கணிதம்

பகுதி – 2

வகுப்பு
VII

Mathematics
Std VII
Part 2
Tamil Medium

கேரள அரசு
பொதுக் கல்வித்துறை

தயாரிப்பு
மாநிலக் கல்வியாராய்ச்சி மற்றும் பயிற்சி நிறுவனம் (SCERT) கேரளம்

2024

தேசிய கீதம்

ஜன கண மன அதிநாயக ஜய ஹே
பாரத பாக்ய விதாதா
பஞ்சாப சிந்து குஜராத மராட்டா
திராவிட உத்கல பங்கா
விந்திய ஹிமாசல யமுனா கங்கா
உச்சல ஜலதி தரங்கா
தவ சுப நாமே ஜாகே
தவ சுப ஆசிஸ மாகே
காகே தவ ஜய காதா
ஜன கண மங்கள தாயக ஜய ஹே
பாரத பாக்ய விதாதா
ஜய ஹே! ஜய ஹே! ஜய ஹே!
ஜய ஜய ஜய ஜய ஹே!

உறுதிமொழி

இந்தியா எனது நாடு. இந்தியர் அனைவரும் என் உடன்பிறந்தோர்.

எனது நாட்டை நான் உயிரினும் மேலாக மதிக்கிறேன். அதன் வளம் வாய்ந்த பல்வகைப் பரம்பரைப் புகழில் நான் பெருமைகொள்கிறேன். அதற்குத்தக நான் என்றும் நடந்துகொள்வேன்.

என் பெற்றோர், ஆசிரியர், மூத்தோர் இவர்களை நான் நன்கு மதிப்பேன்.

எல்லாருடனும் நான் பண்புடன் பழகுவேன். எனது நாட்டினிடமும் நாட்டு மக்களிடமும் பக்தியுடன் இருப்பேன் என உறுதி கூறுகிறேன். அவர்களின் நலத்திலும் வளத்திலும் எனது இன்பமும் அடங்கியிருக்கிறது.

கணிதம்

7

State Council of Educational Research and Training (SCERT)
Poojappura, Thiruvananthapuram 695012, Kerala
Website : www.scertkerala.gov.in
e-mail : scertkerala@gmail.com, Phone : 0471 - 2341883,
Typesetting and Layout : SCERT
First Edition : 2024
Printed at : KBPS, Kakkanad, Kochi-30
© Department of General Education, Government of Kerala

அன்பார்ந்த மாணவர்களே,

கணிதத்தில் பல அடிப்படைக் கருத்துக்களையும் நாம் கற்றுக்கொண்டோம்.
எண்ணல் எண்கள், பின்ன எண்கள், தசம வடிவங்கள், இயற்கணிதத்தில் சில செயல்கள் என இவற்றையெல்லாம் பயன்படுத்தி அறிவுப் பூர்வமாகப் பிரச்சினைகளுக்குத் தீர்வு காண்பதற்கும் காரியகாரணத் தொடர்பைக் கண்டறிந்து விளக்குவதற்கும் வரிசைகளைப் பூர்த்தி செய்வதற்கும் நமக்கு வாய்ப்புகள் கிடைத்தன. கற்றுக்கொண்ட கருத்துகளைக் கூடுதல் செயல்முறைகளுக்கும், புதிய செயல்பாடுகளுக்கும், எண்களின் நுணுக்கத்தைக் கண்டுபிடித்துச் சொந்த மொழியில் விளக்கவும், கணித மொழியில் எழுதுவதற்கும், வடிவியலின் ஆழமான பகுப்பாய்விற்கும், மேலும் கடினமான பிரச்சினைகளுக்குத் தீர்வு காணவும், கணிதச் சிந்தனையையும் கணக்கீட்டுச் சிந்தனையையும் புதிய வாய்ப்புகளுக்குத் தன்னம்பிக்கையுடன் சிந்தித்தும், ரசித்தும், குழுவாகவும் புதிய முறைகளை ஆராய்ந்தும் நாம் முன்னோக்கிச் செல்வோம்.

அன்புடன்

முனைவர். ஜெயப்பிரகாஷ் ஆர்.கெ.
இயக்குநர்
எஸ்.ஸி.இ.ஆர்.டி

TEXTBOOK DEVELOPMENT TEAM

Advisor

Dr. E. Krishnan
Head (Rtd.), Department of Mathematics,
University College, Thiruvananthapuram

Chairperson

C. Venugopal
Assistant Professor (Rtd.)
IASE, Thrissur

Expert

Dr. T.G. Sarachandran
Deputy Director (Rtd),
Department of Collegiate Education, Kerala

Dr. Preenu C.S
Assistant Professor,
University College, Thiruvananthapuram

Members

Kunhabdhulla M.
Headmaster (Rtd),
Muyippoth M.U.P. School,
Kozhikkode

Thulaseedharan Pillai K.G
Trainer, BRC Anchal, Kollam

Suresh Babu T.
LPST (Rtd.), U.P.G.S.,
Punukkonnoor, Kollam

Sajeev C.S.
HSST Mathematics
GHSS Edathanattukara,
Palakkad

Achuthan C.G.
HSST Mathematics, GHSS
Karakkurissi, Palakkad

D.K. Biju
UPST, Kuruvangad South UP
School, Koyilandy, Kozhikode

Fathima K.
UPST,
GHSS Karuvarakundu,
Malappuram

Jobin Kuruvilla
UPST, St. Antony's Higher
Secondary School, Poonjar,
Kottayam

Dhaneshan M.V.
HSST English,
GFHSS Padannakadappuram,
Kasaragod

Rajeev N.T.
GHSS Thariyod, Wayanad

Prakashan Pachan
Paruthiyara

Harikrishnan G.
LTA, Gov. VHSS for Girls
Kottarakkara

Tamil Version

Experts

Dr. K. Manickaraj
Associate Professor of Tamil
Govt College, Munnar.

Dr. Hepsy Rosemary A
Associate Professor, Department of Tamil
University of Kerala, Thiruvananthapuram.

Members

Edwin Daniel S.C., Rtd. Headmaster, GHS Pambanar, Idukki.
Little Linda T.R., Rtd. Teacher,GHS Anakkara, Idukki.
Domanatha Sarath Kame, HST Maths, CPM GHSS Peermade, Idukki.
Amirthaselvi S.A., HST Mathematics, PHSS Vandiperiyar, Idukki.
Palaniselvam K., HST Mathematics, GHSS Chinnakanal, Idukki.
Justin W., UPST, Rtd. Govt Tamil High School, Chalai, Thiruvananthapuram.
Balson Nesa Raj N L., HST Mathematics, GHS Chemmannu, Idukki.

Academic Co-ordinator

Dr. Anilkumar A.K.
Research Officer, SCERT

மாநிலக் கல்வியாராய்ச்சி மற்றும் பயிற்சி நிறுவனம் (SCERT)
வித்தியாபவன், பூஜப்புரை, திருவனந்தபுரம், 695 012

உள்ளடக்கம்

8.	மீண்டும் மீண்டும் பெருக்கல்	111
9.	எண் தொடர்கள்	127
10.	முக்கோணப் பரப்பளவு	135
11.	சதுரங்களும் செங்கோண முக்கோணங்களும்	147
12.	இயற்கணிதம்	161
13.	சதவீதம்	181
14.	தகவல் படங்கள்	191

இப்புத்தகத்தில் வசதிக்காகச் சில அடையாளங்கள் பயன்படுத்தப்பட்டுள்ளன.

கணக்கு செய்து பார்க்கலாம்

ஐ.சி.டி வாய்ப்பு

ஆராய்ச்சி

இந்திய அரசமைப்பு

முகப்புரை

இந்திய மக்களாகிய நாம். இந்திய நாட்டினை இறையாண்மையும் சமநலச்சமுதாயமும் சமயச்சார்பின்மையும் மக்களாட்சிமுறையும் அமைந்ததொரு குடியரசாக நிறுவவும்.

அதன் குடிமக்கள் அனைவரும்

சமுதாய, பொருளியல், அரசியல் நீதி,
எண்ணம், அதன் வெளியீடு, கோட்பாடு,
சமயநம்பிக்கை, வழிபாடு இவற்றில் தன்னுரிமை,

சமுதாயப்படிநிலை, வாய்ப்புநலம் இவற்றில் சமன்மை
ஆகியவற்றை எய்திடச் செய்யவும்.

அவர்கள் அனைவரிடையேயும்
தனிமனிதனின் மாண்பு, நாட்டுமக்களின் ஒற்றுமை,
ஒருமைப்பாடு இவற்றை உறுதிப்படுத்தும்
உடன்பிறப்புரிமையினை வளர்க்கவும்

உள்ளார்ந்த உறுதியுடையராய்,

நம்முடைய அரசமைப்புப் பேரவையில், 1949 நவம்பர் இருபத்தாறாம் நாளாகிய இன்று, ஈங்கிதனால், இந்த அரசமைப்பினை ஏற்று, இயற்றி, நமக்கு நாமே வழங்கிக்கொள்கிறோம்.

8 மீண்டும் மீண்டும் பெருக்கல்

காரணிகள்

ஒன்றைவிடப் பெரிய எந்த எண்ணல் எண்ணையும் பகா எண்களின் பெருக்கல் பலனாகப் பிரித்தெழுதுவதற்குத் தெரியுமல்லவா.

128 என்ற எண்ணை இவ்வாறு பிரித்தெழுதுவது எவ்வாறு?

$$128 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$$

இதில் எத்தனை இரண்டுகள் உள்ளன எனக் கண்டறிவது கடினமாகும். எழுதுவதும் எளிதல்ல. இதை எளிய வடிவில் 2^7 என எழுதலாம். அதாவது, ஏழு இரண்டுகளுக்கிடையேயுள்ள பெருக்கலின் எளிய வடிவம் ஆகும்.

$$2^7 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$$

இதைப் போன்று 243 ஐ எவ்வாறு எழுதலாம்?

$$243 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^5$$

ஓர் எண்ணையே மீண்டும் மீண்டும் கூட்டுவதைப் பெருக்கலாக எளிதாக்கி எழுதுவதைப் போன்று, மீண்டும் மீண்டும் பெருக்குவதை இவ்வாறு எழுதலாம்.

எடுத்துக்காட்டாக,

$$5 + 5 = 5 \times 2 \qquad 5 \times 5 = 5^2$$

$$5 + 5 + 5 = 5 \times 3 \qquad 5 \times 5 \times 5 = 5^3$$

$$5 + 5 + 5 + 5 = 5 \times 4 \qquad 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^4$$

என்றிவ்வாறு தொடரலாம்.

ஓர் எண்ணை மீண்டும் மீண்டும் அதே எண்ணால் பெருக்கும் செயல்பாட்டை அடுக்குகளாக்குதல் (exponentiation) என்பர். எத்தனை எண்ணிக்கையைப் பெருக்குகிறோம் என்பதை அடுக்கு (exponent) என்று கூறுகிறோம்.

இதனைப் பெருக்கும் எண்ணின் வலதுபக்கம், மேல் உச்சியில் சிறியதாக எழுதுகிறோம்.

இவ்வாறு ஓர் எண்ணைத் தொடர்ச்சியாகப் பெருக்கிக் கிடைக்கும் எண்களை அந்த எண்ணின் அடுக்குகள் (powers) எனக் கூறுகிறோம். எடுத்துக்காட்டாக,

$2 \times 2 \times 2$	$2^3 = 8$	இரண்டின் மூன்றாம் அடுக்கு.
3×3	$3^2 = 9$	மூன்றின் இரண்டாம் அடுக்கு.
$7 \times 7 \times 7 \times 7$	$7^4 = 2401$	ஏழின் நான்காம் அடுக்கு.

எந்த எண்ணையும் அந்த எண்ணின் ஒன்றாம் அடுக்கு எனக் கூறலாம்.

மீண்டும் காரணிப்படுத்துவதைப் பார்ப்போம் 128 ஐ 2 இன் அடுக்காகவும், 243 ஐ 3 இன் அடுக்காகவும் எழுதினோம் அல்லவா.

இயந்திரக் கணிதம்

கூட்டல், கழித்தல் பெருக்கல் வகுத்தல் என்பனவற்றைப் போல் இரண்டு எண்களைப் பயன்படுத்திச் செய்யும் செயலே அடுக்குகளாக்குதல் ஆகும். ஆனால் வேறு செயல்பாடுகளைப் போல் எண்களுக்கு இடையே கணித சின்னங்களைப் பயன்படுத்தி அடுக்குகளாக்குதலை எழுதுவது இல்லை. கணிப்பான், கணினி போன்ற கணித இயந்திரங்களில் எண்களைச் சிறியதாக்கியும் மேல் உச்சிக்கு மாற்றியும் படிகள் எழுத இயலாது அல்லவா. சாதாரணமாக அடுக்குக் குறியீட்டிற்கு ^என்ற சின்னம் பயன்படுத்தப்படுகிறது. எடுத்துக்காட்டாக 2^5 கிடைக்க 2^5 எனத் தட்டச்சு செய்ய வேண்டும். மிகப் பெரிய எண்களின் பயன்பாட்டிற்காக bc என்றொரு கணிப்பான் லினக்ஸில் உள்ளது. சாளரத்தில் bc என்று தட்டச்சு செய்தால் இது கிடைக்கும். இதைப் பயன்படுத்தி 2^{100} உம் 2^{1000} கணக்கிட்டிருப்பதைப் பாருங்கள்.

$$128 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^7$$

$$243 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^5$$

576 ஐப் பகா எண்களின் பெருக்கல் பலனாகப் பிரித்து எழுதுவது எவ்வாறு?

$$576 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$$
$$= 2^6 \times 3^2$$

1 ஐ விடப் பெரிய எந்த எண்ணல் எண்ணையும் பகா எண்களின் பெருக்கல் பலனாக எழுதலாம் எனத் தெரியும் அல்லவா.

இதை வேறொரு முறையில் கூறலாம்.

ஒன்றைவிடப்பெரிய எந்த எண்ணல் எண்ணையும் ஒரு பகா எண்ணின் அடுக்காகவோ, வேறுபட்ட பகா எண்களின் அடுக்குகளின் பெருக்கல் பலனாகவோ எழுதலாம்.

கீழே தரப்பட்டுள்ள எண்களை ஒரு பகா எண்ணின் அடுக்காகவோ, வேறுபட்ட பகா எண்களின் அடுக்குகளின் பெருக்கல் பலனாகவோ எழுதிப் பார்க்கவும்.

(i) 125 (ii) 72 (iii) 100

(iv) 250 (v) 3600 (vi) 10800

பின்ன அடுக்குகள்

பக்கங்களின் நீளம் 4 மீட்டர் ஆன சதுரத்தின் பரப்பளவு எவ்வளவு?

பக்கங்களின் நீளம் $\frac{1}{4}$ மீட்டர் ஆனால்?

4×4 என்பதனை 4^2 என்று எழுதியதைப் போன்று

$$\frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \left(\frac{1}{4}\right)^2$$

எனவும் எழுதலாம். பின்ன எண்களின் பெருக்கலுக்கு ஏற்ப

$$\frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{4 \times 4}$$

ஆனதால்,

$$\left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{4^2}$$

எனக் கிடைக்கும்.

அவன் பெரிய, கணக்கின் ஆள்தான்? இப்பொழுது தான் bc ஐப் பார்த்தான். இப்போது எந்த நேரமும் பிஸிதான்!

அப்பொழுது பொதுவாக இயற்கணித மொழியில்

பக்கங்ளின் நீளம் x ஆன சதுரத்தின் பரப்பளவு x^2

எனக் கூறலாம். ($x \times x$ என்றோ xx என்றோ எழுதுவதை விட x^2 என எழுதுவது சிறந்தது அல்லவா?

மேலும் இந்தக் கணக்கைத் தசம வடிவத்தில் எழுதினால்? பக்கங்கள் எல்லாம் 0.25 மீட்டரான சதுரத்தின் பரப்பளவு,

$$(0.25)^2 = 0.25 \times 0.25 = 0.0625 \text{ சதுரமீட்டர்.}$$

இதைப் போன்று விளிம்புகள் எல்லாம் $\frac{1}{2}$ மீட்டர் நீளம் உடைய கனசதுரக் கட்டையின் கன அளவு,

அறிவியல் சின்னம்

அறிவியலின் பல பிரிவுகளிலும், குறிப்பாகப் பெரிய எண்களை எழுதுவது வேறுபட்ட முறையிலாகும் 1 க்கும் 10 க்கும் இடையே உள்ள ஓர் எண்ணிற்கும் 10 இன் ஓர் அடுக்கிற்கும் இடையேயான பெருக்கல் பலனாக எழுதுவதே இந்த முறையாகும். எடுத்துக்காட்டாக,

2376	2.376×10^3
237.6	2.376×10^2
23.76	2.376×10

இந்த முறை அறிவியல்சின்னம் (scientific notation) என அறியப்படுகிறது.

