ല. അതായത് ശീതീകരണ പ്രക്രിയയിൽ ബാഹ്യമായ പ്രവൃത്തി (W) ഒഴിവാക്കുവാൻ കഴിയാത്ത ഒന്നാണ്. അതിനാൽ സമവാക്യം (12.21) പ്രകാരം ബാഹ്യപ്രവൃത്തി (W) ഒരിക്കലും പൂജ്യം ആവുകയില്ല.

കെൽവിനും മാക്സ്പ്ലാങ്കും ചേർന്നുള്ള ഒരു പ്രസ്താവനയിൽ, താപയന്ത്രങ്ങളെ എത്ര കാര്യക്ഷമമാക്കിയാലും മികവുറ്റതാക്കിയാലും പൂർണതയിലെത്തിക്കാനോ ഉത്തമമാക്കാനോ സാധ്യമല്ലെന്ന് അഭിപ്രായപ്പെടുന്നു. ഒരു ഉത്തമ ശീതീകരണിയുടേയോ പൂർണമായ താപപമ്പിന്റേയോ സാധ്യത ക്ലോസിയസ്സും തള്ളിക്കളയുന്നു. ഇവരുടെ പ്രസ്താവനകളുടെ സംഗ്രഹമാണ് താഴെ കാണിച്ചിരിക്കുന്നത്.

കെൽവിൻ പ്ലാങ്ക് പ്രസ്താവന

ഒരു സ്രോതസ്സിൽ നിന്നും താപം ആഗിരണം ചെയ്ത് അതു പൂർണ്ണമായും പ്രവൃത്തിയാക്കി മാറ്റുക മാത്രം ചെയ്യുന്ന ഒരു പ്രക്രിയ അസാദ്ധ്യമാണ്.

ക്ലോസിയസ് പ്രസ്താവന

തണുത്ത ഒരു താപസ്രോതസ്സിൽ നിന്നും ഉയർന്ന താപനിലയിലേക്കു താപം കൈമാറ്റം എന്ന കേവല ധർമം മാത്രം ചെയ്യുന്ന ഒരു പ്രക്രിയ അസാദ്ധ്യമാണ്.

മുകളിൽ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന രണ്ടു പ്രസ്താവനകളും പരസ്പര പൂരകങ്ങളാണെന്നു നമുക്ക് കാണാനാകും.

12.12. ഉത്ക്രമണീയ പ്രക്രിയയും അനുത്ക്രമണിയ പ്രക്രിയയും (*REVERSIBLE AND IRREVERSIBLE PROCESSES*)

ഒരു താപഗതിക വ്യവസ്ഥ അതിന്റെ പ്രാരംഭദശ i യിൽ നിന്നും അന്തിമദശ f ലേയ്ക്ക് പോകുന്നതായി സങ്കൽപിക്കുക. ഈ പ്രക്രിയയിൽ വ്യവസ്ഥ ചുറ്റുപാടിൽ നിന്ന് Q താപത്തെ ആഗിരണം ചെയ്ത് വ്യവസ്ഥയിൽ W പ്രവൃത്തി ചെയ്യുന്നു. ഈ പ്രക്രിയകൾ

പിറകോട്ട് പ്രവർത്തിപ്പിച്ച് വ്യവസ്ഥയിലും ചുറ്റുപാടിലും യാതൊരുവിധ മാറ്റവുമില്ലാത്തവിധം പഴയ പടിയിലേക്ക് തിരിച്ചുകൊണ്ടുവരാൻ പറ്റുമോ? അങ്ങനെ വരുന്നതിനേക്കുറിച്ച് ആലോചിച്ചു നോക്കിയാലോ? നമ്മുടെ അനുഭവങ്ങൾ സാക്ഷ്യപ്പെടുത്തുന്നത് പ്രകൃതിയിലെ മിക്ക സ്വാഭാവിക പ്രക്രിയകളിലും ഇത് അസാധ്യമാണെന്നാണ്. പ്രകൃതിയിൽ ദ്രുതഗതിയിൽ നടക്കുന്ന മിക്കവാറും എല്ലാ പ്രക്രിയകളും അനുത്ക്രമണീയം-(*irreversible*)ആണ്. നിരവധി ഉദാഹരണങ്ങൾ ചൂണ്ടിക്കാണിക്കാനുണ്ട്. ഒരു വറചട്ടിയുടെ അടിഭാഗം മറ്റു ഭാഗത്തേക്കാൾ ചൂടു കൂടുതലായിരിക്കും. ചട്ടി തീയിൽനിന്ന് നീക്കിയാൽ അടിഭാഗത്തുനിന്നും മറ്റു ഭാഗങ്ങളിലേക്ക് താപം പ്രേഷണം ചെയ്യപ്പെടുന്നു. (ചുറ്റുമുള്ള അന്തരീക്ഷവുമായി രമ്യതയിലെത്തുന്നതുവരെ പ്രേഷണം തുടരുന്നു) ഈ പ്രക്രിയ അതേവഴിക്ക് തിരിച്ചു കൊണ്ടുവരാനാവില്ല. ചട്ടിയുടെ ഏതെങ്കിലും ഭാഗം പെട്ടെന്ന് തണുപ്പിച്ച് അതിൽനിന്നുള്ള ചൂട് അടിഭാഗത്തേക്ക് എത്തിക്കാനാവില്ല. അങ്ങനെ ചെയ്യാനായാൽ അത് താപഗതികത്തിലെ രണ്ടാം നിയമത്തിന്റെ ലംഘനമാവും. ഒരു വാതകത്തിന്റെ സ്വതന്ത്ര വികാസം വീണ്ടെടുപ്പിനതീതമാണ്, അനുത്ക്രമണീയവുമാണ്. പെട്രോളും വായുവും ചേർന്ന മിശ്രിതം ഒരു സമ്മർദ്ദിത അറയിൽ വെച്ച് കത്തിച്ച് കഴിഞ്ഞാൽ പിന്നെ അവയെ വേർതിരിച്ച് വീണ്ടെടുക്കാനാവില്ല. പാചക വാതകം ചോർന്ന് അത് മുറി മുഴുവൻ വ്യാപിച്ചു കഴിഞ്ഞാൽ പിന്നെ സിലിൻഡറിലേക്കുതന്നെ തിരിച്ചു കൊണ്ടുവരാനാവില്ല. വ്യാപന പ്രക്രിയ ഉത്ക്രമണ പ്രക്രിയയ്ക്ക് വിധേയമല്ല. ചുറ്റുപാടുമായി താപീയ സമ്പർക്കത്തിലുള്ള ഒരു ദ്രാവകത്തെ നിരന്തരമായി ഇളക്കിക്കൊണ്ടിരിക്കുമ്പോൾ ഉണ്ടാകുന്ന പ്രവൃത്തി -താപം ചുറ്റുപാടിലേക്ക് പ്രസരിച്ച് ആ പ്രദേശത്തിന്റെ ആന്തരികോർജത്തിൽ വർദ്ധനവ് ഉണ്ടാക്കുന്നു. ഈ പ്രക്രിയയും തിരിച്ചു കൊണ്ടുവരാനാവില്ല. അനുത്ക്രമണത്വം (*irreversibility*) എന്നത് പ്രകൃതി നിയമമാണ്. തിരിച്ചുവിടാവുന്നതരം പ്രക്രിയകൾ വളരെ അപൂർവമാണ്.

അനുത്ക്രമണത്വം ഉണ്ടാവുന്നത് പ്രധാനമായും രണ്ടു കാരണങ്ങൾ കൊണ്ടാണ്: പല പ്രക്രിയകളും (സ്വതന്ത്ര വികാസം, രാസസ്ഫോടനം) വ്യവസ്ഥയെ പെട്ടെന്ന് അസംതുലിതാവസ്ഥയിലേക്കു നയിക്കുന്നു. രണ്ടാമത്തേത്, മിക്ക പ്രക്രിയകളും നടക്കുമ്പോൾ ഘർഷണം (*friction*) വിസ്കോസിറ്റി (*viscosity*) മുതലായവ പോലുള്ള പലതരം ഊർജശോഷണ പ്രക്രിയകളുടെ (*dissipation*) സ്വാധീനം ഉണ്ടാകുന്നു. തറയിലൂടെ ചലിക്കുന്ന വസ്തുവിന്റെ സഞ്ചാരം തടസ്സപ്പെടുമ്പോൾ അതിന്റെ യാന്ത്രികോർജം ഘർഷണം മൂലം തറയുടെയും വസ്തുവിന്റെയും താപോർജമായി മാറ്റപ്പെടുന്നു. ഒരു ദ്രാവകത്തിൽ തിരിഞ്ഞുകൊണ്ടിരിക്കുന്ന ബ്ലേഡുകളെ (*blades*) വിസ്കോസിറ്റി തടസ്സപ്പെടുത്തുകയും അതിന്റെ യാന്ത്രികോർജം നഷ്ടപ്പെട്ടുണ്ടാകുന്ന പരിവർത്തിത താപം ദ്രാവകത്തിന്റെ ആന്തരികോർജത്തെ കൂട്ടുകയും ചെയ്യുന്നു. ഊർജശോഷണ (*dissipation*)ത്തിന്റെ സ്വാധീനം പ്രകൃതിദത്തമായി എല്ലായിടത്തും നിലനിൽക്കുന്നതിനാൽ, ആ സ്വാധീനം ലഘൂകരിക്കാമെന്നല്ലാതെ തീരെ ഒഴിവാക്കാനാവില്ല. ചുരുക്കത്തിൽ, നമുക്ക് പരിചിതങ്ങളായ ഒട്ടുമിക്ക പ്രക്രിയകളും അനുത്ക്രമണീയമാണ്.

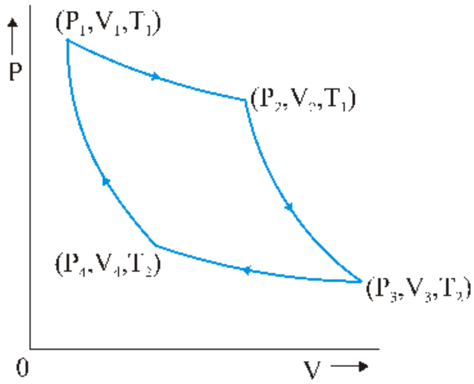
ഒരു താപഗതിക പ്രക്രിയ (അവസ്ഥ i യിൽ നിന്നും അവസ്ഥ f ലേക്ക്) ഉത്ക്രമണീയം ആകണമെങ്കിൽ എല്ലാ പ്രക്രിയയും ക്രമമായി തിരികെ പ്രവർത്തിച്ച് ചുറ്റുപാടിനും പ്രകൃതിക്കും യാതൊരു മാറ്റവും ഉണ്ടാകാത്ത തരത്തിൽ പ്രാരംഭാവസ്ഥ കൈവരിക്കണം. അതുകൊണ്ട് ഉത്ക്രമണീയ പ്രക്രിയയെന്നത് വെറും സങ്കൽപമാകാനേ സാദ്ധ്യതയുള്ളുവെന്ന് കരുതാം. ഒരു പ്രവർത്തനം ഉത്ക്രമണീയ പ്രക്രിയ ആകണമെങ്കിൽ ആ പ്രക്രിയ ക്വാസിസ്റ്റാറ്റിക് പ്രവർത്തന (quasi-static) (ഓരോ ഘട്ടത്തിലും ചുറ്റുപാടുമായി സന്തുലനത്തിലുള്ള ഒരു വ്യവസ്ഥ)മാവുകയും അവിടെ ഊർജശോഷണത്തിന്റെ സ്വാധീനം ഇല്ലാതിരിക്കുകയും വേണം. ഒരു ഘർഷണ രഹിത പിസ്റ്റൺ ഘടിപ്പിച്ചിരിക്കുന്ന സിലിണ്ടറിൽ ക്വാസി സ്റ്റാറ്റിക് ഐസോതെർമൽ പ്രക്രിയയ്ക്ക് വിധേയമാകുന്ന മാതൃകാ വാതകം ഇതിനുദാഹരണമാണ്.

എന്തുകൊണ്ടാണ് ഉത്ക്രമണീയ പ്രക്രിയ താപഗതികത്തിലെ ഒരു അടിസ്ഥാന സങ്കൽപമായിത്തീരുന്നത്? നമ്മൾ കണ്ടതുപോലെ, താപഗതികത്തിലെ പ്രധാന വിശകലന വിഷയങ്ങളിലൊന്ന് താപത്തെ പ്രവൃത്തിയായി പരിവർത്തനം ചെയ്യുമ്പോഴത്തെ അതിന്റെ ക്ഷമതയുടെ കാര്യമാണ്. താപഗതികത്തിലെ രണ്ടാം നിയമം 100% ക്ഷമതയുള്ള തരത്തിൽ ഉത്തമമായ ഒരു താപയന്ത്രത്തിന്റെ സാദ്ധ്യതയെത്തന്നെ തള്ളിക്കളയുന്നു. എന്നാൽ രണ്ടു താപസ്രോതസ്സുകൾക്കിടയിൽ (താപനില T_1,T_2) പ്രവർത്തിക്കുന്ന ഒരു താപയന്ത്രത്തിന്റെ പരമാവധി ക്ഷമത എത്രയായിരിക്കും? തികച്ചും സാങ്കൽപികമായ ഉത്ക്രമണീയ പ്രക്രിയകൾ കൊണ്ട് പ്രാവർത്തികമാക്കുവാൻ കഴിയുന്ന ഒരു മാതൃകാ താപയന്ത്രത്തിനു മാത്രമേ പരമാവധി ക്ഷമത കൈവരിക്കാനാകൂ. മറ്റെല്ലാ യന്ത്രങ്ങളിലും ഏതെങ്കിലും ശോഷണ പ്രക്രിയയുടെ സാന്നിദ്ധ്യമുള്ളതിനാൽ അവയുടെ എല്ലാം ക്ഷമത ഈ പരമാവധി മൂല്യത്തേക്കാൾ കുറവായിരിക്കും. മറ്റെല്ലാ യന്ത്രങ്ങളും പരമാവധിയിൽ വളരെ താഴ്ന്ന നിരക്കിലാണ് കാര്യക്ഷമത കാണിക്കുന്നത്.

12.13 കാർനോ എഞ്ചിൻ (CARNOT ENGINE)

നമുക്ക് ഉന്നത താപനിലയിലുള്ള റിസർവോയറും (താപനില T_1) മറ്റൊരു തണുത്ത റിസർവോയറും (താപനില T_2) ഉണ്ടെന്നിരിക്കട്ടെ. ഈ രണ്ടു റിസർവോയറുകൾക്കിടയിൽ പ്രവർത്തിക്കുന്ന ഒരു താപ യന്ത്രത്തിന്റെ പരമാവധി ക്ഷമത എത്രയായിരിക്കും? ഈ ക്ഷമത കൈവരിക്കാൻ സ്വീകരിക്കേണ്ട ചാക്രിക പ്രവർത്തനം ഏത്. സാദി കാർനോ എന്ന ഫ്രഞ്ച് എൻജിനീയർ ഈ ചോദ്യങ്ങളെ ആദ്യമായി പരിഗണിച്ചത് 1824 ൽ ആയിരുന്നു. ആ കാലഘട്ടത്തിൽ താപോർജത്തിന്റെയോ താപഗതികത്തിന്റെയോ അടിസ്ഥാന ധാരണകൾ ചുവടുറപ്പിച്ചിട്ടുപോലുമുണ്ടായിരുന്നില്ല.

രണ്ടു വ്യത്യസ്ത താപനിലകൾക്കിടയിൽ പ്രവർത്തിക്കുന്ന മാതൃകായന്ത്രം ഒരു ഉത്ക്രമണീയ (reversible) പ്രക്രിയാ യന്ത്രമായിരിക്കുമെന്നാണ് നേരത്തേ നാം മനസ്സിലാക്കിയത്. ഒരു വ്യവസ്ഥ ഉത്ക്രമണീയമാകാൻ അത് ഒരു ക്വാസിസ്റ്റാറ്റിക് (quasi-static) പ്രക്രിയയിലും, ശോഷണ പ്രതിഭാസങ്ങളൊന്നും ഇല്ലാത്ത അവസ്ഥയിലുമായിരിക്കണം. നാം നേരത്തെ കണ്ടതുപോലെ ഒരു വ്യവസ്ഥയും ചുറ്റുപാടും തമ്മിൽ ഒരു സ്ഥിര (finite) താപനിലാ വ്യത്യാസമുണ്ടെങ്കിൽ പ്രക്രിയ ക്വാസിസ്റ്റാറ്റിക് ആവുകയില്ല. ഇത് സൂചിപ്പിക്കുന്നത് രണ്ടു താപനിലകൾക്കിടയിൽ പ്രവർത്തിക്കുന്ന ഒരു ഉത്ക്രമണീയ താപയന്ത്രം ചൂടുള്ള ചുറ്റുപാടിൽ നിന്ന് ഐസോതെർമൽ നിലയിൽ താപം ആഗിരണം ചെയ്യുകയും തണുത്ത ചുറ്റുപാടിലേക്ക് ഐസോതെർമൽ നിലയിൽത്തന്നെ താപം വിടുതൽ ചെയ്യുകയും വേണം. ഒരു ഉത്ക്രമണീയ യന്ത്രത്തിന് ഈ രണ്ടു ഘട്ടങ്ങളും ഉണ്ടാവണം. താപനില T_1ലുള്ള ഐസോതെർമൽ പ്രക്രിയയിലൂടെ ഉന്നത താപനിലയിലുള്ള റിസർവോയറിൽ നിന്നും Q_1 താപം ആഗിരണം ചെയ്യലും, T_2 താപനിലയിൽ മറ്റൊരു ഐസോതെർമൽ പ്രക്രിയയിലൂടെ Q_2താപം തണുത്ത റിസർവോയറിലേക്ക് വിടുതൽ ചെയ്യലും. ഒരു ചക്രം പൂർത്തിയാകുവാൻ വ്യവസ്ഥയുടെ താപനില T_1 ൽ നിന്ന് T_2 വിലെത്തിക്കുകയും പിന്നീട് താപനില തിരിച്ച് T_2വിൽ നിന്ന് T_1ലേക്ക് എത്തിക്കുകയും വേണം. ചക്രം പൂർത്തിയാക്കാനുപയോഗിക്കേണ്ട പ്രക്രിയ ഏതായിരിക്കണം. ഒരു റിസർവോയറുമായും താപ കൈമാറ്റം നടത്തുവാൻ കഴിയാത്ത ഒരു ഉത്ക്രമണീയ അഡയബാറ്റിക് പ്രക്രിയയാണ് ഇവിടെ പ്രയോജനപ്പെടുത്തേണ്ടതെന്ന് നമുക്ക് എളുപ്പം മനസ്സിലാക്കുവാൻ കഴിയും. അഡയബാറ്റിക് പ്രക്രിയയല്ലാതെ മറ്റേതെങ്കിലും പ്രക്രിയയാണ് നാം ഉപയോഗിക്കുന്നതെങ്കിൽ അവയ്ക്ക് ചാക്രികത കൈവരിക്കാനാകില്ല. ഉദാഹരണത്തിന് ഇതിനായി നാം സമവ്യാപ്ത പ്രക്രിയയാണ് ഉപയോഗിക്കുന്നതെന്നിരിക്കട്ടെ. ഈ പ്രക്രിയയെ ഒരു ക്വാസിസ്റ്റാറ്റിക് ആക്കണമെങ്കിൽ T_2, T_1 എന്നീ താപനിലകൾക്കിടയിൽ ഈ പ്രവർത്തനം പുരോഗമിക്കേണ്ടത് അനേകം ചെറു പ്രക്രിയകളിലൂടെ ആവണം. അത്തരം ചെറു പ്രക്രിയകൾ ഏതാണ്ട് താപഗതിക സന്തുലനാവസ്ഥയിലായിരിക്കുകയും വേണം. ഇത് സംഭവിക്കണമെങ്കിൽ T_1, T_2 എന്നീ താപനിലകൾക്കിടയിൽ താപനിലകളുള്ള അനേകം റിസർവോയറുകളുടെ ഒരു ശ്രേണി തന്നെ വേണ്ടി വരും. (ഇവിടെ ഓരോ ചെറുഘട്ടങ്ങളും ഉത്ക്രമണീയവും ക്വാസിസ്റ്റാറ്റിക്കും ആയിരിക്കണം എന്ന നിബന്ധന ഓർക്കേണ്ടതുണ്ട്. അതിനാൽ ഈ റിസർവോയറുകൾ തമ്മിലുള്ള താപനിലാ വ്യതിയാനം വളരെ ചെറുതായിരിക്കണം). ഇത് പ്രായോഗികമായി ബുദ്ധിമുട്ടുള്ള കാര്യമാണ്. മാത്രമല്ല ഇവിടെ നാം പരിഗണിക്കുന്നത് അനേകം റിസർവോയറുകൾക്കിടയിൽ പ്രവർത്തിക്കുന്ന താപയന്ത്രമല്ല, മറിച്ച് കേവലം രണ്ടു റിസർവോയറുകൾക്കിടയിൽ മാത്രമാണ് അതിന്റെ പ്രവർത്തനം. അതുകൊണ്ട് താപനിലയെ T_1 ൽ നിന്നും T_2 വിലേക്കും തിരിച്ച് T_2 വിൽ നിന്നും T_1 ലേക്കും മാറ്റുവാനുപയോഗിക്കേണ്ടത് അഡയബാറ്റിക് പ്രക്രിയ മാത്രമായി മാറുന്നു. ഒരു ഉത്ക്രമണീയ താപയന്ത്രം രണ്ടു താപനിലകൾക്കിടയിൽ പ്രവർത്തിക്കുന്നതിനെയാണ് ഒരു കാർനോ യന്ത്രം എന്നു പറയുന്നത്. ഈ യന്ത്രത്തിന് ഓരോ സൈക്കിളിലും താഴെ പറയുന്ന ഘട്ടങ്ങൾ ഉണ്ടാകണം. അത്തരം ഘട്ടങ്ങളെ കാർനോ ചക്രം (carnot cycle) എന്നു പറയുന്നു. (ചിത്രം 12.11). കാർനോ യന്ത്രത്തിന്റെ പ്രവർത്തന പദാർഥമായി ഇവിടെ എടുത്തിരിക്കുന്നത് ഒരു ആദർശ വാതകമാണ്.



ചിത്രം 12.11 ഒരു ആദർശ വാതകം പ്രവർത്തന പദാർഥമായിട്ടുള്ള കാർണോ ചക്രം -താപയന്ത്രത്തിന്റെ പ്രവർത്തന പദ്ധതി.

ഒന്നാം പ്രവർത്തനം: ഘട്ടം 1 മുതൽ 2 വരെ വാതകത്തിന്റെ സമോഷ്മ വികാസ (Isothermal expansion) ത്തിൽ അതിന്റെ അവസ്ഥാ ചരങ്ങൾ (P_1, V_1, T_1) മുതൽ (P_2, V_2, T_1) വരെയാണ് മാറുന്നത്. T_1 താപനിലയിൽ Q_1 താപം വാതകം താപസംഭരണി (റിസർവോയർ) യിൽ നിന്നും സ്വീകരിക്കുന്നു. ഇത് നടക്കുന്നത് സമവാക്യം 12.2 പ്രകാരമാണ്. വാതകം ചുറ്റുപാടിന്മേൽ ചെയ്ത പ്രവൃത്തി $W_{1\to2}$ കൂടിയാണ് ഇത്. അതിനാൽ

$$W_{1\to2} = Q_1 = \mu R T_1 \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) \qquad (12.23)$$

രണ്ടാം പ്രവർത്തനം: ഘട്ടം 2 മുതൽ 3 വരെ (P_2, V_2, T_1) മുതൽ (P_3, V_3, T_2) വിലേക്കുള്ള വാതകത്തിന്റെ അഡയബാറ്റിക് വികാസം (Adiabatic expansion). വാതകം ചെയ്ത പ്രവൃത്തി സമവാക്യം (12.16) ഉപയോഗിച്ച് എഴുതിയാൽ:

$$W_{2\to3} = \frac{\mu R\,(T_1 - T_2)}{\gamma - 1} \qquad (12.24)$$

മൂന്നാം പ്രവർത്തനം: ഘട്ടം 3 മുതൽ 4 വരെ (P_3, V_3, T_2) മുതൽ (P_4, V_4, T_2) വരെയുള്ള വാതകത്തിന്റെ സമോഷ്മ സമ്മർദനം (Isothermal compression) വാതകം റിസർവോയറിലേക്ക് Q_2 താപം T_2 താപനിലയിൽ വിടുതൽ ചെയ്യുന്നത് സമവാക്യം (12.12) പ്രകാരമാണ്. ഇത് ചുറ്റുപാടുള്ള വാതകത്തിനുമേൽ ചെയ്ത പ്രവർത്തനം $W_{3\to4}$ കൂടിയാണ്.

$$W_{3\to4} = Q_2 = \mu R T_2 \ln\left(\frac{V_3}{V_4}\right) \qquad (12.25)$$

നാലാം പ്രവർത്തനം: ഘട്ടം 4 മുതൽ 1 വരെ (P_4, V_4, T_2) വിൽ നിന്ന് (P_1, V_1, T_1) ലേക്കുള്ള വാതകത്തിന്റെ അഡയബാറ്റിക് സമ്മർദനം (adiabatic compression). വാതകത്തിന്മേൽ ചെയ്ത പ്രവൃത്തി സമവാക്യം (12.16) പ്രകാരം.

$$W_{4\to1} = \mu R\left(\frac{T_1 - T_2}{\gamma - 1}\right) \qquad (12.26)$$

സമവാക്യങ്ങൾ 12.23 മുതൽ 12.26 വരെ ഉൾക്കൊള്ളുന്ന പൂർണ ചക്രത്തിൽ വാതകം ചെയ്ത പ്രവൃത്തി.

$$W = W_{1\to2} + W_{2\to3} - W_{3\to4} - W_{4\to1}$$

$$= \mu R T_1 \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) - \mu R T_2 \ln\left(\frac{V_3}{V_4}\right) \qquad (12.27)$$

കാർണോ യന്ത്രത്തിന്റെ ക്ഷമത:

$$\eta = \frac{W}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}$$

$$= 1 - \left(\frac{T_2}{T_1}\right)\frac{\ln\left(\frac{V_3}{V_4}\right)}{\ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)} \qquad (12.28)$$

നീക്കം $2 \to 3$ വരെയുള്ളത് അഡയബാറ്റിക് പ്രക്രിയ ആയതിനാൽ, ഇനി,

$$T_1 V_2^{\gamma-1} = T_2 V_3^{\gamma-1}$$

അതായത് $$\frac{V_2}{V_3} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{1/(\gamma-1)} \qquad (12.29)$$

അതേപോലെ നീക്കം $4 \to 1$ വരെയുള്ളതും അഡയബാറ്റിക് പ്രക്രിയയായതിനാൽ

$$T_2 V_4^{\gamma-1} = T_1 V_1^{\gamma-1}$$

അതായത് $$\frac{V_1}{V_4} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{1/(\gamma-1)} \qquad (12.30)$$

സമവാക്യങ്ങൾ (12.29), (12.30) എന്നിവയിൽ നിന്നും

$$\frac{V_3}{V_4} = \frac{V_2}{V_1} \qquad (12.31)$$

സമവാക്യം 12.31 നെ സമവാക്യം 12.28 ൽ ഉപയോഗിച്ചാൽ ലഭിക്കുന്നത്:

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1} \qquad (12.32)$$

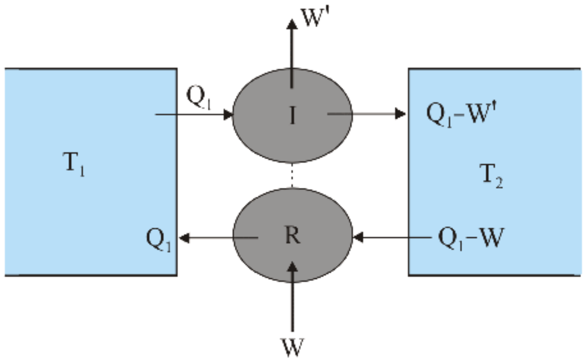
കാർനോ യന്ത്രം ഒരു ഉത്ക്രമണീയ യന്ത്ര (reversable engine) മാണെന്ന് നമ്മൾ കണ്ടുകഴിഞ്ഞു. രണ്ടു വ്യത്യസ്ത താപനിലയിലുള്ള രണ്ടു റിസർവോയറുകൾക്കിടയിൽ പ്രവർത്തിക്കാൻ കഴിയുന്ന ഒരേയൊരു ഉത്ക്രമണീയ യന്ത്രമാണ് കാർനോ യന്ത്രം. ചിത്രം 12.11 ൽ കാണിച്ചിട്ടുള്ള ഒരു ചക്രത്തിൽ, പ്രക്രിയകളും നീക്കങ്ങളും വിപരീത ദിശയിൽ പ്രവർത്തിക്കുവാൻ കഴിയുന്നവിധമാണ് രൂപകൽപന ചെയ്തിട്ടുള്ളത്. തണുത്ത റിസർവോയറിൽ Q_2 താപം T_2 താപനിലയിൽ എടുത്തുകൊണ്ട് വ്യവസ്ഥയിൽ W പ്രവൃത്തി ചെയ്യുന്ന സംവിധാനത്തിന് ഉന്നത താപനില T_1 ലുള്ള റിസർവോയറിലേക്ക് Q_1 താപം വിടുതൽ ചെയ്യാൻ സാധിക്കുമെങ്കിൽ അത് ഒരു ഉത്ക്രമണീയ ശീതീകരണി (reversible refrigerator) യായിരിക്കും.

അടുത്തതായി നമ്മൾ തെളിയിക്കുവാൻ പോകുന്നത് പ്രധാനപ്പെട്ട ഒരു നിരീക്ഷണമാണ്. അതിനെ പലപ്പോഴും കാർനോ സിദ്ധാന്തം എന്നു വിളിക്കുന്നു.

(a) ഉന്നത താപനില T_1 ലും താഴ്ന്ന താപനില T_2 വിലും ഇരിക്കുന്ന വ്യത്യസ്ത റിസർവോയറുകൾക്കിടയിൽ പ്രവർത്തിക്കുന്ന ഒരു കാർനോ യന്ത്രത്തിനേക്കാൾ ക്ഷമത മറ്റൊരു യന്ത്രത്തിനും കൈവരിക്കാനാവില്ല.

(b) കാർനോ യന്ത്രത്തിന്റെ ക്ഷമത, പ്രവർത്തന പദാർഥത്തിന്റെ സ്വഭാവത്തെ ആശ്രയിക്കുന്നില്ല.

ഒന്നാമത്തെ നിരീക്ഷണം (a) തെളിയിക്കുന്നതിന് ഒരു ഉത്ക്രമണീയ കാർനോ യന്ത്രം (reversible Carnot's engine) (R) ഉം മറ്റൊരു അനുത്ക്രമണീയ (irreversible) യന്ത്രം (I) യും പരസ്പരം ബന്ധിപ്പിച്ചുകൊണ്ടുള്ള പ്രവർത്തനം (I+R) സങ്കൽപിക്കുക. ഇരു യന്ത്രങ്ങളും രണ്ടു വ്യത്യസ്ത (T_1, T_2) താപനിലകൾക്കിടയിൽ പ്രവർത്തിക്കുന്നു. ഇതിൽ I ഒരു താപീയ യന്ത്രവും R ഒരു ശീതീകരണ യന്ത്രവുമായിട്ടായിരിക്കും പ്രവർത്തിക്കുന്നത്. അനുത്ക്രമണീയ യന്ത്രം I ചൂടുള്ള സ്രോതസ്സിൽനിന്ന് Q_1 താപം സ്വീകരിക്കുകയും അത് W പ്രവൃത്തിക്കുവേണ്ടി വിട്ടുകൊടുക്കുകയും അതിൽനിന്നുമുള്ള (Q_1-W) താപം താഴ്ന്ന താപനിലാ റിസർവോയറിലേക്ക് വിടുതൽ ചെയ്യുകയും ചെയ്യുന്നു. ഉത്ക്രമണീയ യന്ത്രം R നെ ഇവിടെ ക്രമീകരിച്ചിരിക്കുന്നത് അത് ആദ്യത്തെ യന്ത്രം ഉന്നത താപനിലാ റിസർവോയറിൽ നിന്നും സ്വീകരിച്ച അതേ താപം Q_1 ഉന്നത താപനിലയിലിരിക്കുന്ന റിസർവോയറിന് നൽകുന്നവിധത്തിലാണ്. ഇതിനു വേണ്ടി താഴ്ന്ന താപനിലാ റിസർവോയറിൽ നിന്നും Q_2 അത് ആഗിരണം ചെയ്യുകയും $W = Q_1 - Q_2$ എന്ന പ്രവൃത്തി ഇതിനു വേണ്ടി വിനിയോഗിക്കുകയും ചെയ്യുന്നു.



ചിത്രം 12.11. ഒരു അനുത്ക്രമണീയ യന്ത്രം (I) മറ്റൊരു ഉത്ക്രമണീയ ശീതീകരണ യന്ത്രവുമായി (R) യോജിപ്പിച്ചിരിക്കുന്നു. W' > W ആകുന്നുവെങ്കിൽ അതിനായി സംഭരണിയിൽ നിന്ന് W' -W ന് തുല്യമായ താപം സ്വീകരിക്കപ്പെടുകയും അതു മുഴുവനായി പ്രവർത്തിക്ക് വിനിയോഗിക്കുകയും ചെയ്യുന്നുവെന്നർത്ഥമാവുന്നു. എന്നാൽ ഇത് താപഗതികത്തിന്റെ രണ്ടാം നിയമത്തിന്റെ ലംഘനമായിത്തീരുന്നു.

ഇനി നമുക്ക് $\eta_R < \eta_I$ എന്നു സങ്കൽപിച്ചു നോക്കാം. അങ്ങനെയാകുമ്പോൾ I യെ കുറഞ്ഞ പ്രവൃത്തിയേ Rൽ നിന്നും ലഭിക്കുകയുള്ളൂ. അതായത് ഒരു നിശ്ചിത താപോർജം Q_1 ൽ ലഭിക്കുന്ന പ്രവൃത്തി W<W' ആയിരിക്കും. അതുകൊണ്ട് R ഒരു ശീതീകരണിയായി പ്രവർത്തിക്കുമ്പോൾ അത് താഴ്ന്ന താപനിലാ റിസർവോയറിൽ നീക്കം ചെയ്യുന്ന താപം $Q_2 = Q_1 - W > Q_1 - W'$ എന്നു നമുക്ക് കണ്ടെത്താനാവും. തന്മൂലം I – R എന്നിവ ചേർന്നുണ്ടാകുന്ന യന്ത്രദ്വയം ഒരുമിച്ച് പ്രവർത്തിപ്പിക്കുമ്പോൾ താഴ്ന്ന താപനിലാ റിസർവോയറിൽ നിന്നും $(Q_1 - W) - (Q_1 - W') = (W - W')$ നു തുല്യമായ താപോർജം ആഗിരണം ചെയ്ത് അത്രയും തന്നെ താപം ഒരു ചാക്രിക പ്രക്രിയ പൂർത്തിയാകുമ്പോഴേക്കും പ്രവൃത്തിയായി മാറ്റുന്നു. അതായത് ലഭ്യമായ താപോർജം മുഴുവനും പ്രവൃത്തിയായി മാറ്റുന്നു. കെൽവിനും പ്ലാങ്കും ചേർന്ന് നിർദ്ദേശിച്ച താപഗതികത്തിലെ രണ്ടാം നിയമത്തിന് എതിരാണ് ഇത്. അതുകൊണ്ട് $\eta_R < \eta_I$ എന്നത് തെറ്റായി മാറുന്നു. അതായത് ഒരു യന്ത്രത്തിനും കാർനോ യന്ത്രത്തിനേക്കാളും കൂടുതൽ ക്ഷമത കൈവരിക്കാനാവില്ല. ഒരു പ്രവർത്തന പദാർഥത്തിനു പകരം

മറ്റൊന്നുപയോഗിച്ചാൽ ഒരു ഉത്ക്രമണീയ യന്ത്രത്തിന്റെ ക്ഷമത വർദ്ധിപ്പിക്കാനാവുമെന്ന് വാദിച്ചേക്കാം. ഒരു കാർനോ യന്ത്രത്തിന്റെ പരമാവധി ക്ഷമത സമവാക്യം (12.32) അനുസരിച്ച്, കാർനോ ചാക്രിക പ്രവർത്തനത്തിനു വിധേയമാകുന്ന പദാർഥത്തിന്റെ പ്രകൃതത്തിൽനിന്ന് മുക്തമാണ്. അതിനാൽ ഒരു വ്യവസ്ഥയെന്ന നിലയിൽ കാർനോ യന്ത്രത്തിൽ ഉപയോഗിക്കുന്ന മാതൃകാ വാതകത്തിന്റെ കാര്യക്ഷമത η തന്നെയാണ് ആ വ്യവസ്ഥയെ നിർണയിക്കുന്ന ഘടകം എന്നു പറയുന്നതിൽ തെറ്റില്ല. ആദർശ വാതകത്തിന് ലഘുവായ ഒരു അവസ്ഥാ സമീകരണമുണ്ട് (equation of state), അതുപയോഗിച്ച് നമുക്ക് η എളുപ്പം കണക്കാക്കിയെടുക്കാനാകും, എങ്കിലും സമവാക്യം (12.32) പ്രകാരമുള്ള അന്തിമ ഫലം തന്നെയാണ് ഏതൊരു കാർനോ യന്ത്രത്തിലും സാധൂകരിക്കപ്പെടുന്നത്.

മേൽ സൂചന കാണിക്കുന്നത് ഒരു കാർനോ യന്ത്രത്തിന്റെ ചാക്രികതയിൽ–

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{T_1}{T_2} \qquad (12.33)$$

ഇത്, വ്യവസ്ഥയുടെ പ്രകൃതത്തിൽനിന്നും മുക്തമായ ഒരു സാർവ്വത്രിക ബന്ധമാണ്. ഇതിൽ Q_1, Q_2 എന്നിവ യഥാക്രമം സമോഷ്മ നില, കാർനോ യന്ത്രം താപം സ്വീകരിക്കുകയും ചൂടുള്ള സംഭരണിയിൽ നിന്നും വിടുതൽ ചെയ്യുകയും (ചൂടുള്ള സംഭരണിയിൽ നിന്ന് തണുത്തതിലേക്ക്) ചെയ്യുന്നതാണ്. കാർനോ ചാക്രീകതയിൽ ഉപയോഗിച്ചിരിക്കുന്ന സമവാക്യം (12.33) നെ പദാർഥത്തിന്റെ സവിശേഷതകളെ ആശ്രയിക്കാത്ത ഒരു സാർവ്വത്രിക താപനിലാ സ്കെയിലിനെ നിർവചിക്കാനുപയോഗിക്കാം. ഈ സ്കെയിലിനെ താപഗതിക താപനിലാ സ്കെയിൽ (Thermodynamic scale of temperature) എന്നു വിളിക്കാം. മാതൃകാ വാതകം പ്രവർത്തന പദാർഥമായി ഉപയോഗിച്ച് ലഭിച്ച ഈ സാർവ്വത്രിക താപനില നാം വിഭാഗം 12.11 ൽ പഠിച്ച ആദർശ വാതക താപനിലയ്ക്ക് എല്ലായ്പ്പോഴും തുല്യമായിരിക്കും.

സംഗ്രഹം

1. താപഗതികത്തിലെ സീറോത്ത് നിയമത്തിൽ, രണ്ടു വ്യത്യസ്ത വ്യവസ്ഥകൾ മൂന്നാമതൊരു വ്യവസ്ഥയുമായി താപ സന്തുലനത്തിലാകുന്നുവെങ്കിൽ വ്യവസ്ഥകളെല്ലാം താപ സന്തുലനത്തിലായിരിക്കും എന്ന് പ്രസ്താവിക്കുന്നു. സീറോത്ത് നിയമം താപനില (temperature)എന്ന ആശയത്തിലേക്ക് നയിക്കുന്നു.

2. ഒരു വ്യവസ്ഥയുടെ ആന്തരികോർജം എന്നത് ആ വ്യവസ്ഥയിലുൾപ്പെടുന്ന തന്മാത്രകളുടെ ഗതികോർജത്തിന്റെയും സ്ഥിതികോർജത്തിന്റെയും തുകയാണ്. അതിൽ വ്യവസ്ഥയുടെ മൊത്തത്തിലുള്ള ചലനത്തിന്റെ ഗതികോർജം ഉൾപ്പെടുന്നില്ല. താപവും പ്രവൃത്തിയും വ്യവസ്ഥയിലേക്കോ ചുറ്റുപാടിലേക്കോ പ്രേഷണം ചെയ്യപ്പെടുന്ന ഊർജരൂപങ്ങളാണ്. ഇത് നടക്കുന്നത് വ്യവസ്ഥയും ചുറ്റുപാടും തമ്മിലുള്ള താപനിലാ വ്യത്യാസത്തെ ആശ്രയിച്ചാണ്. വ്യവസ്ഥയ്ക്കു മേലോ വ്യവസ്ഥയാൽ ചുറ്റുപാടിലേക്കോ നടക്കുന്ന സമ്മർദ്ദന പ്രവർത്തനങ്ങളാണ് പ്രവൃത്തിക്ക് ആധാരമായിട്ടുള്ളത്.

3. ഏതൊരു വ്യവസ്ഥയിലും പ്രയോഗിക്കാവുന്ന സാമാന്യ ഊർജസംരക്ഷണ നിയമമാണ് താപഗതികത്തിലെ ഒന്നാം നിയമം. വ്യവസ്ഥയിലേക്കോ ചുറ്റുപാടിലേക്കോ താപം, പ്രവൃത്തി എന്നീ നിലകളിലുള്ള ഊർജ കൈമാറ്റമാണ് ഇതിൽ കണക്കിലെടുക്കുന്നത്. അതിൽ പ്രസ്താവിക്കുന്നത്

   $\Delta Q = \Delta U + \Delta W$ എന്നാണ്.

   ഇതിൽ ΔQഎന്നത് വ്യവസ്ഥയിലേക്ക് സ്വീകരിക്കപ്പെട്ട താപവും, ΔWഎന്നത് വ്യവസ്ഥയിന്മേലോ വ്യവസ്ഥയുടെ ചുറ്റുപാടിലോ ചെയ്യപ്പെട്ട പ്രവൃത്തിയും ΔUഎന്നത് സ്വീകരിച്ച താപവും പ്രവൃത്തിയും മൂലം ആന്തരികോർജത്തിലുണ്ടായ മാറ്റവുമാണ്.

4. ഒരു പദാർഥത്തിന്റെ വിശിഷ്ട താപധാരിത (specific heat capacity- 's') നിർവചിക്കപ്പെടുന്നത്:

   $s = \frac{1}{m}\frac{\Delta Q}{\Delta T}$ എന്നാണ്.

ഇതിൽ 'm' പദാർഥ മാസും ΔQ എന്നത് പദാർഥത്തിന്റെ താപനിലയിൽ ΔT വ്യതിയാനുമുണ്ടാകുന്നതിനാവശ്യമായ താപവുമാണ്. ഒരു പദാർഥത്തിന്റെ മോൾ നിലയിലെ വിശിഷ്ട താപധാരിത :

$$C = \frac{1}{\mu}\frac{\Delta Q}{\Delta T}$$

ഇതിൽ μ എന്നത് പദാർഥത്തിലടങ്ങിയിരിക്കുന്ന മോളുകളുടെ എണ്ണമാണ്. ഒരു ഖര പദാർഥമാണെങ്കിൽ ഊർജസമ ഭാഗ നിയമം (Law of equipartition of energy)അനുസരിച്ച് :

$$C = 3R$$

സാധാരണ താപനിലയിലുള്ള പരീക്ഷണങ്ങളുമായി പൊതുവേ യോജിപ്പു കാണിക്കുന്നതാണിത്.

താപത്തിന്റെ പഴയ യൂണിറ്റാണ് കലോറി. പുതിയ നിരീക്ഷണങ്ങളുടെ വെളിച്ചത്തിൽ 1 കലോറി എന്നത്, ഒരു ഗ്രം ജലത്തിന്റെ താപനില 14.5 ഡിഗ്രി സെൽഷ്യസിൽ നിന്ന് 15.5 ഡിഗ്രി സെൽഷ്യസായി ഉയർത്താനാവശ്യമായ താപത്തിന്റെ അളവെന്ന് പറയേണ്ടതുണ്ട്. 1 കലോറി = 4.186 ജൂൾ.

5. ഒരു ആദർശ വാതകത്തിനെ സംബന്ധിച്ച് ഒരു സ്ഥിര മർദത്തിലും വ്യാപ്തത്തിലും മോൾ നിലയിലുള്ള സംക്ഷിപ്ത താപധാരിതകൾ താഴെ കാണിച്ചിരിക്കുന്ന സമവാക്യവുമായി യോജിപ്പു കാണിക്കുന്നു.

$$C_P - C_V = R$$

ഇതിൽ R, സാർവികവാതകസ്ഥിരാങ്കമാണ്.

6. താപഗതികത്തിലെ സന്തുലനാവസ്ഥയെ വിവരിക്കുന്നത് അതിലെ അവസ്ഥാ ചരങ്ങളിലൂടെ (State variables) യാണ്. അവസ്ഥാ ചരങ്ങളുടെ മൂല്യം ഒരു നിശ്ചിത അവസ്ഥയെ ആശ്രയിച്ചിരിക്കുന്നു, അല്ലാതെ ആ അവസ്ഥയിലെത്തിച്ചേർന്ന വഴികളെ ആശ്രയിക്കുന്നില്ല. അവസ്ഥാ ചരങ്ങൾക്ക് ഉദാഹരണങ്ങളാണ് മർദം (P), വ്യാപ്തം (V), താപനില (T), മാസ് (m) എന്നിവ. താപവും (heat) പ്രവൃത്തിയും(work) അവസ്ഥാചരങ്ങളല്ല. ഒരു അവസ്ഥാ സമീകരണ (Equation of State)മെന്നാൽ വിവിധ അവസ്ഥാചരങ്ങളെ പരസ്പരം ബന്ധിപ്പിക്കുന്ന രീതിയാണ് (ഉദാ. ആദർശ വാതക സമവാക്യം $PV = \mu RT$).

7. ഒരു ക്വാസിസ്റ്റാറ്റിക് (quasi-static) പ്രക്രിയ അതീവ മന്ദഗതിയിൽ നടക്കുന്നതും, വ്യവസ്ഥയുടെയുംചുറ്റുപാടിന്റെയും താപീയവും യാന്ത്രികവുമായ സന്തുലനാവസ്ഥകൾ തുടർച്ചയായി ഒരു പോലെ നിലനിർത്തുന്നതുമായ പ്രക്രിയയാണ്. ക്വാസിസ്റ്റാറ്റിക് പ്രക്രിയയിൽ, വ്യവസ്ഥയുടെ മർദത്തിനും താപനിലയ്ക്കും ചുറ്റുപാടുമായി അതിസൂക്ഷ്മ നിലയിലുള്ള വ്യത്യാസമേ ഉണ്ടാവുകയുള്ളൂ.

8. ഒരു ആദർശ വാതകത്തിന്റെ ഐസോതെർമൽ വികാസത്തിൽ ഒരു താപനില Tയിൽ സ്ഥിരമാക്കി നിർത്തി കൊണ്ട് വ്യാപ്തം V_1 ൽ നിന്ന് V_2 വിലേക്ക് വ്യത്യാസപ്പെടുകയും അതുവഴി ആഗിരണം ചെയ്യപ്പെട്ട താപത്തിന്(Q) തുല്യമായ പ്രവൃത്തി (W) വാതകത്തിന്മേൽ നടക്കുകയും ചെയ്യുന്നു.

$$Q = W = \mu RT \ln[V_2/V_1]$$

9. ഒരു ആദർശ വാതകത്തിലെ അഡയബാറ്റിക് (adiabatic) പ്രക്രിയയിലാണെങ്കിൽ,

$PV^{\gamma} =$ ഒരു സ്ഥിരസംഖ്യ

ഇതിൽ γ എന്നത് $\gamma = C_P/C_V$

$(P_1V_1T_1)$ അവസ്ഥയിൽ നിന്ന് $(P_2V_2T_2)$ അവസ്ഥയിലേക്ക് മാറുന്ന ഒരു ആദർശ വാതക അഡയബറ്റിക് പ്രക്രിയയിൽ ചെയ്യപ്പെടുന്ന പ്രവൃത്തിയാണ് :

$$W = \frac{\mu R(T_1 - T_2)}{\gamma - 1}$$

10. താപം പ്രവൃത്തിയായി പരിവർത്തനം ചെയ്യപ്പെടുന്ന ചാക്രിക പ്രവൃത്തി നടക്കുന്ന ഉപകരണമാണ് താപയന്ത്രം. ഒരു സ്രോതസ്സിൽനിന്ന് Q_1 താപം ആഗിരണം ചെയ്തുകൊണ്ട് Q_2 താപം വിടുതൽ ചെയ്യുകയും, ഒരു ചാക്രികതയിൽ W പ്രവൃത്തി ചെയ്യുകയും ചെയ്യുന്നു. ഇത്തരം താപയന്ത്രത്തിന്റെ ക്ഷമത η എന്നത്

$$\eta = \frac{W}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}$$

11. ഒരു ശീതീകരണിയോ താപപമ്പോ ഉൾപ്പെടുന്ന വ്യവസ്ഥ Q_2 താപത്തെ തണുത്ത റിസർവോയറിൽ നിന്ന് സ്വീകരിക്കുകയും വ്യവസ്ഥയാൽ ചെയ്യപ്പെടുന്ന പ്രവൃത്തി W വിന്റെ സഹായത്തോടെ Q_1 താപത്തെ ചൂടുള്ള പ്രദേശത്തേക്ക് വിടുതൽ ചെയ്യുകയുമാണ് ചെയ്യുന്നത്. ശീതീകരണിയുടെ നിർവ്വഹണ ഗുണാങ്കം (coefficient of performance - α) തന്നിരിക്കുന്നത്:

$$\alpha = \frac{Q_2}{W} = \frac{Q_2}{Q_1 - Q_2}$$

12. താപഗതികത്തിലെ ഒന്നാം നിയമപ്രകാരം നടക്കുവാൻ സാധ്യമായ ചില പ്രക്രിയകൾ താപഗതികത്തിന്റെ രണ്ടാം നിയമപ്രകാരം അനുവദനീയമല്ല. രണ്ടാം നിയമത്തിന്റെ കെൽവിൻ – പ്ലാങ്ക് പ്രസ്താവന: ഒരു സംഭരണിയിൽനിന്ന് താപം ആഗിരണം ചെയ്ത് അത് മുഴുവനായും പ്രവൃത്തിയായി പരിണമിപ്പിക്കുക മാത്രം ചെയ്യുന്ന ഒരു പ്രക്രിയയും സാദ്ധ്യമല്ല.

ക്ലോസിയസ്സിന്റെ പ്രസ്താവന:

ഒരു തണുത്ത വസ്തുവിൽ നിന്ന് ചൂടുള്ള വസ്തുവിലേക്കുള്ളതാപത്തിന്റെ കൈമാറ്റം മാത്രം നടക്കുന്ന ഒരു പ്രക്രിയ അസാദ്ധ്യമാണ്.

മറ്റൊരു വിധത്തിൽ പറഞ്ഞാൽ, രണ്ടാംനിയമം അനുശാസിക്കുന്നത് ഒരു താപയന്ത്രത്തിനും $\eta = 1$ എന്ന നിലയിൽ ക്ഷമത കൈവരിക്കാനാവില്ലെന്നും ഒരു ശീതീകരണിക്കും അനന്തമായ നിലയിലേക്ക് നിർവ്വഹണ ഗുണാങ്കം α യെ എത്തിക്കാൻ സാദ്ധ്യമല്ലെന്നുമാണ്

13. ഒരു പ്രക്രിയ ഉത്ക്രമണീയം (reversible) ആണെങ്കിൽ എല്ലാ പ്രവർത്തനങ്ങളും പടിപടിയായി തിരിച്ചു കൊണ്ടുവരാൻ കഴിയേണ്ടതാണ്. പ്രകൃതിയിലെ സ്വാഭാവിക പ്രക്രിയകളെല്ലാം അനുത്ക്രമണീയം (irreversible) ആണ്. ഒരു ഉത്തമ ഉത്ക്രമണീയ പ്രക്രിയ വിഭാവനം ചെയ്യുമ്പോൾ അത് ക്വാസിസ്റ്റാറ്റിക് പ്രക്രിയയും ഊർജശോഷണ (ഘർഷണം, വിസ്കോസിറ്റി) മില്ലാത്തതുമായിരിക്കണം.

14. കാർനോ യന്ത്രം രണ്ടു താപനിലകൾക്കിടയിൽ (T_1-സ്രോതസ്സ്, T_2- സംഭരണി) പ്രവർത്തിക്കുന്ന ഒരു റിവേഴ്സിബിൾ യന്ത്രമാണ്. കാർനോ ചക്രത്തിൽ രണ്ട് ഐസോതെർമൽ പ്രക്രിയകളും രണ്ട് അഡയബാറ്റിക് പ്രക്രിയകളും അടങ്ങിയിരിക്കുന്നു. കാർനോ യന്ത്രത്തിന്റെ ക്ഷമത:

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$ (കാർനോ യന്ത്രം) ആണ്.

രണ്ടു താപനിലകൾക്കിടയിൽ പ്രവർത്തിക്കുന്ന മറ്റൊരു യന്ത്രത്തിനും കാർനോ യന്ത്രത്തേക്കാൾ ക്ഷമത കൈവരിക്കാനാവില്ല.

15. $Q > 0$ ആകുന്നുവെങ്കിൽ വ്യവസ്ഥയിലേക്ക് താപം കൂട്ടിച്ചേർക്കുന്നു.

$Q < 0$ ആകുന്നുവെങ്കിൽ വ്യവസ്ഥയിൽ നിന്ന് താപം വിടുതൽ ചെയ്യുന്നു.

$W > 0$ ആകുന്നുവെങ്കിൽ വ്യവസ്ഥയാൽ പ്രവൃത്തി ചെയ്യുന്നു.

$W < 0$ ആകുന്നുവെങ്കിൽ വ്യവസ്ഥയ്ക്കു മേൽ പ്രവൃത്തി ചെയ്യപ്പെടുന്നു.

അളവ്	പ്രതീകം	ഡൈമെൻഷൻ	യൂണിറ്റ്	പരാമർശം
വ്യാപ്ത വികാസ ഗുണാങ്കം	α_v	$[K^{\,1}]$	$K^{\,1}$	$\alpha_v = 3\,\alpha_1$
ഒരു വ്യവസ്ഥയിലേക്കുള്ള താപം	ΔQ	$[ML^2 T^{-2}]$	J	Q ഒരു അവസ്ഥാ ചരമല്ല
വിശിഷ്ട താപധാരിത	s	$[L^2 T^{-2} K^{-1}]$	$J\ kg^{-1}\ K^{-1}$	
താപചാലകത	K	$[MLT^{-3} K^{-1}]$	$J\ s^{-1}\ K^{-1}$	$H \quad -KA\ \frac{dt}{dx}$

വിചിന്തനവിഷയങ്ങൾ

1. ഒരു വസ്തുവിന്റെ താപനില ആ വസ്തുവിന്റെ ശരാശരി ആന്തരികോർജവുമായി ബന്ധപ്പെട്ടിരിക്കുന്നു, വസ്തുവിന്റെ സഞ്ചാരത്തിൽ നിന്നുള്ള മൊത്തം ഗതികോർജവുമായി അതിന് ബന്ധമില്ലാത്തതാണ്. ഒരു തോക്കിൽ നിന്നും വെടിയുണ്ട പോകുന്നത് ഉയർന്ന വേഗതയിലായതുകൊണ്ടുമാത്രം ഉയർന്നതാപനില കൈവരിക്കുന്നില്ല.

2. താപഗതികത്തിൽ സന്തുലനാവസ്ഥ അടിസ്ഥാനപ്പെടുത്തുന്നത് ഒരു വ്യവസ്ഥയുടെ സ്ഥൂല ചരങ്ങളാൽ (macroscopic variables) വിവരിക്കപ്പെടുന്ന ഒരു അവസ്ഥയെന്ന നിലയിലാണ്, അല്ലാതെ സമയത്തെ ആശ്രയിച്ചല്ല. ബലതന്ത്രത്തിലെ സന്തുലനാവസ്ഥയാവട്ടെ മൊത്തം ബാഹ്യബലവും (external force) ടോർക്കും (torque) പൂജ്യമായിരിക്കുന്ന അവസ്ഥയാണ്.

3. താപഗതികത്തിലെ സന്തുലനാവസ്ഥയിൽ ആ വ്യവസ്ഥയിലടങ്ങിയിരിക്കുന്ന സൂക്ഷ്മകണങ്ങളുടെ ബലതന്ത്രപരമായ സന്തുലനാവസ്ഥ പരിഗണിക്കുന്നില്ല.

4. താപധാരിത, പൊതുവേ ആശ്രയിച്ചിരിക്കുന്നത്, വ്യവസ്ഥയിലേക്ക് താപം വിതരണം ചെയ്യപ്പെടുമ്പോൾ ആ വ്യവസ്ഥ കടന്നുപോകുന്ന പ്രക്രിയകളെ ആണ്.

5. ഐസോതെർമൽ നിലയിലുള്ള ഒരു ക്വാസിസ്റ്റാറ്റിക് (quasi-static) പ്രക്രിയയിൽ താപം സ്വീകരിക്കുകയോ വിടുതൽ ചെയ്യുകയോ ചെയ്യുന്ന ഒരു വ്യവസ്ഥ അതിന്റെ ചുറ്റുപാടുമായുള്ള താപനിലയും മർദ്ദവും ഒരേ നിരക്കുകളിൽ നിലനിർത്തുന്നു. നിർദ്ദിഷ്ട വ്യവസ്ഥയും ബാഹ്യവ്യവസ്ഥയും തമ്മിൽ അതിസൂക്ഷ്മമായ താപ-മർദ്ദ വ്യത്യാസം മാത്രമേ ഉണ്ടായിരിക്കൂ എന്നതിനാലാണ് ഇത് സാദ്ധ്യമാവുന്നത്.

പരിശീലനപ്രശ്നങ്ങൾ

12.1. ഒരു ഗീസറിലൂടെ (geyser) ഒരു മിനിറ്റിൽ 3 ലിറ്റർ എന്ന നിരക്കിൽ ഒഴുകികൊണ്ടിരിക്കുന്ന ജലത്തെ 27^0C യിൽ നിന്ന് 77^0Cയിലേക്ക് ചൂടാക്കിക്കൊണ്ടിരിക്കുന്നു. ജ്വലനതാപം (heat combustion) 4.0×10^4 J/g ഉള്ള ഒരു പാചകവാതകം കൊണ്ടാണ് ചൂടാക്കൽ നടക്കുന്നുവെങ്കിൽ ഇന്ധന ഉപഭോഗമെത്ര?

12.2. സാധാരണ താപനിലയിൽ 2.0×10^{-2}kg യുള്ള നൈട്രജൻ വാതകത്തിന്റെ താപനില 45^0C ആയി ഒരു സ്ഥിരമർദത്തിൽ ഉയർത്തുന്നതിന് എത്രമാത്രം താപം നൽകണം? (നൈട്രജന്റെ തന്മാത്രാ മാസ് N_2=28, R= 8.3 J mol^{-1} k^{-1}.)

12.3. വിശദീകരിക്കുക

1) രണ്ടു താപനിലകളിൽ (T_1,T_2) ഉള്ള രണ്ടു വസ്തുക്കൾ തമ്മിൽ താപീയ സമ്പർക്കത്തിൽ കൊണ്ടു വരികയാണെങ്കിൽ അവയുടെ ശരാശരി താപനില (T_1+T_2)/2 ആയിരിക്കണമെന്ന് നിർബ്ബന്ധമില്ല.

2) ഒരു രാസപരീക്ഷണ ശാലയിലോ ആണവ നിലയത്തിലോ ശീതീകരണ വസ്തുവി (coolant) ന് ഉയർന്ന

വിശിഷ്ടതാപം ഉണ്ടായിരിക്കണം (പ്ലാന്റിലെ സംവിധാനങ്ങൾ ചൂടു വർദ്ധിക്കാതെ സംരക്ഷിച്ചുകൊണ്ട് ഒഴുകി നട ക്കുന്ന ദ്രാവകമാണ് കൂളന്റ്.)

3) കാറിന്റെ ടയറിനുള്ളിലെ വാതക മർദം കാറ് ഓടിക്കൊണ്ടിരിക്കുമ്പോൾ കൂടുന്നു.

4) ഒരേ കാലാവസ്ഥയിൽ ഒരേ അക്ഷാംശത്തിലുള്ള ഒരു തുറമുഖ പട്ടണവും മരുഭൂമിയും ഒന്നിച്ചു പരിഗണിച്ചാൽ മിതശീതോഷ്ണമായതു തുറമുഖ പട്ടണമായിരിക്കും.

12.4. ചലിക്കുന്ന പിസ്റ്റൺ ഘടിപ്പിച്ച ഒരു സിലിണ്ടറിൽ സാധാരണ മർദത്തിലും താപനിലയിലും 3 മോൾ ഹൈഡ്രജൻ നിറച്ചിരിക്കുന്നു. സിലിണ്ടറിന്റെ ഭിത്തികളും പിസ്റ്റണും താപരോധിനി ഉപയോഗിച്ച് നിർമിച്ചിരിക്കുന്നു. കൂടാതെ പിസ്റ്റ ണിന് മുകളിൽ ഒരു കെട്ട് മണൽ വെച്ചിരിക്കുന്നു. വാതക വ്യാപ്തം പകുതിയായി കുറച്ചാൽ മർദത്തിലുണ്ടാകുന്ന വ്യതിയാനം കണ്ടെത്തുക.

12.5. ഒരു വാതകത്തിനെ ഒരു അഡയബാറ്റിക് പ്രക്രിയയിലൂടെ Aഎന്ന സന്തുലനാവസ്ഥയിൽ നിന്ന് Bഎന്ന മറ്റൊരു സന്തുലനാവസ്ഥയിൽ എത്തിക്കുമ്പോൾ, വ്യവസ്ഥയിൽ 22.3 J പ്രവൃത്തി നടന്നതായി കണക്കാക്കുന്നു. വാതകം A അവസ്ഥയിൽനിന്ന് B അവസ്ഥയിലേക്ക് മറ്റൊരു പ്രക്രിയ വഴി എത്തുമ്പോഴേക്കും വ്യവസ്ഥ ആഗിരണം ചെയ്ത മൊത്ത താപം 9.35 കലോറിയാണെങ്കിൽ, ഇവിടെ വ്യവസ്ഥ നടത്തിയ പ്രവൃത്തിയെത്ര? (1 കലോറി = 4.19 J)

12.6. ഒരേ ഉള്ളളവുള്ള A, B എന്നീ സിലിണ്ടറുകൾ ഒരു സ്റ്റോപ്പ് കോക്ക് കൊണ്ട് പരസ്പരം ബന്ധിപ്പിച്ചിരിക്കുന്നു. A യിൽ സാധാരണ മർദത്തിലും താപനിലയിലുമുള്ള വാതകമാണ്, B ശൂന്യമാക്കിയതുമാണ്. മുഴുവൻ വ്യവസ്ഥയും താപരോ ധനം ചെയ്തിരിക്കുന്നു. സ്റ്റോപ്പ് കോക്ക് പെട്ടെന്ന് മാറ്റുന്നു. ഇനി താഴെ കാണിച്ചിരിക്കുന്ന പ്രശ്നങ്ങൾക്ക് ഉത്തരം എഴുതുക.

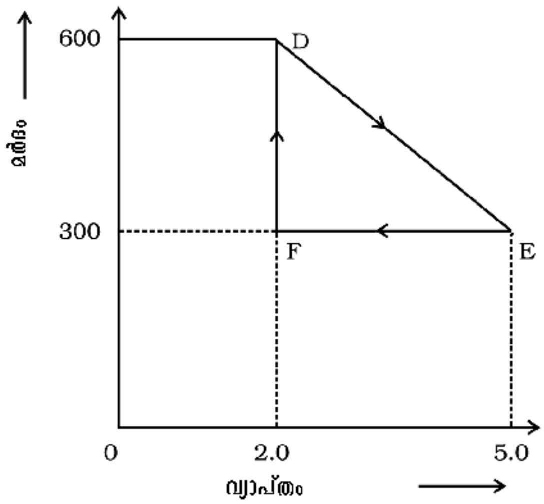
- ഇരു സിലിണ്ടറുകളിലെയും വാതകത്തിന്റെ അവസാന മർദനിലയെത്ര?
- വാതകത്തിലെ ആന്തരികോർജത്തിലെ മാറ്റങ്ങളെന്തൊക്കെ?
- വാതകത്തിലെ താപനിലയിലുള്ള മാറ്റങ്ങളെന്തൊക്കെ?
- വാതകം അവസാന സന്തുലനത്തിലെത്തുന്നതിന് മുമ്പുള്ള ഇടവേളയിൽ വ്യവസ്ഥ P-V-T തലത്തിൽ എവിടെയാ യിരിക്കും?

12.7. ഒരു ആവിയന്ത്രം ഒരു മിനിറ്റിനുള്ളിൽ 5.4×10^8J എന്ന തോതിലാണ് പ്രവൃത്തി ചെയ്യുന്നത്. യന്ത്രത്തിന്റെ ബോയി ലറിൽ നിന്ന് ഒരു മിനിറ്റിൽ 3.6×10^9J താപം അത് സ്വീകരിക്കുകയും ചെയ്യുന്നു. യന്ത്രത്തിന്റെ ക്ഷമതയെത്ര, ഒരു മിനിറ്റിൽ വ്യയം ചെയ്യപ്പെടുന്ന താപം എത്ര?

12.8. ഒരു വൈദ്യുത ഹീറ്റർ ഒരു വ്യവസ്ഥയിലേക്ക് 100W നിരക്കിൽ താപം നൽകുന്നു. ആ വ്യവസ്ഥ ഒരു സെക്കന്റിൽ 75 J നിര ക്കിൽ പ്രവൃത്തി ചെയ്യുന്നുവെങ്കിൽ അതിന്റെ ആന്തരി കോർജത്തിന്റെ വർദ്ധന നിരക്കെത്ര?

12.9. ഒരു താപഗതിക വ്യവസ്ഥ അതിന്റെ യഥാർഥ സ്ഥിതിയിൽ നിന്ന് ഒരു ഇടക്കാല സ്ഥിതിയിലേക്ക് ഒരു രേഖീയ പ്രക്രിയയി ലൂടെ ചിത്രം (12.13) ൽ കാണിച്ചിട്ടുള്ളതുപോലെ എത്തി ച്ചേരുന്നു. അതിന്റെ വ്യാപ്തം യഥാർഥ മൂല്യത്തിൽ നിന്ന് അതായത് E യിൽ നിന്ന് F ലേക്ക് ചുരുങ്ങുന്നത് സമ മർദ്ദിത (isobaric process)പ്രക്രിയയിലൂടെയാണ്. D യിൽനിന്ന് E യിലേ ക്കും പിന്നെ Fലേക്കുമുള്ള വാതകത്തിന്റെ മൊത്തം പ്രവൃത്തി കണക്കാക്കുക.

12.10. ഒരു റെഫ്രിജറേറ്ററിൽ ഭക്ഷ്യവസ്തുക്കളുടെ താപനില 9^0C യിൽ സൂക്ഷിക്കുന്നതിന് സംവിധാനമുണ്ട്. മുറിയിലെ താപ നില 36^0C ആണെങ്കിൽ നിർവഹണഗുണാങ്കം കണക്കാക്കുക



ചിത്രം 12.13

അധ്യായം 13

ഗതികസിദ്ധാന്തം (KINETIC THEORY)

W1L4T4

13.1 ആമുഖം

1661 ലാണ് ബോയിൽ തന്റെ പേരിലറിയപ്പെടുന്ന ബോയിൽ നിയമം ആവിഷ്കരിച്ചത്. ബോയിലിനു പുറമെ, ന്യൂട്ടനെ പോലയുള്ള നിരവധി ശാസ്ത്രജ്ഞർ, വാതകങ്ങളുടെ സ്വഭാവം അവ നിർമ്മിച്ചിരിക്കുന്ന ചെറിയ അറ്റോമിക കണങ്ങൾ കൊണ്ടാണെന്ന് പരിഗണിച്ച് വിശദീകരിക്കുവാൻ ശ്രമിച്ചിരിന്നു. എന്നാൽ 150 വർഷങ്ങൾക്ക് ശേഷമാണ് യഥാർത്ഥ അറ്റോമിക സിദ്ധാന്തം ആവിഷ്കരിച്ചത്. ദ്രുതഗതിയിൽ സഞ്ചരിച്ചുകൊണ്ടിരിക്കുന്ന ആറ്റങ്ങൾ കൊണ്ടാണ് വാതകങ്ങൾ നിർമ്മിച്ചിരിക്കുന്നത് എന്ന ആശയത്തെ അടിസ്ഥാനമാക്കിയാണ്, ഗതികസിദ്ധാന്തം വാതകങ്ങളുടെ സ്വഭാവത്തെ വിശദീകരിക്കുന്നത്. ചെറിയ ദൂരത്തിൽ മാത്രം പ്രവർത്തിക്കുന്ന ആറ്റങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള ബലം, ഖരപദാർഥങ്ങളിലും ദ്രാവകങ്ങളിലും പ്രധാനപ്പെട്ടതാണെങ്കിലും വാതകങ്ങളിൽ അത് അവഗണിക്കാം എന്നതിനാലാണ് ഈ ദ്രുതചലനം സാധ്യമാവുന്നത്. മാക്സ് വെൽ, ബോൾട്ട്സ്മാൻ തുടങ്ങിയവരാണ് വൻ വിജയമായ ഗതികസിദ്ധാന്തം പത്തൊൻപതാം നൂറ്റാണ്ടിൽ വികസിപ്പിച്ചത്. വാതകത്തിന്റെ മർദം, താപനില തുടങ്ങിയവയ്ക്ക് തന്മാത്രാ വ്യാഖ്യാനം നല്കിയത് ഈ സിദ്ധാന്തമാണ്. മാത്രമല്ല ഈ സിദ്ധാന്തം വാതക നിയമങ്ങളോടും അവോഗാഡ്രോയുടെ നിയമത്തോടും പൊരുത്തപ്പെടുന്നു. ഇത് പല വാതകങ്ങളുടെയും വിശിഷ്ട താപധാരിതയെ ശരിയായ രീതിയിൽ വിശദീകരിക്കുകയും ചെയ്യുന്നു. മാത്രമല്ല ഈ സിദ്ധാന്തം വാതകത്തിന്റെ വിസ്കോസിറ്റി (ശ്യാനത) താപചാലനം, അന്തർവ്യാപനം തുടങ്ങിയ അളക്കാവുന്ന സ്വഭാവങ്ങളെ തന്മാത്ര സ്വഭാവവുമായി ബന്ധിപ്പിക്കുകയും അങ്ങനെ തന്മാത്രയുടെ വലുപ്പവും മാസ്സും കണക്കാക്കാൻ സഹായിക്കുകയും ചെയ്യുന്നു. ഈ അദ്ധ്യായത്തിൽ ഗതികസിദ്ധാന്തത്തെ പരിചയപ്പെടുത്തുന്നു.

13.2 ദ്രവ്യത്തിന്റെ തന്മാത്രാസ്വഭാവം (Molecular nature of matter)

ദ്രവ്യം ആറ്റങ്ങളാൽ നിർമ്മിക്കപ്പെട്ടിരിക്കുന്നു എന്ന കണ്ടുപിടുത്തം വളരെ പ്രാധാന്യമുള്ള ഒന്നായാണ് ഇരുപതാം നൂറ്റാണ്ടിലെ മഹാന്മാരായ ശാസ്ത്രജ്ഞരിൽ ഒരാളായ റിച്ചാർഡ് ഫെയ്ൻമാൻ പരിഗണിക്കുന്നത്. നമ്മൾ ബുദ്ധിയോടെ പ്രവർത്തിച്ചില്ലെങ്കിൽ മനുഷ്യവർഗം ഉന്മൂലനത്തിനോ (അണു മഹാവിപത്ത് കാരണം) അല്ലെങ്കിൽ വംശനാശത്തിനോ (പരിസ്ഥിതി ദുരന്തം കാരണം) വിധേയമായേക്കാം. അങ്ങനെ സംഭവിക്കുകയും എല്ലാ ശാസ്ത്ര നേട്ടങ്ങളും നശിക്കുകയും ചെയ്താലും അറ്റോമിക സിദ്ധാന്തം അടുത്ത തലമുറയിലെ ജീവികൾക്ക് വെളിപ്പെടുത്തി കൊടുക്കണമെന്ന് ഫെയ്ൻമാൻ ആഗ്രഹി

പൗരാണിക ഇന്ത്യയിലെയും ഗ്രീസിലെയും ആറ്റോമികപരികല്പന

ആധുനികശാസ്ത്രത്തിൽ ആറ്റോമിക വീക്ഷണം അവതരിപ്പിച്ചതിന്റെ ബഹുമതി ജോൺ ഡാൾട്ടണ് അവകാശപ്പെട്ടതാണെങ്കിലും, ആറ്റത്തിന്റെയും തന്മാത്രയുടെയും അസ്ഥിത്വം പൗരാണിക ഇന്ത്യയിലെയും ഗ്രീസിലെയും ചിന്തകർ അനുമാനിച്ചെടുത്തിരുന്നു. ബി.സി. ആറാം നൂറ്റാണ്ടിൽ ഇന്ത്യയിൽ ജീവിച്ചിരുന്ന കണാദൻ ആവിഷ്കരിച്ച വൈശേഷിക ചിന്താസരണിയിൽ ആറ്റോമിക പരികല്പന കാര്യമായതോതിൽ വികസിപ്പിക്കപ്പെട്ടിരുന്നു. ദ്രവ്യത്തിന്റെ, നിതാന്തവും അവിഭാജ്യവും സൂക്ഷ്മവും പരമവുമായ ഘടകമായി ആറ്റങ്ങൾ പരിഗണിക്കപ്പെട്ടു. അനന്തമായ രീതിയിൽ ദ്രവ്യം വിഭജിക്കപ്പെട്ടുകൊണ്ടിരിക്കുകയാണെങ്കിൽ, കടുക് മണിയും മേരു പർവതവും തമ്മിൽയാതൊരു വ്യത്യാസവുമില്ലെന്ന് സമ്മതിക്കേണ്ടിവരുമെന്ന് വാദിക്കപ്പെട്ടു. മാസിനെയും മറ്റു ഗുണങ്ങളെയും പ്രതിപാദിക്കുന്ന ഭൂമി (Earth), ജലം (water), അഗ്നി (fire), വായു (air) എന്നിങ്ങനെ നാല് തരത്തിലുള്ള ആറ്റങ്ങളെ (പരമാണു ഏറ്റവും ചെറിയ കണത്തിന്റെ സംസ്കൃതവാക്ക്) സങ്കല്പിച്ചു. ഒരു ആറ്റോമികഘടനയുമില്ലാത്ത നിരന്തരവും നിശ്ചലവുമായ ഒന്നായിട്ടാണ് ആകാശം (space) സങ്കല്പിക്കപ്പെട്ടത്. ആറ്റങ്ങൾ ചേർന്ന് വ്യത്യസ്ത തന്മാത്രകൾ (ഉദാ: രണ്ട് ആറ്റങ്ങൾ ചേർന്ന് ഒരു ദ്വിആറ്റോമികതന്മാത്ര ദ്വയാണുവും, മൂന്ന് ആറ്റങ്ങൾ ചേർന്ന് ത്രയാണു അഥവാ ത്രയാറ്റോമികതന്മാത്രയും) ഉണ്ടാവുന്നു. അവയുടെ ഗുണങ്ങൾ ഘടക ആറ്റങ്ങളുടെ അനുപാതത്തെയും സ്വഭാവത്തെയും ആശ്രയിച്ചിരിക്കുന്നു. ആറ്റത്തിന്റെ വലുപ്പം കണക്കാക്കിയിട്ടുള്ളത് അനുമാനത്തിലൂടെയോ നമുക്ക് അറിയാൻ കഴിയാത്ത മറ്റേതോ മാർഗത്തിലൂടെയോ ആണ്. ഈ നിർണയങ്ങൾ വ്യത്യാസപ്പെടുന്നുണ്ട്. ബി.സി. രണ്ടാം നൂറ്റാണ്ടിൽ എഴുതപ്പെട്ട ബുദ്ധന്റെ പ്രശസ്തമായ ജീവചരിത്രം 'ലളിതവിസ്താര'യിൽ പ്രതിപാദിക്കുന്ന ആറ്റത്തിന്റെ വലുപ്പം അടുത്ത കാലത്ത് കണക്കാക്കിയ ആറ്റത്തിന്റെ വലുപ്പത്തിന്റെ ഓർഡർ ആയ 10^{-10} m നോടടുത്ത് നില്ക്കുന്നതാണ്. പുരാതനഗ്രീക്ക് ചിന്തകനായിരുന്ന ഡെമോക്രിറ്റസ്സ് (Democritis, 4th century BC) അറിയപ്പെടുന്നത് പ്രധാനമായും അദ്ദേഹത്തിന്റെ ആറ്റോമിക പരികല്പനയുടെ (Atomic hyrothesis) പേരിലാണ്. ആറ്റം (Atom) എന്ന പദത്തിന്റെ ഉത്ഭവം ഗ്രീക്ക് ഭാഷയിൽ അവിഭാജ്യം എന്നർത്ഥമുള്ള ആറ്റമോസ് (Atomos) എന്ന പദത്തിൽ നിന്നാണ്. ഡെമോക്രിറ്റസിന്റെ സങ്കൽപ്പമനുസരിച്ച് ആറ്റങ്ങൾ പ്രത്യക്ഷത്തിൽ ആകൃതിയിലും വലുപ്പത്തിലും പരസ്പരം വ്യത്യാസപ്പെട്ടിരിക്കുന്നു. ഇങ്ങിനെയുള്ള ആറ്റങ്ങൾ ചേർന്നുണ്ടാകുന്ന വസ്തുക്കളുടെ സ്വഭാവങ്ങളും അതിനാൽ പരസ്പരം വ്യത്യാസപ്പെട്ടിരിക്കുന്നു. ജലത്തിന്റെ ആറ്റങ്ങൾ ലോലവും, ഉരുണ്ടതും, പരസ്പരം 'കൊളുത്തപ്പെടാൻ' കഴിയാത്തവയും ആയതിനാൽ, ജലം സുഗമമായി ഒഴുകുന്നു. അതേസമയം ഭൂമിയുടെ ആറ്റങ്ങൾ (പരമാണുക്കൾ) പരുക്കനായതു കൊണ്ട് അവ പരസ്പരം ഒരുമിച്ചു ചേർന്നു കടുപ്പമുള്ള വസ്തുക്കളായി രൂപപ്പെടുന്നു. അതുപോലെ അഗ്നിയുടെ ആറ്റങ്ങൾക്ക് മുള്ളു പോലെ കൂർത്ത മുനകളുള്ളതിനാൽ അവയ്ക്ക് വേദനാജനകമായ പൊള്ളലേൽപ്പിക്കാൻ കഴിയുന്നു. പക്ഷെ ഈ ചിന്തോദ്ദീപകങ്ങളായ സങ്കൽപ്പനങ്ങൾക്ക് വസ്തുനിഷ്ഠമായ അടിസ്ഥാനമോ, വ്യക്തതയുള്ള നിഗമനമോ ഇല്ലായിരുന്നു. ആധുനിക ശാസ്ത്രത്തിന്റെ മുഖമുദ്ര അളവറ്റ പരീക്ഷണങ്ങളുപയോഗിച്ചുള്ള പരിശോധനകളും, പരിഷ്ക്കരണങ്ങളുമാണ്. ഇതിനൊന്നും വിധേയമാകാത്ത ഇവയ്ക്ക് കൂടുതൽ വികസിക്കാൻ കഴിഞ്ഞില്ല.

ച്ചിരുന്നു. അറ്റോമിക സിദ്ധാന്തമനുസരിച്ച് ദ്രവ്യം ആറ്റങ്ങളാൽ നിർമ്മിക്കപ്പെട്ടിരിക്കുന്നു. ആറ്റങ്ങൾ നിരന്തരമായി ചലനത്തിലേർപ്പെട്ടിരിക്കുകയും വളരെ അടുത്തു വരുമ്പോൾ വികർഷിക്കുകയും, കുറച്ച് അകലെയായിരിക്കുമ്പോൾ ആകർഷിക്കുകയും ചെയ്യുന്നു.

ദ്രവ്യം തുടർച്ചയായതല്ലെന്നുള്ള സംശയം പല സ്ഥലങ്ങളിലും പല സമൂഹങ്ങളിലും നിലനിന്നിരുന്നു. ഇന്ത്യയിലെ കണാദനും ഗ്രീസിലെ ഡെമോക്രിറ്റസും ദ്രവ്യം അദൃശ്യ ഘടകങ്ങളാൽ നിർമ്മിക്കപ്പെട്ടിരിക്കുന്നുവെന്ന് നിർദ്ദേശിച്ചു. എന്നാൽ ശാസ്ത്രീയമായി അറ്റോമിക സിദ്ധാന്തത്തിന്റെ അംഗീകാരം ജോൺ ഡാൾട്ടനാണ് ലഭിച്ചിരിക്കുന്നത്. മൂലകങ്ങൾ സംയോജിച്ച് സംയുക്തങ്ങൾ ഉണ്ടാകുമ്പോൾ അവ നിശ്ചിതാനുപാത നിയമത്തെയും വ്യത്യസ്ത ഘടകാനുപാത നിയമത്തെയും അനുസരിക്കുന്നു. ഈ അനുപാതങ്ങളെ അറ്റോമിക സിദ്ധാന്തം ഉപയോഗിച്ച് അദ്ദേഹം വിശദീകരിച്ചു. നിശ്ചിതാനുപാത നിയമം അനുസരിച്ച് ഒരു സംയുക്തത്തിലെ ഘടകങ്ങളുടെ മാസ് ഒരു നിശ്ചിത അനുപാതത്തിലായിരിക്കും. വ്യത്യസ്ത ഘടകാനുപാതം അനുസരിച്ച് രണ്ട് മൂലകങ്ങൾ ചേർന്ന് ഒന്നിലധികം സംയുക്തങ്ങൾ ഉണ്ടാവുകയും അതിലൊരു മൂലകത്തിന്റെ മാസ് നിശ്ചിതമായിരിക്കുകയുമാണെങ്കിൽ രണ്ടാമത്തെ മൂലകത്തിന്റെ മാസ് എണ്ണൽ സംഖ്യയുടെ അനുപാതത്തിലായിരിക്കും.

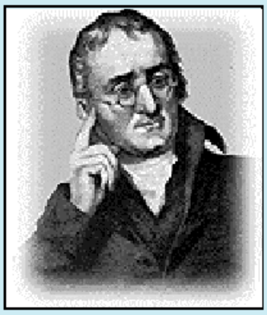
ഈ നിയമങ്ങളെ വിശദീകരിക്കുവാൻ 200 വർഷങ്ങൾക്കു മുൻപ് തന്നെ ഒരു മൂലകത്തിന്റെ ഏറ്റവും ചെറിയ അവിഭാജ്യഘടകം ആറ്റങ്ങളാണെന്ന് ഡാൾട്ടൺ നിർദേശിച്ചിരുന്നു. ഒരേ മൂലകത്തിലെ ആറ്റങ്ങൾ സമാനമാണെങ്കിലും അവ മറ്റൊരു മൂലകത്തിലെ ആറ്റങ്ങളിൽ നിന്ന് വ്യത്യസ്തമാണ്. ഒരു മൂലകത്തിലെ ഏതാനും ആറ്റങ്ങൾ ചേർന്ന് ഒരു സംയുക്ത തന്മാത്രയെ രൂപീകരിക്കുന്നു. പത്തൊമ്പതാം നൂറ്റാണ്ടിന്റെ ആദ്യ കാലഘട്ടത്തിൽ രൂപീകൃതമായ ഗെ ലുസ്സാക്ക് നിയമം അനുസരിച്ച് വിവിധ വാതകങ്ങൾ രസതന്ത്രപരമായി സംയോജിക്കുമ്പോൾ ഓരോന്നിന്റെയും ഉള്ളളവുകൾ ചെറിയ എണ്ണൽസംഖ്യകളുടെ അനുപാതത്തിലായിരിക്കും. അവൊഗാഡ്രോ നിയമമനുസരിച്ച് സമാന താപനിലയിലും മർദ്ദത്തിലും ഉള്ള വാതകങ്ങളുടെ തുല്യ അളവിലുള്ള തന്മാത്രകളുടെ എണ്ണം തുല്യമായിരിക്കും. ഈ നിയമത്തെ ഡാൾട്ടന്റെ നിയമവുമായി യോജിപ്പിച്ചാൽ ഗെലുസാക്കിന്റെ നിയമത്തെ വിശദീകരിക്കുവാൻ കഴിയും. മൂലകങ്ങൾ പലപ്പോഴും തന്മാത്രകളുടെ രൂപത്തിൽ ആയതിനാൽ ഡാൾട്ടന്റെ അറ്റോമിക നിയമത്തെ തന്മാത്രാ നിയമം എന്നും വിശേഷിപ്പിക്കാറുണ്ട് ഈ

നിയമം ഇപ്പോൾ ശാസ്ത്രജ്ഞർ പൂർണ്ണമായും അംഗീകരിച്ചിട്ടുണ്ട്. എന്നാൽ പത്തൊമ്പതാം നൂറ്റാണ്ടിലെ അവസാന കാലഘട്ടത്തിൽ പോലും അറ്റോമിക നിയമം അംഗീകരിക്കാത്ത പല പ്രമുഖ ശാസ്ത്രജ്ഞരും ഉണ്ടായിരുന്നു.

ദ്രവ്യം തന്മാത്രകളാൽ (ഒന്നോ അതിലധികമോ) നിർമ്മിതമാണെന്ന് പരീക്ഷണങ്ങളിൽ നിന്നും ഈ അടുത്ത കാലഘട്ടത്തിൽ നമ്മൾ മനസ്സിലാക്കി. ഇലക്ട്രോൺ സൂക്ഷ്മദർശിനികളും ടണലിങ് സൂക്ഷ്മദർശിനികളും തന്മാത്രകളെ നമുക്ക് ദൃഷ്ടി ഗോചരമാക്കുന്നു. ആറ്റത്തിന് വലുപ്പം ഏതാണ്ട് ഒരു A^0 (10^{-10}m) ആണ്. ആറ്റങ്ങൾ വളരെ അടുപ്പിച്ച് അടുക്കിയിരിക്കുന്ന ഖരങ്ങളിൽ അവ തമ്മിലുള്ള അകലം ഏതാനും അങ്ങ്സ്ട്രം ($2A^0$) ആണ്. ദ്രാവകങ്ങളിലും ആറ്റങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള അകലം ഖരങ്ങളിലേതിന് സമാനമാണ്. എന്നാൽ ദ്രാവകങ്ങളിൽ ഖരങ്ങളിലുള്ളത്രയും കൃത്യമായി ആറ്റങ്ങൾ ഉറപ്പിച്ചിട്ടില്ല. അതുകൊണ്ട് അവയ്ക്ക് കുറച്ച് ചലന സ്വാതന്ത്ര്യമുണ്ട്. ഈ സവിശേഷതയാണ് ദ്രാവകങ്ങളെ ഒഴുകുവാൻ സഹായിക്കുന്നത്. വാതകങ്ങളിൽ ആറ്റോമികാന്തര അകലം 10 മടങ്ങ് വരും. സംഘട്ടനത്തിലേർപ്പെടാതെ ഒരു തന്മാത്രയ്ക്ക് സഞ്ചരിക്കാൻ കഴിയുന്ന ശരാശരി ദൂരത്തെ ശരാശരി സ്വതന്ത്ര പാത എന്നുവിളിക്കുന്നു. വാതകങ്ങളിലെ തന്മാത്രകളുടെ ശരാശരി സ്വതന്ത്ര പാത ആയിരക്കണക്കിന് അങ്ങ് സ്ട്രം ക്രമത്തിലാണ്. വാതകങ്ങളിലെ ആറ്റങ്ങൾക്ക് വളരെയധികം ചലന സ്വാതന്ത്ര്യം ഉള്ളതുകൊണ്ട് അവയ്ക്ക് സംഘട്ടനത്തിലേർപ്പെടാതെ വളരെയധികം ദൂരം സഞ്ചരിക്കാൻ കഴിയും. വാതകത്തെ അടച്ചു വെച്ചില്ലെങ്കിൽ അവയുടെ ആറ്റങ്ങൾ വളരെ അകലേക്ക് മാറിപ്പോകുന്നു ദ്രാവകങ്ങളിലും ഖരങ്ങളിലും ഉള്ള ആറ്റങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള അടുപ്പം തന്മാത്രാന്തര ബലത്തിന് കാരണമാവുന്നു. ഈ ബലം അകലം കൂടുമ്പോൾ ആകർഷണമാകുകയും അകലം വളരെ കുറയുമ്പോൾ വികർഷണമാവുകയും ചെയ്യും. ഏതാനും അങ്ങ്സ്ട്രം അകലെയായിരിക്കുമ്പോൾ ആറ്റങ്ങൾ തമ്മിൽ ആകർഷിക്കുകയും വളരെ അടുത്തു വരുമ്പോൾ വികർഷിക്കുകയും ചെയ്യുന്നു. വാതകങ്ങളുടെ നിശ്ചലാവസ്ഥ തെറ്റിദ്ധാരണാജനകമാണ്. വാതകങ്ങളുടെ സന്തുലനാവസ്ഥയിൽ പോലും അവയിലെ ആറ്റങ്ങൾ ചലനാവസ്ഥയിലാണ്. ചലനാത്മകമായ സന്തുലനാവസ്ഥയിൽ തന്മാത്രകൾ സംഘട്ടനത്തിലേർപ്പെട്ട് അവയുടെ വേഗത്തിന് വ്യത്യാസം സംഭവിക്കുന്നു.

അറ്റോമിക സിദ്ധാന്തം നമ്മുടെ ജ്ഞാനതത്വരയുടെ അവസാനമല്ല, മറിച്ച് ആരംഭമാണ്. ആറ്റങ്ങൾ വിഭജിക്കാൻ കഴിയാത്തവയോ ദ്രവ്യത്തിന്റെ അടിസ്ഥാനഘടകങ്ങളോ അല്ലെന്ന് നമുക്കിപ്പോൾ അറിയാം. ആറ്റങ്ങൾ ഇലക്ട്രോണുകൾ ന്യൂക്ലിയസ് എന്നിവകൊണ്ടാണ് നിർമ്മിക്കപ്പെട്ടിരിക്കുന്നത്.

എന്നാൽ ന്യൂക്ലിയസ് രൂപം കൊള്ളുന്നത് പ്രോട്ടോണുകളും ന്യൂട്രോണുകളും കൂടിച്ചേരുന്നമ്പോഴാണ്. പ്രോട്ടോണുകളും ന്യൂട്രോണുകളും അവയേക്കാൾ ചെറിയ കണികകളായ ക്വാർക്ക് (quark) കൾ കൊണ്ടാണ് നിർമിതമായിരിക്കുന്നത്. ഇത്തരത്തിലുള്ള വിഭജനം ക്വാർക്കുകളിൽ അവസാനിക്കണമെന്നില്ല. അവയേക്കാൾ മൗലികമായ കണങ്ങളായ സ്ട്രിംഗ് (string) കൾ പോലുള്ളവയെക്കുറിച്ചും ശാസ്ത്രലോകം ഇന്ന് പറയുന്നുണ്ട്. പ്രകൃതി എപ്പോഴും അതിന്റെ ചെപ്പിനുള്ളിൽ പല അത്ഭുതങ്ങളായ സത്യങ്ങൾ ഒളിപ്പിച്ചു വച്ചിട്ടുണ്ട്. അത്തരം ശാസ്ത്ര സത്യങ്ങളെക്കുറിച്ചുള്ള അന്വേഷണം വളരെ മനോഹരങ്ങളായ കണ്ടെത്തലുകളിലേക്ക് പലപ്പോഴും നമ്മെ നയിച്ചിട്ടുണ്ട്. ഈ അധ്യായത്തിലെ നമ്മുടെ ചർച്ചകൾ അനുസ്യൂതമായ ക്രമരഹിതമായ ചലനത്തിലാണ് വാതക തന്മാത്രകൾ എന്ന വസ്തുതയെ മാത്രം അടിസ്ഥാനമാക്കിയാണ് മുന്നോട്ടു പോകുന്നത്.