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \left(\frac{1}{2}\right)^3 \text{ கனமீட்டர்.}$$

எனச் சுருக்கி எழுதலாம். (எழுதும் போது மட்டும் தான் சுருக்கம், இது $\frac{1}{8}$ எனக் கணக்கிடுவதற்குப் பெருக்கத்தான் வேண்டும்.)

தசம வடிவத்தில் ஆக்கினால்?

விளிம்புகள் எல்லாம் 0.5 மீட்டர் நீளமுடைய கனசதுரக் கட்டையின் கனஅளவு,

$$(0.5)^3 = 0.5 \times 0.5 \times 0.5$$
$$= 0.125 \text{ கனமீட்டர்.}$$

இயற்கணித மொழியில் கூறினால்,

விளிம்புகளின் நீளம் x ஆன கனசதுரக் கட்டையின் கன அளவு x^3.

அப்பொழுது விளிம்புகளின் நீளம் $2\frac{1}{4}$ மீட்டர் ஆன கனசதுரக் கட்டையின் கனஅளவு எவ்வளவு?

$$\left(2\frac{1}{4}\right)^3 = \left(\frac{9}{4}\right)^3 = \frac{9}{4} \times \frac{9}{4} \times \frac{9}{4} = \frac{9 \times 9 \times 9}{4 \times 4 \times 4} = \frac{729}{64}$$

அப்பொழுது கன அளவு $\frac{729}{64}$ கனமீட்டர்.

வகுத்தல் பலனையும் மீதியையும் பிரித்தெழுதி இவ்வாறு கணக்கிடலாம்.

$$\frac{729}{64} = 11\frac{25}{64}$$

இல்லையெனில் ஒரு கணிப்பானைப் பயன்படுத்தி,

$$\frac{729}{64} = 11.390625$$

எனக் கூறலாம்.

தேவையெனில் இதனைக் கனமீட்டரில் எழுதலாம்.

1 மீட்டர் = 100 சென்டிமீட்டர்

= 10^2 சென்டிமீட்டர்

1 கனமீட்டர் = $100 \times 100 \times 100$ கனசென்டிமீட்டர்

= 10^6 கனசென்டிமீட்டர்

அப்பொழுது,

11.390625 கனமீட்டர்

= 11.390625×10^6 கனசென்டிமீட்டர்

= 11390625 கனசென்டிமீட்டர்

மேலும் சில கணக்குகளைப் பார்ப்போம்.

2 இன் சில அடுக்குகளை வரிசையாகக் கணக்கிடுவது கடினமில்லை.

$$2^2 = 2 \times 2 = 4$$
$$2^3 = 4 \times 2 = 8$$
$$2^4 = 8 \times 2 = 16$$
$$2^5 = 16 \times 2 = 32$$

இதைப் பயன்படுத்தி $\frac{1}{2}$ இன் அடுக்களையும் எழுதலாம்.

இயந்திர எல்லை

கணிப்பான்களில் பெரிய எண்கள் அறிவியல் சின்னத்தைப் பயன்படுத்திக் காண்பிக்கப்படுகிறது.

இதில் 1.267650600E30 என்பதன் பொருள் $1.267650600 \times 10^{30}$ அதாவது, 1267650600 என்ற எண்ணுடன் தொடர்ச்சியான 21 பூச்சியங்களும் சேர்ந்த எண் என்பதாகும்.

இது துல்லியமானதல்ல 2^{100} அருகில் வரும் ஓர் எண் மட்டுமாகும். கணித இயந்திரங்கள் கணக்கீடு செய்யும் எண்களின் அளவிற்கு ஓர் எல்லை உண்டு. இங்கே தரப்பட்டுள்ள கணிப்பானிற்கு 12 இலக்கங்கள் வரையுள்ள எண்களை மட்டுமே கணக்கிட இயலும். முதலில் கூறிய bc என்ற கணிப்பானின் எல்லை மிகவும் பெரியதானதால், 2^{100} ஐயும் 2^{1000} ஐயும் எல்லாம் துல்லியமாகக் காண்பிக்க இயலும்.

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{1}{2^5} = \frac{1}{32}$$

2 இன் அடுக்குகள் பெரியதாகும் போது, $\frac{1}{2}$ இன் அடுக்குகள் சிறியதாகின்றன எதனால்?

2 ஆல் பெருக்கும் போது ஒவ்வொரு பெருக்கலும் இரண்டு மடங்காக அதிகரிக்கிறது.

$\frac{1}{2}$ ஆல் பெருக்கும் போது ஒவ்வொரு பெருக்கலும் இரண்டில் ஒன்றாகச் சுருங்குகிறது.

பொதுவாகக் கூறினால்,

ஒன்றைவிடப் பெரிய எண்களின் அடுக்குகள் படிப்படியாகப் பெரிதாகின்றன. ஒன்றைவிடச் சிறியதும், பூஜ்ஜியத்தைவிடப் பெரியதுமான எண்களின் அடுக்குகள் படிப்படியாகச் சிறியதாகின்றன. ஒன்றின் அடுக்குகள் எல்லாம் ஒன்றாகும். பூஜ்ஜியத்தின் அடுக்குகள் பூஜ்ஜியமாகவும் தொடரும்.

மேலும் இந்தக் கணக்குகளைச் செய்து பார்க்கவும்.

(1) கீழே தரப்பட்டுள்ள அடுக்குகளின் பின்ன எண்களைக் கணக்கிடவும்.

(i) $\left(\frac{2}{3}\right)^2$ (ii) $\left(1\frac{1}{2}\right)^2$ (iii) $\left(\frac{2}{5}\right)^3$ (iv) $\left(2\frac{1}{2}\right)^3$

(2) கீழே தரப்பட்டுள்ள அடுக்குகளின் தசமவடிவத்தைக் கணக்கிடவும்.

(i) $(0.5)^2$ (ii) $(1.5)^2$ (iii) $(0.1)^3$ (iv) $(0.01)^3$

(3) $15^3 = 3375$ ஆகும். இதைப் பயன்படுத்திக் கீழே தரப்பட்டுள்ள அடுக்குகளைக் கணக்கிடவும்.

(i) $(1.5)^3$ (ii) $(0.15)^3$ (iii) $(0.015)^3$

அடுக்குகளின் அளவு

இரண்டின் அடுக்குகள் மிக வேகமாகப் பெரியதாகின்றன என்பதைக் காண்பிக்கும் ஒரு கதை இருக்கிறது.

ஓர் அரசன், அவரைச் சதுரங்கப் போட்டியில் வென்ற ஒருவரிடம் என்ன பரிசு வேண்டும் எனக் கேட்டார். அதற்கு அவன், ஒரு சதுரங்கப் பலகையின் முதல் கட்டத்தில் ஓர் அரிசி, இரண்டாம் கட்டத்தில் இரண்டு அரிசி, மூன்றாம் கட்டத்தில் நான்கு அரிசி என்றிவ்வாறு ஒவ்வொரு கட்டத்திலும் இரு மடங்காக்கி அறுபத்தி நான்கு கட்டங்களையும் நிரப்ப வேண்டும் என்று கேட்டான். மிக எளிதானது எனத் தொடங்கிய இந்த அன்பளிப்பு நாட்டின் தானியக்கிடங்கு முழுவதும் காலியான பின்பும் பாதி அளவைக் கூட நிரப்ப முடியவில்லை என்பது தான் அந்தக் கதை.

இதன் கணக்கைப் பார்ப்போம். இங்கு தேவைப்படுவது 1, 2, 4, 8 என்றிவ்வாறு 63 வரையுள்ள 2 இன் அடுக்குகளின் தொகையாகும்.

bc ஐப் போன்ற கணிப்பானைப் பயன்படுத்தி இதனைக் கணக்கிட்டால் இலட்சம் கோடி கோடியைவிடப் பெரியதாகும் இந்த எண் எனக் காணலாம். ஓர் அரிசியின் எடை 30 மில்லி கிராம் என எடுத்தால் மொத்த அரிசியின் எடை ஐம்பதினாயிரம் கோடி டன் ஆகும்.

ஓர் ஆண்டிற்கு உலகத்தில் உற்பத்தி செய்யப்படும் அரிசியின் எடை தோராயமாக ஐந்நூறு கோடி டன் மட்டுமே என்பதை ஞாபகத்தில் கொள்க.

அடுக்குகளின் பெருக்கல்

2 இன் 3 மடங்கையும், 2 இன் 5 மடங்கையும் கூட்டினால் 2 இன் 8 மடங்காகும் எனத் தெரியும் அல்லவா. இது எப்படி சரியாகிறது?

2 இன் 3 மடங்கு = 2 + 2 + 2

2 இன் 5 மடங்கு = 2 + 2 + 2 + 2 + 2

இவற்றைக் கூட்டினால்,

$$\underbrace{(2+2+2)}_{3\ \text{எண்ணிக்கை}} + \underbrace{(2+2+2+2+2)}_{5\ \text{எண்ணிக்கை}} = \underbrace{2+2+2+2+2+2+2+2}_{8\ \text{எண்ணிக்கை}}$$

இதனை இவ்வாறு எழுதலாம்.

$$(2 \times 3) + (2 \times 5) = 2 \times (5 + 3) = 2 \times 8$$

மேலும் 2 இன் அடுக்குகள் ஆனால்?

2 இன் 3 ஆம் அடுக்கு = 2 × 2 × 2

2 இன் 5 ஆம் அடுக்கு = 2 × 2 × 2 × 2 × 2

எல்லாம் பெருக்கல் ஆனதால் இவற்றைக் கூட்டுவதற்குப் பதிலாகப் பெருக்கிப் பார்ப்போம்

$$\underbrace{(2 \times 2 \times 2)}_{3\ \text{எண்ணிக்கை}} \times \underbrace{(2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2)}_{5\ \text{எண்ணிக்கை}} = \underbrace{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}_{8\ \text{எண்ணிக்கை}}$$

இதை அடுக்குகளாக எவ்வாறு எழுதலாம்?

$$2^3 \times 2^5 = 2^{3+5} = 2^8$$

இதைப்போன்று $3^2 \times 3^4$ எழுதினால்,

$$3^2 = 3 \times 3$$

$$3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3$$

இவற்றைப் பெருக்கும் போது,

$$3^2 \times 3^4 = \underbrace{(3 \times 3)}_{2\ \text{எண்ணிக்கை}} \times \underbrace{(3 \times 3 \times 3 \times 3)}_{4\ \text{எண்ணிக்கை}} = \underbrace{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}_{6\ \text{எண்ணிக்கை}}$$

அதாவது,

$$3^2 \times 3^4 = 3^6$$

அப்போது ஓர் எண்ணின் அடுக்குகளின் பெருக்கல் பலனைக் குறித்து பொதுவாக என்ன கூறலாம்?

ஓர் எண்ணின் அடுக்குகளைப் பெருக்கும் போது, படிகளைக் கூட்ட வேண்டும்.

இயற்கணித மொழியில்,

x எந்த ஓர் எண்ணும் m, n இவை இரண்டு எண்ணல் எண்களும் ஆனால்,

$$x^m \times x^n = x^{m+n}$$

இவற்றில் இரண்டு கருத்துகள் உள்ளன.

(i) ஓர் எண்ணின் இரண்டு அடுக்குகளின் பெருக்கல் பலன் அந்த எண்ணினுடைய அடுக்காகும்.
(ii) பெருக்கல் பலனின் அடுக்கு, பெருக்கும் எண்களின் அடுக்குகளின் தொகையாகும்.

இரண்டிற்கும் அதிகமான அடுக்குகளைப் பெருக்கும் போது இவ்வாறே செய்ய வேண்டும். எடுத்துகாட்டாக $3^2 \times 3^5 \times 3^4$ என்பதை இவ்வாறு கணக்கிடலாம்.

$$\begin{aligned} 3^2 \times 3^5 \times 3^4 &= (3^2 \times 3^5) \times 3^4 \\ &= 3^7 \times 3^4 \\ &= 3^{11} \end{aligned}$$

பெருக்கல் பலன்களைப் பகா எண்களாகக் காரணிப்படுத்துவதற்கு அடுக்குகளின் இந்தக் கருத்தைப் பயன்படுத்தலாம்.

எடுத்துக்காட்டாக 96×144 ஐப் பகா எண்களின் பெருக்கல் பலனாக எழுத வேண்டும் எனக் கருதவும். முதலில் ஒவ்வொன்றையும் இவ்வாறு எழுதலாம்.

$$\begin{aligned} 96 &= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 2^5 \times 3 \\ 144 &= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 2^4 \times 3^2 \end{aligned}$$

அப்பொழுது,

$$\begin{aligned} 96 \times 144 &= (2^5 \times 3) \times (2^4 \times 3^2) \\ &= (2^5 \times 2^4) \times (3 \times 3^2) \\ &= 2^9 \times 3^3 \end{aligned}$$

வேறொரு எடுத்துக்காட்டைப் பார்ப்போம்

1 முதல் 9 வரையுள்ள எண்ணல் எண்களின் பெருக்கல் பலனைப் பகா எண்களின் பெருக்கல் பலனாக எழுதவும்.

இவற்றில் பகா எண்களான 2, 3, 5, 7 என்பனவற்றை மாற்ற வேண்டியதில்லை. மீதமுள்ள எண்களைப் பகா எண்களின் பெருக்கல் பலனாக எழுதலாம்.

$$4 = 2^2$$
$$6 = 2 \times 3$$
$$8 = 2^3$$
$$9 = 3^2$$

அப்பொழுது,

$$\begin{aligned} 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 &= 2 \times 3 \times 2^2 \times 5 \times (2 \times 3) \times 7 \times 2^3 \times 3^2 \\ &= (2 \times 2^2 \times 2 \times 2^3) \times (3 \times 3 \times 3^2) \times 5 \times 7 \\ &= 2^7 \times 3^4 \times 5 \times 7 \end{aligned}$$

இந்தக் கணக்குகளில் பெருக்கல் பலன்களைக் கணக்கிடாமல் அவற்றைப் பகா எண்களின் பெருக்கல் பலனாக எழுதியதைப் பார்த்தீர்களா?

மேலும் இந்தக் கணக்குகளைச் செய்து பார்க்கவும்.

(1) கீழே தரப்பட்டுள்ள எண்களின் பெருக்கல் பலனைப் பகா எண்களின் அடுக்குகளின் பெருக்கல் பலனாக எழுதவும்:

(i) 72×162 (ii) 225×135 (iii) 105×175 (iv) $25 \times 45 \times 75$

(2) 1 முதல் 15 வரையுள்ள எண்ணல் எண்களின் பெருக்கல் பலனைப் பகா எண்களின் அடுக்குகளின் பெருக்கல் பலனாக எழுதவும்.

(3) 1 முதல் 25 வரையுள்ள எண்ணல் எண்களில்

(i) 2 ஆல் மீதியின்றி வகுக்க இயலுகின்றதும் 4 ஆல் மீதியின்றி வகுக்க இயலாததுமான எண்கள் எவையெல்லாம்?

(ii) 4 ஆல் மீதியின்றி வகுக்க இயலுகின்றதும் 8 ஆல் மீதியின்றி வகுக்க இயலாததுமான எண்கள் எவையெல்லாம்?

(iii) 8 ஆல் மீதியின்றி வகுக்க இயலுகின்றதும் 16 ஆல் மீதியின்றி வகுக்க இயலாதுமான எண்கள் எவை?

(iv) 1 முதல் 25 வரையுள்ள எண்ணல் எண்களின் பெருக்கல் பலனை மீதியின்றி வகுக்க இயலுகின்ற 2 இன் மிகப்பெரிய அடுக்கு எது?

(4) 1 முதல் 25 வரையுள்ள எண்ணல் எண்களின் பெருக்கல் பலனை மீதியின்றி வகுக்க இயலுகின்ற

(i) 5 இன் மிகப்பெரிய அடுக்கு எது?

(ii) 10 இன் அடுக்கு?

(iii) 1 முதல் 25 வரையுள்ள எண்ணல் எண்களின் பெருக்கல் பலனின் இறுதியில் எத்தனை பூஜ்ஜியங்கள் இருக்கும்?

அடுக்குகளின் வகுத்தல்

$256 \div 32$ எவ்வளவு?