ജോൺ ഡാൾട്ടൺ (1766 – 1844)

ഇദ്ദേഹം ഒരു ഇംഗ്ലീഷ് രസതന്ത്രജ്ഞനായിരുന്നു. വ്യത്യസ്ത തരത്തിലുള്ള ആറ്റങ്ങൾ കൂടിച്ചേരുമ്പോൾ, അവ ഏതാനും ലളിത നിയമങ്ങൾ അനുസരിക്കുന്നു. ഡാൾട്ടന്റെ ആറ്റോമിക സിദ്ധാന്തം ഈ നിയമങ്ങളെ ലളിതമായി വിശദീകരിക്കുന്നു. വർണാന്ധതയെക്കുറിച്ച ഒരു സിദ്ധാന്തം കൂടി അദ്ദേഹം മുന്നോട്ടുവെച്ചു.

അമീദിയോ അവോഗാഡ്രോ (1776 – 1856)

ഒരേ താപനിലയിലും മർദത്തിലുമുള്ള തുല്യവ്യാപ്തം വാതകത്തിന് തുല്യ എണ്ണം തന്മാത്രകൾ ഉണ്ടായിരിക്കുമെന്നത് അദ്ദേഹത്തിന്റെ ബുദ്ധിപൂർവമായ അനുമാനമായിരുന്നു. വ്യത്യസ്ത വാതകങ്ങളുടെ കൂടിച്ചേരൽ ലളിതമായ രീതിയിൽ മനസ്സിലാക്കാൻ ഇത് സഹായിച്ചു. ഇപ്പോളിത് അവോഗാഡ്രോ പരികല്പന (അഥവാ നിയമം) എന്ന് അറിയപ്പെടുന്നു. ഹൈഡ്രജൻ, ഓക്സിജൻ, നൈട്രജൻ തുടങ്ങിയ വാതകങ്ങളുടെ ഏറ്റവും ചെറിയ ഘടകം ആറ്റങ്ങളല്ലെന്നും മറിച്ച് ദ്വയാറ്റോമിക തന്മാത്രകളാണെന്നും അദ്ദേഹം നിർദേശിച്ചു.

13.3 വാതകങ്ങളുടെ സ്വഭാവം (Behaviour of Gases)

വാതകങ്ങളുടെ സ്വഭാവങ്ങൾ ഖരങ്ങളെയും ദ്രാവകങ്ങളെയും അപേക്ഷിച്ച് മനസ്സിലാക്കാൻ എളുപ്പമാണ്. ഇതിന്റെ പ്രധാന കാരണം ഒരു വാതകത്തിനുള്ളിൽ, തന്മാത്രകൾ പരസ്പരം വളരെ അകലത്തിലായതിനാൽ അവ തമ്മിലുള്ള പരസ്പര പ്രതിപ്രവർത്തനങ്ങൾ രണ്ടു തന്മാത്രകൾ തമ്മിലുള്ള കൂട്ടിയിടി സമയത്ത് ഒഴികെ അവഗണിക്കാവുന്നതാണ്. വാതകങ്ങൾ ദ്രാവകമായി മാറുന്ന (അല്ലെങ്കിൽ ഖരമായി മാറുന്ന) താപനിലയേക്കാൾ ഉയർന്ന താപനിലയിലും താഴ്ന്ന മർദ്ദത്തിലും അവ മർദ്ദം, താപനില, ഉള്ളളവ് എന്നിവ ഉൾക്കൊള്ളുന്ന ഒരു ലഘുവായ സമവാക്യത്തെ ഏകദേശം പാലിക്കുന്നു (അധ്യായം 11 കാണുക).

തന്നിരിക്കുന്ന ഒരു വാതക സാമ്പിളിന്, ഈ സമവാക്യം

$PV \quad KT$ എന്നാണ് (13.1)

ഇവിടെ T എന്നത് കെൽവിൻ അല്ലെങ്കിൽ കേവല താപനിലയാണ്. K തന്നിരിക്കുന്ന സാമ്പിളിന്റെ ഒരു സ്ഥിര സംഖ്യ ആണെങ്കിലും വാതകത്തിന്റെ ഉള്ളളവിനനുസരിച്ച് മാറാവുന്നതാണ്. ആറ്റങ്ങൾ അല്ലെങ്കിൽ തന്മാത്രകളിൽ K എന്നത് തന്മാത്രകളുടെ എണ്ണത്തിന് (N) ആനുപാതികമാണ്. $K = N k$ എന്ന് എഴുതാൻ കഴിയും. നിരീക്ഷണങ്ങളിൽ നിന്നും എല്ലാ വാതകങ്ങൾക്കും k ഒന്നു തന്നെയാണെന്ന് ബോധ്യപ്പെട്ടിട്ടുണ്ട്. ഇതിനെ ബോൾട്ട്സ്മാൻ സ്ഥിരാങ്കം, k_B എന്നു വിളിക്കുന്നു.

$$\frac{P_1 V_1}{N_1 T_1} = \frac{P_2 V_2}{N_2 T_2} \qquad \text{സ്ഥിരാങ്കം} = k_B \tag{13.2}$$

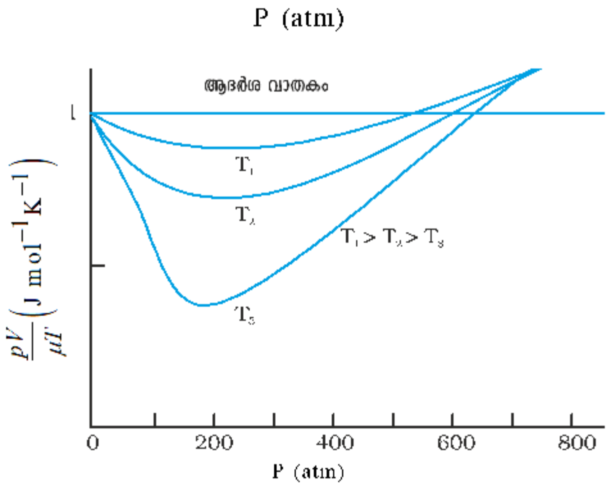
P, V, T എന്നിവ എല്ലാ വാതകങ്ങൾക്കും ഒരേപോലെയാണെങ്കിൽ N ഉം ഒന്നു തന്നെയായിരിക്കും. ഇത് അവഗാഡ്രോയുടെ നിയമം എന്നറിയപ്പെടുന്നു. ഇതനുസരിച്ച് സ്ഥിരമായ താപനിലയിലും മർദ്ദത്തിലും എല്ലാ വാതകങ്ങളുടെയും യൂണിറ്റ് ഉള്ളളവിലുള്ള തന്മാത്രകളുടെ എണ്ണം ഒരുപോലെയായിരിക്കും. ഏതു വാതകത്തിന്റെയും 22.4 ലിറ്ററിൽ 6.02×10^{23} തന്മാത്രകൾ ഉണ്ടായിരിക്കും. ഇതിനെ അവഗാഡ്രോ നമ്പർ എന്നു വിളിക്കുകയും N_A എന്ന് സൂചിപ്പിക്കുകയും ചെയ്യുന്നു. S.T.P യിൽ (273 K താപനില 1 atm മർദ്ദം) ഏതുവാതകത്തിന്റെയും 22.4 ലിറ്ററിന്റെ മാസ് അതിന്റെ ഗ്രാമിലുള്ള തന്മാത്രാ ഭാരത്തിനു തുല്യമാണ്. പദാർഥത്തിന്റെ ഈ അളവിനെ ഒരു മോൾ (കൂടുതൽ കൃത്യമായ നിർവ്വചനത്തിന് അധ്യായം 2 കാണുക) എന്നു വിളിക്കുന്നു. രാസപ്രവർത്തനങ്ങളിൽ നിന്നും സ്ഥിര താപനിലയിലും മർദ്ദത്തിലും ഒരു വാതകത്തിന്റെ തുല്യ വ്യാപ്തങ്ങളിൽ തുല്യ എണ്ണം തന്മാത്രകളാണെന്ന് അവഗാഡ്രോ ഊഹിച്ചു. ഗതികസിദ്ധാന്തം ഈ സിദ്ധാന്തത്തെ ന്യായീകരിക്കുന്നു. ആദർശ വാതക സമവാക്യം

$$PV = \mu RT \tag{13.3}$$

എന്ന് എഴുതാൻ കഴിയും. ഇവിടെ μ എന്നത് മോളുകളുടെ എണ്ണവും $R = N_A k_B$ ഒരു സാർവിക സ്ഥിരാങ്കവുമാണ്. T എന്നത് കേവല താപനില ആകുന്നു. കേവല താപനിലയായി കെൽവിൻ സ്കെയിലിനെ എടുത്താൽ, $R = 8.314 \text{ J mol}^{-1} \text{K}^{-1}$ എന്ന് ലഭിക്കും.

$$\mu = \frac{M}{M_0} = \frac{N}{N_A} \tag{13.4}$$

ഇവിടെ M എന്നത് N തന്മാത്രകൾ ഉൾക്കൊള്ളുന്ന വാതകത്തിന്റെ മാസും, M_0 തന്മാത്രാ മാസും *(molar mass)*, N_A അവഗാഡ്രോ നമ്പറും ആകുന്നു, സമവാക്യം (13.4) ഉപയോഗിച്ച് സമവാക്യം (13.3) നെ $PV = k_B NT$ അല്ലെങ്കിൽ $P = k_B nT$ എന്നെഴുതാൻ കഴിയും.



ചിത്രം 13.1 യഥാർഥവാതകങ്ങൾ താഴ്ന്ന മർദ്ദത്തിലും ഉയർന്ന താപനിലയിലും ആദർശ വാതക സ്വഭാവത്തോടടുക്കുന്നു.

ഇവിടെ n എന്നത് എണ്ണത്തിന്റെ സാന്ദ്രതയാണ്. അതായത് യൂണിറ്റ് ഉള്ളളവിലുള്ള തന്മാത്രകളുടെ എണ്ണം. SI യൂണിറ്റിൽ k_B യുടെ വില $1.38 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$ എന്നാണ്. സമവാക്യം (13.3) നെ മറ്റൊരു പ്രയോജനപ്രദമായ രീതിയിൽ

$$P = \frac{\rho RT}{M_0} \tag{13.5}$$ എന്നെഴുതാം.

ഇവിടെ ρ വാതകത്തിന്റെ മാസ് സാന്ദ്രതയാണ്.

എല്ലാ മർദ്ദത്തിലും താപനിലയിലും സമവാക്യം (13.3) ഏകദേശം അനുസരിക്കുന്ന ഒരു വാതകത്തെ ആദർശ വാതകം എന്നു പറയുന്നു. ഒരു വാതകത്തിന്റെ ലഘുവായ സൈദ്ധാന്തിക മാതൃകയാണ് ആദർശവാതകം. യഥാർഥ വാതക (Real gases) ങ്ങളൊന്നും തന്നെ

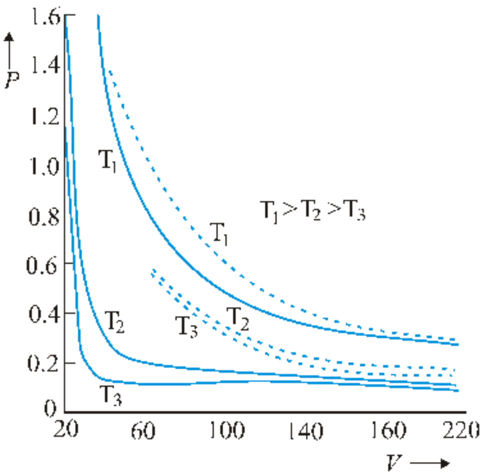
ആദർശവാതകങ്ങളല്ല. ചിത്രം 13.1 ൽ മൂന്ന് വ്യത്യസ്ത താപനിലകളിൽ ഒരു യഥാർഥ വാതകത്തിന്റെ ആദർശ വാതക സ്വഭാവത്തിൽ നിന്നുള്ള വ്യതിയാനം കാണിച്ചിരിക്കുന്നു. താഴ്ന്ന മർദ്ദങ്ങളിലും ഉയർന്ന താപനിലകളിലും മുകളിൽ പറയുന്ന വക്രരേഖകൾ ആദർശവാതക സ്വഭാവത്തോട് അടുക്കുന്നുവെന്നത് ശ്രദ്ധിക്കുക.

താഴ്ന്ന മർദ്ദങ്ങളിലും അല്ലെങ്കിൽ ഉയർന്ന താപനിലകളിലും തന്മാത്രകൾ വളരെ അകലത്തിലായതിനാൽ അവ തമ്മിലുള്ള പ്രതിപ്രവർത്തനങ്ങൾ അവഗണിക്കാവുന്നതാണ്. പ്രതിപ്രവർത്തനങ്ങളില്ലാത്ത ഒരുവാതകം ആദർശവാതകത്തെപ്പോലെ പെരുമാറുന്നു.

സമവവാക്യം (13.3) ൽ, μ, T ഇവയുടെ വിലകൾ സ്ഥിരപ്പെടുത്തിയാൽ,

PV = സ്ഥിരസംഖ്യ ... (13.6) എന്നു ലഭിക്കുന്നു.

അതായത് സ്ഥിരമായ താപനിലയിൽ നിശ്ചിത മാസുള്ള ഒരു വാതകത്തിന്റ മർദ്ദം ഉള്ളളവിന് വിപരീതാനുപാതത്തിൽ വ്യത്യാസപ്പെടുന്നു. ഇതാണ് പ്രസിദ്ധമായ ബോയിലിന്റെ നിയമം. ബോയിലിന്റെ നിയമം പ്രവചിക്കുന്ന പരീക്ഷണപരമായ P-V ഗ്രാഫുകളും സൈദ്ധാന്തിക ഗ്രാഫുകളും തമ്മിലുള്ള ഒരു താരതമ്യം ചിത്രം 13.2 ൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നു. ഉയർന്ന താപനിലകളിലും താഴ്ന്ന മർദ്ദങ്ങളിലുമാണ് വാതകങ്ങൾ ആദർശവാതകസ്വഭാവത്തിലെത്തുന്നത്. അടുത്തതായി P സ്ഥിരപ്പെടുത്തിയാൽ സമവാക്യം (13.1), $V \propto T$ എന്നാകും. അതായത് ഒരു സ്ഥിര മർദ്ദത്തിൽ ഒരു വാതകത്തിന്റെ ഉള്ളളവ് കേവല താപനില T യ്ക്ക് അനുപാതികമാണ് (ചാൾസ് നിയമം). ചിത്രം കാണുക.



ചിത്രം 13.2 മൂന്ന് താപനിലകളിൽ നീരാവിയുടെ പരീക്ഷണ ഫലമായി ലഭിച്ച P-V രേഖകൾ (കട്ടിയുള്ള രേഖകൾ) ബോയിൽ നിയമവുമായി (കുത്തിട്ട രേഖകൾ) താരതമ്യം ചെയ്തിരിക്കുന്നു. P എന്നത് 22 atm എന്ന യൂണിറ്റിലും V, 0.09 ലിറ്ററുകളുടെ യൂണിറ്റിലുമാണ്.

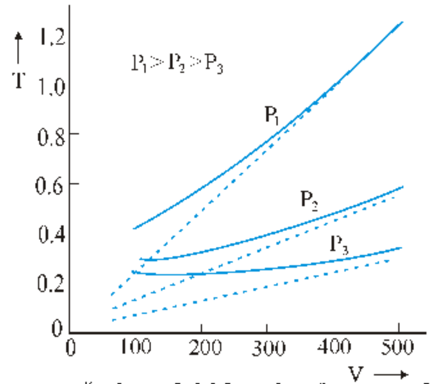
അവസാനമായി പ്രതിപവർത്തിക്കാത്ത ആദർശവാതകങ്ങളുടെ ഒരു മിശ്രിതം പരിഗണിക്കുക: വാതകം 1 ന്റെ μ_1 മോളുകൾ, വാതകം 2 ന്റെ μ_2 മോളുകൾ എന്നിങ്ങനെ V ഉള്ളളവുള്ള ഒരു പാത്രത്തിൽ T താപനിലയിലും P മർദ്ദത്തിലുമാണ്. ഈ മിശ്രിതത്തിന്റെ അവസ്ഥയുടെ സമവാക്യം:

$$PV = (\mu_1 + \mu_2 + \ldots)\, RT \qquad (13.7)$$

അതായത് $$P = \mu_1 \frac{RT}{V} + \mu_2 \frac{RT}{V} + \ldots \qquad (13.8)$$

$$= P_1 + P_2 + \ldots \qquad (13.9)$$

മറ്റു വാതകങ്ങളുടെ അസാന്നിധ്യത്തിൽ ഉള്ളളവിന്റേയും താപനിലയുടേയും ഒരേപോലെയുള്ള അവസ്ഥയിൽ ഒന്നാമത്തെ വാതകം പ്രയോഗിക്കാവുന്ന മർദ്ദമാണ് $P_1 = \mu_1 R\, T/V$. ഇതിനെ വാതകത്തിന്റെ ഭാഗികമർദ്ദം എന്നു വിളിക്കുന്നു. അതിനാൽ ആദർശവാതകങ്ങളുടെ ഒരു മിശ്രിതത്തിന്റെ ആകെ മർദ്ദം അവയുടെ ഭാഗിക മർദ്ദങ്ങളുടെ തുകയാണ്. ഇത് ഡാൾട്ടന്റെ ഭാഗിക മർദ്ദ നിയമം എന്നു പറയുന്നു.



ചിത്രം 13.3 മൂന്ന് മർദ്ദങ്ങളിൽ CO_2 ന്റെ പരീക്ഷണങ്ങളിലൂടെ ലഭിച്ച T-V വക്രങ്ങളെ (കട്ടിയുള്ള വരകൾ) ചാൾസ് നിയമവുമായി (കുത്തിട്ടവരകൾ) താരതമ്യം ചെയ്തിരിക്കുന്നു. 300 K യൂണിറ്റിലാണ് T, 0.13 ലിറ്ററിന്റെ യൂണിറ്റിലാണ് V.

അടുത്തതായി നമുക്ക് തന്മാത്രകൾ ഉൾക്കൊള്ളുന്ന ഉള്ളളവ്, ഒരു തന്മാത്രയുടെ ഉള്ളളവ് എന്നിവയെക്കുറിച്ച് വിവരം നൽകുന്ന ചില ഉദാഹരണങ്ങൾ പരിശോധിക്കാം.

ഉദാഹരണം13.1 : ജലത്തിന്റെ സാന്ദ്രത 1000 kg m^{-3} ആണ്. 100 °C ലും ഒരു atm മർദത്തിലും ജലബാഷ്പത്തിന്റെ സാന്ദ്രത 0.6 kg m^{-3} ആണ്. ആകെ എണ്ണത്തെ ഒരു തൻമാത്രയുടെ ഉള്ളളവ് കൊണ്ട് ഗുണിച്ചാൽ തൻമാത്രാ വ്യാപ്തം ലഭിക്കുന്നു. മുകളിൽ പറഞ്ഞ താപനില, മർദം എന്നീ സാഹചര്യങ്ങളിൽ തൻമാത്രാ ഉള്ളളവും ജലബാഷ്പത്തിന്റെ ഉള്ളളവും തമ്മിലുള്ള ഹരണഫലം നിർണയിക്കുക.

ഉത്തരം: ഒരു നിശ്ചിത മാസ് ജലതന്മാത്രകളിൽ ഉള്ള ളവ് വലുതായാൽ സാന്ദ്രത കുറവായിരിക്കും. അതിനാൽ ബാഷ്പത്തിന്റെ ഉള്ളളവ് $1000/0.6 = 1/(6 \times 10^{-4})$ മടങ്ങ് വലുതാണ്. ജലതൻമാത്രകളുടെയും മൊത്തം ജല ത്തിന്റെയും സാന്ദ്രതകൾ തുല്യമാണെങ്കിൽ തന്മാത്രാ ഉള്ളളവും ദ്രാവകത്തിന്റെ ആകെ ഉള്ളളവും തമ്മിലുള്ള ഹരണഫലം 1 ആണ്. ബാഷ്പാവസ്ഥയിൽ ഉള്ളളവ് കൂടുന്നതിനാൽ ആംശീയ ഉള്ളളവ് അതേ അനുപാത ത്തിൽ $6 \; 10^{-4}$ കുറവായിരിക്കും. ◀

> ▶ **ഉദാഹരണം 13.2** ഉദാഹരണം 13.1ൽ തന്നിരിക്കുന്ന ഡാറ്റ ഉപയോഗിച്ച് ജല തൻമാത്രയുടെ ഉള്ളളവ് നിർണയിക്കുക.

ഉത്തരം: ദ്രാവക അല്ലെങ്കിൽ ഖര ഫേസിൽ ജലത്തിന്റെ തൻമാത്രകൾ വളരെ ചേർത്ത് അടുക്കിയിരിക്കുന്നു. അതിനാൽ ജല തൻമാത്രകളുട സാന്ദ്രത സാധാരണ ജലത്തിന്റെ സാന്ദ്രതയായ 1000 kg m^{-3} ന് ഏകദേശം തുല്യമാണെന്നു കരുതാം. ജല തൻമാത്രയുടെ ഉള്ള ളവ് നിർണയിക്കുന്നതിന് ഒരു ജല തൻമാത്രയുടെ മാസ് നാം അറിഞ്ഞിരിക്കേണ്ടത് ആവശ്യമാണ്. ഒരു മോൾ ജലത്തിന്റെ മാസ് ഏകദേശം $(2 - 16)\text{g} - 18 \text{ g} - 0.018$ kg ന് തുല്യമാണെന്ന് നമുക്കറിയാം.

അതായത് ഒരു മോൾ ജലത്തിൽ ഏകദേശം $6 \; 10^{23}$ തൻ മാത്രകളടങ്ങിയിരിക്കുന്നു. (അവോഗാഡ്രോ സംഖ്യ) അതിനാൽ ഒരു ജലതൻമാത്രയുടെ മാസ് $(0.018)/(6 \times 10^{23}) \text{ kg} - 3 \times 10^{-26} \text{ kg}$ ആകുന്നു.
അതായത് ജല തൻമാത്രയുടെ ഉള്ളളവ് ഏകദേശം നിർണയിക്കുന്നത് താഴെ പറയും വിധമാണ്.

ജലതൻമാത്രയുടെ ഉള്ളളവ് $-(3 \quad 10^{-26} \text{ kg})/(1000 \text{ kg m}^{-3})$

$- 3 \quad 10^{-29} \text{ m}^3$

$- (4/3)\,\pi$ (ആരം)^3

അതായത് ആരം $2 \times 10^{-10} \text{ m} - 2 \text{ Å}$ ◀

> ▶ **ഉദാഹരണം 13.3:** ജലത്തിലെ ആറ്റങ്ങൾക്കിടയിലെ ശരാശരി ദൂരമെന്ത്? ഉദാഹരണം 13.1, 13.2 ഇവയിലെ വിലകൾ ഉപയോഗിക്കുക.

ഉത്തരം: വാതകാവസറയിലുള്ള ഒരു നിശ്ചിതമാസ് ജല ത്തിന് ദ്രാവകാവസറയിലുള്ള തുല്യമാസ് ജലത്തേ ക്കാൾ 1.67×10^3 മടങ്ങ് ഉള്ളളവുണ്ട് (ഉദാഹരണം 13.1) ഓരോ ജലതൻമാത്രയ്ക്കും ലഭ്യമാകുന്ന ഉള്ളളവിൽ ഇത് വർദ്ധന വരുത്തുന്നു. ഉള്ളളവ് 10^3 മടങ്ങ് വർദ്ധി ക്കുമ്പോൾ ആരം 10 മടങ്ങോ $^{1/3}$ യായോ വർദ്ധിക്കുന്നു.
അതായത് $10 \times 2 \text{ Å} - 20 \text{ Å}$ അതിനാൽ
ശരാശരി ദൂരം $2 \quad 20 - 40 \text{ Å}$ ആയിരിക്കും. ◀

> ▶ **ഉദാഹരണം 13.4:** നിയോൺ (ഏകഅറ്റോമികം) ഓക്സിജൻ (ദ്വയാറ്റോമികം) എന്നീ പ്രതി പ്രവർ ത്തിക്കാത്ത രണ്ട് വാതകങ്ങൾ ഒരു പാത്രത്തിലെ ടുക്കുക. അവയുടെ ഭാഗിക മർദങ്ങളുടെ അനു പാതം 3:2 ആണ്.
>
> 1. തൻമാത്രകളുടെ എണ്ണത്തിന്റെ അനുപാതം
> 2. പാത്രത്തിലെ നിയോണിന്റേയും ഓക്സിജ ന്റേയും മാസ് സാന്ദ്രതയുടെ അനുപാതം എന്നിവ നിർണയിക്കുക.
>
> നിയോണിന്റെ അറ്റോമിക മാസ്= 20.2 u, O_2 ന്റെ തൻമാത്രാമാസ് = 32.0 u

ഉത്തരം: ഒരു മിശ്രിതത്തിലെ വാതകത്തിന്റെ ഭാഗിക മർദം തുല്യ ഉള്ളളവിലും താപനിലയിലും ആ വാതകം മാത്രമായി ആ പാത്രത്തിൽ ഉൾക്കൊള്ളുമ്പോഴുള്ള മർദ ത്തിന് തുല്യമാണ്. (പരസ്പരം പ്രവർത്തിക്കാത്ത വാത കങ്ങൾ ചേർന്ന ഒരു മിശ്രിതത്തിന്റെ ആകെ മർദം അതിലെ ഘടകവാതകങ്ങളുടെ ഭാഗിക മർദങ്ങളുടെ തുകയ്ക്ക് തുല്യമാണ്). ഓരോ വാതകവും വാതകനി യമങ്ങളനുസരിക്കുന്നു. രണ്ടു വാതകങ്ങൾക്കും V, T എന്നിവ പൊതുവായതിനാൽ നമുക്കിങ്ങനെ എഴുതാം.

$$P_1V = \mu_1 RT$$

$$P_2V = \mu_2 RT,$$

$$\text{i.e. } (P_1/P_2) = (\mu_1/\mu_2).$$

ഇവിടെ 1, 2 എന്നിവ യഥാക്രമം നിയോൺ ഓക്സി ജൻ എന്നിവയുടെ മോളാർ മാസിനെ സൂചിപ്പിക്കുന്നു.

$(P_1/P_2) = (3/2)$ (തന്നിരിക്കുന്നു)

$(\mu_1/\mu_2) = 3/2.$

(i) നിർവചനപ്രകാരം

$$\mu_1 = (N_1/N_A)$$

$$\mu_2 = (N_2/N_A)$$

N_1, N_2 എന്നിവ യഥാക്രമം 1, 2 ലെ തൻമാത്രകളുടെ എണ്ണത്തേയും അവോഗാഡ്രോസംഖ്യയേയും സൂചി പ്പിക്കുന്നു. അതിനാൽ $(N_1/N_2) = (\mu_1/\mu_2) = 3/2.$

(ii) $\mu_1 = (m_1/M_1)$

$\mu_2 = (m_2/M_2)$

m_1, m_2 എന്നിവ യഥാക്രമം 1, 2 എന്നിവയുടെ തൻമാത്രമാസുകളാണ്. (m_1, M_1, m_2, M_2 ഇവ ഒരേ യൂണിറ്റിലാണ് പ്രതിപാദിക്കുന്നത്)

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{m_1/V}{m_2/V} = \frac{m_1}{m_2} = \frac{\mu_1}{\mu_2} \times \left(\frac{M_1}{M_2}\right)$$

$$= \frac{3}{2} \times \frac{20.2}{32.0} = 0.947$$ ◀

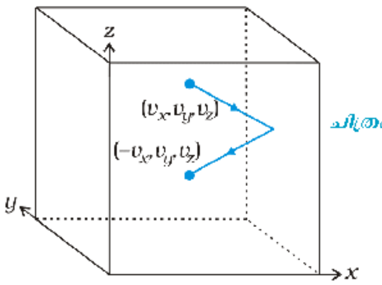
13.4 ഒരു ആദർശവാതകത്തിന്റെ ഗതിക സിദ്ധാന്തം (Kinetic theory of an Ideal Gas)

വാതകങ്ങളുടെ ഗതികസിദ്ധാന്തത്തിന്റെ അടിസ്ഥാനം ദ്രവ്യത്തിന്റെ തൻമാത്രാ ഘടനയാണ്. ക്രമരഹിതമായ ചലനത്തിലുള്ള ഒരു കൂട്ടം തൻമാത്രകളുടെ ശേഖരമായി ഒരു നിശ്ചിത അളവ് വാതകത്തെ കരുതാം. സാധാരണ മർദത്തിലും താപനിലയിലും തൻമാത്രകൾക്കിടയിലുള്ള ശരാശരി ദൂരം സാധാരണ വലുപ്പത്തേക്കാൾ (2°A) പത്തോ അതിലധികമോ ഇരട്ടി കൂടുതലായിരിക്കും. അതിനാൽ തൻമാത്രകൾ തമ്മിലുള്ള പരസ്പര പ്രവർത്തനം അവഗണിക്കാവുന്നതാണ്. ന്യൂട്ടന്റെ ഒന്നാം ചലനനിയമമനുസരിച്ച് തന്മാത്രകൾ നേർരേഖകളിലൂടെ സ്വതന്ത്രമായി സഞ്ചരിക്കുന്നുവെന്ന് നമുക്ക് കരുതാം. എന്നിരുന്നാലും അപൂർവമായി അവ അടുത്തടുത്ത് വരുകയും അവയ്ക്കിടയിലെ തൻമാത്രാന്തര ബലം മൂലം അവയുടെ പ്രവേഗങ്ങൾക്ക് വ്യത്യാസം വരുകയും ചെയ്യും. ഈ പരസ്പരപ്രവർത്തനമാണ് കൊളീഷൻ (സംഘട്ടനം). തൻമാത്രകൾ പരസ്പരമോ അതുൾക്കൊള്ളുന്ന പാത്രത്തിന്റെ ഭിത്തിയുമായോ തുടർച്ചയായി സംഘട്ടനത്തിലേർപ്പെടുകയും അവയുടെ പ്രവേഗങ്ങൾ വ്യത്യാസപ്പെടുകയും ചെയ്യുന്നു. ഇത്തരം കൊളീഷനുകൾ ഇലാസ്തിക കൊളീഷനുകളാണ്. ഗതിക സിദ്ധാന്തത്തിന്റെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ ഒരു വാതകത്തിന്റെ മർദത്തിന് ഒരു സമവാക്യം നമുക്ക് രൂപീകരിക്കാം.

ഒരു വാതകത്തിലെ തൻമാത്രകൾ ക്രമരഹിത ചലനത്തിലാകുന്നു. ഇതിനിടയിൽ അവ പരസ്പരവും അതുൾക്കൊള്ളുന്ന പാത്രത്തിന്റെ ഭിത്തിയുമായും കൂട്ടിയിടിക്കുന്നു. തൻമാത്രകൾക്കിടയിൽ അവ പരസ്പരം നടത്തുന്നതും, വാതകം ഉൾക്കൊള്ളുന്ന പാത്രത്തിന്റെ ഭിത്തിയുമായി തന്മാത്രകൾ നടത്തുന്നതുമായ എല്ലാ കൂട്ടിമുട്ടലുകളും ഇലാസ്തികമാണ്. അതിനാൽ അവയുടെ ആകെ ഗതികോർജവും, ആക്കവും സംരക്ഷിക്കപ്പെടുമെന്ന് ഇതിൽ നിന്ന് അനുമാനിക്കാം.

13.4.1 ഒരു ആദർശവാതകത്തിന്റെ മർദ്ദം (Pressure of an Ideal Gas)

വശത്തിന്റെ നീളം 1 യൂണിറ്റ് ആയ ഒരു ക്യൂബിൽ ഉൾക്കൊള്ളുന്ന ഒരു വാതകം പരിഗണിക്കുക. ചിത്രം 13.4 ൽ കാണും വിധം ക്യൂബിന്റെ വശങ്ങൾക്കു സമാന്തരമായി അക്ഷങ്ങൾ സങ്കൽപ്പിക്കുക. y, z തലത്തിനു സമാന്തരമായി A പരപ്പളവ് ഉള്ള A $(= l^2)$ ഒരു ഭിത്തിയിൽ ഒരു തന്മാത്ര, (v_x, v_y, v_z) പ്രവേഗത്തോടെ ഇടിക്കുന്നു. കൊളീഷൻ ഇലാസ്തികമായതിനാൽ, തന്മാത്ര അതേ പ്രവേഗത്തിൽ തന്നെ തട്ടി തിരിച്ചുവരുന്നു. തന്മാത്രാ പ്രവേഗത്തിന്റെ y, z ഘടകങ്ങൾക്ക് മാറ്റമുണ്ടാകുന്നില്ല, എന്നാൽ x- ഘടകത്തിന്റെ ചിഹ്നം മാറുന്നു. അതായത്, കൊളീഷനു ശേഷമുള്ള തന്മാത്രയുടെ പ്രവേഗം $(-v_x, v_y, v_z)$ ആണ്. അതിനാൽ തന്മാത്രയ്ക്കുണ്ടാകുന്ന ആക്ക വ്യത്യാസം: $-mv_x - (mv_x) = -2mv_x$ ആണ്. ആക്കസംരക്ഷണ നിയമം അനുസരിച്ച്, കൊളീഷന്റെ ഫലമായി ഭിത്തിക്ക് ലഭിക്കുന്ന ആക്കം $= 2mv_x$.



ചിത്രം 13.4 പാത്രത്തിന്റെ ഭിത്തിയിൽ ഒരു വാതക തന്മാത്രയുടെ ഇലാസ്തിക കൂട്ടിയിടി.

ഭിത്തിയിലെ ബലം (മർദ്ദവും) കണക്കാക്കാൻ യൂണിറ്റ് സമയത്തിൽ ഭിത്തിക്ക് ലഭിക്കുന്ന ആക്കം കണക്കാക്കേണ്ടതായിവരും. Δt എന്ന ചെറിയ സമയ ഇടവേളയിൽ പ്രവേഗത്തിന്റെ x ഘടകം v_x ഉള്ള ഒരു തന്മാത്ര ഭിത്തിയിൽ വന്നുതട്ടണമെങ്കിൽ അത് ഭിത്തിയിൽ നിന്നും $v_x \Delta t$ അകലത്തിലായിരിക്കണം. അതായത്, Δt സമയത്തിനുള്ളിൽ $Av_x \Delta t$ ഉള്ളളവിൽ മാത്രമുള്ള എല്ലാ തന്മാത്രകൾക്കും ഭിത്തിയിൽ വന്നിടിക്കാൻ കഴിയുന്നു. എന്നാൽ, ഒരു ശരാശരിയിൽ ഈ തന്മാത്രകളിൽ പകുതി തന്മാത്രകൾ ഭിത്തിയിലേക്കും മറ്റു പകുതി ഭിത്തിയിലിടിച്ച ശേഷം തിരികെയും പോകുന്നതുമാണ്. അതിനാൽ Δt സമയത്തിൽ (v_x, v_y, v_z) പ്രവേഗത്തോടെ ഭിത്തിയിൽ വന്നിടിക്കുന്ന തന്മാത്രകളുടെ എണ്ണം $\frac{1}{2} A\, v_x\, \Delta t\, n$ ആണ്. ഇവിടെ n എന്നത് യൂണിറ്റ് ഉള്ളളവിലുള്ള തന്മാത്രകളുടെ എണ്ണം ആണ്. Δt സമയത്തിൽ ഈ തന്മാത്രകളാൽ ഭിത്തിയിലേക്കു കൈമാറ്റം ചെയ്യപ്പെടുന്ന ആകെ ആക്കം:

$Q = (2mv_x)\,(\frac{1}{2}\, n\, A\, v_x\, \Delta t)$ ആണ് (13.10). ഭിത്തിയിലെ ബലം എല്ലാ തന്മാത്രകളാലും കൈമാറ്റം ചെയ്യപ്പെടുന്ന ആക്കവ്യത്യാസ നിരക്ക് $Q/\Delta t$ ഉം മർദ്ദം യൂണിറ്റ് പരപ്പളവിലെ ബലവും ആണ്.

$$P = Q/(A\,\Delta t) = n\,m\,v_x^2 \tag{13.11}$$

യഥാർഥത്തിൽ ഒരു വാതകത്തിലെ എല്ലാ തന്മാത്രകൾക്കും ഒരേ പ്രവേഗമല്ല, പ്രവേഗങ്ങളുടെ വിലകൾ വ്യത്യസ്തമാണ്. അതുകൊണ്ട് മുകളിലത്തെ സമവാക്യം x- ദിശയിൽ v_x വേഗതയുള്ള ഒരു തന്മാത്രക്കൂട്ടത്തിന്റെ ഫലമായുണ്ടാകുന്ന മർദ്ദത്തെ സൂചിപ്പിക്കുന്നു. n എന്നത് ആ തന്മാത്രാക്കൂട്ടത്തിന്റെ എണ്ണത്തിന്റെ സാന്ദ്രതയെ സൂചിപ്പിക്കുന്നു. ആകെ മർദ്ദം ലഭിക്കുന്നതിനായി, എല്ലാ തന്മാത്രാക്കൂട്ടങ്ങളുടേയും മാർദങ്ങൾ സങ്കലനം ചെയ്യണം.

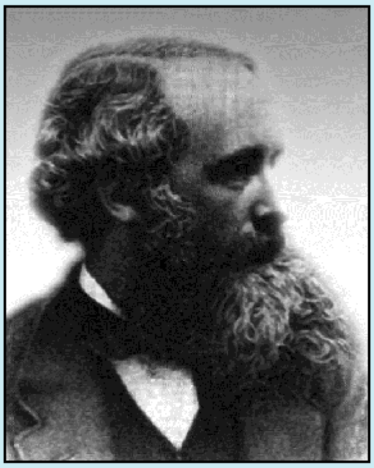
$$P = n\,m\,\overline{v_x^2} \tag{13.12}$$

ഇവിടെ $\overline{v_x^2}$ എന്നത് v_x^2 ന്റെ ശരാശരി വിലയാകുന്നു.

വാതകം സമദൈശികം ആണെന്ന് എടുക്കുക.

ഗതികസിദ്ധാന്തത്തിന്റെ ഉപജ്ഞാതാക്കൾ (Founders of Kinetic Theory of Gases)

ജയിംസ് ക്ലാർക്ക് മാക്സ്‌വെൽ (1831 – 1879) സ്കോട്ട്‌ലന്റിലെ എഡിൻബറോയിൽ ജനിച്ചു. 19-ാം നൂറ്റാണ്ടിലെ ഏറ്റവും മഹാനായ ഭൗതിക ശാസ്ത്രജ്ഞനാണിദ്ദേഹം. ഒരു വാതകത്തിലെ തന്മാത്രകളുടെ താപീയ പ്രവേഗ വിന്യാസം രൂപീകരിച്ചത് ഇദ്ദേഹത്തിന്റെ മഹത്തായ സംഭാവനയാണ്. വിസ്ക്കോസിറ്റി പോലെയുള്ള അളക്കാവുന്ന വിലകളുപയോഗിച്ച തന്മാത്രാ ഘടകങ്ങളെ വിശ്വസനീയമായി നിർണയിച്ചത് ആദ്യമായി ഇദ്ദേഹമാണ്. ഇലക്ട്രിസിറ്റിയിലേയും മാഗ്നറ്റിസത്തിലേയും നിയമങ്ങൾ ഏകോപിപ്പിച്ച് മാക്സ്‌വെൽ സമവാക്യങ്ങളെന്ന ഒരു സെറ്റ് സ്ഥിര സമവാക്യങ്ങൾക്ക് രൂപം നൽകിയതാണിദ്ദേഹത്തിന്റെ മഹത്തായ സംഭാവന. ഈ സമവാക്യങ്ങളിൽ നിന്നും പ്രകാശം ഒരു വൈദ്യുത കാന്തിക തരംഗമാണെന്ന ഏറ്റവും പ്രധാന അനുമാനത്തിലദ്ദേഹം എത്തിച്ചേർന്നു. പ്രകൃതിയിൽ ഇലക്ട്രിസിറ്റിയുടെ വ്യതിരിക്തത എന്ന ആശയത്തെ മാക്സ്‌വെൽ അനുകൂലിച്ചിരുന്നില്ല.



ലുഡ്‌വിഗ് ബോൾട്ട്സ്മാൻ (1844 – 1906) ഓസ്ട്രിയയിലെ വിയന്നയിൽ ജനിച്ചു. മാക്സ്‌വെല്ലിനെപ്പോലെ വാതകങ്ങളുടെ ഗതിക സിദ്ധാന്തത്തിലാണ് അദ്ദേഹത്തിന്റെ സംഭാവന. ഗതിക സിദ്ധാന്തത്തിന്റെ അടിസ്ഥാനമായ അറ്റോമിസത്തിന്റെ ശക്തമായ വക്താവായിരുന്നു അദ്ദേഹം. താപഗതികത്തിലെ രണ്ടാം ചലനനിയമത്തിന് ഇതുപയോഗിച്ച് സ്റ്റാറ്റിസ്റ്റിക്കലായ വ്യാഖ്യാനം നൽകിയതും എൻട്രോപ്പിയെന്ന ആശയത്തിന് രൂപം നൽകിയതുമിദ്ദേഹമാണ്. ക്ലാസിക്കൽ സ്റ്റാറ്റിസ്റ്റിക്ക്സിന്റെ ഉപജ്ഞാതാക്കളിലൊരാളാണ്. ഗതികസിദ്ധാന്തത്തിലെ ഊർജവും താപനിലയും തമ്മിൽ ബന്ധിപ്പിക്കുന്ന ആനുപാതിക സ്ഥിരാങ്കത്തെ അദ്ദേഹത്തിന്റെ ബഹുമാനാർത്ഥം ബോൾട്ട്സ്മാൻ സ്ഥിരാങ്കമെന്നു വിളിക്കുന്നു.

അതായത്, പാത്രത്തിനുള്ളിലെ തന്മാത്രകളുടെ പ്രവേഗത്തിന് ഒരു നിശ്ചിത ദിശയില്ല. അതിനാൽ സമമിതി മൂലം

$$\overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2}$$

$$= (1/3)\left[\overline{v_x^2} + \overline{v_y^2} + \overline{v_z^2}\right] = (1/3)\ \overline{v^2} \qquad (13.13)$$

ഇവിടെ $\overline{v^2}$ എന്നത് മീൻസ്ക്വയർ വേഗതയെ സൂചിപ്പിക്കുന്നു. അതുകൊണ്ട്,

$$P = (1/3)\ n\ m\ \overline{v^2} \qquad (13.14)$$

ഈ സമവാക്യ രൂപീകരണത്തിലെ ചില സവിശേഷതകൾ താഴെപ്പറയും വിധമാണ്. ആദ്യമായി, നാം തിരഞ്ഞെടുത്ത പാത്രം ക്യൂബ് ആയിരുന്നെങ്കിലും, പാത്രത്തിന്റെ ആകൃതിക്ക് യഥാർഥത്തിൽ യാതൊരു പ്രാധാന്യവുമില്ല. നിയതമായ ആകൃതിയില്ലാത്ത ഒരു പാത്രമാണെങ്കിൽ തീരെ ചെറിയ (സമതലമായ) പരപ്പളവ് പരിഗണിക്കുകയും എന്നിട്ട് മുകളിൽ പറഞ്ഞ ഘട്ടങ്ങളിലൂടെ കടന്ന് പോകുകയും ചെയ്യാം. A യും Δt യും അവസാന സമവാക്യത്തിൽ കാണുന്നില്ല എന്ന കാര്യവും ശ്രദ്ധിക്കുക. അധ്യായം 10 ൽ പ്രതിപാദിച്ചിരിക്കുന്ന പാസ്ക്കലിന്റെ നിയമപ്രകാരം സന്തുലിതാവസ്ഥയിലിരിക്കുന്ന വാതകത്തിന്റെ ഒരു ഭാഗത്തെ മർദ്ദം മറ്റേതുഭാഗത്തുമുള്ള മർദ്ദത്തിനു തുല്യമായിരിക്കും. രണ്ടാമതായി, ഈ സമവാക്യ രൂപീകരണത്തിൽ നാം ചില കൊളീഷനുകളെ ഒഴിവാക്കിയിരിക്കുന്നു. ഈ ഒഴിവാക്കൽ നമ്മുടെ നിഗമനത്തെ Δt സമയത്ത് ഭിത്തിയിൽ ഒരു തരത്തിലും ബാധിക്കുകയില്ല. വന്നിടിക്കുന്ന തന്മാത്രകളുടെ എണ്ണം ½ $n A v_x \Delta t$ ആണെന്നു ലഭിച്ചുവല്ലോ. ഇവിടെ കൊളീഷനുകൾ ക്രമരഹിതവും വാതകം ഒരു സ്ഥിരതാവസ്ഥയിലുമാണ്. അതിനാൽ (v_x, v_y, v_z) എന്ന പ്രവേഗമുള്ള ഒരു തന്മാത്രയ്ക്ക് മറ്റൊരു തന്മാത്രയുമായുള്ള കൂട്ടിമുട്ടലിന്റെ ഫലമായി ഒരു വ്യത്യസ്തമായ പ്രവേഗം നേടുന്നുണ്ടാകും. അതോടൊപ്പം ഈ തന്മാത്രയിൽ നിന്നും വ്യത്യസ്തമായ ഒരു ആദ്യപ്രവേഗമുള്ള മറ്റേതെങ്കിലും ഒരു തന്മാത്ര അതിന്റെ കൂട്ടിയിടിക്കു ശേഷം (v_x, v_y, v_z) എന്ന പ്രവേഗം ആർജിച്ചിട്ടുമുണ്ടാകും. ഇങ്ങനെ സംഭവിക്കുന്നില്ലെങ്കിൽ തന്മാത്രകൾക്കിടയിലെ പ്രവേഗ വിതരണം ഒരിക്കലും സ്ഥായിയായി/സ്ഥിരമായി കാണപ്പെടുകയില്ല. പ്രവേഗ മാറ്റം എങ്ങനെ സംഭവിച്ചാലും നാം ഇവിടെ എല്ലായ്പ്പോഴും പരിഗണിക്കുക $\overline{v_x^2}$ ആണ്. അതുകൊണ്ട് നമ്മുടെ പരികല്പനയിലെ തന്മാത്രാ കൂട്ടിമുട്ടലുകൾ (കൂട്ടിമുട്ടലുകൾ തുടർച്ചയായി ഉണ്ടാകാതിരിക്കുകയും, ഒരു കൂട്ടിമുട്ടലിനെടുക്കുന്ന സമയം കൂട്ടിമുട്ടലുകൾക്കിടയിലുള്ള സമയവുമായി താരതമ്യം ചെയ്യുമ്പോൾ തീരെ ചെറുതായിരിക്കുകയുമാണെങ്കിൽ) മുകളിലെ കണക്കു കൂട്ടലുകളെ ബാധിക്കുന്നില്ല.

13.4.2 താപനിലയുടെ ഗതികപരമായ വിശദീകരണം (Kinetic Interpretation of Temperature)

സമവാക്യം (13.14) താഴെപ്പറയും വിധം എഴുതാം.

$$PV = (1/3)\ nV\ m\ \overline{v^2} \qquad (13.15a)$$

$$PV = (2/3)\ N\ x\ ½\ m\ \overline{v^2} \qquad (13.15b)$$

ഇവിടെ $N (= nV)$ എന്നത് സാമ്പിളിലെ തന്മാത്രകളുടെ എണ്ണം ആണ്.

ബ്രാക്കറ്റിൽ തന്നിരിക്കുന്ന അളവ് വാതകത്തിലെ തന്മാത്രകളുടെ ശരാശരി സ്ഥാനാന്തര ഗതികോർജമാണ്. ഒരു ആദർശ വാതകത്തിന്റെ ആന്തരിക ഊർജം E പൂർണമായും ഗതികമായതിനാൽ,*

$$E = N \times (1/2)\ m\ \overline{v^2} \qquad (13.16)$$

അപ്പോൾ സമവാക്യം (13.15) പ്രകാരം

$PV = (2/3) E$ എന്നു ലഭിക്കും... (13.17)

ഈ സമീകരണം താപനിലയുടെ ഗതികപരമായ വിശദീകരണം നൽകുവാൻ നമ്മെ സഹായിക്കും. സമവാക്യം (13.17) ഉം ഉത്തമവാതക സമവാക്യമായ സമവാക്യം (13.3) ഉം തമ്മിൽ യോജിപ്പിച്ചാൽ,

$E = (3/2)\ k_B NT$ എന്നു ലഭിക്കുന്നു (13.18)

അല്ലെങ്കിൽ $E/N = ½\ m\ \overline{v^2} = (3/2)\ k_B T$ (13.19)

അതായത് ഒരു തന്മാത്രയുടെ ശരാശരി ഗതികോർജം വാതകത്തിന്റെ കേവല താപനിലയ്ക്ക് ആനുപാതികമാണ്. എന്നാൽ ഗതികോർജം ആദർശവാതകങ്ങളുടെ മർദ്ദം, വ്യാപ്തം, സ്വഭാവം എന്നിവയെ ആശ്രയിക്കുന്നില്ല. ഇത് ഒരു വാതകത്തിന്റെ സ്ഥൂല പരിമാണമായ താപനിലയും (താപഗതികചരം എന്നു വിളിക്കപ്പെടുന്നു) തന്മാത്രീയ അളവായ ഒരു തന്മാത്രയുടെ ശരാശരി ഗതികോർജവും തമ്മിൽ ബന്ധിപ്പിക്കുന്ന ഒരു അടിസ്ഥാന സമവാക്യമാണ്. ഈ രണ്ടു ഘടകങ്ങളെയും ബോൾട്ട്സ്മാൻ സ്ഥിരാങ്കം ഉപയോഗിച്ച് ബന്ധിപ്പിച്ചിരിക്കുന്നു. സമവാക്യം (13.18) പ്രകാരം ഒരു ആദർശവാതകത്തിന്റെ ആന്തരിക ഊർജം അതിന്റെ താപനിലയെ മാത്രമേ ആശ്രയിക്കുന്നുള്ളൂ, മർദ്ദത്തെയും വ്യാപ്തത്തെയും ആശ്രയിക്കുന്നില്ല. താപനിലയുടെ ഈ ഒരു ആവിഷ്കരണം ആദർശവാതകത്തിന്റെ ഗതികസിദ്ധാന്തം പൂർണമായും ആദർശവാതകസമവാക്യവുമായും അതിൽ അധിഷ്ഠിതമായിരിക്കുന്ന വിവിധ വാതക നിയമങ്ങളുമായും ഒത്തു പോകുന്നുവെന്ന് കാണിക്കുന്നു.

പ്രതിപ്രവർത്തിക്കാത്ത ആദർശവാതകങ്ങളുടെ ഒരു മിശ്രിതത്തിന്റെ ആകെ മർദ്ദം മിശ്രിതത്തിലെ ഓരോ വാതകത്തിന്റെയും മർദ്ദങ്ങളുടെ ഫലമായുണ്ടാകുന്നതാണ്. അതിനാൽ സമവാക്യം (13.14),

$$P = (1/3)\ [n_1 m_1 \overline{v_1^2} + n_2 m_2 \overline{v_2^2} + \ldots\ ]$$

എന്നായി മാറുന്നു. (13.20)

സന്തുലിതാവസ്ഥയിൽ, വ്യത്യസ്ത വാതക തന്മാത്രകളുടെ ശരാശരി ഗതികോർജം തുല്യമായിരിക്കും. അതായത്,

$$½\ m_1 \overline{v_1^2} = ½\ m_2 \overline{v_2^2} = (3/2)\ k_B T$$

$$P = (n_1 + n_2 + \ldots\ )\ k_B T \qquad (13.21)$$

ഇത് ഡാൾട്ടന്റെ ഭാഗിക മർദ്ദ നിയമം ആണ്.

സമവാക്യം (13.19) ൽ നിന്ന് ഒരു വാതകത്തിലെ തന്മാത്രകളുടെ തനതു വേഗതയെക്കുറിച്ച് നമുക്ക് ആശയം ലഭിക്കുന്നു. $T = 300$ K എന്ന താപനിലയിൽ നൈട്രജൻ വാതകത്തിലെ ഒരു തന്മാത്രയുടെ സ്ക്വയർ വേഗതയുടെ ശരാശരി

$$m = \frac{M_{N_2}}{N_A} = \frac{28}{6.02 \times 10^{26}} = 4.65 \times 10^{26}\ \text{kg}.$$

$$\overline{v^2} = 3\,k_B T / m = (516)^2\ \text{m}^2\text{s}^{-2}$$

$\overline{v^2}$ ന്റെ വർഗമൂലം റൂട്ട്മീൻ സ്ക്വയർ വേഗത (rms) എന്നറിയപ്പെടുന്നു. ഇതിനെ v_{rms} എന്ന് സൂചിപ്പിച്ചിരിക്കുന്നു. ($\overline{v^2}$ നെ നമുക്ക് $\langle v^2 \rangle$ എന്നും എഴുതാം).

$$v_{rms} = 516\ \text{m s}^{-1}$$

ഈ വേഗത വായുവിലെ ശബ്ദത്തിന്റെ വേഗതയുടെ ക്രമത്തിലാണ്. ഒരേ താപനിലയിൽ ഭാരം കുറഞ്ഞ തന്മാത്രകൾക്ക് കൂടുതൽ rms വേഗത ഉണ്ടായിരിക്കുമെന്ന് സമവാക്യം (13.19) പ്രകാരം മനസ്സിലാക്കാവുന്നതാണ്.

ഉദാഹരണം 13.5: ഒരു ഫ്ളാസ്കിൽ ആർഗൺ, ക്ലോറിൻ വാതകങ്ങൾ 2:1 മാസ് അനുപാതത്തിൽ അടങ്ങിയിരിക്കുന്നു. മിശ്രിതത്തിന്റെ താപനില 27 °C ആണ്. (i) ഒരു തൻമാത്രയുടെ ശരാശരി ഗതികോർജം (ii) രണ്ട് വാതങ്ങളിലേയും തൻമാത്രകളുടെ റൂട്ട് മീൻ സ്ക്വയർ വേഗത എന്നിവ തമ്മിലുള്ള അനുപാതം കണ്ടെത്തുക.ആർഗണിന്റെ അറ്റോമിക മാസ് = 39.9 u ; ക്ലോറിന്റെ തൻമാത്രാമാസ് = 70.9 u.

ഉത്തരം: ഏത് വാതകത്തിന്റേയും ശരാശരി ഗതികോർജം (പ്രതി തൻമാത്ര) $(3/2) k_B T$ ക്ക് തുല്യമാണ്. (ആർഗൺ പോലെ ഏകാറ്റോമികമോ ക്ലോറിൻ പോലെ ദ്വയറ്റോമികമോ അല്ലെങ്കിൽ ബഹു അറ്റോമികമോ ആകാം. ഇത് താപനിലയേ മാത്രമേ ആശ്രയിക്കുന്നുള്ളൂ. എന്നാൽ വാതകത്തിന്റെ സ്വഭാവത്തെ ആശ്രയിക്കുന്നില്ല.

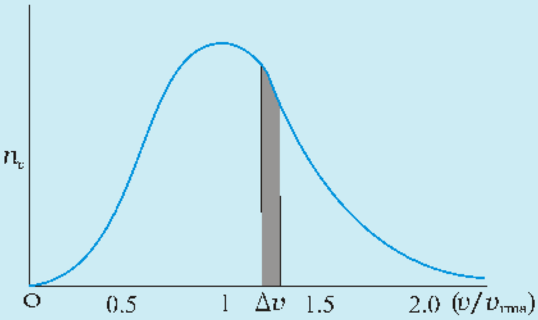
(i) ഫ്ളാസ്കിലെ ആർഗൺ ക്ലോറിൻ എന്നിവ തുല്യ താപനിലയിലാണ്. അതിനാൽ രണ്ട് വാതകങ്ങളുടേയും ശരാശരി ഗതികോർജങ്ങളുടെ (പ്രതിതൻമാത്ര) അനുപാതം 1:1 ആണ്.

(ii) ഒരു തൻമാത്രയുടെ ശരാശരി ഗതികോർജം $½\ m\ v_{rms}^2 = (3/2)\ k_B T$. ഇതിൽ m എന്നത് വാതകത്തിലെ തൻമാത്രയുടെ മാസാണ്. അതുകൊണ്ട്

* E ആന്തരിക ഊർജത്തിന്റെ സ്ഥാനാന്തര ഭാഗത്തെ സൂചിപ്പിക്കുന്നു. ഇത് മറ്റ് ഡിഗ്രീസ് ഓഫ് ഫ്രീഡം മൂലമുള്ള മറ്റ് ഊർജങ്ങളെയും ഉൾക്കൊള്ളുന്നു. സെക്ഷൻ 13.5 കാണുക.

മാക്സ് വെൽ ഡിസ്ട്രിബ്യൂഷൻ ഫങ്ഷൻ

മർദം, വ്യാപ്തം, താപനില തുടങ്ങിയ സ്ഥൂല ഘടകങ്ങൾ മാറുന്നില്ലെങ്കിൽ പോലും, നിശ്ചിത മാസ് വാതകത്തിൽ എല്ലാ തന്മാത്രകളുടെയും പ്രവേഗം ഒരുപോലെയല്ല. തന്മാത്രകളുടെ വേഗതയ്ക്കും ദിശയ്ക്കും മാറ്റം വരാൻ കൂട്ടിയിടി കാരണമാകുന്നുണ്ട്. എന്നിരുന്നാലും, സംതുലിതാവസ്ഥയിൽ വേഗതകളുടെ വിതരണം സ്ഥിരമാണ്.



മാക്സ്‌വെൽ തന്മാത്രാ വേഗ വിതരണം

വളരെക്കൂടുതൽ വസ്തുക്കൾ ഉൾപ്പെടുന്ന ഒരു സിസ്റ്റത്തെ പരിഗണിക്കുമ്പോൾ വിതരണ രീതി വളരെ പ്രധാനവും ഉപയോഗപ്രദവുമാണ്. ഉദാഹരണത്തിന്, ഒരു പട്ടണത്തിലെ വ്യത്യസ്ത വ്യക്തികളുടെ പ്രായങ്ങൾ പരിഗണിക്കുക. ഓരോവ്യക്തിയുടെയും പ്രായത്തെ പരിഗണിക്കൽ പ്രായോഗികമല്ല. ആ മനുഷ്യരെ നമുക്ക് വിവിധ ഗ്രൂപ്പുകളായി തിരിക്കാം: 20 വയസു വരെയുള്ള കുട്ടികൾ, 20നും 60നും ഇടയിൽ പ്രായമുള്ള യുവാക്കൾ, 60ൽ കൂടുതൽ പ്രായമുള്ള വൃദ്ധർ. കുറേക്കൂടി വിശദമായ വിവരങ്ങളാണ് ആവശ്യമെങ്കിൽ നാം തെരഞ്ഞെടുക്കുക ചെറിയ ഇടവേളകളാണ്, അതായത് 0-1, 1-2,..., 99-100 പ്രായ ഗ്രൂപ്പുകൾ. ഇടവേളയുടെ വലുപ്പം കുറയുമ്പോൾ, (അര വർഷമെന്നെടുക്കുക), ഇടവേളയിലെ ആളുകളുടെ എണ്ണവും കുറയും, ഒരു വർഷ ഇടവേളയിലെ എണ്ണത്തിന്റെ ഏകദേശം പകുതി. x നും x+dx നും ഇടയിൽ പ്രായ ഇടവേളയിലുള്ള ആളുകളുടെ എണ്ണം dN(x) എന്നത് dx ന് ആനുപാതികമായിരിക്കും. അഥവാ $dN(x) = n_x\, dx$. ഇവിടെ n_x എന്നത് x മൂല്യത്തിലുള്ള ആളുകളുടെ എണ്ണം സൂചിപ്പിക്കാനാണ് ഉപയോഗിച്ചിരിക്കുന്നത്.

സമാനമായ രീതിയിൽ തന്മാത്രാവേഗ വിതരണം v യ്ക്കും v+ dv യ്ക്കും ഇടയ്ക്കുള്ള തന്മാത്രകളുടെ എണ്ണത്തെ ലഭ്യമാക്കുന്നു. $dN(v) = 4p\, Na^3 c^{-1v^2} v^2 dv = n_v d_v$ ഇതിനെ മാക്സ്‌വെൽ വിതരണം എന്നു വിളിക്കുന്നു. n_v യും v യും തമ്മിലുള്ള ഗ്രാഫ് ചിത്രത്തിൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നു. വേഗത v യ്ക്കും v+dvക്കും ഇടയിലുള്ള തന്മാത്രകൾ ഷേഡ് ചെയ്ത ഭാഗത്തിനു തുല്യമാണ്. v^2 പോലെയുള്ള ഏതൊരു അളവിന്റെയും ശരാശരി നിർവചിക്കുന്നത് $\langle n^2 \rangle = \left[\frac{1}{N}\right] \int n^2 dN(n) = \sqrt{3k_B T/m}$ എന്ന സമാകലനത്തിലൂടെയാണ്. കൂടുതൽ മൗലികമായ പരിഗണനയിലൂടെ ലഭിക്കുന്ന ഫലവുമായി ഇത് ഒത്തുപോകുന്നുണ്ട്.

$$\frac{(v^2_{rms})_{Ar}}{(v^2_{rms})_{Cl}} = \frac{(m)_{Cl}}{(m)_{Ar}} = \frac{(M)_{Cl}}{(M)_{Ar}} = \frac{70.9}{39.9} = 1.77$$

ഇതിൽ M വാതകത്തിന്റെ തൻമാത്രാമാസാണ്. (ആർഗണിന്റെ ഒരു ആറ്റം തന്നെയാണ് ആർഗൺ തന്മാത്ര) രണ്ട് വശങ്ങളിലും സ്ക്വയർ റൂട്ടെടുത്താൽ

$$\frac{(v_{rms})_{Ar}}{(v_{rms})_{Cl}} = 1.33$$

മുകളിലെ കണക്കുകൂട്ടലനുസരിച്ച് ഒരു മിശ്രിതത്തിലെ വാതകങ്ങളുടെ മാസനുസരിച്ചുള്ള സംയോജനം അപ്രസക്തമാണ്. മാസിന്റെ ഏത് അനുപാതത്തിൽ ആർഗണും ക്ലോറിനും എടുത്താലും മുകളിലെ 1, 2 എന്നീ ചോദ്യങ്ങൾക്കു ഒരേ ഉത്തരം തന്നെ ലഭിക്കും.

ഉദാഹരണം 13.6 യുറേനിയത്തിന്റെ രണ്ടു ഐസോട്ടോപ്പുകളുടെ മാസുകൾ 235, 238 യൂണിറ്റുകളാണ്. യുറേനിയം ഹെക്സാഫ്ളൂറൈഡ് വാതകത്തിൽ ഇവരണ്ടും അടങ്ങിയിരിക്കും. എങ്കിൽ കൂടിയ ശരാശരിവേഗം ഏതിനായിരിക്കും? ഫ്ളൂറിന്റെ അറ്റോമിക മാസ് 19 യൂണിറ്റായാൽ ഏത് താപനിലയ്ക്കും അനുയോജ്യമായ വേഗങ്ങളുടെ ശതമാന വ്യതിയാനം നിർണയിക്കുക.

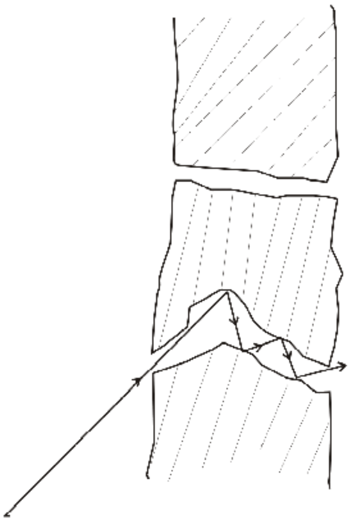
ഉത്തരം: ഒരു സ്ഥിരതാപനിലയിൽ ശരാശരി ഊർജം $\frac{1}{2} m \langle v^2 \rangle$ ഒരു സ്ഥിര സംഖ്യയാണ്. അതിനാൽ തൻമാത്രയുടെ മാസ് ചെറുതാണെങ്കിൽ വേഗം കൂടുതലായിരിക്കും. വേഗങ്ങളുടെ ഹരണഫലം മാസുകളുടെ ഹരണഫലത്തിന്റെ സ്ക്വയർ റൂട്ടിന് വിപരീതാനുപാതത്തിലായിരിക്കും. മാസുകൾ യഥാക്രമം 349, 352 യൂണിറ്റുകളാണ്.

$$v_{349}/v_{352} = (352/349)^{1/2} = 1.0044\,.$$

അതിനാൽ വ്യത്യാസം $\frac{\Delta V}{V} = 0.44\,\%$.

ന്യൂക്ലിയർ ഫിഷന് ആവശ്യമായ ഐസോട്ടോപ്പാണ് ^{235}U. പ്രകൃതിയിൽ സുലഭമായി കാണപ്പെടുന്ന ഐസോട്ടോപ്പിൽ നിന്ന് ഇതിനെ വേർതിരിക്കുവാൻ ആ മിശ്രിതത്തിനെ ചുറ്റി ഒരു പോറസ് സിലിണ്ടർ നിർമിക്കുന്നു. പോറസ് സിലിണ്ടർ കനമുള്ളതും ഇടുങ്ങിയതും തൽഫലമായി തൻമാത്രകൾക്ക് ഒറ്റയ്ക്ക് സ്വതന്ത്രമായി സഞ്ചരിക്കാനും ഇതിന്റെ ഭിത്തിയുമായി കൂട്ടിയിടിക്കാനും സാധിക്കുന്നതുമാണ്. വേഗതകൂടിയ തൻമാത്രകൾ വേഗതകുറഞ്ഞവയേക്കാൾ കൂടുതലായി സിലിണ്ടറിന് വെളിയിൽ വരുന്നു. പോറസ് സിലിണ്ടറിന്റെ ബാഹ്യഭാഗത്ത് കൂടുതലായി ഭാരം കുറഞ്ഞ തൻമാത്രകൾ കാണപ്പെടുന്നു. (ചിത്രം 13.5). ഈ രീതിക്ക് ക്ഷമത തീരെ കുറവായതിനാൽ കൂടുതൽ തവണ ഈ പ്രവർത്തനം ആവർത്തിക്കേണ്ടതുണ്ട്.

വാതകങ്ങൾ ഡിഫ്യൂസ് ചെയ്യുമ്പോൾ അവയുടെ ഡിഫ്യൂഷൻ നിരക്ക് മാസുകളുടെ സ്ക്വയർ റൂട്ടിന് വിപരീതാനുപാതത്തിലാണ് (പരിശീലന പ്രശ്നം 13.12 കാണുക). മുകളിലെ ഉത്തരത്തിൽ നിന്ന് ഇതിന്റെ ചിത്രീകരണം അനുമാനിക്കാമോ.



ചിത്രം 13.5 തന്മാത്രകൾ ഒരു പോറസ് ഭിത്തിയിൽ കൂടി പോകുന്നു.

▶ **ഉദാഹരണം 13.7:**

(a) ഒരു തൻമാത്ര (അഥവാ ഇലാസ്തിക ബോൾ) ഭിത്തിയിൽ തട്ടി അതേ വേഗത്തിൽ തിരികെവരുന്നു. ഒരു പന്ത് ഭാരമുള്ളതും സ്ഥിരമായി ഇരിക്കുന്നതുമായ ഒരു ബാറ്റിലിടിക്കുമ്പോഴും ഇത് തന്നെ സംഭവിക്കുന്നു. എന്നാൽ ബോളിനടുത്തേയ്ക്ക് നീങ്ങുന്ന ഒരു ബാറ്റിൽ വന്നിടിക്കുമ്പോൾ വേഗത വ്യത്യാസപ്പെടുന്നു. ഇവിടെ വേഗത കുറയുമോ അതോ കൂടുമോ. പന്തിന്റെ ചലനം വേഗമേറിയതോവേഗം കുറഞ്ഞതോ ആണോ. (അധ്യായം 6ൽ ഇലാസ്തിക കൊളീഷനുകളെപ്പറ്റി പ്രതിപാദിച്ചിട്ടുണ്ട്)

(b) ഒരു സിലിണ്ടറിലെ വാതകത്തെ പിസ്റ്റൺ താഴ്ത്തി സമ്മർദ്ദനത്തിന് വിധേയമാക്കിയാൽ അതിന്റെ താപനില ഉയരുന്നു. മുകളിലെ (a) ഉപയോഗിച്ച് ഗതികസിദ്ധാന്തത്തിന്റെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ ഇതിന്റെ വിശദീകരണം കണ്ടെത്താമോ?

(c) മർദ്ദത്തിന് വിധേയമായ ഒരു വാതകം പിസ്റ്റണിനെ പുറകോട്ട് തള്ളുകയും വികസിക്കുകയും ചെയ്യുന്നു. നിങ്ങൾക്ക് എന്ത് നിരീക്ഷിക്കാൻ കഴിയും?

(d) സച്ചിൻ തെണ്ടുൽക്കർ ഭാരമുള്ള ക്രിക്കറ്റ് ബാറ്റ് കളിയിൽ ഉപയോഗിച്ചിരുന്നു. ഇത് ഏതെങ്കിലും തരത്തിൽ അദ്ദേഹത്തെ സഹായിച്ചിരുന്നുവോ?

ഉത്തരം: (a) സ്റ്റംപിനെ അപേക്ഷിച്ച് പന്തിന്റെ വേഗത u ആണെന്നിരിക്കട്ടെ. സ്റ്റംപിനെ അപേക്ഷിച്ച് ബാറ്റ് v വേഗത്തിൽ പന്തിനടുത്തേക്ക് നീങ്ങുന്നു. ബാറ്റിനെ അപേക്ഷിച്ച് പന്തിന്റെ ആപേക്ഷികവേഗ $v + u$ ആണ്. പന്ത് തിരികെ വരുമ്പോൾ ബാറ്റിനെ അപേക്ഷിച്ചുള്ള വേഗം $v + (v+u) = 2v + u$ ഉം ബാറ്റിൽ നിന്ന് അകന്നുപോകുന്ന തരത്തിലുമാണ്. അതിനാൽ വിക്കറ്റിനെ അപേക്ഷിച്ച് തിരിച്ചുപോകുന്ന പന്തിന്റെ ആപേക്ഷിക വേഗം സ്റ്റംപിൽ നിന്ന് അകന്നു പോകുന്ന രൂപത്തിലുമാണ്. അതിനാൽ ബാറ്റുമായുള്ള കൂട്ടിയിടിക്കുശേഷം പന്തിന്റെ വേഗത വർദ്ധിക്കുന്നു. ബാറ്റ് ഭാരമുള്ളതല്ലെങ്കിൽ പന്തിന്റെ തിരികെ വരുന്ന വേഗം u വിനേക്കാൾ കുറവായിരിക്കും. ഒരു തൻമാത്രയെ സംബന്ധിച്ച് അതിന്റെ താപനിലയിലെ വർദ്ധനവാണിത് സൂചിപ്പിക്കുന്നത്. (a) എന്ന ഉത്തരത്തിന്റെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ (b) (c) (d) എന്നിവയുടെ ഉത്തരം നിങ്ങൾക്കെഴുതാൻ കഴിയും. (കുറിപ്പ് : പിസ്റ്റൺ →ബാറ്റ്, സിലിണ്ടർ →വിക്കറ്റ്, തൻമാത്ര → പന്ത്). ◀

13.5 ഊർജത്തിന്റെ സമഭാഗീകരണനിയമം (LAW OF EQUIPARTITION OF ENERGY)

ഒരു ഒറ്റ തന്മാത്രയുടെ ഗതികോർജം,

$$\varepsilon_t = \frac{1}{2}mv_x^2 + \frac{1}{2}mv_y^2 + \frac{1}{2}mv_z^2 \qquad (13.22)$$

T എന്ന താപനിലയിൽ താപീയ സന്തുലിതാവസ്ഥയിലുള്ള ഒരു വാതകത്തിന്റെ ഊർജത്തിന്റെ ശരാശരി മൂല്യത്തെ $<\varepsilon_t>$ എന്നു സൂചിപ്പിച്ചിരിക്കുന്നു. $<\varepsilon_t>$ ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന സമവാക്യം കൊണ്ടെഴുതാം

$$\langle \varepsilon_t \rangle = \left\langle \frac{1}{2}mv_x^2 \right\rangle + \left\langle \frac{1}{2}mv_y^2 \right\rangle + \left\langle \frac{1}{2}mv_z^2 \right\rangle = \frac{3}{2}k_BT \qquad (13.23)$$

അഭിലഷണീയമായ ഒരു ദിശയില്ലാത്തതിനാൽ, സമവാക്യം (13.23) പ്രകാരം,

$$\left\langle \frac{1}{2}\, mv_x^2 \right\rangle = \frac{1}{2}\, k_BT \;,\; \left\langle \frac{1}{2}\, mv_y^2 \right\rangle = \frac{1}{2}\, k_BT \,,$$

$$\left\langle \frac{1}{2}\, mv_z^2 \right\rangle = \frac{1}{2}\, k_BT \qquad (13.24)$$

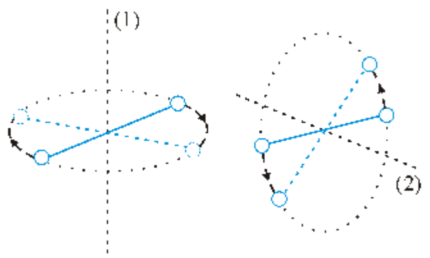
സ്വതന്ത്രമായി ചലിക്കുന്ന ഒരു തന്മാത്രയുടെ സ്ഥാനം സൂചിപ്പിക്കാൻ മൂന്ന് അക്ഷങ്ങൾ ആവശ്യമാണ്. തന്മാത്രയുടെ ചലനം ഒരു തലത്തിലാണെങ്കിൽ രണ്ടു അക്ഷങ്ങൾ മതി. ഒരു രേഖയിലൂടെയാണ് ചലിക്കുന്നതെങ്കിൽ അതിന്റെ സ്ഥാനം നിർണയിക്കുവാൻ ഒരക്ഷം മതി. ഇത് മറ്റൊരു രീതിയിൽ സൂചിപ്പിക്കാൻ കഴിയും. ഒരു രേഖ

* ആറ്റങ്ങളെ തമ്മിൽ ബന്ധിപ്പിക്കുന്ന അക്ഷത്തെ ആധാരമാക്കിയുള്ള കറക്കത്തിന് വളരെ ചെറിയ മൊമെന്റ് ഓഫ് ഇനേർഷ്യയേയുള്ളൂ. അതുകൊണ്ട് ക്വാണ്ടം ബലതന്ത്ര കാരണങ്ങളാൽ ഇവിടെ പ്രവർത്തിക്കുന്നില്ല. ഭാഗം 13.6 ന്റെ അവസാന ഭാഗം കാണുക.

യിലൂടെയുള്ള ചലനമാണെങ്കിൽ അതിന് ഒരു ഡിഗ്രി ഓഫ് ഫ്രീഡം ഉണ്ടെന്നും, ഒരു തലത്തിലുള്ള ചലനത്തിന് രണ്ടു ഡിഗ്രി ഓഫ് ഫ്രീഡം ഉണ്ടെന്നും, സ്പേസിലാണ് ചലനമെങ്കിൽ അതിന് മൂന്നു ഡിഗ്രി ഓഫ് ഫ്രീഡം ഉണ്ടെന്നും നമുക്ക് പറയാം. ഒരു വസ്തു പൂർണമായും ഒരു ബിന്ദുവിൽ നിന്നും മറ്റൊന്നിലേയ്ക്ക് മാറ്റപ്പെടുന്ന ചലനത്തെ സ്ഥാനാന്തര ചലനം എന്നു പറയുന്നു. അതിനാൽ, സ്പേസിൽ സ്വതന്ത്രമായി ചലിക്കാൻ കഴിയുന്ന ഒരു തന്മാത്രയ്ക്ക് മൂന്ന് സ്ഥാനാന്തര ഡിഗ്രി ഓഫ് ഫ്രീഡം ഉണ്ട്. ഓരോ സ്ഥാനാന്തര ഡിഗ്രി ഓഫ് ഫ്രീഡവും ചലനത്തിന്റെ ഏതെങ്കിലും ചരത്തിന്റെ വർഗ്ഗം ഉൾക്കൊള്ളുന്ന പദം നൽകുന്നു. ഉദാ: $\frac{1}{2} m v_x^2$. സമാനപദങ്ങൾ, v_y ഉം v_z ഉം ഉണ്ട്. താപീയ സന്തുലിതാവസ്ഥയിൽ അതേപോലുള്ള ഓരോ പദത്തിന്റെയും ശരാശരി വില $\frac{1}{2} k_B T$ ആണെന്ന് സമവാക്യം (13.24) ൽ കണ്ടിട്ടുള്ളതാണ്.

ആർഗണിനെപ്പോലെ ഏക അറ്റോമിക വാതക തന്മാത്രകൾക്ക് സ്ഥാനാന്തര ഡിഗ്രി ഓഫ് ഫ്രീഡം മാത്രമേ കാണുകയുള്ളൂ. എന്നാൽ O_2 അല്ലെങ്കിൽ N_2 പോലെയുള്ള ദ്വയാറ്റോമിക തന്മാത്രകളുടെ കാര്യമോ? O_2 ന്റെ ഒരു തന്മാത്രയ്ക്ക് മൂന്ന് സ്ഥാനാന്തര ഡിഗ്രി ഓഫ് ഫ്രീഡം ഉണ്ട്. എന്നാൽ ഇത് കൂടാതെ ഈ തന്മാത്രയ്ക്ക് അതിന്റെ സെന്റർ ഓഫ് മാസിനെ അടിസ്ഥാനമാക്കി കറങ്ങുന്നതിനും കഴിയുന്നു. ചിത്രം 13.6 ൽ രണ്ട് ഓക്സിജൻ ആറ്റങ്ങളെ തമ്മിൽ യോജിപ്പിക്കുന്ന അക്ഷത്തിന് ലംബമായ 1, 2 എന്നീ സ്വതന്ത്രമായ രണ്ടു പരിക്രമണ അക്ഷങ്ങൾ കാണിച്ചിരിക്കുന്നു. ഈ രണ്ടു അക്ഷങ്ങളെ അടിസ്ഥാനമാക്കി തന്മാത്രയ്ക്ക് കറങ്ങാൻ കഴിയും.* അതിനാൽ തന്മാത്രയ്ക്ക് രണ്ടു പരിക്രമണ ഡിഗ്രി ഓഫ് ഫ്രീഡവും ഉണ്ട്. ഇവ ഓരോന്നും സ്ഥാനാന്തര ഊർജം ε_t , പരിക്രമണ ഊർജം ε_r എന്നിവ ഉൾക്കൊള്ളുന്ന ഒരു പദം കൂടി ആകെ ഊർജത്തിന് പ്രദാനം ചെയ്യുന്നു.

$$\varepsilon_t + \varepsilon_r = \frac{1}{2} m v_x^2 + \frac{1}{2} m v_y^2 + \frac{1}{2} m v_z^2 + \frac{1}{2} I_1 \omega_1^2 + \frac{1}{2} I_2 \omega_2^2 \quad (13.25)$$



ചിത്രം 13.6 ഒരു ദ്വയാറ്റോമിക തന്മാത്രയുടെ സ്വതന്ത്രങ്ങളായ രണ്ടു പരിക്രമണ അക്ഷങ്ങൾ

ഇവിടെ ω_1 എന്നിവ 1, 2 അക്ഷങ്ങളെ അടിസ്ഥാനമാക്കിയുള്ള കോണീയ വേഗതകളും I_1, I_2 എന്നിവ തത്തുല്യ മൊമന്റ് ഓഫ് ഇനേർഷ്യകളുമാണ്. ഓരോ പരിക്രമണ ഡിഗ്രി ഓഫ് ഫ്രീഡവും പരിക്രമണ ചലനത്തിന്റെ ചരത്തിന്റെ വർഗ്ഗം ഉൾപ്പെടുന്ന ഒരു പദത്തെ ഊർജത്തിന് പ്രദാനം ചെയ്യുന്നു.

മുകളിൽ പറഞ്ഞിരിക്കുന്നതിൽ O_2 തന്മാത്രയെ ഒരു റിജിഡ് റൊട്ടേറ്റർ (Rigid rotator) ആയിട്ടാണ് സങ്കൽപ്പിച്ചിരിക്കുന്നത്. അതായത് തന്മാത്ര കമ്പനം ചെയ്യുന്നില്ല. ഈ അനുമാനം O_2 നെ സംബന്ധിച്ചിടത്തോളം (മിതമായ താപനിലയിൽ) ശരിയാകുമെങ്കിലും, എല്ലായ്പ്പോഴും ശരിയാകണമെന്നില്ല. എന്നാൽ CO പോലുള്ള തന്മാത്രകൾ മിതമായ താപനിലകളിൽ പോലും ഒരു തരം കമ്പനം കാണിക്കുന്നു. അതായത് ഇതിന്റെ ആറ്റങ്ങൾ ഒരു ഏകമാന ഓസിലേറ്റർ പോലെ ആറ്റങ്ങളെ തമ്മിൽ യോജിപ്പിക്കുന്ന അക്ഷത്തിലൂടെ ദോലനം ചെയ്യുകയും ആകെ ഊർജത്തിന് ഒരു കമ്പന ഊർജ പദം ε_v യെ സംഭാവന നൽകുകയും ചെയ്യുന്നു:

$$\varepsilon_v = \frac{1}{2} m \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \frac{1}{2} k y^2$$

$$\varepsilon = \varepsilon_t + \varepsilon_r + \varepsilon_v \quad (13.26)$$

ഇവിടെ k എന്നത് ഓസിലേറ്ററിന്റെ ബലസ്ഥിരാങ്കവും y കമ്പന നിർദ്ദേശാങ്കവും ആകുന്നു.

സമവാക്യം (13.26) ലെ കമ്പന ഊർജ പദങ്ങൾ y, dy/dt എന്നീ കമ്പന ചരങ്ങളുടെ വർഗ്ഗ പദങ്ങൾ ഉൾക്കൊള്ളുന്നു.

ഈ ഘട്ടത്തിൽ സമവാക്യം (13.26) ന്റെ ഒരു പ്രധാനപ്പെട്ട സവിശേഷത ശ്രദ്ധിക്കുക. സ്ഥാനാന്തര പരിക്രമണ ഡിഗ്രി ഓഫ് ഫ്രീഡങ്ങൾ സമവാക്യം (13.26) ൽ ഒരു വർഗ്ഗപദത്തെ പ്രദാനം ചെയ്യുമ്പോൾ, ഒരു കമ്പന രീതി രണ്ട് 'വർഗ്ഗപദങ്ങളെ' പ്രദാനം ചെയ്യുന്നു: ഗതികോർജവും സ്ഥിതികോർജവും.

ഊർജത്തിന്റെ ഈ സമവാക്യത്തിൽ ലഭിക്കുന്ന ഓരോ ദ്വിമാന പദവും തന്മാത്രയുടെ ഊർജ ആഗിരണ രീതിയാണ്. T എന്ന അബ്സൊല്യൂട്ട് താപനിലയിൽ താപസന്തുലനാവസ്ഥയിലുള്ള ഓരോ സ്ഥാനാന്തര ചലന രീതിയ്ക്കും $\frac{1}{2} k_B T$ ശരാശരി ഊർജം ഉണ്ടെന്ന് നാം കണ്ടതാണല്ലോ. ക്ലാസ്സിക്കൽ സ്റ്റാറ്റിസ്റ്റിക്കൽ ബലതന്ത്രത്തിലെ ഏറ്റവും വിശിഷ്ടമായ തത്ത്വം (മാക്സ്വെൽ ഇത് ആദ്യമായി തെളിയിച്ചു) പറയുന്നത് സ്ഥാനാന്തര ചലനം, പരിക്രമണ ചലനം, കമ്പന ചലനം എന്നിവയുമായി ബന്ധപ്പെട്ട് ഇതേ പോലെ ഓരോ ശരാശരി ഊർജനിലകൾ ഉണ്ടായിരിക്കും എന്നാണ്. അതായത് സ്ഥാനാന്തര, പരിക്രമണ കമ്പന രീതികളിൽ സന്തുലിതാവസ്ഥയിൽ, സാധ്യമായ എല്ലാ ഊർജ രീതികളിലും ആകെ ഊർജം തുല്യമായി വിതരണം ചെയ്തിരിക്കുന്നു. ഓരോ ഊർജ രീതിയിലേയും ശരാശരി ഊർജം $\frac{1}{2} k_B T$ യ്ക്ക് തുല്യമാണ്. ഇത് ഊർജത്തിന്റെ സമഭാഗീകരണ

നിയമം (Law of equipartition of energy) എന്നറിയപ്പെടുന്നു. ഇതനുസരിച്ച് ഒരു തന്മാത്രയുടെ ഓരോ സഞ്ചാരാന്തര, പരിക്രമണ ഡിഗ്രി ഓഫ് ഫ്രീഡവും ഊർജത്തിന് ½ k_BT ഊർജം വീതം പ്രദാനം ചെയ്യുന്നു. ഓരോ കമ്പന രീതിയ്ക്കും ഗതികോർജം, സ്ഥിതികോർജം എന്നീ രണ്ടു ഊർജരീതികളുള്ളതിനാൽ ഓരോ കമ്പന ആവൃത്തിയും $2 \times \frac{1}{2} k_BT = k_BT$ ഊർജം പ്രദാനം ചെയ്യുന്നു.

ഊർജസമഭാഗീകരണ നിയമത്തിന്റെ തെളിവ് ഈ പുസ്തകത്തിന്റെ പരിമിതിക്കപ്പുറമാണ്. ഇവിടെ നാം വാതകങ്ങളുടെ വിശിഷ്ടതാപധാരിത സൈദ്ധാന്തികമായി പ്രവചിക്കാനായി ഈ നിയമം ഉപയോഗിക്കുന്നു. ഇതുപയോഗിച്ച് ഖരങ്ങളുടെ വിശിഷ്ടതാപധാരിതയെക്കുറിച്ച് നമുക്ക് ഇനി ചർച്ച ചെയ്യാം.

13.6 വിശിഷ്ടതാപധാരിത (Specific heat capactiy)

13.6.1 ഏകാറ്റോമിക വാതകങ്ങൾ (monoatomic gases)

ഏകാറ്റോമിക തന്മാത്രകൾ ഉള്ള ഒരു വാതകത്തിലെ തന്മാത്രകൾക്ക് 3 സഞ്ചാരാന്തര ഡിഗ്രിസ് ഓഫ് ഫ്രീഡം (degrees of freedom) ഉണ്ട്. അതിനാൽ ഒരു തന്മാത്രയുടെ T എന്ന താപനിലയിലെ ശരാശരി ഊർജം $(3/2)k_BT$ ആയിരിക്കും. അപ്പോൾ ഇത്തരം ഒരു മോൾ വാതകത്തിന് ആന്തരിക ഊർജം

$$U = \frac{3}{2} k_BT \times N_A = \frac{3}{2} R \text{ ആണ്} \quad (13.27)$$

ഒരു സ്ഥിര ഉള്ളളവിലുള്ള മോളാർ വിശിഷ്ട താപധാരിത C_v എന്നത്

$$C_v \text{ (ഏകാറ്റോമിക വാതകത്തിന്)} = \frac{dU}{dT} = \frac{3}{2} R \quad (13.28)$$

ഒരു മാതൃകാവാതകത്തിന്

$$C_p - C_v \quad R \quad (13.29)$$

ഇവിടെ C_p എന്നത് സ്ഥിരം മർദ്ദത്തിലുള്ള മോളാർ വിശിഷ്ടതാപധാരിതയാണ്

അപ്പോൾ

$$C_p = \frac{5}{2} R \quad (13.30) \text{ എന്ന് ലഭിക്കും}$$

ഈ വിശിഷ്ടതാപധാരിതകളുടെ അനുപാതം

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{5}{3} \quad (13.31) \text{ ആണ്}$$

13.6.2 ദ്വയാറ്റോമിക വാതകങ്ങൾ (Diatomic molecules)

മുൻഭാഗങ്ങളിൽ വിശദീകരിച്ചതനുസരിച്ച് ഒരു ദ്വയാറ്റോമിക തന്മാത്രയെ ഡംബെൽ പോലുള്ളതും, ഭ്രമണം ചെയ്യാൻ കഴിവുള്ളതുമായ ദൃഢ വസ്തുവായി പരിഗണിക്കാം. ഇവയ്ക്ക് 5 ഡിഗ്രി ഓഫ് ഫ്രീഡം ഉണ്ട്. 3 സഞ്ചാരാന്തര ഡിഗ്രിസ് ഓഫ് ഫ്രീഡവും, 2 ഭ്രമണ ഡിഗ്രിസ് ഓഫ് ഫ്രീഡവും. ഊർജത്തിന്റെ സമഭാഗീകരണ നിയമം അനുസരിച്ച് ഇത്തരം ഒരു മോൾ വാതകത്തിന് ആകെ ആന്തരിക ഊർജം

$$U = \frac{5}{2} k_BT \times N_A = \frac{5}{2} RT \quad (13.32)$$

അപ്പോൾ മോളാർ വിശിഷ്ട താപധാരിത

$$C_v \text{ (ദ്വയാറ്റോമിക വാതകത്തിന്)} = \frac{5}{2} R, \; C_p = \frac{7}{2} R \quad (13.33)$$

$$\gamma \text{ (ദൃഢദ്വയാറ്റോമിക തന്മാത്രയ്ക്ക്)} = \frac{7}{5} \quad (13.34)$$

ദ്വയാറ്റോമിക തന്മാത്ര ദൃഢമല്ലാത്തതും കമ്പനം ചെയ്യാൻ കഴിവുള്ളതും ആണെങ്കിൽ

$$U = \left(\frac{5}{2} k_BT + k_BT\right) N_A = \frac{7}{2} RT$$

$$C_v = \frac{7}{2} R, \; C_p = \frac{9}{2} R, \; \gamma = \frac{9}{7} \quad (13.35)$$

13.6.3 ബഹു അറ്റോമിക വാതകങ്ങൾ (Poly atomic gases)

പൊതുവായി പറഞ്ഞാൽ ഒരു ബഹുഅറ്റോമിക് തന്മാത്രയ്ക്ക് 3 സഞ്ചാരാന്തരപരവും 3 ഭ്രമണപരവും ആയ ഡിഗ്രിസ് ഓഫ് ഫ്രീഡം ഉണ്ട്. കൂടാതെ f എണ്ണം കമ്പന ചലനവും ഉണ്ട്. ഊർജ സമഭാഗീകരണ നിയമം അനുസരിച്ച് ഇത്തരം ഒരു മോൾ വാതകത്തിന്

$$U = \left(\frac{3}{2} k_BT + \frac{3}{2} k_BT + f\, k_BT\right) N_A$$

അതായത് $C_v = (3 + f) R$, $C_p = (4 + f) R$,

$$\gamma = \frac{(4 + f)}{(3 + f)} \quad (13.36)$$

$C_p - C_v \quad R$ എന്നത് എല്ലാ മാതൃകാ വാതകങ്ങൾക്കും (ഏക, ദ്വയ, ബഹു ആറ്റോമിക വാതകങ്ങൾ) ബാധകമാണെന്ന് ഓർക്കുക.

വാതകങ്ങളുടെ കമ്പന ചലനം അവഗണിച്ചുകൊണ്ട് പ്രവചിക്കപ്പെട്ട വിശിഷ്ടതാപധാരിതകളുടെ വിലകൾ പട്ടിക 13.1 ൽ തന്നിരിക്കുന്നു.

വാതകത്തിന്റെ സ്വഭാവം	C_v (J mol^{-1} K^{-1})	C_p (J mol^{-1} K^{-1})	$C_p - C_v$ (J mol^{-1} K^{-1})	γ
ഏകാറ്റോമികം	12.5	20.8	8.31	1.67
ദ്വയാറ്റോമികം	20.8	29.1	8.31	1.40
ത്രയാറ്റോമികം	24.93	33.24	8.31	1.33

പട്ടിക 13.1 വാതകങ്ങളുടെ വിശേഷ താപധാരികളുടെ പ്രവചിക്കപ്പെട്ട മൂല്യങ്ങൾ

ഈ വിലകൾ പരീക്ഷണങ്ങളിൽ നിന്നും ലഭിച്ച പട്ടിക 13.2 സൂചിപ്പിച്ചിരിക്കുന്ന വിശിഷ്ടതാപധാരിതകളുടെ വിലകളുമായി വളരെ അടുത്തു നിൽക്കുന്നു എന്ന് കാണാൻ സാധിക്കും.

വാതകങ്ങളിന്റെ സ്വഭാവം	വാതക:	C_v ($J\,mol^{-1}\,K^{-1}$)	C_p ($J\,mol^{-1}\,K^{-1}$)	$C_p - C_v$ ($J\,mol^{-1}\,K^{-1}$)	γ
ഏകാറ്റോമികം	He	12.5	20.8	8.30	1.66
ഏകാറ്റോമികം	Ne	12.7	20.8	8.12	1.64
ഏകാറ്റോമികം	Ar	12.5	20.8	8.30	1.67
ദ്വയാറ്റോമികം	H_2	20.4	28.8	8.45	1.41
ദ്വയാറ്റോമികം	O_2	21.0	29.3	8.32	1.40
ദ്വയാറ്റോമികം	N_2	20.8	29.1	8.32	1.40
ത്രയാറ്റോമികം	H_2O	27.0	35.4	8.35	1.31
ബഹുആറ്റോമികം	CH_4	27.1	35.4	8.36	1.31

പട്ടിക 13.2 വാതകങ്ങളുടെ അളന്ന് കണക്കാക്കിയ വിശിഷ്ടതാപധാരിതകളുടെ വിലകൾ

Cl_2, C_2H_6 തുടങ്ങിയ ചില ബഹു ആറ്റോമിക വാതകങ്ങളുടെ (ഇവയെ പട്ടികയിൽ ചേർത്തിട്ടില്ല) വിശിഷ്ട താപധാരിതകളുടെ പ്രവചിക്കപ്പെട്ട വിലകളും പരീക്ഷണങ്ങൾ വഴി കണ്ടെത്തിയ വിലകളും തമ്മിൽ വലിയ അന്തരമുണ്ടെന്നത് അവഗണിക്കാനും കഴിയില്ല. ഇത്തരം വാതകങ്ങളുടെ പരീക്ഷണങ്ങൾ വഴി ലഭിച്ച വിശിഷ്ട താപധാരിത (പട്ടിക 13.1) സൂചിപ്പിച്ചിരിക്കുന്ന വിലകളേക്കാൾ കൂടുതലാണ്. തന്മാത്രകളുടെ കമ്പന ചലനം കൂടി പരിഗണിച്ചാൽ വിലകൾ ശരിയായി കണക്കാക്കാൻ കഴിയും. ഇപ്രകാരം ഊർജസമഭാഗീകരണ നിയമത്തെ സാധാരണ താപനിലകളിൽ പരീക്ഷണങ്ങളിലൂടെ സ്ഥാപിക്കാൻ സാധിച്ചിട്ടുണ്ട്.

ഉദാഹരണം 13.8 ഒരു നിശ്ചിത ഉള്ളളവുള്ള സിലിണ്ടറിൽ സാധാരണ മർദത്തിലും താപനിലയിലും 44.8 ലിറ്റർ ഹീലിയം വാതകം അടങ്ങിയിരിക്കുന്നു. സിലിണ്ടറിലെ വാതകത്തിന്റെ താപനില 15.0 °C ഉയർത്തുവാനാവശ്യമായ താപത്തിന്റെ അളവെന്ത്? ($R = 8.31\ J\,mol^{-1}K^{-1}$).

ഉത്തരം: $PV = \mu RT$ എന്ന ആദർശ സമവാക്യത്തിൽ നിന്നും സാധാരണ താപനിലയിലും മർദത്തിലുമുള്ള ഏതൊരു വാതകത്തിന്റെ ഒരു മോളിനും 22.4 ലിറ്റർ വ്യാപ്തം ഉണ്ടായിരിക്കും. ഈ സാർവിക ഉള്ളളവിനെ മോളാർ ഉള്ളളവ് എന്നു വിളിക്കുന്നു. ഈ ഉദാഹരണത്തിലെ സിലണ്ടറിൽ രണ്ടുമോൾ ഹീലിയം അടങ്ങിയിരിക്കുന്നു. ഹീലിയം ഏകാറ്റോമികമായതിനാൽ സ്ഥിര ഉള്ളളവിലെ മോളാർ വിശിഷ്ടതാപധാരിത $C_v = (3/2)R$ ഉം സ്ഥിരമർദ്ദത്തിലെ മോളാർ വിശിഷ്ടതാപം $C_p = (5/2)R$ ഉം ആണ്. സിലിണ്ടറിന്റെ ഉള്ളളവ് സ്ഥിരമായതിനാൽ ആവശ്യമായ താപത്തിന്റെ വില തീരുമാനിക്കുന്നത് C_v യാണ്. അതിനാൽ ആവശ്യമായ താപം = മോളുകളുടെ എണ്ണം × മോളാർ വിശിഷ്ടതാപം താപനിലയിലെ വർദ്ധനവ്.

$$= 2 \times 1.5R \times 15.0 = 45R$$

$$= 45 \times 8.31 = 374\ J.$$

13.6.4 ഖരപദാർഥങ്ങളുടെ വിശിഷ്ട താപധാരിത (Specific heat capactiy of solids)

ഖരപദാർഥങ്ങളുടെ വിശിഷ്ടതാപധാരിത കണക്കാക്കുന്നതിന് നമുക്ക് ഊർജസമഭാഗീകരണ നിയമം ഉപയോഗപ്പെടുത്താവുന്നതാണ്. N എണ്ണം ആറ്റങ്ങൾ അടങ്ങിയ ഒരു ഖരപദാർഥം പരിഗണിക്കുക. ഇതിലെ ഒരോ ആറ്റവും സംതുലനബിന്ദുവിനെ ആസ്പദമാക്കി കമ്പനം ചെയ്യുന്നുണ്ട്. ഏകമാനത്തിലെ ഒരു ദോലനത്തിന്റെ ശരാശരി ഊർജം $2 \times ½\, k_BT = k_BT$ ആണ്. ഖരപദാർഥത്തിന്റെ ഒരുമോളിൽ $N = N_A$ ആറ്റങ്ങളുണ്ട്. അതിനാൽ ആകെ ഊർജം

$$U = 3\ k_BT \times N_A = 3RT$$

സ്ഥിര മർദ്ദത്തിൽ

$$\Delta Q = \Delta U + P\Delta V = \Delta U$$

ഖരപദാർഥങ്ങൾക്ക് ΔV വളരെ ചെറുതായതിനാൽ അതിനെ ഒഴിവാക്കിയിരിക്കുന്നു. അപ്പോൾ

$$C = \frac{\Delta Q}{\Delta T} = \frac{\Delta U}{\Delta T} = 3R \qquad (13.37)$$

വസ്തു	വിശേഷ താപധാരിത ($J\,kg^{-1}\,K^{-1}$)	മോളാർ വിശേഷ താപധാരിത Molar specific Heat($J\,mol^{-1}K^{-1}$)
അലുമിനിയം	900.0	24.4
കാർബൺ	506.5	6.1
കോപ്പർ	386.4	24.5
ലെഡ്	127.7	26.5
സിൽവർ	236.1	25.5
ടങ്സ്റ്റൺ	134.4	24.9

പട്ടിക 13.3 പ്രകാരം തന്നിരിക്കുന്ന പ്രവചിക്കപ്പെട്ട വിലകൾ സാധാരണ താപനിലയിൽ പരീക്ഷണങ്ങളിലൂടെ ലഭിച്ച വിലകളുമായി ഒത്തു പോകുന്നതായി കാണാം. കാർബൺ മാത്രമേ ഇതിന് ഒരു അപവാദമാകുന്നുള്ളൂ.

13.6.5 ജലത്തിന്റെ വിശിഷ്ടതാപധാരിത (Specific heat capactiy of water)

നമുക്കു ജലത്തെ ഒരു ഖരവസ്തുവായി പരിഗണിക്കാം. ഓരോ ആറ്റത്തിനും ശരാശരി ഊർജം $3k_BT$ ആണ്. ജലതന്മാത്രയിൽ മൂന്ന് ആറ്റങ്ങളുണ്ട്. രണ്ട് ഹൈഡ്രജൻ ആറ്റങ്ങളും ഒരു ഓക്സിജൻ ആറ്റവും. അതിനാൽ $U = 3 \times 3k_BT \times N_A = 9RT$, അതുപോലെ $C = \Delta Q/\Delta T = \Delta U/\Delta T = 9R$ ഇവിടെ നിരീക്ഷണങ്ങളിൽ നിന്നും ലഭിച്ച വിലയുമായി കണക്കാക്കപ്പെട്ട വില ഒത്തു പോകുന്നതായി കാണാം. കലോറി, ഗ്രാം, ഡിഗ്രി യൂണിറ്റുകളിൽ ജലത്തിന് വിശിഷ്ടതാപധാരിത 1 ആണെന്ന് നിർവചിച്ചിരിക്കുന്നു. ഒരു കലോറി = 4.179 ജൂൾ ആണ്. ജലത്തിന്റെ ഒരു മോൾ എന്നത് 18 ഗ്രാമാണ് അപ്പോൾ ഒരു

കാഴ്ചയിലെ വിശ്വാസം (Seeing is believing)

ആറ്റങ്ങളുടെ ചലനം നിങ്ങൾക്ക് കാണാൻ കഴിയുമോ? ഏകദേശം, എന്നാൽ കൃത്യമായില്ല. എന്നാൽ ഒരു പുഷ്പത്തിന്റെ പൂമ്പൊടിയുടെ വെള്ളത്തിലെ ചലനം നിങ്ങൾക്കു കാണാൻ കഴിയും. പൂമ്പൊടിയുടെ വലുപ്പം ഏകദേശം 10^{5} ആണ്. 1827 ൽ സ്കോട്ട്ലന്റിലെ സസ്യശാസ്ത്രകാരനായ റോബർട്ട് ബ്രൗൺ മൈക്രോ സ്കോപ്പിലൂടെ ജലത്തിൽ കിടക്കുന്ന പൂമ്പൊടിയെ നിരീക്ഷിച്ചപ്പോൾ അവ ഒരു സിഗ്സാഗ് രൂപത്തിൽ ക്രമരഹിത ചലനത്തിലേർപ്പെടുന്നതായി ശ്രദ്ധയിൽപെട്ടു.

ഈ പ്രതിഭാസത്തിന് ഒരു ലഘു വിശദീകരണം നൽകിയത് ഗതിക സിദ്ധാന്തമാണ്. ജലത്തിൽ കിടക്കുന്ന ഏതൊരു വസ്തുവിന്റെയും എല്ലാ വശങ്ങളിലും ജലതൻമാത്രകൾ വന്നിടിക്കുന്നു. തൻമാത്രകളുടെ ചലനം ക്രമരഹിതമായതിനാൽ വസ്തുവിന്റെ ഒരു വശത്ത് ഇടിക്കുന്ന തൻമാത്രകളുടെ തുല്യ എണ്ണം ഇടികൾ തന്നെ എതിർദിശയിലും ഉണ്ടാകുന്നു. ഈ തൻമാത്രാ കൊളീഷനുകളുടെ ചെറിയ വ്യത്യാസങ്ങൾ ഒഴിവാക്കാവുന്നതാണ്. നമുക്ക് വസ്തുവിന്റെ ചലനം ദർശിക്കാൻ സാധ്യമല്ല.

വസ്തു വളരെ ചെറുതും എന്നാൽ മൈക്രോസ്കോപ്പിലൂടെ കാണാൻ കഴിയുന്ന ആകൃതിയിലുള്ളതുമായാൽ ജലതൻമാത്രകളുടെ വ്യത്യസ്ത ദിശകളിലുള്ള സംഘട്ടനത്തിലെ വ്യത്യാസം തള്ളിക്കളയാവുന്നതല്ല. അതായത് മാധ്യമത്തിലെ തൻമാത്രകളുടെ തുടർച്ചയായ സംഘടനം മൂലം ഈ വസ്തുവിന് ലഭിക്കുന്ന ആവേഗങ്ങളുടെയും ടോർക്കുകളുടെയും തുകകൾ പൂജ്യമായിരിക്കുകയില്ല. അവിടെ ഒരു സഫലടോർക്കും ആവേഗവും ഉണ്ടാകുന്നു. അതിനാൽ ഈ വസ്തുക്രമരഹിതമായി സിഗ്സാഗ് മാതൃകയിൽ ചലിക്കുന്നു. ഈ ചലനമാണ് ബ്രൗണിയൻ ചലനമെന്ന് അറിയപ്പെടുന്നത്. കഴിഞ്ഞ 50 വർഷങ്ങളായി തൻമാത്രകളെ സ്കാനിംഗ് ടണലിംഗ് അല്ലെങ്കിൽ മറ്റു പ്രത്യേകതരം മൈക്രോസ്കോപ്പുകളുപയോഗിച്ച് നാം നിരീക്ഷിച്ചുകൊണ്ടിരിക്കുന്നു.

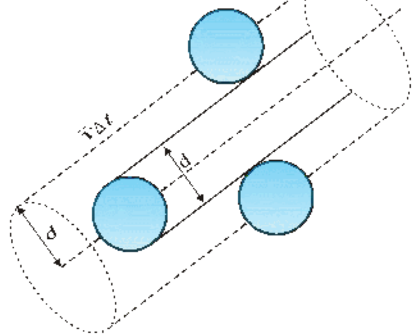
1987 ൽ അഹമ്മദ് സിവെയ്ൽ എന്ന അമേരിക്കയിൽ ജോലി ചെയ്തിരുന്ന ഈജിപ്ഷ്യൻ ശാസ്ത്രജ്ഞൻ തൻമാത്രികളെ മാത്രമല്ല അവയുടെ വിശദമായ പ്രതിപ്രവർത്തനങ്ങളും ദർശിച്ചു. ഫെർമോസെക്കന്റുകളുടെ പത്ത് മടങ്ങ് മാത്രം സമയത്തേക്ക് ലേസർ പ്രകാശത്തിന്റെ ഫ്ളാഷുപയോഗിച്ച് ഈ തൻമാത്രകളെ പ്രകാശിപ്പിച്ചും ഫോട്ടോ ഗ്രഫി ചെയ്തുമാണിതു മനസിലാക്കിയത്. രാസ ബന്ധനങ്ങളുടെ രൂപീകരണവും നാശനവും ഒരാൾക്ക് ഇങ്ങനെ മനസിലാക്കുവാൻ കഴിയും. ഇതിനെയാണ് യഥാർത്ഥ കാഴ്ചയെന്നതുകൊണ്ട് വിവക്ഷിക്കുന്നത്.

മോൾ ജലത്തിന്റെ താപധാരിത ~ 75 J mol^{-1} K^{-1} ~ 9R ആണ്. എന്നാൽ ആൽക്കഹോൾ അസറ്റോൺ തുടങ്ങിയ സങ്കീർണ്ണമായ തന്മാത്രകളിൽ ഇത്തരം കണക്കുകൂട്ടലുകൾ അവയുടെ ഡിഗ്രിസ് ഓഫ് ഫ്രീഡവുമായി ബന്ധപ്പെട്ടിരിക്കുന്നതിനാൽ കൂടുതൽ ദുഷ്കരമായി തീരുന്നു.

അവസാനമായി ഊർജ വിഭാഗീകരണ നിയമമുപയോഗിച്ച് വിശിഷ്ടതാപധാരിത കണ്ടെത്തുന്നതിന് ഒരു പ്രധാന നിരീക്ഷണം കൂടി പരിശോധിക്കാം. വളരെ കുറഞ്ഞ താപനിലകളിൽ വിശിഷ്ടതാപധാരിത പ്രവചിക്കപ്പെട്ടതിൽ നിന്നും വളരെയേറെ വ്യത്യാസപ്പെടുന്നതായി കണ്ടെത്തിയിട്ടുണ്ട്. T പൂജ്യത്തോടടുക്കുമ്പോൾ $T \rightarrow 0$ എല്ലാ പദാർത്ഥങ്ങളിലും വിശിഷ്ടതാപധാരിത പൂജ്യത്തോട് അടുക്കുന്നതായി കാണാം. ഇതിനുകാരണം താഴ്ന്ന താപനിലകളിൽ ഡിഗ്രി ഓഫ് ഫ്രീഡം നിലയ്ക്കുകയും നിശ്ചലമാവുകയും ചെയ്യുന്നതാണ്. ക്ലാസിക്കൽ ഭൗതികശാസ്ത്രത്തിൽ ഡിഗ്രിസ് ഓഫ് ഫ്രീഡം എല്ലായ്പ്പോഴും മാറ്റം ഇല്ലാതെ തുടരുന്നതായി കണക്കാക്കിയിരിക്കുന്നു. താഴ്ന്ന താപനിലകളിൽ വിശിഷ്ടതാപധാരിത ഉണ്ടാക്കുന്ന വ്യതിയാനങ്ങൾ ഇത് വിശദീകരിക്കാനുള്ള ക്ലാസിക്കൽ ഭൗതികത്തിന്റെ പരിമിതി ചൂണ്ടിക്കാണിക്കുന്നു. ഈ പ്രതിഭാസത്തിനു തൃപ്തികരമായ വിശദീകരണം നൽകാൻ ക്വാണ്ടം ഭൗതികത്തിനു മാത്രമേ സാധിക്കൂ എന്ന് ഐൻസ്റ്റൈൻ തെളിയിച്ചിട്ടുണ്ട്. ക്വാണ്ടം ബലതന്ത്രം അനുസരിച്ച് ഒരു ഡിഗ്രി ഫ്രീഡം നിലവിൽ വരുന്നതിനു മുൻപ് ഒരു ചെറിയ അളവ് ഊർജം നിശ്ചയമായും ഉണ്ടായിരിക്കണം. കമ്പന ഡിഗ്രിസ് ഓഫ് ഫ്രീഡം ചില തന്മാത്രകളുടെ കാര്യത്തിൽ ഉൾപ്പെടുത്തേണ്ടി വരുന്നത് ഇക്കാരണത്താലാണ്.

13.7 ശരാശരി സ്വതന്ത്ര പഥം (Mean Free Path)

ഒരു വാതകത്തിലെ തന്മാത്രകളുടെ വേഗം ഏകദേശം ശബ്ദത്തിന്റെ വേഗതയോട് അടുത്തിരിക്കുന്നത് നമുക്ക് അറിയാവുന്നതാണ്. എന്നിരുന്നാലും നമ്മുടെ അടുക്കളയിൽ ഗ്യാസ് സിലിണ്ടറിലെ ചോർച്ച ഉണ്ടാവുമ്പോൾ വാതകം മുറിയിൽ വ്യാപിക്കുന്നതിന് ഒരു നിശ്ചിത സമയം ആവശ്യമാണെന്നു കാണാം. അതുപോലെ പുകപടലം വളരെയധികം സമയം തങ്ങി നിൽക്കുന്നതായി നമുക്കറിയാം. വാതക തന്മാത്രകൾ ചെറുതാണെങ്കിലും ഒരു നിശ്ചിത വലുപ്പമുള്ളതും തന്മൂലം കൂട്ടിയിടികൾ സാധ്യമാകുന്ന തരത്തിൽ അവ പരസ്പരം ബന്ധിക്കപ്പെട്ടിരിക്കുന്നതുമാണ് ഇതിനുകാരണം. അതിനാൽ തടസ്സങ്ങൾ ഇല്ലാത്ത നേർരേഖയിലുള്ള ചലനം തന്മാത്രകൾക്ക് സാധ്യമല്ല. അതിന്റെ സഞ്ചാരപാത നിരന്തരം വ്യതിചലിക്കപ്പെട്ടുകൊണ്ടിരിക്കുന്നു.



ചിത്രം 13.7 Δt സമയത്തിനുള്ളിൽ ഒരു തന്മാത്ര തന്റെ ചലനം കൊണ്ട് സൃഷ്ടിക്കുന്ന വ്യാപ്തം

നമുക്ക് ഒരു വാതകത്തിലെ തന്മാത്രകളെ d വ്യാസമുള്ള ഗോളങ്ങളായി സങ്കൽപ്പിക്കാം. $\langle v\rangle$ ശരാശരി വേഗത യുള്ള ഒരു തന്മാത്രയിൽ ശ്രദ്ധ കേന്ദ്രീകരിക്കാം. ഈ തന്മാത്രക്ക് കേന്ദ്രങ്ങൾ തമ്മിൽ d അകലത്തിനുള്ളിൽ വരുന്ന മറ്റൊരു തന്മാത്രയുമായും കൂട്ടിമുട്ടൽ ഉണ്ടാകുന്നുണ്ട്. Δt സമയഇടവേളയിൽ ഈ തന്മാത്ര കടന്നു പോകുന്ന ഉള്ളളവ് $\pi d^2 \langle v\rangle \Delta t$ ആയിരിക്കും. ഇതിനുള്ളിൽ വരുന്ന മറ്റൊരു തന്മാത്രയുമായി ഇത് തീർച്ചയായും കൂട്ടിമുട്ടും. (ചിത്രം 13.7 കാണുക) യൂണിറ്റ് ഉള്ളളവിൽ n എണ്ണം തന്മാത്രകൾ ഉണ്ടെങ്കിൽ Δt സമയത്തിൽ തന്മാത്രയ്ക്കുണ്ടാകുന്ന കൂട്ടിയിടികളുടെ എണ്ണം $n\pi d^2 \langle v\rangle \Delta t$ ആയിരിക്കും. അതായത് കൂട്ടിയിടിയുടെ നിരക്ക് $n\pi d^2 \langle v\rangle$ ആയിരിക്കും. അഥവാ അടുത്തടുത്തുള്ള രണ്ടു കൂട്ടിയിടികൾ തമ്മിലുള്ള ഏകദേശ സമയഇടവേള

$$\tau = 1/(n\pi \langle v\rangle d^2) \text{ ആയിരിക്കും} \qquad (13.38)$$

ഇത്തരം അടുത്തടുത്ത രണ്ട് കൂട്ടിയിടികൾക്കിടയിൽ തന്മാത്ര സഞ്ചരിക്കുന്ന ദൂരമാണ് ശരാശരി സ്വതന്ത്ര പഥം. ഇത്

$$l = \langle v\rangle \tau = 1/(n\pi d^2) \qquad (13.39)$$

ആണ്. ഇവിടെ മറ്റു തന്മാത്രകൾ നിശ്ചലമാണെന്നാണ് നാം സങ്കല്പിച്ചത്. എന്നാൽ യഥാർഥത്തിൽ മറ്റെല്ലാ തന്മാത്രകളും ചലിക്കുകയും കൂട്ടിയിടിയിൽ ഏർപ്പെടുകയും ചെയ്യുന്നുണ്ട്. അതിനാൽ കൂട്ടിയിടിയുടെ തോത് തന്മാത്രകളുടെ ശരാശരി ആപേക്ഷിക പ്രവേഗം ഉപയോഗിച്ച് കണ്ടെത്തേണ്ടി വരുന്നു. തന്മൂലം സമവാക്യം (13.38) എന്നതിലെ $\langle v\rangle$ എന്നതിനെ $\langle v_r\rangle$ എന്ന് മാറ്റി എഴുതേണ്ടതുണ്ട്. ഇപ്രകാരം കൂടുതൽ കൃത്യമായി പറഞ്ഞാൽ

$$l = 1/\left(\sqrt{2}\ n\pi d^2\right) \qquad (13.40)$$

ഏകദേശ വേഗത $\langle v\rangle$ = (485m/s) ഉള്ള ഒരു വായു തന്മാത്രയുടെ l, τ വിലകൾ നമുക്ക് കണക്കാക്കാൻ ശ്രമിക്കാം. STP യിൽ

$$n = \frac{(6.02 \times 10^{23})}{(22.4 \times 10^{-3})} = 2.7 \times 10^{25}\ \mathrm{m}^{-3}.$$

$d = 2 \times 10^{-10}$ m, എന്ന് എടുക്കുകയാണെങ്കിൽ,

$\tau = 6.1 \times 10^{-10}$ s ഉം

$$l = 2.9 \times 10^{-7}\ \mathrm{m} \approx 1500d \qquad (13.41)$$

എന്നു ലഭിക്കും. പ്രതീക്ഷിച്ചതുപോലെ സമവാക്യം (13.40) അനുസരിച്ചുള്ള ശരാശരി സ്വതന്ത്ര പഥം തന്മാത്രകളുടെ എണ്ണത്തിന്റെ സാന്ദ്രതയ്ക്കും തന്മാത്രകളുടെ വലുപ്പത്തിനും വിപരീത അനുപാതത്തിലാണ്. ഏറെക്കുറെ ശൂന്യമാക്കപ്പെട്ട ഒരു കുഴലിൽ n എന്നത് വളരെ ചെറുതും അതിനാൽ ശരാശരി സ്വതന്ത്ര പഥം ഏകദേശം കുഴലിന്റെ നീളത്തിന് തുല്യവുമായിരിക്കും.

▶ ഉദാഹരണം 13.9 ജലബാഷ്പത്തിലുള്ള ഒരു ജല തൻമാത്രയുടെ ശരാശരി സ്വതന്ത്രപഥം നിർണയിക്കുക. പരിശീലന പ്രശ്നം 13.1, സമവാക്യം 13.41 എന്നിവയിൽ നിന്നുള്ള വിവരങ്ങൾ ഉപയോഗിക്കുക.

ഉത്തരം: ജലബാഷ്പത്തിന്റെയും വായുവിന്റെയും d വിലകൾ തുല്യമാണ്.
എണ്ണത്തിന്റെ സാന്ദ്രത കേവല താപനിലയ്ക്ക് വിപരീതാനുപാതത്തിലാണ്. അതിനാൽ

$$n = 2.7 \times 10^{25} \times \frac{273}{373} = 2 \times 10^{25}\ \mathrm{m}^{-3}$$

അതായത് ശരാശരി സ്വതന്ത്രപഥം $l = 4 \times 10^{-7}$ m ആണ്.
നേരത്തെ നിർണയിച്ചതുപോലെ ശരാശരി സ്വതന്ത്ര പഥം ആറ്റങ്ങൾക്കിടയിലെ അകലത്തിന്റെ 100 മടങ്ങ് ~40 Å = 4×10^{-9}m ആണ്. ശരാശരി സ്വതന്ത്രപഥത്തിന്റെ ഈ കൂടിയ മൂല്യമാണ് വാതകങ്ങളുടെ സവിശേഷ സ്വഭാവങ്ങൾക്ക് കാരണം. ഒരു പാത്രം കൂടാതെ ഒരു വാതകത്തെ പരിമിതപ്പെടുത്താൻ കഴിയില്ല.
വാതകങ്ങളുടെ ഗതികസിദ്ധാന്തം ഉപയോഗിച്ച് വിസ്കോസിറ്റി, താപചാലകത, ഡിഫ്യൂഷൻ തുടങ്ങിയ അളക്കുവാൻ കഴിയുന്ന സ്ഥൂല ഗുണങ്ങളെ തന്മാത്രാവലുപ്പം പോലുള്ള സൂക്ഷ്മഗുണങ്ങളുമായി ബന്ധിപ്പിക്കാൻ കഴിയും. തൻമാത്രാ വലുപ്പങ്ങൾ നിർണയിച്ചത് ഇത്തരം ബന്ധങ്ങളിലൂടെയാണ്. ◀

സംഗ്രഹം

1. ഒരു വാതകത്തിന്റെ മർദം P വ്യാപ്തം V കേവലതാപനില T എന്നിവയെ ബന്ധിപ്പിക്കുന്ന ആദർശവാതക സമവാക്യമാണ്

$$PV = \mu RT = k_B NT$$

ഇവിടെ μ മോളുകളുടെ എണ്ണത്തെയും N തൻമാത്രകളുടെ എണ്ണത്തെയും സൂചിപ്പിക്കുന്നു. R, k_B എന്നിവ സാർവിക സ്ഥിരാങ്കങ്ങളാണ്.

$$R = 8.314\ \text{J mol}^{-1}\text{K}^{-1}, \quad k_B = \frac{R}{N_A} = 1.38 \times 10^{-23}\ \text{J K}^{-1}$$

താഴ്ന്ന മർദത്തിലും ഉയർന്ന താപനിലയിലും സാധാരണ വാതകങ്ങൾ (Real gas) ആദർശവാതക സമവാക്യത്തെ ഏകദേശം സാധൂകരിക്കുന്നു.

2. ആദർശവാതകത്തിന്റെ ഗതികസിദ്ധാന്തത്തിൽ നിന്ന് താഴെ പറയുന്ന ബന്ധം ലഭിക്കുന്നു.

$$P = \frac{1}{3} n\, m\, \overline{v^2}$$

ഇതിൽ n എന്നത് തന്മാത്രകളുടെ എണ്ണത്തിന്റെ സാന്ദ്രതയും m തന്മാത്രകളുടെ മാസ്സും $\overline{v^2}$ വേഗവർഗ ശരാശരിയുമാണ്. ആദർശവാതക സമവാക്യവുമായി യോജിപ്പിച്ചാലിത് താപനിലയുടെ ഗതിക വ്യാഖ്യാനത്തിലെത്തിച്ചേരാം.

$$\frac{1}{2} m\, \overline{v^2} = \frac{3}{2} k_B\, T, \quad v_{rms} = \left(\overline{v^2}\right)^{1/2} = \sqrt{\frac{3k_B T}{m}}$$

ഒരു വാതകത്തിന്റെ താപനില ഒരു തൻമാത്രയുടെ (മാസിനെയോ തന്മാത്രയുടെ സ്വഭാവത്തെയോ ആശ്രയിക്കാത്ത) ശരാശരി ഗതികോർജത്തിന്റെ അളവുകോലാണെന്ന് മുകളിലെ സമവാക്യത്തിൽ നിന്ന് ലഭിക്കുന്നു. വാതകങ്ങളുടെ മിശ്രിതമെടുത്താൽ ഒരു സ്ഥിര താപനിലയിൽ ഭാരമേറിയ തൻമാത്രകൾക്കാണ് ഏറ്റവും കുറഞ്ഞ ശരാശരി വേഗമുള്ളത്.

3. സ്ഥാനാന്തര ഗതികോർജം

$$E = \frac{3}{2} k_B NT.$$

ഇതിൽ നിന്ന് താഴത്തെ സമവാക്യം ലഭിക്കുന്നു

$$PV = \frac{2}{3} E$$

4. കേവലതാപനില T യിൽ ഒരു വ്യൂഹം സംതുലിതാവസ്ഥയിലാണെങ്കിൽ അതിന്റെ ആകെ ഊർജം ആഗീരണത്തിന്റെ വ്യത്യസ്ത ഊർജമോഡുകൾക്കിടയിൽ തുല്യമായി വിഭജിക്കപ്പെടുന്നു. ഓരോ മോഡിനും ലഭിക്കുന്ന ഊർജം ½ $k_B T$ യ്ക്ക് തുല്യവുമാണ്. ഇതാണ് സമഭാഗീകരണ നിയമം. ഓരോ കമ്പന ആവൃത്തിക്കും രണ്ട് ഊർജമോഡുകളും അവയുടെ ഊർജം $2 \times ½\, k_B T = k_B T$. ക്ക് തുല്യവുമാണ്.

5. സമഭാഗീകരണ നിയമമുപയോഗിച്ച് വാതകങ്ങളുടെ മോളാർ വിശിഷ്ട താപധാരിത നിർണയിക്കാവുന്നതാണ്. ഇവ വിവിധ വാതകങ്ങളുടെ വിശിഷ്ട താപധാരിതകളുടെ പരീക്ഷണങ്ങളിൽ നിന്ന് ലഭിക്കുന്ന വിലകളുമായി പൊരുത്തപ്പെടുന്നതാണ്. ചലനത്തിന്റെ കമ്പന രീതികൾ ഉൾപ്പെടുത്തി ഇത് മെച്ചപ്പെടുത്താവുന്നതാണ്.

6. അടുത്തടുത്ത രണ്ട് കൂട്ടിമുട്ടലുകൾക്കിടയിൽ ഒരു തൻമാത്ര സഞ്ചരിക്കുന്ന ശരാശരിദൂരമാണ് ശരാശരി സ്വതന്ത്രപഥം (mean free path)

$$\bar{\ell} = \frac{1}{\sqrt{2}\, n\, \pi\, d^2}$$ ഇതിൽ n എണ്ണത്തിന്റെ സാന്ദ്രതയും d തന്മാത്രയുടെ വ്യാസവുമാണ്.

വിചിന്തനവിഷയങ്ങൾ

1. ഒരു ദ്രാവകത്തിന്റെ മർദം അതുൾക്കൊള്ളുന്ന പാത്രത്തിന്റെ ഭിത്തിയിൽ പ്രയോഗിക്കപ്പെടുന്നതു മാത്രമല്ല ഒരു ദ്രാവകത്തിലെല്ലായിടത്തും മർദം നിലനിൽക്കുന്നു. ഒരു പാത്രത്തിലെ ഉള്ളളവിലെ ഓരോ പാളി വാതകവും സന്തുലനാവസ്ഥയിലാണ്. കാരണം ഒരു പാളിയുടെ ഇരുവശത്തും പ്രയോഗിക്കപ്പെടുന്ന മർദം തുല്യമാണ്.

2. ഒരു വാതകത്തിലെ തന്മാത്രാന്തര അകലത്തെപ്പറ്റി അയഥാർഥമായ ആശയം രൂപീകരിക്കരുത്. സാധാരണ മർദത്തിലും താപനിലയിലും ഇത് ഖരപദാർഥങ്ങളിലെയോ ദ്രാവകങ്ങളിലെയോ ആറ്റങ്ങൾക്കിടയിലെ ദൂരത്തിന്റെ പത്ത് മടങ്ങ് മാത്രമാണ്. ഇത് ശരാശരി സ്വതന്ത്രപഥത്തിൽ നിന്ന് വ്യത്യസ്തമാണ്. ശരാശരി സ്വതന്ത്രപഥത്തിന്റെ മൂല്യം വാതകങ്ങളിൽ ആറ്റങ്ങൾക്കിടയിലെ ദൂരത്തിന്റെ 100 മടങ്ങും തൻമാത്രയുടെ വലുപ്പത്തിന്റെ 1000 മടങ്ങുമാണ്.

3. താപീയ സന്തുലനാവസ്ഥയിലുള്ള ഒരു ആറ്റത്തിന്റെ ഓരോ ഡിഗ്രി ഓഫ് ഫ്രീഡത്തിന്റെയും ഊർജം $\frac{1}{2} k_B T$ ആണ്. ഇതാണ് സമഭാഗീകരണ ഊർജനിയമം. ആകെ ഊർജത്തിന്റെ സമവാക്യത്തിലെ ക്വാഡ്രാറ്റിക് പദത്തെ ഡിഗ്രി ഓഫ് ഫ്രീഡമായി കരുതാം. അതിനാൽ ഓരോ കമ്പനമോഡിലും രണ്ട് (ഒന്നല്ല) ഡിഗ്രി ഓഫ് ഫ്രീഡവും (ഗതികോർജ, സ്ഥിതികോർജ മോഡുകൾ), അതിനു തുല്യമായി $2 \times \frac{1}{2} k_B T = k_B T$. ഊർജവുമുണ്ട്.

4. ഒരു മുറിയിലെ വായു തൻമാത്രകൾ പൂർണമായും തറയിൽ പതിക്കുകയോ ഗുരുത്വാകർഷണം മൂലം അടിയുകയോ ചെയ്യുന്നില്ല. അവയുടെ തുടർച്ചയായ കൂട്ടിമുട്ടലുകളും ഉയർന്ന വേഗവുമാണിതിനു കാരണം. സന്തുലനാവസ്ഥയിൽ താഴെ ഭാഗത്ത് സാന്ദ്രത വളരെ ചെറുതായി കൂടുന്നു. സാധാരണ ഉയരങ്ങളിൽ സ്ഥിതികോർജത്തിന്റെ അളവ് (mgh) ശരാശരി ഗതികോർജത്തിന്റെ ($\frac{1}{2} mv^2$) വിലയേക്കാൾ വളരെ കുറവാണ്.

5. $< v^2 >$ മിക്കപ്പോഴും $(< v >)^2$ ന് തുല്യമല്ല. ഒരു അളവിന്റെ വർഗത്തിന്റെ ശരാശരി, ശരാശരിയുടെ വർഗത്തിന് തുല്യമാകണമെന്ന് നിർബന്ധമില്ല. ഈ പ്രസ്താവനയ്ക്ക് ഉദാഹരണങ്ങൾ കണ്ടെത്താൻ സാധിക്കുമോ?

പരിശീലനപ്രശ്നങ്ങൾ

13.1 STP യിലടങ്ങിയിരിക്കുന്ന ഓക്സിജൻ വാതകത്തിന്റെ യഥാർത്ഥ വ്യാപ്തവും തന്മാത്ര വ്യാപ്തവും തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം നിർണിയിക്കുക. ഓക്സിജൻ തന്മാത്രയുടെ വ്യാസം 3A° ആണ്.

13.2 അടിസ്ഥാന മർദത്തിലും താപനിലയിലുമുള്ള (STP) ഒരു മോൾ ആദർശ വാതകത്തിന്റെ വ്യാപ്തത്തെ മോളാർ വ്യാപ്തം എന്ന് പറയുന്നു. (STP: 1atm മർദം 0°C താപനില). ഇത് 22.4 ലിറ്റർ എന്ന് തെളിയിക്കുക.

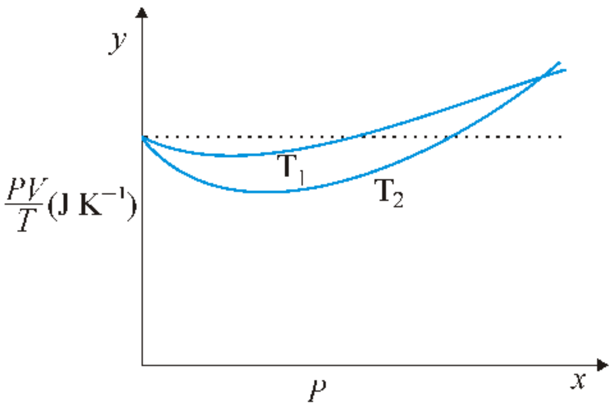
13.3 രണ്ട് വ്യത്യസ്ത താപനിലയിലുള്ള 1.00×10^{-3} kg ഓക്സിജന്റെ $\frac{PV}{T}$, P എന്നിവ തമ്മിലുള്ള ഗ്രാഫാണ്. ചിത്രം 13.8-ൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നത്.

a) ഗ്രാഫിലെ കുത്തിട്ട ഭാഗങ്ങൾ സൂചിപ്പിക്കുന്നതെന്തിനെയാണ്?

b) $T_1 > T_2$ അഥവാ $T_1 < T_2$ ഇവയിലേതാണ് ശരി?

c) Y അക്ഷത്തിൽ ഗ്രാഫുകൾ കൂടിച്ചേരുന്നിടത്ത് PV/T യുടെ മൂല്യമെന്ത്?

d) 1.00×10^{-3} kg ഹൈഡ്രജൻ വാതകമുപയോഗിച്ച് സമാനമായ ഗ്രാഫു വരയ്ക്കുന്നുവെങ്കിൽ Y അക്ഷത്തിൽ കർവുകൾ കൂടിച്ചേരുന്നിടത്ത് PV/T യുടെ അതേ വില തന്നെ നിങ്ങൾക്ക് ലഭിക്കുമോ? അല്ലായെങ്കിൽ $\frac{PV}{T}$ യുടെ അതേവില ലഭിക്കാൻ എത്ര മാസ്സ് ഹൈഡ്രജൻ വേണ്ടി വരും? (കുറഞ്ഞ മർദവും ഉയർന്ന താപനിലയും ഉള്ള ഭാഗത്ത്)



ചിത്രം 13.8

(ഹൈഡ്രജന്റെ തന്മാത്രാഭാരം = 2.02u, ഓക്സിജന്റെ തന്മാത്രാഭാരം = 32.0 u, $R = 8.31$ J mol^{-1} K^{-1}.)

13.4 30 ലിറ്റർ വ്യാപ്തമുള്ള ഒരു ഓക്സിജൻ സിലിണ്ടറിലെ ആദ്യ ഗേജ് മർദം 15atm ഉം താപനില 27°C മാണ്. സിലിണ്ടറിൽ നിന്നും കുറച്ചു ഓക്സിജൻ വാതകം പുറത്തേക്കെടുത്തപ്പോൾ, ഗേജ് മർദം 11atm ആയും താപനില 17°C ആയും താഴുന്നു. സിലിണ്ടറിൽ നിന്നും പുറത്തെടുത്ത ഓക്സിജന്റെ മാസ് കണക്കാക്കുക. (R = 8.31 J mol^{-1} K^{-1}, ഓക്സിജന്റെ തന്മാത്രാ മാസ് = 32u)

13.5 40m ആഴവും 12°C താപനിലയുമുള്ള ഒരു തടാകത്തിന്റെ അടിത്തട്ടിൽ നിന്നും 1.0cm^3 വ്യാപ്തമുള്ള വായു കുമിള ഉയർന്നു വരുന്നു. 35^{0}C താപനിലയുള്ള തടാകത്തിന്റെ മുകൾത്തട്ടിലെത്തുമ്പോൾ വായു കുമിളകളുടെ വ്യാപ്ത വർധനവ് എന്തായിരിക്കും?

13.6 25m^3 വിസ്തൃതിയുള്ള ഒരു മുറിയിലടങ്ങിയിരിക്കുന്ന വായു തന്മാത്രകളുടെ ആകെ എണ്ണം കണക്കാക്കുക. (വായു തന്മാത്രകളിൽ ഓക്സിജൻ, നൈട്രജൻ, ജലബാഷ്പം മറ്റു ഘടകങ്ങൾ എന്നിവ അടങ്ങിയിട്ടുണ്ട്) മുറിയിലെ താപനില 27°C ഉം മർദം 1atm ഉം ആണ്.

13.7 താഴെ പറഞ്ഞിരിക്കുന്ന അവസരങ്ങളിൽ ഹീലിയം ആറ്റത്തിന്റെ ശരാശരി താപീയ ഊർജം നിർണയിക്കുക.

(i) സാധാരണ താപനില (27°C),

(ii) സൂര്യന്റെ ഉപരിതലത്തിലെ താപനില (6000K)

(iii) 10 ദശലക്ഷം കെൽവിൻ താപനിലയിൽ (ഒരു നക്ഷത്രത്തിന്റെ ആന്തരിക താപനില)

13.8 തുല്യ ഉള്ളളവുള്ള മൂന്ന് പാത്രങ്ങളിൽ സമാനമായ താപനിലയും മർദ്ദവുമുള്ള വാതകങ്ങളെടുക്കുക. ഒന്നാമത്തെ പാത്രത്തിൽ നിയോൺ വാതകവും (ഏകാറ്റോമികം) രണ്ടാമത്തെ പാത്രത്തിൽ ക്ലോറിൻ വാതകവും (ദ്വയാറ്റോമികവും) മൂന്നാമത്തെ പാത്രത്തിൽ യുറേനിയം ഹെക്സാഫ്ളൂറൈഡ് (പോളി അറ്റോമികം) വാതകവുമാണ് അടങ്ങിയിരിക്കുന്നത്. എല്ലാ പാത്രങ്ങളിലും അടങ്ങിയിരിക്കുന്നത് യഥാക്രമം തുല്യ എണ്ണം തന്മാത്രകളാണോ? മൂന്നു സാഹചര്യങ്ങളിലും തന്മാത്രകളുടെ റൂട്ട് മീൻ സ്ക്വയർ വേഗം ഒരു പോലെയാണോ? അല്ലായെങ്കിൽ ഇവയിലേതിനാണ് v_{rms} ന്റെ വില ഉയർന്നതാകുക?

13.9 ഏതു താപനിലയിലാണ് ആർഗൺ വാതക സിലിണ്ടറിലെ ഒരാറ്റത്തിന്റെ റൂട്ട് മീൻ സ്ക്വയർ വേഗവും -20^{0}C ലുള്ള ഒരു ഹീലിയം വാതകത്തിന്റെ rms വേഗവും തുല്യമാകുന്നത്? (ആർഗണിന്റെ അറ്റോമിക ഭാരം = 39.9u, ഹീലിയത്തിന്റെ അറ്റോമിക ഭാരം = 4.0u)

13.10 17°C താപനിലയിലും 2.0 atm മർദത്തിലുള്ള നൈട്രജൻ വാതകം ഒരു സിലിണ്ടറിലടങ്ങിയിരിക്കുന്നു, ഇതിലെ നൈട്രജൻ തന്മാത്രയുടെ കൊളീഷൻ ആവൃത്തിയും, മീൻ ഫ്രീ പാത്തും നിർണയിക്കുക. നൈട്രജൻ തന്മാത്രയുടെ ആരം ഏതാണ്ട് 1A° ആയി കരുതുക. രണ്ട് തുടർച്ചയായ കൂട്ടിമുട്ടലുകൾക്കിടയിലുള്ള തന്മാത്രകളുടെ സ്വതന്ത്ര ചലനത്തിനാവശ്യമായ സമയവും കൊളീഷൻ സമയവും തമ്മിൽ താരതമ്യം ചെയ്യുക.

(നൈട്രജന്റെ തന്മാത്രാ ഭാരം = 28.0u)

അധിക പരിശീലനപ്രശ്നങ്ങൾ

13.11. ഒരഗ്രം അടഞ്ഞതും 76cm നീളത്തിൽ മെർക്കുറി അടങ്ങിയതുമായ ഇടുങ്ങിയ ദ്വാരത്തോടുകൂടിയ ഒരു മീറ്റർ നീളമുള്ള കുഴൽ തിരശ്ചീനമായി ക്രമീകരിച്ചിരിക്കുന്നു. ഇതിൽ 15cm വായുയുപം അടങ്ങിയിട്ടുണ്ട്. ട്യൂബിന്റെ തുറന്ന അഗ്രം താഴേക്ക് വരത്തക്കവിധം ലംബമായി ക്രമീകരിച്ചാൽ എന്ത് സംഭവിക്കുന്നു?

13.12 ഏതാനും ഉപകരണങ്ങളിൽ, ഹൈഡ്രജന്റെ ഡിഫ്യൂഷൻ നിരക്കിന്റെ ശരാശരി മൂല്യം 28.7 cm^3 s^{-1} ആണ്. ഇതേ സാഹചര്യത്തിലുള്ള മറ്റൊരു വാതകത്തിന്റെ ശരാശരി നിരക്കിന്റെ (ഡിഫ്യൂഷൻ) അളവ് 7.2 cm^3 s^{-1}. ആണ്. ഈ വാതകത്തെ തിരിച്ചറിയുക.

[സൂചന : ഗ്രഹാം ഡിഫ്യൂഷൻ നിയമം ഉപയോഗിച്ച് : $R_1/R_2 = (M_2/M_1)^{1/2}$ ഇവയിൽ R_1, R_2 എന്നത് ഒന്നും രണ്ടും വാതകങ്ങളുടെ ഡിഫ്യൂഷൻ നിരക്കും M_1, M_2 എന്നത് യഥാക്രമം തന്മാത്രാഭാരവുമാണ്. ഗതികസസിദ്ധാന്തത്തിന്റെ പരിണതഫലമാണ് ഗ്രഹാം നിയമം]

13.13 സന്തുലനാവസ്ഥയിലുള്ള ഒരു വാതകത്തിന്റെ വ്യാപ്തത്തിലുടനീളം ഒരേ സാന്ദ്രതയും ഒരേ മർദ്ദവുമാണുള്ളത്. ബാഹ്യ സ്വാധീനങ്ങളൊന്നുമില്ലായെങ്കിൽ ഇത് എപ്പോഴും സാധുകരിക്കപ്പെടുന്നുണ്ട്. ഉദാഹരണത്തിന് ഭൂഗുരുത്വത്തിന് വിധേയ മായ വാതകയൂപത്തിൽ ഉടനീളം ഒരേ സാന്ദ്രതയും മർദവും ആയിരിക്കില്ല. നിങ്ങൾ അനുമാനിച്ച പോലെ ഉയരം കൂടുന്ന തനുസരിച്ച് സാന്ദ്രത കുറയുന്നു. ഇതിന്റെ യഥാർഥമായ ആശ്രയത്വം നൽകുന്നത് അന്തരീക്ഷനിയമങ്ങളാണ്.

$$n_2 = n_1 \exp [-mg (h_2 - h_1)/ k_B T]$$

ഇവിടെ n_1, n_2 സൂചിപ്പിക്കുന്നത് യഥാക്രമം h_1, h_2 ഉയരത്തിലെ നമ്പർ ഡെൻസിറ്റികളെയാണ്. ഒരു ദ്രാവക യൂപത്തിലെ സെഡിമെന്റേഷൻ സന്തുലനാവസ്ഥയുടെ സമവാക്യം മുകളിൽ പറഞ്ഞ സമവാക്യമുപയോഗിച്ച് രൂപീകരിക്കുക.

$$n_2 = n_1 \exp [-mg N_A (\rho - \rho') (h_2 - h_1)/ (\rho RT)]$$

ഇവിടെ ρ എന്നത് ലയിക്കാത്ത കണികയുടെ സാന്ദ്രതയും ρ' എന്ന് ചുറ്റുപാടുമുള്ള മാധ്യമത്തിന്റേതുമാണ്.

(N_A അവോഗാഡ്രോ സംഖ്യയും R സാർവിക വാതക സ്ഥിരാങ്കവുമാണ്) (സൂചന: ആർക്കിമിഡീസ് തത്വമുപയോഗിച്ച് ലയി ക്കാത്ത കണികകളുടെ മാത്രമായ ഭാരം കണ്ടെത്തുക)

13.14 ചില ഖരങ്ങളുടെയും ദ്രാവകങ്ങളുടെയും സാന്ദ്രതകൾ താഴെ തന്നിരിക്കുന്നു. ഇവയിലെ ആറ്റങ്ങളുടെ വലുപ്പത്തിന്റെ ഏകദേശ വിലകൾ കണക്കാക്കുക.

(സൂചന: ദ്രാവക അവസ്ഥ അഥവാ ഖരാവസ്ഥയിൽ ആറ്റങ്ങൾ തിങ്ങിക്കാണപ്പെടുന്നുവെന്ന് സങ്കൽപ്പിക്കുകയും അവോഗാഡ്രോ സംഖ്യയുടെ വിലയും ഉപയോഗിക്കുക. എന്നാൽ നിങ്ങൾക്ക് ലഭിക്കുന്ന ഉത്തരങ്ങൾ ഏകദേശം മാത്രമാണ്, കൃത്യമല്ല ആ ടൈറ്റ് പാക്കിംഗ് അനുമാനം കാരണമാണിത്. എന്നാലും ആറ്റോമിക വലിപ്പം ഏതാനും Å ആണെന്നു കാണാവുന്നതാണ്.

അധ്യായം 14

T1N9H7

ദോലനങ്ങൾ (OSCILLATIONS)

14.1 ആമുഖം

നമ്മുടെ നിത്യജീവിതത്തിൽ പല തരത്തിലുള്ള ചലനങ്ങൾ കാണാറുണ്ട്. അവയിൽ ഏതാനും ചില ചലനങ്ങളെക്കുറിച്ച് നിങ്ങൾ മുൻ ക്ലാസ്സുകളിൽ പഠിച്ചുകഴിഞ്ഞു. ഉദാഹരണം നേർരേഖാ (rectilinear) ചലനം, പ്രോജക്ടൈൽ (projectile) ചലനം. ഈ രണ്ടു ചലനങ്ങളും ആവർത്തന ചലനങ്ങൾ അല്ല. സമവർത്തുള (uniform circular) ചലനങ്ങളെക്കുറിച്ചും, സൗരയൂഥത്തിലെ ഗ്രഹങ്ങളുടെ പരിക്രമണ (orbital) ചലനങ്ങളെക്കുറിച്ചും നാം പഠിച്ചിട്ടുണ്ട്. ഈ ചലനങ്ങളിൽ തുല്യ ഇടവേളകളിൽ ചലനം ആവർത്തിക്കപ്പെടുന്നു. അതായത് ഇവ ക്രമാവർത്തന (periodic) ചലനങ്ങൾ ആണ്. നിങ്ങളുടെ കുട്ടിക്കാലത്ത്, ഊഞ്ഞാലിൽ ആടിയോ, അല്ലെങ്കിൽ തൊട്ടിലിൽ ആടിയോ നിങ്ങൾ രസിച്ചിട്ടുണ്ടാകും. കുട്ടിക്കാലത്തെ ഊഞ്ഞാലാട്ടവും, തൊട്ടിലാട്ടവുമൊക്കെ മധുര സ്മരണകളായി നിങ്ങളുടെ മനസ്സിൽ ഇപ്പോഴുമുണ്ടാകും. ഈ രണ്ടു ചലനങ്ങളും ആവർത്തന ചലനങ്ങളുടെ പ്രകൃതമുള്ളതും എന്നാൽ ഗ്രഹങ്ങളുടെ പരിക്രമണചലനങ്ങളിൽ നിന്നും വ്യത്യസ്തവും ആണ്. ഇവിടെ വസ്തു സന്തുലിതസ്ഥാന (mean position) ത്തിന്റെ ഇരുവശങ്ങളിലേക്കും ചലിച്ചുകൊണ്ടിരിക്കുന്നു. ഒരു പെൻഡുലം ക്ലോക്കിലെ പെൻഡുലത്തിനു ഇതേതരം ചലനമാണ്. ഇളംകാറ്റിൽ മരച്ചില്ലകളുടെയും ഇലകളുടെയും ദോലനം, നങ്കൂരമിട്ടിരിക്കുന്ന ബോട്ടിന്റെ ആട്ടം, കാറിന്റെ എഞ്ചിനുള്ളിലെ പിസ്റ്റണിന്റെ ചലനം തുടങ്ങിയവയെല്ലാം മുന്നോട്ടും പിന്നോട്ടുമുള്ള ക്രമാവർത്തന ചലനങ്ങളാണ്. ഇങ്ങനെയുള്ള ആവർത്തന ചലനങ്ങളെയാണ് ദോലന ചലനങ്ങൾ (oscillatory motion) എന്നു വിളിക്കുന്നത്. ഇത്തരത്തിലുള്ള ചലനത്തെക്കുറിച്ചാണ് ഈ അധ്യായത്തിൽ നാം പഠിക്കുന്നത്.

ദോലന ചലനങ്ങളെക്കുറിച്ചുള്ള പഠനം ഊർജതന്ത്രത്തിന്റെ അടിസ്ഥാന ശിലകളിലൊന്നാണ്. ഇതിന്റെ ആശയങ്ങൾ അറിഞ്ഞിരിക്കേണ്ടത് ഭൗതികപ്രതിഭാസങ്ങളെ മനസ്സിലാക്കുന്നതിന് ആവശ്യമാണ്. ഗിറ്റാർ, വയലിൻ തുടങ്ങിയ സംഗീത ഉപകരണങ്ങളിൽ കമ്പനത്തിലൂടെ മനോഹരമായ ശബ്ദം ഉൽപാദിപ്പിക്കുന്ന കമ്പികൾ ഉണ്ടെന്ന്

നമുക്കറിയാം. ഫോണിലെയും സ്പീക്കറിലേയും വലിച്ചുകെട്ടിയിരിക്കുന്ന തരം ഡയഫ്രം, തുടങ്ങിയവ അവയുടെ സന്തുലിത സ്ഥാനത്ത് നിന്നും മുന്നോട്ടും പിന്നോട്ടും ചലിച്ചാണ് ശബ്ദം ഉണ്ടാക്കുന്നത് ശബ്ദത്തിന്റെ വ്യാപനം സാധ്യമാകുന്നത് വായു തന്മാത്രകളുടെ കമ്പനം കാരണമാണ്. അതുപോലെ ഒരു ഖര പദാർത്ഥത്തിലെ ആറ്റങ്ങൾ സന്തുലിത സ്ഥാനത്തിനിരുവശങ്ങളിലേക്കും ദോലനം ചെയ്യുകയും, ചൂട് എന്ന അനുഭവം പകരുകയും ചെയ്യുന്നു. സാറ്റലൈറ്റ് ട്രാൻസ്മിറ്റർ, ടെലിവിഷൻ, റേഡിയോ മുതലായവയിലെ ആന്റിന, തുടങ്ങിയവ ഇലക്ട്രോണുകളുടെ ദോലനങ്ങൾ വഴി സന്ദേശങ്ങൾ കൈമാറുന്നു.

ക്രമാവർത്തന ചലനം,പ്രത്യേകിച്ച് ദോലനചലനം പഠിക്കുന്നതിന് സ്ഥാനാന്തരം, ആയതി (amplitude), ആവൃത്തി (frequency), ക്രമാവർത്തനകാലം (period), ഫെയ്സ് (phase) എന്നീ ആശയങ്ങൾ മനസ്സിലാക്കേണ്ടതുണ്ട്.

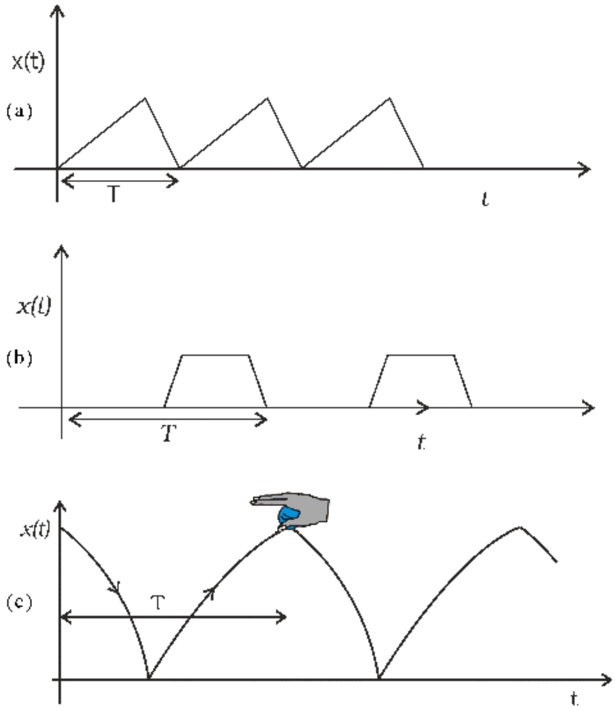
14.2 ക്രമാവർത്തന ചലനങ്ങളും ദോലന ചലനങ്ങളും (PERIODIC AND OSCILLATORY MOTIONS)

ചിത്രം 14.1 കാണിക്കുന്നത് ക്രമാവർത്തന ചലനങ്ങളാണ്. ഒരു ഷഡ്പദം ഒരു ഭിത്തിയുടെ മുകളിലേക്ക് കയറി, ചലനം തുടങ്ങിയ സ്ഥാനത്തേക്ക് വീഴുന്നു വെന്നു സങ്കൽപ്പിക്കുക. വീണ്ടും തുല്യ ഇടവേളകളിൽ അതേ ചലനം ആവർത്തിക്കുന്നു എന്നും കരുതുക. ഈ ചലനത്തിലെ സഞ്ചരിച്ച ഉയരവും, സമയവും തമ്മിലുള്ള ഒരു ഗ്രാഫാണ് ചിത്രം 14.1(a) ൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നത്. ഒരു കുട്ടി, തുല്യ സമയ ഇടവേളകളിൽ ഒരു ചവിട്ടുപടികയറിയിറങ്ങുന്ന പ്രവർത്തനം ആവർത്തിക്കുന്നു എന്നു കരുതുക. ഈ പ്രവർത്തനത്തിലെ സമയവും, കുട്ടിയുടെ സ്ഥാനവും തമ്മിലുള്ള ഗ്രാഫ് ചിത്രം 14.1 (b) യിൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നത് പോലെ ആയിരിക്കും. ഒരു സമതല പ്രതലത്തിനും, നിശ്ചിത ഉയരത്തിൽ പിടിച്ചിരിക്കുന്ന നമ്മുടെ കൈപ്പത്തിക്കും ഇടയിൽ തുടർച്ചയായി പ്രതിപതിച്ചു കൊണ്ടിരിക്കുന്ന ഒരു പന്ത് പരിഗണിക്കുക. പന്ത് സഞ്ചരിക്കുന്ന ഉയരവും, അതിനെടുക്കുന്ന സമയവും തമ്മിലുള്ള ഗ്രാഫാണ് ചിത്രം 14.1(c) യിൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നത്. ഈ ഗ്രാഫിലെ വളഞ്ഞ രണ്ടു ഭാഗങ്ങളും താഴെ പറയുന്ന ന്യൂട്ടന്റെ ചലന സമവാക്യങ്ങളിൽ (ഭാഗം 3.6 കാണുക) u - വിന് ഒരോ പ്രതിപതനത്തിലും വ്യത്യസ്ത വിലകൾ നല്കിയാൽ ലഭിക്കുന്ന പരബോളയുടെ ഭാഗങ്ങളാണ്.

$$h - ut + \frac{1}{2}gt^2$$ (താഴോട്ടുള്ള ചലനത്തിന്)

$$h - ut - \frac{1}{2}gt^2$$ (മുകളിലേക്കുള്ള ചലനത്തിന്)

ഇവയെല്ലാം ക്രമാവർത്തന ചലനങ്ങൾക്ക് ഉദാഹരണങ്ങളാണ്. അതായത് തുല്യ ഇടവേളകളിൽ ആവർത്തിച്ചുകൊണ്ടിരിക്കുന്ന ചലനങ്ങളെ ക്രമാവർത്തന ചലനങ്ങൾ (Periodic motion) എന്നു വിളിക്കുന്നു.



ചിത്രം 14.1 ക്രമാവർത്തന ചലനങ്ങൾക്ക് ഉദാഹരണങ്ങൾ. ഒരോ ഉദാഹരണത്തിലും ആവർത്തന കാലം T കാണിച്ചിരിക്കുന്നു.

ക്രമാവർത്തന ചലനത്തിൽ ഏർപ്പെട്ടിരിക്കുന്ന ഒരു വസ്തുവിന്റെ സന്തുലിതസ്ഥാനം (equilibrium position) മിക്ക സാഹചര്യങ്ങളിലും അതിന്റെ സഞ്ചാര പാതയിലെവിടെയെങ്കിലും ആയിരിക്കും. വസ്തു ഈ സ്ഥാനത്തായിരിക്കുമ്പോൾ, അതിൽ ഒരു പരിണത ബാഹ്യബലവും പ്രയോഗിക്കപ്പെടുന്നില്ല. അതു കൊണ്ട്, ഈ സ്ഥാനത്ത് നിശ്ചലാവസ്ഥയിലുള്ളൊരു വസ്തു, അതേ സ്ഥാനത്ത് എപ്പോഴും തുടരുവാനുള്ള പ്രവണത കാണിക്കും. സന്തുലിതസ്ഥാനത്തു നിന്ന് വസ്തുവിന് ചെറിയൊരു സ്ഥാനാന്തരം സംഭവിക്കുകയാണെങ്കിൽ, ആ സ്ഥാനത്തേക്ക് തിരിച്ചെത്തിക്കാൻ പരിശ്രമിക്കുന്ന ഒരു ബലം വസ്തുവിൽ ഉടലെടുക്കുന്നു. ഈ ബലമാണ് വസ്തുവിന്റെ ദോലനം അല്ലെങ്കിൽ കമ്പനം സാദ്ധ്യമാ

ക്കുന്നത്. ഉദാഹരണത്തിന് അർദ്ധ ഗോളാകൃതിയിലുള്ള ഒരു പാത്രത്തിൽ വെച്ചിരിക്കുന്ന ഒരു പന്തിന്റെ സന്തുലിതസ്ഥാനം പാത്രത്തിന്റെ മധ്യ ബിന്ദുവിലാണ്. ഈ ബിന്ദുവിൽ നിന്നും കുറച്ച് ദൂരത്തേക്ക് വസ്തുവിന് സ്ഥാനാന്തരം ലഭിക്കുകയാണെങ്കിൽ, വസ്തു ദോലനത്തിലേർപ്പെടും. എല്ലാ ദോലന ചലനങ്ങളും ക്രമാവർത്തന ചലനങ്ങളാണ്. എന്നാൽ എല്ലാ ക്രമാവർത്തന ചലനങ്ങളും ദോലന ചലനങ്ങളല്ല. സമവർത്തുള ചലനം ക്രമാവർത്തന ചലനമാണെങ്കിലും ദോലനചലനമല്ല.

ദോലനങ്ങളും കമ്പനങ്ങളും തമ്മിൽ സാരമായ വ്യത്യാസമില്ല. ചെറിയ ആവൃത്തിയിലുള്ള ചലനങ്ങളെ ദോലനങ്ങളെന്നും (ഒരു മരത്തിലെ ശിഖരത്തിന്റെ ദോലനം മാതിരി), കൂടിയ ആവൃത്തിയിലുള്ളതിനെ കമ്പനം (സംഗീത ഉപകരണത്തിലെ നൂൽ കമ്പിയുടെ കമ്പനം മാതിരി) എന്നും വിളിക്കുന്നു.

ദോലന ചലനത്തിലെ ഏറ്റവും ലഘുവായ ചലനമാണ് സരളഹാർമോണിക ചലനം (simple harmonic motion). ദോലന വസ്തുവിൻമേലുള്ള ബലം, സന്തുലിത സ്ഥാനത്തുനിന്നുള്ള സ്ഥാനാന്തരത്തിന് നേർ അനുപാതത്തിലാണെങ്കിൽ, ഇത്തരം ചലനം ഉണ്ടാക്കുന്നു. കൂടാതെ ദോലന ചലനത്തിലെ ഏതു ബിന്ദുവിലും ഈ ബലത്തിന്റെ ദിശ സന്തുലിത സ്ഥാനത്തിന്റെ നേർക്കായിരിക്കും

ദോലന വസ്തുക്കൾ, അവസാനം നിശ്ചലാവസ്ഥയിലാകുന്നത് അവയുടെ സന്തുലിത സ്ഥാനത്താണ്. ഘർഷണം, മറ്റുശോഷണ കാരണങ്ങൾ തുടങ്ങിയവ മൂലമുണ്ടാകുന്ന അവമന്ദനമാണ് (damping) വസ്തുവിനെ നിശ്ചലാവസ്ഥയിലാക്കുന്നത്. എന്നിരുന്നാലും, ചില ബാഹ്യ ക്രമാവർത്തന ഏജൻസികളുടെ സഹായത്തോടെ അവയെ ദോലന ചലനത്തിൽ നിലനിർത്താൻ കഴിയും. ഈ അധ്യായത്തിന്റെ അവസാന ഭാഗത്ത് അവമന്ദിതദോലനത്തെക്കുറിച്ചും (damped oscillation), പ്രണോദിതദോലനത്തെക്കുറിച്ചും (forced oscillation) നാം പഠിക്കും.

ഏതൊരു പദാർത്ഥ മാധ്യമത്തെയും വളരെയധികം യുഗ്മദോലകങ്ങളുടെ (coupled oscillators) ഒരു വ്യൂഹമായി കാണാൻ കഴിയും. മാധ്യമത്തിലെ ഘടകങ്ങളുടെ കൂട്ടായ ദോലനങ്ങൾ തരംഗങ്ങളായി പ്രത്യക്ഷപ്പെടുന്നു. വൈദ്യുതകാന്തിക തരംഗങ്ങൾ, ജലതരംഗങ്ങൾ, ഭൂകമ്പ തരംഗങ്ങൾ എന്നിവയെല്ലാം തരംഗങ്ങൾക്ക് ഉദാഹരണങ്ങളാണ്.

14.2.1 ക്രമാവർത്തനകാലവും ആവൃത്തിയും. (Period and frequency)

തുല്യ ഇടവേളകളിൽ ആവർത്തിച്ചുകൊണ്ടിരിക്കുന്ന ചലനങ്ങളെ ക്രമാവർത്തന ചലനങ്ങൾ എന്ന് വിളിക്കുന്നെന്ന് നമ്മൾ പഠിച്ചു കഴിഞ്ഞു. ചലനം ആവർത്തിക്കുന്നതിനാവശ്യമായ ഏറ്റവും ചെറിയ ഇടവേളയെ, അതിന്റെ ആവർത്തനകാലം (period) എന്നു വിളക്കുന്നു. ഇതിനെ നമുക്ക് T എന്ന ചിഹ്നം കൊണ്ട് പ്രതിനിധാനം ചെയ്യാം. ആവർത്തന കാലത്തിന്റെ SI യൂണിറ്റ് സെക്കന്റ് ആണ്. സെക്കൻഡുകളുടെ തോത് ഉപയോഗിച്ച് ക്രമാവർത്തന ചലനം വിശകലനം ചെയ്യുമ്പോൾ ചില ക്രമാവർത്തന ചലനങ്ങളുടെ വേഗം വളരെ കൂടിയതോ അല്ലങ്കിൽ കുറഞ്ഞതോ ആയിക്കാണാം. ഇത്തരം സന്ദർഭങ്ങളിൽ സമയത്തിന്റെ സൗകര്യപ്രദമായ മറ്റു ചില തോതുകൾ ഉപയോഗിക്കുന്നു. ഒരു ക്വാർട്സ് ക്രിസ്റ്റലിന്റെ (quatrz crystal) കമ്പനങ്ങളുടെ സമയാവർത്തനക്കാലത്തെ മൈക്രോസെക്കന്റ് (10^{-6}s) എന്ന ഏകകം ഉപയോഗിച്ചാണ് അളക്കുന്നത്. മൈക്രോ സെക്കൻഡിനെ μs എന്ന് ചുരുക്കിയെഴുതുന്നു. എന്നാൽ ബുധഗ്രഹത്തിന്റെ (Mercury) പരിക്രമണ സമയാവർത്തന കാലം 88 ഭൗമദിനങ്ങളാണ്. ഹാലിയുടെ വാൽനക്ഷത്രം (Halley's comet) 76 വർഷത്തിലൊരിക്കലാണ് പ്രത്യക്ഷപ്പെടുന്നത്. T യുടെ വ്യുൽക്രമം യൂണിറ്റ് സമയത്തിലുള്ള ആവർത്തനങ്ങളുടെ എണ്ണമാണ്. ഈ ഭൗതിക അളവിനെയാണ് ക്രമാവർത്തന ചലനത്തിന്റെ ആവൃത്തി (frequency) എന്ന് വിളിക്കുന്നത്. ν (ന്യൂ) എന്ന ചിഹ്നം ഉപയോഗിച്ചാണ് ഇതിനെ പ്രതിനിധാനം ചെയ്യുന്നത്. ν യും Tയും തമ്മിലുള്ള ബന്ധം

$\nu \quad 1/T$ എന്നാണ് (14.1)

ν ന്റെ യൂണിറ്റ് s^{-1} ആണ്. ഹൈന്റിഷ് റുഡോൾഫ് ഹെർട്സ് (Heinrich Rudolph Hertz) എന്ന ശാസ്ത്രജ്ഞന്റെ സ്മരണാർത്ഥം ആവൃത്തിക്ക് ഒരു പ്രത്യേക യൂണിറ്റ് നൽകി. അതിനെ ഹെർട്സ് (ചുരുക്ക രൂപത്തിൽ Hz) എന്ന് വിളിക്കുന്നു. അതായത്

1 ഹെർട്സ് = 1 Hz = 1 ദോലനം പ്രതിസെക്കന്റ് = $1s^{-1}$.

ആവൃത്തി ഒരു എണ്ണൽ സംഖ്യ ആകണമെന്ന് നിർബന്ധമില്ല.

> **ഉദാഹരണം 14.1** ഒരു മിനിറ്റിൽ 75 പ്രാവശ്യം എന്ന തോതിൽ ഒരു ശരാശരി മനുഷ്യ ഹൃദയം മിടിക്കുന്നു. എങ്കിൽ അതിന്റെ ആവർത്തനകാലവും, ആവൃത്തിയും കണക്കാക്കുക.

ഉത്തരം ഹൃദയമിടിപ്പിന്റെ ആവൃത്തി = 75/(1 മിനുട്ട്)

= 75/(60 s)

= $1.25\ s^{-1}$

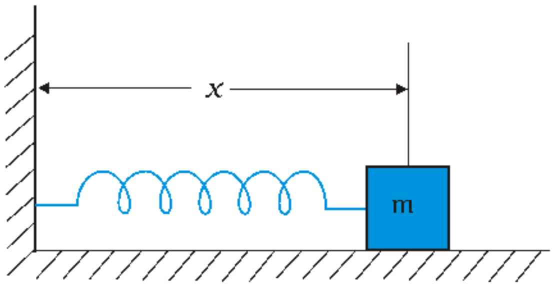
= 1.25 Hz

ആവർത്തനകാലം T = $1/(1.25\ s^{-1})$

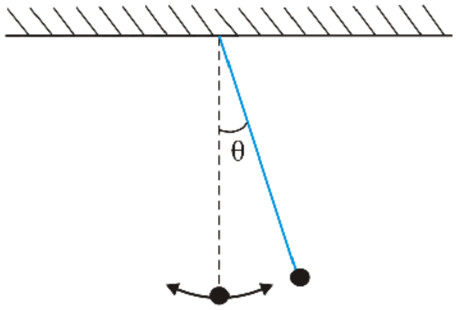
= 0.8 s

14.2.2 സ്ഥാനാന്തരം (Displacement)

ഒരു വസ്തുവിന്റെ സ്ഥാനസദിശത്തിന്റെ (position vector) മാറ്റമാണ് അതിന്റെ സ്ഥാനാന്തരമെന്ന് നമ്മൾ ഭാഗം 4.2 ൽ നിർവ്വചിച്ചിട്ടുണ്ട്. ഈ അദ്ധ്യായത്തിൽ സ്ഥാനാന്തരം (displacement) എന്ന വാക്ക് കൂടുതൽ പൊതുവായ അർത്ഥത്തിലാണ് നാം ഉപയോഗിക്കുന്നത്. നാം പരിഗണിക്കുന്ന ഏതൊരു ഭൗതിക സ്വാഭാവത്തിന്റെയും സമയാധിഷ്ഠിതമായ മാറ്റത്തെയാണ് ഇവിടെ സ്ഥാനാന്തരം കൊണ്ട് അർത്ഥമാക്കുന്നത്. ഉദാഹരണത്തിന്, ഒരു പ്രതലത്തിലൂടെ നേർരേഖയിൽ സഞ്ചരിച്ചുകൊണ്ടിരിക്കുന്ന ഒരു പന്തിന്റെ കാര്യം പരിഗണിക്കുക. ഇതിന്റെ സ്ഥാനാന്തരം, ആരംഭ ബിന്ദുവിൽ നിന്നുള്ള സമയാനുസൃത ദൂരമാണ്. നമ്മുടെ സൗകര്യത്തിനനുസരിച്ചാണ് ആരംഭ സ്ഥാനം നാം (Origin) തെരെഞ്ഞെടുക്കുന്നത്. ഒരറ്റം ഭിത്തിയോട് ബന്ധിപ്പിച്ചിരിക്കുന്നതും, അടുത്ത അറ്റം ഒരു കട്ടയോട് ബന്ധിപ്പിച്ചിരിക്കുന്നതുമായ ഒരു സ്പ്രിങ്ങ് പരിഗണിക്കുക. (ചിത്രം 14.2 (a) കാണുക) ഇത്തരം സ്പ്രിംഗുകളിലുണ്ടാകുന്ന ചലനങ്ങളിലും മറ്റു ദോലനങ്ങളിലും പൊതുവായി വസ്തുവിന്റെ സന്തുലിത സ്ഥാനത്തു നിന്നും, അതിന്റെ സ്ഥാനാന്തരം അളക്കുന്നതാണ് സൗകര്യപ്രദം. ദോലന ചലനത്തിലുള്ള ഒരു സരളപെൻഡുലത്തിൽ (simple pendulam), അത് തൂക്കിയിട്ടിരിക്കുന്ന ബിന്ദുവിലൂടെയുള്ള ലംബവുമായി അതുണ്ടാക്കുന്ന സമയാനുസൃത കോണിനേയാണ് സ്ഥാനാന്തരമായി കണക്കാക്കുന്നത് (ചിത്രം 14.2 (b) കാണുക). എല്ലായ്പ്പോഴും സ്ഥാനാന്തരം എന്ന പദം സ്ഥാനവുമായി ബന്ധപ്പെട്ടിരിക്കുന്ന എന്ന അർത്ഥത്തിൽ മാത്രമല്ല ഉപയോഗിക്കുന്നത്.



ചിത്രം 14.2(a) ഒരറ്റം ഭിത്തിൽ ഉറപ്പിച്ചിരിക്കുന്ന ഒരു സ്പ്രിങ്ങിന്റെ മറ്റേ അറ്റത്തു ഘടിപ്പിച്ചിരിക്കുന്ന കട്ട ഘർഷണമില്ലാത്ത പ്രതലത്തിൽ ചലിക്കുന്നു. കട്ടയുടെ ചലനം ഭിത്തിയിൽ നിന്നുള്ള ദൂരം അല്ലെങ്കിൽ സ്ഥാനാന്തരം x- ന്റെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ വിവരിക്കാവുന്നതാണ്.



ചിത്രം 14.2(b) ദോലനം ചെയ്തുകൊണ്ടിരിക്കുന്ന ഒരു സരള പെൻഡുലം ലംബവുമായുള്ള കോണീയ സ്ഥാനാന്തരം θ അടിസ്ഥാനമാക്കി ഈ ചലനം വിവരിക്കാവുന്നതാണ്.

നമുക്ക് മറ്റുപല തരത്തിലുമുള്ള സ്ഥാനാന്തരങ്ങളെയും കാണാൻ സാധിക്കും. ഒരു a.c സെർക്കീട്ടിൽ, കപ്പാസിറ്ററിന് കുറുകേ സമയത്തിനനുസരിച്ച് മാറിക്കൊണ്ടിരിക്കുന്ന വോൾട്ടേജ്, ഒരു അസ്ഥിര (variable) സ്ഥാനാന്തരമാണ്. ഇതു പോലെ, ശബ്ദതരംഗത്തിന്റെ വ്യാപനത്തിൽ സമയത്തിനനുസരിച്ചുള്ള മർദ്ദവ്യതിയാനങ്ങൾ, പ്രകാശ തരംഗത്തിലെ വൈദ്യുത മണ്ഡലങ്ങളുടെയും കാന്തമണ്ഡലങ്ങളുടെയും വ്യതിയാനങ്ങൾ തുടങ്ങിയവ, വ്യത്യസ്ത സന്ദർഭങ്ങളിലുള്ള സ്ഥാനാന്തരങ്ങൾക്ക് ഉദാഹരണങ്ങളാണ്. അസ്ഥിര സ്ഥാനാന്തരത്തിന് പോസിറ്റീവോ നെഗറ്റീവോ ആയ വിലകൾ ഉണ്ടാകാം.

ക്രമാവർത്തന ചലനത്തിന്റെ പരീക്ഷണങ്ങളിൽ അവയുടെ സ്ഥാനാന്തരം പല സമയ ഇടവേളകളിൽ അളക്കാറുണ്ട്. ദോലനങ്ങളിൽ ഉണ്ടാകുന്ന സ്ഥാനാന്തരം സാധാരണയായി സമയത്തിന്റെ ഫലനമായാണ് ഗണിതരൂപത്തിൽ എഴുതുന്നത്. ക്രമാവർത്തന ചലനങ്ങളിൽ ഇത്തരം ഫലനങ്ങൾ (functions) സമയ ഇടവേളകളുടെ

ക്രമാവർത്തന സ്വഭാവം കാണിക്കും. ലഘുവായ ക്രമാവർത്തന ഫലനങ്ങളിലൊന്നിനെ

$$f(t) \quad A\cos\omega t \text{ എന്ന് എഴുതാം} \qquad (14.3a)$$

ദോലനങ്ങളുമായി ബന്ധപ്പെട്ട പരീക്ഷണങ്ങളിൽ വ്യത്യസ്ത സമയങ്ങളിൽ സ്ഥാനാന്തരം അളക്കുന്നു. സമയത്തിന്റെ ഒരു ഗണിത ഫലനം (function) ആയി സ്ഥാനാന്തരത്തെ പ്രതിനിധാനം ചെയ്യാൻ കഴിയും. ഈ ഫലനത്തിന്റെ ആർഗ്യുമെൻറ് (argument) ωt ആണ്. 2π യുടെ പൂർണ്ണാങ്ക ഗുണിതങ്ങൾ ωt യുമായി ക്രമമായി കൂട്ടിയാലും അതിന്റെ വില സ്ഥിരമായി നില്ക്കുന്നു. അങ്ങനെയാണെങ്കിൽ ഫലനം f(t) ക്രമാവർത്തന ഫലനം ആണ്. ഇതിന്റെ ആവർത്തനകാലം

$$T \quad \frac{2\pi}{\omega} \text{ ആണ്.} \qquad (14.3b)$$

അതായത് T ആവർത്തനകാലമുള്ള ഫലനം f(t), ക്രമാവർത്തനത്തിലാണെങ്കിൽ, f(t) യെ നമുക്ക്

$$f(t) = f(t \quad T) \text{ എന്നെഴുതാൻ കഴിയും.}$$

ഒരു സൈൻ ഫലനം, f(t)= A sin ωt, പരിഗണിക്കുകയാണെങ്കിൽ ഈ ഗണിതഗുണം അത് പാലിക്കുന്നതായി കാണാം.

$$f(t) = A\sin\omega t \quad B\cos\omega t \qquad (14.3c)$$

പോലെയുള്ള സൈൻ ഫലനത്തിന്റെയും കോസ് ഫലനത്തിന്റേയും കൂടിച്ചേരലും, ഒരേ ആവർത്തനകാലം. T, യുള്ള ക്രമാവർത്തന ഫലനമാണ്.

$A \quad D\cos\phi$, $B \quad D\sin\phi$ എന്നു കരുതുകയാണെങ്കിൽ സമവാക്യം (14.3c) അനുസരിച്ച്

$$f(t) \quad D\sin(\omega t + \phi), \qquad (14.3d)$$

ഇവിടെ D യും ϕ യും സ്ഥിരാങ്കങ്ങളാണ്.

ഇവ $D \quad \sqrt{A^2+B^2}$ and $\phi = \tan^{-1}\left(\frac{B}{A}\right)$ എന്നിങ്ങനെയാണ്

ഏതൊരു ക്രമാവർത്തന ഫലനത്തെയും, വ്യത്യസ്ത ആവർത്തന കാലവും അനുയോജ്യമായ ഗുണാങ്കങ്ങളും ഉള്ള സൈൻ ഫലനങ്ങളുടെയും കോസ് ഫലനങ്ങളുടെയും ശ്രേണിയായി എഴുതാൻ കഴിയുമെന്ന് ഴാങ് ബാപ്റ്റിസ്റ്റ് ജോസഫ് ഫൂറിയർ (Jean Baptiste Joseph Fourier) എന്ന ഫ്രഞ്ച് ഗണിത ശാസ്ത്രജ്ഞൻ തെളിയിച്ചു.ഈ സവിശേഷമായ ഫലം കാരണമാണ് സൈൻ ഫലനത്തിനും കോസ് ഫലനത്തിനും വലിയ പ്രാധാന്യം ലഭിച്ചത്.

▶ ***ഉദാഹരണം 14.2*** താഴെ തന്നിരിക്കുന്ന സമയത്തിന്റെ ഏകദങ്ങളിൽ ഏതൊക്കെയാണ് (a) ക്രമാവർത്തന ചലനങ്ങൾ (b) ക്രമാവർത്തനങ്ങൾ അല്ലാത്തത് എന്ന് കണ്ടെത്തുക ക്രമാവർത്തന ചലനങ്ങളുടെ കാര്യത്തിൽ ആവർത്തനകാലം കണ്ടു പിടിക്കുക. (ω ഒരു പോസിറ്റീവ് സ്ഥിരാങ്കമാണെന്നു കരുതുക)

(i) $\sin\omega t + \cos\omega t$

(ii) $\sin\omega t + \cos 2\omega t + \sin 4\omega t$

(iii) $e^{-\omega t}$

(iv) $\log(\omega t)$

ഉത്തരം

(i) $\sin\omega t + \cos\omega t$ ഒരു ക്രമാവർത്തന ഫലനമാണ്. ഇതിനെ $\sqrt{2}\sin(\omega t + \pi/4)$. എന്നും എഴുതാം

അതായത് $\sqrt{2}\sin(\omega t+\pi/4) = \sqrt{2}\sin(\omega t+\pi/4+2\pi)$

$= \sqrt{2}\sin[\omega(t+2\pi/\omega)+\pi/4]$

ഇവിടെ ഫലനത്തിന്റെ ആവർത്തനകാല സമയം $2\pi/\omega$ ആണ്.

(ii) ഇത് ക്രമാവർത്തന ചലനത്തിന് ഉദാഹരണമാണ്. ഇതിലെ ഒരോ പദവും വ്യത്യസ്ത കോണീയ ആവൃത്തിയുള്ള ക്രമാവർത്തന ഫലനത്തെ സൂചിപ്പിക്കുന്നു. ഇവിടെ $\sin\omega t$ യുടെ ആവർത്തനകാലം $T_0 = 2\pi/\omega$; $\cos 2\omega t$ യുടെ ആവർത്തനകാലം $\pi/\omega = T_0/2$; $\sin 4\omega t$ യുടെ ആവർത്തനകാലം $2\pi/4\omega = T_0/4$. എന്നിങ്ങനെയാണ്. ആദ്യത്തെ പദത്തിന്റെ ആവർത്തന കാലം രണ്ടാമത്തെയും മൂന്നാമത്തെയും പദങ്ങളുടെ ആവർത്തനകാലത്തിന്റെ ഗുണനഫലമാണ്. മൂന്ന് പദങ്ങളുടെയും പൊതുവായ ആവർത്തന കാലം T_0 ആണ്. അതുകൊണ്ട് ഈ ഫലനം, $2\pi/\omega$ ആവർത്തന കാലമുള്ള ഒരു ക്രമാവർത്തന ചലനമാണ്.

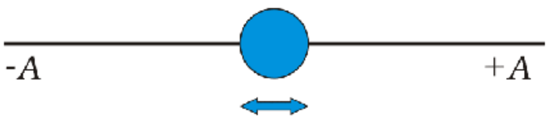
(iii) $e^{-\omega t}$ ക്രമാവർത്തന ഫലനം അല്ല. സമയം കൂടുന്നതിനനുസരിച്ച് ഇതിന്റെ വില തുടർച്ചയായി കുറയുന്നു. സമയത്തിന്റെ വില അനന്തതയിലേക്ക് നീങ്ങുമ്പോൾ വില പൂജ്യത്തിലേക്ക് നീങ്ങുന്നു. അതു കൊണ്ട് ഒരിക്കലും ഒരേ വില ആവർത്തിക്കപ്പെടുന്നില്ല.

(iv) $\log(\omega t)$ ഫലനത്തിന്റെ വില സമയത്തിനനുസരിച്ച് ക്രമമായി കൂടുന്നു. വില ആവർത്തിക്കപ്പെടാത്തതു കൊണ്ട് ഇത് ക്രമാവർത്തന ഫലനമല്ല. സമയം അനന്തതയിലേക്കടുക്കുമ്പോൾ, വിലയും

അനന്തതയിലേക്ക് നീങ്ങുന്നു. അതു കൊണ്ട് ഇത് ഏതെങ്കിലും ഭൗതികസ്ഥാനാന്തരത്തെ പ്രതിനിധീകരിക്കുന്നില്ല. ◀

14.3 സരളഹാർമോണികചലനം (SIMPLE HARMONIC MOTION)

ചിത്രം 14.3 ൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നതുപോലെ X അക്ഷത്തിലെ മൂലബിന്ദുവിനെ സന്തുലിത സ്ഥാനമാക്കി, +A - A ബിന്ദുക്കൾക്കിടയിൽ ഒരു വസ്തു മുന്നോട്ടും പുറകോട്ടും കമ്പനം ചെയ്യുന്നതായി പരിഗണിക്കുക. വസ്തുവിന്റെ പരമാവധി വേഗം മൂലബിന്ദുവിലും പൂജ്യം



ചിത്രം 14.3 X - അക്ഷത്തിന്റെ മൂലബിന്ദുവിനെ ആശ്രയിച്ച്, +A, -A എന്നീ അതിരുകൾക്കിടയിൽ മുന്നിലേക്കും പിന്നിലേക്കും കമ്പനം ചെയ്യുന്ന വസ്തു.

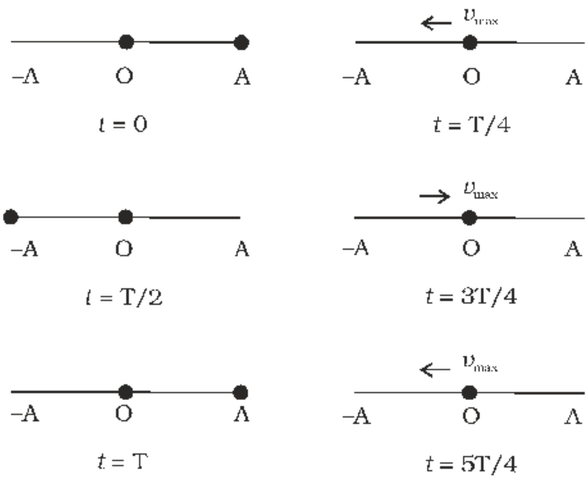
വേഗം ±A യിലും ആകത്തക്കവിധമാണ് ചലിച്ചുകൊണ്ടിരിക്കുന്നത്. വസ്തു +A യിൽ നിന്ന് ചലനം തുടങ്ങുമ്പോഴുള്ള സമയം പൂജ്യമായും, വീണ്ടും അത് +A യിൽ തിരിച്ചെത്തുമ്പോഴുള്ള സമയം t = T ആയും തെരഞ്ഞെടുത്തിരിക്കുന്നു. ഈ ഭാഗത്തിൽ ഈ ചലനത്തെക്കുറിച്ചാണ് നമ്മൾ വിവരിക്കുന്നത്. അതിനു ശേഷം ഇതെങ്ങനെ സാധ്യമാകുന്നുവെന്ന് നമ്മൾ ചർച്ച ചെയ്യും. ഈ കമ്പന ചലനത്തിന്റെ സ്ഥാനാന്തരം:

$$x(t) = A\cos(\omega t + \phi) \tag{14.4}$$

എന്ന സമവാക്യം അനുസരിച്ചാണെങ്കിൽ ആ വസ്തു സരള ഹാർമോണിക ചലനത്തിലാണ് എന്നു പറയാം.

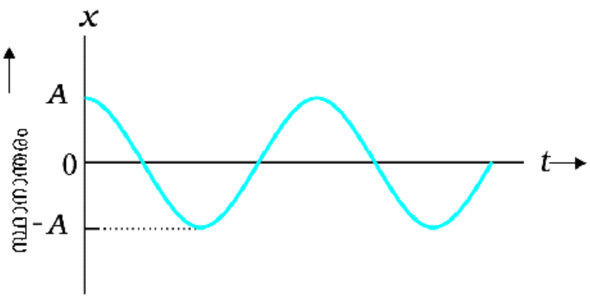
ഇവിടെ A, ω, ϕ എന്നിവ സ്ഥിരാങ്കങ്ങൾ ആണ്.