வகுப்பதற்கு முன் காரணிகளாக்குவது வசதி அல்லவா?

$$256 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^8$$

$$32 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^5$$

எனில் கண்டுபிடிக்க வேண்டியது.

$$2^8 \div 2^5$$

அதாவது 2^5 ஐ எந்த எண்ணால் பெருக்கினால் 2^8 கிடைக்கும் என்பதே கேள்வி.

முன்பு பார்த்தது போல்,

$$2^5 \times 2^3 = 2^8$$

இதிலிருந்து,

$$2^8 \div 2^5 = 2^3$$

எனக் காணலாம் அல்லவா? அதாவது,

$$256 \div 32 = 8$$

இதைப் போன்று 15625 ஐ 625 ஆல் வகுத்துப் பார்ப்போம்.

5 ஆல் தொடர்ந்து வகுத்து, இரண்டு எண்களையும் 5 இன் அடுக்குகளாக எழுதலாம்.

$$15625 = 5^6$$

$$625 = 5^4$$

அப்பொழுது வினா இவ்வாறு ஆகும்.

$$15625 \div 625 = 5^6 \div 5^4$$

அதாவது,

5^4 ஐ எதனால் பெருக்கினால் 5^6 கிடைக்கும்?

ஒரே எண்களின் அடுக்குகளைப் பெருக்கும்போது, அடுக்கு கூட்டல் பலன் ஆகுமல்லவா? இங்கு முதலில் உள்ள அடுக்கான 4 ஐ இரண்டாவது அடுக்கான 6 ஆக மாற்ற வேண்டும்.

அப்பொழுது வினா இவ்வாறு மாறும்.

4 ஐ 6 ஆக மாற்ற எத்தனை கூட்ட வேண்டும்?

இனி முன்னர் செய்ததைச் சிந்தித்தால் முதல் கணக்கின் விடை கிடைக்கும் அல்லவா?

- $4 + 2 = 6$
- $5^4 \times 5^2 = 5^6$
- $5^6 \div 5^4 = 5^2$
- $15625 \div 625 = 25$

இதைப் போன்று $8^{15} \div 8^6$ கணக்கிடுவதற்கு என்னவெல்லாம் செய்ய வேண்டும்?

- 8^{15} ஐ 8^6 ஆல் வகுத்தால் என்ன கிடைக்கும்?
- 8^6 ஐ 8^{15} ஆக்குவதற்கு 8 இன் எந்த அடுக்கால் பெருக்க வேண்டும்?
- 6 ஐ 15 ஆக்க எதைக் கூட்ட வேண்டும்?

கடைசி வினாவின் விடையைக் கண்டுபிடித்தால், முன்னர் செய்ததைச் சிந்தித்து முதல் வினாவின் விடையைக் கண்டுபிடிக்கலாம்.

- $15 - 6 = 9$
- $6 + 9 = 15$
- $8^6 \times 8^9 = 8^{15}$
- $8^{15} \div 8^6 = 8^9$

இப்பொழுது செய்த மூன்று கணக்குகளையும் மேலும் ஒரு முறையில் பார்ப்போம்.

$$2^8 \div 2^5 = 2^3 = 2^{8-5}$$

$$5^6 \div 5^4 = 5^2 = 5^{6-4}$$

$$8^{15} \div 8^6 = 8^9 = 8^{15-6}$$

இதை ஒரு பொதுக் கருத்தாகக் கூறலாம் அல்லவா.

பூஜ்யம் அல்லாத ஓர் எண்ணின் பெரிய அடுக்கை அதே எண்ணின் சிறிய அடுக்கால் வகுக்கும்போது அடுக்குகளைக் கழிக்க வேண்டும்.

மேலும் இதை இயற்கணித மொழியில் எழுதலாம்.

x பூஜ்யமல்லாத எந்த எண்ணும் m, n இவை $m > n$ ஆன எந்த எண்ணல் எண்களும்,

ஆனால் $\frac{x^m}{x^n} = x^{m-n}$

இயற்கணிதத்தில் வகுத்தலைப் பொதுவாகப் பின்னவடிவத்தில் எழுதுவதினால் $x^m \div x^n$ என்பதனை $\frac{x^m}{x^n}$ என்று எழுதப்பட்டது.

வேறொரு கணக்கைப் பார்ப்போம்

$$288 \div 36$$

முன்னர் செய்ததைப் போன்று இரண்டு எண்களையும் காரணிகளாகப் பிரித்து எழுதினால்,

$$288 = 2^5 \times 3^2$$

$$36 = 2^2 \times 3^2$$

மேலும் என்ன செய்ய வேண்டும்?

வகுக்கும்போது பொதுக் காரணிகளை நீக்கலாம் அல்லவா அப்போது,

$$(2^5 \times 3^2) \div (2^2 \times 3^2) = 2^5 \div 2^2$$

இந்த வகுத்தலை எளிதாகச் செய்யலாம்.

$$2^5 \div 2^2 = 2^{5-2} = 2^3$$

இந்தச் செயல்களை எல்லாம் ஒன்றாக எழுதினால்?

$$\begin{aligned} 288 \div 36 &= (2^5 \times 3^2) \div (2^2 \times 3^2) \\ &= 2^5 \div 2^2 \\ &= 2^3 \\ &= 8 \end{aligned}$$

மேலும் இந்தக் கணக்குகளைச் செய்து பார்க்கவும்.

(1) கீழே தரப்பட்டுள்ள வகுத்தல் பலன்களைக் கணக்கிடவும்.

(i) $512 \div 64$ (ii) $3125 \div 125$ (iii) $243 \div 27$ (iv) $1125 \div 45$

(2) (i) 2^{10} இன் பாதியை 2 இன் அடுக்காக எழுதவும்.

(ii) 3^{12} இன் மூன்றில் ஒன்றை 3 இன் அடுக்காக எழுதவும்.

சில பின்ன எண்களை எளிதாக்கவும் படிகளைப் பயன்படுத்தலாம்.

எடுத்துகாட்டாக $\frac{64}{512}$ என்ற பின்ன எண்ணைப் பார்க்கவும்.

தொகுதியையும் பகுதியையும் காரணிப்படுத்தி இவ்வாறு எழுதலாம்.

$$64 = 2^6, \quad 512 = 2^9$$

இப்பொழுது,

$$\frac{64}{512} = \frac{2^6}{2^9}$$

$$= \frac{2^6}{2^6 \times 2^3}$$

$$= \frac{2^6}{2^6} \times \frac{1}{2^3}$$

$$= \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$$

எனக் கணக்கிடலாம்.

இதைப் போன்று,

$$\frac{49}{343} = \frac{7^2}{7^3}$$

$$= \frac{7^2}{7^2 \times 7}$$

$$= \frac{7^2}{7^2} \times \frac{1}{7}$$

$$= \frac{1}{7}$$

இந்த இரண்டு செயல்பாடுகளையும் இயற்கணித வடிவத்தில் இவ்வாறு எழுதலாம்.

x பூஜ்ஜியமல்லாத எந்த எண் ஆனாலும், m, n இவை $m < n$ ஆன எந்த எண்ணல் எண்களானாலும்,

$$\frac{x^m}{x^n} = \frac{1}{x^{n-m}}$$

இதைப்போன்று கீழே தரப்பட்டுள்ள பின்ன எண்களை எளிதாக்கி எழுதலாம் அல்லவா.

(i) $\frac{27}{243}$ (ii) $\frac{125}{3125}$ (iii) $\frac{48}{64}$ (iv) $\frac{54}{81}$

மடங்கும் அடுக்கும்

4 இன் 3 மடங்கையும் 6 இன் 3 மடங்கையும் கூட்டினால் என்ன கிடைக்கும்?

10 இன் 3 மடங்கு அல்லவா?

இது எதனால் சரியாகிறது?

4 இன் 3 மடங்கு = 4 + 4 + 4

6 இன் 3 மடங்கு = 6 + 6 + 6

இவற்றைக் கூட்டும் போது, 4 ஐயும் 6 ஐயும் ஜோடிகளாக்கிக் கூட்டினால்?

(4 இன் 3 மடங்கு) + (6 இன் 3 மடங்கு) = (4 + 6) + (4 + 6) + (4 + 6) = 10 + 10 +10 = 10 இன் 3 மடங்கு இதைச் சுருக்கி இவ்வாறு எழுதலாம்.

$$(4 \times 3) + (6 \times 3) = (4 + 6) \times 3$$

மடங்குகளுக்குப் பதிலாக அடுக்குகள் ஆனால்?

4 இன் 3 ஆம் அடுக்கு = 4 × 4 × 4

6 இன் 3 ஆம் அடுக்கு = 6 × 6 × 6

கூட்டுவதற்குப் பதிலாகப் பெருக்கலாம். அப்பொழுதும் 4 ஐயும் 6 ஐயும் ஜோடிகளாக்கிப் பெருக்கலாம்.

(4 இன் 3 ஆம் அடுக்கு) × (6 இன் 3 ஆம் அடுக்கு) = (4 × 6) × (4 × 6) × (4 × 6) = (4 × 6) இன் 3 ஆம் அடுக்கு(4 × 6) இன் 3 ஆம் அடுக்கு என்பது $(4 \times 6)^3$ என எழுதலாம். அப்பொழுது மேலேயுள்ள சமன்பாட்டை இவ்வாறு சுருக்கலாம்.

$$4^3 \times 6^3 = (4 \times 6)^3$$

இதில் 4, 6, 3 என்பனவற்றிற்குப் பதிலாக வேறு எண்களை எடுத்தாலும், இதே முறையிலான தொடர்பு கிடைக்கும் அல்லவா.

அப்பொழுது பொதுவாக என்ன கூறலாம்?

இரண்டு எண்களின் ஒரே அடுக்குகளுக்கு இடையே உள்ள பெருக்கல் பலன், எண்களின் பெருக்கல் பலனின் அதே அடுக்காகும்.

இயற்கணிதத்தைப் பயன்படுத்திக் கூறினால்.

x, y இவை இரண்டு எண்களும் n ஓர் எண்ணல் எண்ணும் ஆனால்,

$$x^n y^n = (xy)^n$$

சில பெருக்கல் செயல்களை எளிதாகச் செய்வதற்கு இதைப் பயன்படுத்தலாம். எடுத்துக்காட்டாக, 625×16 ஐப் பார்க்கவும்.

$$625 = 5^4$$

$$16 = 2^4$$

எனக் கண்டுபிடித்தால்,

$$625 \times 16 = 5^4 \times 2^4 = (5 \times 2)^4 = 10^4 = 10000$$

என விரைவில் கணக்கிடலாம்.

வேறொரு கணக்கைப் பார்ப்போம்,

7 இன் 2 மடங்கின் 5 மடங்கு எத்தனை?

இவ்வாறு பார்ப்போம்

- 7 இன் 2 மடங்கு $7 \times 2 = 14$
- 14 இன் 5 மடங்கு $14 \times 5 = 70$

இவ்வாறு ஆகலாம்,

- 2 இன் 5 மடங்கு $2 \times 5 = 10$
- 7 இன் 10 மடங்கு $7 \times 10 = 70$

இது எதனால் சரியாகிறது எனப் பார்ப்போம்.

7 இன் 2 மடங்கு $= 7 + 7$

(7 + 7) இன் 5 மடங்கு $= (7 + 7) + (7 + 7) + (7 + 7) + (7 + 7) + (7 + 7)$

= 7 இன் 10 மடங்கு.

இந்தக் கணக்கீட்டை எவ்வாறு எழுதலாம்.

$$(7 \times 2) \times 5 = 7 \times (2 \times 5)$$

முன்னர் செய்ததைப் போன்று மடங்குகளுக்குப் பதிலாக அடுக்குகள் ஆனால்?

7 இன் 2 ஆம் அடுக்கின் 5 ஆம் அடுக்கு எவ்வளவு?

7 இன் 2-ஆம் அடுக்கு $= 7 \times 7$

(7×7) இன் 5-ஆம் அடுக்கு $= (7 \times 7) \times (7 \times 7) \times (7 \times 7) \times (7 \times 7) \times (7 \times 7)$

$=$ 7 இன் 10-ஆம் அடுக்கு.

அடுக்குகளை எழுதி இந்தச் சமன்பாட்டைச் சுருக்கலாம் இதில் $(7 \times 7)^5$ என்பதனை $(7^2)^5$ என எழுதலாம், அப்பொழுது சமன்பாடு இவ்வாறாகும்.

$$(7^2)^5 = 7^{10}$$

வேறு எண்களை எடுத்தாலும் இந்தத் தொடர்பு கிடைக்கும் அல்லவா? அந்தத் தொடர்பு எது?

ஓர் எண்ணின் அடுக்கின் அடுக்கைக் கணக்கிடுவதற்குப் அடுக்களைப் பெருக்க வேண்டும்.

இயற்கணிதத்தில் எழுதினால்?

x ஓர் எண்ணும் m, n இவை இரண்டு எண்ணல் எண்களும் ஆனால்,

$$(x^m)^n = x^{mn}$$

ஓர் எண்ணைப் பகா எண்களின் பெருக்கல் பலனாக எழுதினால் அதன் அடுக்குகளை இவ்வாறு பிரித்து எழுதுவதற்கு இந்தக் கருத்துகளைப் பயன்படுத்தலாம்.

எடுத்துக்காட்டாக,

$$144 = 2^4 \times 3^2$$

எனக் கண்டுபிடித்த பின்,

$$144^5 = (2^4 \times 3^2)^5$$
$$= (2^4)^5 \times (3^2)^5$$
$$= 2^{20} \times 3^{10}$$

என எழுதலாம்.

மேலும் இந்தக் கணக்குகளைச் செய்து பார்க்கவும்.

(1) கீழே தரப்பட்டுள்ள பெருக்கல்களை மனக்கணக்காகச் செய்யவும்.

(i) $5^2 \times 4^2$ (ii) $5^3 \times 6^3$ (iii) $25^3 \times 4^3$ (iv) $125^2 \times 8^2$

(2) கீழே தரப்பட்டுள்ள எண்களின் வித்தியாசமான பகா எண்களின் அடுக்குகளின் பெருக்கல் பலனாக எழுதவும்.

(i) 15^2 (ii) 30^3 (iii) $12^2 \times 21^2$ (iv) $12^2 \times 21^3$

9 எண் தொடர்கள்

காரணிகள்

பகா எண்களைப் பற்றிக் கேள்விப் பட்டிருக்கிறீர்கள் அல்லவா? 1 உம் அந்த எண்ணும் மட்டுமே காரணிகளான, 1 ஐ விடப் பெரிய எண்ணல் எண்கள்.

எடுத்துக்காட்டாக 2, 3, 5, 7, 11, ...

இவை ஒவ்வொன்றிற்கும் இரண்டு காரணிகள் மட்டுமே உள்ளன.
ஒரு பகா எண்ணின் இரண்டாம் அடுக்கை எடுத்தால்?

எடுத்துக்காட்டாக $7^2 = 49$.

இதற்கு எத்தனை காரணிகள் உள்ளன?
1, 7, 49 என்ற மூன்று காரணிகள் மட்டும் அல்லவா?

மூன்றாம் அடுக்கு ஆனால்? $7^3 = 343$

காரணிகள் எவை?

1, 7, 49, 343 என்ற நான்கு காரணிகள் மட்டும்.

மேலும் 7^4 ஐக் கணக்கிடாமல் அதற்கு எத்தனை காரணிகள் உள்ளன எனக் கூற இயலுமா?

$1, 7, 7^2, 7^3, 7^4$ என்ற 5 காரணிகள்

இதைப் போன்று 11^5 எத்தனை எனத் தெரியாமலே அதற்கு எத்தனை காரணிகள் உள்ளன எனக் கூறலாம் அல்லவா?

அப்பொழுது பொதுவாக ஒரு பகா எண்ணின் அடுக்குகளின் காரணிகளின் எண்ணிக்கையைப் பற்றி என்ன கூறலாம்?

எந்தப் பகா எண்ணின் அடுக்கினுடையவும் காரணிகளுடையவும் எண்ணிக்கை, அடுக்கைவிட ஒன்று கூடுதலாகும்.

இதை இயற்கணித மொழியில் எழுதினால்?

p ஒரு பகா எண்ணும், n ஓர் எண்ணல் எண்ணும் எனில் p^n என்ற எண்ணின் காரணிகளின் எண்ணிக்கை $n + 1$ ஆகும்.

ஒரு பகா எண்ணை அதைக் கொண்டு மீண்டும் மீண்டும் பெருக்கிக் கிடைப்பதே அதன் அடுக்குகள். அவ்வாறு பெருக்கும்போது காரணிகளின் எண்ணிக்கை எவ்வாறு மாறுபடுகிறது எனக் கண்டோம்.

மேலும் ஒரு பகா எண்ணை வேறொரு பகா எண்ணால் பெருக்கினால்?
எடுத்துக்காட்டாக $5 \times 7 = 35$ ஐ பார்ப்போம்.

முதலில் 5 இன் காரணிகளான 1 ஐயும் 5 ஐயும் எடுத்துக்கொள்வோம். இவை இரண்டும் 35 னுடையவும் காரணிகள் அல்லவா?

மேலும் இந்தக் காரணிகளையும் 7 ஆல் பெருக்கிக் கிடைக்கும் 7 உம் 35 உம் 35 இன் காரணிகள் ஆகும்.

அப்பொழுது 35 க்கு எத்தனை காரணிகள் உள்ளன?

1	5	(5 இன் காரணிகள்)
7	35	(5 இன் காரணிகளை 7 ஆல் பெருக்கியது)

என்றிவ்வாறு 4 காரணிகள்.

$5^2 \times 7 = 25 \times 7 = 175$ ஆனால்?

முதலில் $5^2 = 25$ இன் 3 காரணிகள்.

$1, 5, 5^2$ அதாவது $1, 5, 25.$

மேலும் இவை ஒவ்வொன்றையும் 7 ஆல் பெருக்கிக் கிடைக்கும் வேறு 3 காரணிகள்

1	5	5^2	அதாவது	1	5	25
7	5×7	$5^2 \times 7$		7	35	175

மொத்தம் $3 + 3 = 3 \times 2 = 6$ காரணிகள்

மேலும் $5^2 \times 7^2$ ஆனால்? இந்த எண்ணைப் பெருக்கிப் பார்க்காமல் காரணிகளைக் கணக்கிடலாம்.

முதலில் கண்டுபிடித்த $5^2 \times 7$ இன் காரணிகள் எல்லாம் $5^2 \times 7^2$ னுடையவும் காரணிகள் அல்லவா. புதிதாகக் கிடைக்கும் காரணிகள் எவை?

மேலே உள்ள அட்டவணையில் முதல் வரிசையிலுள்ள $1, 5, 5^2$ என்பனவற்றை 7 ஆல் பெருக்கி இரண்டாவது வரிசை எழுதப்பட்டுள்ளது.

மேலும் முதல் வரிசையிலுள்ள எண்களை 7^2 ஆல் பெருக்கினால் $5^2 \times 7^2$ இன் மீதமுள்ள காரணிகள் கிடைக்கும். அதாவது,

$$1 \times 7^2, 5 \times 7^2, 5^2 \times 7^2$$

எல்லாவற்றையும் சேர்த்து எழுதினால்,

1	5	5^2	(25 இன் காரணிகள்)
7	5×7	$5^2 \times 7$	(25 இன் காரணிகளை 7 ஆல் பெருக்கியது)
7^2	5×7^2	$5^2 \times 7^2$	(25 இன் காரணிகளை 7^2 ஆல் பெருக்கியது)

மொத்தம் $3 \times 3 = 9$ காரணிகள்.

$5^2 \times 7^3$ இன் காரணிகள் வேண்டுமெனில், முதல் வரிசையில் உள்ள $1, 5, 5^2$ என்பனவற்றை 7^3 ஆல் பெருக்கி மேலும் ஒரு வரிசையை எழுதினால் போதும் அல்லவா?

1	5	5^2
7	5×7	$5^2 \times 7$
7^2	5×7^2	$5^2 \times 7^2$
7^3	5×7^3	$5^2 \times 7^3$

காரணிகளின் எண்ணிக்கை $3 \times 4 = 12$

$5^3 \times 7^3$ ஆனால்?

முதல் வரிசையில் 5^3 ஐ சேர்த்து எழுத வேண்டும். அதன் கீழ் $5^3 \times 7, 5^3 \times 7^2, 5^3 \times 7^3$ இவற்றைச் சேர்த்து ஒரு புதிய நிரல்.

1	5	5^2	5^3
7	5×7	$5^2 \times 7$	$5^3 \times 7$
7^2	5×7^2	$5^2 \times 7^2$	$5^3 \times 7^2$
7^3	5×7^3	$5^2 \times 7^3$	$5^3 \times 7^3$

மொத்தம் $4 \times 4 = 16$ எண்ணிக்கை.

இந்த எடுத்துக்காட்டிலுள்ள எண்களை மாற்றினால் காரணிகள் மாறும், ஆனால் அவற்றின் எண்ணிக்கையை இதேப் போன்று கணக்கிடலாம் அல்லவா.

எடுத்துக்காட்டாக $11^4 \times 17^2$ என்ற எண்ணிற்கு எத்தனை காரணிகள் இருக்கின்றன?

இவ்வாறு சிந்தித்தால்.

- 11^4 இன் 5 காரணிகள்.
- அவை ஒவ்வொன்றையும் 17 ஆல் பெருக்கிக் கிடைக்கும் மேலும் 5 காரணிகள்.
- முதலில் கூறிய எண்களையெல்லாம் 17^2 ஆல் பெருக்கிக் கிடைக்கும் மேலும் 5 காரணிகள்.
- மொத்தம் $5 \times 3 = 15$ எண்ணிக்கை.

வேண்டுமெனில் காரணிகளை இவ்வாறு அட்டவணைப்படுத்தலாம்.

1	11	11^2	11^3	11^4
17	11×17	$11^2 \times 17$	$11^3 \times 17$	$11^4 \times 17$
17^2	11×17^2	$11^2 \times 17^2$	$11^3 \times 17^2$	$11^4 \times 17^2$

அப்பொழுது இரண்டு பகா எண்களின் அடுக்குகளின் பெருக்கல் பலனின் காரணிகளைக் குறித்து என்ன கூறலாம்?

இரண்டு பகா எண்களின் அடுக்குகளின் பெருக்கல் பலனான எண்ணின் காரணிகளின் எண்ணிக்கை, இரண்டு அடுக்குகளுடன் ஒன்று வீதம் கூட்டிய பின் அதை பெருக்கிக் கிடைக்கும் எண்ணாகும்.

இயற்கணிதத்தைப் பயன்படுத்தி எழுதினால்.

காரணிச் செவ்வகம்

p, q இவை வித்தியாசமான பகா எண்களும், m, n இவை எண்ணல் எண்களும் எனில் $p^m q^n$ என்ற எண்ணின் காரணிகளை இவ்வாறு நிரையும் நிரலுமாக எழுதினால்

1	p	p^2	....	p^m
q	pq	p^2q	....	p^mq
q^2	pq^2	p^2q^2	....	p^mq^2
.....	.....	.....	.....	.....
q^n	pq^n	p^2q^n	....	p^mq^n

முதல் வரிசையில் 1 உம் p இன் m அடுக்குகளும் $m + 1$ எண்கள். இவை ஒவ்வொன்றையும் q இன் n அடுக்குகளால் பெருக்கிக் கிடைக்கும் எண்களின் n வரிசைகளைக் கூட்டி $m + 1$ எண்கள் வீதம் உள்ள $n + 1$ வரிசைகள். அவ்வாறு மொத்தம் $(m + 1)(n + 1)$ எண்கள்.

p, q இவை வேறுபட்ட பகா எண்களும் m, n இவை எண்ணல் எண்களும் எனில் $p^m q^n$ என்ற எண்ணின் காரணிகளின் எண்ணிக்கை $(m + 1)\ (n + 1)$ ஆகும்.

எண்களின் காரணிகளாக 3 வேறுபட்ட பகா எண்கள் ஆனால்?

எடுத்துக்காட்டாக $5^3 \times 7^2 \times 19$ என்ற எண்ணிற்கு எத்தனை காரணிகள் உள்ளன?

$5^3 \times 7^2$ க்கு $4 \times 3 = 12$ காரணிகள் உள்ளன எனத் தெரியும். அவற்றை இவ்வாறு எழுதலாம்.

1	5	5^2	5^3
7	5×7	$5^2 \times 7$	$5^3 \times 7$
7^2	5×7^2	$5^2 \times 7^2$	$5^3 \times 7^2$

இந்த 12 எண்களும் $5^3 \times 7^2 \times 19$ இன் காரணிகள் அல்லவா. மேலும் இவை ஒவ்வொன்றனையும் 19 ஆல் பெருக்கிக் கிடைக்கும் மற்ற 12 எண்களும் காரணிகள் ஆகும்.

19	5×19	$5^2 \times 19$	$5^3 \times 19$
7×19	$5 \times 7 \times 19$	$5^2 \times 7 \times 19$	$5^3 \times 7 \times 19$
$7^2 \times 19$	$5 \times 7^2 \times 19$	$5^2 \times 7^2 \times 19$	$5^3 \times 7^2 \times 19$

எல்லாம் சேர்ந்து $12 \times 2 = 24$ காரணிகள்.

$5^3 \times 7^2 \times 19^2$ எனில், இதைத் தவிர முதல் செவ்வகத்தின் எண்களை எல்லாம் 19^2 ஆல்

பெருக்கும்போது மூன்றாவது செவ்வகமும் கிடைக்கும்.

19^2	5×19^2	$5^2 \times 19^2$	$5^3 \times 19^2$
7×19^2	$5 \times 7 \times 19^2$	$5^2 \times 7 \times 19^2$	$5^3 \times 7 \times 19^2$
$7^2 \times 19^2$	$5 \times 7^2 \times 19^2$	$5^2 \times 7^2 \times 19^2$	$5^3 \times 7^2 \times 19^2$

காரணிகளின் எண்ணிக்கை $12 \times 3 = 36$ ஆகும்.

இவ்வாறு ஒவ்வொரு புதிய பகா எண்ணின் அடுக்கைச் சேர்க்கும்போது, காரணிகளின் எண்ணிக்கை, அடுக்கோடு ஒன்று கூட்டிய மடங்காகும். பொதுவாகக் கூறினால்.

ஓர் எண்ணின் காரணிகளின் எண்ணிக்கை, அதை வேறுபட்ட பகா எண்களின் பெருக்கற்பலனாகப் பிரித்தெழுதியதில் உள்ள ஒவ்வொரு அடுக்குடனும் ஒன்று கூட்டிய எண்களின் பெருக்கல் பலனாகும்.

இந்தக் கணக்குகளைச் செய்து பார்க்கவும்.

(1) கீழே தரப்பட்டுள்ள எண்களின் காரணிகளின் எண்ணிக்கையைக் கண்டுபிடிக்கவும்.

(i) 40 (ii) 54 (iii) 60 (iv) 100 (v) 210

(2) ஓர் எண்ணின் காரணிகளின் எண்ணிக்கையின் அடிப்படையில் அந்த எண்ணின் சில சிறப்புத்தன்மைகளைக் கூற இயலும். கீழே தரப்பட்டுள்ள அட்டவணையில் காரணிகளின் எண்ணிக்கை 5 வரை இடம்பெற்றுள்ளது. காரணிகளின் எண்ணிக்கையை 10 வரை எழுதி, அட்டவணையைப் பெரியதாக்கவும்.

காரணிகள் எண்ணிக்கை	எண்ணின் வடிவம்	இயற்கணித வடிவம்
1	1	
2	பகா எண்	
3	பகா எண்ணின் இரண்டாம் படி	p^2 (p பகா எண்)
4	பகா எண்ணின் மூன்றாம் படி	p^3 (p பகா எண்)
	இரண்டு பகா எண்களின் பெருக்கல் பலன்	pq (p, q பகா எண்கள்)
5	பகா எண்களின் நான்காம் படி	p^4 (p பகா எண்)

பொதுக்காரணிகள்

இரண்டு எண்களின் பொதுக்காரணிகள் என்றால் என்னவென்று நினைவு இருக்கிறதா? எடுத்துக்காட்டாக 12, 18 என்ற எண்களை எடுத்தால் 2, 3, 6 என்ற எண்கள் 12, 18 இந்த இரண்டு எண்களினுடைய காரணிகள் ஆகும். அதாவது 12 னுடையவும் 18 னுடையவும் பொதுக்காரணிகள் ஆகும்.

12 க்கும் 18 க்கும் வேறு ஏதாவது பொதுக்காரணிகள் உள்ளனவா?

1 என்ற எண் எல்லா எண்களினுடையவும் காரணி அல்லவா.

இதைப்போன்று 42, 70 இவற்றின் பொதுக்காரணிகளை எவ்வாறு கண்டுபிடிக்கலாம்?

42 னுடையவும் 70 னுடையவும் எல்லா காரணிகளையும் எழுதுவதற்குத் தெரியும் அல்லவா. அதிலிருந்து பொதுக் காரணிகளைத் தேர்ந்தெடுக்கலாம்.

மேலும் எளிதாகச் செய்வதற்கு முதலில் இரண்டு எண்களையும் பகா எண்களின் அடுக்குகளின் பெருக்கல் பலனாக எழுதலாம்.

$$42 = 2 \times 3 \times 7$$

$$70 = 2 \times 5 \times 7$$

இதிலிருந்து 2 உம் 7 உம் 42, 70 என்ற இரண்டு எண்களினுடையவும் காரணிகள் எனக் காணலாம்.

மேலும் 42 இன் மீதமுள்ள 3 என்ற காரணி, 70 இன் காரணி அல்ல.

70 இன் மீதமுள்ள 5 என்ற காரணி, 42 இன் காரணியும் அல்ல.

அப்போது 2 உம் 7 உம் மட்டும்தான் பொதுக்காரணிகளா?

$2 \times 7 = 14$ உம் இரண்டு எண்களினுடையவும் காரணியல்லவா?

மேலும்?

அப்பொழுது 1, 2, 7, 14 இவை 42, 70 இன் பொதுக் காரணிகள் ஆகும்.

இதைவிடப் பெரிய எண்களைப் பார்ப்போம். 504 ஐயும் 540 ஐயும் முதலில் பகா காரணிகளாக்கலாம்.

$$504 = 2^3 \times 3^2 \times 7$$

$$540 = 2^2 \times 3^3 \times 5$$

2, 3 என்ற பகா எண்கள் இரண்டிலும் உள்ளன.

2 இன் அடுக்குகளைப் பார்க்கவும். முதல் எண்ணில் 2^3. இரண்டாவது எண்ணில் 2^2

இதில் 2^2 என்ற எண் 2^3 இன் காரணி அல்லவா. அப்பொழுது அது 504 னுடையவும் 540

னுடையவும் காரணி அல்லவா.

இதைப் போன்று 3 இன் அடுக்குகளைப் பார்த்தால் 3^2 இரண்டு எண்களினுடையவும் பொதுக்காரணி எனக் காணலாம்.

அப்பொழுது $2^2 \times 3^2$ உம் அதன் காரணிகளாகும். 504 னுடையவும் 540 னுடையவும் பொதுக்காரணிகளை விவரித்து எழுதினால்.

1	2	2^2		1	2	4
3	2×3	$2^2 \times 3$	அதாவது	3	6	12
3^2	2×3^2	$2^2 \times 3^2$		9	18	36

மேலும் ஓர் எடுத்துக்காட்டைப் பார்ப்போம்.

1260 னுடையவும் 1320 னுடையவும் பொதுக்காரணிகளைக் கண்டுபிடிக்க. என்னவெல்லாம் செய்ய வேண்டும்?

(i) இரண்டு எண்களையும் வேறுபட்ட பகா எண்களின் பெருக்கல் பலனாக எழுதவும்.

$$1260 = 2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7$$

$$1320 = 2^3 \times 3 \times 5 \times 11$$

(ii) இரண்டிற்கும் பொதுவான பகா எண்கள் 2, 3, 5.

(iii) இரண்டு எண்களிலும் உள்ள இவை ஒவ்வொன்றினுடையவும் அடுக்குகளில் மிகச் சிறிய அடுக்குகள் 2^2, 3, 5.

(iv) $2^2 \times 3 \times 5$ இன் காரணிகள் பொதுக்காரணிகள் ஆகும்.

இவற்றை முன்னர் செய்தது போல் இவ்வாறு அட்டவணைப்படுத்தலாம்.

1	2	2^2		1	2	4
3	2×3	$2^2 \times 3$		3	6	12
5	2×5	$2^2 \times 5$	அதாவது	5	10	20
3×5	$2 \times 3 \times 5$	$2^2 \times 3 \times 5$		15	30	60

இங்கு பொதுக்காரணிகளில் மிகப்பெரியது 60 அல்லவா. அதன் காரணிகளே மற்ற எல்லா பொதுக்காரணிகளும்.