എല്ലാക്രമാവർത്തന ചലനങ്ങളും സരളഹാർമോണികമല്ല. സരള ഹാർമോണികം എന്നാൽ ചലന വസ്തുവിന്റെ സ്ഥാനാന്തരം ഒരു സിനുസോയിഡൽ ഫലനമാണെങ്കിൽ അത്തരം ചലനങ്ങളെല്ലാം സരള ഹാർമോണിക ചലനങ്ങളായിരിക്കും. സരള ഹാർമോണിക ചലനത്തിനു വിധേയമായിരിക്കുന്ന ഒരു വസ്തുവിന്റെ T/4 സമയ ഇടവേളകളിലുള്ള സ്ഥാനാന്തരമാണ് ചിത്രം 14.4 ൽ നൽകിയിട്ടുള്ളത്. ഇവിടെ T എന്നത് ഈ ചലനത്തിന്റെ ആവർത്തന കാലമാണ്. ഗ്രാഫിന്റെ ആകാരം



ചിത്രം 14.4 സരളഹാർമോണിക ചലനത്തിലുള്ള ഒരു വസ്തുവിന്റെ t=0, T/4, T/2, 3T/4, T എന്നീ സമയങ്ങളിലുള്ള സ്ഥാനം ചിത്രീകരിച്ചിരിക്കുന്നു. ഈ ചലനം സ്വയം ആവർത്തിക്കപ്പെടുന്ന സമയ ഇടവേള ആണ് T. ചലനത്തിന്റെ ആരംഭദിശയായി (t=0) ഏതു ബിന്ദു തിരഞ്ഞെടുത്താലും T യുടെ വില സ്ഥിരമായിരിക്കും. വസ്തുവിന്റെ പരമാവധി വേഗം സ്ഥാനാന്തരം പൂജ്യമായിരിക്കുമ്പോഴും (x=0) പൂജ്യം വേഗം ചലനത്തിന്റെ അതിരായി വരുന്ന ബിന്ദുക്കളിലുമാണ്.

നിർണ്ണയിക്കുന്ന അളവുകൾ A, ω, ϕ ഇവയുടെ പേരുകൾ സഹിതം ചിത്രം 14.6 ൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നു. ഇനി നമുക്ക് ഈ അളവുകളെ നിർവ്വചിക്കാം.

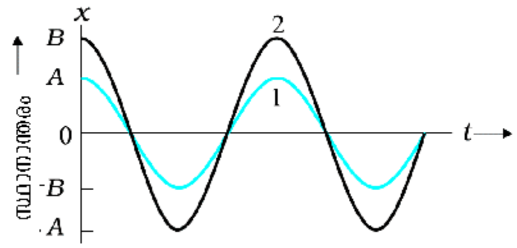


ചിത്രം 14.5 സമവാക്യം (14.4) പ്രതിനിധാനം ചെയ്യുന്ന ചലനത്തിൽ, സ്ഥാനാന്തരം, x, സമയത്തിന്റെ ഫലനത്തിനുള്ള ഒരു ഗ്രാഫ്

$x(t)$	:	സ്ഥാനാന്തരം 'x' സമയം 't' യുടെ ഫലനമായി
A	:	ആയതി
ω	:	കോണീയ ആവൃത്തി
$\omega t + \phi$	:	ഫേസ് (സമയ ബന്ധിതം)
ϕ	:	ഫേസ് സ്ഥിരാങ്കം

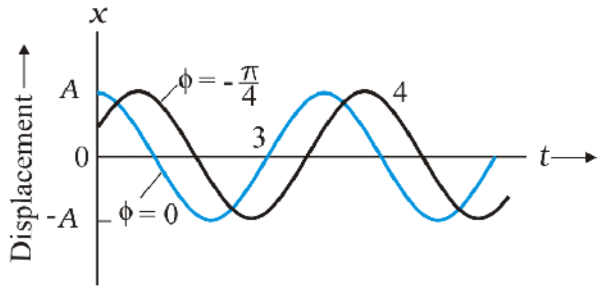
ചിത്രം 14.6 സമവാക്യം (14.4) ലെ പദങ്ങളുടെ പരാമർശങ്ങൾ

അളവ്, A യെ ആയതി (amplitude) എന്ന് വിളിക്കുന്നു. വസ്തുവിന്റെ ഇരുവശങ്ങളിലൊന്നിലേക്കുള്ള പരമാവധി സ്ഥാനന്തരത്തെയാണ് ഈ പോസിറ്റീവ് സ്ഥിരാങ്കം പ്രതിനിധാനം ചെയ്യുന്നത്. സമവാക്യം (14.4) ലെ കൊസൈൻ ഫലനം ±1 അതിരുകൾക്കുള്ളിൽ വ്യത്യാസപ്പെടുന്നു.അതുകൊണ്ട് സ്ഥാനാന്തരം ±A അതിരുകൾക്കുള്ളിൽ വ്യത്യാസപ്പെടുന്നു. ചിത്രം 14.7 (a) ൽ, സമവാക്യം (14.4) നെ A, B എന്നീ രണ്ട് വ്യത്യസ്ത ആയതികളിൽ വരച്ചിരിക്കുന്നു. ഇവയെ സൂചിപ്പിക്കുന്ന ഗ്രാഫുകൾ രേഖകൾ 1, 2 എന്നിവയാണ്. ഈ ഗ്രാഫുകൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം ആയതിയുടെ പ്രധാന്യം വിവരിക്കുന്നു.



ചിത്രം 14.7 (a) $\phi = 0$ എന്ന് കരുതിയാൽ, സമവാക്യം (14.4). ൽ നിന്നും ലഭിക്കുന്ന സ്ഥാനാന്തരം, സമയത്തിന്റെ ഫലനത്തിനുള്ള ഗ്രാഫ് 1, 2 എന്നീ വക്രരേഖകളിൽ ആയതി യഥാക്രമം A യും B യും ആണ്.

സമവാക്യത്തിലെ സമയത്തിനനുസരിച്ച് വ്യത്യാസപ്പെടുന്ന $(\omega t + \phi)$ യെ ചലനത്തിന്റെ ഫേസ് എന്നു വിളിക്കുന്നു. ഇത് ഒരു നിശ്ചിത സമയത്തിലെ ചലനാവസ്ഥ (state of motion) യെ വിവരിക്കുന്നു. ഇവിടെ ϕ സ്ഥിരാങ്കത്തെ ഫേസ് സ്ഥിരാങ്കം (അല്ലെങ്കിൽ ഫേസ് കോൺ) എന്നു വിളിക്കുന്നു. t = 0 സമയത്തെ വസ്തുവിന്റെ സ്ഥാനാന്തരത്തെയും പ്രവേഗത്തെയും ആശ്രയിച്ചാണ് ϕ യുടെ മൂല്യം നിർണ്ണയിക്കുന്നത്. t = 0 സമയത്തെ $(\omega t + \phi)$ യുടെ വിലയായ ϕ ആണ് ഫേസ് സ്ഥിരാങ്കം. (ചിത്രം 14.7 (b) ഉപയോഗിച്ച് ഇത് കൂടുതൽ നന്നായി മനസ്സിലാക്കാം. ഈ ചിത്രത്തിൽ 3, 4 എന്നീ വക്രരേഖകൾ, സമവാക്യം (14.4) ലെ ϕ ഫേസ് സ്ഥിരാങ്കത്തിന്റെ രണ്ട് വിലകളെ പ്രതിനിധാനം ചെയ്യുന്ന ഗ്രാഫുകളാണ്. ഫേസ് സ്ഥിരാങ്കം, വസ്തുവിന്റെ പ്രാരംഭ അവസ്ഥകളെ സൂചിപ്പിക്കുന്നു എന്ന് കാണാൻ കഴിയും. സ്ഥിരാങ്കം, ω യെ ചലനത്തിന്റെ കോണീയാവൃത്തി എന്നു വിളിക്കുന്നു. ഇത് T യുമായി ബന്ധപ്പെട്ടിരിക്കുന്നു.



ചിത്രം 14.7 (b) സമവാക്യം (14.4) ന്റെ ഗ്രാഫാണ് ഇത്. ഗ്രാഫ് 3, 4 എന്നിവയ്ക്ക് ϕ വില യഥാക്രമം 0 വും $\pi/4$ ഉം ആണ്. എന്നാൽ അവയുടെ ആയതി A തുല്യമാണ്

ഇവ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം ലഭിക്കുന്നതിനായി $\phi = 0$ എന്ന സങ്കൽപ്പത്തിൽ സമവാക്യം (14.4) പരിഗണിക്കുക. അതായത് സമവാക്യം (14.4) അപ്പോൾ $x(t) = A \cos \omega t$ എന്നാകുന്നു.

ഈ ചലനം T ആവർത്തനകാലമുള്ള ഒരു ക്രമാവർത്തന ചലനമാണ്. അതു കൊണ്ട് വസ്തുവിന്റെ സ്ഥാനാന്തരം x(t) യുടെ വില, ഒരു ആവർത്തന കാലത്തിനു ശേഷം, ആദ്യത്തെ വിലയിലേക്ക് തിരിച്ചെത്തുന്നു. അതായത് t യുടെ എല്ലാ വിലയിലും x(t) = x(t+T) ആണ്. ഈ നിബന്ധന അനുസരിച്ച്

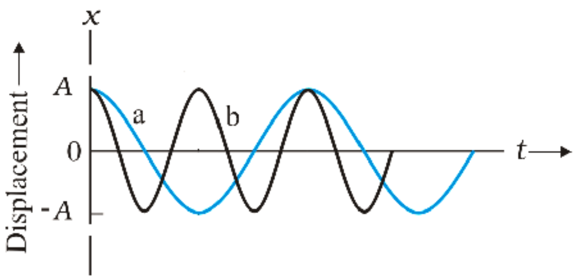
$$A \cos \omega t = A \cos \omega (t + T) \quad (14.6)$$

എന്നെഴുതാം. ഒരു കൊസൈൻ ഫലനം ആവർത്തിക്കുന്നത് അതിന്റെ ആർഗുമെന്റ് (ഫേസ്) 2π വർധിക്കുമ്പോൾ ആയതു കൊണ്ട് സമവാക്യം (14.6) നെ

$\omega(t + T) = \omega t + 2\pi$ എന്നെഴുതാം.

അതുകൊണ്ട് കോണീയാവൃത്തി $\omega = 2\pi/T$ ആണ്.

കോണീയാവൃത്തിയുടെ യൂണിറ്റ് റേഡിയൻ/സെക്കന്റ് (rad/s) ആണ്. ആവൃത്തി എന്നത് 1/T ആയതുകൊണ്ട് സരളഹാർമോണിക്ക് ദോലനത്തിന്റെ കോണീയ ആവൃത്തി ω എന്നത് ദോലനാവൃത്തിയുടെ 2π മടങ്ങ് ആകുന്നു. ആവർത്തനകാലം T യുടെ പ്രാധാന്യം വിവരിക്കുന്നതിനായി വ്യത്യസ്ത ആവർത്തന കാലമുള്ള രണ്ട് സിനുസോയിഡൽ ഫലനങ്ങളെ ചിത്രം 14.8ൽ വരച്ചിരിക്കുന്നു. ഈ ഗ്രാഫിൽ വക്രരേഖ a യുടെ ആവർത്തന കാലം T യും, b യുടേത് T' = T/2 വും ആണ്. അടുത്ത ഭാഗത്തിൽ നമ്മൾ സരള ഹാർമോണിക ചലനത്തിന്റെ ഏറ്റവും ലഘുവായ ഉദാഹരണം ചർച്ച ചെയ്യും.



ചിത്രം 14.8 രണ്ട് വ്യത്യസ്ത സമയാവർത്തന കാലങ്ങളിലും $\phi = 0$ യിലും ഉള്ള സമവാക്യം (14.4) ന്റെ ഗ്രാഫുകൾ

▶ **ഉദാഹരണം 14.3** താഴെ തന്നിരിക്കുന്ന സമയത്തിന്റെ ഏകദങ്ങളിൽ ഏതാണ് (a) സരള ഹാർമോണിക ചലനത്തെ പ്രതിനിധാനം ചെയ്യുന്നത്. (b) ക്രമാവർത്തിതവും എന്നാൽ സരളഹാർമോണികമല്ലാത്തതും ആയ ചലനത്തെ പ്രതിനിധാനം ചെയ്യുന്നത്. ഓരോന്നിന്റെയും ആവർത്തനകാലം കണക്കാക്കുക.

(1) $\sin \omega t - \cos \omega t$

(2) $\sin^2 \omega t$

ഉത്തരം

(a) $\sin \omega t - \cos \omega t$

$$= \sin \omega t - \sin (\pi/2 - \omega t)$$

$$= 2 \cos (\pi/4) \ \sin (\omega t - \pi/4)$$

$$= \sqrt{2} \sin (\omega t - \pi/4)$$

ഈ ഫലനം, $T = 2\pi/\omega$ ആവർത്തനകാലവും, $(-\pi/4)$ അല്ലെങ്കിൽ $(7\pi/4)$ ഫേസും ഉള്ള ഒരു സരള ഹാർമോണിക ചലനത്തെ പ്രതിനിധാനം ചെയ്യുന്നു.

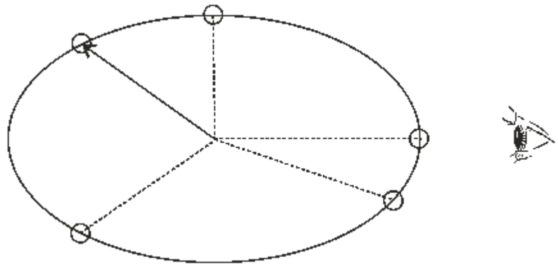
(b) $\sin^2 \omega t$

$$= \tfrac{1}{2} - \tfrac{1}{2} \cos 2 \omega t$$

$T = \pi/\omega$. ആവർത്തന കാലമുള്ള ഒരു ക്രമാവർത്തന ഫലനമാണ്. ഇതും സന്തുലിത സ്ഥാന ബിന്ദു പൂജ്യത്തിനു പകരം $\tfrac{1}{2}$ ആയ ഒരു ഹാർമോണിക ചലനത്തെ പ്രതിനിധാനം ചെയ്യുന്നു. ◀

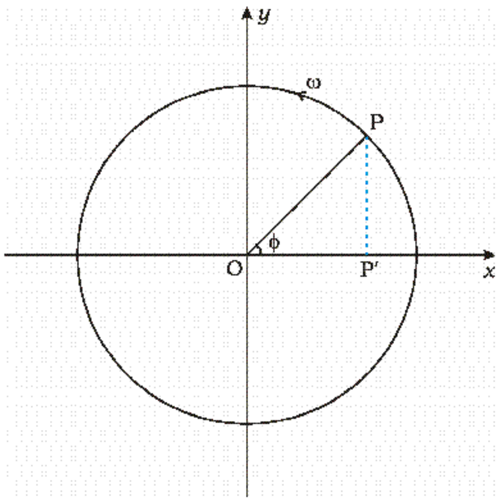
14.4 സമവർത്തുള ചലനവും സരളഹാർമണിക ചലനവും (SIMPLE HARMONIC MOTION AND UNIFORM CIRCULAR MOTION

ഒരു സമവർത്തുള ചലനത്തിന്റെ വൃത്തപാതയുടെ ഏതെങ്കിലും വ്യാസ രേഖയിലേക്കു വരയ്ക്കുന്ന പ്രക്ഷേപ പാദത്തിന്റെ (foot of projection) ചലനമാണ് സരള ഹാർമോണിക ചലനം എന്നാണ് നാം ഈ പാഠഭാഗത്ത് കാണാൻ പോകുന്നത്. ഒരു ലഘുപരീക്ഷണം വഴി (ചിത്രം 14.9) നമുക്ക് ഇത് തെളിയിക്കാം. ഒരു ചരടിന്റെ ഒരറ്റത്ത് ഒരു പന്തിനെ ഉറപ്പിക്കുക. അതിനുശേഷം പന്തിനെ തറയ്ക്ക് സമാന്തരമായ തലത്തിൽ കറക്കുക. ഇപ്പോൾ പന്ത് സ്ഥിര കോണീയ വേഗമുള്ള സമവർത്തുള ചലനത്തിൽ ആണ്. ചലനതലത്തിൽ ശ്രദ്ധ കേന്ദ്രീകരിച്ചു കൊണ്ട്, വശങ്ങളിൽ നിന്നോ, മുൻപിൽ നിന്നോ പന്തിനെ നിരീക്ഷിക്കുക. കറക്കത്തിന്റെ കേന്ദ്രബിന്ദു, മധ്യബിന്ദുവായി പന്ത് മുന്നോട്ടും പിറകോട്ടും ചലിക്കുന്നതായി കാണപ്പെടുന്നു.



ചിത്രം 14.9 ഒരു പ്രതലത്തിൽ സമവർത്തുള ചലനത്തിലുള്ള ഒരു പന്തിനെ വൃത്തത്തിന്റെ വക്കിലൂടെ നിരീക്ഷിക്കുമ്പോൾ അത് SHM ആയിരിക്കും.

പന്ത് കറങ്ങുന്ന തലത്തിന് ലംബമായുള്ള ഭിത്തിയിലും ഇത് നിങ്ങൾക്ക് കാണാവുന്നതാണ്. വൃത്തത്തിന്റെ, നിരീക്ഷിക്കുന്ന ദിശക്ക് ലംബമായ, വ്യാസത്തിലൂടെയുള്ള പന്തിന്റെ ചലനമാണ് ഇവിടെയെല്ലാം നാം കാണുന്നത്. ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ പരിധിയിലൂടെ ω കോണീയ വേഗത്തിൽ (സ്ഥിര), അപ്രദക്ഷിണ ദിശയിൽ സമവർത്തുള ചലനത്തിൽ ഏർപ്പെട്ടിരിക്കുന്ന ഒരു വസ്തുവിനെയാണ് ചിത്രം 14.10 ൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നത്.



ചിത്രം 14.10

വസ്തുവിന്റെ സ്ഥാനസദിശം $\overline{OP}$, $t = 0$ എന്ന സമയത്ത് പോസിറ്റീവ് $\overrightarrow{OP}$ എന്ന ഒരു കണിക A ആരമുള്ള ഒരു വൃത്തപാതയിലൂടെ സ്ഥിര കോണീയ പ്രവേഗ (ω)

ത്തിൽ സഞ്ചരിക്കുന്നുവെന്ന് കരുതുക. x അക്ഷത്തിന്റെ ദിശയുമായി ϕ കോൺ ഉണ്ടാക്കുന്നുവെന്നിരിക്കട്ടെ. t സെക്കന്റിനു ശേഷം ഈ വസ്തു ഇവിടെ നിന്നും ωt എന്ന കോൺ അധികമായി ഉണ്ടാക്കിയിട്ടുണ്ടാവും, അതായത് ഈ സമയത്ത് വസ്തു P, x അക്ഷത്തിന്റെ പോസിറ്റീവ് ദിശയുമായി $(\omega t + \phi)$ എന്ന കോൺ ഉണ്ടാക്കിയിട്ടുണ്ടാകും. ഇനി നമുക്ക് സ്ഥാനസദിശം $\overline{OP}$ യുടെ X അക്ഷത്തിലുള്ള പ്രക്ഷേപം എന്താണെന്ന് നോക്കാം. ഇവിടെ ഇതിനെ OP′ ആയി കാണിച്ചിരിക്കുന്നു. P′ ന്റെ X അക്ഷത്തിലെ സ്ഥാനം എന്നത്, $x(t) = A\cos(\omega t + \phi)$ എന്നെഴുതുവാൻ കഴിയും. അതായത് വസ്തു P വർത്തുള ചലനത്തിലാണെങ്കിൽ അതിന്റെ പ്രക്ഷേപ പാദം P′ വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസത്തിലൂടെ സരളഹാർമോണിക ചലനത്തിലേർപ്പെടും. ഇവിടെ വസ്തു P യെ അവലംബ വസ്തു (reference particle) അല്ലെങ്കിൽ അവലംബബിന്ദു (reference point) വെന്നും അതുൾക്കൊള്ളുന്ന വൃത്തത്തെ അവലംബവൃത്തം (reference circle) എന്നു വിളിക്കുന്നു.

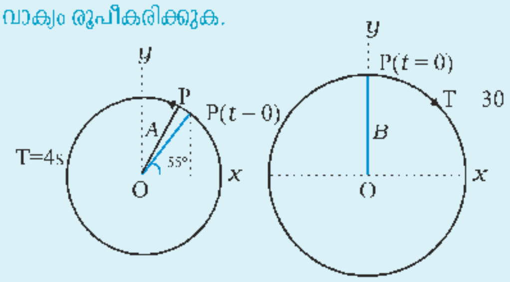
P യുടെ പ്രക്ഷേപം ഏതു വ്യാസരേഖയിലും നമുക്ക് എടുക്കുവാൻ കഴിയും. ഉദാഹരണത്തിന് y അക്ഷത്തിലൂടെയുള്ള വ്യാസരേഖയിലെടുക്കുകയാണെങ്കിൽ P ന്റെ സ്ഥാനാന്തരം $y(t)$ എന്നത്

$$y = A\sin(\omega t + \phi)$$

എന്നെഴുതുവാൻ കഴിയും. ഇത് x അക്ഷത്തിലൂടെയുള്ള പ്രക്ഷേപത്തിന്റെ സരളഹാർമോണികചലനത്തിന്റെ അതേ ആയതിയുള്ളതും അതേ സമയം അതിൽ നിന്നും ഫേസ് അളവിൽ $\pi/2$ വ്യത്യാസമുള്ളതുമായ ഒരു സരള ഹാർമോണിക ചലനമാണെന്ന് കാണുവാൻ കഴിയും.

ഇവിടെ സരളഹാർമോണികചലനവും സമവർത്തുള ചലനവും തമ്മിലുള്ള പാരസ്പര്യം നിലനിൽക്കുമ്പോൾ തന്നെ അവയ്ക്കു ഹേതുവായ ബലങ്ങൾ വ്യത്യസ്തമാണ് എന്ന കാര്യം ശ്രദ്ധിക്കേണ്ടതുണ്ട്. സരള ഹാർമോണിക ചലനം ഉണ്ടാക്കുന്ന ബലം സമവർത്തുള ചലനത്തിന് നിദാനമായ അഭികേന്ദ്രബലത്തിൽ (centripetal force) നിന്നും വിഭിന്നമാണ്.

ഉദാഹരണം 14.4 ചിത്രം 14.10 രണ്ട് വർത്തുള ചലനങ്ങളാണ് ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നത്. വൃത്തത്തിന്റെ ആരം, പരിക്രമണത്തിന്റെആവർത്തന കാലം, വസ്തുവിന്റെ ആദ്യ സ്ഥാനം, പരിക്രമണത്തിന്റെ ദിശ എന്നിവയെല്ലാം ചിത്രത്തിൽ സൂചിപ്പിച്ചിരിക്കുന്നു. ഒരോ ഉദാഹരണത്തിലും പ്രക്ഷേപത്തിന്റെ സരള ഹാർമോണിക ചലനത്തിന്റെ സമവാക്യം രൂപീകരിക്കുക.



ഉത്തരം

(a) $t = 0$ സമയത്തിൽ OP, വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്ര ബിന്ദുവിൽ x അക്ഷവുമായി $45^0 = \pi/4$ റേഡിയൻ കോൺ രൂപീകരിക്കുന്നു. t സമയം കഴിയുമ്പോൾ അപ്രദക്ഷിണ ദിശയിൽ $\frac{2\pi}{T}t$ കോൺ ചലിക്കുകയും, x അക്ഷവുമായി $\frac{2\pi}{T}t + \frac{\pi}{4}$ കോൺ രൂപീകരിക്കുകയും ചെയ്യുന്നു. t സമയത്തിന് ശേഷം X അക്ഷത്തിലൂടെയുള്ള പ്രക്ഷേപത്തിന്റെ സ്ഥാനാന്തരം

$$x(t) = A\cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \frac{\pi}{4}\right) \text{ ആണ്}$$

$T = 4$ s ആയിരിക്കുമ്പോൾ

$$x(t) \quad A\cos\left(\frac{2\pi}{4}t + \frac{\pi}{4}\right)$$ ആണ്. ഇത് ആയതി A, ആവർത്തനകാലം 4 s, ആദ്യ ഫേസ് $\frac{\pi}{4}$ എന്നിവയുള്ള ഒരു സരള ഹാർമോണിക ചലനമാണ്.

(b) ഈ ഉദാഹരണങ്ങൾ $t = 0$ സമയത്ത് വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്ര ബിന്ദുവിൽ x അക്ഷവുമായി OP രൂപപ്പെടുത്തുന്ന കോൺ $90^0 = \pi/2$ ആണ്.

* കോണളവിന്റെ സാധാരണ ഉപയോഗിക്കുന്ന യൂണിറ്റ് റേഡിയൻ ആണ്. ചാപത്തിന്റെയും (arc) ആരത്തിന്റെയും (radius) ഹരണഫലമായി ആണ് ഇതിനെ നിർവചിച്ചിരിക്കുന്നത്. കോണളവ് ഡൈമൻഷൻ ഇല്ലാത്ത ഒരു അളവാണ്. അതിനാൽ π യുടെ ഗുണിതങ്ങളോ ഉപഗുണിതങ്ങളോ ഉപയോഗിക്കുമ്പോൾ യൂണിറ്റ് റേഡിയൻ എപ്പോഴും പരാമർശിക്കേണ്ടതില്ല. റേഡിയനിൽ നിന്നും ഡിഗ്രിയിലേക്കുള്ള യൂണിറ്റ് മാറ്റം, മീറ്ററിനും സെന്റീമീറ്ററിനും അല്ലെങ്കിൽ മൈലിനും ഇടയ്ക്കുള്ള യൂണിറ്റ് മാറ്റവുമായി സാമ്യമില്ല. ഒരു ത്രികോണമിതി ഫലനത്തിന്റെ *(trigonometric function)* ആർഗുമെന്റ് യൂണിറ്റ് ഇല്ലാതെ പ്രസ്താവിച്ചാൽ, യൂണിറ്റ് റേഡിയൻ ആണെന്ന് മനസ്സിലാക്കേണ്ടതാണ്. നേരെമറിച്ച് കോണളവിന്റെ യൂണിറ്റായി ഡിഗ്രി ഉപയോഗിക്കുമ്പോൾ, ഇത് വ്യക്തമായി കാണിക്കേണ്ടതാണ്. ഉദാഹരണത്തിന് $\sin(15^0)$ അർത്ഥമാക്കുന്നത് 15 ഡിഗ്രിയുടെ സൈൻ എന്നാണ് പക്ഷേ $\sin(15)$ അർത്ഥമാക്കുന്നത് 15 റേഡിയനിന്റെ സൈൻ എന്നാണ്. ഇനിമുതൽ മിക്കപ്പോഴും നമ്മൾ യൂണിറ്റായി *'rad'* എഴുതുന്നത് ഉപേക്ഷിക്കും. കോണളവ് സംഖ്യാവിലകളായി യൂണിറ്റില്ലാതെ പ്രസ്താവിക്കുമ്പോൾ ഇത് റേഡിയൻ ആണെന്ന് എടുക്കേണ്ടതാണ്.

t സമയത്തിൽ ഇത് ഘടികാര ദിശയിൽ x അക്ഷവുമായി $\frac{2\pi}{T}t$ കോൺ തിരിയുകയും $\left(\frac{\pi}{2}-\frac{2\pi}{T}t\right)$ കോൺ രൂപീകരിക്കുകയും ചെയ്യുന്നു. t സമയത്തിനു ശേഷം x പ്രക്ഷേപത്തിന്റെ സ്ഥാനാന്തരം

$$x(t) = B\cos\left(\frac{\pi}{2}-\frac{2\pi}{T}t\right)$$

$= B\sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right)$ ആണ്.

T = 30s ആയിരിക്കുമ്പോൾ

$$x(t) \quad B\sin\left(\frac{\pi}{15}t\right)$$

ഇതിനെ

$$x(t) = B\cos\left(\frac{\pi}{15}t-\frac{\pi}{2}\right)$$

എന്നെഴുതി സമവാക്യം (14.4) ആയി താരതമ്യം ചെയ്യുമ്പോൾ, ഇത് ആവർത്തന കാലം 30s, ആയതി B, ആദ്യഫേസ് $\frac{\pi}{2}$ എന്നിവയുള്ള ഒരു സരള ഹാർമോണിക ചലനമാണെന്ന് കാണാം. ◀

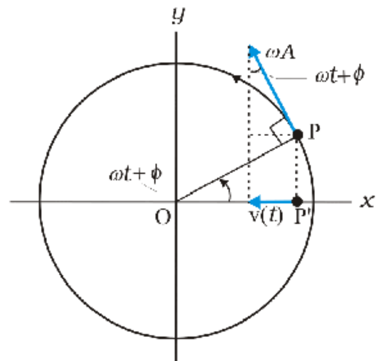
14.5 സരളഹാർമോണികചലനത്തിന്റെ പ്രവേഗവും, ത്വരണവും (VELOCITY AND ACCELERATION IN SIMPLE HARMONIC MOTION)

ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ പരിധിയിലൂടെ ചലിച്ചുകൊണ്ടിരിക്കുന്ന വസ്തുവിന്റെ വേഗം എന്നത് കോണീയ വേഗവും വൃത്തത്തിന്റെ ആരവും തമ്മിലുള്ള ഗുണിതമാണ്.

അതായത് $v = \omega A$ (14.8)

ഇവിടെ വസ്തു ചലിക്കുന്ന വൃത്തത്തിന്റെ ആരമാണ് A. വർത്തുള ചലനത്തിലുള്ള വസ്തുവിന്റെ പ്രവേഗ സദിശം v യുടെ ദിശ എല്ലായ്പ്പോഴും വസ്തു സ്ഥിതി ചെയ്യുന്ന ബിന്ദുവിലൂടെ വൃത്തപാതയ്ക്ക് വരയ്ക്കുന്ന തൊടുവരയുടെ ദിശയിലായിരിക്കും എന്ന് നാം മനസ്സിലാക്കിയിട്ടുണ്ട്. ചിത്രം 14.11 ന്റെ ജ്യാമിതീയ വിശകലനത്തിൽ നിന്നും വസ്തുവിന്റെ t സമയത്തെ വേഗം എന്നത്.

$v(t) = -\omega A\sin(\omega t+\phi)$ (14.9) എന്നു കാണാനാകും.



ചിത്രം 14.11 P′ എന്ന വസ്തുവിന്റെ പ്രവേഗം, v (t) അവലംബ വസ്തു P- യുടെ പ്രവേഗം $\bar{v}$ -യുടെ പ്രക്ഷേപം ആണ്.

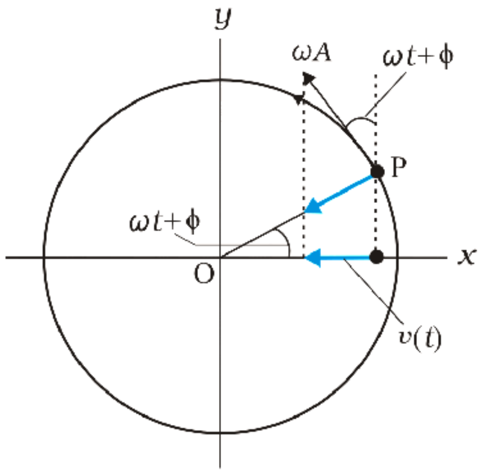
പ്രവേഗം v (t) യുടെ ദിശ x അക്ഷത്തിന്റെ പോസിറ്റീവ് ദിശയ്ക്കു വിപരീതമായതുകൊണ്ടാണ് (നെഗറ്റീവ് x അക്ഷത്തിലേക്ക്) നെഗറ്റീവ് ചിഹ്നം സമവാക്യത്തിൽ കൊടുത്തിരിക്കുന്നത്. സമവാക്യം (14.9), വസ്തുവിന്റെ (P -യുടെ പ്രക്ഷേപം) തൽക്ഷണ (instantaneous) പ്രവേഗമാണ് സൂചിപ്പിക്കുന്നത്. അതു കൊണ്ട്, ഇത് സരള ഹാർമോണികചലനത്തിലുള്ള ഒരു വസ്തുവിന്റെ തൽക്ഷണ പ്രവേഗത്തെ ആശ്രയിക്കുന്നു. സമയത്തെ ബന്ധപ്പെടുത്തി സ്ഥാനാന്തരത്തെ സൂചിപ്പിക്കുന്ന സമവാക്യം (14.4) നെ അവകലനം (differentiate) ചെയ്താലും സമവാക്യം (14.9) ലഭിക്കും. അതായത്

$$v(t) = \frac{d}{dt}x(t) \qquad (14.10)$$

സമവർത്തുള ചലനത്തിലുള്ള ഒരു വസ്തു, ആരത്തിലൂടെ കേന്ദ്ര ബിന്ദുവിലേക്ക് a എന്ന ത്വരണത്തിന് (radial ത്വരണം), വിധേയമാക്കപ്പെടുന്നെന്ന് നമ്മൾ മനസ്സിലാക്കിക്കഴിഞ്ഞു. P യുടെ ത്വരണം $\frac{v^2}{A}$ അഥവാ $\omega^2 A$ ആണ്. ഇതിന്റെ ദിശ വൃത്ത കേന്ദ്രത്തിലേക്കാണ്. അതായത് PO യുടെ ദിശയിലൂടെയാണ്.

അപ്പോൾ പ്രക്ഷേപവസ്തു P യുടെ തൽക്ഷണ ത്വരണം (ചിത്രം 14.12 കാണാം)

$$a(t) = -\omega^2 A\cos(\omega t+\phi)$$
$$= -\omega^2 x(t) \qquad (14.11)$$



ചിത്രം 14.12 വസ്തു P'-ന്റെ ത്വരണം, $a(t)$, അവലംബ വസ്തു P' -യുടെ ത്വരണം. a -യുടെ പ്രക്ഷേപം ആണ്.

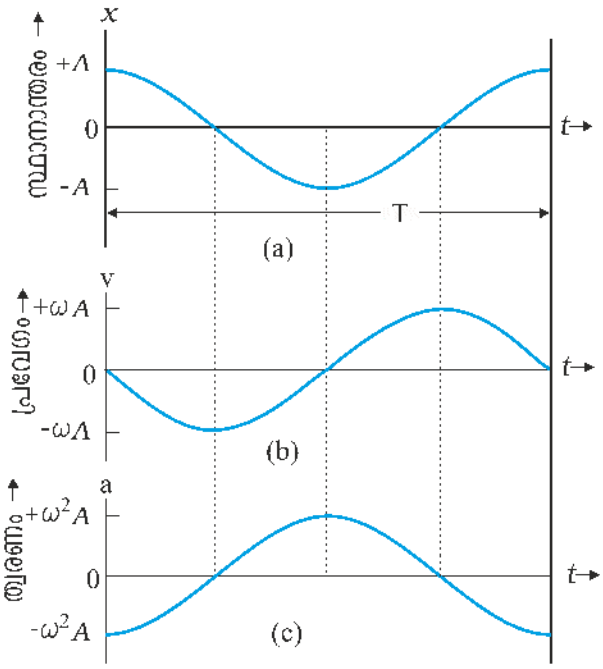
ആണ്. ഇത് സമവാക്യം (14.11), നൽകുന്ന സരള ഹാർമോണിക ചലനത്തിലുള്ള ഒരു വസ്തുവിന്റെ ത്വരണത്തെയാണ് സൂചിപ്പിക്കുന്നത്. സരള ഹാർമോണിക ചലനത്തെ സംബന്ധിച്ചിടത്തോളം വളരെ പ്രധാനപ്പെട്ട ഒരു ഗണിത വാക്യമാണ് ഇത്. സമവാക്യം (14.9) നെ സമയത്തെ ബന്ധിപ്പിച്ച് അവകലനം (differentiate) ചെയ്താൽ സമവാക്യം (14.11) ലഭിക്കും. അതായത്

$$a(t) = \frac{d}{dt} v(t) \qquad (14.12)$$

സമവാക്യം (14.11) ൽ നിന്നും നമുക്ക് സരള ഹാർമോണിക ചലനത്തിലിരിക്കുന്ന ഒരു വസ്തുവിന്റെ ത്വരണം സ്ഥാനാന്തരത്തിന് നേർ അനുപാതത്തിലാണെന്ന് മനസ്സിലാക്കാൻ കഴിയും. ഇവിടെ $x(t)>0$ ആണെങ്കിൽ $a(t)<0$ ആയും $x(t)<0$ ആണെങ്കിൽ $a(t)>0$ ആയും കാണപ്പെടുന്നു. $-A$ യ്ക്കും A യ്ക്കും ഇടയിലുള്ള x ന്റെ ഏത് വിലയ്ക്കും ത്വരണം $a(t)$ യുടെ ദിശ സരളഹാർമോണിക ചലനപാതയുടെ കേന്ദ്രത്തിലേക്കായിരിക്കും എന്ന വസ്തുതയിലേക്കാണ് ഈ നിഗമനം നമ്മെ എത്തിക്കുന്നത്.

ഗണിതക്രിയകൾ ലഘൂകരിക്കാൻ $\phi = 0$ എന്ന അനുമാനത്തിൽ $x(t)$, $v(t)$, $a(t)$ തുടങ്ങിയവയുടെ ഗണിത രൂപം നമുക്കൊന്ന് എഴുതി നോക്കാം.

$x(t) = A\cos\omega t$, $v(t) = -\omega A\sin\omega t$, $a(t) = -\omega^2 A\cos\omega t$ ഈ ഗണിത രൂപങ്ങളുടെ ഗ്രാഫാണ് ചിത്രം 14.13 ൽ കൊടുത്തിരിക്കുന്നത്. ഈ ഭൗതിക അളവുകളെല്ലാം സമായാനുസൃത സിനുസോയിഡൽ രീതിയിൽ മാറിക്കൊണ്ടിരിക്കുന്നതായി നമുക്ക് കാണാനാകും. കൂടാതെ താഴെപ്പറയുന്ന സവിശേഷതകളും ഈ ഗ്രാഫുകളിൽ കാണുവാൻ കഴിയും. (i) അവയുടെ ആയതികൾ (ഏറ്റവും ഉയർന്ന വില) വ്യത്യസ്തമാണ്. (ii) വിവിധ ഗ്രാഫുകൾ തമ്മിൽ ഫേസ് വ്യത്യാസം ഉണ്ട്. (iii) x, $-A$ യ്ക്കും A യ്ക്കും ഇടയിൽ മാറിക്കൊണ്ടിരിക്കുന്നു. (iv) $v(t)$ യുടെ വ്യതിയാനം $-\omega A$ മുതൽ ωA വരെയാണ്. (v) $a(t)$ യുടെ വ്യതിയാനം $-\omega^2 A$ മുതൽ $\omega^2 A$ വരെയാണ്. (vi) സ്ഥാനാന്തര-സമയ ഗ്രാഫും പ്രവേഗ- സമയ ഗ്രാഫും തമ്മിൽ $\pi/2$ ഫേസ് വ്യത്യാസം ഉണ്ട്. (vii) സ്ഥാനാന്തര - സമയഗ്രാഫും ത്വരണ-സമയ ഗ്രാഫും തമ്മിൽ π ഫേസ് വ്യത്യാസം ഉണ്ട്.



ചിത്രം 14.13 ആവർത്തനകാലം T യുള്ള സരളഹാർമോണിക ചലനത്തിൽ വസ്തുവിന്റെ സ്ഥാനാന്തരം, പ്രവേഗം, ത്വരണം എന്നിവ .

▶ ഉദാഹരണം 14.5 താഴെ പറയുന്ന സമവാക്യം അനുസരിച്ച് ഒരു വസ്തു സരളഹാർമോണിക ചലനത്തിലേർപ്പെടുന്നു. (അളവുകൾ SI യൂണിറ്റിൽ)

$$x = 5\cos[2\pi t + \pi/4].$$

1.5 സെക്കൻഡിൽ വസ്തുവിന്റെ (a) സ്ഥാനാന്തരം, (b) വേഗം, (c) ത്വരണം എന്നിവ കണ്ടുപിടിക്കുക.

ഉത്തരം

വസ്തുവിന്റെ കോണീയ ആവൃത്തി $\omega = 2\pi s^{-1}$, ആവർത്തനകാലം $T = 1\ s$ എന്നിങ്ങനെയാണ്.

$t = 1.5$ സെക്കൻഡിൽ

(a) സ്ഥാനാന്തരം $= (5.0\ m)\cos[(2\pi\ s^{-1}) \times 1.5\ s + \pi/4]$

$= (5.0\ m)\cos[(3\pi + \pi/4)]$

$= -5.0 \times 0.707\ m$

$= -3.535\ m$

(b) സമവാക്യം (14.9) അനുസരിച്ച് വസ്തുവിന്റെ വേഗം

$= -(5.0\ m)(2\pi\ s^{-1})\sin[(2\pi\ s^{-1}) \times 1.5\ s + \pi/4]$

$= -(5.0\ m)(2\pi s^{-1})\sin[(3\pi + \pi/4)]$

$= 10\pi \times 0.707\ m\ s^{-1}$

$= 22\ m\ s^{-1}$

(c) സമവാക്യം (14.10) അനുസരിച്ച് വസ്തുവിന്റെ ത്വരണം

$= -(2\pi s^{-1})^2 \times$ സ്ഥാനാന്തരം

$= -(2\pi s^{-1})^2 \times (-3.535\ m)$

$= 140\ m\ s^{-2}$ ◀

14.6 സരളഹാർമോണിക ചലനത്തിനു വേണ്ട ബലനിയമം (FORCE LAW FOR SIMPLE HARMONIC MOTION)

ന്യൂട്ടന്റെ രണ്ടാമത്തെ നിയമവും സമവാക്യം (14.11) ഉം സംയോജിപ്പിക്കുകയാണെങ്കിൽ, സരളഹാർമോണിക ചലനത്തിൽ

$$F(t) = ma$$
$$= -m\omega^2 x(t)$$

അല്ലെങ്കിൽ $F(t) = -k\,x(t)$ (14.13)

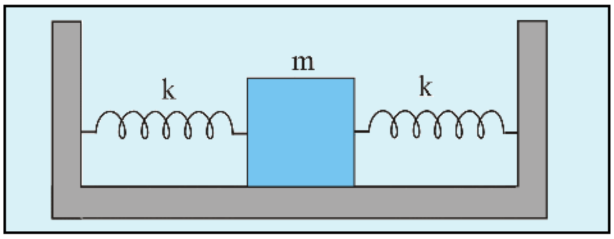
ആണ്. ഇവിടെ $k = m\omega^2$ (14.14a)

അല്ലെങ്കിൽ $\omega = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$ (14.14b)

സമവാക്യം 14.13 വസ്തുവിൽ പ്രയോഗിക്കുന്ന ബലത്തെ നൽകുന്നു. ഇത് സ്ഥാനാന്തരത്തിന് നേർ അനുപാതത്തിലും, അതിന്റെ വിപരീത ദിശയിലും (അതായത് സന്തുലിത സ്ഥാനത്തിനു നേരേ) ആണ്. അതുകൊണ്ട് ഇത് പുനഃസ്ഥാപന ബലം (restoring force) എന്നറിയപ്പെടുന്നു. ഇവിടെ ഒരു കാര്യം ശ്രദ്ധിക്കണം. സമവർത്തുളചലനത്തിലെ അഭികേന്ദ്രബലത്തിന്റെ വില സ്ഥിരമാണ്. എന്നാൽ സരളഹാർമോണികചലനത്തിലെ പുനഃസ്ഥാപനബലത്തിന്റെ വില സമയത്തിനനുസരിച്ച് മാറിക്കൊണ്ടിരിക്കുന്നു. ഈ പാഠഭാഗത്ത് ഇതുവരെ നടത്തിയിരിക്കുന്ന വിശകലനത്തിൽ നിന്നും ഒരു സരളഹാർമോണികചലനത്തെ സമവാക്യം 14.4 ഉപയോഗിച്ചും 14.13 ഉപയോഗിച്ചും നിർവചിക്കാനാകും എന്നു മനസ്സിലാക്കാം. സമവാക്യം 14.4 ൽ നിന്നും സമാവാക്യം 14.13 രൂപികരിക്കാൻ നാം രണ്ടു പ്രാവശ്യം അവകലനം (differentiate) ചെയ്യേണ്ടിവരും. എന്നാൽ സമവാക്യം 14.13 ൽ നിന്നും (ബല നിയമം) സമവാക്യം 14.4 തിരികെ രൂപീകരിക്കാൻ നാം രണ്ടു പ്രാവശ്യം സമാകലനം (integration) ചെയ്യേണ്ടിവരും.

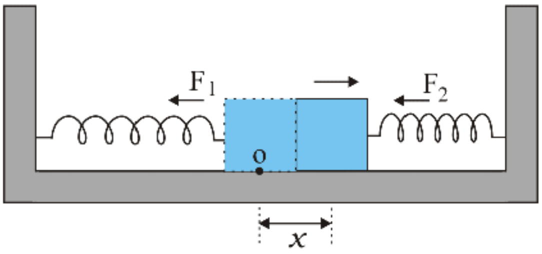
ഒരു വസ്തുവിൽ പ്രയോഗിക്കപ്പെടുന്ന ബലം സമവാക്യം 14.13 അനുസരിച്ച് x ന്റെ വേറൊരു വർഗത്തിനും ആനുപാതികമാകാതെ, x ന് മാത്രം ആനുപാതികമായിരിക്കുന്നതു കൊണ്ട്, ഇങ്ങനെയുള്ളവയെ രേഖീയ ഹാർമോണിക ദോലകങ്ങൾ (linear harmonic oscillator) എന്നും വിളിക്കാറുണ്ട്. പുനഃ സ്ഥാപന ബലം, x ന്റെ രേഖീയ ഏകദമല്ലാത്ത പദങ്ങളായ x^2, x^3 മുതലായവ ഉൾപ്പെടുന്നുണ്ടെങ്കിൽ. ഇവയെ രേഖീയമല്ലാത്ത (അരേഖിയ) ഹാർമോണിക ദോലകങ്ങൾ (non-linear harmonic oscillators) എന്നു വിളിക്കുന്നു.

▶ ***ഉദാഹരണം 14.6*** സ്പ്രിംഗ് സ്ഥിരാങ്കം k ഉള്ള ഒരേ പോലെയുള്ള രണ്ട് സ്പ്രിംഗുകൾ ചിത്രം 14.14 ൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നത് പോലെ m മാസ്സുള്ള ഒരു കട്ടയുമായി ബന്ധിപ്പിച്ചിരിക്കുന്നു. കട്ടയെ സന്തുലിത സ്ഥാനത്ത് നിന്ന് ഏതെങ്കിലും ഒരു വശത്തേക്ക് സ്ഥാനാന്തരത്തിന് വിധേയമാക്കുകയാണെങ്കിൽ, അത് സരളഹാർമോണികചലനത്തിലാകുമെന്ന് തെളിയിക്കുക. ദോലനത്തിന്റെ ആവർത്തന കാലം കണ്ടുപിടിക്കുക.



ചിത്രം 14.14

ഉത്തരം: വസ്തുവിന് സന്തുലിതസ്ഥാനത്തിന്റെ വലതുവശത്തേക്ക് ചിത്രം 14.15 ൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നതു പോലെ ഒരു ചെറിയ സ്ഥാനാന്തരം (x) നല്കി എന്നു കരുതുക. ഈ സാഹചര്യത്തിൽ, കട്ടയുടെ ഇടതു വശത്തുള്ള സ്പ്രിംഗ് x ദൂരം വലിയുകയും, വലതു



ചിത്രം 14.15

വശത്തുള്ള സ്പ്രിംഗ് x ദൂരം ചുരുങ്ങുകയും ചെയ്യുന്നു. കട്ടയിൽ പ്രയോഗിക്കപ്പെടുന്ന ബലങ്ങൾ

$F_1 = k x$ (സ്പ്രിംഗ് ഇടതുവശത്ത് പ്രയോഗിക്കുന്ന ബലം, മാസ്സിനെ സന്തുലിത സ്ഥാനത്തേക്ക് വലിക്കുന്നു)

$F_2 = k x$ (സ്പ്രിംഗ് വലതുവശത്ത് പ്രയോഗിക്കുന്ന ബലം, മാസ്സിനെ സന്തുലിത സ്ഥാനത്തേക്ക് വലിക്കുന്നു)

മാസ്സിൽ പ്രയോഗിക്കപ്പെടുന്ന ആകെ ബലം

$F \quad -2kx$ ആണ്.

അതായത് മാസ്സിൽ പ്രയോഗിക്കപ്പെടുന്ന ബലം സ്ഥാനാന്തരത്തിന് നേർ അനുപാതത്തിലും സന്തുലിത സ്ഥാനത്തിന്റെ നേർക്കും ആണ്. അതുകൊണ്ട് മാസ്സിന്റെ ചലനം സരളഹാർമോണികമാണ്. ദോലനങ്ങളുടെ ആവർത്തനകാലം

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{2k}}$$ ആണ്.

14.7 സരളഹാർമോണിക ചലനത്തിലെ ഊർജം (ENERGY IN SIMPLE HARMONIC MOTION)

സരളഹാർമോണികചലനത്തിലുള്ള ഒരു വസ്തുവിന് ഗതികോർജവും സ്ഥിതികോർജവും ഉണ്ട്. ഒരു പരമാവധി മൂല്യത്തിനും പൂജ്യത്തിനും ഇടയിൽ ഈ ഊർജരൂപങ്ങൾ സദാ മാറിക്കൊണ്ടിരിക്കുന്നു.

സരളഹാർമോണികചലനത്തിലുള്ള ഒരു വസ്തുവിന്റെ പ്രവേഗം സമയത്തിന്റെ ക്രമാവർത്തന ഫലനമാണെന്ന് നമ്മൾ ഭാഗം 14.5 ൽ പഠിച്ചു. പരമാവധി സ്ഥാനാന്തരത്തിൽ പ്രവേഗം പൂജ്യമാണ്. ഇങ്ങനെയുള്ള വസ്തുവിന്റെ ഗതികോർജം

$$K \quad \frac{1}{2} m v^2$$

$$= \frac{1}{2} m\, \omega^2 A^2 \sin^2(\omega t + \phi)$$

$$= \frac{1}{2} k\, A^2 \sin^2(\omega t + \phi) \qquad (14.15)$$

ആണ്. ഇതും സമയത്തിന്റെ ക്രമാവർത്തന ഫലനം ആണ്. ഗതികോർജത്തിന്റെ വില പരമാവധി സ്ഥാനാന്തരത്തിൽ പൂജ്യവും, സന്തുലിത സ്ഥാനത്തിൽ പരമാവധിയുമാണ്. ഗതികോർജത്തിൽ v യുടെ ചിഹ്നം അപ്രസക്തമായതു കൊണ്ട്, ഗതികോർജത്തിന്റെ ആവർത്തനകാലം T/2 ആണ്.

സരളഹാർമോണികചലനത്തിലിരിക്കുന്ന ഒരു വസ്തുവിന്റെ സ്ഥിതികോർജം (U) എത്രയാണ്. സംരക്ഷിത ബലങ്ങളിൽ മാത്രമേ സ്ഥിതികോർജം എന്ന ആശയം സാധ്യമാകുകയുള്ളൂയെന്ന് നാം അധ്യായം 6-ൽ പഠിച്ചിട്ടുണ്ട്. സ്പ്രിങ്ങ് ബലം, F = -kx ഒരു സംരക്ഷിത ബലം ആയതുകൊണ്ട്, അതുമായി ബന്ധപ്പെട്ടിരിക്കുന്ന സ്ഥിതി കോർജം

$$U \quad \frac{1}{2} k\, x^2 \qquad (14.16)$$

ആണ്. അതു കൊണ്ട് സരളഹാർമോണികചലനത്തിലുള്ള ഒരു വസ്തുവിന്റെ സ്ഥിതികോർജം

$$U(x) = \frac{1}{2} k\, x^2$$

$$\frac{1}{2} k\, A^2 \cos^2(\omega t + \phi) \qquad (14.17)$$

ആണ്. അതായത് സരളഹാർമോണികചലനത്തിലുള്ള ഒരു വസ്തുവിന്റെ സ്ഥിതികോർജവും T/2 ആവർത്തനകാലമുള്ള ഒരു ക്രമാവർത്തന പ്രതിഭാസമാണ്. സ്ഥിതികോർജത്തിന്റെ വില സന്തുലിതസ്ഥാനത്ത് പൂജ്യവും, പരമാവധി സ്ഥാനാന്തരത്തിൽ ഏറ്റവും കൂടുതലും ആണ്. സമവാക്യം (14.5), (14.7) എന്നിവയനുസരിച്ച് വസ്തുവിന്റെ ആകെ ഊർജം

$$E = U + K$$

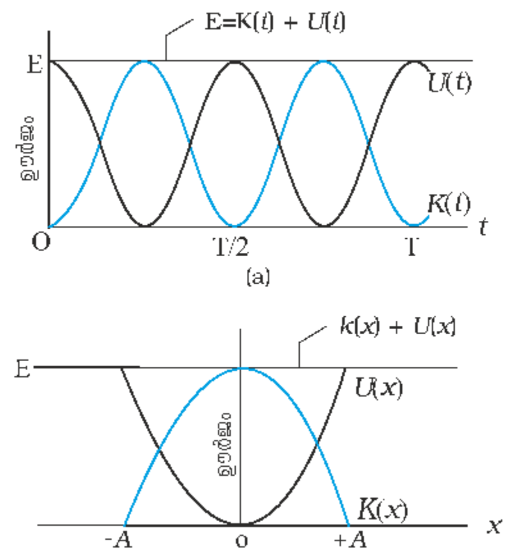
$$\frac{1}{2} k\, A^2 \cos^2(\omega t + \phi) + \frac{1}{2} k\, A^2 \sin^2(\omega t + \phi)$$

$$\frac{1}{2} k\, A^2 \left[\cos^2(\omega t + \phi) + \sin^2(\omega t + \phi)\right]$$

ആണ്. ബ്രാക്കറ്റിലുള്ള പദത്തിന്റെ മൂല്യം ഒന്നായതു കൊണ്ട്, മൊത്തം ഊർജം

$$E = \frac{1}{2} k\, A^2 \qquad (14.18)$$

എന്ന് നമുക്ക് ലഭിക്കുന്നു. ഈ സമവാക്യത്തിൽ നിന്നും, സംരക്ഷിത ബലത്തിലുള്ള ചലനത്തിലേതുപോലെ തന്നെ, സരള ഹാർമോണിക ദോലകങ്ങളുടെ ആകെ ഊർജം സമയത്തെ ആശ്രയിക്കുന്നില്ല എന്ന് മനസിലാക്കാം. ഒരു രേഖീയ സരളഹാർമോണിക ദോലകത്തിന്റെ സ്ഥിതികോർജത്തിനും, ഗതികോർജത്തിനും, സമയവും സ്ഥാനാന്തരവും തമ്മിലുള്ള ആശ്രിതത്വമാണ് ചിത്രം 14.16 ൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നത്. ഈ ചിത്രത്തിൽ നിന്നും, ഒരു രേഖീയ ഹാർമോണിക ദോലകത്തിന്റെ എല്ലാ ഊർജവും പോസിറ്റീവാണെന്നും, ഒരാവർത്തനകാലത്തിൽ രണ്ടു പ്രാവശ്യം എല്ലാ ഊർജങ്ങളും അതിന്റെ പരമാവധി വിലയിലെത്തുന്നു എന്നും മനസ്സിലാകുന്നു. സ്ഥാനാന്തരം, $x = 0$ ആയിരിക്കുമ്പോൾ, മൊത്തം ഊർജം ഗതികോർജവും, $x=\pm A$ ആയിരിക്കുമ്പോൾ മൊത്തം ഊർജം സ്ഥിതികോർജവും ആണ്.



ചിത്രം 14.16 ഒരു രേഖീയ ഹാർമോണിക ദോലനത്തിൽ സമയം t യുടെ ഫലനമായ സ്ഥിതികോർജം $U(t)$ ഗതികോർജം $K(t)$ ആകെ ഊർജം E എന്നിവ. എല്ലാ ഊർജങ്ങളും പോസിറ്റീവാണ്. സ്ഥിതികോർജത്തിന്റെയും ഗതികോർജത്തിന്റെയും ഉച്ചകൾ ഒരു ആവർത്തനകാലത്തിൽ രണ്ടുപ്രാവശ്യം പരമാവധിയിലെത്തും.

b) ആയതി A ഉള്ള ഒരു രേഖീയ ഹാർമോണിക ദോലകത്തിന്റെ സ്ഥാനം x ന്റെ ഫലനമായ സ്ഥിതികോർജം $U(t)$, ഗതികോർജം $K(t)$, ആകെ ഊർജം E എന്നിവ. $x=0$ യിൽ ആകെ ഊർജം ഗതികോർജവും $x=A$ യിൽ ആകെ ഊർജം സ്ഥിതികോർജവുമാണ്.

സന്തുലിത സ്ഥാനത്തിന്റെ ഇരുവശങ്ങളിലുള്ള പരമാവധി സ്ഥാനാന്തരങ്ങൾക്കിടയിൽ, സ്ഥിതികോർജ്ജം ഉപയോഗിച്ച് ഗതികോർജം വർദ്ധിച്ചു കൊണ്ടിരിക്കുന്നു. അതുപോലെ നേരെ മറിച്ചും സംഭവിക്കുന്നു.

▶ *ഉദാഹരണം 14.7* 50 N/m സ്പ്രിംഗ് സ്ഥിരാങ്കമുള്ള സ്പ്രിംഗിനെ 1kg മാസ്സുള്ള ഒരു കട്ടയുമായി ബന്ധിപ്പിച്ചിരിക്കുന്നു. സന്തുലിത സ്ഥാനം $x = 0$ യിൽ നിന്നും $x = 10$cm ദൂരത്തേക്ക്, ഒരു ഘർഷണരഹിതപ്രതലത്തിനു മുകളിലൂടെ വലിച്ചുനീട്ടുന്നു. $t = 0$ സമയത്ത് വസ്തു നിശ്ചലാവസ്ഥയിലാണ്. സന്തുലിതസ്ഥാനത്തിൽ നിന്നും 5 cm ദൂരത്തായിരിക്കുമ്പോഴുള്ള ഗതികോർജവും സ്ഥിതികോർജവും കണക്കാക്കുക.

ഉത്തരം: സമവാക്യം (14.14 b) അനുസരിച്ച് സരള ഹാർമോണികചലനത്തിലുള്ള കട്ടയുടെ കോണീയാവൃത്തി

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$= \sqrt{\frac{50\ \mathrm{N\,m}^{-1}}{1\mathrm{kg}}}$$

$$= 7.07\ \mathrm{rad\ s}^{-1}$$

ആണ്. ഒരു നിശ്ചിത സമയത്തുള്ള വസ്തുവിന്റെ സ്ഥാനാന്തരം

$$x(t) = 0.1 \cos(7.07t)$$

ആണ്. അതു കൊണ്ട് വസ്തു സന്തുലിതസ്ഥാനത്തു നിന്നും 5cm ദൂരത്തൊയിരിക്കുമ്പോൾ

$0.05 = 0.1 \cos(7.07t)$ ആണ്.

എന്നാൽ $\cos(7.07t) = 0.5$ ആയതിനാൽ

$$\sin(7.07t) = \frac{\sqrt{3}}{2} = 0.866$$

ആതുകൊണ്ട് $x = 5$ cm ആയിരിക്കുമ്പോഴുള്ള പ്രവേഗം

$$= 0.1 \times 7.07 \times 0.866\ \mathrm{m\,s}^{-1}$$

$= 0.61\ \mathrm{m\,s}^{-1}$ ആണ്.

അതുകൊണ്ട് കട്ടയുടെ ഗതികോർജം K.E.

$$= \frac{1}{2} m\, v^2$$

$= ½[1\text{kg} \times (0.6123 \text{ m s}^{-1})^2]$

$= 0.19$ J

വസ്തുവിന്റെ സ്ഥിതികോർജം P.E.

$$= \frac{1}{2} k\, x^2$$

$= ½(50 \text{ N m}^{-1} \times 0.05 \text{ m} \times 0.05 \text{ m})$

$= 0.0625$ J

$x = 5$ cm ആയിരിക്കുമ്പോഴുള്ള വസ്തുവിന്റെ ആകെ ഊർജം

= K.E. + P.E.

= 0.25 J

വസ്തുവിന്റെ പരമാവധി സ്ഥാനാന്തരത്തിൽ ഗതികോർജം പൂജ്യമാണെന്ന് നമുക്കറിയാം. അതുകൊണ്ട് ആകെ ഊർജം സ്ഥിതികോർജത്തിന് തുല്യമാണ്. അതായത് പരമാവധി സ്ഥാനാന്തരത്തിലെ ആകെ ഊർജം

$= ½(50 \text{ N m}^{-1} \times 0.1 \text{ m} \times 0.1 \text{ m})$

$= 0.25$ J

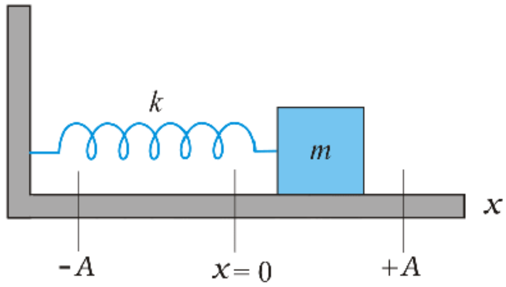
ഇത് 5 cm ദൂരത്തിലുള്ള ആകെ ഊർജത്തിന് സമമാണ്. അതായത് ഇത് ഊർജസംരക്ഷണ നിയമത്തിന് അനുസൃതമാണ്. ◀

14.8 സരളഹാർമോണികചലനത്തിൽ ഏർപ്പെട്ടിരിക്കുന്ന ഏതാനും വ്യൂഹങ്ങൾ (SOME SYSTEMS EXECUTING SIMPLE HARMONIC MOTION)

പരിപൂർണ്ണമായ സരളഹാർമോണികചലനത്തിന് വിധേയമായിരിക്കുന്ന ഭൗതിക ഉദാഹരണങ്ങൾ ഒന്നും ഇല്ല. എന്നാൽ ചില നിബന്ധനകൾക്ക് വിധേയമായി, ഏകദേശ സരളഹാർമോണികചലനത്തിനു വിധേയമായിരിക്കുന്ന വ്യൂഹങ്ങളെ നമുക്ക് കാണാൻ കഴിയും. ഇങ്ങനെയുള്ള വ്യൂഹങ്ങളുടെ ചലനമാണ് ഈ ഭാഗത്ത് നാം ചർച്ചചെയ്യുന്നത്.

14.8.1 സ്പ്രിംഗ് മൂലമുള്ള ദോലനങ്ങൾ (Oscillations due to a spring)

ഒരറ്റം ഉറപ്പുള്ള ഭിത്തിയുമായി ഘടിപ്പിച്ചിരിക്കുന്ന ഒരു സ്പ്രിങ്ങുമായി ബന്ധിപ്പിച്ചിരിക്കുന്ന m മാസുള്ള ഒരു കട്ടയുടെ, കുറഞ്ഞ ആയതിയിലുള്ള ചലനം, നിരീക്ഷിക്കാൻ കഴിയുന്ന ഏറ്റവും ലഘുവായ സരള ഹാർമോണിക ചലനം ആണ്.ഇത് ചിത്രം 14.17 ൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നു. കട്ട വച്ചിരിക്കുന്നത് ഘർഷണമില്ലാത്ത ഒരു പ്രതലത്തിലാണ്. കട്ടയെ ഒരു തിരശ്ചീന വശത്തേക്ക് വലിച്ചു വിടുകയാണെങ്കിൽ, അത് സംതുലിത സ്ഥാനത്തിന്റെ ഇരുവശങ്ങളിലേക്കും ചലിക്കുവാൻ ആരംഭിക്കുന്നു. സ്പ്രിംഗ് സന്തുലിത സ്ഥാനത്തായിരിക്കുമ്പോഴുള്ള കട്ടയുടെ മധ്യഭാഗം, $x = 0$ സൂചിപ്പിക്കുന്നെന്ന് കരുതുക.



ചിത്രം 14.17 മാസ്സ് m ഉള്ള ഒരു കട്ടയോടു കൂടിയ ഒരു സരളഹാർമോണിക ദോലകം. ഘർഷണമില്ലാത്ത ഒരു പ്രതലത്തിലൂടെയാണ് കട്ട ചലിക്കുന്നത്. ഒരു വശത്തേക്ക് കട്ടയെ വലിച്ചു വിട്ടാൽ, അത് സരളഹാർമോണിക ചലനത്തിലേർപ്പെടുന്നു.

-A, +A എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ സൂചിപ്പിക്കുന്നത്, സന്തുലിത സ്ഥാനത്തിന് ഇടതുവശത്തേക്കും, വലതുവശത്തേക്കും ഉള്ള പരമാവധി സ്ഥാനാന്തരമാണ്. ഒരു സ്പ്രിംഗിൽ ഒരു ചെറിയ സ്ഥാനാന്തര ഫലമായുണ്ടാകുന്ന പുനഃസ്ഥാപന ബലത്തിന്റെ വില വസ്തുവിന്റെ സ്ഥാനാന്തരത്തിന് നേർ അനുപാതത്തിലും, ദിശ സന്തുലിത സ്ഥാനത്തിന്റെ നേർക്കും ആയിരിക്കും എന്ന് ഇംഗ്ലീഷ് ഭൗതികശാസ്ത്രജ്ഞനായ റോബർട്ട് ഹുക്ക് കണ്ടു പിടിച്ചിരുന്നു. ഇതിനെ ഹുക്ക് നിയമം എന്നു വിളിക്കുന്നു. ഇത് നമ്മൾ അധ്യായം 9 -ൽ പഠിച്ചിട്ടുണ്ട്. സ്പ്രിങ്ങിന്റെ നീളവുമായി താരതമ്യം ചെയ്യുമ്പോൾ സ്ഥാനാന്തരം വളരെ കുറവാണെങ്കിൽ മാത്രമേ ഈ നിയമം ശരിയാകുകയുള്ളൂ. ഏതെങ്കിലും ഒരു നിശ്ചിത സമയം t യിൽ, കട്ടയുടെ സന്തുലിതസ്ഥാനത്തു നിന്നുള്ള സ്ഥാനാന്തരം x - ആണെങ്കിൽ, കട്ടയിൽ അനുഭവ പ്പെടുന്ന ബലം

$$F(x) \quad -kx \qquad (14.19)$$

ആണ്. ഇവിടെ അനുപാത സ്ഥിരാങ്കം k യെ സ്പ്രിംഗ് സ്ഥിരാങ്കം എന്നു വിളിക്കുന്നു. സ്പ്രിംഗിന്റെ ഇലാ

സ്തിക സ്വഭാവങ്ങളാണ് ഇതിന്റെ വിലയെ സ്വാധീനിക്കുന്നത്. ഒരു വളയാത്ത സ്പ്രിങ്ങിന്റെ k യുടെ വില വളരെ കൂടുതലും, വളയുന്നതിന്റെ k യുടെ വില വളരെ കുറവും ആണ്. സമവാക്യം (14. 19), സരളഹാർമോണികചലനത്തിലെ ബലനിയമത്തിന് സമാനമാണ്. അതു കൊണ്ട് ഈ വ്യൂഹം സരളഹാർമോണികചലനത്തിലാണ്. സമവാക്യം (14.14)ൽ നിന്നും

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \qquad (14.20)$$

ആവർത്തന കാലം

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \qquad (14.21)$$

സമവാക്യം (14.20), (14.21) എന്നിവയിൽ നിന്നും ഒരു വളയാത്ത സ്പ്രിങ്ങും (k വലുത്) ഭാരം കുറഞ്ഞ കട്ടയുമുള്ള (m ചെറുത്) ഒരു വ്യൂഹത്തിന്റെ കോണീയാവൃത്തി വലുതും ആവർത്തനകാലം ചെറുതും ആണെന്ന് മനസ്സിലാക്കാം.

ഉദാഹരണം 14.8 അഞ്ചു കിലോഗ്രാം മാസുള്ള ഒരു വസ്തു, 500N/m സ്പ്രിംഗ് സ്ഥിരാങ്കം ഉള്ള ഒരു സ്പ്രിങ്ങുമായി ബന്ധിച്ചിരിക്കുന്നു. ഇതിന് നിരഘർഷണമായിട്ടുള്ള ഒരു ദണ്ഡിലൂടെ ഘർഷണമില്ലാതെ നിരങ്ങുവാൻ കഴിയും. വസ്തുവിനെ സന്തുലിത സ്ഥാനത്ത് നിന്നും 10 cm ദൂരത്തേക്ക് വലിച്ചു വിട്ടാൽ താഴെ പറയുന്നവ കണക്കാക്കുക.

(a) ദോലനത്തിന്റെ ആവർത്തന കാലം

(b) പരമാവധി വേഗം

(c) വസ്തുവിന്റെ പരമാവധി ത്വരണം.

ഉത്തരം (a) സമവാക്യം 14.21-ൽ നിന്നും ദോലനത്തിന്റെ ആവർത്തന കാലം

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{5.0\ \text{kg}}{500\ \text{N m}^{-1}}}$$

$$= (2\pi/10)\ \text{s}$$

$$= 0.63\ \text{s}$$

(b) സരളഹാർമോണികചലനത്തിന്റെ പ്രവേഗം

$v(t) = -A\omega \sin(\omega t + \phi)$

അതുകൊണ്ട് പരമാവധി പ്രവേഗം

$$v_m = A\omega$$

$$= 0.1 \times \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$= 0.1 \times \sqrt{\frac{500\ \text{N m}^{-1}}{5\ \text{kg}}}$$

$$= 1\ \text{m s}^{-1}$$

(c) സന്തുലിത സ്ഥാനത്ത് നിന്നും $x(t)$ സ്ഥാനാന്തരത്തിലുള്ള വസ്തുവിന്റെ ത്വരണം.

$$a(t) = -\omega^2 x(t)$$

$$= -\frac{k}{m}\,x(t)$$

അതുകൊണ്ട് പരമാവധി ത്വരണം

$$a_{max} = \omega^2 A$$

$$= \frac{500\ \text{N m}^{-1}}{5\ \text{kg}} \times 0.1\ \text{m}$$

$$= 10\ \text{m s}^{-2}$$

ഈ ത്വരണം ലഭിക്കുന്നത് വസ്തു പരമാവധി, സ്ഥാനാന്തരത്തിലായിരിക്കുമ്പോഴാണ്. ◀

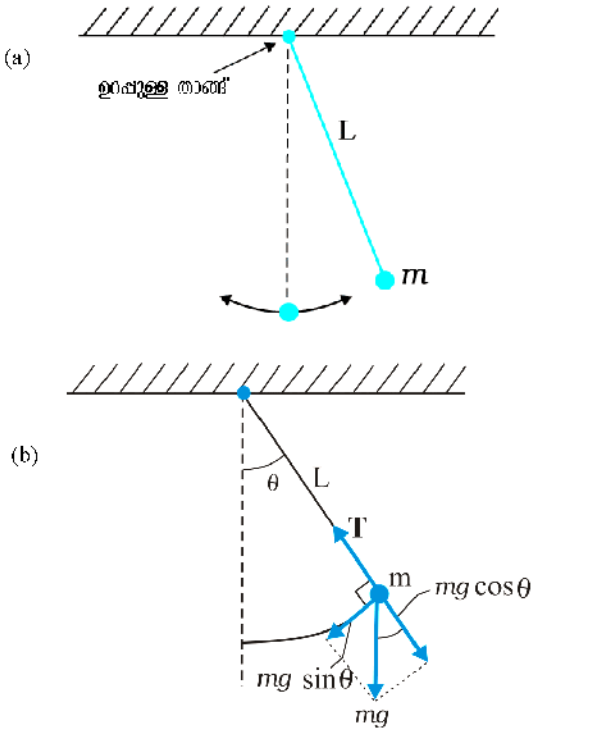
14.8.2 സിംപിൾ പെൻഡുലം (The Simple Pendulum)

ദേവാലയത്തിന്റെ മേൽക്കൂരയിൽ നിന്നും തൂക്കിയിട്ടിരിക്കുന്ന ശരറാന്തലിന്റെ ദോലന കാലം ഗലീലിയോ തന്റെ നാഡീ സ്പന്ദനത്തിന്റെ സഹായത്തോടെ നിർണ്ണയിച്ചു എന്ന് പറയപ്പെടുന്നു. ഈ വിളക്കിന്റെ ചലനം ക്രമാവർത്തനചലനമാണെന്ന് അദ്ദേഹം നിരീക്ഷിച്ചു. ഈ വിളക്ക് ഒരു തരത്തിലുള്ള പെൻഡുലത്തിന് ഉദാഹരണമാണ്. ഏകദേശം 100 cm നീളമുള്ള വലിയാത്ത ഒരു നൂലിന്റെ ഒരഗ്രത്ത് ഒരു കല്ല് ബന്ധിച്ച് നിങ്ങൾക്ക് സ്വന്തമായി പെൻഡുലം നിർമ്മിക്കാൻ കഴിയും. സ്വതന്ത്രമായി ദോലനം ചെയ്യുവാൻ കഴിയുന്നവിധം ഇതിനെ ഒരു താങ്ങിൽ കെട്ടിത്തൂക്കുക. കല്ലിനെ ഒരു വശത്തേക്ക് കുറച്ച് ദൂരം വലിച്ച ശേഷം സ്വതന്ത്രമാക്കുകയാണെങ്കിൽ, ഇത് സന്തുലിത സ്ഥാനത്തിന് ഇരുവശത്തേക്കും ചലിക്കുന്നു. ഈ ചലനം ഏകദേശം 2s ആവർത്തന കാലമുള്ള ഒരു ക്രമാവർത്തന ചലനമാണ്.

ഈ ക്രമാവർത്തനചലനം, അതിന്റെ സന്തുലിത സ്ഥാനത്തു നിന്നുമുള്ള സ്ഥാനാന്തരം വളരെ ചെറുതായിരിക്കുമ്പോൾ ഒരു സരളഹാർമോണികചലനമാണെന്ന് കാണിക്കുവാൻ കഴിയും. ചിത്രം 14.18 (a) ൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നതു പോലെ ഒരറ്റം താങ്ങിൽ ബന്ധിച്ചിരിക്കുന്ന ഒരു വലിയാത്ത നൂലിന്റെ രണ്ടാമത്തെ അറ്റത്ത് m മാസുള്ള ഒരു വസ്തു തൂക്കിയിടുന്നതാണ്

ഒരു സരളപെൻഡുലം. തൂക്കിയിടുന്ന മാസിനെ പെൻഡുലത്തിന്റെ ബോബ് (bob) എന്നു വിളിക്കുന്നു. നൂല് താങ്ങിൽ ബന്ധിച്ചിരിക്കുന്ന ബിന്ദുവിലൂടെയുള്ള രേഖയ്ക്ക് ഇരുവശവുമായി ബോബിന് ആടുവാൻ കഴിയും. ബോബിനും താങ്ങിനുമിടയിലുള്ള നൂലിന്റെ നീളത്തെ പെൻഡുലം നീളം L എന്നു പറയുന്നു.

ചിത്രം 14. 18 (b) നൂലിൽ അനുഭവപ്പെടുന്ന വലിവു ബലം (Tension), T, ഗുരുത്വാകർഷണബലം, mg എന്നിങ്ങനെ ബോബിൽ പ്രയോഗിക്കപ്പെടുന്ന വ്യത്യസ്ത ബലങ്ങൾ ചിത്രീകരിച്ചിരിക്കുന്ന ഒരു സ്വതന്ത്ര ബല ചിത്രമാണ്. നൂല് ലംബവുമായി രൂപപ്പെടുത്തുന്ന കോൺ θ ആണെന്ന് കരുതുക. ബോബ് സന്തുലിത സ്ഥാനത്തായിരിക്കുമ്പോൾ $\theta = 0$ ആണ്.



ചിത്രം 14.18 (a) സന്തുലിത സ്ഥാനം അടിസ്ഥാനമാക്കി ബോബ് tZne\ wsN¿¶ p (b) ആരമിക ത്വരണം T-mg cosθ, താങ്ങിനെ അടിസ്ഥാനമാക്കി ടോർക്ക് ഉണ്ടാക്കാതെ അഭികേന്ദ്രബലം നൽകുന്നു. പുനഃസ്ഥാപന ടോർക്ക് തൊടുവര ബലമായ, mgsinθ നൽകുന്നു.

ബോബിൽ രണ്ടു ബലങ്ങൾ മാത്രമേ പ്രയോഗിക്കപ്പെടുന്നുള്ളൂ T എന്ന വലിവു ബലവും (ചരടിലൂടെയുള്ളത്) കുത്തനെയുള്ള ഗുരുത്വാകർഷണ ബലവും mg എന്ന ബലത്തെ ചരടിലൂടെയുള്ള mgcosθ എന്ന ഘടകമായും അതിനു ലംബമായുള്ള mg sinθ എന്ന ഘടകമായും വിഘടിപ്പിക്കാൻ കഴിയും. പെൻഡുലം ബോബ് നിശ്ചിത കേന്ദ്രമായിട്ടുള്ളതും L ആരമുള്ളതുമായ ഒരു വൃത്തപാതയിലൂടെ ചലിക്കുന്നതിനാൽ അതിൻമേൽ ഒരു ആരമിക ത്വരണം (Radial acceleration) $\omega^2 L$ ഉണ്ട്. അതോടൊപ്പം ഒരു തൊടുവര ത്വരണവും (Tangential acceleration) പ്രയോഗിക്കപ്പെടുന്നുണ്ട്. (രണ്ടാമത് പ്രസ്താവിക്കപ്പെടുന്ന ത്വരണം വൃത്തപാതയിലൂടെയുള്ള ബോബിന്റെ ചലനം സമചലനമല്ലാത്തതുകൊണ്ട് ഉണ്ടാകുന്നതാണ്). ഇവിടെ ആരമിക ത്വരണം ഉണ്ടാകുന്നത് ബോബിന്മേൽ ആരത്തിലൂടെ പ്രയോഗിക്കപ്പെടുന്ന പരിണത ബലം Tmg cosθ യ്ക്ക് തുല്യമാണ്. അതേ സമയം തൊടുവര ത്വരണം ഉണ്ടാകുന്നത് mg cosθ മൂലമാണ്. ആരമിക ബലം ഉണ്ടാക്കുന്ന ടോർക്ക് പൂജ്യമായതിനാൽ സരളഹാർമോണിക പെൻഡുലത്തിന്റെ താങ്ങുമായി ബന്ധപ്പെട്ട ടോർക്ക് പരിഗണിക്കുന്നതാണ് സൗകര്യപ്രദം. നിശ്ചിതകേന്ദ്രം ആധാരമായി ബോബിന്മേൽ പ്രയോഗിക്കപ്പെടുന്ന ടോർക്ക് പൂർണ്ണമായും ഉണ്ടാകുന്നത് ബലത്തിന്റെ തൊടുവര ഘടകമായ mg sinθ മൂലമാണ്. അതിനാൽ

$$\tau = -L\,(mg \sin\theta) \tag{14.22}$$

ഇത് ഒരു പുനഃസ്ഥാപന ടോർക്ക് ആയതിനാൽ ബോബിന്റെ കോണീയ സ്ഥാനാന്തരം എല്ലായ്പ്പോഴും കുറയ്ക്കുവാൻ ശ്രമിക്കുന്നു. ഈ സവിശേഷതയാണ് മുകളിലെ സമവാക്യത്തിലെ നെഗറ്റീവ് ചിഹ്നത്തിന് കാരണം. ന്യൂട്ടന്റെ ചലന നിയമം വർത്തുള ചലനത്തിൽ പ്രയോഗിക്കുമ്പോൾ

$$\tau = I\,\alpha \tag{14.23}$$

എന്നെഴുതാൻ കഴിയും. ഇവിടെ I സൂചിപ്പിക്കുന്നത് മൊമന്റ് ഓഫ് ഇനർഷ്യയും α എന്നത് കോണീയ ത്വരണവുമാണെന്ന്, ഓർക്കണം. സമവാക്യം 14.22, 14.23 എന്നിവയിൽ നിന്നും

$$I\,\alpha = -m\,g \sin\theta\;L \tag{14.24}$$

അഥവാ

$$\alpha = -\frac{m\,g\,L}{I}\sin\theta \tag{14.25}$$

θ യുടെ മൂല്യം വളരെ ചെറുതാണ് എന്ന സങ്കൽപ്പത്തിൽ സമവാക്യം (14.25) നെ നമുക്ക് ലഘൂകരിക്കു

വാൻ കഴിയും. θ ചെറുതാകുമ്പോൾ

$$\sin\theta = \theta - \frac{\theta^3}{3!} + \frac{\theta^5}{5!} \pm \ldots \qquad (14.26)$$

എന്നെഴുതുവാൻ കഴിയും. ഇവിടെ θ റേഡിയൻ എന്ന യൂണിറ്റിലാണ് എടുത്തിട്ടുള്ളത്. ഇവിടെ നിന്നും θ യുടെ വില തീരെ ചെറുതാണെങ്കിൽ $\sin\theta \approx \theta$ എന്ന് അനുമാനിക്കാനാകും. അതുകൊണ്ട് സമവാക്യം 14.25 നെ

$$\alpha = -\frac{mgL}{I}\theta \qquad (14.27)$$

എന്നെഴുതുവാൻ കഴിയും.

പട്ടിക 14.1 ൽ റേഡിയനിലും ഡിഗ്രിയിലുമുള്ള θ യുടെ വിലയും $\sin\theta$ യുടെ വിലയും നൽകിയിരിക്കുന്നു. $\theta = 20^0$ ആകുമ്പോൾ പോലും റേഡിയനിലുള്ള വില $\sin\theta$ യുടെ വിലയ്ക്ക് ഏകദേശം സമമാണ്. സമവാക്യം (14.11) ന്റെ കോണീയ തുല്യരൂപമാണ് സമവാക്യം (14.27). അതായത് ഒരു സരള പെൻഡുലത്തിന്റെ ചെറിയ കോണിലുള്ള ദോലനം ഏകദേശം സരള ഹാർമോണിക ചലനമാണ്.

θ (degrees)	θ (radians)	$\sin\theta$
0	0	0
5	0.087	0.087
10	0.174	0.174
15	0.262	0.256
20	0.349	0.342

പട്ടിക14.1 *$\sin\theta$ യുടെ ഫലനമായി കോൺ θ*

സമവാക്യം (14.27)നെ സമവാക്യം (14.11) മായി താരതമ്യപ്പെടുത്തുമ്പോൾ, പെൻഡുലത്തിന്റെ കോണീയാവൃത്തി

$$\omega = \sqrt{\frac{mgL}{I}}$$

ആണ്. അതുപോലെ പെൻഡുലത്തിന്റെ ആവർത്തന കാലം. T.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgL}} \qquad (14.28)$$

ആണ്. സരള പെൻഡുലത്തിന്റെ ആകെ മാസ്, m, അതിന്റെ ബോബിൽ കേന്ദ്രീകരിച്ചിരിക്കുന്നു. ബോബ്, പെൻഡുലം ഉറപ്പിച്ചിരിക്കുന്ന ബിന്ദുവിൽ നിന്നും L ആരത്തിലാണ്. അതുകൊണ്ട് ഈ വ്യൂഹത്തിന് $I = mL^2$ എന്ന് നമുക്കെഴുതാം. ഈ വില സമവാക്യം (14. 28) ൽ ഉപയോഗിക്കുമ്പോൾ

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \qquad (14.29)$$

എന്നു ലഭിക്കുന്നു. ഈ സമവാക്യം സരളഹാർമോണികചലനത്തിന്റെ ആവർത്തന കാലത്തെ പ്രതിനിധാനം ചെയ്യുന്നു.

ഉദാഹരണം 14.9 ഒരു ഘടികാരത്തിന്റെ പെൻഡുലം ഒരു സെക്കന്റ് ഇടവിട്ട് ടിക്, ടിക് ശബ്ദം പുറപ്പെടുവിക്കുന്നെങ്കിൽ അതിന്റെ നീളം എത്രയായിരിക്കും.

ഉത്തരം ഒരു സിംപിൾ പെൻഡുലത്തിന്റെ ആവർത്തന കാലം

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$ ആണ്.

ഇതിൽ നിന്നും

$$L = \frac{gT^2}{4\pi^2}$$

സെക്കന്റിൽ ഒരു ടിക് ശബ്ദം പുറപ്പെടുവിക്കുന്ന പെൻഡുലത്തിന്റെ ആവർത്തന കാലം 2 s ആണ്. അതുകൊണ്ട് $g = 9.8\ \mathrm{m\ s^{-2}}, T = 2\ \mathrm{s}, L$

$$= \frac{9.8(\mathrm{m\ s^{-2}}) \times 4(\mathrm{s^2})}{4\pi^2}$$

$= 1\ \mathrm{m}$ ◀

14.9 അവമന്ദിത സരളഹാർമോണികചലനം (DAMPED SIMPLE HARMONIC MOTION)

വായുവിൽ ആടിക്കൊണ്ടിരിക്കുന്ന ഒരു സരള പെൻഡുലത്തിന്റെ ചലനം കുറേസമയത്തിനുശേഷം നിലയ്ക്കുന്നതായി നാം കാണാറുണ്ട്. എന്തുകൊണ്ടാണ് ഇങ്ങനെ സംഭവിക്കുന്നത്? പെൻഡുലം താങ്ങിൽ ഉറപ്പിച്ചിരിക്കുന്ന ഭാഗത്തെ ഘർഷണവും, പെൻഡുലവുമായി സമ്പർക്കത്തിലുള്ള വായുവിന്റെ വലിവും (drag), പെൻഡുലത്തിന്റെ ചലനത്തെ എതിർക്കുന്നതാണ് ഇതിനു കാരണം. ഇങ്ങനെ പെൻഡുലത്തിന്റെ ചലനം എതിർക്കപ്പെടുമ്പോൾ, അതിന്റെ ഊർജം സാവധാനം കുറയുന്നു. ഇങ്ങനെയുള്ള ദോലനങ്ങളെ **അവമന്ദിത ദോലനങ്ങൾ** (damped oscillations) എന്നു വിളിക്കുന്നു. അവമന്ദിത ദോലനങ്ങളിൽ, വ്യൂഹത്തിന്റെ ഊർജം തുടർച്ചയായി കുറഞ്ഞു പോകുന്നുണ്ടെങ്കിലും, ദോലനം ഏകദേശം ക്രമാവർത്തിതമായി നിലനിൽക്കുന്നു. ഇത്തരം ഊർജശോഷണ ബലങ്ങൾ സാധാരണയായി ഘർഷണ ബലങ്ങളാണ്. ശോഷണ ബലങ്ങളുടെ പ്രഭാവം,

സരളഹാർമോണികചലനം – ആയതി എത്ര ചെറുതായിരിക്കണം?

ഒരു സരള പെൻഡുലത്തിന്റെ സമയ ക്രമാവർത്തനം നിർണയിക്കാനുള്ള പരീക്ഷണം നടത്തുമ്പോൾ, നിങ്ങളുടെ ടീച്ചർ ആയതി ചെറുതാക്കിവെക്കാൻ പറയുന്നു. ഇത് എത്ര കണ്ട് ചെറുതായിരിക്കണം എന്ന് നിങ്ങൾ ചോദിച്ചിട്ടുണ്ടോ? ആയതി 5^0, 2^0, 1^0 അല്ലെങ്കിൽ 0.5^0 അല്ലെങ്കിൽ 10^0, 20^0, 30^0 ആകാമോ.

ഇത് മനസ്സിലാക്കാൻ വ്യത്യസ്തമായ ആയതികളുടെ സമയക്രമാവർത്തനം വലിയ ആയതികൾ വരെ അളക്കുന്നത് നല്ലതായിരിക്കും. തീർച്ചയായും വലിയ ദോലനങ്ങൾക്ക്, പെൻഡുലം ലംബതലത്തിൽ ദോലനം ചെയ്യുന്നു എന്ന് ശ്രദ്ധിക്കേണ്ടതാണ്. ചെറിയ ആയതിയിലുള്ള ദോലനങ്ങൾ സമയക്രമാവർത്തനം T(o) എന്ന് സൂചിപ്പിക്കാം. ആയതി 'θ_0' യുടെ സമയക്രമാവർത്തനത്തെ $T(\theta_0) = cT\ (0)$ എന്നും സൂചിപ്പിക്കാവുന്നതാണ്. ഇവിടെ 'c' ഒരു ഗുണിതഘടകം (multi-plying factor) ആണ്. 'c' യുടെയും 'θ_0' യുടെയും ഇടയിൽ ഗ്രാഫ് വരച്ചാൽ, ഏകദേശം ഇതു പോലെയുള്ള വിലകൾ കിട്ടും.

θ_0	:	20^0	45^0	50^0	70^0	90^0
c	:	1.02	1.04	1.05	1.10	1.18

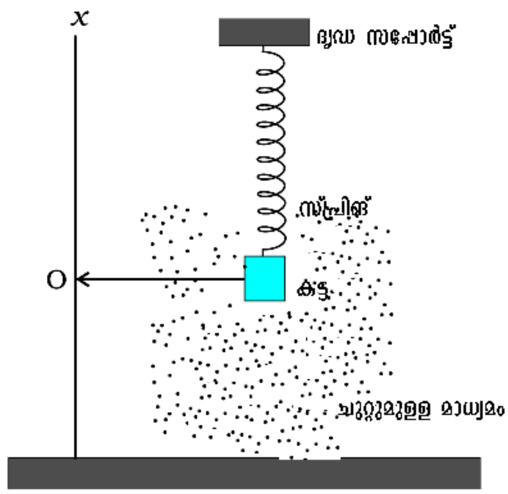
ഇത് അർഥമാക്കുന്നത് ആയതി 20^0 യിൽ സമയക്രമാവർത്തനത്തിലെ പിശക് ഏകദേശം 2% യും, 50^0 ആയതിയിൽ 5% ഉം, 70^0 ആയതിയിൽ 10% ഉം 90^0 ആയതിയിൽ 18% ആണ്.

പരീക്ഷണത്തിൽ നിങ്ങൾക്ക് T(o) ഒരിക്കലും അളക്കാൻ സാധിക്കില്ല കാരണം ഇത് അർഥമാക്കുന്നത് ഒരു ദോലനവും ഇല്ല എന്നാണ്. സൈദ്ധാന്തികമായി പോലും sin θ യുടെ വില θ ആകുന്നത് $\theta = 0$ ആകുമ്പോൾ ആണ്. θ യുടെ മറ്റു വിലകൾക്ക് ചെറിയ കൃത്യതയില്ലായ്മ ഉണ്ട്. θ കൂടുമ്പോൾ ഇത് കൂടുകയും ചെയ്യും. അതിനാൽ പിശക് കൂടുകയും ചെയ്യും. അതിനാൽ എത്ര പിശക് നമുക്ക് അനുവദിക്കാൻ പറ്റും എന്ന് നമ്മൾക്ക് തീരുമാനിക്കേണ്ടതുണ്ട്. ഒരു അളവും പൂർണ്ണമായും കൃത്യമല്ല. നമുക്ക് ഇത്തരം ചോദ്യങ്ങളും പരിഗണിക്കാം. സ്റ്റോപ് വാച്ചിന്റെ കൃത്യത എത്രയാണ്. സ്റ്റോപ് വാച്ച് തുടങ്ങുമ്പോഴോ നിർത്തുമ്പോഴോ ഉള്ള നിങ്ങളുടെ തന്നെ കൃത്യത എത്രയാണ്? ഈ ലെവലിൽ നിങ്ങളുടെ കൃത്യത 5 ശതമാനത്തിൽ നിന്നോ 10 ശതമാനത്തിൽ നിന്നോ ഒട്ടും മികച്ചതല്ല എന്ന് നിങ്ങൾക്ക് ബോദ്ധ്യമാകും. പെൻഡുലത്തിന്റെ സമയക്രമാവർത്തനം, 50^0 ആയാൽ 5 ശതമാനത്തോളം മാത്രം വർദ്ധിക്കുന്നതിനാൽ നിങ്ങൾക്ക് നിങ്ങളുടെ പരീക്ഷണങ്ങളിൽ ആയതി അതിനുള്ളിൽ നിർത്തിയാൽ മതിയാകും.

ഒരു ദോലകത്തിലെങ്ങനെയാണെന്ന് മനസ്സിലാക്കുവാൻ ചിത്രം 14.19 ൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നതു പോലെയുള്ള ഒരു വ്യൂഹം നമുക്ക് പരിഗണിക്കാം. ഇവിടെ സ്പ്രിങ്ങ് സറിരാങ്കം, k യുള്ള ഒരു സ്പ്രിങ്ങുമായി ബന്ധിപ്പിച്ചിരിക്കുന്ന m മാസ് ഉള്ള ഒരു കട്ട, ലംബമായി ദോലനം ചെയ്യത്തക്ക രീതിയിൽ ക്രമീകരിച്ചിരിക്കുന്നു. സമവാക്യം 14.20 ൽ നിന്നും ഇതിന്റെ കോണീയ ആവൃത്തി

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$ ആണ്.