முன்னர் செய்த எடுத்துக்காட்டுகளையும் பார்க்கவும். எல்லாவற்றிலும் மிகப்பெரிய பொதுக்காரணியின் காரணிகள் மற்ற பொதுக்காரணிகள் ஆகுமா?

இதைப் போன்று எந்த இரண்டு எண்களினுடையவும் பொதுக்காரணிகளைக் கணக்கிட இயலுமா?

இந்தக் கணக்குகளைச் செய்து பார்க்கவும்.

(1) கீழே தரப்பட்டுள்ள எல்லா எண்களினுடையவும் மிகப் பெரிய காரணியும் மற்ற பொதுக்காரணிகளையும் கணக்கிடுக.

(i) 45, 75 (ii) 225, 275 (iii) 360, 300 (iv) 210, 504 (v) 336, 588

(2) (i) இரண்டு வேறுபட்ட பகா எண்களின் மிகப்பெரிய பொதுக்காரணி எது?

(ii) இரண்டு பகு எண்களின் மிகப்பெரிய பொதுக்காரணி 1 ஆகுமா?

(iii) இரண்டு எண்களை அவற்றின் மிகப்பெரிய பொதுக்காரணியால் வகுத்தால் கிடைக்கும் எண்களின் மிகப்பெரிய பொதுக்காரணி எது?

தேடல்

இரண்டு எண்களின் பொதுக்காரணிகளைப் போன்று பொது மடங்குகளைக் குறித்தும் சிந்திக்கலாம். எடுத்துக்காட்டாக 2 னுடையவும் 3 னுடையவும் மடங்குகளைப் பார்க்கவும்.

2 இன் மடங்குகள் : 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, ...

3 இன் மடங்குகள் : 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, ...

இரண்டினுடையவும் மூன்றினுடையவும் மடங்கான எண்கள் எவை?

பொது மடங்குகள் : 6, 12, 18, ...

2 னுடையவும் 3 னுடையவும் பொது மடங்குகள் எல்லாம் ஏன் 6 இன் மடங்குகளாகின்றன?

மாறாக 6 இன் மடங்குகள் எல்லாம் 2 னுடையவும் 3 னுடையவும் பொதுவான மடங்குகள் ஆகுமா? பொது மடங்குகளைக் குறித்து கீழே தரப்பட்டுள்ள கருத்துகளைச் சிந்தித்துப் பார்க்கவும்.

(1) 3 னுடையவும் 4 னுடையவும் பொது மடங்குகள் எல்லாம் வேறு ஏதாவது ஓர் எண்ணின் மடங்குகள் ஆகுமா?

(2) 4 னுடையவும் 6 னுடையவும் பொது மடங்குகள் எல்லாம் 24 இன் மடங்குகள் ஆகுமா? இல்லையெனில் எந்த எண்ணின் மடங்குகளாகும்?

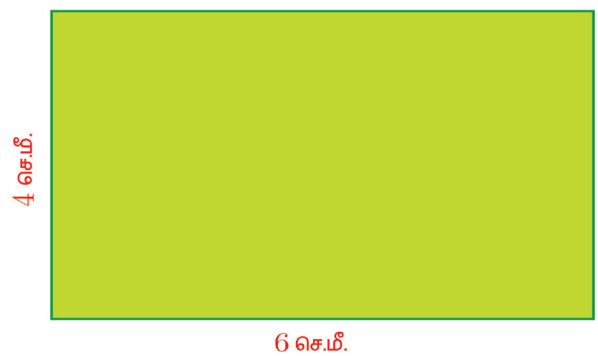
(3) இரண்டு எண்களை வேறுபட்ட பகா எண்களின் அடுக்குகளின் பெருக்கல்பலனாக எழுதினால் அதிலிருந்து எண்களின் மிகச்சிறிய பொதுமடங்கைக் கணக்கிட இயலுமா?

(4) இரண்டு எண்களின் பொதுமடங்குகள் எல்லாம் மிகச்சிறிய பொதுமடங்கின் மடங்காகுமா?

10 முக்கோணப் பரப்பளவு

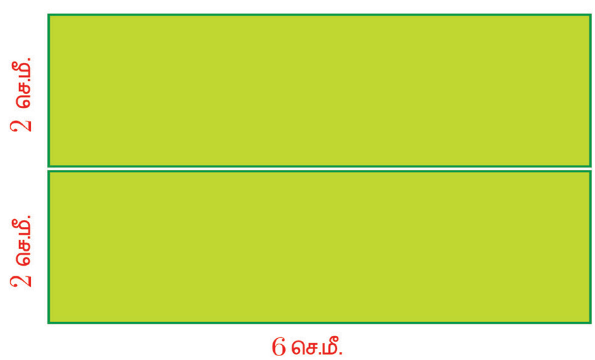
செங்கோண முக்கோணங்கள்

செவ்வகங்களின் பரப்பளவைக் காண்பதற்கு ஐந்தாம் வகுப்பில் கற்றோம் அல்லவா. கீழே தரப்பட்டுள்ள செவ்வகத்தின் பரப்பளவு எவ்வளவு?



செவ்வகத்தின் பரப்பளவு, நீளத்தினுடையவும் உயரத்தினுடையவும் பெருக்கல் பலன் அல்லவா? அப்பொழுது இந்தச் செவ்வகத்தின் பரப்பளவு $6 \times 4 = 24$ சதுர சென்டிமீட்டர்.

இதன் மையத்தின் வழியாகக் கிடைமட்டமாக வெட்டி, இரண்டு செவ்வகங்களாக்கினால்?

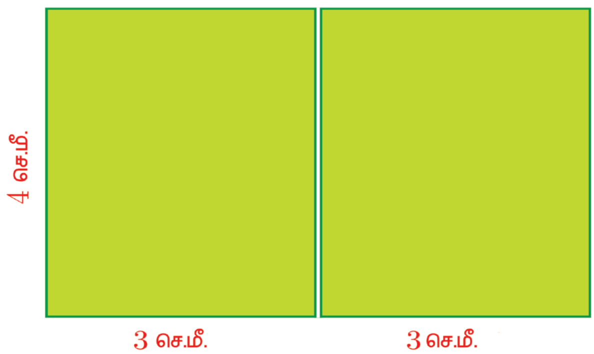


ஒவ்வொரு சிறிய செவ்வகத்தினுடையவும் பரப்பளவு எவ்வளவு? $6 \times 2 = 12$ சதுர சென்டிமீட்டர் எனக் காணலாம்.

வேறொரு முறையிலும் இதனைக் கூறலாம்.

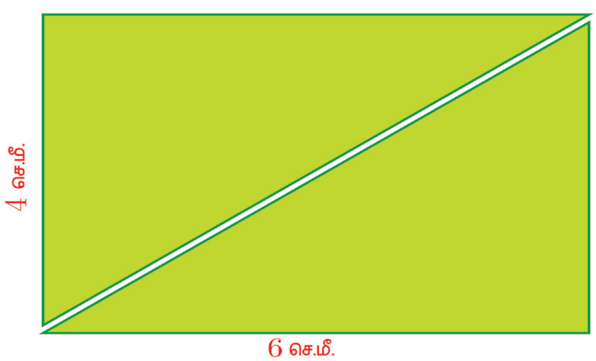
ஒவ்வொரு செவ்வகமும் முதலில் இருந்த பெரிய செவ்வகத்தின் பாதி அல்லவா? அப்பொழுது பரப்பளவும் பாதி ஆகும் அல்லவா. இவ்வாறு சிந்தித்தால் பரப்பளவு $24 \times \frac{1}{2} = 12$ சதுரசென்டிமீட்டர் எனக் கிடைக்கும்.

பெரிய செவ்வகத்தை இவ்வாறு வெட்டினால்?



ஒவ்வொரு சிறிய செவ்வகத்தினுடையவும் நீளத்தையும் உயரத்தையும் பார்க்கவும். பரப்பளவு $4 \times 3 = 12$ சதுர சென்டிமீட்டர் ஆகும். இல்லையெனில் ஒவ்வொன்றும் பெரிய செவ்வகத்தின் பாதி எனக் கண்டுபிடித்து, பரப்பளவு $24 \times \frac{1}{2} = 12$ சதுர சென்டிமீட்டர் எனக் கணக்கிடலாம்.

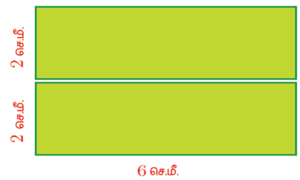
மேலும் செவ்வகத்தை இவ்வாறு வெட்டினால்?



வெட்டிய பின் கிடைக்கும் துண்டுகள் செவ்வகங்கள் அல்ல, முக்கோணங்களாகும். இருப்பினும் ஒவ்வொன்றும் செவ்வகத்தின் பாதியல்லவா?

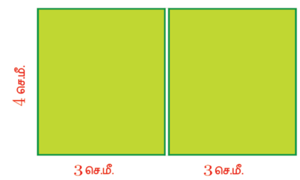
பரப்பளவும் சுற்றளவும்

செவ்வகத்தைக் கிடைமட்டமாக வெட்டிய போது பாதி பரப்பளவுள்ள இரண்டு செவ்வகங்கள் கிடைத்தன அல்லவா?



சிறிய செவ்வகங்களின் சுற்றளவும், பெரிய செவ்வகத்தின் சுற்றளவின் பாதியாகுமா? கணக்கிட்டுப் பார்க்கவும்.

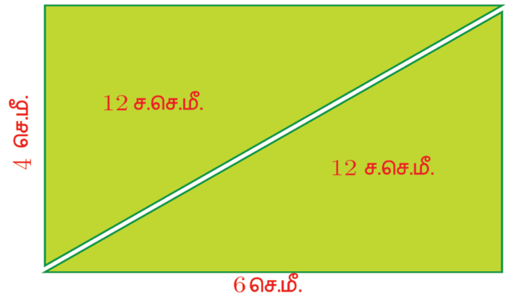
செவ்வகத்தை இவ்வாறு வெட்டினால்?



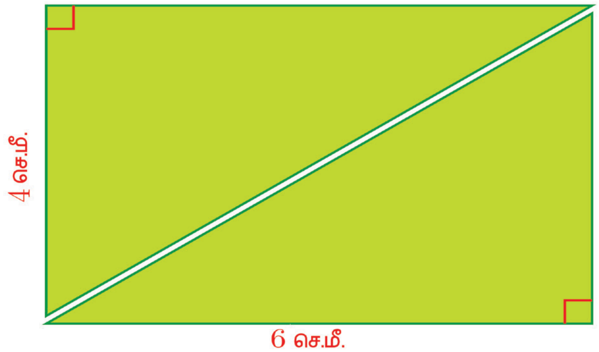
இந்தச் சிறிய செவ்வகங்களின் சுற்றளவு எவ்வளவு?
பெரிய செவ்வகத்திலிருந்து பாதி சுற்றளவுள்ள ஒரு செவ்வகத்தை வெட்டி எடுக்க இயலுமா?

கட்டியான காகிதத்தில் ஒரு செவ்வகத்தை வெட்டியெடுத்து, அதனை இவ்வாறு எதிர் கோணங்கள் வழியாக வெட்டிக் கிடைக்கும் முக்கோணங்களை ஒன்றன் மீது மற்றொன்றை வைத்துப் பார்க்கவும். சரியாகச் சேர்ந்து இருக்கிறது அல்லவா?

அப்பொழுது ஒவ்வொன்றினுடையவும் பரப்பளவு, $24 \times \frac{1}{2} = 12$ சதுர சென்டிமீட்டர் ஆகும்.

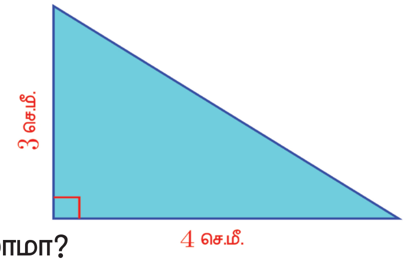


இந்த இரண்டு முக்கோணங்களுக்கும் ஏதாவது சிறப்புத்தன்மை காணப்படுகிறதா? செவ்வகத்தின் அடுத்தடுத்த பக்கங்கள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்து அல்லவா. அப்பொழுது இந்த முக்கோணங்கள் ஒவ்வொன்றிலும் இரண்டு பக்கங்கள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தாகும்.



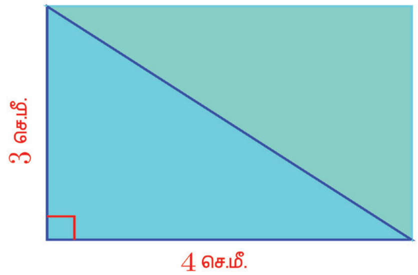
வேறு விதத்தில் கூறினால், இந்த முக்கோணங்கள் ஒவ்வொன்றிலும், ஒரு கோணம் செங்கோணமாகும். இவ்வகையான முக்கோணத்தைச் செங்கோண முக்கோணம் (Right Triangle) எனக் கூறுவதுண்டு.

இந்தச் செங்கோண முக்கோணத்தைப் பார்க்கவும்.



இதன் பரப்பளவைக் கணக்கிடலாமா?

இதனை ஒரு செவ்வகத்தின் பாதியாகக் காணலாம் அல்லவா. அதாவது, இதைப் போன்று வேறொரு செங்கோண முக்கோணத்தை இதன் மேல் பகுதியுடன் இணைத்து ஒரு செவ்வகமாக மாற்றலாம்.



செவ்வகத்தின் பரப்பளவு $4 \times 3 = 12$ சதுர சென்டிமீட்டர். அதன் பாதிதான் முக்கோணம். அப்பொழுது முக்கோணத்தின் பரப்பளவு, $12 \times \frac{1}{2} = 6$ சதுர சென்டிமீட்டர்.

இவ்வாறு எந்தச் செங்கோண முக்கோணத்தையும் ஒரு செவ்வகத்தின் பாதியாகக் காணலாம்.

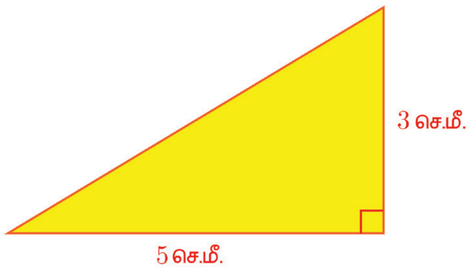
இதிலிருந்து இந்த முக்கோணத்தின் பரப்பளவைக் கண்டுபிடிப்பது எவ்வாறு?

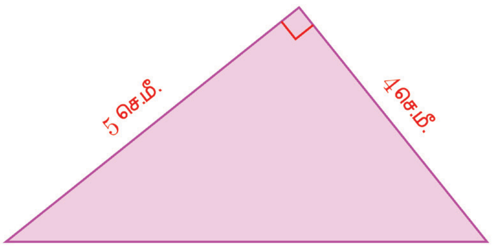
- செங்கோண முக்கோணத்தின் செங்குத்துப் பக்கங்கள் செவ்வகத்தின் நீளமும் உயரமும் ஆகும்.
- செவ்வகத்தின் பரப்பளவு, நீளத்தினுடையவும் உயரத்தினுடையவும் பெருக்கல் பலனாகும்.
- செங்கோண முக்கோணத்தின் பரப்பளவு, செவ்வகத்தின் பரப்பளவின் பாதியாகும்.

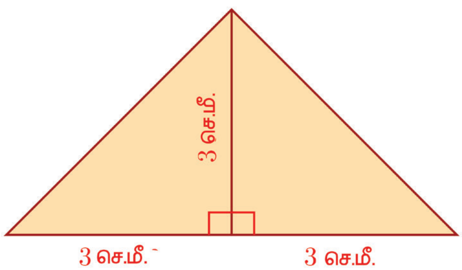
இவற்றையெல்லாம் ஒன்றாக வாசித்தால், செவ்வகம் என்ற கருத்தைப் பயன்படுத்தாமல் செங்கோண முக்கோணத்தின் பரப்பளவைக் காணலாம்.

எந்தச் செங்கோண முக்கோணத்தினுடையவும் பரப்பளவு, செங்குத்துப் பக்கங்களின் பெருக்கல் பலனின் பாதியாகும்.

கீழே தரப்பட்டுள்ள முக்கோணங்களின் பரப்பளவைக் காண்க.