ഒരു സരളപെൻഡുലത്തെ അല്ലെങ്കിൽ ഒരു സ്പ്രിങ്ങിൽ തൂക്കിയിട്ടിരിക്കുന്ന ഒരു കട്ടയെ ചെറിയ സ്ഥാനാന്തരത്തിനു വിധേയമാക്കിയതിനുശേഷം സ്വതന്ത്രമാക്കിയാൽ അത് അതിന്റെ സ്വാഭാവിക കോണീയ ആവൃത്തിയിൽ ദോലനം ചെയ്യുമെന്ന് നമുക്ക് അറിയാം. ചുറ്റുമുള്ള മാധ്യമം പ്രയോഗിക്കുന്ന മന്ദീകരണ ബലം കാരണം ഈ വ്യൂഹത്തിന്റെ യാന്ത്രികോർജം കുറയുന്നു. ഈ ഊർജനഷ്ടം ചുറ്റുമുള്ള മാധ്യമത്തിൽ (കട്ടയിലും) താപോർജമായി പ്രത്യക്ഷപ്പെടുന്നു (ചിത്രം 14.19)



ചിത്രം 14.19 ഒരു അവമന്ദിത സരള ഹാർമോണിക ദോലകം: കട്ട ദോലനം ചെയ്യുമ്പോൾ, ചുറ്റുമുള്ള മാധ്യമത്തിൽ ദീർഘ ചതുരതകിട് കട്ടയിൽ ഒരു അവമന്ദിത ബലം പ്രയോഗിക്കുന്നു.

മന്ദീകരണ ബലങ്ങൾ ചുറ്റുമുള്ള മാധ്യമത്തിന്റെ സ്വഭാവത്തെ ആശ്രയിച്ചിരിക്കുന്നു. കട്ടയെ ഒരു ദ്രാവകത്തിൽ മുക്കിയിട്ടിരുന്നാൽ അതിൽ അനുഭവപ്പെടുന്ന മന്ദീകരണത്തിന്റെ അളവ് വളരെ ഉയർന്നതും ഊർജനഷ്ടം വളരെ വേഗത്തിലും ആയിരിക്കും. മന്ദീകരണ ബലം സാധാരണയായി ബോബിന്റെ (bob) പ്രവേഗത്തിന് ആനുപാതികമായിരിക്കും (സമവാക്യം (10.19) സ്റ്റോക്ക്

നിയമം ഓർക്കുക.) ഇത് പ്രവേഗദിശയ്ക്ക് എതിരെയാണ് പ്രവർത്തിക്കുന്നത്. മന്ദീകരണബലത്തെ $\mathbf{F}_d$ എന്നു സൂചിപ്പിച്ചാൽ

$\mathbf{F}_d = -b\,\mathbf{v}$ എന്നെഴുതാം (14.30)

ഇവിടെ 'b' എന്ന പോസിറ്റീവ് സ്ഥിരാങ്കം മാധ്യമത്തിന്റെ സ്വഭാവ സവിശേഷതകൾ (ഉദാഹരണത്തിന് വിസ്കോസിറ്റി), കട്ടയുടെ വലുപ്പം, ആകൃതി മുതലായവയെ ആശ്രയിച്ചിരിക്കുന്നു. സാധാരണയായി സമവാക്യം 14.30 വളരെ ചെറിയ പ്രവേഗങ്ങൾക്ക് മാത്രമാണ് ബാധകമായിട്ടുള്ളത്.

മാസ്, m-നെ സ്പ്രിങ്ങിൽ സ്വതന്ത്രമായി തൂക്കിയിട്ടാൽ അത് സ്പ്രിങ്ങിൽ ഒരു ചെറിയ വലിവുണ്ടാക്കും. അതിനുശേഷം നിശ്ചിത ഉയരത്തിൽ നിശ്ചലാവസ്ഥയിലാകുന്നു. ഈ സ്ഥാനം ചിത്രം 14.20 ലെ O എന്ന ബിന്ദു സൂചിപ്പിക്കുന്നു. ഈ സ്ഥാനത്തെ മാസിന്റെ സന്തുലിത സ്ഥാനം എന്നു വിളിക്കുന്നു. ഈ സ്ഥാനത്തു നിന്നും മാസിനെ കുറച്ച് ദൂരം താഴേക്ക് വലിക്കുകയോ മുകളിലേക്ക് തള്ളുകയോ ചെയ്താൽ സ്പ്രിംഗ് വസ്തുവിനുണ്ടാകുന്ന പുനഃസ്ഥാപന ബലം $F_S = -k\,x$ ആണ്. ഇവിടെ സന്തുലിത സ്ഥാനത്ത് നിന്നും വസ്തുവിനുണ്ടാകുന്ന സ്ഥാനാന്തരമാണ് x. അതുകൊണ്ട് ഏതെങ്കിലും ഒരു നിശ്ചിത സമയം t യിൽ, മാസ്സിൽ പ്രയോഗിക്കപ്പെടുന്ന ബലം F= -kx-bv ആണ്.

t സമയത്തെ മാസ്സിന്റെ ത്വരണം a(t) ആണെങ്കിൽ x ചലനദിശയിലൂടെ, ന്യൂട്ടന്റെ രണ്ടാമത്തെ ചലന നിയമം പ്രയോഗിച്ചാൽ

$$m\,a(t) = -k\,x(t) - b\,v(t) \qquad (14.31)$$

ഏകമാന ചലനം ചർച്ച ചെയ്യുന്നതു കൊണ്ടാണ് ഇവിടെ നമ്മൾ സദിശ ചിഹ്നം ഉപേക്ഷിച്ചത്. v(t) ക്ക് പകരമായി dx/dt യും, a(t) ക്ക് പകരമായി $\dfrac{d^2x}{dt^2}$ ഉം ഉപയോഗിച്ച് ക്രമപ്പെടുത്തുമ്പോൾ

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + b\frac{dx}{dt} + k\,x = 0 \qquad (14.32)$$

എന്ന ഡിഫറൻഷ്യൽ (differential) സമവാക്യം ലഭിക്കുന്നു. സമവാക്യം 14.32 നിർദ്ധാരണം ചെയ്യുമ്പോൾ ലഭിക്കുന്ന മൂല്യം (solution), പ്രവേഗത്തിന് ആനുപാതികമായ ഒരു അവമന്ദിത ബലത്തിന്റെ സ്വാധീനത്താലുള്ള കട്ടയുടെ ചലനത്തെ വിവരിക്കുന്നു. ഈ സമവാക്യത്തെ നിർദ്ധാരണം ചെയ്യുമ്പോൾ

$$x(t) = A\,e^{-bt/2m}\cos(\omega' t + \phi) \qquad (14.33)$$

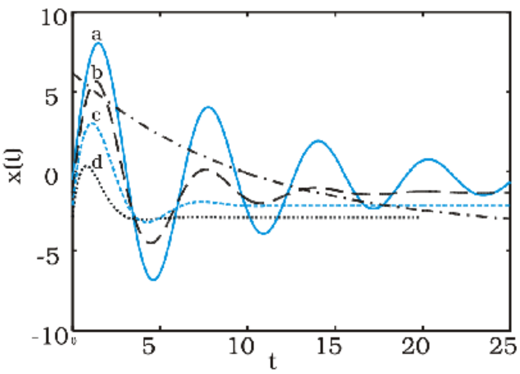
എന്നു ലഭിക്കും. ഇവിടെ A അവമന്ദിത ദോലകത്തിന്റെ ആയതിയും, ω′ കോണീയ ആവൃത്തിയും ആണ്

കോണീയ ആവൃത്തിയുടെ സമവാക്യം

$$\omega' = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{b^2}{4m^2}} \qquad (14.34)$$

ആണ്. സമവാക്യം 14.33 ലെ കൊസൈൻ ഫലനത്തിന്റെ ആവർത്തനകാലം $2\pi/\omega'$ ആണെങ്കിലും x(t) പരിപൂർണ്ണമായും ക്രമാവർത്തിതമല്ല. $e^{-bt/2m}$ എന്ന ഘടകം സമയത്തിനനുസരിച്ച് തുടർച്ചയായി കുറഞ്ഞു കൊണ്ടിരിക്കുന്നതാണ്. എന്നിരുന്നാലും ഒരു ആവർത്തന കാലം, T- യിൽ ഈ വ്യതിയാനം വളരെ ചെറുതാണെങ്കിൽ സമവാക്യം 14. 33 പ്രതിനിധാനം ചെയ്യുന്ന ചലനം ഏകദേശം ക്രമാവർത്തിതമാണ്.

ചിത്രം 14. 20 ൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നതുപോലെ സമവാക്യം 14. 33–നെ ഗ്രാഫ് ഉപയോഗിച്ച് പ്രതിനിധാനം ചെയ്യാവുന്നതാണ്. ആയതി $Ae^{-bt/2m}$ ഉള്ളതും സമയത്തിനനുസരിച്ച് സാവധാനം കുറഞ്ഞു കൊണ്ടിരിക്കുന്നതും ആയ ഒരു കോസൈൻ ഫലനമായി നമുക്കിതിനെ കരുതാം.



ചിത്രം 14.20 അവമന്ദിത ഹാർമോണികദോലനങ്ങളിൽ സ്ഥാനാന്തരം സമയത്തിന്റെ ഫലനത്തിൽ a മുതൽ d വരെയുള്ള വക്രരേഖകളിൽ അവമന്ദനം ക്രമമായി വർദ്ധിക്കുന്നു.

അവമന്ദിത ബലം അനുഭവപ്പെടാത്ത ഒരു ദോലകത്തിന്റെ യാന്ത്രികോർജം ($E = 1/2kA^2$) എന്ന സമവാക്യം നൽകുന്നു. ദോലകം അവമന്ദിതമാണെങ്കിൽ, ആയതി സ്ഥിരമായിരിക്കില്ല. അത് സമയത്തെ അനുസരിച്ച് വ്യത്യാസപ്പെട്ടുകൊണ്ടിരിക്കും. ചെറുതാണെങ്കിൽ അവമന്ദനം ആയതി, A -ക്കു പകരമായി $Ae^{-bt/2m}$ കൊടുത്താൽ നമുക്ക് അവമന്ദിതദോലനത്തിലെ E(t) കണ്ടുപിടിക്കാവുന്നതാണ്. അതായത്

$$E(t) = \frac{1}{2} k A^2 e^{-bt/m} \qquad (14.35)$$

ആണ്. സമവാക്യം (14.35), വ്യൂഹത്തിന്റെ ആകെ ഊർജം സമയത്തിനനുസരിച്ച് എക്സ്പോണൻഷ്യലായി കുറയുന്നു എന്ന് കാണിക്കുന്നു. ചെറിയ അവമന്ദനം എന്നതുകൊണ്ടുദ്ദേശിക്കുന്നത് $\left(\frac{b}{\sqrt{km}}\right)$ ഒന്നിനേക്കാൾ വളരെ കുറവാണെന്നാണ്.

> **ഉദാഹരണം 14.10** ചിത്രം 14.19 ൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്ന അവമന്ദിത ദോലകത്തിലെ കട്ടയുടെ മാസ്സ് 200 g, k=90N/m, അവമന്ദിത സ്ഥിരാങ്കം, b = 40 g/s എന്നിങ്ങനെയാണ്.
>
> (a) ദോലനത്തിന്റെ ആവർത്തനകാലം
>
> (b) കമ്പനത്തിന്റെ ആയതി ആരംഭ വിലയുടെ പകുതി വിലയാകുവാൻ വേണ്ട സമയം
>
> (c) യാന്ത്രികോർജം ആരംഭ മൂല്യത്തിന്റെ പകുതി വിലയാകുവാൻ വേണ്ട സമയം
>
> എന്നിവ കണ്ടു പിടിക്കുക.

ഉത്തരം

(a) $km = 90 \times 0.2 = 18\ \text{kg N m}^{-1}$ അതിനാൽ $\sqrt{km} = 4.243\ \text{kg s}^{-1}$. $b = 0.04\ \text{kg s}^{-1}$. അതിനാൽ b, $\sqrt{km}$ നേക്കാൾ വളരെ കുറവാണ്. അതിനാൽ സമവാക്യം (14.34)ൽ നിന്നും സമയക്രമാവർത്തനം താഴെ പറയും പ്രകാരം കിട്ടുന്നു.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$= 2\pi\sqrt{\frac{0.2\ kg}{90\ \text{N m}^{-1}}}$$

$$= 0.3\ \text{s}$$

(b) സമവാക്യം 14.33 ൽ നിന്നും ആയതി പ്രാരംഭമൂല്യത്തിൽ നിന്നും പകുതിയിലേക്ക് താഴാൻ ഉള്ള സമയം $T_{1/2}$ ആണ്

$$T_{1/2} = \frac{\ln(1/2)}{b/2m}$$

$$= \frac{0.693}{40} \times 2 \times 200\ \text{s}$$

$$= 6.93\ \text{s}$$

(c) യാന്ത്രിക ഊർജം അതിന്റെ പ്രാരംഭമൂല്യത്തിൽ നിന്നും പകുതിയിലേക്ക് താഴാൻ എടുക്കുന്ന സമയം കണ്ടുപിടിക്കാൻ നമ്മൾ സമവാക്യം 14.35 ഉപയോഗിക്കുന്നു. ഈ സമവാക്യത്തിൽ നിന്നും

$$E(t_{1/2})/E(0) = \exp(-bt_{1/2}/m)$$

Or $$\tfrac{1}{2} = \exp(-bt_{1/2}/m)$$

$$\ln(1/2) = -(bt_{1/2}/m)$$

Or $$t_{1/2} = \frac{0.693}{40\ \text{g s}^{-1}} \times 200\ \text{g}$$

$$= 3.46\ \text{s}$$

ഇത് ആയതിയുടെ ശോഷണസമയത്തിന്റെ നേർപകുതിയാണ്. ഇതിൽ ആശ്ചര്യപ്പെടേണ്ടതില്ല, കാരണം സമവാക്യം 14.33 ഉം 14.35 പ്രകാരം ഊർജം ആയതിയുടെ വർഗത്തെയാണ് ആശ്രയിക്കുന്നത്. ഇവിടെ രണ്ട് എക്സ്പോണൽഷ്യലുകളിലും 2 ഒരു ഘടകമായി ഉണ്ട് എന്ന് ശ്രദ്ധിക്കുക. ◀

14.10 പ്രണോദിതദോലനങ്ങളും അനുനാദവും (FORCED OSCILLATIONS AND RESONANCE)

ഒരു വ്യൂഹം (സരള പെൻഡുലം അല്ലെങ്കിൽ ഒരു സ്പ്രിംഗിനോട് ബന്ധിപ്പിച്ചിരിക്കുന്ന ബ്ലോക്ക്) അതിന്റെ സന്തുലിതാവസ്ഥയിൽ നിന്നും അല്പം നീക്കിയതിനുശേഷം സ്വതന്ത്രമാക്കുമ്പോൾ, അത് അതിന്റെ സ്വാഭാവികാവൃത്തിയിൽ ദോലനം ചെയ്യുന്നു. ഈ ദോലനങ്ങളെ സ്വതന്ത്രദോലനങ്ങൾ *(free oscillations)* എന്നു വിളിക്കുന്നു. എപ്പോഴുമുള്ള മന്ദീകരണ ബലങ്ങൾ മൂലം എല്ലാ സ്വാഭാവിക ദോലനങ്ങളും കുറച്ചു സമയത്തിനു ശേഷം നിലയ്ക്കുന്നു. പക്ഷേ ഒരു ബാഹ്യ ഏജൻസിക്ക് ഈ ദോലനങ്ങളെ നിലനിർത്താൻ കഴിയും. അത്തരം ദോലനങ്ങളെ പ്രണോദിത ദോലനങ്ങൾ അല്ലെങ്കിൽ പ്രേരിത ദോലനങ്ങൾ എന്നുവിളിക്കുന്നു. ബാഹ്യബലം ക്രമാവർത്തിതമാകുന്ന ഒരു സാഹചര്യം പരിഗണിക്കാം. ഇതിന്റെ ആവൃത്തി ω_dയെ പ്രേരിത *(driven)* ആവൃത്തി എന്നു വിളിക്കുന്നു. പ്രണോദിത ക്രമാവർത്തിത ദോലനങ്ങളുടെ ഒരു പ്രധാനപ്പെട്ട വസ്തുത വ്യൂഹം അതിന്റെ സ്വാഭാവിക ആവൃത്തി

* *ഗുരുത്വാകർഷണത്തിന്റെ പ്രഭാവത്തിൽ കട്ട സ്പ്രിംഗിന്റെ O എന്ന സന്തുലിത സ്ഥാനത്തായിരിക്കും. ഇവിടെ ഈ സ്ഥാനത്തു നിന്നുമുള്ള സ്ഥാനാന്തരത്തെയാണ് x സൂചിപ്പിക്കുന്നത്.*

യിലാകണമെന്നില്ല ദോലനം ചെയ്യുന്നത് എന്നതാണ്. ബാഹ്യ ഏജൻസിയുടെ ആവൃത്തി ω_d യിലാണ്. മന്ദീകരണം മൂലം സ്വാഭാവിക ദോലനങ്ങൾ നശിച്ചുപോകുന്നതിലാണ് ഇത്. പ്രണോദിത ദോലനങ്ങളുടെ ഒരു പരിചിതമായ ഉദാഹരണമായി ഊഞ്ഞാലാടുന്ന ഒരു കുട്ടിയെ പരിഗണിക്കാം. തന്റെ ആട്ടം നിലനിർത്തുന്നതിനായി കുട്ടി പാദങ്ങളെ ക്രമാവർത്തിതമായി നിലത്ത് ഊന്നി ബലം കൊടുക്കുന്നത് കാണാം. (അല്ലെങ്കിൽ മറ്റാരെങ്കിലും ക്രമാവർത്തിതമായി കുട്ടിക്ക് ഒരു തള്ള് കൊടുക്കണം) ഇത് ദോലനങ്ങളെ നിലനിർത്താൻ ആവശ്യമാണ്.

സമയത്തിനനുസരിച്ച് ക്രമാവർത്തിതമായി വ്യത്യാസപ്പെടുന്നതും Fo ആയതിയും ഉള്ള ഒരു ബാഹ്യബലം, F(t), ഒരു അവമന്ദന ദോലകത്തിൽ പ്രയോഗിക്കപ്പെടുന്നതായി പരിഗണിക്കുക ഇങ്ങനെയുള്ള ഒരു ബലത്തെ

$$F(t) = F_o \cos \omega_d t \qquad (14.36)$$

എന്ന് പ്രതിനിധാനം ചെയ്യാം. രേഖീയ പുനസ്ഥാപന ബലം, അവമന്ദന ബലം, സമവാക്യം (14.36) പ്രതിനിധാനം ചെയ്യുന്ന സമയാശ്രിത പ്രചോദിത ബലം എന്നിവയെല്ലാം ഒരുമിച്ച് ഉണ്ടാകുന്ന സംയോജിത ബലത്തെ

$$m\,a(t) = -k\,x(t) - bv(t) + F_o \cos \omega_d t \qquad (14.37a)$$

എന്നെഴുതാം. a (t) - ക്ക്പകരം $\dfrac{d^2x}{dt^2}$ എന്നും v(t) ക്ക് പകരം $\dfrac{dx}{dt}$ എന്നും എഴുതി സമവാക്യം (14.37a) നെ പുനഃക്രമീകരിച്ചാൽ

$$m\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} + b\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + kx = F_o \cos \omega_d t \qquad (14.37b)$$

എന്ന് ലഭിക്കുന്നു. ഇത് കോണീയാവൃത്തി ω_d യുള്ള ഒരു ക്രമാവർത്തിത ബലത്തിനു വിധേയമായിരിക്കുന്ന m മാസ് ഉള്ള ഒരു ദോലകത്തിന്റെ ദോലനത്തെ സൂചിപ്പിക്കുന്നു. ഈ ദോലകം ആരംഭത്തിൽ സ്വാഭാവിക ആവൃത്തി ω യിൽ ദോലനം ചെയ്യുന്നു. ഒരു ക്രമാവർത്തിത ബാഹ്യബലം പ്രയോഗിക്കപ്പെടുമ്പോൾ, ഇതിന്റെ സ്വാഭാവികാവൃത്തിയിലുള്ള ദോലനം ഇല്ലാതാവുകയും ബാഹ്യബലത്തിന്റെ കോണീയാവൃത്തിയിലുള്ള ദോലനം ആരംഭിക്കുകയും ചെയ്യും. സ്വാഭാവിക ദോലനം ഇല്ലാതായതിനു ശേഷമുള്ള വസ്തുവിന്റെ സ്ഥാനാന്തരത്തെ

$$x(t) = A\cos(\omega_d t + \phi) \qquad (14.38)$$

എന്നെഴുതാം. ഇവിടെ ക്രമാവർത്തിത ബാഹ്യബലം പ്രയോഗിക്കുന്ന നിമിഷം മുതലാണ് സമയം കണക്കാക്കുന്നത്.

പ്രണോദിതാവൃത്തി ω_d യുടെയും, സ്വാഭാവികാവൃത്തി ω യുടെയും സംയോജിത ഫലനമാണ് ആയതി, A. ഇതിനെ

$$A = \frac{F_o}{\left\{m^2\left(\omega^2 - \omega_d^2\right)^2 + \omega_d^2 b^2\right\}^{1/2}} \qquad (14.39a)$$

എന്നെഴുതാം

ഫേസ്‌വ്യതിയാനം ϕ യെ $\tan\phi = \dfrac{-v_o}{\omega_d x_o}$ (14.39b)

എന്ന ബന്ധത്തിലൂടെ കണ്ടെത്താം.

ഇവിടെ m, വസ്തുവിന്റെ മാസ്സും, v_0, x_0 എന്നിവ ക്രമാവർത്തന ബലം പ്രയോഗിക്കുന്ന t = 0 സമയത്തുള്ള വസ്തുവിന്റെ പ്രവേഗവും, സ്ഥാനാന്തരവും ആണ്. പ്രണോദിത ദോലകത്തിന്റെ ആയതി, പ്രണോദിത ബലത്തിന്റെ കോണീയാവൃത്തിയെ ആശ്രയിക്കുന്നെന്നാണ് സമവാക്യം (14.39) കാണിക്കുന്നത്.: പ്രണോദിതാവൃത്തി ω_d യും സ്വാഭാവികാവൃത്തി ω യും വളരെ അടുത്തായിരിക്കുമ്പോഴും ഇവയുടെ വിലകൾ തമ്മിൽ വലിയ അന്തരമുള്ളപ്പോഴും ദോലകത്തിന്റെ സ്വഭാവത്തിന് വളരെ വ്യത്യാസം കാണാൻ സാധിക്കും. നമുക്ക് ഇവ രണ്ടും പരിശോധിക്കാം.

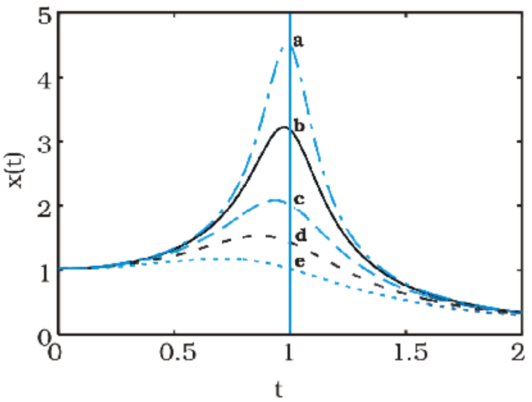
(a) അവമന്ദനം ചെറുതും പ്രണോദിതാവൃത്തിയും സ്വാഭാവികാവൃത്തിയും തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം വളരെ വലുതും ആയിരിക്കുമ്പോൾ (Small Damping, Driving Frequency far from Natural Frequency)

ഇത്തരം സാഹചര്യങ്ങളിൽ സമവാക്യം 14.39a യിലെ $m(\omega^2 - \omega_d^2)$ നേക്കാൾ വളരെ ചെറുതായിരിക്കും $\omega_d b$. അതു കൊണ്ട് $\omega_d b$ എന്ന പദത്തെ അവഗണിക്കാം. അങ്ങനെയാകുമ്പോൾ സമവാക്യം (14.39)

$$A = \frac{F_o}{m\left(\omega^2 - \omega_d^2\right)} \qquad (14.40)$$

എന്നായി ചുരുങ്ങുന്നു. ഒരു വ്യൂഹത്തിൽ നിലനില്ക്കുന്ന വ്യത്യസ്ത അവമന്ദന വിലകളിൽ, പ്രണോദിത ബലത്തിന്റെ കോണീയാവൃത്തിയിലുള്ള സ്ഥാനാന്തര ആയതിയുടെ ആശ്രിതത്വം ചിത്രം 14.21 ൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നു. അവമന്ദനബലത്തിന്റെ വില എന്തായിരുന്നാലും $\omega_d/\omega = 1$ ആയിരിക്കുമ്പോൾ, പ്രണോദിത

കമ്പനത്തിന്റെ ആയതി ഏറ്റവും കൂടുതലാണ് എന്നു കാണാം. വളരെ ചെറിയ അവമന്ദനങ്ങൾക്ക്, അനുനാദത്തിന്റ (resonance) ഉച്ചസ്ഥാനം ഉയരം കൂടിയതും കൂർത്തതും ആണെന്നാണ് ചിത്രത്തിലെ വക്രരേഖകൾ സൂചിപ്പിക്കുന്നത്.



ചിത്രം 14.22 പ്രണോദിത ദോലനങ്ങളുടെ ആയതി: പ്രണോദിത ബലത്തിന്റെ കോണീയാവൃത്തിയുടെ ഫലനത്തിൽ $\omega_d/\omega = 1$ ന്റെ അടുത്ത് ആയതി പരമാവധി ആണ്. വ്യൂഹത്തിന്റെ വ്യത്യസ്ത വ്യാപ്തിയിലുള്ള അവമന്ദനത്തിന് അനുസൃതമാണ് അഞ്ച് വക്ര രേഖകൾ. വക്രരേഖ *a* ഏറ്റവും കുറവ് അവമന്ദനത്തിന് അനുസൃതമാണ്. *b, c, d, e* എന്നീ വക്ര രേഖകളിൽ അവമന്ദനം ക്രമമായി വർധിക്കുന്നു. വക്രതയുടെ അഗ്രം *b* യുടെ ഇടത്തേക്ക് വ്യതിചലിക്കുന്നു.

പ്രണോദിതാവൃത്തി വ്യത്യാസപ്പെടുത്തി, സ്വാഭാവികാവൃത്തിക്ക് തുല്യമാക്കിയാൽ, ആയതി അനന്തതയോടടുക്കുന്നു. ഇത് അവമന്ദനം പൂജ്യമാകുമ്പോഴുള്ള തികച്ചും സാങ്കൽപികമായ പ്രസ്താവനയാണ്. ഇത് പ്രായോഗിക വ്യൂഹത്തിൽ ഒരിക്കലും ഉണ്ടാകുന്നില്ല. കാരണം, അവമന്ദനം ഒരിക്കലും പൂജ്യമാവുകയില്ല. ആടികൊണ്ടിരിക്കുന്ന ഒരു ഊഞ്ഞാലിന്റെ ആവർത്തന കാലവും, അതിൽ പ്രയോഗിക്കപ്പെടുന്ന ബാഹ്യബലത്തിന്റെ ആവർത്തന കാലവും തുല്യമാകുമ്പേൾ, ഊഞ്ഞാലിന്റെ ആയതി പരമാവധിയാകുന്നത് നിങ്ങൾ തിർച്ചയായും ശ്രദ്ധിച്ചിട്ടുണ്ടാകും. അതിന്റെ ആയതി ഒരിക്കലും അനന്തത എന്ന വില കൈവരിക്കുന്നില്ല. ഊഞ്ഞാൽ വ്യൂഹത്തിൽ എല്ലായ്പ്പോഴും ഒരു അവമന്ദന ബലം ഉള്ളതുകൊണ്ടാണ് ഇങ്ങനെ സംഭവിക്കുന്നത്.

(b) സ്വാഭാവികാവൃത്തിയോട് പ്രണോദിതാവൃത്തി അടുത്തിരിക്കുമ്പോൾ (Driving Frequency Close to Natural Frequency)

ഇത്തരം സാഹചര്യത്തിൽ ω_d യുടെ മൂല്യം ω യുടെ മൂല്യത്തിനടുത്തായിരിക്കും. അതിനാൽ $m\,(\omega^2 \;\; \omega_d^2)$ യുടെ വില $\omega_d b$ യുടേതിനേക്കാൾ വളരെ ചെറുതായിരിക്കും. അതുകൊണ്ട് സമവാക്യം 14.39 നെ

$$A = \frac{F_o}{\omega_d b} \tag{14.41}$$

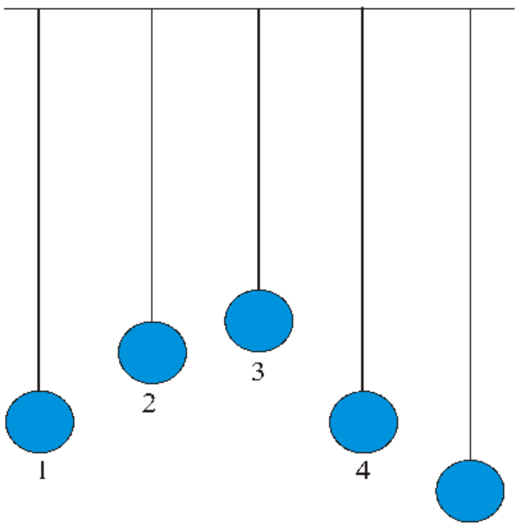
എന്നെഴുതാം.

ഒരു നിശ്ചിത പ്രണോദിത ആവൃത്തിയിലുള്ള പരമാവധി ആയതിയെ നിയന്ത്രിക്കുന്നത് പ്രണോദിത ആവൃത്തിയും, അവമന്ദനവുമാണെന്ന് ഈ സമവാക്യത്തിൽ നിന്നും വ്യക്തമാണ്. അതു കൊണ്ട് ആയതി ഒരിക്കലും അനന്തമാകുകയില്ല. ഒരു ദോലകത്തിന്റെ സ്വാഭാവിക ആവൃത്തിയോട് പ്രണോദിതാവൃത്തി അടുത്തു വരുമ്പോൾ, ദോലകത്തിന്റെ ആയതി വർദ്ധിക്കുന്ന പ്രതിഭാസത്തെ അനുനാദം (Resonance) എന്ന് വിളിക്കുന്നു.

അനുനാദം ഉൾപ്പെടുന്ന പ്രതിഭാസങ്ങൾ നിത്യജീവിതത്തിൽ നമുക്ക് സുപരിചിതങ്ങളാണ്. ഊഞ്ഞാലുമായി ബന്ധപ്പെട്ട നിങ്ങളുടെ അനുഭവം അനുനാദത്തിന് നല്ലൊരുദാഹരണമാണ്. ഊഞ്ഞാലാട്ടത്തിൽ അനുരണനത്തിന്റെ പ്രഭാവം നിങ്ങൾക്ക് അനുഭവപ്പെട്ടിട്ടുണ്ടാകാം. കൂടുതൽ ഉയരത്തിൽ ആടാനുള്ള കഴിവ് ഊഞ്ഞാലിന്റെ സ്വാഭാവികാവൃത്തിയും, തറക്കെതിരായി പ്രയോഗിക്കുന്ന ബലത്തിന്റെ താളവും തമ്മിലുള്ള സമയക്രമീകരണത്തെ ആശ്രയിച്ചിരിക്കുന്നെന്ന് നിങ്ങൾ മനസ്സിലാക്കിയിട്ടുണ്ടാകും.

ഈ ആശയം കൂടുതൽ വ്യക്തമാകുന്നതിനു വേണ്ടി വിവിധ നീളങ്ങളിലുള്ള അഞ്ച് സരള പെൻഡുലങ്ങൾ പരിഗണിക്കുക. ഇവ ചിത്രം 14.22 ൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നതു പോലെ, ഒരു പൊതു ചരടിൽ നിന്നും ക്രമീകരിച്ചിരിക്കുന്നു. പെൻഡുലം ഒന്നിനും നാലിനും ഒരേ നീളവും മറ്റുള്ളവയ്ക്ക് വ്യത്യസ്ത നീളവുമാണ് ഒന്നാമത്തെ പെൻഡുലത്തെ ചെറിയ ആയതിയിൽ ആട്ടുക. ഈ പെൻഡുലത്തിന്റെ ഊർജം മറ്റുള്ള പെൻഡുലങ്ങളിലേക്ക് പൊതു ചരടിലൂടെ വ്യാപിക്കുകയും അവ ദോലനം ആരംഭിക്കുകയും ചെയ്യുന്നു. ഇവിടെ പ്രണോദിത ബലം ലഭിക്കുന്നത് ചരടിലൂടെയാണ്. ഈ പ്രണോദിത ബലത്തിന്റെ ആവൃത്തി, ഒന്നാമത്തെ പെൻഡുലത്തിന്റെ ആവൃത്തി തന്നെയായിരിക്കും. 2, 3, 5 എന്നീ പെൻഡുലങ്ങളെ നിരീക്ഷിച്ചാൽ, അവ വ്യത്യസ്ത ആയതിയിലും അവയുടെ സ്വഭാവിക ആവൃത്തിയിലും ദോലനം ആരംഭിക്കുന്നതായി കാണാം. എന്നാൽ ഈ ദോലനങ്ങൾ സാവധാനം അവമന്ദനത്തിനുവിധേയം ആകുന്നു. അവയുടെ ആവൃത്തികൾ സാവധാനം വ്യത്യാസപ്പെടുകയും, അവസാനം ഒന്നാമത്തെ പെൻ

ഡുലത്തിന്റെ ആവൃത്തി കൈവരിക്കുകയും ചെയ്യുന്നു. അവയുടെ ആവൃത്തി പ്രണോദിത ബലത്തിന്റെ ആവൃത്തിയാണെങ്കിലും ആയതി വ്യത്യസ്തമായിരിക്കും. ഇവയുടെ ആയതികൾ ചെറുതായിരിക്കും. എന്നാൽ നാലാമത്തെ പെൻഡുലത്തിന്റെ പ്രതികരണം മറ്റുള്ളവയിൽ നിന്നും തികച്ചും വ്യത്യസ്തമാണ്. ഇതിന്റെ ആവൃത്തി ഒന്നാമത്തേതിന്റെ ആവൃത്തിക്ക് തുല്യമാണ്. എന്നാൽ ആയതി സാവധാനം വർദ്ധിച്ച് വളരെ വലുതാകുന്നു. അതായത് അനുനാദത്തിലേത് പോലുള്ള ഒരു പ്രതികരണം ഈ പെൻഡുലം പ്രകടിപ്പിക്കുന്നു. ഇതിനു കാരണം ഈ പെൻഡുലത്തിന്റെ കാര്യത്തിൽ അനുനാദത്തിന് ആവശ്യമായ സാഹചര്യം സംജാതമായതാണ്. അതായത് ഇതിന്റെ സ്വഭാവികാവൃത്തി പ്രണോദിതബലത്തിന്റെ ആവൃത്തിയുമായി പൊരുത്തപ്പെട്ടിരിക്കുന്നു.



ചിത്രം 14.22 *ഒരു ചരടിൽ നിന്നും നിശ്ചിത അകലങ്ങളിൽ തൂക്കിയിട്ടിരിക്കുന്ന അഞ്ച് സിംപിൾ പെൻഡുലങ്ങളുടെ ഒരു വ്യൂഹം.*

ഒരു ഏക സ്വാഭാവിക ആവൃത്തിയിൽ ദോലനം ചെയ്യുന്ന വ്യൂഹങ്ങളെയാണ് നാം ഇതുവരെ പരിഗണിച്ചത്. – എന്നാൽ എല്ലാ വ്യൂഹങ്ങൾക്കും ഒന്നോ, അതിലധികമോ സ്വഭാവിക ആവൃത്തികൾ ഉണ്ട്. വലിച്ചു കെട്ടിയിരിക്കുന്ന ചരടും, വായുവും ഒക്കെ ഇത്തരം സംവിധാനങ്ങളുടെ ഉദാഹരണങ്ങളാണ്. കെട്ടിടങ്ങൾ, പാലങ്ങൾ, വിമാനങ്ങൾ ഇവയ്ക്കൊക്കെ ഒന്നിലധികം സ്വാഭാവിക കമ്പന ആവൃത്തികൾ ഉണ്ട്. ഒരു ബാഹ്യ ക്രമാവർത്തന ബലം ഇത്തരം സംവിധാനങ്ങളിൽ പ്രണോദിത കമ്പനങ്ങൾ ഉണ്ടാകും. ഏതെങ്കിലും സാഹചര്യത്തിൽ ബാഹ്യബലത്തിന്റെ ആവൃത്തി ω_d ഇത്തരം സംവിധാനങ്ങളുടെ സ്വാഭാവിക ആവൃത്തിക്കുതുല്യമായാൽ അപ്പോഴുണ്ടാകുന്ന പ്രണോദിത കമ്പനങ്ങളുടെ ആയതി വളരെ കൂടുതലാവുകയും അത് കെട്ടിടങ്ങളുടെയും പാലങ്ങളുടെയും തകർച്ചയിലേക്ക് നയിക്കുകയും ചെയ്യും ഇത്തരത്തിലുള്ള അപകടങ്ങൾ ഒഴിവാക്കുവാൻ വേണ്ടിയാണ് പാലങ്ങളിലൂടെ കടന്നു പോകുമ്പോൾ സൈനികർ മാർച്ചു ചെയ്തു പോകാത്തത്. അതുപോലെ ഒരേ നിർമ്മാണ സാമഗ്രികൾ ഉപയോഗിച്ച് ഒരേ ദൃഢതയിൽ നിർമ്മിച്ചിരിക്കുന്ന കെട്ടിടങ്ങൾ എല്ലാം ഭൂകമ്പത്താൽ ഒരേ പോലെ തകർന്നു വീഴാതിരിക്കുവാനുള്ള കാരണവും ഇതുതന്നെ. കെട്ടിടങ്ങളുടെ സ്വാഭാവിക ആവൃത്തി അവയുടെ ഉയരം, അവ നിർമ്മിക്കാനുപയോഗിക്കുന്ന സാമഗ്രികൾ, തുടങ്ങിയ ഒട്ടേറെ ഘടകങ്ങളെ ആശ്രയിച്ചാണ് ഇരിക്കുന്നത്. ഭൂകമ്പ വേളയിൽ ഏതെങ്കിലും കെട്ടിടത്തിന്റെ സ്വാഭാവിക ആവൃത്തി ഭൂകമ്പ തരംഗത്തിന്റെ ആവൃത്തിക്കു തുല്യമായി വന്നാൽ അത്തരം കെട്ടിടങ്ങൾ തകർന്നു വീഴുന്നതിന് സാധ്യത കൂടുതലായിരിക്കും.

സംഗ്രഹം

1. സ്വയം ആവർത്തിക്കപ്പെടുന്ന ചലനങ്ങളെ ക്രമാവർത്തന ചലനങ്ങൾ എന്ന് വിളിക്കുന്നു.
2. ഒരു പൂർണ്ണദോലനത്തിന് ആവശ്യമായ സമയമാണ് ആവർത്തന കാലം T. ഇത് ആവൃത്തിയുമായി

$$T = \frac{1}{\nu}$$

എന്ന സമവാക്യത്തിലൂടെ ബന്ധപ്പെട്ടിരിക്കുന്നു. ഒരു സെക്കൻഡിലുള്ള ആവർത്തന ചലനത്തിന്റെ അല്ലെങ്കിൽ ദോലന ചലനത്തിന്റെ എണ്ണമാണ് ആവൃത്തി. SI യൂണിറ്റിൽ ഇത്

അളക്കുന്നത് ഹെർട്സ് എന്ന യൂണിറ്റുപയോഗിച്ചാണ്.

$$1 \text{ ഹെർട്സ്} = 1\ \text{Hz} = 1 \text{ ദോലനം പ്രതി സെക്കൻഡ്} = 1\ s^{-1}$$

3. സരള ഹാർമോണിക ചലനത്തിൽ, സന്തുലിത സ്ഥാനത്തുനിന്നുള്ള ഒരു വസ്തുവിന്റെ ക്ഷണിക സ്ഥാനാന്തരം $x(t)$ യുടെ സമവാക്യം

$$x(t) = A\cos(\omega t - \phi)$$

ആണ്. ഇതിൽ A സ്ഥാനാന്തരത്തിന്റെ ആയതി, $(\omega t - \phi)$ ചലനത്തിന്റെ ഫേസ്, ϕ ഫേസ് സ്ഥിരാങ്കം, എന്നിങ്ങനെയാണ്. കോണീയാവൃത്തി ω ചലനത്തിന്റെ ആവൃത്തിയുമായും ആവർത്തന കാലവുമായും ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന രീതിയിൽ ബന്ധപ്പെട്ടിരിക്കുന്നു.

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu \quad \text{(കോണീയാവൃത്തി)}$$

4. സരളഹാർമോണികചലനത്തെ സമവർത്തുളചലനത്തിനു വിധേയമായിരിക്കുന്ന ഒരു വസ്തുവിൽ നിന്നും വൃത്തപാതയുടെ ഏതെങ്കിലും ഒരു വ്യാസരേഖയിലേക്കു വരയ്ക്കുന്ന പ്രക്ഷേപത്തിന്റെ ചലനമായി കണക്കാക്കാം.

5. സരളഹാർമോണികചലനത്തിൽ വസ്തുവിന്റെ പ്രവേഗവും, ത്വരണവും, സമയത്തിന്റെ ഫലനങ്ങളാണ്. അവയുടെ സമവാക്യങ്ങൾ

$$v(t) = -\omega A\sin(\omega t - \phi) \quad \text{(പ്രവേഗം)}$$

$$a(t) = -\omega^2 A\cos(\omega t + \phi)$$

$$= -\omega^2 x(t) \quad \text{(ത്വരണം)}$$

ഇതിൽ നിന്നും സരളഹാർമോണികചലനത്തിലുള്ള ഒരു വസ്തുവിന്റെ പ്രവേഗവും ത്വരണവും ക്രമാവർത്തന ഫലനമാണ് എന്ന് മനസ്സിലാക്കാം. പ്രവേഗത്തിന്റെ ആയതി $v_m = \omega A$ യും ത്വരണത്തിന്റെ ആയതി $a_m = \omega^2 A$ യും ആണ്.

6. സരള ഹാർമോണിക ചലനത്തിലെ ബലം എല്ലായ്പ്പോഴും സ്ഥാനാന്തരത്തിന് ആനുപാതികവും സന്തുലിത സ്ഥാനത്തിന്റെ നേർക്ക് ആയിരിക്കുകയും ചെയ്യും.

7. സരള ഹാർമോണിക ചലനത്തിലുള്ള വസ്തുവിന്റെ ഏതൊരു സമയത്തെയും ഗതികോർജം $K = \frac{1}{2}mv^2$ സ്ഥിതികോർജം $U = \frac{1}{2}kx^2$ എന്നിങ്ങനെയാണ്. ദോലനം ചെയ്യുന്ന വസ്തുവിൽ ഘർഷണം ഇല്ലെങ്കിൽ വസ്തുവിന്റെ മൊത്തം ഊർജം $E = K + U$ സ്ഥിരമാണ്. എന്നാൽ പ്രായോഗികമായി K യുടേയും U വിന്റേയും വില സമയത്തിനനുസരിച്ച് സദാ വ്യത്യാസപ്പെട്ടുകൊണ്ടിരിക്കും.

8. ഹുക്കിന്റെ നിയമം അനുശാസിക്കുന്ന $F = -kx$ എന്ന പുനഃസ്ഥാപനബലത്തിനു വിധേയമായി ദോലനം ചെയ്തു കൊണ്ടിരിക്കുന്ന ഒരു വസ്തു സരളഹാർമോണികചലനത്തിലായിരിക്കും. ഇതിന്റെ കോണീയാവൃത്തി

$$\text{കോണീയാവൃത്തി, } \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\text{ആവർത്തനകാലം, } T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

ഇങ്ങനെയുള്ള വ്യൂഹത്തെ രേഖീയ ദോലകം *(linear oscillator)* എന്നു വിളിക്കുന്നു.

9. ചെറിയ കോണിൽ ആടിക്കൊണ്ടിരിക്കുന്ന സരളപെൻഡുലത്തിന്റെ ചലനം ഏകദേശം സരള

ഹാർമോണിക ചലനമാണ്. അതിന്റെ ആവർത്തനകാലം

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$ ആയിരിക്കും.

10. ബാഹ്യബലത്തിന്റെ സ്വാധീനം മൂലം ഒരു പ്രായോഗിക ദോലന വ്യൂഹത്തിന്റെ യാന്ത്രികോർജം ദോലന സമയത്ത് കുറഞ്ഞു കൊണ്ടിരിക്കുന്നു. യാന്ത്രികോർജം താപോർജമായി മാറുന്നതു കൊണ്ടാണ് ഇങ്ങനെ സംഭവിക്കുന്നത്. അങ്ങനെയുള്ള സന്ദർഭങ്ങളിൽ ദോലനത്തിനും ദോലനം ചെയ്യുന്ന വസ്തുവിനും അവമന്ദനം സംഭവിക്കുന്നുവെന്നു പറയുന്നു. b അവമന്ദന സ്ഥിരാങ്കവും, v ദോലകത്തിന്റെ പ്രവേഗവും ആയാൽ അവമന്ദനബലം F_d $-bv$ ആയിരിക്കും. ഇത്തരം ബലത്തിനു വിധേയമായ ദോലകത്തിന്റെ സ്ഥാനാന്തരം

$$x(t) - A\, e^{bt/2m} \cos(\omega' t \quad \phi)$$

ആണ്. ഇവിടെ ω', അവമന്ദിത ദോലനത്തിന്റെ കോണീയാവൃത്തിയാണ്. ഇതിനെ

$$\omega' = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{b^2}{4m^2}}$$

എന്ന സമവാക്യമുപയോഗിച്ച് കണ്ടുപിടിക്കാം. അവമന്ദനസ്ഥിരാങ്കം ചെറുതായാൽ, $\omega' \approx \omega$, ആണ്. ഇവിടെ ω എന്നത് അവമന്ദനം സംഭവിക്കാത്ത ദോലകത്തിന്റെ കോണീയാവൃത്തിയാണ്. അവമന്ദിത ദോലകത്തിന്റെ യാന്ത്രികോർജം E എന്നത്

$$E(t) = \frac{1}{2} k A^2 e^{-bt/m}$$

11. ω_d കോണീയാവൃത്തിയുള്ള ഒരു ബാഹ്യബലം ω സ്വാഭാവിക കോണീയാവൃത്തിയുള്ള ഒരു വ്യൂഹത്തിൽ പ്രയോഗിച്ചാൽ, വ്യൂഹം ω_d കോണീയാവൃത്തിയിൽ ദോലനം ചെയ്യുന്നു. ദോലനത്തിന് പരമാവധി ആയതി ലഭിക്കുന്നത്.

$$\omega_d - \omega$$

ആയിരിക്കുമ്പോഴാണ്. ഈ അവസ്ഥയെ അനുനാദം (resonance) എന്ന് വിളിക്കുന്നു.

ഭൗതിക അളവ്	ചിഹ്നം	ഡൈമെൻഷൻ	യൂണിറ്റ്	കുറിപ്പ്
ആവർത്തനകാലം	T	[T]	s	ചലനം സ്വയം ആവർത്തിക്കുന്ന ഏറ്റവും ചെറിയ സമയം
ആവൃത്തി	ν (or f)	$[T^{-1}]$	s^{-1}	$\nu = \frac{1}{T}$
കോണീയാവൃത്തി	ω	$[T^{-1}]$	s^{-1}	$\omega = 2\pi\nu$
ഫേസ് സ്ഥിരാങ്കം	ϕ	ഡൈമെൻഷൻ ഇല്ല	rad	സരളഹാർമോണികചലനത്തിലെ സ്ഥാനാന്തരത്തിന്റെ ആദ്യഫേസ്
ബലസ്ഥിരാങ്കം	k	$[MT^{-2}]$	$N\,m^{-1}$	സരളഹാർമോണികചലനം

വിചിന്തനവിഷയങ്ങൾ

1. ചലനം സ്വയം ആവർത്തിക്കുന്ന ഏറ്റവും ചെറിയ സമയമാണ് ആവർത്തന കാലം T. അതുകൊണ്ട് n T സമയത്തിന് ശേഷം ചലനം വീണ്ടും ആവർത്തിക്കുന്നു. ഇവിടെ n ഒരു എണ്ണൽ സംഖ്യയാണ്.
2. എല്ലാ ആവർത്തന ചലനങ്ങളും സരളഹാർമോണികചലനങ്ങളല്ല. ബലനിയമം F=-kx അനുസരിക്കുന്ന ആവർത്തനചലനം മാത്രമാണ് സരളഹാർമോണികചലനം .

3. വിപരീതവർഗനിയമ ബലം (inverse square law force) കാരണമോ (ഗ്രഹ ചലനത്തിലെപ്പോലെ)' ദ്വിമാന സരള ഹാർമോണിക ബലം ($-m\omega^2 r$) കാരണമോ വർത്തുള ചലനം ഉണ്ടാകാം. രണ്ടാമത്തെ സന്ദർഭത്തിൽ രണ്ട് ലംബ ദിശയിലുമുള്ള (x,y) ചലനത്തിന്റെ ഫേസ് $\pi/2$ വ്യത്യാസപ്പെട്ടിരിക്കണം. ഉദാഹരണത്തിന് ആദ്യസ്ഥാനം (0,A) യും, പ്രവേഗം ($\omega A, 0$) യും ഉള്ള ഒരു വസ്തുവിൽ $m\omega^2 r$ ബലം പ്രയോഗിച്ചാൽ, A ആരമുള്ള ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ പരിധിയിലൂടെ വസ്തു സമാനമായി സഞ്ചരിക്കും.

4. ഒരു നിശ്ചിത കോണീയാവൃത്തി ω യുള്ള രേഖീയ സരള ഹാർമോണിക ചലനത്തെ പൂർണ്ണമായും മനസ്സിലാക്കുവാൻ, ചലനത്തിന്റെ പ്രാരംഭദശയെ സംബന്ധിച്ച് താഴെ പറയുന്ന ഏതെങ്കിലും ഒരു ജോഡി സവിശേഷതകൾ മാത്രം മതി. ഈ അവസ്ഥകൾ (i) ആദ്യ സ്ഥാനവും, ആദ്യ പ്രവേഗവും, (ii) ആയതിയും ഫേസും (iii) ഊർജവും ഫേസും എന്നിവയാണ്.

5. ഒരു നിശ്ചിത ആയതിയോ ഊർജമോ ഉള്ള ചലനത്തിന്റെ മുകളിൽ പറഞ്ഞിരിക്കുന്ന അളവുകളിൽ നിന്ന് ആദ്യസ്ഥാനമോ ആദ്യപ്രവേഗമോ ഉപയോഗിച്ച് ചലനത്തിന്റെ ഫേസ് നിർണ്ണയിക്കുന്നു.

6. അനിയന്ത്രിതമായ ആയതിയിലും ഫേസിലും ഉള്ള രണ്ട് സരളഹാർമോണികചലനങ്ങൾ സംയോജിപ്പിച്ചാൽ അത് ആവർത്തന ചലനമാകണമെന്ന് നിർബന്ധമില്ല. ഒരു ചലനത്തിന്റെ ആവൃത്തി അടുത്ത ചലനത്തിന്റെ ആവൃത്തിയുടെ എണ്ണൽസംഖ്യാ ഗുണിതങ്ങളാണെങ്കിൽ അത് ആവർത്തനചലനം ആയിരിക്കും. എന്നിരുന്നാലും ഒരു ആവർത്തനചലനത്തെ അനുയോജ്യമായ ആവൃത്തികളുള്ള അസംഖ്യം ഹാർമോണിക ചലനങ്ങളുടെ തുകയായി പ്രകടിപ്പിക്കാവുന്നതാണ്.

7. ഫേസ് സ്ഥിരാങ്കം, ഊർജം, ആയതി എന്നിവയെ സരളഹാർമോണികചലനത്തിന്റെ ആവർത്തന കാലം ആശ്രയിക്കുന്നില്ല. ഇത് ഭൂഗുരുത്വം മൂലമുള്ള ഗ്രഹങ്ങളുടെ പരിക്രമണ പാതയിലൂടെയുള്ള ആവർത്തന ചലനവുമായി ഇതിനെ താരതമ്യം ചെയ്തു നോക്കൂ. (കെപ്ളറുടെ മൂന്നാം നിയമം)

8. ചെറിയ കോണീയാവൃത്തിയിൽ സരള പെൻഡുലത്തിന്റെ ചലനം സരള ഹാർമോണികമാണ്.

9. ഒരു വസ്തുവിന്റെ ചലനം സരള ഹാർമോണികമാകണമെങ്കിൽ, അതിന്റെ സ്ഥാനാന്തരത്തെ താഴെ പറയുന്ന ഏതെങ്കിലും ഒരു രൂപത്തിൽ പ്രകടിപ്പിക്കാൻ കഴിയണം

$$x \quad A \cos \omega t - B \sin \omega t$$

$$x - A \cos(\omega t - \alpha),\ x - B \sin(\omega t - \beta)$$

മൂന്ന് രൂപങ്ങളും പൂർണമായും സമാനങ്ങളാണ്. (ഏതെങ്കിലും ഒരു സമവാക്യത്തെ മറ്റു രണ്ട് ഗണിത വാക്യങ്ങളായി, എഴുതാൻ കഴിയും).

അവമന്ദിത സരള ഹാർമോണിക ചലനങ്ങൾ (സമവാക്യം 14.31) പൂർണമായും ഒരു സരള ഹാർമോണിക ചലനമെന്ന് പറയാൻ കഴിയില്ല. $2m/b$ യെക്കാൾ വളരെ ചെറിയ സമയ ഇടവേളയിൽ ഇത് ഏകദേശം ഒരു സരള ഹാർമോണിക ചലനമായി പരിഗണിക്കുവാൻ കഴിയും. ഇവിടെ b അവമന്ദന സ്ഥിരാങ്കമാണ്.

10. പ്രണോദിതദോലനങ്ങളിൽ വസ്തുവിന്റെ സ്ഥിരമായ ചലനം (പ്രണോദിത ബലത്തിന് പൂർണ ശോഷണം സംഭവിച്ച ശേഷം) സരള ഹാർമോണിക ചലനമാണ്. ഇതിന്റെ ആവൃത്തി പ്രണോദിത ബലത്തിന്റെ ആവൃത്തി ω_d യാണ്. അല്ലാതെ വസ്തുവിന്റെ സ്വാഭാവിക ആവൃത്തി ω അല്ല.

11. അവമന്ദന ബലത്തിന്റെ മൂല്യം പൂജ്യമാകുന്ന സാഹചര്യത്തിൽ, അനുനാദത്തിലുള്ള സരള ഹാർമോണിക ചലനത്തിന്റെ ആയതി അനന്തമാണ്. എന്നാൽ എല്ലാ യഥാർത്ഥ വ്യൂഹത്തിലും വളരെ ചെറിയ തോതിലാണെങ്കിൽ പോലും അവമന്ദനം ഉണ്ട്.

12. പ്രണോദിതദോലനത്തിൽ വസ്തുവിന്റെ ഹാർമോണിക ചലനത്തിന്റെ ഫേസ് പ്രചോദിത ബലത്തിന്റെ ഫേസിൽ നിന്നും വ്യത്യസ്തമാണ്.

പരിശീലനപ്രശ്നങ്ങൾ

14.1 താഴെ തന്നിരിക്കുന്ന ഉദാഹരണങ്ങളിൽ ഏതെല്ലാമാണ് ക്രമാവർത്തനചലനത്തെ പ്രതിനിധാനം ചെയ്യുന്നത്?

(a) പുഴയുടെ ഒരു വശത്ത് നിന്നും മറു വശത്തേക്കു നീന്തി തിരിച്ച് അതേ വശത്ത് ഒരാൾ എത്തിച്ചേരുന്നു.

(b) തെക്ക് - വടക്ക് ദിശയിൽ സ്വതന്ത്രമായി തൂക്കിയിട്ടിരിക്കുന്ന ഒരു ഒരു കാന്തത്തെ അതിന്റെ സന്തുലിത ദിശയിൽ നിന്നും ഒരു വശത്തേക്ക് അല്പം തിരിച്ച ശേഷം സ്വതന്ത്രമാക്കുന്നു.

(c) മാസ് കേന്ദ്രത്തെ ആധാരമാക്കി കറങ്ങിക്കൊണ്ടിരിക്കുന്ന ഒരു ഹൈഡ്രജൻ തന്മാത്ര

(d) വില്ലിൽ നിന്നും തൊടുത്തുവിട്ട അമ്പ്

14.2 താഴെ തന്നിരിക്കുന്ന ഉദാഹരണങ്ങളിൽ നിന്നും സരളഹാർമോണിക ചലനത്തെയും, സരള ഹാർമോണികമല്ലാത്ത ക്രമാവർത്തന ചലനത്തെയും വേർതിരിച്ചെഴുതുക.

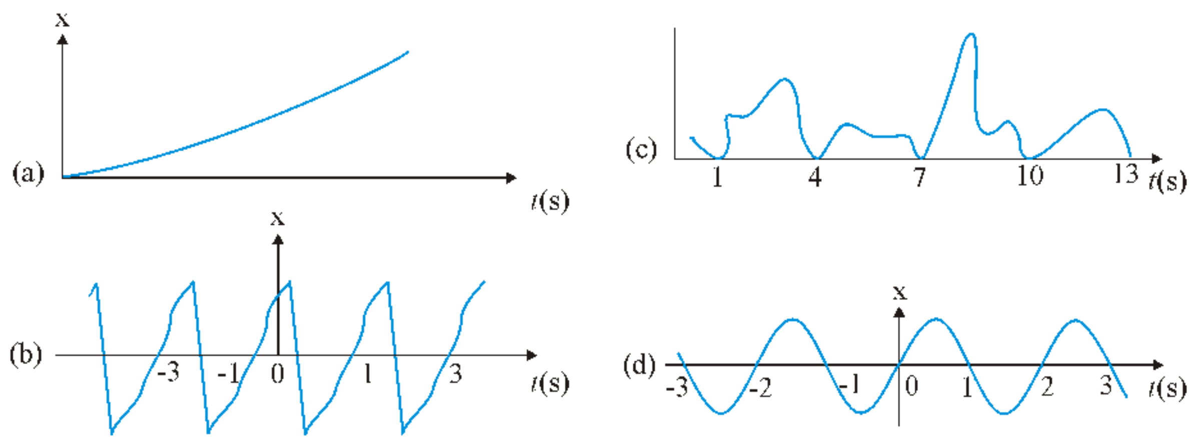
(a) സ്വന്തം അച്ചുതണ്ടിലുള്ള ഭൂമിയുടെ ഭ്രമണം

(b) U ആകൃതിയിലുള്ള ഒരു ട്യൂബിൽ നിറച്ചിരിക്കുന്ന രസയൂപത്തിന്റെ ദോലന ചലനം

(c) അർദ്ധഗോളാകൃതിയിലുള്ള ഒരു പാത്രത്തിന്റെ ഏറ്റവും താഴെനിന്നും അല്പം മുകളിലായുള്ള ഒരു ബിന്ദുവിൽനിന്നും ഉരുട്ടിവിടുന്ന ഒരു ബാൾബെയറിങ്ങിന്റെ ചലനം

(d) ഒരു ബഹുആറ്റതന്മാത്രയുടെ സന്തുലന സ്ഥാനത്തെ ആധാരമാക്കിയുള്ള ചലനം

14.3 നേർരേഖാ ചലനത്തിലുള്ള ഒരു വസ്തുവിന്റെ സ്ഥാനവും സമയവും തമ്മിലുള്ള ഗ്രാഫാണ് ചിത്രം 14.27 ൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നത്. ഏതെല്ലാം ഗ്രാഫുകളാണ് ക്രമാവർത്തന ചലനങ്ങളെ സൂചിപ്പിക്കുന്നത്? ക്രമാവർത്തന ചലനങ്ങളുടെ ക്രമാവർത്തനകാലം എന്താണ്?



ചിത്രം 14.23

14.4 താഴെ തന്നിരിക്കുന്ന സമയത്തിന്റെ ഏകദങ്ങൾ പരിശോധിക്കുക. ഇവയിൽ ഏതെല്ലാമാണ് (a) സരള ഹാർമോണിക ചലനങ്ങൾ. (b) സരള ഹാർമോണികങ്ങളല്ലാത്ത ക്രമാവർത്തന ചലനങ്ങൾ (c) ക്രമാവർത്തന ചലനങ്ങളല്ലാത്തവ. ക്രമാവർത്തന ചലനങ്ങളുടെ ക്രമാവർത്തന കാലം കണ്ടു പിടിക്കുക.

(a) $\sin \omega t - \cos \omega t$ (b) $\sin^3 \omega t$

(c) $3 \cos (\pi/4 - 2\omega t)$ (d) $\cos \omega t + \cos 3\omega t + \cos 5\omega t$

(e) $\exp(-\omega^2 t^2)$ (f) $1 + \omega t + \omega^2 t^2$

14.5 ഒരു വസ്തു 10 രാ അകലത്തിൽ സറിതിചെയ്യുന്ന A, B എന്നീ രണ്ട് ബിന്ദുക്കൾക്കിടയിൽ രേഖീയ സരള ഹാർമോണിക ചലനത്തിലാണ്. A-യിൽ നിന്നും B യിലേക്കുള്ള ദിശയെ പോസിറ്റീവായി കണക്കാക്കി താഴെ പറയുന്ന സറാനങ്ങളിലെ പ്രവേഗം, ത്വരണം, ബലം എന്നിവയുടെ ദിശ കണക്കാക്കുക

(a) A എന്ന ബിന്ദുവിൽ
(b) B എന്ന ബിന്ദുവിൽ
(c) A യിലേക്ക് സഞ്ചരിക്കുമ്പോൾ AB യുടെ മധ്യ ബിന്ദുവിൽ
(d) A- എന്ന ബിന്ദുവിന്റെ ദിശയിൽ സഞ്ചരിക്കുമ്പോൾ B - യിൽ നിന്നും 2 cm അകലെ
(c) B - യുടെ ദിശയിൽ സഞ്ചരിക്കുമ്പോൾ A-യിൽ നിന്നും 3 cm അകലെ
(f) Aയുടെ ദിശയിൽ സഞ്ചരിക്കുമ്പോൾ B -യിൽ നിന്നും 4 cm അകലെ

14.6 ഒരു വസ്തുവിന്റെ ത്വരണവും (a) സ്ഥാനാന്തരവും (x) തമ്മിലുള്ള ബന്ധങ്ങൾ താഴെ തന്നിരിക്കുന്നു. ഇവയിലേതെല്ലാമാണ് സരള ഹാർമോണിക ചലനങ്ങളെന്നെഴുതുക.

(a) $a = 0.7x$
(b) $a = -200x^2$
(c) $a = -10x$
(d) $a = 100x^3$

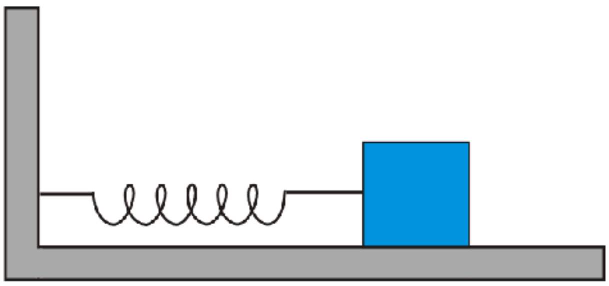
14.7 സരള ഹാർമോണിക ചലനത്തിലേർപ്പെട്ടിരിക്കുന്ന ഒരു വസ്തുവിന്റെ സറാനാന്തരം

$x(t) = A \cos (\omega t + \phi)$.

എന്ന ഫലനം ഉപയോഗിച്ച് കാണിച്ചിരിക്കുന്നു. പൂജ്യം സമയത്തിൽ വസ്തുവിന്റെ സ്ഥാനം 1 cm, പ്രവേഗം ω cm/s, കോണിയാവൃത്തി $\pi\, s^{-1}$ എന്നിങ്ങനെയാണെങ്കിൽ വസ്തുവിന്റെ ആയതിയും ആദ്യ ഫേസ് കോണും ഏത്ര? കോസ് ഫലനത്തിന് പകരം $x = B \sin (\omega t + \alpha)$, എന്ന സൈൻ ഫലനം ഉപയോഗിച്ച് വസ്തുവിന്റെ ചലനം വിവരിച്ചാൽ, മുകളിൽ കൊടുത്ത സറാനാന്തരത്തിലും പ്രവേഗത്തിലും വസ്തുവിന്റെ ആയതിയും ആദ്യ ഫേസ് കോണും എത്രയായിരിക്കും?

14.8 പൂജ്യം മുതൽ 50 kg വരെ അളക്കാവുന്ന ഒരു സ്പ്രിങ്ങ് ത്രാസ്സിലെ സ്കെയിലിന്റെ നീളം 20 cm ആണ്. ഇതിൽ തൂക്കിയിട്ടിരിക്കുന്ന ഒരു വസ്തുവിന്റെ ദോലനത്തിന്റെ ക്രമാവർത്തനകാലം 0.6 s ആണെങ്കിൽ വസ്തുവിന്റെ ഭാരം എത്ര?

14.9 സ്പ്രിംഗ് സറിരാങ്കം 1200 N/m ഉള്ള ഒരു സ്പ്രിംഗ് 3 kg മാസുമായി ചിത്രം 14.24 ൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നതുപോലെ ബന്ധിപ്പിച്ചിരിക്കുന്നു. വസ്തുവിനെ 2 cm വലിച്ച് ദോലനം ചെയ്യിച്ചാൽ താഴെ പ്പറയുന്നവ കണ്ടു പിടിക്കുക.



ചിത്രം 14.24

(i) ദോലനത്തിന്റെ ആവൃത്തി. (ii) മാസിന്റെ പരമാവധി ത്വരണം (iii) മാസിന്റെ പരമാവധി വേഗത

14.10 പരിശീലന പ്രശ്നം 14.9ലെ സ്പ്രിംഗ് വലിയാതിരിക്കുമ്പോഴുള്ള മാസിന്റെ സറാനം x = 0 ആയും ഇടത്തു നിന്ന് വലത്തോട്ടുള്ള ദിശയെ x അക്ഷത്തിന്റെ പോസിറ്റീവ് ദിശയായും കരുതുക. പൂജ്യം സമയത്തിൽ (t = 0) വസ്തു താഴെപ്പറയുന്ന സ്ഥാനങ്ങളിലാണെങ്കിൽ സമയത്തിനനുസരിച്ചുള്ള x ന്റെ ഏകദം എഴുതുക.

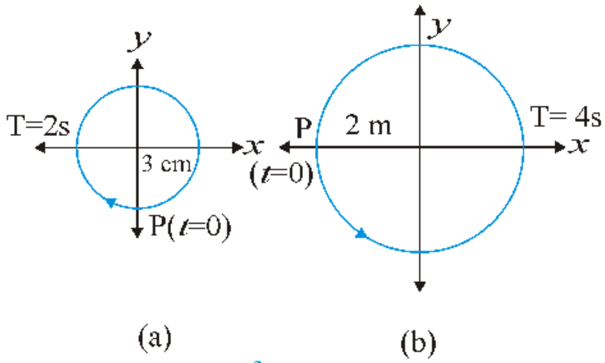
(a) സന്തുലിത സ്ഥാനത്തിൽ

(b) സ്പ്രിംഗ് പരമാവധി വലിഞ്ഞു നിൽക്കുന്ന അവസ്ഥയിൽ

(c) സ്പ്രിംഗ് പരമാവധി ചുരുങ്ങി നിൽക്കുന്ന അവസ്ഥയിൽ

ഈ ഏകദങ്ങൾ സരള ഹാർമോണിക ചലനത്തിൽ ആവൃത്തി, ആയതി, ആദ്യ ഫേസ് എന്നിവ എങ്ങനെ വ്യത്യാസപ്പെട്ടിരിക്കുന്നുവെന്ന് എഴുതുക.

14.11 ഒരു വസ്തുവിന്റെ വർത്തുളചലനമാണ് ചിത്രം 14.25 ൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നത്. വൃത്തത്തിന്റെ ആരം, വർത്തുളചലനത്തിന്റെ ക്രമാവർത്തന കാലം, ആദ്യസ്ഥാനം, ചലനത്തിന്റെ ദിശ എന്നിവ ചിത്രത്തിൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നു.



ചിത്രം 14.25

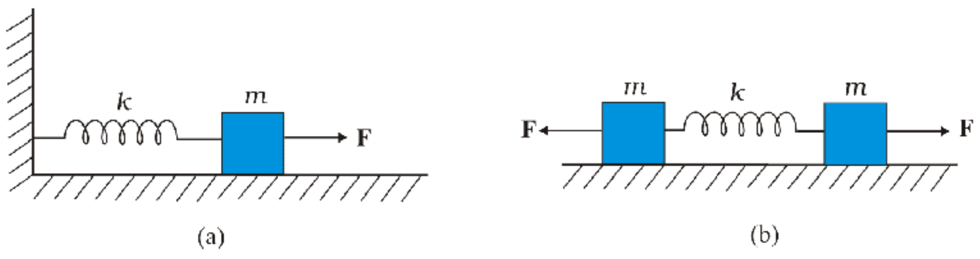
വർത്തുള ചലനം നടത്തുന്ന വസ്തു P യുടെ x പ്രക്ഷേപത്തിന്റെ സരളഹാർമോണികചലന സമവാക്യം ഒരോ സന്ദർഭത്തിലും എഴുതുക.

14.12 താഴെ തന്നിരിക്കുന്ന സരള ഹാർമോണിക ചലനത്തിന്റെ സമവാക്യത്തെ സൂചിപ്പിക്കുന്ന വൃത്തങ്ങൾ വരയ്ക്കുക. അതിൽ വസ്തുവിന്റെ ആദ്യസ്ഥാനം, കോണീയ വേഗം, വൃത്തത്തിന്റെ ആരം എന്നിവ അടയാളപ്പെടുത്തുക. എല്ലാ സന്ദർഭത്തിലും വസ്തു സഞ്ചരിക്കുന്നത് അപ്രദക്ഷിണ ദിശയിലാണ്. (x cm ലും t സെക്കൻഡിലും അളന്നിരിക്കുന്നു.

(a) $x - \ 2 \sin (3t \quad \pi/3)$ (b) $x - \cos (\pi/6 \quad t)$

(c) $x - 3 \sin (2\pi t \quad \pi/4)$ (d) $x - 2 \cos \pi t$

14.13 ചിത്രം 14.26(a) ൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നതു പോലെ m മാസ്സുള്ള ഒരു വസ്തു k സ്പ്രിംഗ് സ്ഥിരാങ്കമുള്ള ഒരു സ്പ്രിംഗുമായി ബന്ധിപ്പിച്ച് F ബലം പ്രയോഗിക്കുന്നു. അതേ സ്പ്രിംഗിന്റെ രണ്ടറ്റത്തും m മാസ്സുള്ള രണ്ടു വസ്തുക്കൾ ബന്ധിപ്പിച്ച് F ബലം പ്രയോഗിച്ചിരിക്കുന്നത് ചിത്രം 14.26 (b) യിൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നു.



ചിത്രം 14.26

(a) രണ്ട് സന്ദർഭങ്ങളിലും സ്പ്രിംഗിന്റെ പരമാവധി വലിവ് എത്ര?

(b) ചിത്രം (c) യിൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്ന മാസും, ചിത്രം (d) യിൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്ന രണ്ട് മാസുകളും ബലത്തിൽ നിന്നും സ്വതന്ത്രമാക്കിയാൽ അവയുടെ ദോലനത്തിന്റെ ക്രമാവർത്തന കാലം എത്രയാണ്?

14.14 ഒരു വാഹന എൻജിന്റെ സിലിണ്ടറിനുള്ളിലെ പിസ്റ്റണിന്റെ സ്ട്രോക്ക് (ആയതിയുടെ ഇരട്ടി) 1.0m ആണ്. പിസ്റ്റണിന്റെ ചലനം 200 rad/m കോണീയ ആവൃത്തിയുള്ള സരള ഹാർമോണിക ചലനമാണെങ്കിൽ അതിന്റെ പരമാവധി വേഗത എത്രയാണ്.

14.15 ചന്ദ്രോപരിതലത്തിലെ ഗ്രാവിറ്റി (ഗുരുത്വം) മൂലമുള്ള ത്വരണം 1.7 m/s^2 ആണ്.ഒരു സരള ഹാർമോണിക പെൻഡുലത്തിന്റെ ഭൗമോപരിതലത്തിലെ ക്രമാവർത്തന കാലം 3.5 s ആണെങ്കിൽ ചന്ദ്രോപരിതലത്തിലെ അതിന്റെ ക്രമാവർത്തന കാലം എത്രയായിരിക്കും? (ഭൗമോപരിതലത്തിലെ ഗുരുത്വ ത്വരണം 9.8 m/s^2 ആണ്.)

14.16 താഴെ തന്നിരിക്കുന്ന ചോദ്യങ്ങൾക്ക് ഉത്തരമെഴുതുക.

(a) സരളഹാർമോണികചലനത്തിലുള്ള ഒരു വസ്തുവിന്റെ ആവർത്തനകാലം, ബലസ്ഥിരാങ്കം k, വസ്തുവിന്റെ മാസ് m എന്നിവ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം

$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ എന്നാണ്. എന്നാൽ സരളഹാർമോണികചലനത്തിലുള്ള ഒരു സരള പെൻഡുലത്തിന്റെ ക്രമാവർത്തന കാലം പെൻഡുലത്തിന്റെ മാസിനെ ആശ്രയിക്കാത്തതെന്തുകൊണ്ട്?

(b) ദോലനത്തിന്റെ കോൺ ചെറുതായിരിക്കുമ്പോൾ സരളപെൻഡുലത്തിന്റെ ചലനം ഏകദേശം സരളഹാർമോണികമാണ്. എന്നാൽ വലിയ ദോലനകോണിൽ ക്രമാവർത്തന കാലം $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$. യേക്കാൾ കൂടുതലാണ്. എന്തുകൊണ്ടാണ് ഇങ്ങനെ സംഭവിക്കുന്നത് എന്ന് വിശദീകരിക്കുക.

(c) കൈത്തണ്ടയിൽ കെട്ടിയിരിക്കുന്ന വാച്ചുമായി ഒരാൾ ഒരു കെട്ടിടത്തിന്റെ മുകളിൽ നിന്നും താഴേക്ക് ചാടുന്നുവെന്ന് കരുതുക. കെട്ടിടത്തിൽ നിന്നും താഴേക്ക് വീണുകൊണ്ടിരിക്കുന്ന സമയത്ത് വാച്ച് കൃത്യസമയം കാണിക്കുമോ?

(d) സ്വതന്ത്രമായി താഴേക്ക് പതിച്ചു കൊണ്ടിരിക്കുന്ന ഒരു പെട്ടിയിൽ സ്ഥാപിച്ചിരിക്കുന്ന ഒരു സരള പെൻഡുലത്തിന്റെ ആവൃത്തി എത്രയാണ്?

14.17 ഒരു കാറിൽ M മാസും l നീളവുമുള്ള ഒരു സരള പെൻഡുലം കെട്ടിത്തൂക്കിയിരിക്കുന്നു. R ആരമുള്ള ഒരു വൃത്തപരിധിയിലൂടെ v വേഗതയിൽ കാർ സഞ്ചരിക്കുമ്പോൾ പെൻഡുലം അതിന്റെ സന്തുലിത സ്ഥാനത്തു നിന്നും വൃത്തത്തിന്റെ ആരദിശയിൽ ചെറുതായി ദോലനം ചെയ്യുന്നുവെങ്കിൽ അതിന്റെ ക്രമാവർത്തന കാലം എത്രയാണ്?

14.18 സിലണ്ടറാകൃതിയിലുള്ള ഒരു കോർക്കിന്റെ സമതല പരപ്പളവ് A, സാന്ദ്രത ρ ഉയരം h എന്നിങ്ങനെയാണ്. ഇത് ρ_l സാന്ദ്രതയുള്ള ഒരു ദ്രാവകത്തിൽ പൊങ്ങിക്കിടക്കുന്നു. കോർക്കിനെ ദ്രാവകത്തിൽ അല്പം താഴ്ത്തിയ ശേഷം സ്വതന്ത്രമാക്കിയപ്പോൾ സരള ഹാർമോണിക ചലനത്തിലാണെങ്കിൽ അതിന്റെ ക്രമാവർത്തനകാലം

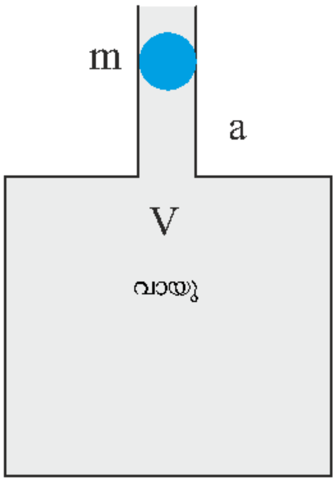
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{h\rho}{\rho_l g}}$$

ആണെന്ന് തെളിയിക്കുക. (ദ്രാവകം ചെലുത്തുന്ന അവമന്ദീകരണം അവഗണിക്കാം)

14.19 മെർക്കുറി നിറച്ച U ട്യൂബിന്റെ ഒരഗ്രം ഒരു സക്ഷൻ പമ്പുമായി ഘടിപ്പിച്ചിരിക്കുന്നു. മറ്റേ അഗ്രം വായുവിലേക്ക് തുറന്നുവച്ചിരിക്കുന്നു. രണ്ടുകോളങ്ങളും തമ്മിൽ ഒരു ചെറിയ മർദവ്യത്യാസമുണ്ട്. ഒരറ്റത്തുള്ള മെർക്കുറിയെ മുകളിലുള്ള പമ്പ് ഉപയോഗിച്ച് കുറച്ച് താഴ്ത്തിയ ശേഷം സ്വതന്ത്രമാക്കിയാൽ മെർക്കുറി സരളഹാർമോണികചലനത്തിലായിരിക്കുമെന്ന് തെളിയിക്കുക.

അധിക പരിശീലന പ്രശ്നങ്ങൾ

14.20 ചിത്രത്തിൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നതുപോലുള്ള ഒരു അറയിലെ വായുവിന്റെ ഉള്ളളവ് V യും കഴുത്തിന്റെ ഛേദതലപരപ്പളവ് a യും ആണ്. ഇതിന്റെ കഴുത്തിൽ സ്ഥാപിച്ചിരിക്കുന്ന ഗോളത്തിന് ഘർഷണമില്ലാതെ താഴോട്ടും മേലോട്ടും നീങ്ങാൻ കഴിയും. ഗോളത്തിനെ കുറച്ച് താഴേക്ക് നീക്കി സ്വതന്ത്രമാക്കിയാൽ അത് സരള ഹാർമോണിക ചലനത്തിലായിരിക്കുമെന്ന് തെളിയിക്കുക. മർദ്ദത്തിന്റേയും ഉള്ളളവിന്റെയും വ്യതിയാനങ്ങൾ ഐസോതെർമൽ ആണെന്ന് പരിഗണിച്ച് ഗോളത്തിന്റെ ചലനത്തിന്റെ ക്രമാവർത്തനകാലം കണ്ടുപിടിക്കുക.



ചിത്രം 14.27

14.21 3000 kg ഭാരമുള്ള ഒരു വാഹനത്തിന്റെ സസ്പെൻഷൻ 15 cm അമർന്നിരിക്കുന്നു. സസ്പെൻഷന്റെ ഒരു പൂർണ്ണദോലനത്തിൽ ഇത് 50% ആയി കുറയുന്നു. എങ്കിൽ (a) സസ്പെൻഷന്റെ സ്പ്രിംഗ് സ്ഥിരാങ്കത്തിന്റെ വിലയെത്ര? (b) ഒരോ ചക്രവും 750kg ഭാരം താങ്ങുന്നുവെങ്കിൽ സ്പ്രിംഗും ഷോക്ക് അബ്സോർബറും ഉൾപ്പെടുന്ന വ്യൂഹത്തിന്റെ അവമന്ദന സ്ഥിരാങ്കത്തിന്റെ വിലയെത്ര?

14.22 സരള ഹാർമോണിക ചലനത്തിലുള്ള ഒരു വസ്തുവിന്റെ ഒരു ക്രമാവർത്തന കാലത്തിലെ ശരാശരി ഗതികോർജവും ശരാശരി സ്ഥിതികോർജവും തുല്യമാണെന്ന് തെളിയിക്കുക.

14.23 15 cm ആരത്തോടു കൂടിയ വൃത്താകൃതിയിലുള്ളതും 10kg മാസ്സുള്ളതുമായ ഒരു തകിടിനെ അതിന്റെ കേന്ദ്രത്തിലൂടെ കടന്നുപോകുന്ന നൂലിൽ നൂലിന് ലംബമായി തൂക്കിയിട്ടിരിക്കുന്നു. തകിടിനെ വർത്തുള ദിശയിൽ കുറച്ചുതിരിച്ച് സ്വതന്ത്രമാക്കിയപ്പോൾ അതിന്റെ ദോലനത്തിന്റെ ക്രമാവർത്തന കാലം 1.5s ആണെങ്കിൽ നൂലിന്റെ ടോർഷണൽ സ്പ്രിംഗ് സ്ഥിരാങ്കം കണ്ടുപിടിക്കുക. (ടൊർഷൻ സ്ഥിരാങ്കം α പുനഃസ്ഥാപന ബലം J യും തകിട് തിരിയുന്ന കോൺ θ യുമായി. $J = -\alpha\,\theta$ എന്ന് ബന്ധപ്പെട്ടിരിക്കുന്നു.

14.24 ഒരു വസ്തു 5 cm ആയതിയിലും 0.2 s ക്രമാവർത്തന കാലത്തിലും ഉള്ള സരളഹാർമോണിക ചലനത്തിലാണ്. താഴെ തന്നിരിക്കുന്ന സ്ഥാനാന്തരത്തിൽ വസ്തുവിന്റെ ത്വരണവും സ്ഥാനാന്തരവും കണ്ടുപിടിക്കുക.

(a) 5 cm

(b) 3 cm

(c) 0 cm

14.25 ഘർഷണമോ അവമന്ദനമൊ ഇല്ലാതെ ഒരു തിരശ്ചീന തലത്തിൽ ω കോണീയാവൃത്തിയിൽ സ്വതന്ത്രമായി ദോലനം ചെയ്യാൻ കഴിയുന്ന രീതിയിൽ ഒരു മാസിനെ ഒരു സ്പ്രിങ്ങുമായി ബന്ധിപ്പിച്ചിരിക്കുന്നു. ഇതിനെ x_0 ദൂരത്തേക്ക് നീക്കിയതിനുശേഷം പൂജ്യം സമയത്തിൽ $(t=0)$ v_0 വേഗതയിൽ സന്തുലിത സ്ഥാനത്തിന്റെ ദിശയിലേക്ക് തള്ളുന്നു. ഇങ്ങനെയുണ്ടാകുന്ന ദോലനത്തിന്റെ ആയതി, ω, x_0 ,v_0 എന്നിവയുമായി ബന്ധിപ്പിച്ച് എഴുതുക. (ആദ്യപ്രവേഗം നെഗറ്റീവായി കരുതി $x = a \cos (\omega t+\theta)$ എന്ന സമവാക്യത്തിൽ നിന്നും തുടങ്ങുക.)

അധ്യായം 15

തരംഗങ്ങൾ (WAVES)

I6J3E6

15.1 ആമുഖം

ഒറ്റപ്പെട്ടിരിക്കുന്ന ഒരു വസ്തുവിന്റെ ദോലനചലനത്തെക്കുറിച്ച് മുൻ അധ്യായത്തിൽ നാം പഠിച്ചു. ദോലനചലനത്തിനു വിധേയമായിരിക്കുന്ന ഒരു കൂട്ടം വസ്തുക്കൾ ഉൾപ്പെടുന്ന ഒരു വ്യവസ്ഥയ്ക്ക് എന്ത് സംഭവിക്കും എന്ന് പരിശോധിച്ചു നോക്കാം. ദ്രവ്യനിർമിതമായ ഒരു മാധ്യമം ഇങ്ങനെയുള്ള വ്യവസ്ഥയ്ക്ക് ഉദാഹരണമാണ്. ഇതിലെ ഘടകങ്ങളെ തമ്മിൽ ഇലാസ്തിക ബലം കൊണ്ട് ബന്ധിപ്പിച്ചിരിക്കുന്നതിനാൽ ഒരു ഘടകത്തിന്റെ ചലനം മറ്റു ഘടകങ്ങളെ ബാധിക്കുന്നു. ഒരു ചെറിയ കല്ല് നിശ്ചലമായ ഒരു ജലാശയത്തിൽ പതിച്ചാൽ ജലോപരിതലത്തിൽ കല്ല് പതിക്കുന്ന സ്ഥാനത്ത് അത് ഒരു വിക്ഷോഭം (Disturbance) സൃഷ്ടിക്കുന്നു. ഇത് അവിടെത്തന്നെ തങ്ങിനിൽക്കാതെ മറ്റു സ്ഥലങ്ങളിലേക്ക് വൃത്താകൃതിയിൽ വ്യാപിക്കുന്നു. തുടർച്ചയായി ജലാശയത്തിൽ ഒരു സ്ഥാനത്ത് കല്ലുകൾ പതിച്ചു കൊണ്ടിരുന്നാൽ കല്ല് പതിക്കുന്നിടത്തു നിന്നും ആരംഭിക്കുന്ന വൃത്താകൃതിയിലുള്ള വിക്ഷോഭങ്ങൾ മറ്റു സ്ഥലങ്ങളിലേക്ക് വ്യാപിക്കുന്നത് നിങ്ങൾക്ക് കാണാൻ കഴിയും. ഈ വിക്ഷോഭങ്ങളുടെ സഞ്ചാരം കല്ല് പതിച്ച സ്ഥാനത്തുനിന്നും ജലം വെളിയിലേക്ക് സഞ്ചരിക്കുന്നതു പോലെയുള്ള തോന്നൽ സൃഷ്ടിക്കുന്നു. വിക്ഷോഭങ്ങൾ സഞ്ചരിക്കുന്ന തോന്നലുള്ള സ്ഥലങ്ങളിലെവിടെയെങ്കിലും ഒരു കോർക്കിന്റെ കഷണം ഇടുകയാണെങ്കിൽ അത് ഒരേ സ്ഥാനത്തു തന്നെ നിന്നു താഴുന്നതും പൊങ്ങുന്നതും കാണാം. ഇതിൽ നിന്നും കല്ല് പതിച്ച സ്ഥാനത്ത് നിന്നും മുന്നോട്ട് പോകുന്നത് ജലതന്മാത്രകളല്ല മറിച്ച് ജലത്തിലെ വിക്ഷോഭങ്ങളാണ് എന്ന് മനസ്സിലാക്കാം. ഇതുപോലെ നമ്മൾ സംസാരിക്കുമ്പോൾ വായു ഒരു ഭാഗത്ത് നിന്നും മറ്റൊരു ഭാഗത്തേക്ക് സഞ്ചരിക്കാതെ ശബ്ദം മാത്രം മുന്നോട്ടു പോകുന്നു. സംസാരിക്കുമ്പോൾ വായുവിലുണ്ടാകുന്ന വിക്ഷോഭങ്ങൾ നമുക്ക് കാണാൻ കഴിയില്ല. എന്നാൽ ഇവയെ നമ്മുടെ ചെവികൾക്കോ അല്ലങ്കിൽ മൈക്രോഫോണിനൊ തിരിച്ചറിയാൻ കഴിയും. ഇങ്ങനെ ദ്രവ്യത്തിന് മൊത്തത്തിൽ സ്ഥാനമാറ്റമില്ലാതെയുള്ള വിക്ഷോഭങ്ങളുടെ

സഞ്ചാരത്തിനെ തരംഗങ്ങൾ (waves) എന്നു വിളിക്കുന്നു. ഈ അദ്ധ്യായത്തിൽ ഇത്തരത്തിലുള്ള തരംഗങ്ങളെക്കുറിച്ചാണ് നാം പഠിക്കുവാൻ പോകുന്നത്.

ഒരു തരംഗത്തിലൂടെ ഊർജത്തോടൊപ്പം ഉത്ഭവസ്ഥാനത്തിന്റെ സവിശേഷതകൾ ഉൾക്കൊള്ളുന്ന വിക്ഷോഭങ്ങളും ഒരിടത്തു നിന്നും മറ്റൊരിടത്തേക്ക് ഒരു മാധ്യമത്തിലൂടെ സഞ്ചരിക്കുന്നു. എന്നാൽ മാധ്യമം സഞ്ചരിക്കുന്നില്ല. തരംഗത്തിലൂടെയുള്ള സിഗ്നലുകളുടെ സംപ്രേഷണത്തെയാണ് നമ്മുടെ എല്ലാ വാർത്താവിനിമയ രീതികളും ആശ്രയിക്കുന്നത്. സംഭാഷണം എന്നു പറയുന്നത് വായുവിലുണ്ടാക്കുന്ന ശബ്ദതരംഗങ്ങളും കേൾവി എന്നു പറയുന്നത് ഈ തരംഗങ്ങളുടെ വിശകലനവുമാണ്. സന്ദേശ കൈമാറ്റം പലപ്പോഴും വിവിധ തരത്തിലുള്ള തരംഗങ്ങളിലൂടെയാണ് സാധ്യമാകുന്നത്. ഉദാഹരണത്തിന് ശബ്ദസന്ദേശ കൈമാറ്റത്തിൽ ശബ്ദതരംഗങ്ങളെ ആദ്യം വൈദ്യുത സിഗ്നലുകളാക്കി. ദൂരം വളരെ കൂടുതലാണെങ്കിൽ ഈ വൈദ്യുത സിഗ്നലുകളെ പ്രകാശ സിഗ്നലുകളായോ വൈദ്യുതകാന്തിക സിഗ്നലുകളായോ മാറ്റി പ്രകാശ തന്തുക്കളി (optical fibre) ലൂടേയൊ അല്ലെങ്കിൽ വാർത്താവിനിമയ ഉപഗ്രഹങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ചോ പ്രസരിപ്പിക്കുന്നു. ഇങ്ങനെ ലഭിക്കുന്ന സിഗ്നലുകളെ തിരിച്ച് വിപരീത ക്രമത്തിൽ ഇതേ പ്രക്രിയകൾക്ക് വിധേയമാക്കി ശബ്ദസിഗ്നലുകളാക്കി മാറ്റിയാണ് നാം ഉപയോഗിക്കുന്നത്.

എല്ലാ തരംഗങ്ങൾക്കും സഞ്ചരിക്കാൻ മാധ്യമം ആവശ്യമില്ല. ഉദാഹരണമായി പ്രകാശ തരംഗങ്ങൾക്ക് സഞ്ചരിക്കുവാൻ മാധ്യമം ആവശ്യമില്ലെന്ന് നമുക്കറിയാം. നൂറ് കണക്കിന് പ്രകാശവർഷങ്ങൾ അകലെയുള്ള നക്ഷത്രങ്ങളിൽ നിന്നും പ്രകാശം നമ്മളിലെത്തുന്നത് നക്ഷത്രങ്ങൾക്കിടയിലുള്ള ശൂന്യതയിലൂടെ സഞ്ചരിച്ചാണ്.

നമ്മൾ കണ്ടുമുട്ടുന്ന തരംഗങ്ങൾ പ്രധാനമായും മൂന്ന് തരത്തിലുള്ളതാണ്.