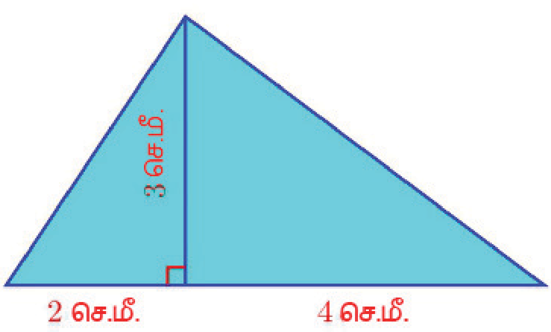




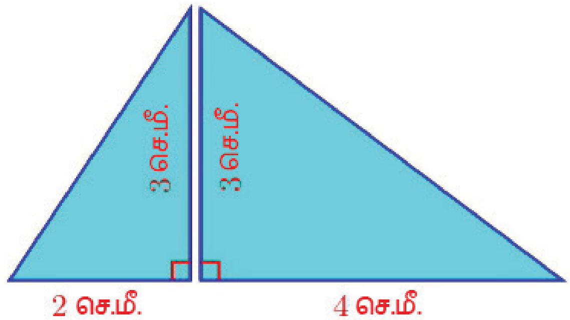


அடிப்பக்கமும் உயரமும்

இந்த முக்கோணத்தின் பரப்பளவு எவ்வளவு?



இரண்டு சிறிய செங்கோண முக்கோணங்கள் சேர்ந்ததே இந்தப் பெரிய முக்கோணம்.



இந்தச் செங்கோண முக்கோணங்கள் ஒவ்வொன்றினுடையவும் பரப்பளவைக் கணக்கிடலாம் அல்லவா.

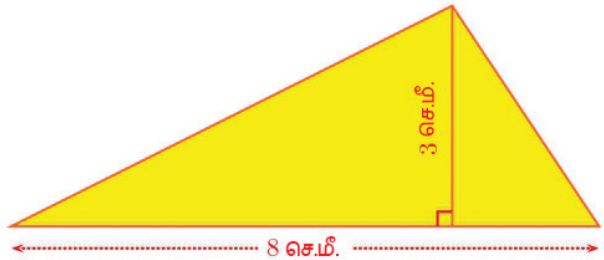
சிறிய செங்கோண முக்கோணத்தின் பரப்பளவு $= 2 \times 3 \times \frac{1}{2} = 3$ சதுர சென்டிமீட்டர்.

பெரிய செங்கோண முக்கோணத்தின் பரப்பளவு$= 4 \times 3 \times \frac{1}{2} = 6$ சதுர சென்டிமீட்டர்.

இவற்றைக் கூட்டினால் முதலில் பார்த்த பெரிய முக்கோணத்தின் பரப்பளவு கிடைக்குமல்லவா.

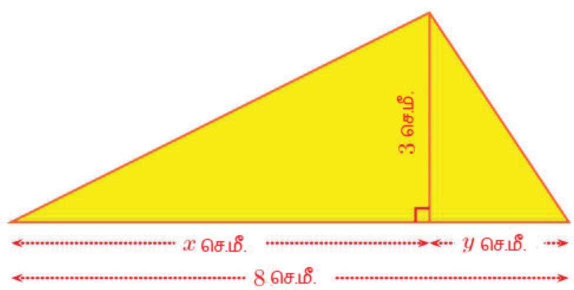
பெரிய முக்கோணத்தின் பரப்பளவு $= 3 + 6 = 9$ சதுர சென்டிமீட்டர்

மேலும் இந்த முக்கோணத்தின் பரப்பளவை எவ்வாறு கணக்கிடலாம்?



முதலில் செய்தது போல் கணக்கிடுவதற்கு, செங்கோண முக்கோணங்ளின் அடிப்பக்கங்களின் அளவுகள் தெரியாது அல்லவா.

அவற்றை x சென்டிமீட்டர் எனவும் y சென்டிமீட்டர் எனவும் எடுக்கலாம்.



அப்பொழுது

பெரிய செங்கோண முக்கோணத்தின் பரப்பளவு $= x \times 3 \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2}x$ சதுர சென்டிமீட்டர்.

சிறிய செங்கோண முக்கோணத்தின் பரப்பளவு $= y \times 3 \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2}y$ சதுர சென்டிமீட்டர்.

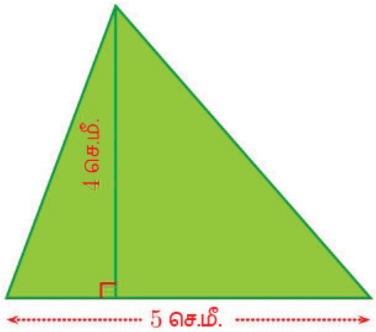
மொத்தப் பரப்பளவு கிடைப்பதற்கு இவை இரண்டையும் கூட்ட வேண்டும்.

$$\frac{3}{2}x + \frac{3}{2}y = \frac{3}{2}(x + y)$$

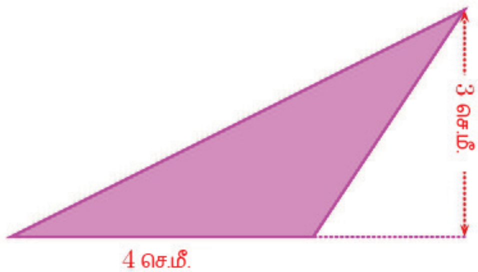
$x + y = 8$ ஆகும் அல்லவா. அப்பொழுது முதல் படத்திலுள்ள முக்கோணத்தின் பரப்பளவு

$\frac{3}{2} \times 8 = 12$ சதுர சென்டிமீட்டர்.

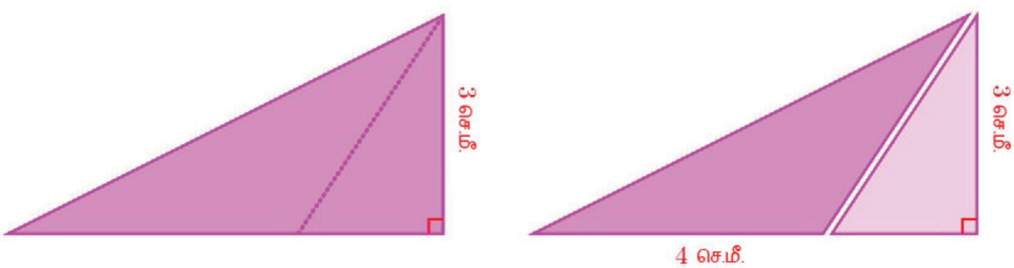
இதைப் போன்று இந்த முக்கோணத்தின் பரப்பளவைக் கணக்கிடலாமா?



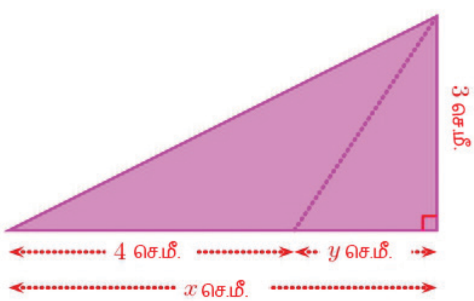
முக்கோணம் இவ்வாறு எனில்?



மேலே கொடுக்கப்பட்ட கணக்குகளில் எல்லாம் ஒரு முக்கோணத்தில் இரண்டு செங்கோண முக்கோணங்களைச் சேர்த்து வைத்ததைப் பார்த்தோம். இந்த முக்கோணத்தை, ஒரு பெரிய செங்கோண முக்கோணத்திலிருந்து ஒரு சிறிய செங்கோண முக்கோணம் வெட்டி மாற்றியதாகக் கருத்தில் கொள்ள வேண்டும்.



பெரிய செங்கோண முக்கோணத்தின் அடிப்பக்கத்தின் நீளம் x சென்டிமீட்டர் எனவும், சிறிய செங்கோண முக்கோணத்தின் அடிப்பக்கத்தின் நீளம் y சென்டிமீட்டர் எனவும் எடுக்கலாம்.



அப்பொழுது

பெரிய செங்கோண முக்கோணத்தின் பரப்பளவு = $x \times 3 \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2}x$ சதுர சென்டிமீட்டர்.

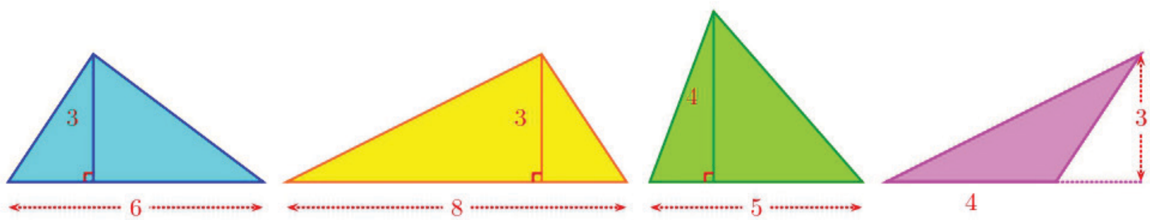
சிறிய செங்கோண முக்கோணத்தின் பரப்பளவு = $y \times 3 \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2}y$ சதுர சென்டிமீட்டர்.

முதல் முக்கோணத்தின் பரப்பளவு கிடைப்பதற்குப் பெரிய செங்கோண முக்கோணத்தின் பரப்பளவில் இருந்து சிறிய செங்கோண முக்கோணத்தின் பரப்பளவைக் கழிக்க வேண்டும்.

$$\frac{3}{2}x - \frac{3}{2}y = \frac{3}{2}(x - y)$$

$x - y = 4$ ஆனதால் இது, $\frac{3}{2} \times 4 = 6$ ஆகும். அதாவது முதல் முக்கோணத்தின் பரப்பளவு 6 சதுர சென்டிமீட்டர்.

இப்பொழுது செய்த கணக்குகளையெல்லாம் ஒன்றாகப் பார்ப்போம்.



பரப்பளவு	பரப்பளவு	பரப்பளவு	பரப்பளவு
$\frac{1}{2} \times 6 \times 3 = 9$	$\frac{1}{2} \times 8 \times 3 = 12$	$\frac{1}{2} \times 5 \times 4 = 10$	$\frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6$

முக்கோணங்களின் இந்த அளவுகள் மாறினாலும் பரப்பளவைக் கண்டுபிடிக்கும் முறை மாறவில்லை. அப்பொழுது முக்கோணங்களின் பரப்பளவைக் கண்டுபிடிப்பதைப் பொதுவாக இவ்வாறு கூறலாம்.

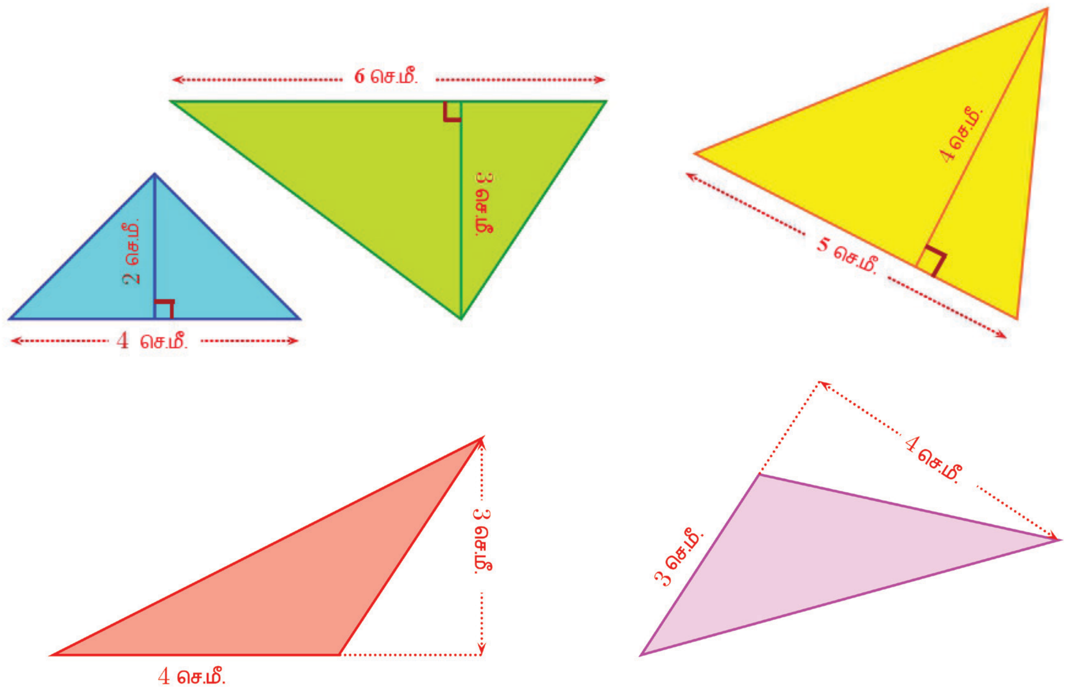
எந்த முக்கோணத்தினுடையவும் பரப்பளவு, ஒரு பக்கத்தினுடையவும் அந்த பக்கத்திற்கு எதிர் உச்சியில் இருந்து உள்ள உயரத்தினுடையவும் பெருக்கல் பலனின் பாதியாகும்.

பரப்பளவு கணக்கிடுவதற்குப் பயன்படுத்தும் பக்கம் அடிப்பக்கம் (base) எனவும், எதிர் உச்சிக்குள்ள செங்குத்தான தூரம் முக்கோணத்தின் உயரம் (height or allitude) எனவும் கூறினால் இதைச் சுருக்கி இவ்வாறு எழுதலாம்.

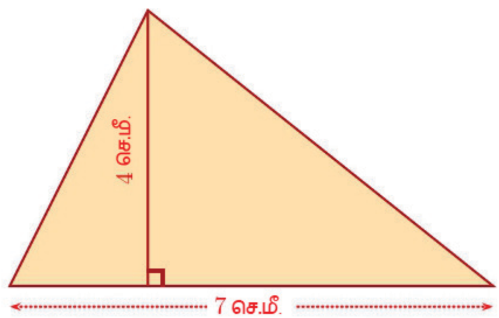
எந்த முக்கோணத்தினுடையவும் பரப்பளவு என்பது அடிப்பக்கத்தினுடையவும் உயரத்தினுடையவும் பெருக்கல் பலனின் பாதியாகும்.

மேலும் இந்தக் கணக்குகளைச் செய்து பார்க்கவும்.

(1) கீழே தரப்பட்டுள்ள முக்கோணங்களின் பரப்பளவைக் கணக்கிடுக.



(2) கீழே வரையப்பட்டுள்ள முக்கோணத்தின் பரப்பளவு எவ்வளவு?



(i) இதே பரப்பளவுள்ள ஒரு முக்கோணம் வரையவும்.

(ii) இதே பரப்பளவுள்ளதும் ஒரு கோணம் செங்கோணத்தைவிட அதிகமானதுமான ஒரு முக்கோணம் வரையவும்.

அடிப்பக்கத்தின் நீளம் 6 உம் பரப்பளவு 12 உம் ஆன ஒரு முக்கோணத்தை ஜியோஜிப்ராவில் வரையவும். இதைப் போன்று ஒரு செங்கோண முக்கோணமும் இரண்டு பக்கங்கள் சமமான வேறொரு முக்கோணத்தையும் வரையவும் (கிரிட் பயன்படுத்தினால் எளிதாக வரையலாம்.)

இணைகோடுகள்

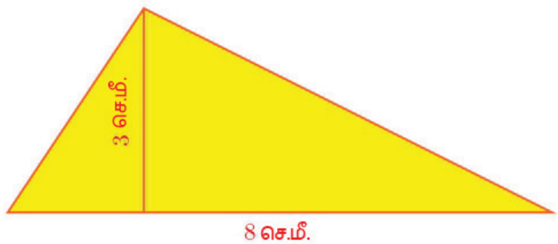
ஒரு பக்கம் 8 சென்டிமீட்டரும், பரப்பளவு 12 சதுர சென்டிமீட்டருமான ஒரு முக்கோணத்தை வரைய இயலுமா?

இவ்வாறு சிந்திக்கலாம்.

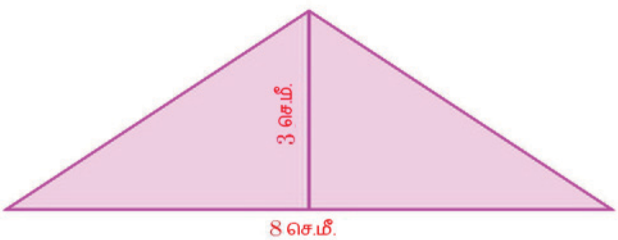
- அடிப்பக்கம் 8 சென்டிமீட்டர் என எடுக்கலாம்.
    * பரப்பளவு 12 சதுர சென்டிமீட்டர் ஆக வேண்டுமெனில், உயரம் எவ்வளவு இருக்க வேண்டும்?
    * அடிப்பக்கத்தையும் உயரத்தையும் பெருக்கினால், பரப்பளவின் இரண்டு மடங்கு கிடைக்க வேண்டும் அல்லவா?
- உயரம் 3 சென்டிமீட்டர்.

(இவ்வகையான ஒரு முக்கோணத்தை முன்னர் கண்டது நினைவு இருக்கிறதா?)

இவ்வாறான ஒரு முக்கோணம் வரைவதற்கு முதலில் 8 சென்டிமீட்டர் நீளத்தில் ஒரு கோட்டை வரைந்து, அதன் ஏதாவது ஒரு புள்ளியில் இருந்து 3 சென்டிமீட்டர் உயரத்தில் செங்குத்துக் கோடு வரையவும். செங்குத்துக்கோட்டின் மேல் உச்சியை அடிப்பக்கத்தின் முனைப்புள்ளிகளுடன் இணைத்தால் நமக்குத் தேவையான முக்கோணம் கிடைக்கும் அல்லவா?

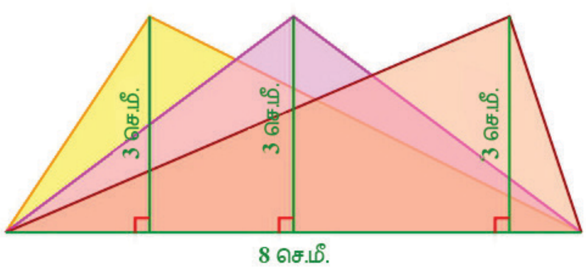


செங்குத்துக்கோட்டின் இடத்தை மாற்றி இதைப் போன்று வேறொரு முக்கோணத்தை வரையலாம் அல்லவா?



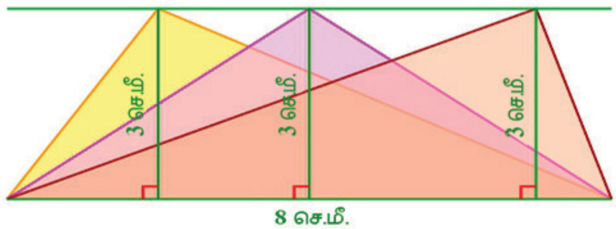
இவற்றின் இடது, வலது பக்கங்களின் நீளம் மாறியுள்ளது. அடிப்பக்கமும் உயரமும் அதே அளவானதால் பரப்பளவு மாறவில்லை.

இவ்வாறு பல செங்குத்துக்கோடுகளை வரைந்து பல முக்கோணங்களை வரையலாம் அல்லவா?

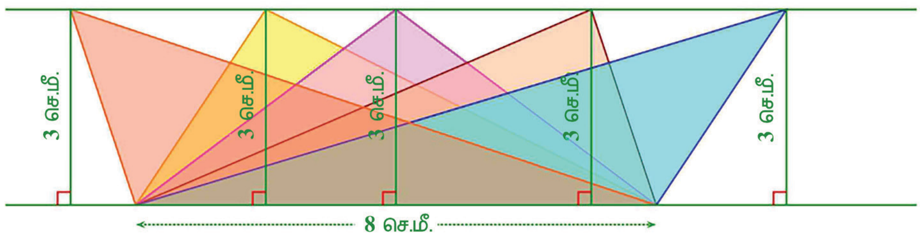


ஜியோஜிப்ராவில் நீளம் 8 ஆன AB என்றொரு கோடு வரைந்து அதன் மேலே 3 அகலத்தில் C என்ற புள்ளியை அடையாளப்படுத்தவும். இந்தப் புள்ளியின் வாயிலாக AB க்கு இணையாக ஒரு கோட்டை வரையவும் (Parallel Line கருவியைப் பயன்படுத்தி AB யிலும் C யிலும் கிளிக் செய்தால் போதும்) இந்தக் கோட்டில் D என்றொரு புள்ளியை அடையாளப்படுத்தவும். Polygon கருவியைப் பயன்படுத்தி முக்கோணம் ABD வரையவும். Area கருவியைப் பயன்படுத்தி முக்கோணத்தின் உள்ளே கிளிக் செய்தால் அதன் பரப்பளவைக் காண இயலும். D இன் இடத்தைக் கோட்டின் வழியே மாற்றிப் பார்க்கவும். பரப்பளவு மாறுகிறதா? Distance or Length கருவியைப் பயன்படுத்தி முக்கோணத்தின் உள்ளே கிளிக் செய்தால் சுற்றளவைக் காணலாம். மிகக் குறைந்த சுற்றளவு எவ்வளவு? D இன் இடம் எங்கு அமையும் போது மிகவும் குறைந்த சுற்றளவு கிடைக்கும்?

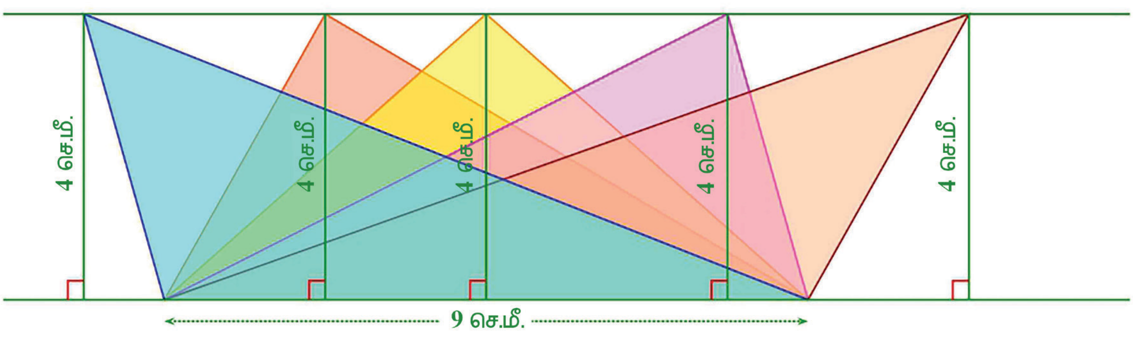
இந்த எல்லா முக்கோணங்ளினுடையவும் மேல் உச்சி அடிப்பக்கத்தில் இருந்து ஒரே தூரத்தில் அல்லவா இருக்கிறது. அப்பொழுது அவற்றை இணைத்தால், அடிப்பக்கத்திற்கு இணையான ஒரு கோடு கிடைக்கும் அல்லவா?



இந்தக் கோட்டை நீட்டி வரைந்து அருகிலுள்ள எந்தப் புள்ளியையும் அடிப்பக்கத்தினுடைய முனைப்புள்ளிகளுடன் இணைத்தால் அடிப்பக்கம் 8 சென்டிமீட்டரும் உயரம் 3 சென்டிமீட்டருமான முக்கோணம் கிடைக்கும்? அதாவது, அடிப்பக்கம் 8 சென்டிமீட்டரும், பரப்பளவு 12 சதுர சென்டிமீட்டருமான முக்கோணம் ஆகும்.



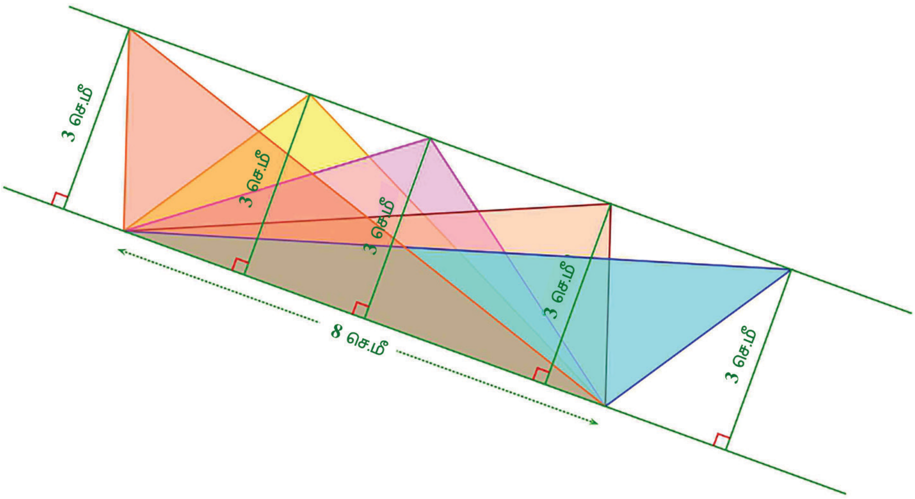
அடிப்பக்கத்தையும் பரப்பளவையும் மாற்றினாலும் இதே போன்று வரையலாம் அல்லவா. எடுத்துக்காட்டாக அடிப்பக்கம் 9 சென்டிமீட்டரும் பரப்பளவு 18 சதுர சென்டிமீட்டருமான முக்கோணங்களை இவ்வாறு வரையலாம்



இதை ஒரு பொதுக் கருத்தாக இவ்வாறு கூறலாம்.

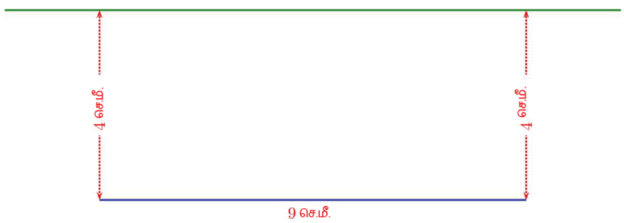
ஒரே அடிப்பக்கமும், மூன்றாவது உச்சிகள் எல்லாம் அடிப்பக்கத்திற்கு இணையான கோட்டிலும் உள்ள முக்கோணங்களெல்லாம் ஒரே பரப்பளவுடையவை.

இந்தப் படங்களில் எல்லா முக்கோணங்களினுடையவும் அடிப்பக்கம் கிடைமட்டமாக வரையப்பட்டுள்ளது. சற்று சாய்வாக வரைந்தாலும் இப்போது கூறியவை எல்லாம் சரியாகும்.



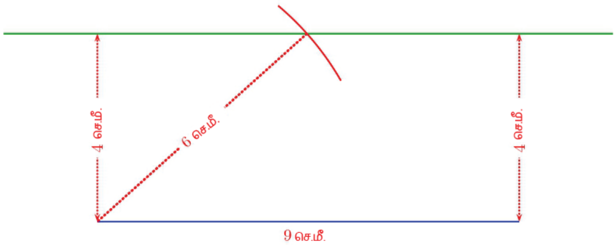
மேலும் இந்தக் கருத்தின் சில பயன்பாடுகளைப் பார்ப்போம்.

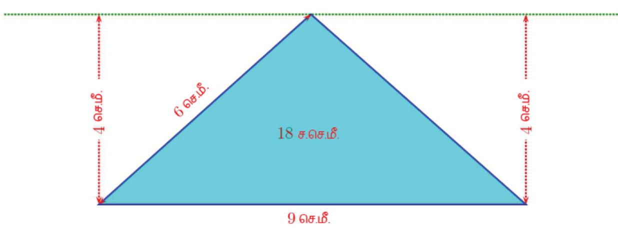
ஒரு பக்கத்தின் நீளம் 9 சென்டிமீட்டரும் பரப்பளவு 18 சதுர சென்டிமீட்டருமான சில முக்கோணங்களை வரைந்தோம் அல்லவா. வேறொரு பக்கம் 6 சென்டிமீட்டர் ஆக வேண்டும் எனில்?



படத்தைப் பார்க்கவும். மேல் கோட்டிலுள்ள எந்தப் புள்ளியையும் அடிப்பக்கத்தின் முனைகளுடன் இணைத்து 18 சதுர சென்டிமீட்டர் பரப்பளவுள்ள முக்கோணத்தை வரையலாம்.

அவ்வகையான முக்கோணத்தின் இடதுபக்கம் 6 சென்டிமீட்டர் ஆக வேண்டும் எனில்?

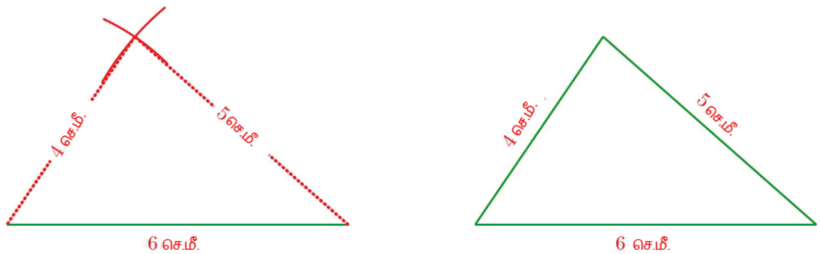




இதைப் போன்று வலதுபக்கம் 6 சென்டிமீட்டர் ஆன முக்கோணத்தை வரையலாமா?

வேறொரு கணக்கைப் பார்ப்போம்

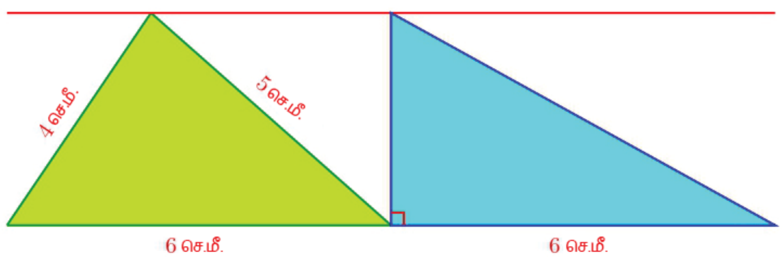
பக்கங்களின் நீளம் 4 சென்டிமீட்டர், 5 சென்டிமீட்டர், 6 சென்டிமீட்டர் ஆன முக்கோணம் வரைவதற்குத் தெரியும் அல்லவா.



இந்த முக்கோணத்தின் பரப்பளவைக் கணக்கிடுவதற்கு உயரத்தை அளக்க வேண்டும்.

பரப்பளவைக் கணக்கிடாமல் இதே பரப்பளவுள்ள செங்கோண முக்கோணத்தை வரைய இயலுமா?

இரண்டினுடையவும் அடிப்பக்கமும் உயரமும் சமமானால் போதும் அல்லவா. உயரத்தைச் சமமாக்குவதற்கு இந்த முக்கோணத்தின் மேல் உச்சியின் வழியாக அடிப்பக்கத்திற்கு இணையாக ஒரு கோடு வரைந்தால் போதும்.



அடிப்பக்கம் 4 சென்டிமீட்டர் ஆன இதே பரப்பளவுள்ள செங்கோண முக்கோணம் வரைய இயலுமா?

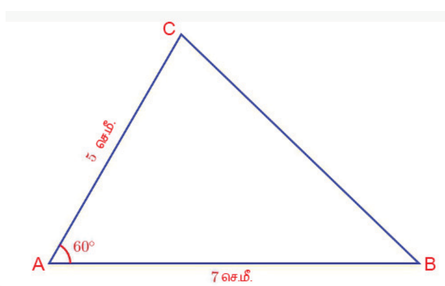
அடிப்பக்கம் 5 சென்டிமீட்டர் ஆன முக்கோணம் வரைய வேண்டும் எனில்?

மேலும் இந்தக் கணக்குகளைச் செய்து பார்க்கவும்.

(1) பக்கங்களின் நீளம் 3, 4, 6 சென்டிமீட்டர் ஆன ஒரு முக்கோணம் வரையவும். இதே பரப்பளவுள்ள மூன்று வேறுபட்ட செங்கோண முக்கோணங்கள் வரையவும்.

(2) இரண்டு பக்கங்களின் நீளம் 8 சென்டிமீட்டரும், 6 சென்டிமீட்டரும், பரப்பளவு 12 சதுர சென்டிமீட்டருமான எத்தனை வேறுபட்ட முக்கோணங்களை வரையலாம்? பரப்பளவு 24 சதுரசென்டிமீட்டர் எனில்?

(3) கீழே தரப்பட்டுள்ள முக்கோணத்தைக் குறிப்பேட்டில் வரையவும்.



இதே பரப்பளவுள்ள *ABP, BCQ, CAR* என்ற முக்கோணங்களைக் கீழே தரப்பட்டுள்ள அளவுகளில் வரையவும்.

(i) $\angle BAP = 90°$ (ii) $\angle CBQ = 60°$

(iii) $\angle ACR = 30°$

11 சதுரங்களும் செங்கோண முக்கோணங்களும்

சதுரப் பரப்பளவு

பக்கங்களின் நீளம் 3 மீட்டர் ஆன சதுரத்தின் பரப்பளவு எவ்வளவு?

$3 \times 3 = 9$ சதுர மீட்டர் அல்லவா?