(a) യാന്ത്രിക തരംഗങ്ങൾ (mechanical waves), (b) വൈദ്യുതകാന്തിക തരംഗങ്ങൾ (eletcromagnetic waves), (c) ദ്രവ്യ തരംഗങ്ങൾ (matter waves). ഇവയിൽ യാന്ത്രിക തരംഗങ്ങളെയാണ് നമുക്ക് ഏറെ പരിചിതം. ജലതരംഗങ്ങൾ, ശബ്ദതരംഗങ്ങൾ, ഭൂകമ്പ തരംഗങ്ങൾ തുടങ്ങിയവ യാന്ത്രികതരംഗങ്ങൾക്ക് ഉദാഹരണങ്ങളാണ്. ഇത്തരം തരംഗങ്ങൾക്ക് ശൂന്യതയിലൂടെ സഞ്ചരിക്കാൻ കഴിയില്ല. അവയുടെ പ്രസരണത്തിന് മാധ്യമം ആവശ്യമാണ്. ഇത്തരം തരംഗങ്ങളുടെ സഞ്ചാരത്തിൽ മാധ്യമത്തിലെ കണികകൾ കമ്പനത്തിന് വിധേയമാകുന്നു. തരംഗസഞ്ചാരം മാധ്യമത്തിന്റെ ഇലാസ്തിക ഗുണങ്ങളെ ആശ്രയിക്കുന്നുണ്ട്. പൊതുവേ വൈദ്യുതകാന്തിക തരംഗങ്ങളുടെ പ്രേഷണത്തിന് മാധ്യമത്തിന്റെ ആവശ്യം ഇല്ല. അവയ്ക്ക് ശൂന്യതയിലൂടെ സഞ്ചരിക്കുവാൻ കഴിയും. ദൃശ്യപ്രകാശം, അൾട്രാവയലറ്റ് രശ്മികൾ, മൈക്രോ തരംഗങ്ങൾ, X കിരണങ്ങൾ തുടങ്ങിയവ വൈദ്യുതകാന്തിക തരംഗങ്ങൾക്ക് ഉദാഹരണങ്ങളാണ്. എല്ലാ വൈദ്യുതകാന്തിക തരംഗങ്ങളും ശൂന്യതയിലൂടെ ഒരേ വേഗതയിൽ (c) സഞ്ചരിക്കുന്നു. അതിന്റെ മൂല്യം c= 299,792,458 m/s ആണ്. ഈ തരംഗങ്ങളെക്കുറിച്ച് നിങ്ങൾ പിന്നീട് വിശദമായി പഠിക്കും.

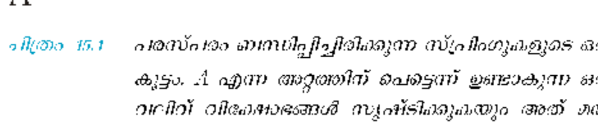
ഈ രണ്ടു തരംഗങ്ങളെ കൂടാതെ മറ്റൊരു തരം തരംഗങ്ങളും ഉണ്ട്. ദ്രവ്യ തരംഗങ്ങൾ (matter waves) എന്ന് ഇവ അറിയപ്പെടുന്നു. ദ്രവ്യത്തിന്റെ മൗലിക കണങ്ങളായ ഇലക്ട്രോണുകൾ, പ്രോട്ടോണുകൾ, ന്യൂട്രോണുകൾ, ഇവ കൂടാതെ ആറ്റങ്ങൾ, തന്മാത്രകൾ മുതലായവയുമായി ബന്ധപ്പെട്ടതാണ് ദ്രവ്യതരംഗങ്ങൾ ക്വാണ്ടം ബലതന്ത്രമുപയോഗിച്ചുള്ള പ്രകൃതിയുടെ വിശകലനത്തിൽ ഈ തരംഗങ്ങൾ പലപ്പോഴും കടന്നു വരുന്നുണ്ട്. ഇതിന്റെ വിശദാംശങ്ങൾ നിങ്ങൾ ഉയർന്ന ക്ലാസുകളിൽ പഠിക്കും. യാന്ത്രികതരംഗങ്ങൾ, വൈദ്യുതകാന്തിക തരംഗങ്ങൾ എന്നിവയേക്കാൾ ആശയപരമായി കൂടുതൽ അമൂർത്തമാണെങ്കിലും (abstract) ദ്രവ്യതരംഗങ്ങൾ ആധുനിക സാങ്കേതിക വിദ്യകളുടെ അടിസ്ഥാനശിലയാണ്. ഇലക്ട്രോൺ മൈക്രോസ്കോപ്പുകളിൽ ഇലക്ട്രോണുകളുമായി ബന്ധപ്പെട്ട ദ്രവ്യതരംഗങ്ങളാണ് പ്രയോഗപ്പെടുത്തിയിരിക്കുന്നത്.

ഈ അധ്യായത്തിൽ, സഞ്ചരിക്കാൻ ഒരു ഭൗതികമാധ്യമം ആവശ്യമായ യാന്ത്രിക തരംഗങ്ങളെക്കുറിച്ചാണ് നാം പഠിക്കുന്നത്.

കലകളിലും സാഹിത്യത്തിലും തരംഗങ്ങളുടെ സൗന്ദര്യാത്മക സ്വാധീനം വളരെ പണ്ടുതന്നെ കണ്ടിട്ടുള്ളതാണ്. എങ്കിലും 17-ാം നൂറ്റാണ്ടിലാണ് ആദ്യമായി തരംഗചലനത്തിന്റെ ശാസ്ത്രീയമായ വിശകലനം നടന്നത്. തരംഗചലനത്തിന്റെ ഭൗതികശാസ്ത്ര ബന്ധം പഠിച്ച ചില പ്രമുഖ ശാസ്ത്രജ്ഞരാണ് ക്രിസ്ത്യൻ ഹൈഗൻസ് (1629–1695), റോബർട്ട് ഹുക്ക്, സർ ഐസക് ന്യൂട്ടൺ എന്നിവർ. തരംഗങ്ങളുടെ ഭൗതികത്തെക്കുറിച്ചുള്ള അറിവ് സ്പ്രിംഗുകളുമായി ബന്ധിപ്പിച്ചിരിക്കുന്ന മാസുകളുടെ ദോലനങ്ങളുടെയും സിംപിൾ (ലഘു) പെൻഡുലങ്ങളുടെ ദോലനങ്ങളുടെയും ഭൗതികശാസ്ത്രം വിശകലനം ചെയ്യുവാൻ ഉപകാരപ്പെട്ടു. ഇലാസ്തിക മാധ്യമത്തിലുള്ള തരംഗങ്ങൾക്ക് ഹാർമോണിക്

ദോലനങ്ങളുമായി വളരെ അടുത്ത ബന്ധമുണ്ട്. (വലിച്ചു കെട്ടിയിരിക്കുന്ന ചരടുകൾ, കോയിൽ രൂപത്തിലുള്ള സ്പ്രിംഗുകൾ, വായു തുടങ്ങിയവ ഇലാസ്തിക മാധ്യമങ്ങളുടെ ഉദാഹരണങ്ങളാണ്) ഈ ബന്ധം നമുക്ക് ചില ലളിതമായ ഉദാഹരണങ്ങളിലൂടെ വിവരിക്കാം.

ചിത്രം 15.1 ൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നതുപോലെ പരസ്പരം ബന്ധിപ്പിച്ചിരിക്കുന്ന സ്പ്രിംഗുകളുടെ കൂട്ടം പരിഗണിക്കുക. ഒരു അറ്റത്തുള്ള സ്പ്രിംഗിനെ പെട്ടെന്ന് വലിച്ച് വിട്ടാലുണ്ടാകുന്ന വിക്ഷോഭം ഈ സംവിധാനത്തിന്റെ മറ്റേ അറ്റം വരെ സഞ്ചരിക്കുന്നു. വിക്ഷോഭത്തിന്റെ ഈ സഞ്ചാരം എങ്ങനെയാണ് സംഭവിക്കുന്നത്? ആദ്യത്തെ സ്പ്രിംഗിന് അതിന്റെ സന്തുലിത നീളത്തിൽ നിന്നും വ്യതിയാനം ഉണ്ടാകുന്നു. രണ്ടാമത്തെ സ്പ്രിംഗ് ആദ്യത്തേതുമായി യോജിപ്പിച്ചിരിക്കുന്നതിനാൽ അതും വലിയുകയൊ ചുരുങ്ങുകയൊ ചെയ്യും. ഈ പ്രവർത്തനം മറ്റു സ്പ്രിംഗുകളിലേക്കും വ്യാപിക്കുന്നു. ഈ വിക്ഷോഭം ഒരറ്റത്തുനിന്നും മറ്റേ അറ്റത്തേക്കു ചലിക്കുമ്പോൾ ഓരോ സ്പ്രിംഗും സന്തുലിത സ്ഥാനത്തെ അടിസ്ഥാനമാക്കിയുണ്ടാക്കുന്ന ദോലനങ്ങളുടെ ആയതി വളരെ കുറവായിരിക്കും. ഈ അവസ്ഥാ വിശേഷം പ്രായോഗികമായ ഉദാഹരണമായി, ട്രെയിനുകളിൽ കാണാൻ കഴിയും. ട്രെയിനിന്റെ ബോഗികൾ സ്പ്രിംഗ് കൊളുത്തുകൾ ഉപയോഗിച്ച് പരസ്പരം ബന്ധിപ്പിച്ചിരിക്കുന്നത് നാം കണ്ടിട്ടില്ലേ? ട്രെയിനിന്റെ എൻജിൻ ഒരു അറ്റത്ത് ഘടിപ്പിക്കുമ്പോൾ അത് തൊട്ടടുത്ത ബോഗികളിൽ ഒരു സമ്മർദം പ്രയോഗിക്കുന്നു. ഈ സമ്മർദം മറ്റു ബോഗികളിലേയ്ക്ക് ട്രെയിനിന്റെ മൊത്തമായ നീക്കം ഇല്ലാതെ തന്നെ പ്രേഷണം ചെയ്യപ്പെടുന്നു.



ചിത്രം 15.1 പരസ്പരം ബന്ധിപ്പിച്ചിരിക്കുന്ന സ്പ്രിംഗുകളുടെ ഒരു കൂട്ടം. A എന്ന അറ്റത്തിന് പെട്ടെന്ന് ഉണ്ടാകുന്ന ഒരു വലിവ് വിക്ഷോഭങ്ങൾ സൃഷ്ടിക്കുകയും അത് മറ്റേ സ്പ്രിംഗുകളിലേക്ക് വ്യാപിക്കുകയും ചെയ്യുന്നു.

ഇനി നമുക്ക് വായുവിലൂടെയുള്ള ശബ്ദതരംഗങ്ങളുടെ സഞ്ചാരം വിശകലനം ചെയ്തു നോക്കാം. ശബ്ദതരംഗങ്ങൾ വായുവിലൂടെ കടന്നു പോകുമ്പോൾ വായുവിലെ ഒരു ചെറിയ ഭാഗത്തെ ചുരുക്കുകയും വികസിപ്പിക്കുകയും ചെയ്യുന്നു. ഇത് അവിടത്തെ വായൂ സാന്ദ്രതയിൽ ഒരു ചെറിയ മാറ്റം $\Delta\rho$ ഉണ്ടാക്കും. ഈ പ്രവർത്തനം അവിടത്തെ മർദ മാറ്റം ΔP യ്ക്ക് കാരണമാവുകയും ചെയ്യുന്നു. മർദം എന്നത് ബലം പ്രതി യൂണിറ്റ് പരപ്പളവായതിനാൽ ഈ മർദ വ്യതിയാനം, സ്പ്രിംഗിലുണ്ടാകുന്നതിനു സമാനമായ രീതിയിൽ, വിക്ഷോഭത്തിന് ആനുപാതികമായ ഒരു പുനഃസ്ഥാപനബലം (restoring force) ഉണ്ടാക്കും. ഇവിടെ സ്പ്രിംഗിന്റെ വലിവിനോ ചുരുങ്ങലിനോ സമാനമായ ഭൗതിക പ്രതിഭാസം സാന്ദ്രതാ വ്യതിയാനമാണ്. ഒരു ഭാഗം ചുരുങ്ങുമ്പോൾ, ആ ഭാഗത്തെ തന്മാത്രകൾ തിങ്ങി ഞെരുങ്ങുന്നതിനാൽ തൊട്ടരികിലുള്ള പ്രദേശത്തേക്ക് നീങ്ങുകയും അവിടെ തിങ്ങി നിറയുകയും ചെയ്യും. അതിനാൽ ആ പ്രദേശ s¯ k ന്ന്u X l ¢d b pwA hnsSsR cp w(compression) അനുഭവപ്പെടുകയും ചെയ്യും. തന്മാത്രകൾ തൊട്ടടുത്ത ഭാഗത്തേക്ക് നീങ്ങുന്നതിനാൽ, ആദ്യത്തെ ഭാഗത്ത് മർദം കുറയുകയും (rarefaction) ആ ഭാഗത്ത് താരതമ്യേന കുറഞ്ഞ സാന്ദ്രത ഉണ്ടാവുകയും ചെയ്യും. സാന്ദ്രത കുറയുമ്പോൾ ചുറ്റുമുള്ള വായു ആ ഭാഗത്തേക്ക് തള്ളിക്കയറുന്നു. അങ്ങനെ ഒരു സ്ഥലത്തു നിന്നും മറ്റൊരു സ്ഥലത്തേക്ക് ഞെരുക്കങ്ങളും വലിവുകളും ചലിക്കുന്നതിനാൽ വിക്ഷോഭങ്ങൾക്ക് വായുവിലൂടെ വ്യാപനം സാധ്യമാകുന്നു.

ഖരപദാർത്ഥങ്ങളിലെ തരംഗ സഞ്ചാരത്തിനും ഇതേപോലുള്ള വിശദീകരണങ്ങൾ നൽകാൻ കഴിയും. ഒരു ഖരക്രിസ്റ്റലിൽ ആറ്റങ്ങളോ ഒരു കൂട്ടം ആറ്റങ്ങളോ കൃത്യമായ ഇടവേളകളിൽ ക്രമമായി വിന്യസിച്ചിരിക്കുന്ന ലാറ്റിസ് (Periodic lattice) ബിന്ദുക്കളിൽ ക്രമീകരിച്ചിരിക്കുന്നു. ഓരോ ആറ്റവും അല്ലെങ്കിൽ ഓരോ കൂട്ടം ആറ്റങ്ങളും ചുറ്റുമുള്ള ആറ്റങ്ങളുടെ ബലങ്ങളാൽ സന്തുലിതമായ അവസ്ഥയിലാണ്. മറ്റുള്ള ആറ്റങ്ങളെ സ്ഥിരമാക്കി വച്ചു കൊണ്ട് ഒരാറ്റത്തിനെ മാത്രം സ്ഥാനം മാറ്റുമ്പോൾ സ്പ്രിംഗിലുള്ളതുപോലെയുള്ള പുനഃസ്ഥാപനബലം അവിടെയും ഉണ്ടാകുന്നു. അതിനാൽ ലാറ്റിസിലെ സമീപസ്ഥങ്ങളായ രണ്ട് ആറ്റങ്ങൾ ഒരു സ്പ്രിംഗിന്റെ രണ്ടു അഗ്രഭാഗങ്ങളിൽ ഉറപ്പിച്ചിരിക്കുന്ന രീതിയിൽ പെരുമാറുന്നതു പോലെ കരുതാം.

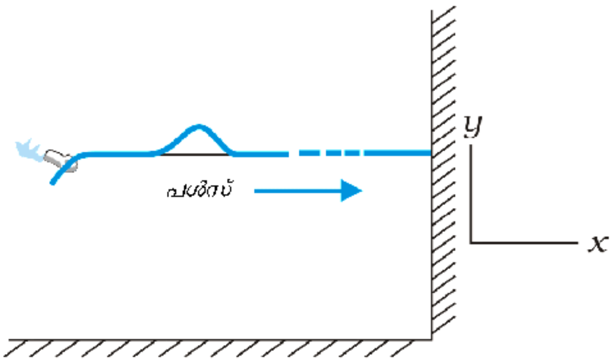
ഈ അധ്യായത്തിന്റെ തുടർന്നുള്ള ഭാഗങ്ങളിൽ തരംഗങ്ങളുടെ പലതരം സവിശേഷതകളെ കുറിച്ച് ചർച്ച ചെയ്യും.

15.2 അനുപ്രസ്ഥ തരംഗങ്ങളും അനുദൈർഘ്യ തരംഗങ്ങളും (Transverse & Longitudinal Waves)

യാന്ത്രികതരംഗ ചലനം ഉണ്ടാകുന്നത് അത് സഞ്ചരിക്കുന്ന മാധ്യമത്തിലെ കണികകളുടെ ദോലനം മൂലമാണെന്ന് നാം മനസ്സിലാക്കി. മാധ്യമത്തിലെ കണികകളുടെ ദോലന ദിശ തരംഗ സഞ്ചാരദിശയ്ക്ക് ലംബമാ

യിട്ടാണ് എങ്കിൽ അത്തരം തരംഗങ്ങളെ അനുപ്രസ്ഥ തരംഗങ്ങൾ (transverse waves) എന്നു വിളിക്കും. ദോലനദിശ തരംഗ സഞ്ചാരദിശയ്ക്ക് സമാന്തരമാണെങ്കിൽ അത്തരം തരംഗങ്ങളെ അനുദൈർഘ്യതരംഗങ്ങൾ (longitudinal waves) എന്നും.

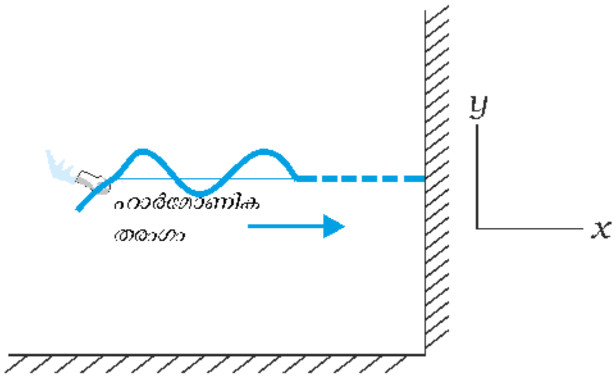
ചിത്രം 15.2 ൽ വലിച്ചു കെട്ടിയിരിക്കുന്ന ഒരു ചരടിലൂടെ പൾസ് രൂപത്തിലുള്ള ഒരു തരംഗം സഞ്ചരിക്കുന്നു. ചരടിന്റെ ഒരഗ്രം പൊടുന്നനെ ഉയർത്തുകയും താഴ്ത്തുകയും ചെയ്താണ് ഇത് ഉണ്ടാക്കിയിരിക്കുന്നത്. ചരടിന്റെ നീളം പൾസിന്റെ വലിപ്പത്തിനേക്കാൾ വളരെ വലുതായാൽ ഒരറ്റത്തു നിന്നും മറ്റേ അറ്റത്തെത്തുമ്പോഴുള്ള ഊർജ്ജനഷ്ടം കാരണം രണ്ടാമത്തെ അറ്റത്ത് കൃത്യമായി കമ്പനം എത്തുവാനുള്ള സാധ്യതയില്ല. അതുകൊണ്ട് തരംഗ പ്രതിപതനം അപ്രസക്തമാകുന്നു. ചരടിനു വലിവ് ഉള്ളതിലാണ് ഈ പൾസ് ഉണ്ടാകുകയും വ്യാപിക്കുകയും ചെയ്യുന്നത്.



ചിത്രം 15.2 ഒരു പൾസ് വലിച്ചുനീട്ടിയ ചരടിലൂടെ അയയ്ക്കുന്നു. ഈ സ്പന്ദനം കടന്നുപോകുമ്പോൾ ചരടിന്റെ ഒരു സവിശേഷഘടകം (കുത്തുപയോഗിച്ച് സൂചിപ്പിക്കുന്നതുപോലെ) മുകളിലേക്കും താഴേക്കും ചലിക്കുന്നു. ഈ ഘടകം ചലിക്കുന്നത് തരംഗം സഞ്ചരിക്കുന്നതിന്റെ ദിശയ്ക്ക് ലംബമായിട്ടാണ്.

ചിത്രം 15.2-ൽ കണ്ടതുപോലുള്ള തരംഗത്തിനു സമാനമായ ഒരു തരംഗമാണ് ചിത്രം 15.3 ൽ ചിത്രീകരിച്ചിരിക്കുന്നത്. പക്ഷേ ഇവിടെ വിക്ഷോഭ ഏജൻസി തുടർച്ചയായി സൈനുസോയിഡലായി (sinusoidal) പൊങ്ങുകയും താഴുകയും ചെയ്തു കൊണ്ടിരിക്കുന്നു. ഇത്തരം വിക്ഷോഭ ചലനങ്ങൾ ചരടിലൂടെ ഒരു സൈനുസോയിഡൽ തരംഗം ഉണ്ടാക്കും. നാം പ്രതിപാദിച്ച രണ്ട് സാഹചര്യങ്ങളിലും തരംഗം കടന്നു പോകുന്ന ചരടിന്റെ ഭാഗം അതിന്റെ സന്തുലിത സ്ഥാനത്തെ ആധാരമാക്കി ദോലനം ചെയ്യുന്നു. ഇവിടെ ദോലനങ്ങൾ തരംഗത്തിന്റെ സഞ്ചാരദിശയ്ക്ക് ലംബമായതിനാൽ ഇതൊരു അനുപ്രസ്ഥ തരംഗമാണ് (transverse waves).

നാം പ്രതിപാദിച്ച ഈ തരംഗങ്ങളെ രണ്ടുതരത്തിൽ നമുക്ക് കാണാനാകും. ഏതെങ്കിലും ഒരു പ്രത്യേക ക്ഷണത്തിൽ തരംഗത്തെ മൊത്തത്തിൽ നിരീക്ഷിക്കുന്നതാണ് ഇതിൽ ഒരു രീതി. ഒരു ഫോട്ടോ ഗ്രാഫിലേതുപോലെ നിരീക്ഷണ സമയത്തെ തരംഗത്തിന്റെ ആകൃതിയെക്കുറിച്ച് പഠിക്കുവാൻ ഈ രീതി നമ്മെ സഹായിക്കും. തരംഗം സഞ്ചരിക്കുന്ന ചരടിലെ ഏതെങ്കിലും ഒരു ബിന്ദു അല്ലെങ്കിൽ കണികയെ ആധാരമാക്കി നിരീക്ഷിക്കുന്നതാണ് രണ്ടാമത്തെ രീതി. ഈ നിരീക്ഷണത്തിൽ തരംഗത്തിന്റെ ആ കണികയുടെയോ, നിരീക്ഷണ വിധേയമാകുന്ന ഭാഗത്തിന്റെയോ സമയാനുസൃത ദോലനങ്ങളെ വിശകലനം ചെയ്യാൻ കഴിയും.



ചിത്രം 15.3 ചരടിലൂടെ ഒരു പൾസിനെ കടത്തിവിടുന്നു. തരംഗം സഞ്ചരിക്കുമ്പോൾ ചരടിലെ ഒരു പ്രത്യേക ഘടകം തുടർച്ചയായി മുകളിലേക്കും താഴേക്കും ചലിക്കുന്നു. ഇത് ഒരു അനുപ്രസ്ഥതരംഗമാണ്.

നമുക്ക് സുപരിചിതമായ അനുദൈർഘ്യ തരംഗ (longitudinal waves) ങ്ങളിലൊന്നായ ശബ്ദതരംഗത്തിന്റെ സഞ്ചാരം എങ്ങനെയെന്നു വിശദീകരിക്കുവാൻ ചിത്രം 15.4 ഉപകരിക്കുന്നു. നീളമുള്ള ഒരു പൈപ്പിന്റെ ഒരഗ്രത്തിൽ ഒരു പിസ്റ്റൺ ഘടിപ്പിച്ചിരിക്കുന്നതായി ചിത്രത്തിൽ കാണാം. പിസ്റ്റൺ വളരെ വേഗത്തിൽ പൈപ്പിനുള്ളിലേക്കു തള്ളിയതിനുശേഷം പൈപ്പിനു വെളിയിലേക്ക് വലിക്കുമ്പോൾ പിസ്റ്റണിന്റെ ചലനം പൈപ്പിനുള്ളിലെ വായുയൂപത്തിൽ ഉച്ച-നീചമർദ (condensations and rare fractions) ങ്ങളുടെ പൾസ് ഉണ്ടാക്കുന്നു. പിസ്റ്റണിന്റെ ചലനം ക്രമാനുഗതമായി ആവർത്തിക്കപ്പെടുന്ന ഒരു സൈനുസോയിഡൽ ചലനമാണെങ്കിൽ അത് പൈപ്പിനുള്ളിലെ വായുയൂപത്തിലൂടെ സഞ്ചരിക്കുന്ന ഒരു സൈനുസോയിഡൽ തരംഗത്തെ സൃഷ്ടിക്കും. ഈ തരംഗം ഒരു അനുദൈർഘ്യ തരംഗത്തിനു ദാഹരണമാണ്.

ചിത്രം 15.4 വായു നിറച്ച ഒരു പൈപ്പിൽ പിസ്റ്റൺ മുമ്പോട്ടും പുറകോട്ടും ചലിപ്പിച്ചാൽ ഉണ്ടാകുന്ന അനുദൈർഘ്യ തരംഗം (ശബ്ദം). വായു ഘടകങ്ങളുടെ ദോലനങ്ങൾ തരംഗ ചലനദിശയ്ക്ക് സമാന്തരമായതിനാൽ ഈ തരംഗം ഒരു അനുദൈർഘ്യ തരംഗമാണ്.

ചുരുക്കത്തിൽ, അനുപ്രസ്ഥ തരംഗങ്ങളിൽ മാധ്യമത്തിലെ ഘടകങ്ങൾ തരംഗ പ്രേഷണ ദിശയ്ക്കു ലംബമായി ദോലനം ചെയ്യുന്നു. അനുദൈർഘ്യ തരംഗങ്ങൾ തരംഗപ്രേഷണത്തിന്റെ അതേ ദിശയിൽ ദോലനം ചെയ്യുന്നു.

അനുപ്രസ്ഥമോ അനുദൈർഘ്യമോ ആയ ഒരു തരംഗം മാധ്യമത്തിലെ ഒരു ബിന്ദുവിൽ നിന്നും മറ്റൊരു ബിന്ദുവിലേക്ക് സഞ്ചരിക്കുകയാണെങ്കിൽ അതിനെ പ്രയാണ തരംഗം (travelling wave) അല്ലെങ്കിൽ പ്രൊഗ്രസീവ് തരംഗം എന്നു വിളിക്കുന്നു.

അനുപ്രസ്ഥതരംഗത്തിൽ കണികകളുടെ ചലനം തരംഗ സഞ്ചാരദിശയ്ക്ക് ലംബമായിരിക്കും. അതുകൊണ്ട്, തരംഗം സഞ്ചരിക്കുമ്പോൾ മാധ്യമത്തിലെ ഓരോ ഭാഗത്തും ഒരു ഷിയറിങ്ങ്സ്ട്രെയിൻ (shearing strain) അനുഭവപ്പെടുന്നു. അതുകൊണ്ട് അനുപ്രസ്ഥ തരംഗങ്ങൾ ഷിയറിങ്ങ് സ്ട്രെയിനെ താങ്ങാൻ കഴിയുന്ന ഖരവസ്തുക്കൾ, കമ്പികൾ തുടങ്ങിയ മാധ്യമങ്ങളിലൂടെയാണ് സഞ്ചരിക്കുക, ദ്രവങ്ങളിലൂടെ സഞ്ചരിക്കുകയില്ല. ദ്രവങ്ങൾക്കും ഖരങ്ങൾക്കും കംപ്രസ്സീവ് സ്ട്രെയിൻ താങ്ങാൻ കഴിയും. അതിനാൽ അനുദൈർഘ്യ തരംഗങ്ങൾ എല്ലാ ഇലാസ്തിക മാധ്യമങ്ങളിലൂടെയും സഞ്ചരിക്കും. ഉദാഹരണമായി, ഒരു സ്റ്റീൽദണ്ഡിനെ പോലെയുള്ള ഒരു മാധ്യമത്തിൽ അനുപ്രസ്ഥതരംഗങ്ങൾക്കും അനുദൈർഘ്യതരംഗങ്ങൾക്കും സഞ്ചരിക്കുവാൻ കഴിയും. എന്നാൽ വായുവിന് അനുദൈർഘ്യ തരംഗങ്ങൾ മാത്രമേ താങ്ങാനുള്ള കഴിവുള്ളൂ. ജലോപരിതലത്തിലെ തരംഗങ്ങൾ രണ്ടു തരത്തിലുണ്ട്. കേശികതരംഗങ്ങളും (capillary waves) ഗുരുത്വാകർഷണ തരംഗങ്ങളും (gravitational waves) ആദ്യത്തേത് താരതമ്യേന ചെറിയ തരംഗദൈർഘ്യമുള്ള ഓളങ്ങളായി (ripples) യി കാണപ്പെടും. അവയുടെ തരംഗ ദൈർഘ്യം ഏതാനും സെൻറിമീറ്ററുകൾ മാത്രമേ കാണൂ. മാത്രമല്ല, അവയ്ക്ക് കാരണമായ പുനസ്ഥാപന ബലം (restoring force) ജലത്തിന്റെ പ്രതലബലം (Surface tension) ആണ്. ഗുരുത്വാകർഷണ തരംഗങ്ങളുടെ തരംഗദൈർഘ്യം സാധാരണയായി ഏതാനും മീറ്ററുകൾ മുതൽ നൂറുകണക്കിന് കിലോമീറ്റർ വരെ ഉണ്ടാകാം.

ഈ തരംഗങ്ങൾക്ക് കാരണമായ പുനസ്ഥാപന ബലം ഗുരുത്വാകർഷണം മൂലം ഉണ്ടാകുന്ന വലിവ് ബലമാണ്. ഇത് ജലോപരിതലത്തിനെ അതിന്റെ ഏറ്റവും താഴത്തെ നിലയിൽ നിർത്താനുള്ള പ്രവണതയുണ്ടാക്കും. ഈ തരംഗങ്ങളിലെ കണികകളുടെ ദോലനം ഉപരിതലത്തിൽ മാത്രമല്ല കാണപ്പെടുന്നത്. മറിച്ച് ആയതി കുറഞ്ഞു വരുന്ന രീതിയിൽ ഏറ്റവും താഴെവരെ വ്യാപനം ചെയ്തിരിക്കുന്നു. ജലത്തിലെ കണികാചലനം സങ്കീർണമാണ്. അവിടെ ജലതരംഗങ്ങൾ മുകളിലേക്കും താഴേക്കും മാത്രമല്ല മുമ്പോട്ടും പുറകോട്ടും കൂടെ ചലിക്കുന്നു. ഒരു സമുദ്രത്തിലെ തരംഗങ്ങൾ അനുദൈർദൈർഘ്യതരംഗങ്ങളുടെയും അനുപ്രസ്ഥ തരംഗങ്ങളുടെയും സംയോജിത രൂപങ്ങളാണ്.

അനുപ്രസ്ഥതരംഗങ്ങളും അനുദൈർഘ്യ തരംഗങ്ങളും ഒരേ മാധ്യമത്തിലൂടെ വ്യത്യസ്ത പ്രവേഗത്തിൽ സഞ്ചരിക്കുന്നതായി പൊതുവേ കാണപ്പെടുന്നു.

▶ *ഉദാഹരണം 15.1* തരംഗചലനത്തിന്റെ ചില ഉദാഹരണങ്ങൾ താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു. ഓരോ സാഹചര്യത്തിലുള്ള തരംഗചലനം, അനുപ്രസ്ഥമാണോ, അനുദൈർഘ്യമാണോ അല്ലെങ്കിൽ രണ്ടും കൂടിയതാണോ എന്ന് പ്രസ്താവിക്കുക.

(a) ഒരു അറ്റത്തുണ്ടായ വ്യതിചലനം കാരണം തിരശ്ചീനമായി ക്രമീകരിച്ചിട്ടുള്ള ഒരു ചരടിലുണ്ടാകുന്ന കുനിപ്പിന്റെ ചലനം.

(b) ഒരു സിലിണ്ടറിലുള്ള ദ്രാവകത്തിൽ ഒരു പിസ്റ്റൺ മുമ്പോട്ടും, പുറകോട്ടും ചലിപ്പിക്കുമ്പോൾ ഉണ്ടാകുന്ന തരംഗങ്ങൾ.

(c) ജലോപരിതലത്തിൽ സഞ്ചരിക്കുന്ന ഒരു മോട്ടോർ ബോട്ടുണ്ടാക്കുന്ന തരംഗങ്ങൾ.

(d) ഒരു ക്വാർട്ട്സ് ക്രിസ്റ്റലിനെ കമ്പനം ചെയ്യിപ്പിക്കുമ്പോഴുണ്ടാകുന്ന അൾട്രാ സോണിക് തരംഗങ്ങൾ.

ഉത്തരം

(a) അനുപ്രസ്ഥവും അനുദൈർഘ്യവും

(b) അനുദൈർഘ്യം

(c) അനുപ്രസ്ഥവും അനുദൈർഘ്യവും

(d) അനുദൈർഘ്യം

15.3 പ്രയാണ തരംഗത്തിന്റെ സ്ഥാനാന്തരം (DISPLACEMENT RELATION IN A PROGRESSIVE WAVE)

ഒരു മാധ്യമത്തിലൂടെയുള്ള തരംഗത്തിന്റെ സഞ്ചാരത്തെ ഗണിതപരമായി വിവരിക്കാൻ (മാധ്യമത്തിന്റെ ഏതെങ്കിലും ഘടകത്തിന്റെ, ചലനത്തെപ്പറ്റിയും) ഓരോ ക്ഷണത്തിലും തരംഗത്തിന്റെ ആകൃതിയെപ്പറ്റി പൂർണവിവരം നൽകുന്ന ഒരു ഫലനം (function) ആവശ്യമാണ്. അതായത് സ്ഥാനം x ന്റെയും സമയം t യുടെയും ഒരു ഫലനം ആവശ്യമാണ്. ഈ ഫലനം ഏതെങ്കിലും ഒരു ഭാഗത്തിന്റെ ചലനം പൂർണമായും പ്രതിപാദിക്കുന്നതായിരിക്കണം. മറ്റൊരു തരത്തിൽ പറഞ്ഞാൽ മാധ്യമത്തിൽ തരംഗം കടന്നു പോകുന്ന ഭാഗത്തിന്റെ ഏതെങ്കിലും ഒരു സമയത്തുള്ള കമ്പനാവസ്ഥയെ വ്യക്തമായി കാണിക്കുന്നതായിരിക്കണം ഈ ഫലനം. ചിത്രം 15.3 ൽ കാണിച്ചതുപോലെയുള്ള ഒരു സൈൻ തരംഗത്തെ സൂചിപ്പിക്കണമെങ്കിൽ ഈ ഫലനം സ്ഥാനത്തിലും (x) സമയത്തിലും (t) ക്രമാവർത്തിതം *(periodic)* ആയിരിക്കണം. മനസ്സിലാക്കുവാൻ എളുപ്പത്തിനായി നമുക്ക് ഒരു അനുപ്രസ്ഥ തരംഗത്തെ പരിഗണിക്കാം. ഇത്തരം തരംഗം കടന്നുപോകുമ്പോൾ x എന്ന സ്ഥാനത്തുള്ള ബിന്ദുവിന്റെ സന്തുലിത സ്ഥാനത്തു നിന്നും t സമയത്തുള്ള സ്ഥാനാന്തരം y

$$y(x,t) = a\sin(kx - \omega t + \phi) \qquad (15.2)$$

ഇവിടെ സൈൻ ഫലനത്തിലെ ϕ എന്ന ഘടകം സൂചിപ്പിക്കുന്നത് സ്ഥാനാന്തരം സൈൻ–കൊസൈൻ ഫലനങ്ങളുടെ സങ്കലനത്തിലൂടെ കണ്ടെത്താം എന്നാണ്. അതായത്

$$y(x,t) = A\sin(kx - \omega t) + B\cos(kx - \omega t) \qquad (15.3)$$

അതിനാൽ സമവാക്യം (15.2)

$a = \sqrt{A^2 + B^2}$ and $\phi = \tan^{-1}\left(\dfrac{B}{A}\right)$ എന്നെഴുതാൻ കഴിയും.

സമവാക്യം (15.2) ഒരു സൈനുസോയിഡൽ പ്രയാണ തരംഗത്തെ എന്തുകൊണ്ട് സൂചിപ്പിക്കുന്നു എന്ന കാര്യം മനസ്സിലാക്കുന്നതിനായി $t = t_0$ എന്ന സമയം പരിഗണിക്കുക. $t = t_0$ ആയിരിക്കുമ്പോൾ സമവാക്യം (15.2) ലെ സൈൻ ഫലനത്തിന്റെ ആർഗ്യുമെന്റ് (ആവർത്തന പദം) kx ഒരു സ്ഥിരാങ്കം എന്നാകും. അതായത് ഏതെങ്കിലും ഒരു പ്രത്യേക ക്ഷണത്തിലെ തരംഗത്തിന്റെ ആകൃതി എടുത്താൽ x ന്റെ ഒരു സൈൻ ഫലനമായിരിക്കും. ഇതുപോലെ $x = x_0$ എന്ന ഏതെങ്കിലും സ്ഥിരബിന്ദുവിലെ തരംഗ സ്വഭാവം പരിഗണിക്കുമ്പോൾ സമവാക്യം (15.2) ന്റെ ആവർത്തനപദം (Argument) ωt ഒരു സ്ഥിരസംഖ്യയാണെന്നു കാണാം. അതായത് x എന്ന ബിന്ദുവിലെ കണികയ്ക്കുണ്ടാകുന്ന സ്ഥാനാന്തരം സമയത്തിന്റെ ഫലനമാണ്. മാധ്യമത്തിന്റെ വിവിധ സ്ഥാനങ്ങളിലുള്ള കണികകൾ സരള ഹാർമോണിക ചലനത്തിനു വിധേയമായിരിക്കുന്നു എന്നു പറയാൻ കഴിയും. മാത്രവുമല്ല kx-ωt ϕ സ്ഥിരമാക്കി നിർത്താൻ വേണ്ടി t വർധിക്കുന്നതിനനുസരിച്ച് 'x' പോസിറ്റീവ് x അക്ഷത്തിന്റെ ദിശയിൽ വർധിച്ചു കൊണ്ടിരിക്കും. മറ്റൊരു വിധത്തിൽ പറഞ്ഞാൽ

$$y(x,t) = a\sin(kx + \omega t + \phi) \qquad (15.4)$$

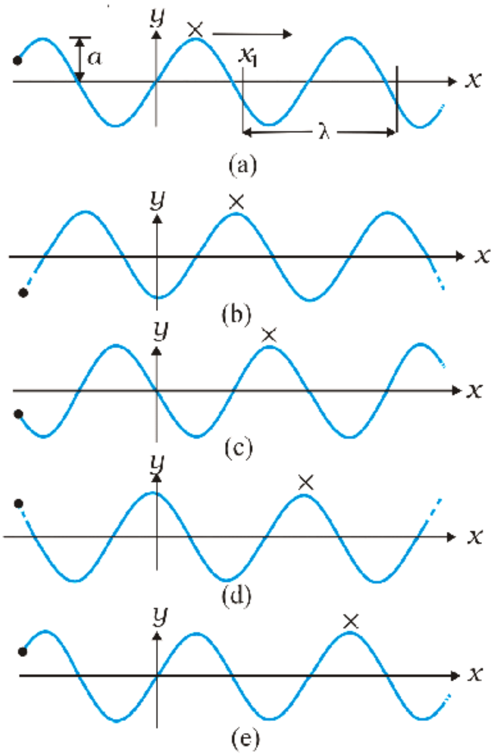
നെഗറ്റീവ് x ദിശയിൽ സഞ്ചരിച്ചുകൊണ്ടിരിക്കുന്ന ഒരു യാന്ത്രിക തരംഗത്തെ സൂചിപ്പിക്കുന്നു. സമവാക്യം (15.2) ലെ നാല് ഘടകങ്ങൾ a, ϕ, k, ω പൂർണ്ണമായും ഒരു ഹാർമോണിക തരംഗത്തിനെ പ്രതിനിധീകരിക്കുന്നു. ചിത്രം 15.5 ൽ പേരുകൾ നൽകിയിരിക്കുന്ന ഈ ഘടകങ്ങളുടെ നിർവചനം പിന്നീട് കാണാം.

$y(x,t)$	:	സ്ഥാനാന്തരത്തെ സ്ഥാനം x ന്റെയും സമയം t യുടെയും ഫലനമായി എടുത്തിരിക്കുന്നു.
a	:	തരംഗത്തിന്റെ ആയതി
ω	:	തരംഗത്തിന്റെ കോണീയ ആവൃത്തി
k	:	കോണീയ തരംഗ ആക്കം
$kx-\omega t+\phi$	:	പ്രാരംഭ ഫേസ് കോൺ

ചിത്രം 15.5 ഒരു മുന്നേറ്റ തരംഗ സമവാക്യം 15.2ലുള്ള ഘടകങ്ങളുടെ പേരുകൾ.

സമവാക്യം (15.2) ന്റെ കൃത്യമായ ഇടവേളകളിലെ വിലകളെ ചിത്രീകരിച്ചിരിക്കുന്നതാണ് ചിത്രം (15.6). ഒരു തരംഗത്തിൽ ഒരു കണികയുടെ അല്ലെങ്കിൽ മാധ്യമത്തിലെ ഏതെങ്കിലും ഒരു ചെറിയ ഭാഗത്തിന്റെ പോസിറ്റീവ് ദിശയിലുള്ള പരമാവധി സ്ഥാനാന്തരമാണ് തരംഗ ശൃംഗം (crest) എന്നറിയപ്പെടുന്നത്. നെഗറ്റീവ് ദിശയിലുള്ള ഇതിന്റെ പരമാവധി വിലയെ തരംഗ ഗർത്തം (trough) എന്നാണ് വിളിക്കുന്നത്. ഒരു തരംഗം എങ്ങ

നെയാണ് സഞ്ചരിക്കുന്നത് എന്ന് മനസിലാക്കുവാനായി നമ്മുടെ ശ്രദ്ധ ഒരു ശൃംഗ (crest) ത്തിൽ മാത്രം കേന്ദ്രീകരിച്ചു കൊണ്ട് അത് സമയബന്ധിതമായി എങ്ങനെ മുന്നോട്ടു നീങ്ങുന്നുവെന്ന് മനസ്സിലാക്കിയാൽ മതി. ചിത്രം (15.6)ൽ ഇത്തരം ഒരു ശൃംഗത്തെ (X) ചിഹ്നം കൊണ്ട് സൂചിപ്പിച്ചിരിക്കുന്നു.



ചിത്രം 15.6 പോസിറ്റീവ് x അക്ഷത്തിന്റെ ദിശയിൽ സഞ്ചരിക്കുന്ന സമവാക്യം 15.2 ലെ തരംഗത്തിന്റെ t സമയത്തിലെ അഞ്ച് വ്യത്യസ്ത വിലകളിലുള്ള ഗ്രാഫുകൾ.

ഒരു പ്രത്യേക സ്ഥാനത്തെ തരംഗം സഞ്ചരിക്കുമ്പോൾ മാധ്യമത്തിൽ ഏതെങ്കിലും ഒരു പ്രത്യേകം ഭാഗം അല്ലെങ്കിൽ കണിക എങ്ങനെ ചലിക്കുന്നുവെന്ന് (ഉദാഹരണത്തിന് x അക്ഷത്തിലെ മൂലബിന്ദുവിലെ കണിക) ഇതേരീതിയിൽ കണ്ടെത്തുവാൻ കഴിയും ഇത്തരം ഒരു കണികയെ ഇവിടെ (•) ഡോട്ട് (പുള്ളി) ചിഹ്നം കൊണ്ട് സൂചിപ്പിച്ചിരിക്കുന്നു. ചിത്രം 15.6 ലെ ഗ്രാഫീക ചിത്രീകരണം വ്യക്തമാക്കുന്ന ഈ ഡോട്ട് (•) ചിഹ്നം സമയാവർത്തിതമായി ചലിക്കുന്നു. അതായത് തരംഗം സഞ്ചരിക്കുമ്പോൾ മൂലബിന്ദുവിലെ (•) ചിഹ്നം മൂലബിന്ദുവിനെ മൂല ആധാരമാക്കി ദോലനം ചെയ്യുന്നു. ഇത്തരം ചലനം എല്ലാ ബിന്ദുക്കളിലും (കണികകളിലും) ഉണ്ടാകുന്നതായി നമുക്ക് കാണുവാൻ കഴിയും. (•) ചിഹ്നം ഒരു ദോലനം പൂർത്തിയാക്കുമ്പോഴേക്കും തരംഗ ശൃഗം കുറേ ദൂരം മുമ്പോട്ടു പോയതായും നമുക്ക് കാണാൻ കഴിയും.

15.3.1 ആയതിയും ഫേസും (Amplitude and phase)

സൈൻ ഫലനത്തിന്റെ പരമാവധി വില 1 നും -1 നും ഇടയിൽ മാറിക്കൊണ്ടിരിക്കുന്നതിനാൽ സമവാക്യം (15.2) ലെ സ്ഥാനാന്തരം a യ്ക്കും -a യ് ക്കുമിടയിൽ മാറിക്കൊണ്ടിരിക്കും. ഇവിടെ a എന്നത് ഒരു പോസിറ്റീവ് സ്ഥിരാങ്കമാണ്. മാത്രമല്ല ഇവിടെ a പ്രതിനിധീകരിക്കുന്നത് ഒരു കണികയുടെ പരമാവധി സ്ഥാനാന്തരമാണ് (displacement).

ഇവിടെ y പോസിറ്റീവോ നെഗറ്റീവോ ആകാം. എന്നാൽ സന്തുലിതസ്ഥാനത്തു നിന്നുള്ള പരമാവധി സ്ഥാനാന്തരത്തിന്റെ മൂല്യം a എല്ലായ്പ്പോഴും പോസിറ്റീവ് ആയിരിക്കും. ഇതിനെ ആയതി (amplitude) എന്നു വിളിക്കുന്നു.

സമവാക്യം 15.2 ലെ $\sin(kx-\omega t+\phi)$ യുടെ ദോലന പദം (argument) $(kx-\omega t+\phi)$ ആണ് തരംഗത്തിന്റെ ഫേസ്. ആയതി $'a'$ തന്നിരിക്കുകയാണെങ്കിൽ തരംഗത്തിന്റെ ഏതെങ്കിലും ഒരു സ്ഥാനത്തിലെയും സമയത്തിലെയും സ്ഥാനാന്തരം നിർണയിക്കുന്നത് ഫേസ് ആണ്. $x=0$, $t=0$ എന്ന സാഹചര്യത്തിലുള്ള ഫേസ് ആണ് ϕ എന്ന് വ്യക്തമാണല്ലോ? അതിനാൽ 'ϕ' പ്രാരംഭ ഫേസ് (initial phase) എന്ന് അറിയപ്പെടുന്നു. x അക്ഷത്തിലെ മൂലബിന്ദുവിന്റെ സ്ഥാനത്തിന്റെയും t യുടെയും അനുയോജ്യമായ ക്രമീകരണം വഴി $\phi = 0$ എന്നാക്കാൻ നമുക്ക് കഴിയും.

അതിനാൽ സമവാക്യത്തിൽ നിന്നും ϕ മാറ്റിയാലും സമവാക്യം (15.2)ന്റെ സ്വഭാവത്തിൽ മാറ്റം ഉണ്ടാവുകയില്ല.

15.3.2 തരംഗദൈർഘ്യവും കോണീയ തരംഗ ആക്കവും (Wave length and Wave number)

ഒരു തരംഗത്തിന്റെ ഒരേ ഫേസിലുള്ള രണ്ട് ബിന്ദുക്കൾക്കിടയിലുള്ള അകലമാണ് (തരംഗ ചലനദിശയ്ക്കു സമാന്തരമായി) അതിന്റെ തരംഗ ദൈർഘ്യം (wave length) λ. ലളിതമാക്കാൻ വേണ്ടി ഒരേ ഫേസിന്റെ ബിന്ദുക്കളെ ശൃംഗങ്ങൾ (crests) അല്ലെങ്കിൽ ഗർത്തങ്ങൾ (troughs) എന്നെടുക്കാം. അതായത് തരംഗ ദൈർഘ്യം എന്നത് ഒരു തരംഗത്തിലെ രണ്ട് അടുത്തടുത്തുള്ള ശൃംഗങ്ങളുടെ അല്ലെങ്കിൽ ഗർത്തങ്ങളുടെ ഇടയിലുള്ള ദൂരം ആണ്. ഒരു സാധാരണ തരംഗദൈർഘ്യം ചിത്രം 15.6ൽ രേഖപ്പെടുത്തിയിരിക്കുന്നു. $t=0$, $\phi=0$ എന്ന അവസ്ഥയിൽ സമവാക്യം (15.2)

$$y(x,0) = a \sin kx \qquad (15.5)$$

സൈൻ ഫലനത്തിന്റെ വില കോൺ അളവിന്റെ ഓരോ 2π വ്യതിയാനത്തിനും ആവർത്തിക്കപ്പെടുന്നതുകൊണ്ട്

$$\sin kx = \sin(kx + 2n\pi) = \sin k\left(x + \frac{2n\pi}{k}\right)$$

അതായത് x സ്ഥാനത്തെയും $x + \frac{2n\pi}{k}$ സ്ഥാനത്തെയും സ്ഥാനാന്തരം തുല്യമാണ്. ഇവിടെ $n=1,2,3....$ ഏതെങ്കിലും ഒരു പ്രത്യേക ക്ഷണത്തിൽ ഒരേ സ്ഥാനാന്തരം കൈവരിക്കുന്ന രണ്ടു ബിന്ദുക്കൾക്കിടയിലെ ഏറ്റവും കുറഞ്ഞ ദൂരം കണക്കാക്കാൻ $n=1$ എന്ന് എടുത്താൽ മതി. അതിനാൽ λ എന്നത് $\lambda = \frac{2\pi}{k}$ എന്നെഴുതുവാൻ കഴിയും.

അതായത് $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ (15.6)

ഇവിടെ k എന്നത് ഈ തരംഗത്തിന്റെ കോണീയ തരംഗ സംഖ്യയാണ്. ഇതിന്റെ SI ഏകകം (Unit) $rad\ m^{-1}$ * ആണ്.

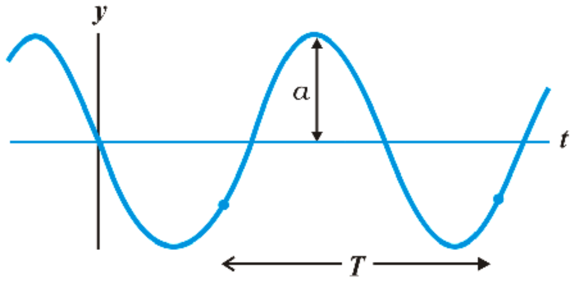
15.3.3 ആവർത്തനകാലം, കോണീയ ആവൃത്തി, ആവൃത്തി (Period, angular frequency and frequency)

ചിത്രം 15.7 ഒരു സൈൻ ഫലനഗ്രാഫാണ്. ഇത് നൽകുന്നത് ഏതെങ്കിലും ഒരു സമയത്തെ തരംഗത്തിന്റെ ആകൃതിക്കുപകരം ഏതെങ്കിലും ഒരു പ്രത്യേക സ്ഥലത്തെ കണികാ ചലനത്തിന്റെ സമയാനുസൃത സൈൻ ഫലനമാണ്. ഉദാഹരണത്തിന് $\varphi=0$ ആയിരിക്കുമ്പോൾ $x=0$ എന്ന ബിന്ദുവിലെ ഒരു കണത്തിന്റെ ചലനം എടുക്കുക. സമവാക്യം (15.2) ൽ $\phi = 0$ ആയി എടുത്താൽ

$$y(0,t) = a\sin(-\omega t)$$

$$= -a \sin \omega t$$

ചിത്രം 15.7 ഈ സമവാക്യത്തിന്റെ ഗ്രാഫാണ്. അത് തരംഗത്തിന്റെ ആകൃതി കാണിക്കുന്നില്ല



ചിത്രം 15.7 കാണിച്ചിരിക്കുന്നത് $x=0$ എന്ന സ്ഥാനത്ത് ഒരു സൈൻ തരംഗം കടന്നു പോകുമ്പോൾ ചരടിന്റെ സ്ഥാനാന്തരം സമയത്തിന്റെ ഫലനം ആയുള്ള ഗ്രാഫാണ്. ആയതി a എന്നും ആവർത്തനകാലം T എന്നും സൂചിപ്പിച്ചിരിക്കുന്നു.

ഒരു പൂർണ്ണ ദോലനത്തിലൂടെ കടന്നു പോകാൻ മാധ്യമത്തിന്റെ ഏതൊരു ഘടകവും/കണികയും എടുക്കുന്ന സമയത്തിനെ ആ ദോലനത്തിന്റെ ആവർത്തനകാലം (time period) എന്നു നിർവ്വചിക്കുന്നു. ചിത്രം 15.7 ഒരു ആവർത്തനകാലവും അടയാളപ്പെടുത്തിയിട്ടുണ്ട്. സമവാക്യം 15.2 ഈ ആവർത്തനകാലത്തിന്റെ ഇരുവശത്തും പ്രയോഗിച്ചാൽ,

$$-a \sin \omega t = -a \sin \omega(t + \mathrm{T})$$

$$= -a \sin(\omega t + \omega \mathrm{T})$$

എന്ന് നമുക്ക് ലഭിക്കും. സൈൻ ഫലനം ഓരോ 2π ഫേസ് വ്യതിയാനത്തിനും ആവർത്തിക്കുന്നതിനാൽ

$\omega T = 2\pi$. അല്ലെങ്കിൽ $\omega = \frac{2\pi}{\mathrm{T}}$ (15.7)

ആകണം

ω യെ തരംഗത്തിന്റെ കോണീയ ആവൃത്തി എന്നു വിളിക്കുന്നു. ഇതിന്റെ SI യൂണിറ്റ് റേഡിയൻ (rad/s) ആണ്.

ഒരു തരംഗത്തിന്റെ ആവൃത്തി ν എന്നത് $1/\mathrm{T}$ ആയി നിർവ്വചിക്കാം. $1/\mathrm{T}$ കോണീയ ആവൃത്തി ω യുമായി ബന്ധപ്പെട്ടിരിക്കുന്നത്,

$$\nu = \frac{1}{\mathrm{T}} = \frac{\omega}{2\pi} \qquad (15.8)$$

എന്നാണ്.

ആവൃത്തി ഒരു സെക്കന്റിൽ ഉണ്ടാകുന്ന ദോലനങ്ങ

* ഇവിടെയും 'radian' എന്നതൊഴിവാക്കി ഏകകം m^{-1} എന്നു മാത്രം എഴുതാവുന്നതാണ്. ഇത് ഒരു മീറ്ററിൽ ഉൾക്കൊള്ളിക്കാവുന്ന തരംഗ ദൈർഘ്യങ്ങളെ 2π കൊണ്ടു ഗുണിച്ചാൽ k ലഭിക്കും.

ളുടെ എണ്ണമായതിനാൽ ഇത് സാധാരണയായി ഹെർട്സിൽ (hertz) ലാണ് അളക്കുന്നത്.

ഈ ചർച്ചയിൽ, എപ്പോഴും സൂചനനൽകിയിരുന്നത് ഒരു ചരടിലൂടെ ചലിക്കുന്ന ഒരു തരംഗത്തെയോ അല്ലെങ്കിൽ അനുപ്രസ്ഥ തരംഗത്തേയോ ആണ്. ഒരു അനുദൈർഘ്യതരംഗത്തിൽ, മാധ്യമത്തിലെ ഒരു കണികയുടെ സ്ഥാനാന്തരം തരംഗത്തിന്റെ സഞ്ചാരദിശയ്ക്കു സമാന്തരമാണ്. സമവാക്യം (15.2) ൽ ഒരു അനുദൈർഘ്യ തരംഗത്തിന്റെ സ്ഥാനാന്തര ചലനം

$$s(x, t) = a \sin (kx - \omega t + \phi) \quad (15.9)$$

ഇവിടെ s(x,t) എന്നത് സ്ഥാനം xലും സമയം t യിലും മാധ്യമത്തിന്റെ ഒരു കണിക്കു തരംഗത്തിന്റെ സഞ്ചാര ദിശയ്ക്ക് സമാന്തരമായി സഞ്ചരിക്കുമ്പോൾ ഉള്ള സ്ഥാനാന്തരമാണ്. സമവാക്യം (15.9) ൽ a എന്നത് സ്ഥാനാന്തര ആയതിയാണ്. മറ്റുള്ള അളവുകൾക്ക് അനുപ്രസ്ഥ തരംഗത്തിനുള്ള അതേ അർത്ഥമായിരിക്കും.

▶ **ഉദാഹരണം 15.2** ഒരു ചരടിലൂടെ സഞ്ചരിക്കുന്ന ഒരു തരംഗത്തിനെ താഴെ വിവരിച്ചിരിക്കുന്നു.
$y(x, t) = 0.005 \sin (80.0\,x - 3.0\,t)$.
(a) ആയതി (b) തരംഗദൈർഘ്യം (c) തരംഗത്തിന്റെ പിരീഡും സമയവും
കൂടാതെ തരംഗം t=20sൽ x=30 cm എത്തുമ്പോൾ അതിന്റെ സ്ഥാനാന്തരം y ഇവ കണ്ടുപിടിക്കുക.

ഉത്തരം

സമവാക്യം (15.2) നെയും തന്നിട്ടുള്ള സമവാക്യത്തെയും താരതമ്യപ്പെടുത്തുമ്പോൾ
$y\,(x, t) = a \sin\,(kx - \omega t)$

(a) തരംഗത്തിന്റെ ആയതി 0.005 m=5mm

(b) കോണീയ തരംഗ സംഖ്യ k യും കോണീയ ആവൃത്തി ω യും

$k = 80.0\ m^{-1}$ and $\omega = 3.0\ s^{-1}$ആണ്. തരംഗദൈർഘ്യം λയും kയും തമ്മിലുള്ള ബന്ധം.

$$\lambda = 2\pi / k$$

$$= \frac{2\pi}{80.0\,m^{-1}} = 7.85cm$$

T യും ω യും തമ്മിലുള്ള ബന്ധം

$$T = 2\pi / \omega$$

$$= \frac{2\pi}{3.0\,s^{-1}} = 2.09s$$

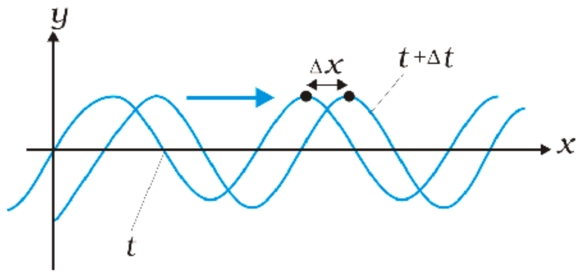
ചരടിന്റെ സ്ഥാനം x =30cm ഉം സമയം t =20s ആകുമ്പോഴുള്ള സ്ഥാനാന്തരം y എന്നത്

$$y = (0.005m)\sin(80.0 \times 0.3 - 3.0 \times 20)$$
$$= (0.005m)\sin(-36 + 12\pi)$$
$$= (0.005m)\sin(1.699)$$
$$= (0.005m)\sin(97^0) = 5mm$$

15.4 ഒരു പ്രയാണ തരംഗത്തിന്റെ വേഗം (speed of a travelling wave)

ഒരു പ്രയാണ തരംഗ (travelling wave) ത്തിന്റെ വേഗം (Speed) കണ്ടുപിടിക്കുന്നതിനായി നമുക്ക് തരംഗത്തിലെ ഏതെങ്കിലും ഒരു പ്രത്യേക ബിന്ദുവിനെ (അനുയോജ്യമായ ഒരു ഫേസ് മൂല്യമുള്ള) പരിഗണിച്ച്, ആ ബിന്ദു സമയത്തിനനുസരിച്ച് എങ്ങനെ ചലിക്കുന്നുവെന്ന് നിരീക്ഷിക്കാം. ഇതിനായി തരംഗ ശൃംഗത്തിന്റെ (crest) ചലനം നമുക്ക് നിരീക്ഷിക്കാം. Δt സമയ ഇടവേളയിലുള്ള രണ്ട് ക്ഷണങ്ങളിൽ ഒരു തരംഗത്തിന്റെ വിന്യാസം എപ്രകാരമെന്ന് ചിത്രം 15.8 സൂചിപ്പിക്കുന്നു. മുഴുവൻ തരംഗവിന്യാസവും Δx ദൂരത്തിലൂടെ വലത്തേക്ക് സ്ഥാനം (x അക്ഷത്തിന്റെ പോസിറ്റീവ് ദിശയിൽ) മാറുന്നതായി കാണാം. ഡോട്ട് ഉപയോഗിച്ച് സൂചിപ്പിച്ചിരിക്കുന്ന ശൃംഗം Δt സമയം കൊണ്ട് Δx ദൂരം സഞ്ചരിക്കുന്നു. അതുകൊണ്ട്

തരംഗത്തിന്റെ വേഗം $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ ആണ്. നമുക്ക് തരംഗത്തിലെ ഒരു പ്രത്യേക ഫേസ് ഉള്ള ഏതൊരു ബിന്ദുവിനെയും ഒരു ഡോട്ട് (·) കൊണ്ട് രേഖപ്പെടുത്താം. ഈ ബിന്ദുവും v വേഗത്തിൽ ചലിക്കുന്നുണ്ടാകും.



ചിത്രം 15.8 സമയം t മുതൽ $t + \Delta t$ സമയം വരെ (Δt സമയ ഇടവേളയിൽ) ഒരു ഹാർമോണിക് തരംഗത്തിന്റെ സംചരണം. തരംഗ വിന്യാസം മുഴുവനായി വലത്തേക്ക് സ്ഥാനം മാറുന്നു. തരംഗത്തിന്റെ ശൃംഗം Δt സമയം കൊണ്ട് Δx വലത്തേക്ക് സഞ്ചരിക്കുന്നു)

(അല്ലെങ്കിൽ തരംഗവിന്യാസം മാറ്റമില്ലാതെ നില നിൽക്കില്ല) തരംഗത്തിലെ ഒരു പ്രത്യേക ഫേസിലുള്ള ബിന്ദുവിന്റെ ചലനം താഴെ പറയുന്ന പ്രകാരം എഴുതാം.

$$kx - \omega t = \text{constant} \tag{15.10}$$

അപ്പോൾ ഫേസ് സ്ഥിരമായി നിലനിർത്തുന്നതിനായി t മാറുന്നതിനനുസരിച്ച് ബിന്ദുവിന്റെ ഫേസ് സ്ഥിരമായി പരിഗണിച്ചിരിക്കുന്ന സ്ഥാനമായ x ഉം മാറിക്കൊണ്ടിരിക്കണം. അതായത്,

$$kx - \omega t = k(x+\Delta x) - \omega(t+\Delta t)$$

അല്ലെങ്കിൽ $k\,\Delta x - \omega\,\Delta t = 0$. Δx, Δt ഇവയുടെ മൂല്യം വളരെയധികം ചെറുതാകുമ്പോൾ ഈ സമവാക്യം

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\omega}{k} = v \tag{15.11}$$

ωയെ T യുമായും k യെ λയുമായും ബന്ധപ്പെടുത്തുമ്പോൾ

$$v = \frac{2\pi\cdot}{2\pi/\lambda} = \lambda\nu = \frac{\lambda}{T} \tag{15.12}$$

മാധ്യമത്തിലെ ഒരു കണിക ഒരു പൂർണ്ണദോലനം ചെയ്യാനെടുക്കുന്ന സമയം കൊണ്ട് തരംഗവിന്യാസം സഞ്ചരിക്കുന്ന ദൂരം തരംഗദൈർഘ്യത്തിന് തുല്യമാണെന്ന് എല്ലാ മുന്നേറ്റ (progressive) തരംഗങ്ങൾക്കും ബാധകമായ സമവാക്യം 15.12, വ്യക്തമാക്കുന്നു. ഒരു യാന്ത്രിക തരംഗത്തിന്റെ വേഗത നിർണ്ണയിക്കുന്നത് മാധ്യമത്തിന്റെ ജഡത്വവും (inertial) (ചരടിന്റെ രേഖീയ മാസ് സാന്ദ്രതയും, സാധാരണ സാഹചര്യങ്ങളിൽ മാസ് സാന്ദ്രത) ഇലാസ്തിക സ്വഭാവങ്ങളുമാണ്. (പൊതുവേ പറഞ്ഞാൽ യംഗ്സ് മോഡുലസ്, അനുരൂപണ ഗുണാങ്കം (shear modulus) ബൾക്ക് മോഡുലസ്) തുടങ്ങിയവ. മാധ്യമം വേഗം കണക്കാക്കിയാൽ: പിന്നെ സമവാക്യം (15.12) തന്നിരിക്കുന്ന വേഗതയിൽ തരംഗദൈർഘ്യത്തെയും ആവൃത്തിയെയും പരസ്പരം ബന്ധപ്പെടുത്തുന്നു. എന്നാൽ ഇത് മാധ്യമത്തിന്റെ മുൻപ് പ്രസ്താവിച്ചിരിക്കുന്നതുപോലെ ഒരു മാധ്യമത്തിന് അനുപ്രസ്ഥ തരംഗങ്ങളെയും അനുദൈർഘ്യതരംഗങ്ങളെയും കടത്തിവിടാൻ കഴിയും. ഒരേ മാധ്യമത്തിൽ തന്നെ ഈ രണ്ടുതരം തരംഗങ്ങളുടേയും വേഗത വ്യത്യസ്തമായിരിക്കും. ഒരു മാധ്യമത്തിലൂടെ കടന്നുപോകുന്ന യാന്ത്രിക തരംഗത്തിന്റെ വേഗത കണ്ടെത്തുന്നതിനുള്ള സമവാക്യം ഈ അധ്യായത്തിന്റെ തുടർന്നു വരുന്ന ഭാഗങ്ങളിൽ നമുക്കു രൂപീകരിക്കാം.

15.4.1 വലിച്ചു നീട്ടിയ കമ്പിയിലൂടെയുള്ള അനുപ്രസ്ഥ തരംഗത്തിന്റെ വേഗത (Transverse wave in a stretched string)

ഒരു മാധ്യമത്തിൽ വിക്ഷോഭം സൃഷ്ടിക്കുന്ന പുനഃസ്ഥാപന ബലവും മാധ്യമത്തിന്റെ ജഡത്വ സ്വഭാവ സവിശേഷതകളും (മാസ് സാന്ദ്രത) ആണ് അതിലൂടെയുള്ള ഒരു യാന്ത്രിക തരംഗത്തിന്റെ വേഗം നിർണ്ണയിക്കുന്നത്. തരംഗവേഗം ആദ്യത്തേതിന് നേർ അനുപാതത്തിലും രണ്ടാമത്തേതിനു വിപരീതാനുപാതത്തിലുമാണെന്നാണ് കാണപ്പെടുന്നത്. ഒരു ചരടിലൂടെ സഞ്ചരിക്കുന്ന തരംഗത്തിന് ചരടിലെ വലിവുബലം ആവശ്യമായ പുനഃസ്ഥാപനബലം നൽകുന്നു. ഇവിടെ ജഡത്വ സവിശേഷതകൾ എന്നത് ചരടിന്റെ രേഖീയ മാസ് k nfµ X (μ) ആണ്. ചരടിന്റെ മാസ് m നെ നീളം L കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ രേഖീയ മാസ് സാന്ദ്രത ലഭിക്കും. ന്യൂട്ടന്റെ ചലന നിയമങ്ങളുടെ സഹായത്തോടെ നമുക്ക് ചരടിലൂടെയുള്ള തരംഗവേഗതയുടെ ശരിയായ സൂത്രവാക്യം രൂപീകരിക്കാൻ കഴിയുമെങ്കിലും ഇത് നമ്മുടെ ഈ പുസ്തകത്തിൽ വിവരിച്ചിട്ടില്ല. അതിനാൽ നമുക്ക് വിമീയ (ഡൈമെൻഷണൽ) വിശകലന രീതിയിൽ (dimensional analysis) ഈ സൂത്രവാക്യം കണ്ടെത്താം. എന്നാൽ ഡൈമെൻഷണൽ രീതി മാത്രം ഉപയോഗിച്ച് ശരിയായ സൂത്രവാക്യം കണ്ടെത്താൻ സാധിക്കുകയില്ല എന്നു നമുക്കറിയാം. വിമീയ വിശകലന രീതിയിൽ കടന്നുവരുന്ന സ്ഥിരാങ്കത്തെ നിർണ്ണയിക്കാതെയാണ് ഈ രീതി വേഗം കണ്ടെത്തുന്നത്.

μ വിന്റെ ഡയമെൻഷൻ $[ML^{-1}]$, Tയുടെ ഡയമെൻഷൻ $[T]$, ബലത്തിന്റെ ഡയമൻഷൻ $[MLT^{-2}]$ എന്നിങ്ങനെയാണന്ന് നമുക്കറിയാം. ഇവയെ അനുയോജ്യമായി പരസ്പരം സംയോജിപ്പിച്ച് വേഗതയുടെ ഡൈമെൻഷനായ v $[LT^{-1}]$ കിട്ടണം. ഡൈമെൻഷണൽ വാക്യങ്ങളുടെ ആദ്യത്തെ വിശകലനത്തിൽ തന്നെ $[LT^{-1}]$ കിട്ടാൻ T/μ എടുത്താൽ മതിയെന്നു നമുക്ക് കണ്ടെത്തുവാൻ കഴിയും. അതായത്.

$$\frac{[MLT^{-2}]}{[ML^{-1}]} = [L^2T^{-2}]$$ ആണെന്നു കാണാം.

അപ്പോൾ T,μ ഇവ മാത്രമാണ് നാം കണക്കിലെടുക്കേണ്ട ഭൗതീക അളവുകൾ എങ്കിൽ

$$v = C\sqrt{\frac{T}{\mu}} \qquad (15.13)$$

ഇവിടെ C എന്നത് വിമീയ വിശകലന രീതിയിലൂടെ കണ്ടെത്താൻ സാധിക്കാത്ത സ്ഥിരാങ്കമാണ്. യഥാർത്ഥ സൂത്രവാക്യത്തിൽ

C=1 ആണെന്ന് കണ്ടെത്തിയിട്ടുണ്ട്. അങ്ങനെയെങ്കിൽ വലിച്ചു നീട്ടിയ ഒരു ചരടിലൂടെയുള്ള അനുപ്രസ്ഥ തരംഗത്തിന്റെ വേഗം

$$= \sqrt{\frac{T}{\mu}} \qquad (15.14)$$

ആണ്.

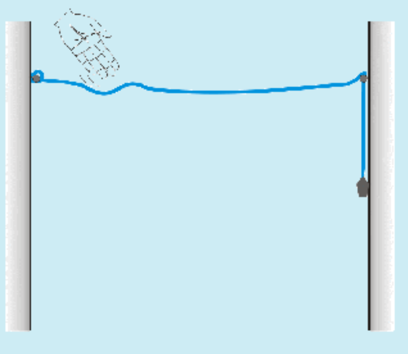
തരംഗത്തിന്റെ വേഗം മാധ്യമത്തിന്റെ സ്വഭാവസവിശേഷതകളായ T, μ (T എന്നത് വലിച്ചു നീട്ടിയ ചരടിൽ ഒരു ബാഹ്യബലം മൂലമുണ്ടാകുന്ന സവിശേഷതയാണ്) ഇവയെ മാത്രം ആശ്രയിച്ചിരിക്കുന്നുവെന്നത് പ്രത്യേകം ശ്രദ്ധിക്കുക. തരംഗവേഗം തരംഗത്തിന്റെ തരംഗദൈർഘ്യത്തിനെയോ ആവൃത്തിയെയോ ആശ്രയിക്കുന്നില്ല വേഗത ആവൃത്തിയെ ആശ്രയിച്ചിരിക്കുന്ന തരം തരംഗങ്ങളെക്കുറിച്ച് നിങ്ങൾ ഉയർന്ന ക്ലാസ്സുകളിൽ പഠിക്കും. സൃഷ്ടിക്കപ്പെടുന്ന തരംഗത്തിന്റെ λ , ν എന്നീ രണ്ടു സ്വഭാവ സവിശേഷതകളിൽ ആവൃത്തിയെ നിർണ്ണയിക്കുന്നത് വിക്ഷോഭങ്ങളുടെ സ്രോതസ്സാണ്. ഒരു മാധ്യമത്തിലൂടെ സഞ്ചരിക്കുന്ന തരംഗത്തിന്റെ വേഗതയും ആവൃത്തിയും അറിയാമെങ്കിൽ സമവാക്യം (15.12) ഉപയോഗിച്ച് തരംഗദൈർഘ്യം

$$\lambda = \frac{v}{\nu} \qquad (15.15)$$

എന്നു കണക്കാക്കാൻ സാധിക്കും.

ഒരു കയറിലൂടെയുള്ള ഒരു പൾസിന്റെ സഞ്ചാരം (Propagation of a pulse on a rope)

ഒരു കയറിലൂടെയുള്ള ഒരു പൾസിന്റെ സഞ്ചാരം നിങ്ങൾക്ക് വളരെ എളുപ്പത്തിൽ നിരീക്ഷിക്കുവാൻ സാധിക്കുന്നതാണ്. അതുപോലെ ഈ പൾസിന് ദൃഢമായ അതിരുകളിൽ തട്ടിയുണ്ടാകുന്ന പ്രതിപതനം കാണാൻ സാധിക്കുകയും അതിന്റെ സഞ്ചാര വേഗം അളക്കാൻ കഴിയുകയും ചെയ്യും. ഇതിനായി 1cm മുതൽ 3cm വരെ വ്യാസമുള്ള ഒരു കയർ, രണ്ട് ഹുക്കുകൾ, കുറച്ച് ഭാരക്കട്ടകൾ തുടങ്ങിയവ ആവശ്യമാണ്. ഈ പരീക്ഷണം നിങ്ങളുടെ ക്ലാസ് മുറിയിലോ പരീക്ഷണശാലയിലോ വച്ച് നടത്താവുന്നതാണ്.



കയറിനെ എതിരെയുള്ള രണ്ടു ഭിത്തികളിൽ ഘടിപ്പിച്ചിരിക്കുന്ന ഹുക്കുകളിൽ കെട്ടുക. ഒരു അറ്റത്തുള്ള ഹുക്കിലൂടെ നീണ്ടു കിടക്കുന്ന കയറിന്റെ അറ്റത്തായി കുറച്ച് ഭാരം (ഏകദേശം 1kg മുതൽ 5kg വരെ) തൂക്കിയിടുക. ഭിത്തികൾ തമ്മിലുള്ള അകലം 3m മുതൽ 5m വരെയാകാം.

ഒരു കമ്പോ ദണ്ഡോ ഉപയോഗിച്ച് കയറിന്റെ ഏതെങ്കിലും ഒരറ്റത്ത് ശക്തിയായി അടിക്കുക. ഇത് കയറിൽ ഒരു പൾസ് സൃഷ്ടിക്കുകയും അത് കയറിലൂടെ സഞ്ചരിക്കുകയും ചെയ്യും. ഈ പൾസ് കയറിന്റെ മറ്റേ അറ്റത്തെത്തി പ്രതിപതിക്കുന്നതു കാണാം. പതനപൾസും പ്രതിപതനപൾസും തമ്മിലുള്ള ഫേസ് ബന്ധം (phase relation) നിങ്ങൾക്ക് പരിശോധിക്കാവുന്നതാണ്. പൾസ് പൂർണ്ണമായും നിലയ്ക്കുന്നതിനു മുൻപ് നിങ്ങൾക്ക് ഇത്തരം രണ്ടോ മൂന്നോ പ്രതിപതനങ്ങൾ കാണാൻ സാധിക്കും. ഒരു സ്റ്റോപ്പ് വാച്ചിന്റെ സഹായത്തോടെ, ഈ പൾസ് സഞ്ചരിക്കാനെടുക്കുന്ന സമയം അളക്കാൻ കഴിയും. ഇപ്രകാരം പൾസിന്റെ വേഗം കണ്ടെത്താം. സമവാക്യം (15.14) ൽ നിന്നും ലഭിക്കുന്ന ഫലത്തെ ഇതുമായി താരതമ്യം ചെയ്യുക.

ഒരു സംഗീതോപകരണത്തിലെ നേർത്ത ലോഹക്കമ്പിയിലും ഇതാണ് സംഭവിക്കുന്നത്. കമ്പിയുടെ യൂണിറ്റ് നീളത്തിലുള്ള മാസ് വളരെ കുറവായതിനാൽ വേഗത വളരെ കൂടുതലായിരിക്കുമെന്നതാണ് കട്ടികൂടിയ കയറിലൂടെയുള്ള പൾസുമായുള്ള സുപ്രധാന വ്യത്യാസം. കയറിലൂടെ പൾസിനുള്ള താഴ്ന്ന പ്രവേഗം മൂലം മനോഹരമായി തരംഗശകല ചലനം കാണാനും അളവെടുക്കാനും നമുക്കു കഴിയുന്നു.

▶ *ഉദാഹരണം 15.3 0.72 നീളമുള്ള ഒരു സ്റ്റീൽ കമ്പിക്ക് 5×10^{-3} kg മാസ്സുണ്ട്. കമ്പിയിൽ 60N വലിവു ബലം അനുഭവപ്പെടുന്നുണ്ടെങ്കിൽ കമ്പിയിൽ കൂടിയുള്ള അനുപ്രസ്ഥ തരംഗ ത്തിന്റെ വേഗത എത്ര?*

ഉത്തരം യൂണിറ്റ് നീളത്തിൽ ഉള്ള കമ്പിയുടെ മാസ്

$$\mu = \frac{5.0 \times 10^{-3} \text{ kg}}{0.72 \text{ m}}$$
$$= 6.9 \times 10^{-3} \text{ kg m}^{-1}$$

വലിവുബലം $T = 60$ N

കമ്പിയിൽ കൂടിയുള്ള തരംഗത്തിന്റെ വേഗത

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \sqrt{\frac{60 \text{ N}}{6.9 \times 10^{-3} \text{ kg m}^{-1}}} = 93 \text{ m s}^{-1}$$ ◀

15.4.2 ഒരു അനുദൈർഘ്യ തരംഗത്തിന്റെ വേഗം (ശബ്ദത്തിന്റെ വേഗം) Speed of a Longitudinal Wave (Speed of Sound)

ഒരു അനുദൈർഘ്യ തരംഗത്തിൽ മാധ്യമത്തിലെ ഘട കങ്ങൾ തരംഗത്തിന്റെ സഞ്ചാര ദിശയിലൂടെ മുന്നോട്ടും പിന്നോട്ടും ദോലനം ചെയ്യുന്നു. ചെറിയ വ്യാപ്തങ്ങളി ലുള്ള വായു ഘടകങ്ങളിലൂടെയുള്ള ഉച്ചമർദങ്ങളും (compressions) നീചമർദങ്ങളും (rarefactions) ആ യാണ് ശബ്ദതരംഗങ്ങൾ സഞ്ചരിക്കുന്നതെന്ന് നാം മുൻപ് കണ്ടിരുന്നു. മാധ്യമത്തിന്റെ ഇലാസ്തിക സ്വഭാ വമായ ബൾക്ക്മോഡുലസ് (bulk modulus) ആണ് സമ്മർദ്ദിത വിരൂപണം (compression strain) മൂലമുള്ള പ്രതിബലത്തെ (stress) നിർണയിക്കുന്നത് (അദ്ധ്യായം 9) ഇത് താഴെ പറയുന്ന പ്രകാരം നിർവചിക്കാം.

$$B = -\frac{\Delta P}{\Delta V / V} \qquad (15.16)$$

ഇവിടെ ΔPഎന്ന മർദവ്യതിയാനം $\frac{\Delta V}{V}$ എന്ന വ്യാപ്ത ബന്ധിത വിരൂപണം (volumteric strain) സൃഷ്ടിക്കുന്നു. Bയുടെ വിമി (Dimension) മർദത്തിന്റേതിനു തുല്യമാണ്. ഇതിന്റെ SI യൂണിറ്റ് പാസ്കൽ (Pa) ആണ്. തരംഗ ത്തിന്റെ സഞ്ചാരത്തെ സഹായിക്കുന്ന ജഡത്വ സവി ശേഷതയായ മാസ് സാന്ദ്രത 'ρ' യുടെ ഡയമെൻഷൻ ML^{-3}ആണ്. B/ρ യുടെ ഡൈമെൻഷൻ വളരെ എളുപ്പത്തിൽ തന്നെ താഴെ പറയുന്ന പ്രകാരമാണെന്ന് കാണാൻ കഴിയും.

$$\frac{\left[M L^{-1} T^{-2}\right]}{\left[M L^{-3}\right]} = \left[L^2 \; T^{-2}\right] \qquad (15.17)$$

B,ρ ഇവ മാത്രമാണ് പ്രസക്തമായ ഭൗതിക അളവുകൾ എന്നു കണക്കാക്കിയാൽ

$$v = C\sqrt{\frac{B}{\rho}} \qquad (15.18)$$

C എന്നത് വിമീയവിശകലനം മൂലം കണ്ടെത്താൻ കഴിയാത്ത സ്ഥിരാങ്കമാണ്. ശരിയായ രീതിയിലുള്ള അനുമാനത്തിലൂടെ സൂത്രവാക്യം രൂപീകരിക്കുമ്പോൾ C=1 ആണെന്ന് കണ്ടെത്തിയിട്ടുണ്ട്. തന്മൂലം ഒരു മാധ്യമത്തിലൂടെ സഞ്ചരിക്കുന്ന അനുദൈർഘ്യ തരംഗ (longitudinal wave) ങ്ങളുടെ വേഗം

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}} \qquad (15.19)$$

ആണ്.

കട്ടിയുള്ള ദണ്ഡിനെ പോലുള്ള രേഖീയമായ ഒരു മാധ്യ മത്തിന് വശങ്ങളിലേക്കുള്ള തരംഗത്തിന്റെ പാർശ്വ വികാസം (lateral expanison) വളരെ കുറവായതുമൂലം അനുദൈർഘ്യവിരൂപണം (longitudinal strain) മാത്രം കണക്കിലെടുത്താൽ മതിയാകും. ഇവിടെ പ്രസക്ത മായ ഇലാസ്തികതാ മോഡുലസ് (modulus of elasticity) യങ്സ് മോഡുലസ് മാത്രമാണ് ഇതിന് ബൾക്ക് മോ ഡുലസിന്റെ അതേ ഡയമെൻഷനാണുള്ളത്. സമവാ ക്യം (15.18) ന് സമാനമായ വിശകലനം ഇവിടെയും നടത്താവുന്നതാണ്. അതുവഴി (15.18) പോലെ ഒരു ബന്ധം ലഭിക്കും. കണക്കാക്കാൻ കഴിയാത്ത സ്ഥിരാങ്ക മായ C യുടെ വില യഥാർത്ഥ അനുമാനത്തിലൂടെയുള്ള സൂത്രവാക്യ രൂപീകരണത്തിൽ ഒന്ന് ആണെന്നും കണ്ടെത്തിയിട്ടുണ്ട്. ഇപ്രകാരം കട്ടിയേറിയ ഒരു ദണ്ഡി ലൂടെയുള്ള അനുദൈർഘ്യ തരംഗങ്ങളുടെ വേഗം

$$v = \sqrt{\frac{Y}{\rho}} \qquad (15.20)$$

ആണെന്നു കാണാം. ഇവിടെ Y എന്നത് ദണ്ഡിനെ നിർമ്മിക്കാനുപയോഗിച്ച വസ്തുവിന്റെ യങ്സ് മോഡു ലസ് ആണ്. പട്ടിക 15.1 ൽ വിവിധ മാധ്യമങ്ങളിലൂടെ യുള്ള ശബ്ദത്തിന്റെ വേഗത കൊടുത്തിരിക്കുന്നു.

പട്ടിക 15.1 ചില മാധ്യമങ്ങളിലൂടെയുള്ള ശബ്ദത്തിന്റെ വേഗത

മാധ്യമം	വേഗം (ms^{-1})
വാതകം	
വായു (0°C)	331
വായു (20°C)	343
ഹീലിയം	965
ഹൈഡ്രജൻ	1284
ദ്രാവകം	
ജലം (0°C)	1402
ജലം (20°C)	1482
കടൽ ജലം	1522
ഖരം	
അലുമിനിയം	6420
കോപ്പർ	3560
സ്റ്റീൽ	5941
ഗ്രാനൈറ്റ്	6000
വൽക്കനൈസ്ഡ് റബർ	54

ദ്രാവകങ്ങളിലും ഖരപദാർത്ഥങ്ങളിലും ശബ്ദവേഗം പൊതുവേ വാതകങ്ങളിലേതിനേക്കാൾ കൂടുതലാണ്. (ഖരപദാർത്ഥങ്ങളിൽ നാം വേഗം എന്നതുകൊണ്ട് ഉദ്ദേശിക്കുന്നത് അനുദൈർഘ്യതരംഗങ്ങളുടെ വേഗമാണെന്ന് ഓർക്കുക). ഇതിനു കാരണം ദ്രാവകങ്ങളെയും ഖരപദാർത്ഥങ്ങളെയും സമ്മർദനം ചെയ്യുന്നത് വാതകങ്ങളെ സമ്മർദനം ചെയ്യുന്നതിനേക്കാൾ പ്രയാസമായതുമൂലം അവയ്ക്കുള്ള ഉയർന്ന ബൾക്ക് മോഡുലസ് ആണ്. ദ്രാവകങ്ങളുടെയും ഖരങ്ങളുടെയും സാന്ദ്രത കൂടുതലാണെങ്കിൽ പോലും, വളരെ ഉയർന്ന ബൾക് മോഡുലസ് കാരണം അവയിലൂടെ ഉള്ള ശബ്ദത്തിന്റെ വേഗം കൂടുതലാണ്. സമവാക്യം (15.19) കാണുക.

ഒരു ആദർശ (ideal) വാതകവുമായി സദൃശപ്പെടുത്തി നമുക്ക് വാതകങ്ങളിലൂടെയുള്ള ശബ്ദവേഗം കണക്കാക്കാൻ സാധിക്കും. ഒരു ആദർശവാതകത്തിന്റെ മർദം P, ഉള്ളളവ് V, താപനില T എന്നിവയെ താഴെ പറയുന്ന സൂത്രവാക്യമുപയോഗിച്ച് പരസ്പരം ബന്ധപ്പെടുത്താം (അദ്ധ്യായം 11 കാണുക)

$$PV = Nk_BT \qquad (15.21)$$

ഇവിടെ N എന്നത് V ഉള്ളളവിലുള്ള തന്മാത്രകളുടെ എണ്ണവും, k_B എന്നത് ബോൾട്സ്മാൻ സ്ഥിരാങ്കവും T എന്നത് കെൽവിനിലുള്ള താപനിലയുമാണ്. തന്മൂലം ഒരു സമതാപീയ (isothermal) മാറ്റത്തിന് സമവാക്യം (15.21) ൽ നിന്നും

$$V\Delta P + P\Delta V = 0$$

$$-\frac{\Delta P}{\Delta V/V} = P$$ കണ്ടെത്താവുന്നതാണ്

ഇതിനെ സമവാക്യം (15.16) ൽ പ്രയോഗിക്കുമ്പോൾ B=P എന്നു കാണാം. തന്മൂലം സമവാക്യം (15.19) ൽ നിന്നും ഒരു ആദർശ വാതകത്തിലൂടെയുള്ള ശബ്ദത്തിന്റെ വേഗത

$$v = \sqrt{\frac{P}{\rho}} \qquad (15.22)$$

ഈ സൂത്രവാക്യം ആദ്യമായി കണ്ടെത്തിയത് ന്യൂട്ടനാണ്. അതിനാൽ ഇതിനെ ന്യൂട്ടന്റെ സൂത്രവാക്യം എന്നു പറയുന്നു.

ഉദാഹരണം 15.4 പ്രമാണിക താപനിലയിലും മർദത്തിലും വായുവിലൂടെയുള്ള ശബ്ദത്തിന്റെ വേഗത കണക്കാക്കുക. 1 മോൾ വായുവിന്റെ മാസ് 29×10^{-3} kg

ഉത്തരം

STP യിൽ ഒരു മോൾ വാതകത്തിന്റെ ഉള്ളളവ് 22.4 ലിറ്റർ ആയിരിക്കും. തന്മൂലം STP യിൽ വായുവിന്റെ സാന്ദ്രത.

$$\rho_0 = \frac{\text{ഒരു മോൾ വായുവിന്റെ മാസ്}}{\text{STP യിൽ 1 മോൾ വായുവിന്റെ ഉള്ളളവ്}}$$

$$= \frac{29.0 \times 10^{-3}\ kg}{22.4 \times 10^{-3}\ m^3}$$

$$= 1.29\ kg\ m^{-3}$$

ഒരു മാധ്യമത്തിലൂടെയുള്ള ശബ്ദത്തിന്റെ വേഗം കണക്കാക്കാനുള്ള ന്യൂട്ടന്റെ സൂത്രവാക്യം ഉപയോഗിച്ച് നമുക്ക് STP യിൽ വായുവിലൂടെയുള്ള ശബ്ദവേഗത കണ്ടെത്താം.

$$v = \left[\frac{1.01 \times 10^5\ N\ m^{-2}}{1.29\ kg\ m^{-3}}\right]^{1/2} = 280\ m\ s^{-1} \qquad (15.23)$$

സമവാക്യം (15.23) ൽ ലഭിച്ച ഉത്തരം പട്ടിക 15.1 ൽ തന്നിരിക്കുന്ന പരീക്ഷണങ്ങളിലൂടെ ലഭിച്ച 331m/s എന്ന വിലയിൽ നിന്നും ഏകദേശം 15% കുറവാണ്. ഇവിടെ എവിടെയാണ് നമുക്ക് തെറ്റുപറ്റിയത്? ശബ്ദം ഒരു മാധ്യമത്തിലൂടെ സഞ്ചരിക്കുമ്പോഴുണ്ടാകുന്ന മർദ വ്യതിയാനങ്ങൾ സമതാപീയമാണെന്നുള്ള (isothermal) ന്യൂട്ടന്റെ അടിസ്ഥാന സങ്കല്പത്തെ നമുക്കു പരിശോധിക്കാം. ഇത് ശരിയല്ലെന്ന് നമുക്ക് മനസ്സിലാക്കാൻ കഴിയും. ഈ തെറ്റ് ചൂണ്ടി കാണിച്ചത് ലാപ്ലേസ് (Laplace) ആണ്. ശബ്ദതരംഗങ്ങൾ സഞ്ചരിക്കുമ്പോഴുണ്ടാകുന്ന മർദവ്യ

തിയാനങ്ങൾ വളരെ വേഗത്തിലായതുമൂലം സ്ഥിരമായ താപനില നിലനിർത്തുന്നതിനായുള്ള താപോർജ ത്തിന്റെ ഒഴുക്കിന് സമയം ലഭിക്കില്ലെന്ന് അദ്ദേഹം കണ്ടെത്തി. തന്മൂലം ഇത്തരം വ്യതിയാനങ്ങൾ സമതാപീയ വ്യതിയാനങ്ങളല്ല മറിച്ച് അഡയബറ്റിക് പ്രക്രിയയാണ് (adiabatic process) എന്ന് അദ്ദേഹം നിരീക്ഷിച്ചു. ഒരു അഡയബറ്റിക് പ്രക്രിയയിൽ ഒരു ആദർശ വാതകം താഴെ പറയുന്ന സൂത്രവാക്യം അനുസരിക്കുന്നു.

$$PV^{\gamma} = \text{സ്ഥിരാങ്കം.}$$

അതായത് $\Delta(PV^{\gamma}) = 0$

അല്ലെങ്കിൽ $P\gamma V^{\gamma-1}\Delta V + V^{\gamma}\Delta P = 0$

അപ്പോൾ ഒരു ആദർശ വാതകത്തിന്റെ അഡയബറ്റിക് ബൾക്ക് മോഡുലസ്

$$B_{ad} = -\frac{\Delta P}{\Delta V/V}$$
$$= \gamma P$$

ഇവിടെ γ എന്നത് C_p, C_v എന്നീ രണ്ട് വിശിഷ്ടതാപ ധാരിതകൾ (specific heat capacities) തമ്മിലുള്ള അനുപാതമാണ്. അതിനാൽ ശബ്ദത്തിന്റെ വേഗം

$$v = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}} \qquad (15.24)$$

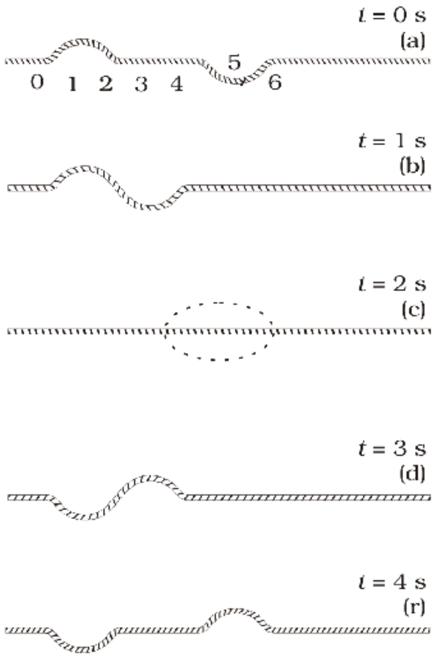
ന്യൂട്ടന്റെ സമവാക്യത്തിനു നൽകിയ ഈ രൂപാന്തരത്തെ ലാപ്ലേസിന്റെ തിരുത്തൽ (Laplace correction) എന്നു പറയുന്നു.

വായുവിന് γ= 7/5 ആണ്. അപ്പോൾ സമവാക്യം (15.24) ഉപയോഗിച്ച് STP യിൽ വായുവിലൂടെയുള്ള ശബ്ദവേഗത കണക്കാക്കിയാൽ 331.3 m s^{-1} എന്നു ലഭിക്കുന്നു. ഇത് പരീക്ഷണങ്ങളിൽ നിന്നും ലഭിച്ച വിലയെ ശരിവയ്ക്കുന്നു.

15.5 തരംഗങ്ങളുടെ അതിവ്യാപന തത്വം (സൂപ്പർ പൊസിഷൻ തത്വം) (THE PRINCIPLE OF SUPER POSITION OF WAVES)

വിപരീത ദിശയിലേക്കു സഞ്ചരിക്കുന്ന രണ്ട് തരംഗപൾസുകൾ (Wave pulse) പരസ്പരം മുറിച്ചുകടക്കുമ്പോൾ എന്തു സംഭവിക്കും? തരംഗങ്ങൾ പരസ്പരം മുറിച്ചു കടന്നുകഴിഞ്ഞാലും അവ തങ്ങളുടെ സ്വഭാവ സവിശേഷതകൾ അതേപടി നിലനിർത്തുന്നതായി കാണാം. എന്നാൽ അവ പരസ്പരം അതിവ്യാപനം (overlap) ചെയ്യുമ്പോൾ ലഭിക്കുന്ന തരംഗവിന്യാസം സംഗമിച്ച ഓരോ തരംഗപൾസുകളിൽനിന്നും വളരെ വ്യത്യസ്തമാണ്. തുല്യവും വിപരീതവുമായ ആകൃതിയുള്ള രണ്ട് പൾസുകൾ പരസ്പരം അടുത്തേക്കു സഞ്ചരിക്കുമ്പോൾ ഉണ്ടാകുന്ന സാഹചര്യം ചിത്രം 15.9 ൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നു. ഈ പൾസുകൾ പരസ്പരം അതിവ്യാപനം ചെയ്യുമ്പോൾ ലഭിക്കുന്ന പരിണതസ്ഥാനാന്തരം (resultant displacement) ഓരോ പൾസു കാരണവുമുള്ള സ്ഥാനാന്തരത്തിന്റെ ആകെത്തുകയാണ്. ഇതിനെ തരംഗങ്ങളുടെ അധ്യാരോപണ തത്വം (Principle of superposition of waves) എന്നു പറയുന്നു.

ഈ തത്വമനുസരിച്ച് ഓരോ പൾസും സഞ്ചരിക്കുന്നത് മറ്റുള്ള പൾസുകളുടെ സാന്നിദ്ധ്യമില്ല എന്ന തരത്തിലാണ്. തന്മൂലം മാധ്യമത്തിന്റെ ഘടകങ്ങൾക്ക് രണ്ടു പൾസുകൾ മൂലവും സ്ഥാനന്തരമുണ്ടാകുന്നു. ഈ സ്ഥാനാന്തരങ്ങൾ പോസിറ്റീവോ, നെഗറ്റീവോ ആകാം. തന്മൂലം ഈ സ്ഥാനാന്തരങ്ങളുടെ ആകെ തുകയായിരിക്കും പരിണത സ്ഥാനാന്തരം . ചിത്രം 15.9 ൽ വിവിധ സമയങ്ങളിലുള്ള തരംഗ ആകൃതിയുടെ ഗ്രാഫ് കാണിച്ചിരിക്കുന്നു. ഗ്രാഫ് (c) യിലുള്ള സവിശേഷമാറ്റം ശ്രദ്ധിക്കുക. രണ്ടുപൾസുകളും കാരണമുണ്ടാകുന്ന സ്ഥാനാന്തരങ്ങൾ പരസ്പരം റദ്ദുചെയ്യപ്പെട്ടിരിക്കുന്നു. അവിടെ സ്ഥാനാന്തരം പൂജ്യമായി കാണുന്നു.



ചിത്രം 15.9 തുല്യവും വിപരീതവുമായ സ്ഥാനാന്തരങ്ങളുള്ള രണ്ടു പൾസുകൾ വിപരീത ദിശകളിൽ സഞ്ചരിക്കുന്നു. അതിവ്യാപനം ചെയ്യുന്ന പൾസുകൾ ചേർന്നുണ്ടാകുന്ന പരിണത സ്ഥാനാന്തരം പൂജ്യം ആണ്.

അതിവ്യാപന തത്വം നമുക്ക് ഗണിതരൂപത്തിൽ അവതരിപ്പിക്കാൻ ശ്രമിക്കാം. $y_1(x,t)$, $y_2(x,t)$ എന്നിവ രണ്ടു തരംഗങ്ങൾ കാരണം ഒരു മാധ്യമത്തിൽ ഉണ്ടാകുന്ന സ്ഥാനാന്തരങ്ങൾ ആണെന്നു കരുതുക. മാധ്യമത്തിലെ ഒരു പ്രത്യേക ഭാഗത്ത് തരംഗങ്ങൾ ഒരേ സമയം എത്തിച്ചേരുകയും അതിവ്യാപനം ചെയ്യുകയും ചെയ്യുന്നുവെങ്കിൽ അവിടെയുണ്ടാകുന്ന പരിണത സ്ഥാനാന്തരം $y(x,t)$ എന്നത്

$$y(x,t) = y_1(x,t) + y_2(x,t) \qquad (15.25)$$

ആയിരിക്കും.

ഒരു മാധ്യമത്തിൽ കൂടി രണ്ടോ അതിൽ കൂടുതലോ തരംഗങ്ങൾ കടന്നു പോകുന്നുവെങ്കിൽ നമുക്ക് ലഭിക്കുന്ന പരിണത തരംഗരൂപമെന്നത് ഓരോ തരംഗത്തിന്റെയും തരംഗ ഫലനങ്ങളുടെ (wave function) ആകെ തുകയായിരിക്കും. മാധ്യമത്തിലൂടെ സഞ്ചരിക്കുന്ന വിവിധ തരംഗങ്ങളുടെ തരംഗഫലനങ്ങൾ

$$y_1 = f_1(x-vt),$$

$$y_2 = f_2(x-vt),$$

....

....

$$y_n = f_n(x-vt)$$

എന്നിങ്ങനെയാണെങ്കിൽ മാധ്യമത്തിൽ സൃഷ്ടിക്കപ്പെടുന്ന പരിണത തരംഗത്തിന്റെ ഫലനം.

$$y = f_1(x-vt) + f_2(x-vt) + \ldots + f_n(x-vt)$$

$$= \sum_{i=1}^{n} f_i(x-vt) \qquad (15.26)$$

ആയിരിക്കും.

അധ്യാരോപണ തത്വമാണ് വ്യതികരണം (Interference) എന്ന പ്രതിഭാസത്തിന്റെ അടിസ്ഥാനം.

വലിച്ചുനീട്ടിയ ഒരു ചരടിലൂടെ സഞ്ചരിക്കുന്ന രണ്ട് ഹാർമോണിക് പ്രയാണ തരംഗങ്ങളെ സങ്കല്പിക്കുക. ഈ രണ്ടു തരംഗങ്ങളുടേയും കോണീയ ആവൃത്തി ω യും തരംഗ സംഖ്യ k യും സമാനമാണെന്ന് സങ്കൽപ്പിക്കുക. തന്മൂലം തരംഗദൈർഘ്യം λ യും സമാനമാണെന്നിരിക്കട്ടെ. ഇവയുടെ തരംഗവേഗവും ഒന്നു തന്നെയായിരിക്കും. ഈ തരംഗങ്ങളുടെ ആയതിയും തുല്യമാണെന്ന് കരുതുക. രണ്ട് തരംഗങ്ങളും x അക്ഷത്തിന്റെ പോസിറ്റീവ് ദിശയിൽ സഞ്ചരിക്കുന്നുവെന്ന് കരുതുക. രണ്ടുതരംഗങ്ങളും തമ്മിലുള്ള ഏകവ്യത്യാസം അവയുടെ ആദ്യഫേസിൽ മാത്രമാണ്. സമവാക്യം (15.2) അനുസരിച്ച് ഈ തരംഗങ്ങളെ താഴെ പറയുന്ന പ്രകാരം എഴുതാം.

$$y_1(x,t) = a \sin(kx - \omega t) \qquad (15.27)$$

and $$y_2(x,t) = a \sin(kx - \omega t + \phi) \qquad (15.28)$$

അതിവ്യാപന തത്വമനുസരിച്ച് സൃഷ്ടിക്കപ്പെടുന്ന പരിണിത സ്ഥാനാന്തരം

$$y(x,t) = a \sin(kx - \omega t) + a \sin(kx - \omega t + \phi) \qquad (15.29)$$

$$= a\left[2\sin\left[\frac{(kx-\omega t)+(kx-\omega t+\phi)}{2}\right]\cos\frac{\phi}{2}\right] \qquad (15.30)$$

ത്രികോണമിതിയിലെ നമുക്കു സുപരിചിതമായ $\sin A + \sin B = 2\sin\left(\frac{A+B}{2}\right)\cos\left(\frac{A-B}{2}\right)$ എന്ന് ഉപയോഗിച്ചാണ് മുകളിലെ ബന്ധം കണ്ടുപിടിച്ചത്.

$$y(x,t) = 2a\cos\frac{\phi}{2}\ \sin\left(kx - \omega t + \frac{\phi}{2}\right) \qquad (15.31)$$

സമവാക്യം (15.31) x അക്ഷത്തിന്റെ പോസിറ്റീവ് ദിശയിലൂടെ സഞ്ചരിക്കുന്നതും ഘടക തരംഗങ്ങളുടെ തരംഗദൈർഘ്യവും, ആവൃത്തിയുമുള്ള ഒരു പരിണിത സരള ഹാർമോണിക പ്രയാണ തരംഗത്തെയാണ് സൂചിപ്പിക്കുന്നത്. പക്ഷേ ഈ തരംഗത്തിന്റെ ഫേസ് കോണളവ് $\frac{\phi}{2}$ ആണ്. ഈ തരംഗത്തിന്റെ ആയതി ഘടക തരംഗങ്ങൾക്കിടയിലുള്ള ഫേസ് വ്യത്യാസത്തിന്റെ ഒരു ഫലനമാണെന്ന സവിശേഷത കൂടി നാം ശ്രദ്ധിക്കണം. അതായത്,

$$A(\phi) = 2a\cos\frac{\phi}{2} \qquad (15.32)$$

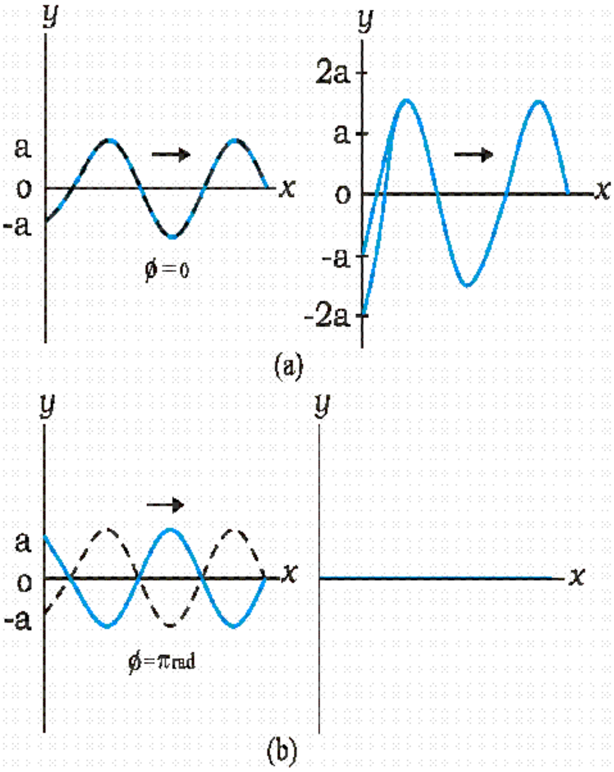
$\phi = 0$ ആകുമ്പോൾ രണ്ടു തരംഗങ്ങളുടേയും ഫേസ് ഒന്നുതന്നെയാകുന്നു.

$$y(x,t) = 2a\ \sin(kx - \omega t) \qquad (15.33)$$

അതായത് പരിണത തരംഗത്തിന്റെ ആയതി 2a ആണ്, A യുടെ പരമാവധി വില

$\phi = \pi$ ആയാൽ രണ്ടുതരംഗങ്ങളും പൂർണ്ണമായി വിപരീത ഫേസുകളിലായിരിക്കും തന്മൂലം പരിണത തരംഗത്തിന്റെ സ്ഥാനാന്തരം, എല്ലായിടത്തും എപ്പോഴും പൂജ്യമായിരിക്കും.

$$y(x,t) = 0 \qquad (15.34)$$



ചിത്രം 15.10 വലിച്ചു കെട്ടിയിരിക്കുന്ന ഒരു ചരടിലൂടെ പോസിറ്റീവ് x ദിശയിൽ ഒരേ ആയതിയും തരംഗദൈർഘ്യവുമുള്ള രണ്ടു ഹാർമോണിക് തരംഗങ്ങൾ $y_1(x,t)$, $y_2(x,t)$ ചേർന്ന് ഉണ്ടാകുന്ന പരിണത തരംഗത്തെ അതിവ്യാപന തത്വമുപയോഗിച്ച് കാണിച്ചിരിക്കുന്നു. പരിണത തരംഗത്തിന്റെ ഫേസ് വ്യതിയാനം a യിൽ പൂജ്യവും b യിൽ 180° അല്ലെങ്കിൽ π യും ആണ്.

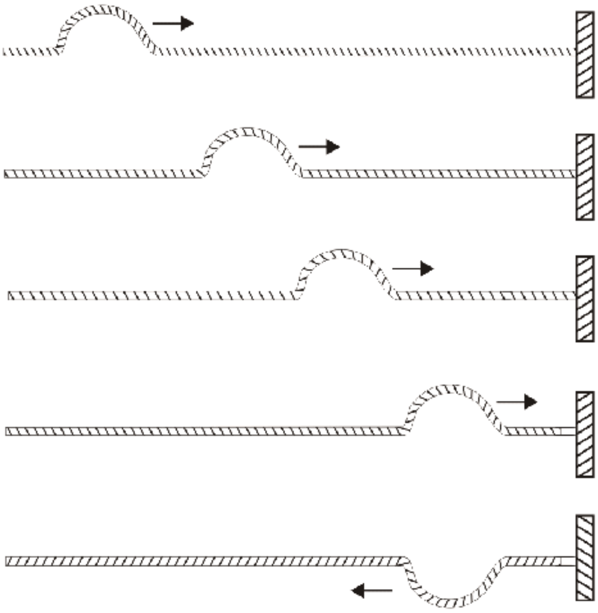
സമവാക്യം (15.33) പോഷകവ്യതികരണത്തെ (constructive interference) സൂചിപ്പിക്കുന്നു. ഇവിടെ രണ്ടു തരംഗങ്ങളുടെയും ആയതികൾ തമ്മിൽ സങ്കലനം ചെയ്ത് പരിണത ആയതി (resultant amplitude) ലഭിക്കുന്നു. സമവാക്യം (15.34) ശോഷകവ്യതികരണത്തെ (destructive interference) സൂചിപ്പിക്കുന്നു. ഇവിടെ ആയതികൾ തമ്മിൽ വ്യവകലനം ചെയ്ത് പരിണത തരംഗത്തിന്റെ ആയതി പൂജ്യം ആകുന്നു. ചിത്രം (15.10) ൽ അതിവ്യാപന തത്വത്തിൽ നിന്നും ഈ രണ്ടുതരം വ്യതികരണങ്ങളും സൃഷ്ടിക്കപ്പെടുന്നത് എങ്ങനെയെന്ന് ചിത്രീകരിച്ചിരിക്കുന്നു.

15.6 തരംഗങ്ങളുടെ പ്രതിപതനം (REFLECTION OF WAVES)

അതിരുകളില്ലാത്ത മാധ്യമത്തിലൂടെയുള്ള തരംഗങ്ങളുടെ വ്യാപനത്തെ കുറിച്ച് നമ്മൾ മുമ്പ് ചർച്ച ചെയ്തു. എന്നാൽ ഒരു പ്രയാണതരംഗം ഒരു മാധ്യമത്തിന്റെ ദൃഢതയുള്ള അതിരിൽ തട്ടിയാൽ എന്തു സംഭവിക്കുമെന്ന് പരിശോധിക്കാം. ഇങ്ങനെയുള്ള സന്ദർഭങ്ങളിൽ തരംഗം പ്രതിപതിക്കുമെന്നുള്ളത് നമ്മളുടെ സാധാരണ അനുഭവമാണ്. ഇങ്ങനെയുള്ള പ്രതിപതനത്തിന്റെ ഒരു ഉദാഹരണമാണ് പ്രതിധ്വനി (echo). അതിർത്തി പൂർണ്ണമായും ദൃഢമല്ലാത്തതോ അല്ലെങ്കിൽ രണ്ട് ഇലാസ്തിക മാധ്യമങ്ങളുടെ സമ്പർക്ക അതിർത്തിയോ ആണെങ്കിൽ പതന തരംഗത്തിന്റെ പ്രതിപതന പ്രക്രിയ വളരെ സങ്കീർണ്ണമാവും. ഇത്തരം സാഹചര്യങ്ങളിൽ പതന തരംഗത്തിന്റെ ഒരു ഭാഗം പ്രതിപതിക്കുകയും ബാക്കി ഭാഗത്തിന് രണ്ടാമത്തെ മാധ്യമത്തിലേക്ക് പ്രേഷണം സംഭവിക്കുകയും ചെയ്യും. രണ്ട് വ്യത്യസ്ത മാധ്യമങ്ങളുടെ സമ്പർക്കതലത്തിൽ തരംഗം ചരിഞ്ഞാണ് പതിക്കുന്നതെങ്കിൽ, രണ്ടാമത്തെ മാധ്യമത്തിലൂടെ പ്രേഷണം ചെയ്യുന്ന തരംഗത്തിനെ അപവർത്തനതരംഗം (refracted wave) എന്നു വിളിക്കുന്നു. പതനതരംഗവും അപവർത്തനതരംഗവും സ്നെല്ലിന്റെ നിയമവും പ്രതിപതനനിയമങ്ങളും അനുസരിക്കുന്നവയാണ്.

ചിത്രം 15.11 കാണിച്ചിരിക്കുന്നത് വലിച്ചു കെട്ടിയിരിക്കുന്ന ഒരു കമ്പിയിലൂടെ സഞ്ചരിക്കുന്ന ഒരു തരംഗത്തിന് ചരടിന്റെ അതിരിൽ വച്ചുണ്ടാകുന്ന പ്രതിപതനത്തെയാണ്. പ്രതിപതന പ്രക്രിയയിൽ തരംഗത്തിന് ഊർജശോഷണം സംഭവിക്കുന്നില്ല എന്ന് സങ്കൽപിച്ചാൽ പതനതരംഗത്തിനും പ്രതിപതന തരംഗത്തിനും ഒരേ ആയതി തന്നെ ആയിരിക്കും. എന്നാൽ അവയ്ക്കിടയിൽ 180° അല്ലെങ്കിൽ π റേഡിയന്റെ ഒരു ഫേസ് വ്യത്യാസം ഉണ്ടായിരിക്കും. അതിർത്തി ദൃഢമായ അതിരായതിനാൽ തരംഗം അതിരിന്മേൽ ഉണ്ടാക്കുന്ന സ്ഥാനാന്തരം എല്ലായ്പ്പോഴും പൂജ്യമായതിനാലാണ് ഈ ഫേസ് വ്യതിയാനം ഉണ്ടാകുന്നത്. അധ്യാരോപണ തത്വമനുസരിച്ച് പതന പ്രതിപതന തരംഗങ്ങൾക്കിടയിൽ ഒരു ഫേസ് വ്യത്യാസം π ഉണ്ടെങ്കിൽ മാത്രമേ ഇത് സാധ്യമാവൂ. ഒരു ദൃഢ അതിരിൽ പാലിക്കേണ്ട നിയമങ്ങളനുസരിച്ചാണ് ഈ നിരീക്ഷണം നമുക്ക് നടത്തുവാൻ കഴിയുന്നത്. മറ്റൊരു തരത്തിലും നമുക്ക് ഇതേ നിഗമനങ്ങളിലെത്തുവാൻ കഴിയും. പൾസ് അതിരിൽ എത്തുമ്പോൾ അത് അതിരിൽ ഒരു ബലം പ്രയോഗിക്കും. ന്യൂട്ടന്റെ മൂന്നാംചലന നിയമപ്രകാരം അതിര് കമ്പിയിൽ തുല്യവും വിപരീതവുമായ ഒരു

ബലം പ്രയോഗിക്കുകയും ആ ബലം π ഫേസ് വ്യത്യാസമുള്ള പ്രതിപതന തരംഗത്തെ ഉണ്ടാക്കുകയും ചെയ്യും.



ചിത്രം 15.11 ദൃഢമായ അതിരിൽ നിന്നുള്ള പൾസിന്റെ പ്രതിപതനം

നേരെമറിച്ച് അതിരുകൾ പൂർണമായും ചലന സ്വാതന്ത്ര്യമുള്ളവയാണെങ്കിൽ പ്രതിപതന തരംഗത്തിന് പതനതരംഗത്തിന്റെ അതേ ആയതിയും ഫേസുമായിരിക്കും ഉണ്ടാവുക. അതുകൊണ്ട് അതിരിലെ ബിന്ദുവിലുണ്ടാകുന്ന ആയതി പതനതരംഗത്തിന്റെ ആയതിയുടെ ഇരട്ടി ആയിരിക്കും. തുറന്ന പൈപ്പിന്റെ അഗ്രം ദൃഢമല്ലാത്ത അതിരിന്റെ ഉദാഹരണമാണ്.

ഒരു ദൃഢ അതിരിൽ നിന്നും പ്രതിപതിക്കുന്ന പ്രയാണ തരംഗത്തിനോ പൾസിനോ പ്രതിപതനത്തിനുശേഷം π ഫേസ് വ്യതിയാനം ഉണ്ടാകുമ്പോൾ തുറന്ന അതിരിൽ നിന്നുമുള്ള പ്രതിപതനം ഒരു ഫേസ് വ്യതിയാനവും വരുത്തുന്നില്ലായെന്ന് ഏറ്റവും ചുരുങ്ങിയ വാക്കുകളിൽ പറയാനാകും.

ഇപ്പറഞ്ഞ കാര്യം ഗണിത ഭാഷയിലാക്കുവാൻ ഒരു പതന പ്രയാണതരംഗത്തെ $y_2(x,t) \quad a\,sin(kx-\omega t)$ എന്നെഴുതാം. ഇതിന്റെ ദൃഢ അതിരിൽ നിന്നുള്ള പ്രതിപതന തരംഗത്തെ

$$y_r(x,t) = a\sin(kx-\omega t+\pi).$$

$$= -a\sin(kx-\omega t) \qquad (15.35)$$

എന്നെഴുതാം.

അതേസമയം തുറന്ന അതിരിൽ നിന്നാണ് പ്രതിപതനം നടക്കുന്നതെങ്കിൽ പ്രതിപതന തരംഗം

$$y_r(x,t) = a\sin(kx \quad \omega t+0).$$

$$= a\sin(kx \quad \omega t) \qquad (15.36)$$

എന്നാകും

ഇതിൽ നിന്നും അതിര് ദൃഢമാണെങ്കിൽ എല്ലായ്പ്പോഴും $y = y_2 + y_r = 0$ ആയിരിക്കുമെന്നു കാണാം.

15.6.1 നിശ്ചലതരംഗങ്ങളും സാമാന്യരീതികളും (STANDING WAVES & NORMAL MODES)

ഒരു അതിരിൽ (boundary) നിന്നുമുള്ള പ്രതിപതനമാണ് നാം മുകളിൽ പരിഗണിച്ചത്. എന്നാൽ രണ്ടോ അതിലധികമോ ബൗണ്ടറികളിൽ പ്രതിപതനം നടക്കുന്ന നമുക്കു പരിചിതമായ ചില സന്ദർഭങ്ങളുണ്ട്. (ഏതെങ്കിലും ഒരഗ്രം ബന്ധിപ്പിച്ച ഒരു ചരട് അല്ലെങ്കിൽ രണ്ടഗ്രങ്ങളും അടച്ച ഒരു വായുയൂപം). ഉദാഹരണത്തിന് ഒരു ചരടിൽ ഒരു ദിശയിൽ സഞ്ചരിക്കുന്ന തരംഗം ഒരറ്റത്ത് പ്രതിപതിച്ച് എതിർദിശയിലേക്ക് സഞ്ചരിച്ച് മറ്റേ അറ്റത്തു നിന്നും പ്രതിപതിക്കപ്പെടുന്നു. ചരടിൽ ഒരു സറിരതരംഗ പാറ്റേൺ ഉണ്ടാകുന്നതു വരെ ഈ പ്രക്രിയ തുടരുന്നു. ഇത്തരം തരംഗ പാറ്റേണുകളെ നിശ്ചല തരംഗങ്ങൾ (Standing waves) അഥവാ സ്ഥിരതരംഗങ്ങൾ (Stationary waves) എന്നുവിളിക്കുന്നു. ഗണിതരൂപത്തിൽ ഇതിനെ മനസ്സിലാക്കാൻ x അക്ഷത്തിന്റെ പോസിറ്റീവ് ദിശയിൽ സഞ്ചരിക്കുന്ന ഒരു തരംഗത്തെയും x-അക്ഷത്തിന്റെ നെഗറ്റീവ് ദിശയിൽ സഞ്ചരിക്കുന്ന ഒരേ ആയതിയും തരംഗദൈർഘ്യവുമുള്ള അതിന്റെ പ്രതിപതന തരംഗ (reflected wave) ത്തെയും പരിഗണിക്കുക. സമവാക്യം (15.2, 15.4) എന്നിവയിൽ നിന്നും $\phi = 0$ ആണെങ്കിൽ

$$y_1(x,t) = a\sin(kx \quad \omega t)$$

$$y_2(x,t) = a\sin(kx \quad \omega t)$$

അദ്ധ്യാരോപണതത്വപ്രകാരം സ്ട്രിങ്ങിലെ പരിണത തരംഗം ആണ്.

$$y(x,t) = y_1(x,t) \ \ y_2(x,t)$$

$$a\,[\sin(kx-\omega t)+\sin(kx-\omega t)]$$

ഇതിനു സമാനമായ ത്രികോണമിതി ഐഡന്റിറ്റി
Sin (A–B) − Sin (A–B) − 2 sin A cosB ആണല്ലോ.

അതുകൊണ്ട് $y\,(x,\,t)-2a\sin kx\cos\omega t$ ആകും (15.37)

സമവാക്യം 15.2 അഥവാ 15.4-ൽ വിവരിച്ചിരിക്കുന്ന തരംഗപാറ്റേണിൽ നിന്നും സമവാക്യം 15.37-ൽ വിവരിച്ചിരിക്കുന്ന തരംഗ പാറ്റേണിന്റെ പ്രധാനവ്യത്യാസങ്ങൾ ശ്രദ്ധിക്കുക. പദങ്ങൾ kx ഉം ωt ഉം, $kx-\omega t$ യിലേതുപോലെ ഒരുമിച്ചല്ല, പ്രത്യേകമായാണ് കാണപ്പെടുന്നത്. ഈ തരംഗത്തിന്റെ ആയതി $2a\sin kx$ ആണ്. അതായത്, ഈ തരംഗപാറ്റേണിന്റെ ആയതി x അനുസരിച്ച് മാറുന്നു. പക്ഷേ സ്ട്രിംഗിലെ ഓരോ ഘടകവും ഒരേ കോണീയ ആവൃത്തി ω അഥവാ ആവർത്തനകാലത്തിൽ ദോലനം ചെയ്യുന്നു. തരംഗത്തിലെ വിഭിന്ന ഘടകങ്ങളുടെ ദോലനങ്ങൾ തമ്മിൽ ഫേസ് വ്യത്യാസം ഇല്ല. വ്യത്യസ്ത ബിന്ദുക്കളിൽ സ്ട്രിംഗ് വ്യത്യസ്ത ആയതികളോടുകൂടി ഒരേ ഫേസിൽ കമ്പനം ചെയ്യുന്നു. തരംഗപാറ്റേൺ ഇടത്തോട്ടോ വലത്തോട്ടോ ചലിക്കുന്നില്ല. അതിനാൽ അവയെ നിശ്ചല തരംഗങ്ങൾ (stationary waves) അഥവാ സ്ഥിരതരംഗങ്ങൾ എന്നു വിളിക്കുന്നു. ഒരു നിശ്ചിത സ്ഥലത്ത് ആയതി നിശ്ചിതമാണ്. എന്നാൽ വ്യത്യസ്ത സ്ഥലങ്ങളിൽ ആയതി വ്യത്യസ്തവുമാണ്. ആയതി പൂജ്യമാകുന്ന ബിന്ദുക്കളാണ് (അതായത് അവിടെ ഒരു ചലനവുമില്ല) നോഡുകൾ (nodes), ആയതി ഏറ്റവും കൂടിയിരിക്കുന്ന ബിന്ദുക്കളെ ആന്റിനോഡുകൾ (anti nodes) എന്നും വിളിക്കുന്നു. ചിത്രം 15.12-ൽ വിപരീതദിശകളിലുള്ള രണ്ട് സഞ്ചാരതരംഗങ്ങളുടെ അതിവ്യാപനത്തിന്റെ ഫലമായുണ്ടാകുന്ന നിശ്ചല തരംഗപാറ്റേണിനെ കാണിക്കുന്നു. വ്യൂഹത്തിന്റെ കമ്പനത്തിന്റെ സാദ്ധ്യമായ തരംഗദൈർഘ്യങ്ങളെയോ അഥവാ ആവൃത്തികളെയോ ബൗണ്ടറി സാഹചര്യങ്ങൾ നിയന്ത്രിക്കുന്നു (constrain) വെന്നാണ് സ്ഥിരതരംഗങ്ങളുടെ ഏറ്റവും പ്രധാനപ്പെട്ട കാര്യം. അതിനാൽ ഈ വ്യൂഹത്തിന് മറ്റ് ഏതെങ്കിലും ആവൃത്തിയിൽ ദോലനം ചെയ്യാൻ സാധിക്കുന്നില്ല. (ഹാർമോണിക സഞ്ചാരതരംഗങ്ങളുടേതിൽ നിന്നു വ്യത്യസ്തമായി). ഈ ദോലനങ്ങളുടെ ആവൃത്തികൾ ഒരുകൂട്ടം സ്വാഭാവിക ആവൃത്തികളാണ് (natural frequency). ഈ ആവൃത്തികളെ ദോലനത്തിന്റെ നോർമൽ മോഡുകൾ എന്നു വിളിക്കുന്നു. രണ്ടഗ്രങ്ങളും ബന്ധിപ്പിച്ചിരിക്കുന്ന ഒരു വലിച്ചു മുറുക്കിയ സ്ട്രിംഗിന്റെ നോർമൽ മോഡുകൾ ഇപ്പോൾ നമുക്ക് നിർണയിക്കാം.

ആദ്യം സമവാക്യം (15.37)-ൽ നിന്നും നോഡുകളുടെ സ്ഥാനങ്ങൾ (ആയതി പൂജ്യമാകുന്ന സ്ഥലങ്ങൾ) ഇപ്രകാരം എഴുതാം.

$\sin kx = 0$.

ഇത് അർത്ഥമാക്കുന്നത്

$$kx = n\pi; \quad n = 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ \ldots$$

$k=2\pi/\lambda$, ആയതിനാൽ, നമുക്ക് ഇപ്രകാരം കിട്ടുന്നു.

$$x \quad \frac{n\lambda}{2}\ ;\ n \quad 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ \ldots \qquad (15.38)$$

ഏതെങ്കിലും രണ്ട് അടുത്തടുത്തുള്ള നോഡുകളുടെ ഇടയിലുള്ള ദൂരം വ്യക്തമായും $\frac{\lambda}{2}$ ആണ്. അതേ രീതിയിൽ $\sin kx$ ന്റെ പരമാവധി മൂല്യങ്ങൾ ആന്റിനോഡുകളുടെ സ്ഥാനങ്ങൾ (ആയതി ഏറ്റവും കൂടിയിരിക്കുന്ന സ്ഥലങ്ങൾ) തരുന്നു.

$|\sin kx| = 1$

ഇത് അർത്ഥമാക്കുന്നത്

$kx = (n+½)\,\pi;\ n = 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ \ldots$

$k \quad 2\pi/\lambda$, ആണെങ്കിൽ, നമുക്ക് ഇപ്രകാരം കിട്ടും

$$x = (n+½)\frac{\lambda}{2}\ ;\ n = 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ \ldots \qquad (15.39)$$

അതായത് രണ്ട് അടുത്തടുത്തുള്ള ആന്റിനോഡുകളുടെ ഇടയിലുള്ള ദൂരവും $\frac{\lambda}{2}$ ആണ്. സമവാക്യം (15.38), L നീളമുള്ളതും രണ്ടഗ്രങ്ങളും ബന്ധിപ്പിക്കപ്പെട്ടതുമായ വലിച്ചുമുറുക്കിയ ഒരു സ്ട്രിംഗിന്റെ കാര്യത്തിൽ നമുക്കു പ്രയോഗിക്കാം. ഒരഗ്രം $x=0$ എന്നെടുത്താൽ ബൗണ്ടറി വ്യവസ്ഥ പ്രകാരം $x=0$ യും $x=L$ ഉം നോഡുകളുടെ സ്ഥാനങ്ങളാണ്. $x=0$ എന്ന വ്യവസ്ഥ നേരത്തെ തന്നെ പാലിക്കപ്പെട്ടതാണ്. $x=L$ എന്ന നോഡ് വ്യവസ്ഥയ്ക്ക് L നീളത്തെ λയുമായി ഇപ്രകാരം ബന്ധിപ്പിക്കാം.

$$L = n\,\frac{\lambda}{2}; \qquad n \quad 1,\ 2,\ 3,\ \ldots \qquad (15.40)$$

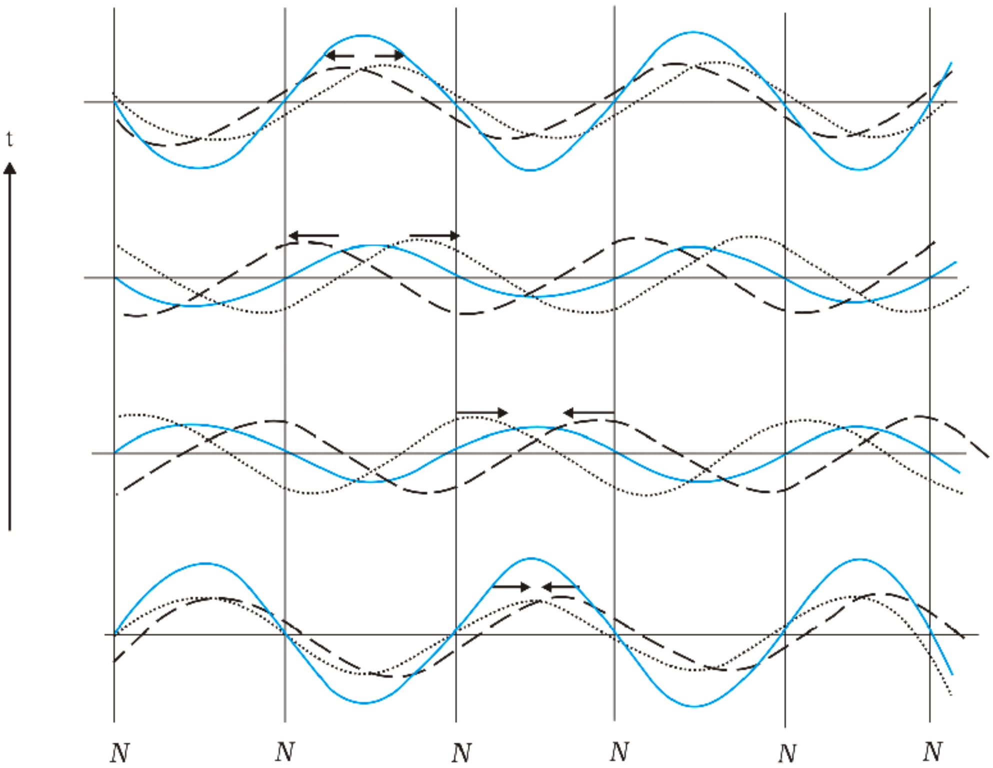
അതുകൊണ്ട് സ്ഥിരതരംഗങ്ങളുടെ സാദ്ധ്യമായ തരംഗദൈർഘ്യങ്ങൾ താഴെപ്പറയുന്ന ബന്ധത്താൽ പരിമിതപ്പെടുത്തിയിരിക്കുന്നു.

$$\lambda = \frac{2L}{n}; \quad n = 1,\ 2,\ 3,\ \ldots \qquad (15.41)$$

ബന്ധപ്പെട്ട (corresponding) ആവൃത്തികൾ

$$\upsilon = \frac{nv}{2L}, \quad n = 1,\ 2,\ 3, \qquad (15.42)$$

ആണ്.



ചിത്രം 15.12 വിപരീതദിശകളിൽ ചലിക്കുന്ന രണ്ട് ഹാർമോണികതരംഗങ്ങളുടെ അധ്യാരോപണത്തിലൂടെ നിശ്ചലതരംഗങ്ങൾ ഉണ്ടാകുന്നു. പൂജ്യം സ്ഥാനാന്തരത്തിന്റെ സ്ഥാനങ്ങൾ (നോഡുകൾ) എല്ലാ സമയത്തും സ്ഥിരമാണ്.

ഇപ്രകാരം നമുക്ക് സ്വാഭാവിക ആവൃത്തികൾ കിട്ടുന്നു. വ്യൂഹത്തിലെ ദോലനത്തിന്റെ നോർമൽ മോഡുകൾ. ഒരു വ്യൂഹത്തിന്റെ സാദ്ധ്യമായ ഏറ്റവും കുറഞ്ഞ സ്വാഭാവിക ആവൃത്തിയെ പ്രഥമ ഹാർമോണികം അഥവാ ഫണ്ടമെന്റൽ മോഡ് എന്നു വിളിക്കാം. അഗ്രങ്ങൾ ബന്ധിതമായ വലിച്ചു മുറുക്കിയ സ്ട്രിംഗിന്, സമവാക്യം 15.42-ൽ n=1ന് തത്തുല്യമായി,

$$\upsilon = \frac{v}{2L}$$

ഇവിടെ υ എന്നത് മാദ്ധ്യമത്തിന്റെ ഗുണങ്ങളാൽ നിർണ്ണയിക്കുന്ന തരംഗത്തിന്റെ വേഗതയാണ്.

n=2 ന്റെ ദോലന ആവൃത്തിയെ രണ്ടാം ഹാർമോണികം (second harmonic) എന്നു വിളിക്കുന്നു.

n=3 ഇതുപോലെ മൂന്നാം ഹാർമോണികവും നൽകുന്നു.

എല്ലാ ഹാർമോണികുകളെയും v_n ചിഹ്നം കൊണ്ട് അടയാളപ്പെടുത്താം ($n = 1, 2, ...$). അഗ്രങ്ങൾ ബന്ധിച്ചിരിക്കുന്ന, വലിച്ചു മുറിക്കിയ ഒരു ചരടിലെ ആദ്യത്തെ ആറ് ഹാർമോണികങ്ങൾ ചിത്രം 15.13-ൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നു.

ഇവയിലേതെങ്കിലും ഒന്നിൽ മാത്രമേ ഒരു ചരട് കമ്പനം നടത്തൂ എന്നില്ല. പൊതുവായി ഒരു ചരടിലെ കമ്പനം വിഭിന്ന മോഡുകളുടെ അധ്യാരോപണം ആണ്. അവയിൽ ചില മോഡുകൾ മറ്റുള്ളവയേക്കാൾ കൂടുതൽ പ്രബലമായി ഉത്തേജിതങ്ങളായിരിക്കും. സിതാർ അല്ലെങ്കിൽ വയലിൻ പോലെയുള്ള വാദ്യോപകരണങ്ങൾ ഈ തത്വത്തിൽ അധിഷ്ഠിതമായാണ് പ്രവർത്തിക്കുന്നത്. ഏതു മോഡാണ് മറ്റുള്ളവയെ അപേക്ഷിച്ച് മുന്നിട്ടു നിൽക്കുന്നതെന്നത് സ്ട്രിങ്ങിൽ എവിടെയാണോ പ്ലക്ക് ചെയ്യുകയോ (pluck) ബോ ചെയ്യുകയോ (bow) ചെയ്യുന്നതെന്നതിനെ ആശ്രയിച്ചിരിക്കുന്നു.

ഒരഗ്രം അടഞ്ഞതും മറ്റേ അഗ്രം തുറന്നതുമായ വായു കോളത്തിന്റെ ദോലനത്തിന്റെ സാമാന്യമോഡുകൾ അടുത്തതായി നമുക്കു പരിഗണിക്കാം. ഭാഗികമായി വെള്ളം നിറച്ച ഒരു ഗ്ലാസ് ട്യൂബ് ഈ വ്യൂഹത്തിന് ഉദാഹരണമാണ്. ജലവുമായി സ്പർശനത്തിൽ ഇരിക്കുന്ന അഗ്രം നോഡായിരിക്കുമ്പോൾ തുറന്ന അഗ്രം ആന്റിനോഡായിരിക്കും. നോഡിൽ മർദമാറ്റങ്ങൾ ഏറ്റവും കൂടുതലായിരിക്കും, സ്ഥാനാന്തരം ഏറ്റവും കുറവും (0).

തുറന്ന അഗ്രത്തിൽ ആന്റിനോഡിൽ ഇത് നേരെ മറിച്ച് ഏറ്റവും കുറവ് മർദ മാറ്റവും സന്തുലിതാവസ്ഥയിൽ നിന്നുള്ള സ്ഥാനാന്തരത്തിന്റെ പരമാവധി ആയതിയും. ജലവുമായി സ്പർശന ത്തിൽ വരുന്ന അഗ്രം $x = 0$ എന്നെടു ത്താൽ, നോഡ് വ്യവസ്ഥ സമവാക്യം (15.38) തൃപ്തികരമാണ്. മറ്റെ അഗ്രം ($x=L$) ഒരു ആന്റി നോഡാണെങ്കിൽ, സമ വാക്യം 15.39 തരുന്നു.

$$L = \left(n + \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{2}, \text{ for } n = 0, 1, 2, 3, \ldots$$

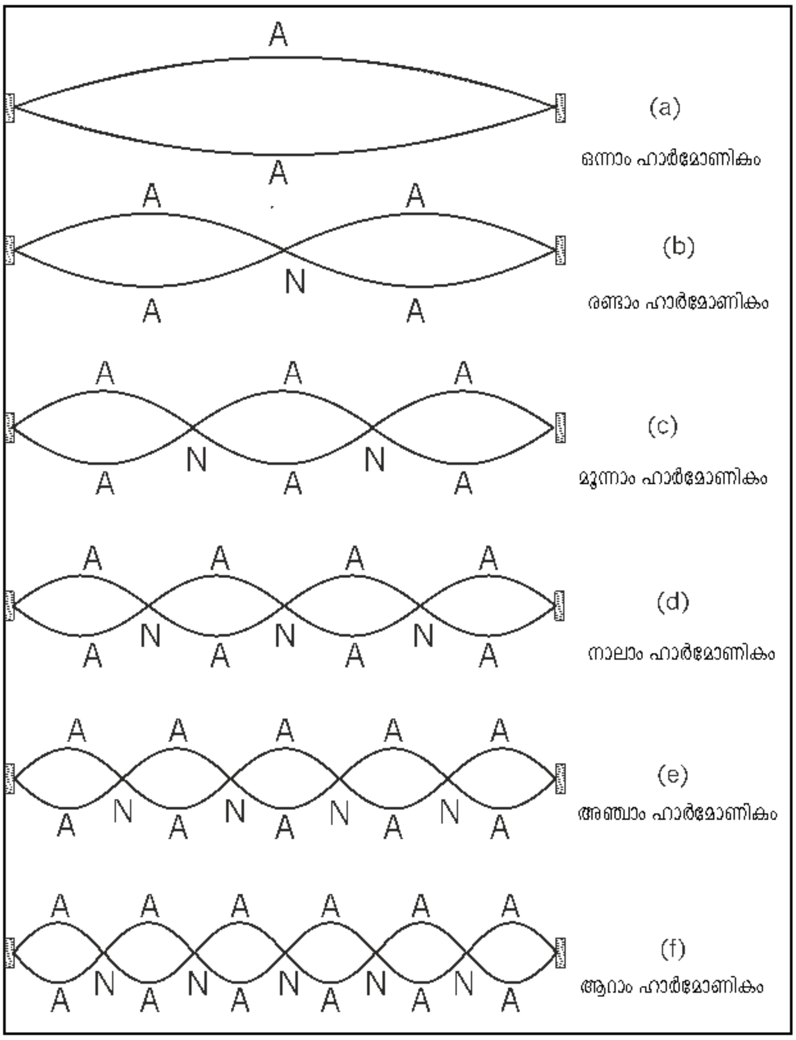
സാധ്യമായ തരംഗദൈർഘ്യങ്ങൾ താഴെ പറയുന്ന ബന്ധം ഉപയോഗിച്ച് പരിമിത പ്പെടുത്തിയിരിക്കുന്നു.

$$\lambda = \frac{2L}{(n + 1/2)}, \quad \text{for } n = 0, 1, 2, 3, \ldots$$
(15.43)

സാമാന്യമോഡുകൾ – വ്യൂഹത്തിന്റെ സ്വാഭാവിക ആവൃത്തികളാണ്.

$$\nu = \left(n + \frac{1}{2}\right)\frac{v}{2L}; \; n = 0, 1, 2, 3, \ldots$$
(15.44)

അടിസ്ഥാന ആവൃത്തി n=0 യ്ക്ക് അനു രൂപമാണ്, അത് ഇവിടെ $\frac{v}{4L}$ ആണ്.



ചിത്രം 15.13 രണ്ട് അഗ്രങ്ങളും ബന്ധിച്ചിരിക്കുന്ന ഒരു വലിച്ചു മുറുക്കിയ സ്ട്രിങ്ങിന്റെ ആദ്യത്തെ ആറ് ഹാർമോണികങ്ങൾ.

ഉയർന്ന ആവൃത്തികൾ ഒറ്റ ഹാർമോണികങ്ങളാണ്. അതായത് അടിസ്ഥാന ആവൃത്തിയുടെ ഒറ്റ ഗുണിത ങ്ങൾ (odd multiples) : $3\frac{v}{4L}$, $5\frac{v}{4L}$, etc. ചിത്രം 15.14 ഒരഗ്രം അടച്ചതും മറ്റേ അഗ്രം തുറന്നതുമായ വായുയൂപ ത്തിന്റെ ആദ്യത്തെ 6 ഒറ്റ ഹാർമോണികങ്ങളെ കാണി ക്കുന്നു. രണ്ടഗ്രങ്ങളും തുറന്ന ഒരു പൈപ്പിന് ഓരോ അഗ്രവും ഒരു ആന്റിനോഡ് ആണ്. രണ്ടഗ്രങ്ങളും തുറന്ന വായു യൂപം, എല്ലാ ഹാർമോണികങ്ങളും സൃഷ്ടിക്കുന്നുവെന്ന് എളുപ്പത്തിൽ കാണാൻ സാധി ക്കും. (ചിത്രം 15.15 കാണുക)

മുകളിലെ വ്യൂഹത്തിലും സ്ട്രിംഗുകളിലും വായുയൂപ ങ്ങളിലും പ്രചോദിത ദോലനങ്ങൾ (forced oscillations) ഉണ്ടാക്കുവാൻ സാധിക്കും. (അധ്യായം 14) ബാഹ്യ ആവൃത്തി ഏതെങ്കിലും സ്വാഭാവിക ആവൃത്തികളോട് അടുത്തു വരുമ്പോൾ വ്യൂഹം അനുനാദം (resonance) കാണിക്കുന്നു.

തബലയിലെപ്പോലെ ചുറ്റളവുമായി ദൃഢമായി ഉറപ്പിച്ചി രിക്കുന്ന ഒരു വൃത്താകൃതിയിലുള്ള സ്തരത്തിന്റെ സ്വാഭാവിക രീതികൾ നിർണ്ണയിക്കുന്നത് ചുറ്റളവിലെ ഒരു ബിന്ദുവും കമ്പനം ചെയ്യുന്നില്ലായെന്ന ബൗണ്ടറി വ്യവസ്ഥയാണ്. ഈ വ്യൂഹത്തിന്റെ സ്വാഭാവിക മോഡു കളുടെ ആവൃത്തികളുടെ നിർണ്ണയം വളരെ വിഷമം പിടിച്ചതാണ്. ഈ പ്രശ്നത്തിൽ ദ്വിമാനത്തിലുള്ള തരംഗ സഞ്ചാരം ഉൾപ്പെട്ടിരിക്കുന്നുവെങ്കിലും അവയ്ക്ക് അടി സ്ഥാനമായ ഭൗതികം ഒന്നുതന്നെയാണ്.

▶ *ഉദാഹരണം 15.5* 30.0cm നീളമുള്ള ഒരു ഒരു പൈപ്പ് രണ്ടഗ്രങ്ങളിലും തുറന്നതാണ്. 1.1 kHz ലുള്ള ഒരു സ്രോതസ്സ്, പൈപ്പിന്റെ ഏത് ഹാർമോണിക രീതിയെ അനുനാദത്തിലൂടെ ഉത്തേജിപ്പിക്കുന്നു. ഈ പൈപ്പിന്റെ ഒരഗ്രം അടയ്ക്കുകയാണെങ്കിൽ ഇതേ സ്രോതസ്സുമായി അനുനാദം കാണിക്കുമോ? വായുവിൽ ശബ്ദത്തിന്റെ വേഗത 330 m s^{-1} ആണെന്നു എടുക്കുക.

ഉത്തരം: ആദ്യത്തെ ഹാർമോണിക ആവൃത്തി ഇപ്രകാരമാണ്.

$$\nu_1 = \frac{v}{\lambda_1} = \frac{v}{2L} \quad \text{(തുറന്ന പൈപ്പ്)}$$

ഇവിടെ L പൈപ്പിന്റെ നീളമാണ്. ഇതിന്റെ n-ാമത്തെ ഹാർമോണികത്തിന്റെ ആവൃത്തി

$$\nu_n = \frac{nv}{2L},\ n = 1, 2, 3, \ldots \text{(തുറന്ന പൈപ്പ്)}$$

ഒരു തുറന്ന പൈപ്പിന്റെ ആദ്യത്തെ ഏതാനും ചില മോഡുകൾ ചിത്രം 15.15-ൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നു.

$L = 30.0$ cm, $v = 330$ m s^{-1} നും

$$\nu_n = \frac{n\ 330\ (\text{m s}^{-1})}{0.6\ (\text{m})} = 550\ n\ \text{s}^{-1}$$

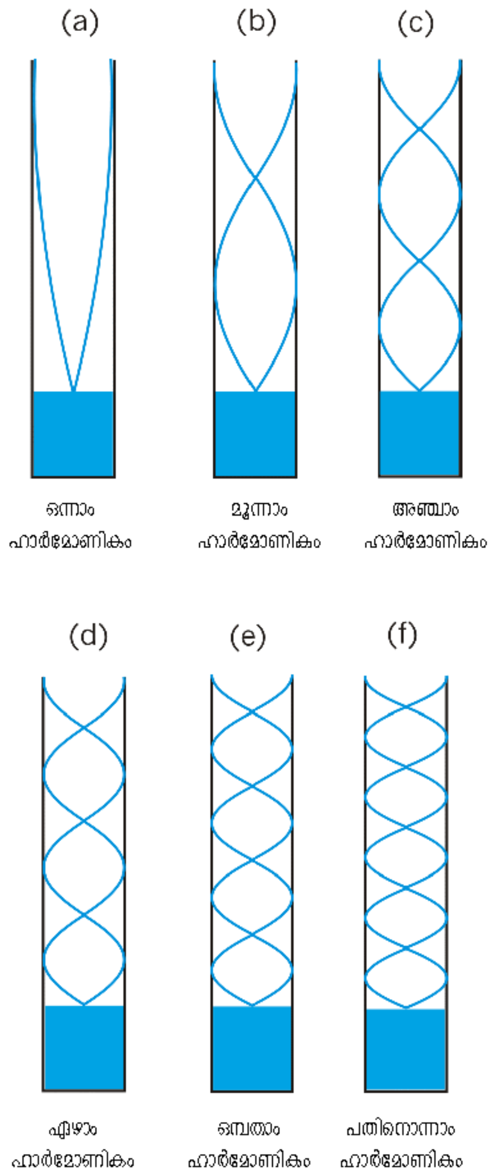
സ്പഷ്ടമായും 1.1 kHz ആവൃത്തിയുള്ള ഒരു സ്രോതസ്സ്, രണ്ടാമത്തെ ഹാർമോണികം ν_2 ൽ അനുനാദം കാണിക്കുന്നു. പൈപ്പിന്റെ ഒരഗ്രം അടച്ചതാണെങ്കിൽ (ചിത്രം 15.14) സമവാക്യം 14.38-ൽ നിന്നും അടിസ്ഥാന ആവൃത്തിയാണ്.

$$\nu_1 = \frac{v}{\lambda_1} = \frac{v}{4L} \quad \text{(പൈപ്പ് ഒരറ്റത്ത് അടഞ്ഞിരിക്കുന്നു)}$$

ഇവിടെ ഒറ്റ ഹാർമോണികങ്ങൾ മാത്രമേ ഉള്ളൂ.

$$\nu_3 = \frac{3v}{4L},\ \nu_5 = \frac{5v}{4L} \quad \text{ഇങ്ങനെ തുടരുന്നു.}$$

$L = 30$ cm ഉം $v = 330$ m s^{-1} നും, ഒരഗ്രം അടഞ്ഞ പൈപ്പിന്റെ അടിസ്ഥാന ആവൃത്തി 275 Hz ആണ്. സ്രോതസ്സിന്റെ ആവൃത്തി 4-ാമത്തെ ഹാർമോണികത്തിന് അനുരൂപമാണ്. ഈ ഹാർമോണികം സാദ്ധ്യമായ മോഡ് അല്ലാത്തതിനാൽ ഒരഗ്രം അടയ്ക്കുന്ന ക്ഷണത്തിൽ സ്രോതസ്സുമായി ഒരനുനാദവും കാണാൻ സാധിക്കുകയില്ല. ◀



ചിത്രം 15.14 *ഒരറ്റം അടഞ്ഞതും മറ്റേ അറ്റം തുറന്നതുമായ ഒരു വായുസ്തംഭത്തിലെ നോർമൽ മോഡുകൾ. ഇവിടെ സാധ്യമായത് ഒറ്റ ഹാർമോണികങ്ങൾ മാത്രമാണ്.*

15.7 ബീറ്റുകൾ (BEATS)

തരംഗങ്ങളുടെ വ്യതികരണത്തിൽ (Interference) നിന്നും ഉണ്ടാകുന്ന ഒരു രസകരമായ പ്രതിഭാസമാണ് ബീറ്റുകൾ. അടുത്തടുത്ത ആവൃത്തിയുള്ള, പക്ഷേ തുല്യമാല്ലാത്ത രണ്ട് ഹാർമോണിക ശബ്ദതരംഗങ്ങൾ ഒരേ സമയത്ത് കേൾക്കുമ്പോൾ, നമ്മൾ സമാനമായ ആവൃത്തിയുള്ള (അടുത്തുടുത്തുള്ള രണ്ട് ആവൃത്തികളുടെയും ശരാശരി) ഒരു ശബ്ദം കേൾക്കുന്നതോടൊപ്പം ശബ്ദതീവ്രതയുടെ വൃദ്ധിക്ഷയങ്ങൾ (waxing & waning)

കൂടി വ്യക്തമായി കേൾക്കാൻ കഴിയും. ഈ ശബ്ദത്തിന്റെ ആവൃത്തി രണ്ട് അടുത്തടുത്തുള്ള ആവൃത്തികളുടെ വ്യത്യാസത്തിന് തുല്യമായിരിക്കും. കലാകാരന്മാർ അവരുടെ സംഗീതോപകരണങ്ങൾ പരസ്പരം ട്യൂൺ ചെയ്യുമ്പോൾ ഈ പ്രതിഭാസം ഉപയോഗപ്പെടുത്തുന്നു. അവരുടെ സംവേദനക്ഷമമായ ചെവികൾ ബീറ്റുകളൊന്നും കേൾക്കാതെ വരുന്നതുവരെ ട്യൂൺ ചെയ്യുന്നതു തുടരുന്നു.

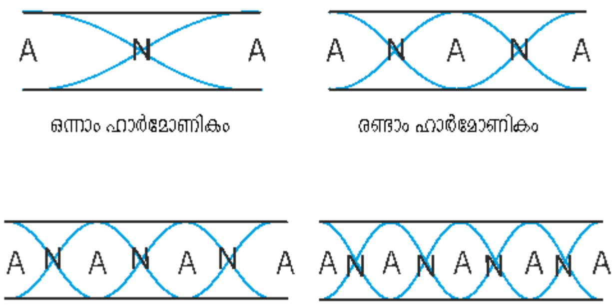
ഗണിതപരമായി ഇതിനെ സമീപിക്കാൻ, ഏകദേശം തുല്യമായ കോണീയ ആവൃത്തികൾ ω_1 ഉം ω_2 ഉം ഉള്ള രണ്ട് ഹാർമോണിക ശബ്ദതരംഗങ്ങളെ പരിഗണിക്കുകയും അവയുടെ സ്ഥാനം സൗകര്യത്തിനു വേണ്ടി $x = 0$ എന്ന് എടുക്കുകയും ചെയ്യുക. അനുയോജ്യമായ ഫേസ് (phase) ($\phi = \pi/2$ ഓരോന്നിനും) തെരഞ്ഞെടുക്കുകയും ആയതികൾ തുല്യമാണെന്ന് അനുമാനിക്കുകയും ചെയ്താൽ, സമവാക്യം 15.2 ഇപ്രകാരം എഴുതാം.

$$s_1 = a \cos \omega_1 t \quad \text{and} \quad s_2 = a \cos \omega_2 t \qquad (15.45)$$

ഇവിടെ നമ്മൾ അനുപ്രസ്ഥസ്ഥാനാന്തരത്തിനു പകരം, അനുദൈർഘ്യസ്ഥാനാന്തരത്തെക്കുറിച്ച് പറഞ്ഞിരിക്കുന്നതുകൊണ്ട്, ചിഹ്നം y യ്ക്കു പകരം s ഉപയോഗിച്ചിരിക്കുന്നു. രണ്ട് ആവൃത്തികളിൽ അൽപ്പം വലുത് ω_1 ആണെന്നിരിക്കട്ടെ. അധ്യാരോപണ സിദ്ധാന്തപ്രകാരം, ആകെ സ്ഥാനാന്തരം

$$s = s_1 + s_2 = a\,(\cos \omega_1 t + \cos \omega_2 t)$$

$$= 2\,a \cos \frac{(\omega_1 - \omega_2)t}{2} \cos \frac{(\omega_1 + \omega_2)t}{2} \qquad (15.46)$$



ഒന്നാം ഹാർമോണികം രണ്ടാം ഹാർമോണികം

മൂന്നാം ഹാർമോണികം നാലാം ഹാർമോണികം

ചിത്രം 15.15 രണ്ടറ്റവും തുറന്ന ഒരു പൈപ്പിലെ നിശ്ചല തരംഗങ്ങൾ

സംഗീത സ്തംഭങ്ങൾ

സംഗീത ഉപകരണങ്ങൾ വായിക്കുന്ന മനുഷ്യ രൂപങ്ങൾ ആലേഖനം ചെയ്തിരിക്കുന്ന തൂണുകൾ ക്ഷേത്രങ്ങളിൽ കാണാറുണ്ട്. പക്ഷേ ഈ തൂണുകൾ ഒരിക്കലും സ്വയം സംഗീതം പൊഴിക്കാറില്ല. തമിഴ്നാടിലെ നെല്ലൈയാപ്പർ അമ്പലത്തിൽ ഒരു കൂട്ടം സ്തൂപങ്ങൾ ഉണ്ട്. ഇതിൽ മൃദുവായി മുട്ടിയാൽ ഭാരതീയ ശാസ്ത്രീയ സംഗീതത്തിലെ മൂല സ്വരങ്ങളായ സ, രി, ഗ, മ, പ, ധ, നി, സ പുറപ്പെടുവിക്കുന്നു. ഈ തൂണുകളുടെ കമ്പനങ്ങൾ, അവയിൽ ഉപയോഗിച്ചിരിക്കുന്ന കല്ലുകളുടെ ഇലാസ്തികതയെയും സാന്ദ്രതയെയും, ആകാരത്തെയും ആശ്രയിച്ചിരിക്കുന്നു.

സംഗീത സ്തംഭങ്ങളെ മൂന്നായി തരംതിരിച്ചിരിക്കുന്നു. ആദ്യത്തേത് ശ്രുതി സ്തംഭം, ഇത് അടിസ്ഥാന സ്വരങ്ങൾ പുറപ്പെടുവിക്കുന്നു. രണ്ടാമത്തേത് 'ഗാനതൂണുകൾ' ഇത് രാഗങ്ങളുടെ മൂല ധ്വനി പുറപ്പെടുവിക്കുന്നു. മൂന്നാമത്തേത്, മുട്ടുമ്പോൾ 'താളം' (ബീറ്റുകൾ) പുറപ്പെടുവിക്കുന്ന 'ലയതൂണുകൾ' ആണ്. നെല്ലൈയാപ്പർ അമ്പലത്തിലെ തൂണുകൾ, ശ്രുതി, ലയ ശ്രേണിയിലുള്ളതാണ്.

ആർക്കിയോളജിസ്റ്റുകളുടെ കണക്കു പ്രകാരം ഈ അമ്പലം പാണ്ഡ്യൻ കുലത്തിലെ രാജാക്കന്മാർ 7-ാം നൂറ്റാണ്ടിൽ ഉണ്ടാക്കിയതാണ്.

ഈ അമ്പലവും ദക്ഷിണ ഭാരതത്തിൽ ഉണ്ടാക്കിയ പല അമ്പലങ്ങളും (ഹംപി - ചിത്രം കാണുക, കന്യാകുമാരിയിലെയും തിരുവനന്തപുരത്തെയും അമ്പലങ്ങൾ) സംഗീതസ്തംഭങ്ങൾ, നമ്മുടെ രാജ്യത്തിന്റെ മാത്രം സവിശേഷതയാണ്. ലോകത്തിലെ മറ്റു സ്ഥലങ്ങളിൽ ഒന്നും ഇതു കാണാൻ സാധിക്കുകയില്ല.

$$\frac{(\omega_1 - \omega_2)}{2} = \omega_b \text{ എന്നും } \frac{(\omega_1 + \omega_2)}{2} = \omega_a$$

എന്നും എഴുതിയാൽ, സമീകരണം 15.46 ഇപ്രകാരം എഴുതാം.

$$s = [2\,a \cos \omega_b t\,] \cos \omega_a t \qquad (15.47)$$

$|\omega_1 - \omega_2| << \omega_1, \omega_2$, ആണെങ്കിൽ $\omega_a >> \omega_b$ ആയിരിക്കും. സമീകരണം 15.47 താഴെപ്പറയും പ്രകാരം വ്യാഖ്യാനിക്കാം. പരിണത തരംഗങ്ങൾ (resultant wave) ശരാശരി കോണീയ ആവൃത്തി ω_a യിൽ ദോലനം ചെയ്യുന്നു; പക്ഷേ അവയുടെ ആയതികൾ പരിപൂർണ്ണ ഹാർമോ

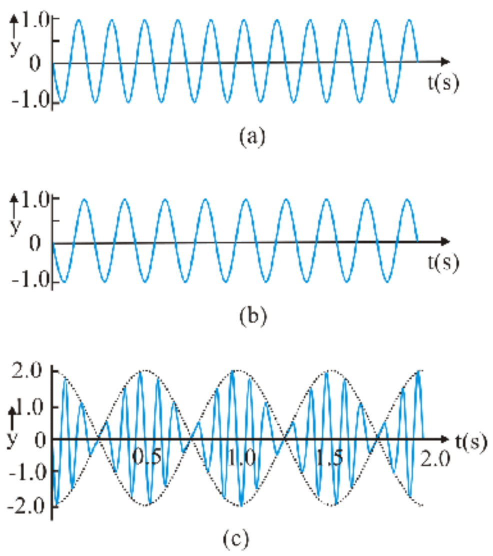
ണിക തരംഗങ്ങളുടേതു പോലെ സ്ഥിരമല്ല. $\cos \omega_b t$ യുടെ പരിധി വിലകൾ +1 അല്ലെങ്കിൽ -1 ആകുമ്പോൾ ആയതി അതിന്റെ പരമാവധി ആകുന്നു. മറ്റൊരു തരത്തിൽ പറഞ്ഞാൽ, പരിണത തരംഗങ്ങളുടെ (resultant waves) തീവ്രത, $2\omega_b = \omega_1 - \omega_2$. ആവൃത്തിയിൽ കൂടുകയും കുറയുകയും ചെയ്യുന്നു. $\omega = 2\pi\nu$; ആയതിനാൽ, ബീറ്റ് ആവൃത്തി $\nu_{\text{ബീറ്റ്}}$,

$$\nu_{\text{ബീറ്റ്}} = \nu_1 - \nu_2 \tag{15.48}$$

ചിത്രം 15.16, 11 Hz ഉം 9 Hz ഉം ആവൃത്തി ഉള്ള രണ്ട് ഹാർമോണിക തരംഗങ്ങളുടെ ബീറ്റ് എന്ന പ്രതിഭാസം കാണിച്ചു തരുന്നു. പരിണത തരംഗത്തിന്റെ (resultant wave) ആവൃത്തി, 2 Hz. ആവൃത്തിയിലുള്ള ബീറ്റുകൾ കാണിക്കുന്നു.

ഉദാഹരണം 15.6 'ഠ' ശബ്ദം പുറപ്പെടുവിക്കുന്ന രണ്ട് സിതാർ സ്ട്രിങുകൾ A ഉം B ഉം ട്യൂണിൽ ചെറിയ അന്തരം കാണിക്കുകയും 5 Hz ആവൃത്തിയിലുള്ള ബീറ്റുകൾ പുറപ്പെടുവിക്കുകയും ചെയ്യുന്നു. സ്ട്രിങ് B -യിലെ വലിവുബലം അൽപ്പം കൂട്ടുമ്പോൾ, ബീറ്റ് ആവൃത്തി 3 Hz ആയി കുറയുന്നു. 'A' യുടെ ആവൃത്തി 427 Hz ആണെങ്കിൽ 'B' യുടെ യഥാർത്ഥ ആവൃത്തി എത്രയാണ്.

ഉത്തരം : സ്ട്രിങിന്റെ വലിവുബലം കൂട്ടുന്നത് അതിന്റെ ആവൃത്തി വർദ്ധിപ്പിക്കുന്നു. 'B' യുടെ യഥാർത്ഥ ആവൃത്തി (ν_B) 'A' യുടേതിനേക്കാൾ കൂടുതലാണെങ്കിൽ, ν_B വീണ്ടും കൂട്ടുന്നത് ബീറ്റ് ആവൃത്തി കൂടുന്ന ഫലം ഉണ്ടാക്കിയേനേ. പക്ഷേ ബീറ്റ് ആവൃത്തി കുറയുന്നതാണ് കണ്ടത്. $\nu_B < \nu_A$ ആണെന്നാണ് ഇത് കാണിക്കുന്നത്. $\nu_A - \nu_B = 5$ Hz ഉം $\nu_A = 427$ Hz ഉം ആയതിനാൽ, $\nu_B = 422$ Hz എന്ന് കിട്ടും.



ചിത്രം 15.16 11 Hz ആവൃത്തിയിലുള്ളതും (a) 9Hz ആവൃത്തിയിലുള്ളതും (b) ആയ രണ്ട് ഹാർമോണിക തരംഗങ്ങളുടെ അധ്യാരോപണം 2 Hz ആവൃത്തിയിലുള്ള ബീറ്റുകൾ തരുന്നു (c).

15.8 ഡോപ്ലർ പ്രഭാവം (DOPPLER EFFECT)

വേഗത്തിൽ ചലിക്കുന്ന ഒരു ട്രെയിനിന്റെ വിസിലിന്റെ ശ്രുതി (Pitch അല്ലെങ്കിൽ ആവൃത്തി), അത് അകലേക്കു പോകുമ്പോൾ കുറയുന്നുവെന്നത് ദൈനംദിന ജീവിതത്തിലെ അനുഭവമാണ്. നമ്മൾ നല്ല വേഗത്തിൽ, സ്ഥിര ആവൃത്തിയുള്ള ഒരു ശബ്ദസ്രോതസ്സിന്റെ അടുത്തേക്കു പോകുമ്പോൾ കേൾക്കുന്ന ശബ്ദത്തിന്റെ ശ്രുതി, (pitch) സ്രോതസ്സിന്റെ യഥാർത്ഥത്തിലുള്ള ശ്രുതിയേക്കാൾ അധികമാണെന്ന പ്രതീതി ഉളവാകുന്നു. നിരീക്ഷകൻ (observer) സ്രോതസ്സിൽ (source) നിന്നും അകലേക്കു പോകുമ്പോൾ കേൾക്കുന്ന ശ്രുതി (pitch) യഥാർത്ഥത്തിലുള്ളതിനേക്കാൾ കുറവായിരിക്കും. ഈ ചലന-ബന്ധിതമായ ആവൃത്തി മാറ്റത്തെ ഡോപ്ലർ പ്രഭാവം (Doppler effect) എന്നു വിളിക്കുന്നു. ആസ്ട്രിയൻ ഭൗതികശാസ്ത്രജ്ഞനായ ജോഹാൻ ക്രിസ്റ്റ്യൻ ഡോപ്ലർ ഈ പ്രതിഭാസം ആദ്യമായി 1842 ൽ പ്രസ്താവിച്ചു. ബയ്സ് ബാലട് (Buys Ballot) ഹോളണ്ടിൽ, 1845-ൽ ഇത് പരീക്ഷണത്തിലൂടെ തെളിയിച്ചു. ഡോപ്ലർ പ്രഭാവം ഒരു തരംഗപ്രതിഭാസം ആണ്. ഇത് ശബ്ദതരംഗങ്ങൾക്ക് മാത്രമല്ല വൈദ്യുതകാന്തികതരംഗങ്ങൾക്കും ബാധകമാണ്. പക്ഷേ നമ്മൾ ഇവിടെ ശബ്ദതരംഗങ്ങൾ മാത്രമേ പരിഗണിക്കുകയുള്ളൂ.

ഇതിനായി നമ്മൾ മൂന്നു വ്യത്യസ്തമായ സാഹചര്യങ്ങളിൽ, ആവൃത്തിയിലുണ്ടാകുന്ന മാറ്റം പരിഗണിക്കും:

(1) നിരീക്ഷകൻ (observer) സ്ഥിരമാണ്, പക്ഷേ സ്രോതസ് (source) ചലനത്തിലാണ്.

(2) നിരീക്ഷകൻ ചലനത്തിലാണ്, സ്രോതസ്സ് നിശ്ചലമാണ്.

(3) നിരീക്ഷകനും സ്രോതസ്സും ചലനത്തിലാണ്. നിരീക്ഷകനും മാധ്യമത്തിനും (വായു) ഇടയിൽ ആപേക്ഷിക ചലനം ഉണ്ട് അല്ലെങ്കിൽ ഇല്ല എന്ന കാരണത്താൽ (1) ഉം (2) ഉം തമ്മിൽ വ്യത്യാസം ഉണ്ട്. മിക്കവാറും തരംഗങ്ങൾക്ക് സഞ്ചരിക്കാൻ മാധ്യമത്തിന്റെ ആവശ്യം ഉണ്ട്; എന്നാൽ വൈദ്യുതകാന്തിക തരംഗങ്ങൾക്ക് സഞ്ചരിക്കാൻ മാധ്യമം ആവശ്യമില്ല. മാധ്യമത്തിന്റെ സാന്നിധ്യം ഇല്ലെ

ഒരു തുറന്ന പൈപ്പിലെ ശബ്ദത്തിന്റെ പ്രതിപതനം

ഒരു തുറന്ന പൈപ്പിൽ ചലിക്കുന്ന വായുവിന്റെ, ഉയർന്ന മർദത്തിലുള്ള ഒരു സ്പന്ദനം ഇതിന്റെ രണ്ടാമത്തെ അഗ്രത്തിൽ എത്തുമ്പോൾ ഇതിന്റെ ആക്കം വായുവിനെ പുറത്തേക്ക് തള്ളിവിടും. ഇവിടെ ഇതിന്റെ മർദം അന്തരീക്ഷ മർദത്തിലേക്ക് പെട്ടെന്ന് താഴുന്നു. തൽഫലമായി ഈ സ്പന്ദനത്തിന്റെ പുറകെ വരുന്ന കുറച്ച് വായുവും കൂടി പുറത്തേക്ക് തള്ളപ്പെടുന്നു. ട്യൂബിന്റെ അഗ്രത്തിലെ താഴ്ന്ന മർദം, പൈപ്പിൽ, ഇതിന്റെ മുകളിലെ കുറച്ച് വായുവിനെ താഴോട്ട് വലിക്കുന്നു. ഇങ്ങനെ കുറഞ്ഞ മർദത്തിന്റെ മേഖല മുകളിലേക്ക് ചലിക്കുന്നു അങ്ങനെ താഴെക്ക് ചലിക്കുന്ന ഉയർന്ന മർദത്തിന്റെ സ്പന്ദനം, താഴ്ന്ന മർദസ്പന്ദനം ആയി മാറി മുകളിലേക്ക് ചലിക്കുന്നു. മർദ തരംഗങ്ങൾ, 180° ഫേസ് മാറ്റത്തോടുകൂടി തുറന്ന അഗ്രത്തിൽ പ്രതിപതനം ചെയ്യപ്പെട്ടു എന്നുപറയാം. പുല്ലാങ്കുഴൽ പോലെ തുറന്ന പൈപ്പ് ഉപകരണങ്ങളിൽ തരംഗങ്ങളുടെ, പ്രതിപതനം, ഈ പ്രതിഭാസത്തിന്റെ ഫലമാണ്. ഇതിനെ, ഉയർന്ന മർദതരംഗങ്ങൾ അടഞ്ഞ അഗ്രത്തിൽ വരുമ്പോൾ എന്തു സംഭവിക്കുന്നു എന്നതുമായി താരതമ്യം. ചെയ്യാം; അടഞ്ഞ അഗ്രത്തിൽ ഇടിച്ച് വായു വിപരീതദിശയിൽ തിരിച്ചുവരുന്നു. ഇവിടെ മർദതരംഗങ്ങളെ ഒരു ഫേസ് മാറ്റവും കൂടാതെ പ്രതിപതനം ചെയ്തു എന്നു നമുക്ക് പറയാവുന്നതാണ്.

ങ്കിൽ, ഈ രണ്ട് സാഹചര്യങ്ങളും തമ്മിൽ വേർതിരിച്ച് അറിയാൻ പറ്റാത്ത കാരണം, നിരീക്ഷകൻ ചലിച്ചാലും സ്രോതസ്സ് ചലിച്ചാലും ഡോപ്ലർ ഷിഫ്ടുകൾ (shifts) സമാനമാണ്.

15.8.1 സ്രോതസ്സ് ചലിക്കുന്നു: നിരീക്ഷകൻ സ്ഥിരമാണ് (Source in motion : observer at rest)

നിരീക്ഷകനിൽ നിന്നും സ്രോതസ്സിലേക്കുള്ള പ്രവേഗത്തിന്റെ ദിശ പോസിറ്റീവ് (Positive) ആണെന്ന രീതി നമുക്കു തിരഞ്ഞെടുക്കാം. ഇപ്പോൾ നമ്മൾ v_s പ്രവേഗത്തിൽ ചലിക്കുന്ന ഒരു സ്രോതസ്സ് S ഉം മാധ്യമം സ്ഥിരമായിരിക്കുന്ന ഒരു ഫ്രേമിൽ നിശ്ചലമായി ഇരിക്കുന്ന നിരീക്ഷകനെയും പരിഗണിക്കാം. ഒരു തരംഗത്തിന്റെ പ്രവേഗം 'v' ആണെന്നിരിക്കട്ടെ. മാധ്യമത്തെ അപേക്ഷിച്ച് നിശ്ചലമായി ഇരിക്കുന്ന നിരീക്ഷകൻ അളക്കുന്ന ഈ തരംഗത്തിന്റെ കോണീയ ആവൃത്തി ω യും ആവർത്തനകാലം T_0 യും ആണെന്നിരിക്കട്ടെ. ഓരോ തവണയും തരംഗത്തിന്റെ ശൃംഗം (crest) വരുമ്പോൾ എണ്ണാൻ നിരീക്ഷകന്റെ പക്കൽ ഒരു സംവേദിനി (detector) ഉണ്ടെന്നു കരുതുക. ചിത്രം 15.17 പ്രകാരം, സ്രോതസ്സ്, ബിന്ദു S_1 ആയിരിക്കുമ്പോൾ നിരീക്ഷകനിൽ നിന്നും 'L' ദൂരത്ത് സ്ഥിതി ചെയ്യുന്നു. ഈ സമയത്ത് സ്രോതസ്സ് ഒരു ശൃംഗം (crest) പുറപ്പെടുവിക്കുന്നു. ഇത് നിരീക്ഷകനിൽ $t_1 = L/v$ സമയം കൊണ്ട് എത്തിച്ചേരുന്നു. $t = T_0$ സമയം കൊണ്ട് സ്രോതസ്സ്, $v_s T_0$ ദൂരം സഞ്ചരിച്ച് നിരീക്ഷകനിൽ നിന്നും $L + v_s T_0$ ദൂരത്തിലുള്ള S_2വിൽ എത്തിച്ചേരുമ്പോൾ സ്രോതസ്സ് രണ്ടാമതൊരു തരംഗം പുറപ്പെടുവിക്കുന്നു. ഇത് നിരീക്ഷകനിൽ

$$t_2 = T_0 + \frac{(L + v_s T_0)}{v}$$

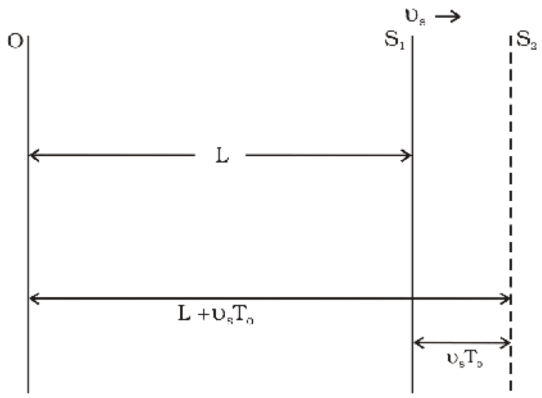
സമയത്ത് എത്തിച്ചേരുന്നു. $n T_0$, സമയത്തിൽ സ്രോതസ്സ് അതിന്റെ $(n-1)$-ാം മത് ശൃംഗം (crest) പുറപ്പെടുവിക്കുകയും ഇത് നിരീക്ഷകനിൽ

$$t_{n+1} = n\ T_0 + \frac{(L + n v_s T_0)}{v}$$

സമയത്തിൽ എത്തിച്ചേരുകയും ചെയ്യുന്നു. അതിനാൽ

$$\left[n T_0 + \frac{(L + n v_s T_0)}{v} - \frac{L}{v} \right]$$

ഇടവേളയിൽ നിരീക്ഷകന്റെ സംവേദിനി (detector) 'n' ശൃംഗങ്ങൾ (crest) എണ്ണുകയും നിരീക്ഷകൻ തരംഗത്തിന്റെ ആവർത്തനകാലം 'T' താഴെ പറയും പ്രകാരം രേഖപ്പെടുത്തുകയും ചെയ്യും.



ചിത്രം 15.17 സ്രോതസ് ചലിക്കുകയും നിരീക്ഷകൻ നിശ്ചലാവസ്ഥയിലായിരിക്കുകയും ചെയ്യുമ്പോഴുള്ള ഡോപ്ലർ പ്രഭാവം.

$$T = \left[nT_0 + \frac{(L + nv_sT_0)}{v} - \frac{L}{v}\right]/n$$

$$= T_0 + \frac{v_sT_0}{v}$$

$$= T_0\left(1 + \frac{v_s}{v}\right) \qquad (15.49)$$

15.49 നമുക്ക് ആവൃത്തിയുടെ സമവാക്യമായി എഴുതാം. സ്രോതസ്സും നിരീക്ഷകനും സ്ഥിരമായിരിക്കുമ്പോഴുള്ള ആവൃത്തി ν_0 ആണെങ്കിൽ സ്രോതസ്സ് ചലിക്കുമ്പോഴുള്ള ആവൃത്തി ν, ഇപ്രകാരം എഴുതാം.

$$\nu = \nu_0\left(1 + \frac{v_s}{v}\right)^{-1} \qquad (15.50)$$

തരംഗവേഗം v യുമായി താരതമ്യം ചെയ്യുമ്പോൾ v_s ചെറുതാണെങ്കിൽ v_s/vയുടെ ആദ്യത്തെ ഓർഡറിൽ ബൈനോമിയൽ എക്സ്പാൻഷൻ എടുത്ത് ഉയർന്ന പവറുകളെ (higher power) അവഗണിച്ചാൽ സമവാക്യം (15.50) ഏകദേശം ഇപ്രകാരമായിരിക്കും.

$$\nu = \nu_0\left(1 - \frac{v_s}{v}\right) \qquad (15.51)$$

സ്രോതസ്സ് നിരീക്ഷകന്റെ അടുത്തേക്ക് വരികയാണെങ്കിൽ v_s നും പകരം $-v_s$ കൊടുക്കുമ്പോൾ നമുക്ക് കിട്ടും.

$$\nu = \nu_0\left(1 + \frac{v_s}{v}\right) \qquad (15.52)$$

സ്രോതസ്സ് നിരീക്ഷകനിൽ നിന്ന് അകന്നു പോകുമ്പോഴുള്ള ആവൃത്തി, അത് നിശ്ചലമായിരിക്കുമ്പോൾ അളക്കുന്നതിനെക്കാൾ കുറവായിരിക്കും. സ്രോതസ്സ് നിരീക്ഷകന്റെയടുത്തോക്കു വരുമ്പോൾ, ഉയർന്ന ആവൃത്തി അളക്കുന്നു.

15.8.2 നിരീക്ഷകൻ ചലിക്കുന്നു, സ്രോതസ്സ് സ്ഥിരമായിരിക്കുന്നു.

സ്രോതസ്സ് നിശ്ചലമായിരിക്കുകയും നിരീക്ഷകൻ v_o പ്രവേഗത്തോടെ സ്രോതസ്സിലേക്കു ചലിക്കുകയും ചെയ്യുമ്പോഴുള്ള ഡോപ്ലർ ഷിഫ്റ്റ് രൂപീകരിക്കാൻ നമുക്ക് മറ്റൊരു രീതിയിൽ മുന്നോട്ടു പോകേണ്ടിവരും. നമുക്ക് ചലിക്കുന്ന നിരീക്ഷകന്റെ ഫ്രെയിമിൽ (reference frame) നിന്നുകൊണ്ട് നിരീക്ഷിക്കാം. ഈ ഫ്രെയിമിൽ സ്രോതസ്സും മാധ്യമവും v_o വേഗത്തിൽ അടുത്തേക്കു വരുന്നു. തരംഗം അടുത്തേക്കു വരുന്ന വേഗം v_o v ആണ്. മുമ്പത്തെ സാഹചര്യത്തിന് സമാനമായ രീതി പിന്തുടർന്നാൽ, ആദ്യത്തേതും $(n+1)$-ാംമത്തേതും ശൃംഗങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള ഇടവേള.

$$t_{n+1} - t_1 = n\ T_0 - \frac{nv_0T_0}{v_0 + v}$$

നിരീക്ഷകൻ തരംഗത്തിന്റെ ആവർത്തനകാലം താഴെ പറയും പ്രകാരം അളക്കും.

$$= T_0\left(1 - \frac{v_0}{v_0 + v}\right) = T_0\left(\frac{v}{v_0 + v}\right)$$

$$= T_0\ \left(1 + \frac{v_0}{v}\right)^{1}$$

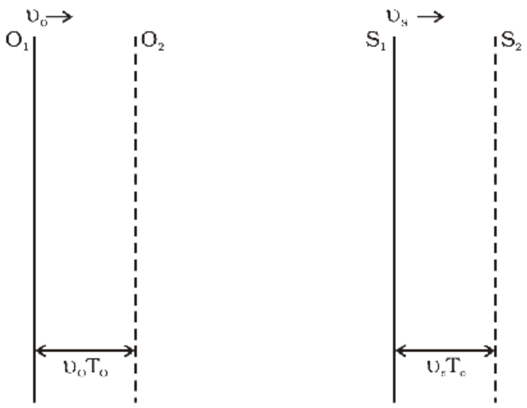
ഇതിൽ നിന്നും,

$$\nu = \nu_0\left(1 + \frac{v_0}{v}\right) \qquad (15.53)$$

സമവാക്യം (15.53) ഉം (15.51) ഉം സമാനമാകയാൽ, $\frac{v_0}{v}$ ചെറുതാണെങ്കിൽ, നിരീക്ഷകൻ ചലിച്ചാലും സ്രോതസ്സ് ചലിച്ചാലും ഡോപ്ലർ ഷിഫ്റ്റ് ഏകദേശം ഒരുപോലെയായിരിക്കും.

15.8.3 സ്രോതസ്സും നിരീക്ഷകനും ചലിക്കുമ്പോൾ

സ്രോതസ്സും നിരീക്ഷകനും ചലിക്കുമ്പോൾ, നമുക്ക് ഡോപ്ലർ നീക്കം ഒരു പൊതുവായ സമവാക്യം രൂപീകരിക്കാം. മുമ്പത്തെ പോലെ നിരീക്ഷകനിൽ നിന്നും സ്രോതസ്സിലേക്കുള്ള ദിശ പോസിറ്റീവാണെന്ന് എടുക്കും. സ്രോതസ്സും നിരീക്ഷകനും യഥാക്രമം V_S ഉം V_0 പ്രവേഗത്തിൽ ചിത്രം 15.18ൽ കാണിച്ച പ്രകാരം സഞ്ചരിക്കുകയാണെന്നിരിക്കട്ടെ. $t = 0$ സമയത്തിൽ നിരീക്ഷകൻ O_1 ലും സ്രോതസ്സ് S_1ലും ആയിരിക്കട്ടെ. മാധ്യമത്തെ അപേക്ഷിച്ച് വിശ്രമാവസ്ഥയിൽ ആണ് നിരീക്ഷകൻ. സ്രോതസ്സ് പുറപ്പെടുവിക്കുന്ന തരംഗത്തിന്റെ വേഗം v യും ആവൃത്തി 'ν' യും ആവർത്തനകാലം T_0 യും ആണെന്നിരിക്കട്ടെ. $t = 0$ സമയത്തിൽ സ്രോതസ്സ് ആദ്യത്തെ ശൃംഗം പുറപ്പെടുവിക്കുമ്പോൾ O_1 നും S_1നും ഇടയ്ക്കുള്ള ദൂരം L ആണെന്നിരിക്കട്ടെ. ഇപ്പോൾ നിരീക്ഷകൻ ചലിക്കുന്നതിനാൽ, നിരീക്ഷകനെ അപേക്ഷിച്ച് തരംഗത്തിന്റെ പ്രവേഗം $v+v_0$ ആണ്. അതിനാൽ ആദ്യത്തെ ശൃംഗം നിരീക്ഷകനിൽ എത്തുന്ന സമയം $t_1 = L/(v+v_0)$ആണ്. t T_0 സമയത്ത് സ്രോതസ്സും നിരീക്ഷകനും അവരുടെ പുതിയ സ്ഥാനമായ S_2, O_2 വിലേക്ക് സ്ഥാനം മാറിയിരിക്കും നിരീക്ഷകനും സ്രോതസ്സിനും ഇടയിലുള്ള പുതിയ ദൂരം $L+(v_s-v_0)\ T_0$ ആയിരിക്കും. S_2



ചിത്രം 15.18 സ്രോതസ്സും നിരീക്ഷകനും വ്യത്യസ്ത പ്രവേഗങ്ങളിൽ ചലിക്കുമ്പോഴുണ്ടാകുന്ന ഡോപ്ലർ പ്രഭാവം

വിൽ സ്രോതസ്സ് രണ്ടാമതൊരു ശൃംഗം പുറപ്പെടുവിക്കുന്നു.

ഇത് നിരീക്ഷകന്റെ അടുത്ത് എത്തുന്ന സമയം

$$t_2 = T_o + [L + (v_s - v_o)T_o)] \,/(v - v_o)$$

സമയം nT_o ൽ സ്രോതസ് അതിന്റെ $(n+1)$-ാം ശൃംഗം പുറപ്പെടുവിക്കുന്നു. ഇത് നിരീക്ഷകനിൽ എത്തുന്ന സമയം

$$t_{n+1} = nT_o + [L + n\,(v_s - v_o)T_o)] \,/(v - v_o)$$

അതിനാൽ $t_{n+1} - t_1$ ഇടവേളയിൽ അതായത്,

$$nT_o + [L + n\,(v_s - v_o)T_o)] \,/(v + v_o) - L\,/(v - v_o),$$

നിരീക്ഷകൻ 'n' ശൃംഗങ്ങൾ എണ്ണുകയും ഈ തരംഗത്തിന്റെ ആവർത്തനകാലം

$$T = T_0 \left(1 + \frac{v_s - v_o}{v + v_0}\right) = T_0 \left(\frac{v + v_s}{v + v_0}\right) \qquad (15.54)$$

എന്ന് രേഖപ്പെടുത്തുകയും ചെയ്യും.

നിരീക്ഷകൻ നിരീക്ഷിക്കുന്ന ആവൃത്തി ν ഇപ്രകാരം ആണ്.

$$\nu = \nu_0 \left(\frac{\upsilon + \upsilon_0}{\upsilon + \upsilon_s}\right) \qquad (15.55)$$

നേരെയുള്ള ട്രാക്കിൽ സഞ്ചരിക്കുന്ന ട്രെയിനിൽ ഇരിക്കുന്ന ഒരു യാത്രക്കാരിയെ സങ്കൽപ്പിക്കുക. ട്രെയിനിന്റെ ഡ്രൈവർ ഹോൺ മുഴക്കുന്നത് അവർ കേട്ടു എന്നിരിക്കട്ടെ. അവർ എത്ര ആവൃത്തിയിലായിരിക്കും ശബ്ദം കേൾക്കുക? ഇവിടെ സ്രോതസ്സും നിരീക്ഷകനും സമാനവേഗത്തിൽ ചലിക്കുന്നതിനാൽ ആവൃത്തിയിൽ അന്തരം ഉണ്ടാകുകയില്ല. യാത്രക്കാരി, സ്രോതസ്സ് ഉത്പാദിപ്പിക്കുന്ന സ്വാഭാവിക ആവൃത്തി കേൾക്കും പക്ഷേ പാളത്തിന്റെ സമീപത്ത് നിൽക്കുന്ന ഒരു നിരീക്ഷകൻ ട്രെയിൻ അടുത്തേക്കു വരുമ്പോൾ സ്വാഭാവിക ആവൃത്തിയേക്കാൾ കൂടുതൽ കേൾക്കും. ട്രെയിൻ

ഡോപ്ലർ പ്രഭാവത്തിന്റെ പ്രയോജനങ്ങൾ

ചലിക്കുന്ന വസ്തുക്കൾ തരംഗങ്ങളിൽ ഡോപ്ലർ പ്രഭാവം കാരണം ഉണ്ടാക്കുന്ന ആവൃത്തി മാറ്റം, അളന്ന് മിലിട്ടറി, ഔഷധ-ശാസ്ത്രം, ജ്യോതിശാസ്ത്രം (astrophysics) മുതലായ വിവിധ മേഖലകളിൽ, അവയുടെ പ്രവേഗം കണ്ടുപിടിക്കാൻ ഉപയോഗിക്കുന്നു. വാഹനങ്ങൾ വേഗപരിധി ലംഘിക്കുന്നുണ്ടോയെന്ന് അന്വേഷിക്കാനും പോലീസ് ഇത് ഉപയോഗിക്കുന്നു. ആവൃത്തി അറിയാവുന്ന ഒരു ശബ്ദ തരംഗം അല്ലെങ്കിൽ വൈദ്യുതകാന്തിക തരംഗം ചലിക്കുന്ന വസ്തുവിന്റെ നേർക്ക് അയയ്ക്കുന്നു ചലിക്കുന്ന വസ്തുക്കളിൽ തട്ടി പ്രതിപതിക്കുന്ന തരംഗങ്ങളുടെ ആവൃത്തി ഒരു മോണിറ്ററിംഗ് സ്റ്റേഷനിൽ അളക്കുന്നു. ഈ രണ്ടു തരംഗങ്ങളുടെയും ആവൃത്തികൾക്കിടയിലുള്ള അന്തരത്തിനെ ഡോപ്ലർ ഷിഫ്ട് (Doppler shift) എന്നു വിളിക്കുന്നു.

വിമാനത്താവളത്തിൽ വിമാനങ്ങൾക്ക് മാർഗനിർദേശം കൊടുക്കാനും, ശത്രുവിന്റെ വിമാനം കണ്ടുപിടിക്കാനും ഇതുപയോഗിക്കുന്നു. ജ്യോതിശാസ്ത്രജ്ഞർ ഇതിനെ നക്ഷത്രങ്ങളുടെ പ്രവേഗം നിർണയിക്കാൻ ഉപയോഗിക്കുന്നു.

ഹൃദയ സ്പന്ദനങ്ങളെയും ശരീരത്തിലെ വ്യത്യസ്ത ഭാഗങ്ങളിലെ രക്ത പ്രവാഹങ്ങളെയും പഠിക്കാൻ ഡോക്ടർമാർ ഇതുപയോഗിക്കുന്നു. ഇവിടെ അവർ അൾട്രാസോണിക് തരംഗങ്ങളെ (ultrasonic waves) ഉപയോഗിക്കുന്നു. ഇതിനെ സോണോഗ്രാഫി എന്നും വിളിക്കുന്നു.

അൾട്രാസോണിക് തരംഗങ്ങൾ വ്യക്തിയുടെ ശരീരത്തിൽ പ്രവേശിക്കുകയും പ്രതിപതിക്കുന്ന തരംഗങ്ങൾ, രക്തത്തിന്റെ ചലനത്തെക്കുറിച്ചും ഹൃദയ വാൽവുകളുടെ സ്പന്ദനങ്ങളെക്കുറിച്ചും ഭ്രൂണത്തിന്റെ ഹൃദയത്തിന്റെ സ്പന്ദനങ്ങളെ ക്കുറിച്ചും വിവരങ്ങൾ തരികയും ചെയ്യുന്നു. ഹൃദയത്തിന്റെ കാര്യത്തിൽ ഇങ്ങനെ സൃഷ്ടിക്കപ്പെടുന്ന ചിത്രത്തെ എക്കോകാർഡിയോഗ്രാം (echo cardiogram) എന്നു വിളിക്കുന്നു.

അയാളിൽ നിന്നും ദൂരേക്കു പോകുമ്പോൾ, കുറഞ്ഞ ആവൃത്തിയും കേൾക്കുന്നു.

നിരീക്ഷകനിൽ നിന്നും സ്രോതസ്സിലേക്കുള്ള ദിശയെ പോസിറ്റീവ് ദിശയായി എടുത്തുവെന്നത് ശ്രദ്ധിക്കുക. അതിനാൽ നിരീക്ഷകൻ സ്രോതസിന്റെ അടുത്തേക്ക് ചലിക്കുമ്പോൾ; v_0വിന്റെ മൂല്യം പോസിറ്റീവാണ്. പക്ഷേ 'O' സ്രോതസ്സ് 'S' ൽ നിന്നും അകലേക്ക് പോകുമ്പോൾ, v_0 യുടെ മൂല്യം നെഗറ്റീവാണ്. മറ്റൊരുതരത്തിൽ പറഞ്ഞാൽ 'S' നിരീക്ഷകൻ 'O' യിൽ നിന്നും അകലേക്കു പോകുമ്പോൾ v_Sന് പോസിറ്റീവ് മൂല്യവും 'O' യുടെ അടുത്തേക്ക് പോകുമ്പോൾ, V_S ന് നെഗറ്റീവ് മൂല്യവുമാണ്.

സ്രോതസ്സ് പുറപ്പെടുവിക്കുന്ന ശബ്ദം എല്ലാദിശകളിലും സഞ്ചരിക്കുന്നു. നിരീക്ഷകന്റെ അടുത്തേക്കുവരുന്ന ശബ്ദത്തിന്റെ ഭാഗത്തെയാണ് നിരീക്ഷകൻ കേൾക്കുകയും നിർണ്ണയിക്കുകയും ചെയ്യുന്നത്. അതിനാൽ നിരീക്ഷകനെ അപേക്ഷിച്ച് ശബ്ദത്തിന്റെ ആപേക്ഷികപ്രവേഗം എല്ലായ്പ്പോഴും $v+v_0$ ആയിരിക്കും.

▶ ***ഉദാഹരണം 15.7*** ഒരു റോക്കറ്റ് 200 m s⁻¹ പ്രവേഗത്തിൽ ഒരു സ്ഥിരലക്ഷ്യത്തിലേക്ക് ചലിക്കുന്നു. ചലിക്കുമ്പോൾ അത് 1000 Hz ആവൃത്തിയിൽ തരംഗങ്ങൾ പുറപ്പെടുവിക്കുന്നു. ലക്ഷ്യത്തിലെത്തിച്ചേരുന്ന ശബ്ദത്തിന്റെ കുറച്ചുഭാഗം റോക്കറ്റിലേക്ക് പ്രതിപതിക്കുന്നു. (1) ലക്ഷ്യത്തിൽ നിർണ്ണയിക്കുന്ന ശബ്ദത്തിന്റെ ആവൃത്തിയും (2) റോക്കറ്റ് നിർണ്ണയിക്കുന്ന പ്രതിധ്വനിയുടെ ആവൃത്തിയും കണക്കാക്കുക.

ഉത്തരം (1) നിരീക്ഷകൻ വിശ്രമാവസ്ഥയിലാകുകയും സ്രോതസ്സ് 200 m s⁻¹ വേഗതയിൽ ചലിക്കുകയുമാണ്. ഇത് ശബ്ദത്തിന്റെ പ്രവേഗമായ 330 m s⁻¹ മായി താരതമ്യം ചെയ്യാവുന്നതാണ്. അതിനാൽ നമ്മൾ സമവാക്യം 15.51 അല്ല സമവാക്യം (15.50) ആണ് ഉപയോഗിക്കേണ്ടത്. സ്രോതസ്സ്, സ്ഥിരലക്ഷ്യത്തിന്റെ അടുത്തേക്ക് വരുന്നതിനാൽ, $v_o = 0$, ഉം v_sന് പകരം $-v_s$ ഉം എഴുതാവുന്നതാണ്.

അങ്ങനെ നമുക്ക് ലഭിക്കുന്നത്;

$$v = v_0\left(1 - \frac{v_s}{v}\right)^{-1}$$

$$v = 1000 \text{ Hz} \times [1 - 200 \text{ m s}^{-1}/330 \text{ m s}^{-1}]^{-1}$$

$$\simeq 2540 \text{ Hz}$$

(2) ലക്ഷ്യം ആണ് ഇപ്പോഴത്തെ പുതിയ സ്രോതസ്സ് (പ്രതിധ്വനിയുടെ പുതിയ സ്രോതസ്സ്) റോക്കറ്റിന്റെ ഡിറ്റക്ടർ ആണ് ഇപ്പോൾ ഡിറ്റക്ടർ അല്ലെങ്കിൽ സ്വീകർത്താവ് (കാരണം ഇത് പ്രതിധ്വനിയെ സ്വീകരിക്കുന്നു) അങ്ങനെ $v_s = 0$ യുടെയും v_o യുടെയും മൂല്യം പോസിറ്റീവാണ്. സ്രോതസ്സ് ലക്ഷ്യം പുറപ്പെടുവിക്കുന്ന ശബ്ദത്തിന്റെ ആവൃത്തി v ആണ്. റോക്കറ്റ് രേഖപ്പെടുത്തുന്ന ആവൃത്തി;

$$v' = v\left(\frac{v + v_0}{v}\right)$$

$$= 2540 \text{Hz} \times \left(\frac{200\text{ms}^{-1} + 330\text{ms}^{-1}}{330\text{ms}^{-1}}\right)$$

$$\simeq \quad 4080 \text{ Hz}$$ ◀

സംഗ്രഹം

1. യാന്ത്രികതരംഗങ്ങൾക്ക് ദ്രവ്യമാധ്യമങ്ങളിൽ നിലനിൽക്കാൻ കഴിയും. ഇവ ന്യൂട്ടന്റെ ചലനനിയമങ്ങൾ അനുസരിക്കുന്നു.

2. അനുപ്രസ്ഥതരംഗങ്ങളിൽ മാധ്യമത്തിലെ കണങ്ങൾ, തരംഗ സഞ്ചാരത്തിന്റെ ദിശയ്ക്ക് ലംബമായി ദോലനം ചെയ്യുന്നു.

3. അനുദൈർഘ്യതരംഗങ്ങളിൽ മാധ്യമത്തിലെ കണങ്ങൾ, തരംഗ പ്രേഷണ ദിശയ്ക്ക് സമാന്തരമായി ദോലനം ചെയ്യുന്നു.

4. പ്രോഗ്രസ്സീവ് തരംഗം എന്നാൽ മാധ്യമത്തിന്റെ ഒരു ബിന്ദുവിൽ നിന്നും മറ്റൊരു ബിന്ദുവിലേക്ക് ചലിക്കുന്ന തരംഗങ്ങൾ ആണ്.

5. പോസിറ്റീവ് 'x' ദിശയിൽ സഞ്ചരിക്കുന്ന സൈനുസോയിഡൽ തരംഗങ്ങളുടെ സമവാക്യം ആണ് $y(x, t) \quad a \sin(kx - \omega t + \phi)$

   ഇവിടെ 'a' തരംഗത്തിന്റെ ആയതിയും 'k' കോണീയ തരംഗ സംഖ്യയും 'ω' കോണീയ ആവൃത്തിയും $(kx - \omega t + \phi)$ ഫേസും, ϕ ഫേസ് സ്ഥിരാങ്കം അല്ലെങ്കിൽ ഫേസ് കോണും ആണ്.

6. ഒരു പ്രോഗ്രസ്സീവ് തരംഗത്തിന്റെ തരംഗദൈർഘ്യം 'λ' ഒരു നിശ്ചിത സമയത്ത് ഒരേ ഫേസിലുള്ള അടുത്തടുത്ത രണ്ട് ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള ദൂരമാണ്. ഒരു സ്ഥിരതരംഗത്തിൽ ഇത് അടുത്തടുത്തുള്ള രണ്ട് നോഡുകൾ അഥവാ ആന്റി നോഡുകൾ തമ്മിലുള്ള ദൂരമാണ്.

7. ഒരു തരംഗത്തിന്റെ ദോലനത്തിന്റെ ആവർത്തനകാലം (T) എന്നാൽ മാധ്യമത്തിലെ ഒരു ഘടകം ഒരു മുഴുവൻ ദോലനത്തിലൂടെയും കടന്നുപോകാൻ എടുക്കുന്ന സമയമാണ്. ഇത് കോണീയ ആവൃത്തി ω യുമായി താഴെ പറയും പ്രകാരം ബന്ധപ്പെട്ടിരിക്കുന്നു. $T = \frac{2\pi}{\omega}$

8. ഒരു തരംഗത്തിന്റെ ആവൃത്തി $\nu = \frac{1}{T}$ ആയി നിർവചിച്ചിരിക്കുന്നു. ഇതിനെ കോണീയ ആവൃത്തിയുമായി താഴെ പറയും പ്രകാരം ബന്ധപ്പെടുത്താം.

   $\nu = \frac{\omega}{2\pi}$ ആണ്.

9. ഒരു മുന്നേറ്റ തരംഗത്തിന്റെ വേഗം $v = \frac{\omega}{k} = \frac{\lambda}{T} = \lambda\nu$ ആണ്.

10. ഒരു വലിഞ്ഞു നിൽക്കുന്ന ചരടിലെ അനുപ്രസ്ഥതരംഗങ്ങളുടെ വേഗം ആ ചരടിന്റെ സ്വഭാവഗുണങ്ങളെ ആശ്രയിച്ചിരിക്കുന്നു. വലിവുബലം T യും രേഖീയ മാസ് സാന്ദ്രത μ ഉം ഉള്ള ചരടിലെ വേഗതയാണ് $v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$

11. ശബ്ദ തരംഗങ്ങൾ ഖരത്തിൽ കൂടിയും ദ്രവത്തിൽ കൂടിയും സഞ്ചരിക്കാൻ കഴിയുന്ന അനുദൈർഘ്യ യാന്ത്രിക തരംഗങ്ങളാണ്. ബൾക്ക് മോഡുലസ് Bയും മാസ് സാന്ദ്രത ρ യും ഉള്ള ഒരു ദ്രവത്തിൽ ശബ്ദത്തിന്റെ വേഗമാണ്

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$$

ഒരു ലോഹബാറിൽ അനുദൈർഘ്യ തരംഗങ്ങളുടെ വേഗം

$v = \sqrt{\frac{Y}{\rho}}$ ആണ്

വാതകങ്ങൾക്ക് B=γP ആകയാൽ ശബ്ദത്തിന്റെ വേഗം

$v = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}}$ ആണ്

P മർദവും 'γ' വാതകത്തിന്റെ രണ്ട് വിശിഷ്ട താപധാരിതകളുടെ അനുപാതവുമാണ്.

$$\left(\gamma = \frac{C_p}{C_v}\right)$$

12. രണ്ടോ അതിലധികമോ തരംഗങ്ങൾ ഏതെങ്കിലും ഒരു മാധ്യമത്തിലൂടെ ഒരേ സമയം സഞ്ചരിക്കുമ്പോൾ, മാധ്യമത്തിലെ ഏതെങ്കിലും ഘടകത്തിന്റെ സ്ഥാനാന്തരം ഓരോ തരംഗം മൂലമുള്ള സ്ഥാനാന്തരത്തിന്റെയും ആകെത്തുകയാണ് ഇത് തരംഗങ്ങളുടെ അധ്യാരോപണതത്വം [principle of super position] എന്നു അറിയപ്പെടുന്നു.

$$y = \sum_{i=1}^{n} f_i(x - vt)$$

13. ഒരേ ചരടിലെ രണ്ടു സൈനുസോയിഡൽ തരംഗങ്ങൾ അദ്ധ്യാരോപണതത്വപ്രകാരം കൂടിച്ചേരുകയും ഇല്ലാതാക്കപ്പെടുകയും ചെയ്യുന്നതിലൂടെ ഇന്റർഫെറൻസ് പ്രദർശിപ്പിക്കുന്നു. ഒരേ ആയതി a യും ഒരേ ആവൃത്തിയുമുള്ള പക്ഷേ, ഒരു ഫേസ് സ്ഥിരാങ്കം ϕ വഴി ഫേസിൽ വ്യത്യാസപ്പെട്ടിരിക്കുന്നതുമായ രണ്ട് തരംഗങ്ങൾ ഒരേ ദിശയിൽ സഞ്ചരിക്കുകയാണെങ്കിൽ അതിന്റെ പരിണതഫലം ഒരേ കോണീയ ആവൃത്തി ω ഉള്ള ഒറ്റ തരംഗമായിരിക്കും. ഈ തരംഗത്തിന്റെ സ്ഥാനാന്തരത്തിന്റെ സമവാക്യമാണ്.

$$y(x, t) = \left[2a \cos\frac{1}{2}\phi\right] \sin\left(kx - \omega t + \frac{1}{2}\phi\right)$$

$\phi = 0$ അല്ലെങ്കിൽ 2π യുടെ പൂർണാങ്ക ഗുണിതങ്ങൾ ആണെങ്കിൽ തരംഗങ്ങൾ ഒരേ ഫേസിലായിരിക്കുകയും പോഷക ഇന്റർഫറൻസ് ഉണ്ടാക്കുകയും ചെയ്യും. $\phi = \pi$ ആണെങ്കിൽ അവ കൃത്യമായും വിപരീതമാകുകയും അവ ശോഷക ഇന്റർഫറൻസ് ഉണ്ടാക്കുകയും ചെയ്യും.

14. ഒരു സഞ്ചാരതരംഗം ഒരു ദൃഢമായ ബൗണ്ടറി (rigid boundary) അഥവാ ഒരു അടഞ്ഞ അഗ്രത്തിൽ നേർവിപരീത ഫേസിൽ പ്രതിപതിക്കപ്പെടുന്നു. പക്ഷേ ഒരു തുറന്ന ബൗണ്ടറിയിൽ പ്രതിപതനം ഫേസ് മാറ്റമില്ലാതെ നടക്കുന്നു.

പതനതരംഗത്തിന് $y_i(x, t) = a \sin(kx - \omega t)$

ദൃഢബൗണ്ടറിയിൽ നിന്ന് പ്രതിപതിച്ച തരംഗമാണ് $y_r(x, t) = -a \sin(kx + \omega t)$

തുറന്ന ബൗണ്ടറിയിലെ പ്രതിപതനത്തിന് $y(x, t) = [2a \sin kx] \cos \omega t$

15. വിപരീതദിശകളിൽ സഞ്ചരിക്കുന്ന രണ്ട് സദൃശ തരംഗങ്ങളുടെ ഇന്റർഫെറൻസ് മൂലം നിശ്ചലതരംഗങ്ങൾ (stationary wave) ഉണ്ടാകുന്നു. രണ്ടഗ്രങ്ങൾ ഉറപ്പിച്ച

അഗ്രങ്ങളോടു കൂടിയ ചരടിലുണ്ടാകുന്ന, നിശ്ചലതരംഗ (standing wave) ത്തിന്റെ സമവാക്യം ഇപ്രകാരമാണ്.

$y(x, t) = [2a \sin kx] \cos \omega t$

നോഡുകൾ (nodes) എന്നു വിളിക്കപ്പെടുന്ന പൂജ്യം സ്ഥാനാന്തരമുള്ള നിയതസ്ഥാനങ്ങളും ആന്റിനോഡുകൾ (antinodes) എന്നു വിളിക്കപ്പെടുന്ന പരമാവധി സ്ഥാനാന്തരമുള്ള നിശ്ചിതസ്ഥാനങ്ങളും നിശ്ചലതരംഗങ്ങളുടെ ലക്ഷണങ്ങളാണ്. അടുത്തടുത്തുള്ള രണ്ട് നോഡുകളുടെയോ ആന്റിനോഡുകളുടെയോ ഇടയിലുള്ള ദൂരം $\lambda/2$ ആണ്.

L നീളമുള്ളതും രണ്ടഗ്രങ്ങൾ ഉറപ്പിച്ചിട്ടുള്ളതുമായ വലിച്ചുമുറുക്കിയ ഒരു ചരട് താഴെപ്പറയുന്ന ആവൃത്തികളിൽ കമ്പനം ചെയ്യുന്നു.

$$\nu = \frac{n\,v}{2\,L}, \qquad n = 1, 2, 3, \ldots$$

മുകളിലെ സമവാക്യം (relation) തരുന്ന ആവൃത്തികളുടെ കൂട്ടത്തെ വ്യൂഹത്തിന്റെ (system) ദോലനത്തിന്റെ നോർമൽ മോഡുകൾ (nodes) എന്നു വിളിക്കുന്നു. ഏറ്റവും കുറവ് ആവൃത്തിയുള്ള ദോലന മോഡിനെ അടിസ്ഥാന മോഡ് (fundamental mode) അഥവാ പ്രഥമഹാർമോണികം (first harmonic) എന്നു വിളിക്കുന്നു. ദ്വിതീയ ഹാർമോണികം n = 2 ഉള്ള ദോലന മോഡാണ്. ഇത് ഇങ്ങനെ തുടർന്നു പോകുന്നു.

ഒരഗ്രം അടച്ചതും മറ്റേ ആഗ്രം തുറന്നതുമായ L നീളമുള്ള ഒരു പൈപ്പ് (ഉദാഹരണത്തിന് വായുയൂപം) താഴെപ്പറയുന്ന ആവൃത്തികളിൽ കമ്പനം ചെയ്യുന്നു.

$$\nu = \left(n + \tfrac{1}{2}\right) \frac{v}{2L}, \qquad n = 0, 1, 2, 3, \ldots$$

മുകളിലെ സമവാക്യം പ്രതിനിധാനം ചെയ്യുന്ന ആവൃത്തികളുടെ കൂട്ടമാണ് അങ്ങനെയുള്ള ഒരു വ്യൂഹത്തിന്റെ ദോലനത്തിന്റെ നോർമൽ മോഡുകൾ.

$v/4L$ തരുന്ന ഏറ്റവും കുറഞ്ഞ ആവൃത്തിയാണ് അടിസ്ഥാനമോഡ് അഥവാ പ്രഥമ ഹാർമോണികം.

16. L നീളുമുള്ള രണ്ടഗ്രങ്ങളും ബന്ധിച്ച ഒരു ചരട് അല്ലെങ്കിൽ ഒരഗ്രം തുറന്നതും മറ്റേ അഗ്രം അടഞ്ഞതുമായ വായു യൂപം അല്ലെങ്കിൽ രണ്ടഗ്രങ്ങളും തുറന്ന ഒരു വായു യൂപം മുതലായവ നോർമൽ മോഡുകൾ എന്നു വിളിക്കുന്ന ചില നിശ്ചിത ആവൃത്തികളിൽ കമ്പനം ചെയ്യുന്നു. ഈ ആവൃത്തികൾ ഓരോന്നും വ്യൂഹത്തിന്റെ അനുനാദ ആവൃത്തിയാണ്.

17. ആയതികളിൽ വലിയ അന്തരമില്ലാത്തതും വളരെ ചെറിയ വ്യത്യാസം ആവൃത്തികളിലുള്ളതുമായ രണ്ടു തരംഗങ്ങൾ അതിവ്യാപനം നടത്തുമ്പോൾ ബീറ്റു *(beats)* യും ഉണ്ടാകുന്നു. ഈ തരംഗങ്ങളുടെ ആവൃത്തികൾ ν_1 ഉം ν_2 ഉം ആണെങ്കിൽ ബീറ്റിന്റെ ആവൃത്തി,

$\nu_{beat} = \nu_1 \sim \nu_2$ ആയിരിക്കും.

18. സ്രോതസ്സ് S അല്ലെങ്കിൽ നിരീക്ഷകൻ O അതുമല്ലെങ്കിൽ രണ്ടും മാധ്യമത്തിന് ആപേക്ഷികമായി ചലിക്കുമ്പോൾ ഒരു തരംഗത്തിന്റെ ആവൃത്തിയിൽ നിരീക്ഷിക്കപ്പെടുന്ന മാറ്റമാണ് ഡോപ്ലർ പ്രഭാവം.

$$v = v_o \left(\frac{\mathrm{v} + \mathrm{v}_0}{\mathrm{v} + \mathrm{v}_S} \right)$$

ഇവിടെ v എന്നത് മാധ്യമത്തിലൂടെയുള്ള ശബ്ദത്തിന്റെ പ്രവേഗമാണ്. v_0 എന്നത് മാധ്യമത്തിനെ അപേക്ഷിച്ച് നിരീക്ഷകന്റെ പ്രവേഗം ആണ്. v_s എന്നത് മാധ്യമത്തിനെ അപേക്ഷിച്ച് സ്രോതസിന്റെ പ്രവേഗമാണ് ഈ ഫോർമുല ഉപയോഗിക്കുമ്പോൾ OS ദിശയിലുള്ള പ്രവേഗങ്ങൾ പോസിറ്റീവായും എതിർദിശയിലുള്ളവ നെഗറ്റീവായും എടുക്കേണ്ടതാണ്.

ഭൗതിക അളവ്	ചിഹ്നം	ഡൈമൻഷനുകൾ	യൂണിറ്റ്	റിമാർക്കുകൾ
തരംഗദൈർഘ്യം	λ	[L]	m	ഒരേ ഫേസിലുള്ള അടുത്തടുത്തുള്ള രണ്ട് ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള ദൂരം
സഞ്ചാരസ്ഥിരാങ്കം	k	$[L^{-1}]$	m^{-1}	$k = \frac{2\pi}{\lambda}$
തരംഗപ്രവേഗം	υ	$[LT^{-1}]$	$m\ s^{-1}$	$\upsilon = \nu\lambda$
ബീറ്റ് ആവൃത്തി	ν_{beat}	$[T^{-1}]$	s^{-1}	അടുത്തടുത്ത് ആവൃത്തിയുള്ള രണ്ട് അധ്യാരോപിത തരംഗങ്ങളുടെ ആവൃത്തികളുടെ വ്യത്യാസം

വിചിന്തന വിഷയം

1. ഒരു തരംഗമെന്നത് ഒരു മാധ്യമത്തിലെ പദാർഥത്തിന്റെ മുഴുവനായുള്ള ചലനമല്ല. ഒരു കാറ്റ് വായുവിലെ ശബ്ദതരംഗത്തിൽ നിന്നും വ്യത്യസ്തമാണ്. ഒരു സ്ഥലത്തു നിന്നും മറ്റൊരു സ്ഥലത്തേക്ക് വായുവിന്റെ ചലനം ഉൾക്കൊള്ളുന്നതാണ് കാറ്റ്. എന്നാൽ ശബ്ദതരംഗങ്ങൾ വായുപാളികളുടെ ഉച്ചമർദവും നീചമർദവും (compressions & rarefactions) ഉൾക്കൊള്ളുന്നു.

2. ഒരു തരംഗത്തിൽ ദ്രവ്യമല്ല ഊർജമാണ് ഒരു ബിന്ദുവിൽ നിന്നും മറ്റൊരു ബിന്ദുവിലേക്ക് മാറ്റം ചെയ്യപ്പെടുന്നത്.

3. മാധ്യമത്തിന്റെ അടുത്തടുത്തുള്ള ദോലനഭാഗങ്ങൾക്കിടയിലുള്ള ഇലാസ്തിക ബലങ്ങളിലൂടെയുള്ള ബന്ധനം (coupling) കാരണമാണ് യാന്ത്രിക തരംഗത്തിൽ ഊർജമാറ്റം സംഭവിക്കുന്നത്.

4. അനുപ്രസ്ഥതരംഗങ്ങൾക്ക് ഇലാസ്തിക ഷിയർമോഡുലസ് ഉള്ള മാധ്യമങ്ങളിലൂടെ മാത്രമേ സഞ്ചരിക്കാൻ സാധിക്കുകയുള്ളൂ. അനുദൈർഘ്യതരംഗങ്ങൾക്ക് ബൾക്ക് മോഡുലസ് ആവശ്യമാണ്. അതുകൊണ്ടു അവ എല്ലാ മാധ്യമങ്ങളിലും (ഖരങ്ങളിലും ദ്രാവകങ്ങളിലും വാതകങ്ങളിലും) സാദ്ധ്യമാണ്.

5. ഒരു പ്രത്യേക ആവൃത്തിയുള്ള ഒരു ഹാർമോണിക മുന്നേറ്റ തരംഗത്തിൽ, എല്ലാ കണികകൾക്കും ഒരു പ്രത്യേക നിമിഷത്തിൽ ഒരേ ആയതിയും വ്യത്യസ്ത ഫേസുകളുമായിരിക്കും. സ്ഥിരതരംഗത്തിൽ രണ്ടു നോഡുകൾക്കിടയിലുള്ള എല്ലാ കണികകൾക്കും ഒരു പ്രത്യേക നിമിഷത്തിൽ ഒരേ ഫേസും വ്യത്യസ്ത ആയതികളുമായിരിക്കും.

6. ഒരു മാധ്യമത്തിലെ വിശ്രമാവസ്ഥയിൽ ഇരിക്കുന്ന ഒരു നിരീക്ഷകനെ അപേക്ഷിച്ച് ആ മാധ്യമത്തിലെ ഒരു യാന്ത്രികതരംഗത്തിന്റെ വേഗം v, മാധ്യമത്തിന്റെ ഇലാസ്തിക ഗുണത്തോടൊപ്പം മറ്റു (മാസ്, സാന്ദ്രത തുടങ്ങിയ) ഗുണങ്ങളെയും ആശ്രയിച്ചിരിക്കുന്നു. ഇത് സ്രോതസ്സിന്റെ പ്രവേഗത്തെ ആശ്രയിക്കുന്നില്ല.

7. മാധ്യമത്തെ അപേക്ഷിച്ച് പ്രവേഗം v_0 യിൽ ചലിക്കുന്ന ഒരു നിരീക്ഷകന് തരംഗത്തിന്റെ വേഗം v ൽ നിന്നും വ്യത്യസ്തമായിരിക്കും അത് $\mathrm{v} \pm \mathrm{v}_0$ എന്ന് കണക്കാക്കാം.

പരിശീലന പ്രശ്നങ്ങൾ

15.1 2.50kg മാസ്സുള്ള ഒരു ചരട് 200 N വലിവുബലത്തിലാണ്. വലിഞ്ഞു നിൽക്കുന്ന ചരടിന്റെ നീളം 20.0m ആണ്. ചരടിന്റെ ഒരറ്റത്ത് ഒരു അനുപ്രസ്ഥ തരംഗം ഉണ്ടാകുന്നവിധത്തിൽ ഒരു തട്ടു കൊടുത്താൽ അതിന്റെ പ്രഭാവം മറ്റെ അഗ്രത്ത് ചെല്ലാൻ എത്ര സമയം എടുക്കും?

15.2 300 മീറ്റർ ഉയരമുള്ള ടവറിന്റെ മുകളിൽ നിന്നും താഴേക്കിട്ട കല്ല്, ടവറിന്റെ അടിയിൽ ഉള്ള ഒരു കുളത്തിലെ വെള ളത്തിൽ പതിക്കുമ്പോഴുള്ള ശബ്ദം, എപ്പോഴാണ് മുകളിൽ കേൾക്കുന്നത്. വായുവിൽ ശബ്ദത്തിന്റെ വേഗം $340ms^{-1}$ ആയി എടുക്കാം. ($g = 9.8ms^{-1}$)

15.3 ഒരു സ്റ്റീൽ വയറിന് 12.0m നീളവും 2.10kg മാസുമുണ്ട്. വയറിലെ അനുപ്രസ്ഥതരംഗങ്ങളുടെ വേഗം, $20°C$ താപനി ലയിലുള്ള വരണ്ട വായുവിലെ ശബ്ദത്തിന്റെ വേഗം $343ms^{-1}$ നോട് തുല്യമാകുമ്പോൾ വയറിലെ വലിവുബലം എത്രയാണ്?

15.4 $v = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}}$ എന്ന ഫോർമുല ഉപയോഗിച്ച് വായുവിലെ ശബ്ദത്തിന്റെ വേഗതയ്ക്ക് ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ഗുണ ങ്ങൾ എന്തുകൊണ്ട് ലഭിച്ചുവെന്ന് വിശദീകരിക്കാം.

a) മർദത്തെ ആശ്രയിക്കുന്നില്ല

b) താപനിലയ്ക്ക് അനുസരിച്ച് വർദ്ധിക്കുന്നു.

c) ആർദ്രത (Moisture) യ്ക്കനുസരിച്ച് വർദ്ധിക്കുന്നു.

15.5 ഏകമാനത്തിലെ ഒരു സഞ്ചാര തരംഗത്തെ പ്രതിനിധീകരിക്കുന്ന ഫലനം $y = f(x, t)$ ആണെന്ന് നിങ്ങൾ പഠിച്ചിട്ടു ണ്ടല്ലോ. ഇവിടെ x ഉം vt യും കാണപ്പെടുന്നത്, $x - vt$ അല്ലെങ്കിൽ $x + vt$ എന്ന രീതിയിലാണ്. അതായത് $y = f(x \pm t)$ ഇതിന്റെ വിപരീതം സാധ്യമാണൊ? താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന 'y' യുടെ ഫലനങ്ങൾ ഒരു സഞ്ചാരിതരം ഗത്തെ പ്രതിനിധീകരിക്കാനാകുമോ എന്ന് പരിശോധിക്കുക.

(a) $(x - vt)^2$

(b) $\log [(x + vt)/x_0]$

(c) $1/(x - vt)$

15.6 ഒരു വവ്വാൽ, 1000kHz ആവൃത്തിയുള്ള ശബ്ദതരംഗങ്ങൾ വായുവിൽ പുറപ്പെടുവിക്കുന്നു. ശബ്ദം ജല ഉപരിതല ത്തിൽ തട്ടുകയാണെങ്കിൽ a) പ്രതിപതിക്കപ്പെടുന്ന ശബ്ദത്തിന്റെ b) കടത്തിവിടുന്ന ശബ്ദത്തിന്റെ തരംഗദൈർ ഘ്യം എത്ര?

വായുവിൽ ശബ്ദത്തിന്റെ വേഗം 340m/s ഉം ജലത്തിൽ 1486m/s ഉം ആണ്.

15.7 ആശുപത്രികളിൽ ശരീരത്തിലെ ട്യൂമറുകളുടെ സ്ഥാന നിർണ്ണയം നടത്താൻ അൾട്രാസോണിക് സ്കാൻ ഉപയോ ഗിക്കുന്നു. ശരീര കലകളിൽ ശബ്ദത്തിന്റെ വേഗം $1.7kms^{-1}$ ആണെങ്കിൽ തംരഗദൈർഘ്യം എത്ര? സ്കാനറിന്റെ പ്രവർത്തന ആവൃത്തി 4.2MHz ആണ്.

15.8 ഒരു ചരടിലെ അനുപ്രസ്ഥ ഹാർമോണിക തരംഗത്തെ താഴെപ്പറയും പ്രകാരം വിവരിച്ചിരിക്കുന്നു.

$$y(x, t) = 3.0 \sin (36\ t - 0.018\ x - \pi/4)$$

ഇവിടെ x ഉം y ഉം cm ലും t സെക്കൻഡിലും ആണ് x ന്റെ പോസിറ്റീവ് ദിശ ഇടത്തു നിന്നും വലത്തേക്കാണ്.

a) ഇത് ഒരു സഞ്ചാരതരംഗമാണോ അതോ സ്ഥിര തരംഗമാണോ?

ഇതൊരു സഞ്ചാരതരംഗമാണെങ്കിൽ സഞ്ചാരത്തിന്റെ ദിശയും വേഗതയും എന്താണ്?

b) ആയതിയും ആവൃത്തിയും എത്രയാണ്?

c) പ്രാരംഭഫേസ് എത്രയാണ്?

d) തരംഗത്തിലെ രണ്ട് അടുത്തടുത്ത ശൃംഗങ്ങൾക്കിടയിലുള്ള ഏറ്റവും കുറഞ്ഞ ദൂരം എത്രയാണ്?

15.9 പരിശീലന പ്രശ്നം 15.8 ൽ വിവരിച്ചിരിക്കുന്ന തരംഗത്തിന് x $0, 2cm, 4cm$ എന്നിവയ്ക്ക് സ്ഥാനാന്തരം y ഉം സമയം t യും തമ്മിലുള്ള ഗ്രാഫുകൾ വരയ്ക്കുക. ഈ ഗ്രാഫുകളുടെ ആകൃതി എന്താണ്? ഒരു സഞ്ചാരതരംഗത്തിന്റെ ആയതി, ആവൃത്തി അല്ലെങ്കിൽ ഫേസ് എന്നിവയിൽ ഏതാണ് ഒരു ബിന്ദുവിൽ നിന്നും മറ്റൊരു ബിന്ദുവിലേക്ക് വ്യത്യാസപ്പെട്ടിരിക്കുന്നത്?

15.10 സഞ്ചരിക്കുന്ന ഹാർമോണികതരംഗം

$y(x, t) \quad 2.0 \cos 2\pi (10t - 0.0080\,x + 0.35)$ ൽ x ഉം y ഉം cm ലും t സെക്കന്റിലും ആണ്. രണ്ട് ബിന്ദുക്കളുടെ ദോലനചലനത്തിന്റെ ഫേസ് വ്യത്യാസം കണക്കാക്കുക. ബിന്ദുക്കളുടെ ഇടയിലുള്ള ദൂരം താഴെപ്പറയുന്നവയായി എടുത്തുകൊണ്ട് ഓരോ സാഹചര്യത്തിനും ഫേസ് വ്യത്യാസം കണക്കാക്കുക.

(a) 4 m,

(b) 0.5 m,

(c) $\lambda/2$,

(d) $3\lambda/4$

15.11 ഒരു സ്ട്രിംഗിന്റെ അനുപ്രസ്ഥ സ്ഥാനാന്തരം (ഇതിന്റെ രണ്ടഗ്രങ്ങളും ബന്ധിച്ചിരിക്കുന്നു) താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു.

$$y(x, t) - 0.06 \sin \left(\frac{2\pi}{3}x\right) \cos (120\ \pi t)$$

ഇവിടെ x ഉം y ഉം മീറ്ററിലും t സെക്കന്റിലും ആണ്. സ്ട്രിങ്ങിന്റെ നീളം 1.5m ഉം ഇതിന്റെ മാസ് 3.0×10^{-2} kg ആണ്.

താഴെ പറയുന്നവയ്ക്ക് ഉത്തരം എഴുതുക.

a) ഫലനം, സഞ്ചരിക്കുന്ന തരംഗത്തെയാണോ സ്ഥിര തരംഗത്തെയാണോ പ്രതിനിധീകരിക്കുന്നത്.

b) തരംഗത്തിനെ രണ്ട് വിപരീത ദിശയിൽ ചലിക്കുന്ന തരംഗങ്ങളുടെ അധ്യാരോപണമായി കണക്കാക്കി ഓരോ തരംഗത്തിന്റെയും തരംഗദൈർഘ്യവും, ആവൃത്തിയും വേഗവും എത്രയാണെന്ന് നിർണയിക്കുക.

c) സ്ട്രിംഗിലെ വലിവുബലം നിർണയിക്കുക.

15.12 പരിശീലനപ്രശ്നം 15.11 ൽ വിശദീകരിച്ചിരിക്കുന്ന സ്ട്രിംഗിലെ തരംഗത്തിന്റെ എല്ലാ ബിന്ദുക്കളും ഒരേ a) ആവൃത്തി b) ഫേസ് c) ആയതി എന്നിവയിലാണോ ദോലനം ചെയ്യുന്നത്? നിങ്ങളുടെ ഉത്തരങ്ങൾ വിശദീകരിക്കുക. ഒരഗ്രത്തിൽ നിന്നും 0.375m അകലെയുള്ള ഒരു ബിന്ദുവിന്റെ ആയതി എത്രയാണ്?

15.13 ഒരു ഇലാസ്തികതരംഗത്തിന്റെ സ്ഥാനാന്തരത്തെ പ്രതിനിധീകരിക്കുന്ന x ന്റെയും t യുടെയും ചില ഫലനങ്ങൾ താഴെക്കൊടുത്തിരിക്കുന്നു. (സ്ഥാനാന്തരം അനുപ്രസ്ഥമോ അനുദൈർഘ്യമോ ആകാം).

(a) $y - 2 \cos (3x) \sin (10t)$

(b) $y = 2\sqrt{x - vt}$

(c) $y - 3 \sin (5x - 0.5t) + 4 \cos (5x - 0.5t)$

(d) $y - \cos x \sin t + \cos 2x \sin 2t$

(ഇവയിലേതാണ് താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നവയെ പ്രതിനിധീകരിക്കുന്നതെന്ന് പ്രസ്താവിക്കുക.

(i) പ്രയാണ തരംഗത്തെ

(ii) നിശ്ചല തരംഗത്തെ

(iii) രണ്ടും അല്ലാത്തത്

15.14 രണ്ട് ദൃഢമായ താങ്ങുകൾക്കിടയിൽ വലിച്ചു നിർത്തിയിരിക്കുന്ന ഒരു വയർ, അതിന്റെ അടിസ്ഥാന മോഡിൽ (fundamental mode) 45 Hz ആവൃത്തിയോടുകൂടി കമ്പനം ചെയ്യുന്നു. വയറിന്റെ മാസ്സ് 3.5×10^{-2} kg ഉം രേഖീയ മാസ്സ് സാന്ദ്രത 4.0×10^{-2} kg m^{-1} ഉം ആണ്. (a) സ്ട്രിങിലെ അനുപ്രസ്ഥതരംഗത്തിന്റെ വേഗവും (b) സ്ട്രിങിലെ വലിവ് ബലവും എത്രയാണ്?

15.15 ഒരു മീറ്റർ നീളമുള്ള ഒരഗ്രം തുറന്നതും മറ്റേ അഗ്രം ചലിപ്പിക്കാവുന്ന ഒരു പിസ്റ്റൺ കൊണ്ട് അടച്ചതും ആയി ഒരു കുഴലിലെ വായു യൂപത്തിന്റെ നീളം 25.5 സെ.മീ. ആയിരിക്കുമ്പോഴും 79.3 സെ.മീ. ആയിരിക്കുമ്പോവും 340Hz ആവൃത്തിയുള്ള ഒരു ട്യൂണിംഗ് ഫോർക്കുമായി അനുനാദം കാണിക്കുന്നു. പരീക്ഷണത്തിന്റെ താപനിലയിൽ വായുവിൽ ശബ്ദത്തിന്റെ വേഗത കണക്കാക്കുക. വായു യൂപത്തിന്റെ അഗ്ര പ്രഭാവങ്ങൾ അവഗണിക്കാവുന്നതാണ്.

15.16 100 cm നീളമുള്ള ഒരു സ്റ്റീൽ റോഡ് മധ്യത്തിൽ ഉറപ്പിച്ചിരിക്കുന്നു. റോഡിന്റെ അനുദൈർഘ്യ കമ്പനങ്ങളുടെ അടിസ്ഥാന ആവൃത്തി 2.53 kHz ആണ് എന്ന് തന്നിരിക്കുന്നു. സ്റ്റീലിൽ ശബ്ദത്തിന്റെ വേഗം എത്രയാണ്?

15.17 20cm നീളമുള്ള ഒരു പൈപ്പ് ഒരഗ്രത്തിൽ അടഞ്ഞിരിക്കുന്നു. ഒരു 430 Hz സ്രോതസ്സ് പൈപ്പിന്റെ ഏത് ഹാർമോണിക മോഡിനെയാണ് അനുനാദത്തിലൂടെ ഉത്തേജിപ്പിക്കുന്നത്. പൈപ്പിന്റെ രണ്ടഗ്രങ്ങളും തുറന്നതാണെങ്കിൽ ഇതേ സ്രോതസ്സ് പൈപ്പുമായി അനുനാദത്തിലായിരിക്കുമോ? (ശബ്ദത്തിന്റെ വായുവിലെ വേഗം 340 m s^{-1})

15.18 'ഗ' എന്ന സ്വരശ്രുതി മീട്ടുന്ന രണ്ട് സിതാർസ്ട്രിംഗുകൾ A യും B യും ചെറുതായി ശ്രുതി മാറ്റി 6 Hz ആവൃത്തിയിൽ ബീറ്റുകൾ ഉണ്ടാക്കിയിരിക്കുന്നു. സ്ട്രിംഗ് A യിലെ വലിവുബലം ചെറുതായി കുറയ്ക്കുമ്പോൾ ബീറ്റ് ആവൃത്തി 3Hz ലേക്ക് കുറഞ്ഞതായി കണ്ടു. A യുടെ യഥാർത്ഥ ആവൃത്തി 324 Hz ആണെങ്കിൽ B യുടെ ആവൃത്തി എത്ര?

15.19 എന്തുകൊണ്ട് അഥവാ എങ്ങനെയെന്ന് വിശദീകരിക്കുക.

(a) ശബ്ദതരംഗത്തിലെ ഒരു സ്ഥാനാന്തര നോഡ് ഒരു മർദ ആന്റിനോഡ് ആണ്. നേരെ മറിച്ച് ഒരു സ്ഥാനാന്തര ആന്റിനോഡ് ഒരു മർദനോഡും ആണ്?

(b) വവ്വാലുകൾക്ക് കണ്ണുകളില്ലാതെ ദൂരങ്ങളും ദിശകളും തടസ്സങ്ങളുടെ പ്രകൃതിയും വലിപ്പവും നിർണയിക്കാൻ കഴിയും.

(c) ഒരു വയലിൻ ശ്രുതിയും സിത്താർ ശ്രുതിയും ഒരേ ആവൃത്തിയിൽ ആകാം എങ്കിലും രണ്ട് ശ്രുതികളും വേർതിരിച്ചറിയാം.

(d) ഖരവസ്തുക്കൾക്ക് അനുപ്രസ്ഥ തരംഗങ്ങളും അനുദൈർഘ്യ തരംഗങ്ങളെയും കടത്തിവിടാൻ സാധിക്കും. എന്നാൽ വാതകങ്ങളിൽ അനുദൈർഘ്യതരംഗങ്ങൾ മാത്രമേ സഞ്ചരിക്കൂ.

(e) ഒരു പ്രകീർണന മാധ്യമത്തിലൂടെ (dis-persive medium) സഞ്ചരിക്കുന്ന ഒരു പൾസിന്റെ ആകൃതിക്ക് രൂപാന്തരം സംഭവിക്കുന്നു.

15.20 റെയിൽവേ സ്റ്റേഷനിലെ ബാഹ്യ സിഗ്നലിൽ നിൽക്കുന്ന ഒരു ട്രെയിൻ നിശ്ചല വായുവിൽ 400 Hz ആവൃത്തിയിൽ വിസിൽ മുഴക്കുന്നു. താഴെ പറയുന്ന സാഹചര്യങ്ങളിൽ ഒരു പ്ലാറ്റ് ഫോം നിരീക്ഷകൻ ശ്രവിക്കുന്ന വിസിലിന്റെ ആവൃത്തി എത്രയായിരിക്കും. (i) (a) 10ms^{-1} വേഗതയിൽ പ്ലാറ്റ്ഫോമിന്റെ അടുത്തേക്കു ട്രെയിൻ വരുന്നു. (b) 10ms^{-1} വേഗതയിൽ പ്ലാറ്റ്ഫോമിൽ നിന്നും അകലേക്ക് പോകുന്നു. (ii) ഓരോ സാഹചര്യങ്ങളിലും ശബ്ദത്തിന്റെ വേഗത എത്രയാണ്. നിശ്ചല വായുവിലെ ശബ്ദത്തിന്റെ വേഗത 340 m s^{-1} ആണ്.

15.21 സ്റ്റേഷൻ യാർഡിൽ നിൽക്കുന്ന ഒരു ട്രെയിൻ നിശ്ചല വായുവിൽ 400 Hz ആവൃത്തിയുള്ള വിസിൽ മുഴക്കുന്നു. കാറ്റ് യാർഡിൽ നിന്നും സ്റ്റേഷനിലേക്കുള്ള ദിശയിൽ 10 m s^{-1} വേഗത്തിൽ വീശുന്നു. സ്റ്റേഷന്റെ പ്ലാറ്റ്ഫോമിൽ നിൽക്കുന്ന ഒരു നിരീക്ഷകന് ശബ്ദത്തിന്റെ ആവൃത്തി തരംഗദൈർഘ്യം, വേഗം ഇവ എത്രയാണ്. സാഹചര്യം, വായു നിശ്ചലമായിരിക്കുന്ന നിരീക്ഷകൻ യാർഡിന്റെ ദിശയിലേക്ക് 10 m s^{-1} വേഗത്തിൽ ചലിക്കുന്ന സാഹചര്യത്തിനു സമാനമാണോ? നിശ്ചല വായുവിൽ ശബ്ദത്തിന്റെ വേഗം 340 m s^{-1} എന്ന് എടുക്കാം.

അധിക പരിശീലനപ്രശ്നങ്ങൾ

15.22 ഒരു സ്ട്രിംഗിലെ പ്രയാണ ഹാർമോണിക തരംഗം ഇപ്രകാരം വിവരിക്കാം.

$$y(x, t) = 7.5 \sin (0.0050x - 12t + \pi/4)$$

(a) $x = 1$ cm ലും $t = 1$s ലും ഒരു ബിന്ദുവിന്റെ ദോലനത്തിന്റെ സ്ഥാനാന്തരവും പ്രവേഗവും എത്രയാണ്? ഈ പ്രവേഗം തരംഗം പ്രേഷണത്തിന്റെ പ്രവേഗത്തിനു തുല്യമാണോ?

(b) സ്ട്രിംഗിലെ $x = 1$cm ബിന്ദുവിലെ $t = 2$s ലും, 5 s, 11s സമയങ്ങളിൽ ഉള്ള അനുപ്രസ്ഥ സ്ഥാനാന്തരങ്ങളും പ്രവേഗവും സ്വായത്തമാക്കിയിട്ടുള്ള മറ്റു ബിന്ദുക്കളുടെ സ്ട്രിംഗിലെ സ്ഥാനം കണ്ടുപിടിക്കുക.

15.23 ഒരു നേർത്ത ശബ്ദ സ്പന്ദനം (ഉദാഹരണത്തിന് ഒരു വിസിലിന്റെ ചെറിയ മുഴക്കം) ഒരു മാദ്ധ്യമത്തിനു കുറുകെ അയയ്ക്കുന്നു.

(a) ഈ സ്പന്ദനത്തിന് നിശ്ചിതമായ (i) ആവൃത്തി (ii) തരംഗദൈർഘ്യം (iii) സഞ്ചാരത്തിന്റെ വേഗം ഇവയുണ്ടോ?

(b) സ്പന്ദനനിരക്ക് 20s ൽ 1 എന്ന രീതിയിലാണെങ്കിൽ (അതായത് ഓരോ 20 സെക്കൻഡിനു ശേഷം സെക്കൻഡിന്റെ ഒരംശ സമയത്തേക്ക് വിസിൽ ഊതുന്നു) വിസിലിന്റെ ശ്രുതിയുടെ ആവൃത്തി 1/20 ആണോ അഥവാ 0.05 Hz ആണോ?

15.24 8.0×10^{-3} kg m^{-1} രേഖീയ സാന്ദ്രതയുള്ള ഒരു നീളമുള്ള സ്ട്രിംഗിന്റെ ഒരഗ്രം 256Hz ആവൃത്തിയുള്ള വിദ്യുത് ചലിത ട്യൂണിംഗ് ഫോർക്കുമായി ബന്ധിപ്പിച്ചിരിക്കുന്നു. മറ്റേ അഗ്രം ഒരു കപ്പിയിലൂടെ കടത്തിവിട്ട് 90Kg മാസുള്ള ഒരു പാനുമായി ബന്ധിപ്പിച്ചിരിക്കുന്നു. കപ്പി ഘടിപ്പിച്ചിട്ടുള്ള അഗ്രം അതിനടുത്തേക്കുവരുന്ന ഊർജത്തെ മുഴുവൻ ആഗിരണം ചെയ്യുന്നതിനാൽ ഈ അഗ്രത്തിൽ നിന്നും പ്രതിപതിക്കുന്ന തരംഗങ്ങൾക്ക് വളരെ ചെറിയ (ഒഴിവാക്കത്തക്ക) ആയതി മാത്രമേ ഉള്ളൂ. t=0 യിൽ സ്ട്രിംഗിന്റെ ഇടത്തേ അറ്റം (ഫോർക്ക് അഗ്രം) x=0 യിൽ പൂജ്യം അനുപ്രസ്ഥ സ്ഥാനാന്തരവും (y = 0) ഉണ്ട്. അപ്പോൾ അതിന്റെ ചലന പോസിറ്റീവ് y- ദിശയിലേക്ക് ആണ്. തരംഗത്തിന്റെ ആയതി 5cm ആണ്. സ്ട്രിംഗിലെ തരംഗത്തെ വിവരിക്കുന്ന അനുപ്രസ്ഥ സ്ഥാനാന്തരത്തിന്റെ സമവാക്യം x- ന്റെയും t- യുടേയും ഫലനമായി എഴുതുക.

15.25 ഒരു മുങ്ങിക്കപ്പലിൽ ഉറപ്പിച്ചിരിക്കുന്ന സോണാർ സിസ്റ്റം 40.0KHz ൽ പ്രവർത്തിക്കുന്നു. ഒരു ശത്രു മുങ്ങിക്കപ്പൽ സോണാറിന്റെ (SONAR) അടുത്തേക്കു 360 km/h വേഗതയിൽ വരുന്നു. മുങ്ങിക്കപ്പൽ പ്രതിധ്വനിപ്പിക്കുന്ന ശബ്ദത്തിന്റെ ആവൃത്തി എത്രയാണ്? ജലത്തിലെ ശബ്ദത്തിന്റെ വേഗത 1450m/s ആണ്.

15.26 ഭൂകമ്പങ്ങൾ ഭൂമിയിൽ ശബ്ദതരംഗങ്ങൾ സൃഷ്ടിക്കുന്നു. വാതകങ്ങളിൽ നിന്നും ഭിന്നമായി ഭൂമിക്ക് അനുപ്രസ്ഥവും (*S*) അനുദൈർഘ്യവുമായ (*P*) ശബ്ദതരംഗങ്ങളെ കടത്തിവിടാൻ കഴിയും. S തരംഗത്തിന്റെ വേഗം 4.0 km s^{-1} ഉം P തരംഗത്തിന്റെ വേഗം 8.0 km s^{-1} ആണ്. ഒരു ഭൂകമ്പത്തിൽ നിന്നുള്ള P യും, S ഉം തരംഗങ്ങളെ ഒരു സീസ്മോഗ്രാഫ് രേഖപ്പെടുത്തുന്നു. ആദ്യത്തെ P തരംഗം S തരംഗത്തിന് 4 മിനിട്ടു മുമ്പ് വരുന്നു. തരംഗങ്ങൾ നേർരേഖയിൽ സഞ്ചരിക്കുന്നു എന്ന് അനുമാനിച്ചാൽ ഭൂകമ്പം എത്ര ദൂരെയാണ് സംഭവിച്ചത്?

15.27 ഒരു ഗുഹയിൽ ഒരു വവ്വാൽ അൾട്രാസോണിക് ശബ്ദവീചികളുപയോഗിച്ച് ദിശ നിയന്ത്രണം നടത്തി പാറിപ്പറന്നു നടക്കുന്നു. വവ്വാൽ പുറപ്പെടുവിക്കുന്ന ശബ്ദ ആവൃത്തി 40 kHz എന്നു അനുമാനിക്കുക. ഒരു പരന്ന ഭിത്തിക്ക് അഭിമുഖമായി പറക്കുന്ന വവ്വാലിന്റെ വേഗം വായുവിലെ ശബ്ദത്തിന്റെ വേഗതയുടെ 0.03 മടങ്ങാണ്. ഭിത്തിയിൽ തട്ടി പ്രതിദ്ധ്വനിച്ച് എത്ര ആവൃത്തികൾ വവ്വാൽ കേൾക്കും?

ഉത്തരസൂചിക

യൂണിറ്റ് 9

9.1 1.8

9.2 (a) തന്നിരിക്കുന്ന ഗ്രാഫിൽ നിന്നും 150×10^{6} Nm^{-2} സ്ട്രെസ്സിന് സ്ട്രെയിൻ 0.002 ആണ്.

(b) പദാർഥത്തിന്റെ ഏകദേശ യീൽഡ്ശക്തി 3×10^{8} Nm^{-2} ആണ്.

9.3 (a) A എന്ന പദാർഥം

(b) പദാർഥം A , പദാർഥം B യേക്കാൾ ദൃഢതയുള്ളതായിരിക്കും. ഒരു പദാർഥത്തിന്റെ ദൃഢത നിർണയിക്കുന്നത് അത് പൊട്ടിപ്പോകാൻ കാരണമായ സ്ട്രെസ്സിന്റെ അളവാണ്.

9.4 (a) തെറ്റ്

(b) ശരി

9.5 1.5×10^{-4}m (സ്റ്റീൽ), 1.3×10^{-4}m (ബ്രാസ്സ്)

9.6 വിഭ്രംശം $= 4 \times 10^{-6}$m

9.7 2.8×10^{-6}

9.8 0.127

9.9 7.07×10^{4} N

9.10 D കോപ്പർ/ D ഇരുമ്പ് = 1.25

9.11 1.539×10^{-4}m

9.12 2.026×10^{9} Pa

9.13 1.034×10^{3} kg m^{3}

9.14 0.0027

9.15 $0.058 cm^{3}$

9.16 2.2×10^{6} N/m^{2}

9.17 അൻവില്ലിന്റെ അഗ്രത്തുള്ള മർദ്ദം 2.5×10^{11}Pa

9.18 (a) 0.7m (b) സ്റ്റീൽ കമ്പിയിൽനിന്നും 0.43m അകലെ

9.19 ഏകദേശം 0.01m

9.20 260kN

9.21 $2.51 \times 10^{-4} m^{3}$

യൂണിറ്റ് 10

10.3 (a) കുറയുന്നു

(b) വാതകങ്ങളുടെ η കൂടുന്നു, (B) ദ്രാവകങ്ങളുടെ η താപനിലയ്ക്കനുസരിച്ച് കുറയുന്നു.

(c) ഷിയർ സ്ട്രെയിൻ, ഷിയർ സ്ട്രെയിൻ തോത്

(d) ദ്രവ്യ സംരക്ഷണം, ബർണൂയി സമവാക്യം (c) കൂടുതൽ

10.5 6.2×10^6 Pa

10.6 10.5m

10.7 സമുദ്രത്തിന്റെ ആഴത്തിലെ മർദ്ദം ഏകദേശം 3×10^5 Pa ആണ്. ഈ സംവിധാനം അനുയോജ്യമാണ്. കാരണം ഇതിന് വലിയ മർദ്ദം അല്ലെങ്കിൽ സ്ട്രെസ്സ് താങ്ങാൻ കഴിവുണ്ട്.

10.8 6.92×10^5 Pa

10.9 0.800

10.10 സ്പിരിറ്റ് ഉൾക്കൊള്ളുന്ന ഭുജത്തിൽ മെർക്കുറി ഉയരും. മെർക്കുറി ലെവലുകളിലുള്ള വ്യത്യാസം 0.221cm ആണ്.

10.11 ഇല്ല. ബർണൂയിയുടെ തത്വം ധാരാരേഖീയ പ്രവാഹത്തിനാണ് ബാധകമായുള്ളത്.

10.12 ഇല്ല. ബർണൂയിയുടെ സമവാക്യം ഉപയോഗിക്കുന്ന രണ്ടു ബിന്ദുക്കളിലെ അന്തരീക്ഷ മർദ്ദങ്ങളിൽ വലിയ വ്യത്യാസം ഉണ്ടാകുന്നതു വരെ.

10.13 9.8×10^2 Pa (റെയ്നോൾഡ് അക്കം ഏകദേശം 0.3 ആയതിനാൽ ഒഴുക്ക് ലാമിനാർ ആണ്).

10.14 1.5×10^3 N

10.15 ചിത്രം (a) ശരിയല്ല. (കാരണം: ഇടുങ്ങിയ ഭാഗത്ത് ദ്രവ്യസംരക്ഷണ നിയമം കാരണം ഒഴുക്കിന്റെ വേഗത കൂടുതലാണ്. തൽഫലമായി ബർണൂയി സമവാക്യ പ്രകാരം അവിടുത്തെ മർദ്ദം ചെറുതാണ്.)

10.16 $0.64 ms^{-1}$

10.17 2.5×10^{-2} Nm^{-1}

10.18 4.5×10^{-2} N (b) യ്ക്കും (c) യ്ക്കും (a) യിലേതു തന്നെയാണ്.

10.19 അധിക മർദ്ദം = 310Pa, ആകെ മർദ്ദം = 1.0131×10^5 3 സാർഥക അക്കങ്ങളിലേക്ക് റൗണ്ട് ചെയ്ത് 1.01×10^5 Pa

10.20 കുമിളയിലെ അധിക മർദ്ദം = 20.0 Pa സോപ് ലായനിയിലെ വായു കുമിളയിലെ അധിക മർദ്ദം 10.0 Pa. വായു കുമിളയുടെ ബാഹ്യമർദ്ദം $1.01 \times 10^5 + 0.4 \times 103 \times 9.8 \times 12 = 1.06 \times 10^5$Pa. അധിക മർദ്ദം ഇത്ര കണ്ട് ചെറുതാണ്. 3 സാർഥക അക്കങ്ങൾ വരെ എടുത്താൽ വായു കുമിളയിലെ ആകെ മർദ്ദം $= 1.06 \times 10^5$ Pa. ആണ്.

10.21 55N (ചുവട്ടിലെ പരപ്പളവ് ഉത്തരത്തെ ബാധിക്കുന്നില്ല എന്നത് ശ്രദ്ധിക്കുക)

10.22 (a) കേവല മർദ്ദം = മെർക്കുറിയുടെ 96 cm

ഗേജ് മർദ്ദം = മെർക്കുറിയുടെ - 18 cm (b) യ്ക്ക്

രണ്ട് ഭുജങ്ങളിലെ ലെവൽ വ്യത്യാസം 19cm ആകുന്നതു വരെ ഇടത്തെ ഭുജത്തിൽ മെർക്കുറി ഉയരും.

10.23 മർദവും (അതിനാൽ ബലവും) തുല്യമായ ചുവട് പരപ്പളവ് ആയതിനാൽ ഒരു പോലെയാണ്. പക്ഷേ ജലം പാത്രത്തിന്റെ വശങ്ങളിൽ ബലം കൊടുക്കുന്നുണ്ട്. ഇതിന്റെ ലംബഘടകം, വശങ്ങൾ, ചുവടിന് ലംബമല്ലാതെ ആയിരിക്കുമ്പോൾ, പൂജ്യമല്ല. ബലത്തിന്റെ ഈ പരിണിത ലംബഘടകം, ആദ്യത്തെ പാത്രത്തിൽ രണ്ടാമത്തേതിനെ അപേക്ഷിച്ച് കൂടുതലാണ്.

10.24 0.2m

10.25 (a) മർദ വീഴ്ച (b) യിലാണ് കൂടുതൽ പ്രവാഹ പ്രവേഗ വർദ്ധിക്കുമ്പോൾ കൂടുതൽ പ്രാധാന്യം കൈവരുന്നു.

10.26 (a) $0.98 ms^{-1}$ (b) $1.24 \times 10^{5} m^{3}s^{-1}$.

10.27 4393Kg

10.28 5.8 cm s^{-1}, 3.9×10^{10}N.

10.29 5.34 mm

10.30 ആദ്യത്തെ കുഴലിന്, മർദവ്യത്യാസം (കോൺവെക്സ് കോൺകേവ് വശങ്ങൾക്കിടയിൽ)

രണ്ടാമത്തെ കുഴലിന്, മർദവ്യത്യാസം = 97.3 Pa

തത്ഫലമായി രണ്ടു കുഴലുകളിലെയും ലെവൽ വ്യത്യാസം $(48.7/10^{3} \times 9.8)$m = 5.0mm ആണ്.

ഇടുങ്ങിയ കുഴലിലെ ലെവൽ ഉയർന്നതാണ്. (സമ്പർക്കകോൺ പൂജ്യമാവുമ്പോൾ, മെനിസ്കസിന്റെ ആരം കുഴലിന്റെ ആരത്തിന് തുല്യമാവും. പ്രതലത്തിന്റെ കോൺകേവ് വശത്തെ മർദ്ദം രണ്ടു കുഴലുകളിലും 1atm ആണ്.

10.31. (b) 8 km. ഉയരത്തിന് അനുസരിച്ച് 'g' മാറുന്നത് പരിഗണിച്ചാൽ, ഉയരം അല്പം കൂടുതലാണ്. ഏകദേശം 8.2km.

യൂണിറ്റ് 11

11.1 നിയോൺ $^{-}248.58°C$ – $^{-}415.44°F$;

CO_2 : $^{-}56.60°C$ – $^{-}69.88°F$

(t_F – $\frac{9}{5}$ t_c 32 ഉപയോഗിക്കുക)

11.2 T_A $(\frac{4}{7})\,T_B$

11.3 384.8 K

11.4 (a) ട്രിപ്പിൾപോയിന്റിന് ഒരു പ്രത്യേക താപനിലയുണ്ട്. ദ്രവാങ്കനിലയും തിളനിലയും താപനില മർദത്തെ ആശ്രയിക്കുന്നു.

(b) മറ്റേ സ്ഥിരതാപനില അബ്സൊല്യൂട്ട് പൂജ്യം ആകുന്നു.

(c) ട്രിപ്പിൾ പോയിന്റ് 0.01°C ആകുന്നു, 0°Cഅല്ല

(d) 491.69

11.5 (a) T_A – 392.69K, T_B – 391.98K

(b) വാതകങ്ങൾ പൂർണമായും ആദർശവാതകങ്ങൾ അല്ലാത്തതുകൊണ്ടാണ് ഈ വ്യതിയാനം ഉണ്ടാകുന്നത്. ഇത് കുറയ്ക്കാൻ, ഏറ്റവും താഴ്ന്ന മർദത്തിലെ റീഡിംഗുകൾ എടുത്ത് താപനിലയും അബ്സൊല്യൂട്ട് മർദവും തമ്മിലുള്ള ഗ്രാഫ് ട്രിപ്പിൾ പോയിന്റിൽ കണക്കുകൂട്ടി മർദം പൂജ്യം ആകുന്ന ലിമിറ്റിലുള്ള താപനില കണ്ടുപിടിക്കുക. ഈ താപനിലയിൽ വാതകങ്ങൾ ആദർശവാതകസ്വഭാവത്തിന് അടുത്തായിരിക്കും.

11.6 ദണ്ഡിന് 45.0°C ൽ ഉള്ള യഥാർഥ നീളം – (63 0.0136)cm – 63.0136cm (മൂന്ന് അക്കങ്ങൾക്ക് നീളത്തിലുണ്ടാകുന്ന വ്യത്യാസം 0.0136cm ആകുന്നു, പക്ഷേ ആകെ നീളം – 63.0cm, 27.0°C ൽ അതേ ദണ്ഡിന്റെ നീളം – 63cm

11.7 ഷാഫ്റ്റ് 69°C ലേക്ക് തണുപ്പിച്ചാൽ ചക്രം ഷാഫ്റ്റിൽ നിന്ന് വഴുതിപ്പോകും.

11.8 വ്യാസത്തിലുണ്ടാകുന്ന വർധനവ് – 1.44×10^{-2} cm

11.9 3.8 10^2 N.

11.10 ദണ്ഡുകളുടെ അഗ്രങ്ങൾ ഉറപ്പിച്ചിട്ടില്ലാത്തതിനാൽ ഓരോന്നും സ്വതന്ത്രമായി വികസിക്കുന്നു.

$\Delta l_{brass.........}$ – 0.21cm , $\Delta l_{(steel)}$ – 0.126cm – 0.13cm, തെർമൽ സ്ട്രെസ് ഇല്ല.

11.11 $0.0147 - 1.5 \times 10^{-2}$

11.12 103°C

11.13 1.5 kg

11.14 $0.43 J g^{-1} K^{-1}$; ചെറുത്

11.15 വാതകങ്ങൾ ദ്വയാറ്റോമികങ്ങളാണ്. കൂടാതെ മറ്റ് ഡിഗ്രീസ് ഓഫ് ഫ്രീഡവും ഉണ്ട്. (മറ്റ് രീതിയിലുള്ള ചലനങ്ങളാവാം). വാതകത്തിന്റെ താപനില ഒരു നിശ്ചിത അളവ് ഉയർത്താൻ, എല്ലാ രീതികളുടേയും ശരാശരി ഊർജം വർധിപ്പിക്കാൻ താപം നൽകേണ്ടിവരും. തൽഫലമായി ദ്വയാറ്റോമിക വാതകങ്ങളുടെ മോളാർ വിശിഷ്ട താപധാരിത ഏകഅറ്റോമിക വാതകങ്ങളേക്കാൾ കൂടുതലാണ്. പരിക്രമണ രീതികൾ മാത്രം പരിഗണിച്ചാൽ ദ്വയാറ്റോമിക വാതകങ്ങളുടെ മോളാർ വിശിഷ്ട താപധാരിത ഏകദേശം $\left(\frac{5}{2}R\right)$ആയിരിക്കും. ഇത് ക്ലോറിൻ ഒഴികെ പട്ടികയിൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നതുമായി നോക്കിയാൽ ശരിയാകും. ക്ലോറിന്റെ മോളാർ വിശിഷ്ട താപധാരിതയുടെ ഉയർന്ന വിലകൾ അതിനു പരിക്രമണത്തിനു പുറമേ, കമ്പനവും കൂടി ഉള്ളതുകൊണ്ടാണ്.

11.16 4.3 ഗ്രാം/മിനുട്ട്

11.17 3.7 കി.ഗ്രാം

11.18 238°C

11.19

11.20 9 മിനിട്ട്

11.21

(a) ട്രിപ്പിൾ പോയിന്റിൽ താപനില = –56.6°C, മർദം = 5.11 atm

(b) CO_2 ന്റെ തിളനിലയും ഖരണാങ്കവും മർദം കുറയുമ്പോൾ കുറയുന്നു.

(c) CO_2 ന്റെ ക്രാന്തിക താപനിലയും മർദവും യഥാക്രമം 31.1°C ഉം 73.0atm ആകുന്നു. ഈ താപനിലയ്ക്കു മുകളിൽ, CO_2 ഉയർന്ന മർദത്തിൽപ്പോലും ദ്രാവകമായി മാറുന്നില്ല.

(d) (a) ബാഷ്പം (b) ഖരം (c) ദ്രാവകം

11.22

(a) ഇല്ല. ആവി നേരിട്ട് ഖരമായി ഘനീഭവിക്കുന്നു.

(b) ദ്രാവകാവസ്ഥയിലേക്കു കടക്കാതെ ഇത് നേരിട്ട് ഘനീഭവിച്ച് ഖരമായി മാറുന്നു.

(c) ആദ്യം ദ്രാവകാവസ്ഥയിലേക്കും പിന്നീട് വാതകാവസ്ഥയിലേക്കും മാറുന്നു. ദ്രവണാങ്കവും തിളനിലയും സ്ഥിര മർദമായ 10atms ൽ ദ്രവീകരണ ബാഷ്പീകരണ ഗ്രാഫുകൾ P-T ഡയഗ്രത്തിലെ തിരശ്ചീനരേഖയിൽ കൂട്ടിമുട്ടുന്ന ഭാഗത്താണ്.

(d) ഇത് ദ്രാവകാവസ്ഥയിലേക്ക് ഒരു വ്യക്തമായ മാറ്റം കാണിക്കുന്നില്ല, എങ്കിലും മർദം കൂടുന്തോറും ആദർശവാതക സ്വഭാവത്തിൽനിന്ന് കൂടുതൽ അകലുന്നു.

യൂണിറ്റ് 12

12.1 മിനിട്ടിൽ 16 g

12.2 934 J

12.4 2.64

12.5 16.9 J

12.6 (a) 0.5 atm (b) zero (c) zero (വാതകം ആദർശ വാതകമായിട്ടാണ് പരിഗണിച്ചിരിക്കുന്നത്) (d) ഇല്ല, എന്തുകൊണ്ടെന്നാൽ ഈ പ്രക്രിയ (free expansion) ധ്രുതഗതിയിൽ നടക്കുന്നതിനാൽ ഇത് നിയന്ത്രണവിധേയമല്ല. ഈ പ്രക്രിയയുടെ ഇടനിലാ ഘട്ടങ്ങൾ അസന്തുലിതാവസ്ഥ ഘട്ടങ്ങളായതിനാൽ ഇവ ആദർശ വാതക സമവാക്യം അനുസരിക്കുന്നില്ല. ഏറെ നേരം കഴിയുമ്പോൾ വാതകം സന്തുലിതാവസ്ഥ പ്രാപിക്കും.

12.7 15%, 3.1×10^9 J

12.8 25 W

12.9 450 J

12.10 10.4

യൂണിറ്റ് 13

13.1 $4 \times 10^{\ 4}$

13.3 (a) ഗ്രാഫിലെ കുത്തിട്ട ഭാഗങ്ങൾ ഐഡിയൽ വാതക സ്വഭാവത്തെ സൂചിപ്പിക്കുന്നു.

(d) $T_1 > T_2$;

(c) $0.26\ J\ K^{\ 1}$;

13.4 0.14 kg

13.5 $5.3 \times 10^{\ 6}\ m^3$

13.6 6.10×10^{26}

13.7 (a) $6.2 \times 10^{\ 21}\ J$ (b) $1.24 \times 10^{\ 19}\ J$ (c) $2.1 \times 10^{\ 16}\ J$ (d) അല്ല.

ഒരേ വിലകൾ ലഭിക്കുന്നതിന് 6.3×10^{-5} kg ഹൈഡ്രജന് സാധിക്കും.

13.8 അതെ, അവോഗാഡ്രോ നിയമമനുസരിച്ച് അല്ല. മൂന്നു വാതകങ്ങളിൽ v_{rms} ന്റെ വില ഏറ്റവും കൂടുതൽ ഭാരം കുറഞ്ഞ നിയോൺ വാതകത്തിനാണ്.

13.9 2.52×10^3 K

13.10 മീൻ ഫ്രീ പാത്തിന്റെ സമവാക്യം $\bar{l} = \frac{1}{\sqrt{2}\pi n d^2}$ ഉപയോഗിക്കാം ഇതിൽ d എന്നത് തന്മാത്രയുടെ വ്യാസമാണ്. തന്നിരിക്കുന്ന മർദ്ദത്തിലും താപനിലയിലും $N/V = 5.10 \times 10^{25}\ m^{\ 3}$ യും $\bar{l} = 1.0 \times 10^{-7}$ m ഉം ആണ്. $v_{rms} = 5.1 \times 10^2\ m\ s^{\ 1}$.

കൊളീഷൻ ആവൃത്തി $= \frac{v_{rms}}{\bar{l}} = 5.1 \times 10^9\ s^{-1}$

കൊളീഷനെടുത്ത സമയം $= d/v_{rms} = 4 \times 10^{\ 13}\ s$

അടുത്തടുത്ത കൊളീഷനെടുത്ത സമയം $1/v_{rms} = 2 \times 10^{-10}$ s. അതിനാൽ ഒരു കൊളീഷനാവശ്യമായ സമയത്തിന്റെ 500 മടങ്ങാണ്. അടുത്തടുത്ത കൊളീഷനെടുക്കുന്ന സമയം. അതുകൊണ്ട് ഒരു വാതക തന്മാത്ര അടിസ്ഥാനപരമായി ഭൂരിഭാഗം സമയവും സ്വതന്ത്രമായിരിക്കും.

13.11 ഏകദേശം 24cm മെർക്കുറി പുറത്തേക്കൊഴുകുകയും അവശേഷിക്കുന്ന 52cm മെർക്കുറി + അതിനു മുകളിലായുള്ള 48 cm വായുയൂപവും അന്തരീക്ഷമർദ്ദവുമായി സന്തുലനാവസ്ഥയിലാകുകയും ചെയ്യുന്നു. (ഈ പ്രക്രിയയിലങ്ങോളം താപനിലയിൽ വ്യത്യാസമില്ലായെന്ന് നമുക്ക് സങ്കൽപിക്കാം)

13.12 ഓക്സിജൻ

13.14 കാർബൺ (1.29Å)

സ്വർണം (1.59Å)

ദ്രാവക നൈട്രജൻ (1.77Å)

ലിഥിയം (1.73Å)

ദ്രാവക ഫ്ളൂറിൻ (1.88Å)

യൂണിറ്റ് 14

14.1 (b), (c)

14.2 (b) യും (c) യും സരള ഹാർമോണിക ചലനമാണ്. (a) യും (d) യും ക്രമാവർത്തന ചലനങ്ങളാണ് എന്നാൽ സരളഹാർമോണിക ചലനം അല്ല (ഒരു ബഹു അറ്റോമിക തന്മാത്രയിൽ ധാരാളം സ്വാഭാവിക ആവൃത്തങ്ങൾ ഉണ്ട്. വ്യത്യസ്ത ആവൃത്തിയുള്ള ധാരാളം സരളഹാർമോണിക ചലനങ്ങൾ കൂടിചേർന്ന ഒരു കമ്പനമാണ് ഇവിടെ ഉണ്ടാകുന്നത്. ഈ ചലനം ക്രമാവർത്തനമാണ് എന്നാൽ സരള ഹാർമോണിക ചലനം അല്ല.

14.3 (b) യും (d) യും ക്രമവർത്തനചലനങ്ങളാണ്. ഓരോന്നിന്റേയും ക്രമാവർത്തന കാലം 2δ ആണ്. (a) യും (c) യും ക്രമാവർത്തനചലനങ്ങൾ അല്ല. (ചലനം (c) യിൽ ഒരു കാര്യം പ്രത്യേകം ശ്രദ്ധിക്കുക. ഒരു സ്ഥാനത്തെ ചലനത്തിന്റെ ആവർത്തനം മൂലം ഒരു ചലനം ക്രമാവർത്തന ചലനമാകില്ല. പകരം ഒരു ക്രമാവർത്തന കാലത്തെ മുഴുവൻ ചലനവും തുടർച്ചയായി ആവർത്തിക്കണം)

14.4 (a) സരളഹാർമോണികം, $T = \left(\frac{2\pi}{\omega}\right)$

(b) ക്രമാവർത്തനം $T = \left(\frac{2\pi}{\omega}\right)$ എന്നാൽ സരളഹാർമോണികമല്ല.

(c) സരള ഹാർമോണികം, $T = \left(\frac{\pi}{\omega}\right)$

(d) ക്രമാവർത്തനം $T = \left(\frac{2\pi}{\omega}\right)$ എന്നാൽ സരളഹാർമോണികമല്ല.

(e) ക്രമാവർത്തനമല്ലാത്തത്

(f) ക്രമാവർത്തനമല്ലാത്തത്

14.5

14.6 (c) ഒരു സരള ഹാർമോണിക ചലനത്തെ പ്രതിനിധീകരിക്കുന്നു.

14.7 A= $\sqrt{2}$ cm ....= $\frac{7\pi}{4}$; B = $\sqrt{2}$ cm a= $\frac{\pi}{4}$

14.8 219 N

14.9 ആവൃത്തി $3.2 s^{-1}$ മാസിന്റെ പരമാവധി ത്വരണം $8.0 ms^{-2}$ ഉം മാസിന്റെ പരമാവധി വേഗം $0.4 ms^{-1}$ ഉം ആണ്.

14.10 (a) $x = 2 \sin 20t$

(b) $x = 2 \cos 20t$

(a) $x = -2 \cos 20t$

ഇവിടെ m ൽ ആണ്. ഈ ഫലനങ്ങളിൽ ആയതിയോ, ആവർത്തിയോ വ്യത്യാസപ്പെടുന്നില്ല. അവയുടെ ആദ്യഫേസിലാണ് വ്യത്യാസമുള്ളത്

14.11 (a) $x = -3 \sin \pi t$ ഇവിടെ x, cm ൽ ആണ്.

(b) $x = -2 \cos \frac{\pi}{2} t$ ഇവിടെ x, cm ൽ ആണ്.

14.12

14.13 (a) $\frac{f}{k}$ a യ്ക്കും b യ്ക്കും

(b)$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$ (a) യ്ക്കും $2\pi \sqrt{\frac{m}{2k}}$

(b) യ്ക്കും

14.14 100m/min

14.15 8.4S'

14.16 (a) ഒരു സരളപെൻഡുലത്തിൽ k യും m ഉം അനുപാതത്തിലാണ്. അതിനാൽ m വിലകൾ റദ്ദുചെയ്യപ്പെടുന്നു.

(b) $\sin\theta < \theta$ പുനഃസ്ഥാപനബലം $Mg\sin\theta$ യ്ക്ക് പകരം $Mg\theta$ ഉപയോഗിച്ചാൽ വലിയ കോണുകളിൽ ഇത് കോണീയ ത്വരണത്തിൽ കുറവു വരുത്തുകയും ക്രമാവർത്തന കാലം വർദ്ധിക്കുകയും ചെയ്യുന്നു.

$T = 2\pi\sqrt{l/g}$ എന്ന് ലഭിക്കാൻ ഇവിടെ $\sin\theta = \theta$ എന്ന് കരുതണം.

(c) അതെ, റിസ്റ്റ് വാച്ചിലെ സൂചികളുടെ ചലനം സ്പ്രിംഗ് പ്രവർത്തനം മൂലമാണ്. അതിനാൽ ഭൂഗുരുത്വ തരണത്തിന് ഈ ചലനത്തിൽ യാതൊരു സ്വാധീനവുമില്ല.

(d) സ്വതന്ത്രമായി താഴേക്ക് വീഴുന്ന പെട്ടിയിൽ സ്ഥാപിച്ചിരിക്കുന്ന സരളപെൻഡുലത്തിൽ ഗ്രാവിറ്റി അപ്രത്യക്ഷമാകുന്നു. അതിനാൽ ആവൃത്തി പൂജ്യം ആകുന്നു.

14.17 $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{\sqrt{g^2 - v^2/r^2}}}$ സൂചന : തിരശ്ചീന പ്രതലത്തിൽ പ്രവർത്തിക്കുന്ന ആരമിക ത്വരണം കാരണമായി ഗ്രാവിറ്റി മൂലമുള്ള സഫല ത്വരണം കുറയുന്നു.

14.18 സന്തുലിതാവസ്ഥയിൽ കോർക്കിന്റെ ഭാരം ജലം മുകളിലേക്ക് പ്രയോഗിക്കുന്ന ബലത്തിന് തുല്യമാണ്. കോർക്കിനെ ദ്രാവകത്തിൽ x ദൂരം താഴ്ത്തിയ ശേഷം സ്വതന്ത്രമാക്കിയപ്പോൾ ഉള്ള മുകളിലേക്കുള്ള സഫലബലം $Ax\rho_1 g$. അതിനാൽ ബലസ്ഥിരാങ്കം $K = Ax\rho_1 g$, $m = Ah\rho$, $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ എന്നിവ ഉപയോഗിച്ചാൽ $T = 2\pi\sqrt{\frac{h\rho}{\rho_1 g}}$ എന്ന സമവാക്യം ലഭിക്കും.

14.19 എപ്പോഴാണോ u ട്യൂബിന്റെ രണ്ടഗ്രങ്ങളും വായുവിലേക്ക് തുറന്ന് ഇരിക്കുകയും, രണ്ട് കോളങ്ങളിലും ഉള്ള ദ്രാവകത്തിന്റെ അളവിൽ h ന്റെ വ്യത്യാസം ഉണ്ടാകുകയും ചെയ്താൽ അവിടുത്തെ ദ്രാവകത്തിലെ സഫലബലം Ahfg ആയിരിക്കും. A എന്നത് ട്യൂബിന്റെ ഛേദതലപരപ്പളവും f ദ്രാവകത്തിന്റെ സാന്ദ്രതയുമാണ്. പുനഃ സ്ഥാപനബലം h ന് അനുപാതത്തിലായതിനാൽ ഇവിടുത്തെ ചലനം സരളഹാർമോണികമാണ്.

14.20 $T = 2\pi\sqrt{\frac{Vm}{Ba^2}}$ എന്നത് വായുവിന്റെ ബൾക്ക് മോഡുലസ് ആണ് ഐസോതെർമൽ വ്യതിയാനത്തിന് B=P ആണ്.

14.21 (a) $5 \times 10^4 Nm^{-1}$ (b) $1344.6 kgs^{-1}$

14.22 സൂചന ശരാശരി ഗതികോർജം = $\frac{1}{T}\int_0^T \frac{1}{2}mv^2 dt$

ശരാശരി സ്ഥിതികോർജം= $\frac{1}{T}\int_0^T \frac{1}{2}kx^2 dt$

14.23 സൂചന : ഒരു ടോർഷൻ പെൻഡുലത്തിന്റെ ക്രമാവർത്തനകാലം $T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{\alpha}}$ ആണ്. I എന്നത് കറക്കുന്ന അക്ഷത്തെ ആധാരമാക്കിയുള്ള മൊമന്റ് ഓഫ് ഇനേർഷ്യ ആണ്. ഇവിടെ $I=\frac{1}{2}MR^2$. M എന്നത് ഡിസ്ക്കിന്റെ മാസും R ആരവുമാണ്. തന്നിരിക്കുന്ന വിലകൾ നൽകിയാൽ $\alpha = 2.0 \text{Nmrad}^{-1}$ എന്ന് ലഭിക്കും.

14.24 (a) $-5\pi^2 ms^{-2}$; 0

(b) $-3\pi^2 ms^{-2}$; $0.4\pi\, ms^{-1}$

(c) 0; $0.5\pi\, ms^{-1}$

14.25 $\sqrt{\left(x_0^2 + \frac{V0^2}{w^2}\right)}$

യൂണിറ്റ് 15

15.1 0.5s

15.2 8.7s

15.3 2.06×10^{4}N

15.4 ഐഡിയൽ വാതക നിയമം അനുമാനിക്കുക:

$PV = RT$

$$P\frac{M}{\rho} = RT$$

$P = \dfrac{\rho RT}{M}$. P എന്നത് സാന്ദ്രതയാണ്.

അതിനാൽ $v = \dfrac{\sqrt{\gamma P}}{\rho} = \dfrac{\sqrt{\gamma \rho RT}}{\rho . M}$

M തൻമാത്രമാസ്സും T വാതകത്തിന്റെ താപനില. ഇതിൽ നിന്നും $V = \sqrt{\dfrac{\gamma RT}{M}}$ V,

(a) മർദത്തെ ആശ്രയിക്കുന്നില്ല.

(b) $\sqrt{T}$ ന് അനുപാതമായി കൂടുന്നു.

(c) ജലത്തിന്റെ തൻമാത്ര മാസ്സ് (18) N_2(28) ഉം O_2(32) വിനേക്കാൾ കുറവാണ്. അതിനാൽ ആർദ്രത കൂടുന്ന വായുവിന്റെ സഫല തൻമാത്രമാസ്സ് കുറയുന്നു. അതിനാൽ 'V' കൂടുന്നു.

15.5 ഇതിന്റെ വിപരീതം ശരിയല്ല. ഒരു പ്രയാണ തരംഗത്തെ സൂചിപ്പിക്കുന്ന ഫലനത്തിന്റെ പ്രത്യേകത എന്തെന്നാൽ അത് എല്ലായിടത്തും എല്ലാ സമയത്തും നിശ്ചിതമായിരിക്കണം. ഫലനം (c) മാത്രമേ ഈ വ്യവസ്ഥ പാലിക്കുന്നു. മറ്റു ഫലനങ്ങൾ ഒരു സഞ്ചാരി തരംഗത്തെ പ്രതിനിധീകരിക്കുന്നില്ല.

15.6 (a) 3.4×10^{-4}m (b) 1.49×10^{-3}m

15.7 4.1×10^{-4}m

15.8 (a) ഒരു പ്രയാണതരംഗം. ഇത് ഇടത്തുനിന്നും വലത്തേക്ക് 20ms^{-1} വേഗതയിൽ സഞ്ചരിക്കുന്നു.

(b) 3.0cm, 5.7Hz

(c) $\pi/4$

(d) 3.5m

15.9 എല്ലാ ഗ്രാഫുകളും സൈനുസോയിഡൽ ആണ്. അവയ്ക്ക് ഒരേ ആയതിയും ആവൃത്തിയും ഉണ്ട്. എന്നാൽ വ്യത്യസ്തമായ പ്രാരംഭ ഫേസുകളും ഉണ്ട്.

15.10 (a) $6.4\ \pi$ rad

(b) $0.8\ \pi$ rad

(c) π rad

(d) $\pi/2$ rad

15.11 (a) സ്ഥിര തരംഗം

(b) ഓരോ തരംഗത്തിനും l=3m, n=60Hz ഉം v =180ms^{-1} ആണ്

(c) 648 N

15.12(a) സ്ട്രിങിലെ എല്ലാ ബിന്ദുക്കൾക്കും നോഡുകൾ ഒഴിച്ച് ഒരേ ആവൃത്തിയും ഫേസും ഉണ്ട്. പക്ഷേ ഒരേ ആയതി അല്ല.

(b) 0.042m

15.13 (a) സറിര തരംഗം

(b) ഒരു തരംഗത്തിന്റെ സ്വീകാര്യമല്ലാത്ത ഫലനം.

(c) സഞ്ചാര ഹാർമോണിക തരംഗം

(d) രണ്ട് സറിര തരംഗങ്ങളുടെ അധ്യാരോപണം

15.14 (a) $79ms^{-1}$

(b) 284 N

15.15 $347ms^{-1}$

സൂചന : ഒരുവശം അടഞ്ഞ കുഴലിന് $Vn = \frac{(2n-1)V}{4l}$; n=1, 2, 3.....

$\ell_1 \rightarrow$ ഒന്നാം അനുനാദത്തിന്റെ നീളം

$\ell_2 \rightarrow$ രണ്ടാം അനുനാദത്തിന്റെ നീളം

$\frac{T}{2} = (\ell_2 - \ell_1)$ അല്ലെങ്കിൽ $\lambda = 2(\ell_2 - \ell_1)$

$v = n\lambda$

$= 340 \times 2(\ell 2 - \ell 1) = 340 \times 2 \times [79.3 - 25.9] \times 10^{-12} = 363.1m/s$

15.16 $5.06kms^{-1}$

15.17 ഒന്നാം ഹാർമോണികം (അടിസ്ഥാനം); അല്ല

15.18 318 Hz

15.20 (i) (a) 412Hz (b) 389Hz

(ii) $340ms^{-1}$ ഓരോ സാഹചര്യത്തിലും

15.21 400Hz, 0.875m, $350ms^{-1}$ അല്ല. കാരണം ഈ സാഹചര്യത്തിൽ മാധ്യമത്തെ അപേക്ഷിച്ച് നിരീക്ഷകനും സ്രോതസ്സും ചലനത്തിലാണ്.

15.22 (a) 1.666cm, $87.75cms^{-1}$; അല്ല. തരംഗ സഞ്ചാരത്തിന്റെ പ്രവേഗം $24ms^{-1}$ ആണ്.

(b) ദൂരത്തിലുള്ള എല്ലാ ബിന്ദുക്കളിലും $n\lambda$. ($n = \pm 1, \pm 2, \pm 3.....$) ഇവിടെ $\lambda = 12.6m$, x=1cm ബിന്ദുവിൽ നിന്നും

15.23 (a) സ്പന്ദനത്തിന് നിശ്ചിത തരംഗ ദൈർഘ്യമോ ആവൃത്തിയോ ഇല്ല. പക്ഷേ നിശ്ചിത സഞ്ചാര വേഗം ഉണ്ട്. (പ്രകീർണ്ണനം നടക്കാത്ത മാധ്യമത്തിൽ)

(b) അല്ല

15.24 y=0.05 sin(ωt - kx); ഇവിടെ $\omega = 1.61 \times 10^3 s^{-1}$, $k = 4.84m^{-1}$; x ഉം y ഉം മീറ്ററിലാണ്.

15.25 45.9 kHz

15.26 1920 km

15.27 42.47kHz