பக்கங்களின் நீளம் $1\frac{1}{2}$ மீட்டர் ஆனால்?

$$\begin{aligned} 1\frac{1}{2} \times 1\frac{1}{2} &= \frac{3}{2} \times \frac{3}{2} \\ &= \frac{9}{4} \\ &= 2\frac{1}{4} \end{aligned}$$

பரப்பளவு $2\frac{1}{4}$ சதுர மீட்டர்.

பக்கங்களின் நீளம் 1.2 மீட்டர் ஆனால்?

$$\begin{aligned} 1.2 \times 1.2 &= \frac{12}{10} \times \frac{12}{10} \\ &= \frac{144}{100} \\ &= 1.44 \end{aligned}$$

பரப்பளவு 1.44 சதுர மீட்டர்.

இந்தக் கணக்குகளில் எல்லாம் ஓர் எண் அந்த எண்ணாலேயே பெருக்கப்பட்டுள்ளது. வேறு முறையில் கூறினால், 3^2, $\left(1\frac{1}{2}\right)^2$, $(1.2)^2$ என்று எண்களின் இரண்டாம் அடுக்குகள் கணக்கிடப்பட்டுள்ளன.

பொதுவாக ஓர் எண்ணின் இரண்டாம் அடுக்கை, அந்த எண்ணின் வர்க்கம் (square) என்று கூறுகிறோம்.

எடுத்துக்காட்டாக,

$3 \times 3 = 3^2$ 3 இன் வர்க்கம்.

$1\frac{1}{2} \times 1\frac{1}{2} = \left(1\frac{1}{2}\right)^2$ $1\frac{1}{2}$ இன் வர்க்கம்

$1.2 \times 1.2 = (1.2)^2$ 1.2 இன் வர்க்கம்

அப்பொழுது எந்தச் சதுரத்தினுடையவும் பரப்பளவை, அதன் பக்கத்தின் வர்க்கம் எனக் கூறலாம்.

வேறு ஒரு வினா.

25 சதுர சென்டிமீட்டர் பரப்பளவுள்ள சதுரம் வரைவதற்குப் பக்கங்களின் நீளம் எவ்வளவு எடுக்க வேண்டும்?

பக்கத்தின் நீளத்தின் வர்க்கமே பரப்பளவு. அப்பொழுது வினா இதுவாகும்.

எந்த எண்ணின் வர்க்கம் 25 ?

மேலும் விளக்கமாகக் கூறினால்,

எந்த எண்ணை அதே எண்ணால் பெருக்கினால் 25 கிடைக்கும்?

சற்று சிந்தித்தால், $5 \times 5 = 25$ எனக் கிடைக்கும். அப்பொழுது, பக்கத்தின் நீளம் 5 சென்டிமீட்டர். இங்கு, எந்த எண்ணினுடைய வர்க்கம் 25 என்ற வினாவிற்கு விடை 5 எனக்கிடைத்தது. இதை வேறுவிதமாகக் கூறலாம்.

25 இன் வர்க்கமூலம் (square root) 5 ஆகும்.

5 இன் வர்க்கம் 25 என்பதனைச் சுருக்கி எழுதினால்,

$$5^2 = 25$$

என்றல்லவா. இதனை வேறு ஒரு முறையில், 25 இன் வர்க்கமூலம் 5 என்று கூறலாமல்லவா? $\sqrt{\ }$ என்ற குறியீட்டைப் பயன்படுத்திச் சுருக்கியும் எழுதலாம். அதாவது,

$$\sqrt{25} = 5$$

முன்னர் செய்த கணக்குகளையும் இவ்வாறு மாற்றி எழுதலாம்.

$9 = 3 \times 3 = 3^2$	3 இன் வர்க்கம் 9	$\sqrt{9} = 3$	9 இன் வர்க்கமூலம் 3
$2\frac{1}{4} = 1\frac{1}{2} \times 1\frac{1}{2} = \left(1\frac{1}{2}\right)^2$	$1\frac{1}{2}$ இன் வர்க்கம் $2\frac{1}{4}$	$\sqrt{2\frac{1}{4}} = 1\frac{1}{2}$	$2\frac{1}{4}$ இன் வர்க்கமூலம் $1\frac{1}{2}$
$1.44 = 1.2 \times 1.2 = (1.2)^2$	1.2 இன் வர்க்கம் 1.44	$\sqrt{1.44} = 1.2$	1.44 இன் வர்க்கமூலம் 1.2

எண்களின் வர்க்கமூலத்தைக் கண்டுபிடிப்பது அவ்வளவு எளிதல்ல. சிறிய எண்ணல் எண்ணாக இருந்தால், வர்க்கங்களை ஒவ்வொன்றாகப் பார்த்துக் கண்டுபிடிக்கலாம். அதைவிடப் பெரிய எண்ணல் எண்களைக் காரணிகளாக்கியும் இதைக் கணக்கிடலாம். எடுத்துக்காட்டாக, இந்தக் கணக்கைப் பார்க்கவும்.

196 சதுர மீட்டர் பரப்பளவுள்ள சதுரத்தின் ஒரு பக்கத்தின் நீளம் எவ்வளவு?

இங்கு எந்த எண்ணினுடைய வர்க்கம் 196 எனக் கணக்கிட வேண்டும் அதாவது, 196 இன் வர்க்கமூலத்தைக் கணக்கிட வேண்டும்.

196 ஐக் காரணிப்படுத்தி,

$$196 = 2 \times 2 \times 7 \times 7 = 2^2 \times 7^2$$

என எழுதலாம். அடுக்குகளின் பெருக்கல் பலன், பெருக்கல் பலனின் அடுக்கு ஆகும் என **மீண்டும் மீண்டும் பெருக்கல்** என்ற பாடத்தில் கண்டோம் அல்லவா. (எந்த எண்ணல் எண் ஆனாலும், $x^n y^n = (xy)^n$)

அப்பொழுது,

$$196 = 2^2 \times 7^2 = (2 \times 7)^2 = 14^2$$

இதை மாற்றி எழுதினால்,

$$\sqrt{196} = 14$$

அதாவது சதுரத்தின் பக்கம் 14 மீட்டர்.

இந்த முறையைப் பயன்படுத்தி கீழே தரப்பட்டுள்ள கணக்குகளைச் செய்யலாம் அல்லவா.

1.96 சதுர மீட்டர் பரப்பளவுள்ள சதுரத்தின் ஒரு பக்கத்தின் நீளம் எவ்வளவு?

$$1.96 = \frac{196}{100} = \frac{14^2}{10^2} = \left(\frac{14}{10}\right)^2 = (1.4)^2$$

இதை மாற்றி எழுதினால், $\sqrt{1.96} = 1.4$

அதாவது, பக்கத்தின் நீளம் 1.4 மீட்டர்.

கீழே தரப்பட்டுள்ள அளவுகளைப் பரப்பளவுகளாகக் கொண்ட சதுரங்களின் பக்கங்களின் நீளங்களைக் கணக்கிட்டுப் பார்க்கவும். விடைகளை எண்களின் வர்க்கமூலமாக எழுதவும்.

(i) 49 சதுர சென்டிமீட்டர்.

(ii) 169 சதுர சென்டிமீட்டர்.

(iii) 400 சதுர சென்டிமீட்டர்.

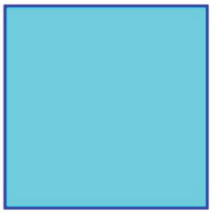
(iv) 225 சதுர சென்டிமீட்டர்.

(v) 1.69 சதுர மீட்டர்.

(vi) $6\frac{1}{4}$ சதுர மீட்டர்.

இருமடங்கு பரப்பு

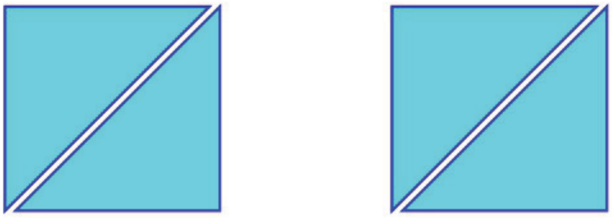
கட்டியான காகிதத்தில் ஒரு சதுரத்தை வெட்டியெடுக்கவும்.



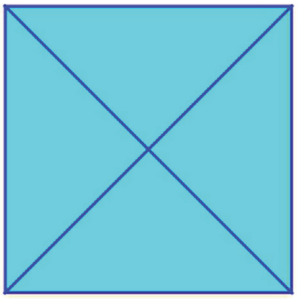
இதன் இரண்டு மடங்கு பரப்பளவுள்ள சதுரம் உருவாக்குவது எவ்வாறு?

இந்தச் சதுரத்தின் பக்கங்ளின் நீளத்தை அளந்தால், அதன் வர்க்கமாகப் பரப்பளவைக் கணக்கிடலாம். பரப்பளவின் இரண்டு மடங்கைக் கணக்கிட்டு, அதன் வர்க்கமூலம் கண்டுபிடித்தால், இப்போது கூறிய பெரிய சதுரத்தின் பக்கங்ளின் நீளம் கிடைக்கும்.

அளக்காமலும், கணக்கிடாமலும் இப்படிப்பட்ட பெரிய சதுரத்தை உருவாக்கலாம். அதற்கு முதலில் இதே அளவில் வெறொரு சதுரத்தை வெட்டியெடுக்கவும் (பரப்பளவு இருமடங்கு ஆக வேண்டுமல்லவா). இரண்டு சதுரங்களினுடையவும் மூலைவிட்டத்தின் வழியாக வெட்டவும்.



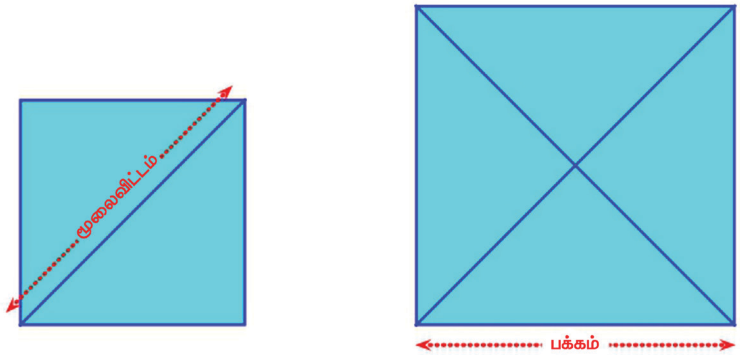
இந்த நான்கு செங்கோண முக்கோணங்களையும் இவ்வாறு அடுக்கவும்.



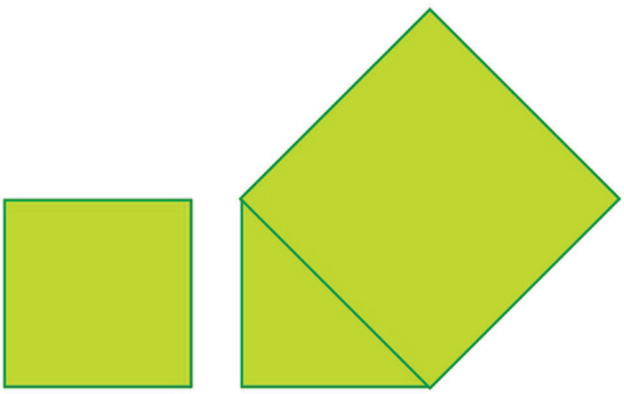
முதலில் உள்ள இரண்டு சதுரங்ளின் பாகங்களையெல்லாம் பயன்படுத்திப் பெரிய சதுரத்தை உருவாக்கினோம். அதனால் அதன் பரப்பளவு, ஒரு சிறிய சதுரத்தின் பரப்பளவின் இரண்டு மடங்காகும்.

வேறொரு முறையிலும் இதைக் காணலாம். ஒவ்வொரு சிறிய சதுரமும் ஒரே போன்ற இரண்டு செங்கோண முக்கோணங்கள் சேர்ந்ததாகும் இதைப் போன்ற நான்கு செங்கோண முக்கோணங்கள் சேர்ந்ததே பெரிய சதுரம்.

பெரிய சதுரத்தின் பக்கம், சிறிய சதுரங்களின் ஏதாவது அளவாகுமா?

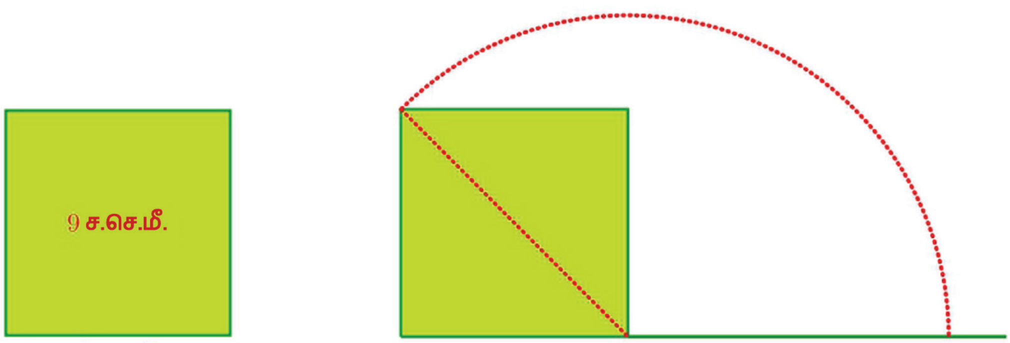


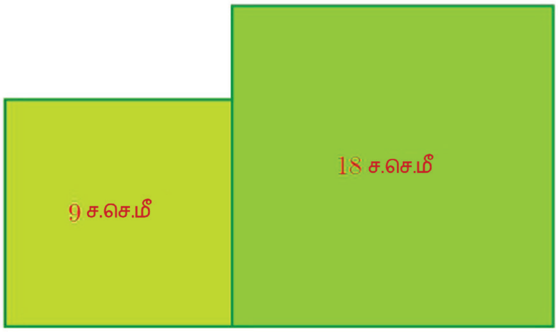
அப்பொழுது, ஒரு சதுரத்தின் இரண்டு மடங்கு பரப்பளவுள்ள சதுரம் வரைய வேண்டுமெனில், அதன் மூலைவிட்டத்தைப் பக்கமாகக் கொண்ட ஒரு சதுரம் வரைந்தால் போதும்.



இரண்டு சதுரங்களையும் வெவ்வேறாகக் காண வேண்டும் எனில், சிறிய சதுரத்தின் ஏதாவது ஒரு பக்கத்தை நீட்டி, அதன் மூலைவிட்டத்தின் நீளத்தை அடையாளப்படுத்தி, பெரிய சதுரம் வரையலாம்.

ஜியோஜிப்ராவில் *Regular Polygon* கருவியைப் பயன்படுத்தி இரண்டு புள்ளிகளில் கிளிக் செய்து உச்சிகளின் எண்ணிக்கையை 4 எனக் கொடுத்து சதுரம் வரையலாம். இவ்வாறு ஒரு சதுரம் $ABCD$ வரையவும். இதன் ஒரு மூலைவிட்டத்தைப் பக்கமாக எடுத்துக்கொண்டு வேறொரு சதுரத்தை வரையவும் (*Regular Polygon* கருவியைப் பயன்படுத்தி D, B என்ற புள்ளிகளில் கிளிக் செய்தால் போதும்) இரண்டு சதுரங்களினுடையவும் பரப்பளவைக் காண (*Area* கருவியைப் பயன்படுத்தி சதுரத்தின் உள்ளே கிளிக் செய்தால் போதும்). பரப்பளவுகளுக்கு இடையே உள்ள தொடர்பு என்ன? முதலில் வரைந்த சதுரத்தின் பக்கங்களின் நீளங்களை மாற்றிப் பார்க்கவும் (B என்ற உச்சியின் இடத்தை மாற்றினால் போதும்).





இதைப் போன்று கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள அளவுகளைப் பரப்பளவுகளாகக் கொண்ட சதுரங்களை வரையலாம் அல்லவா.

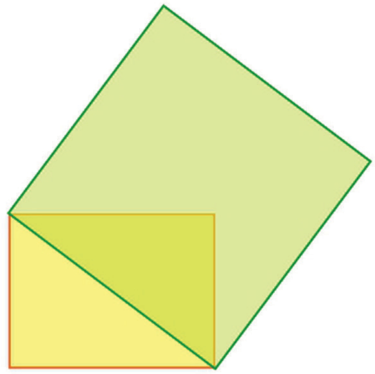
(i) 32 சதுர சென்டிமீட்டர். (ii) 50 சதுர சென்டிமீட்டர்.

(iii) 12.5 சதுர சென்டிமீட்டர். (iv) $24\frac{1}{2}$ சதுர சென்டிமீட்டர்.

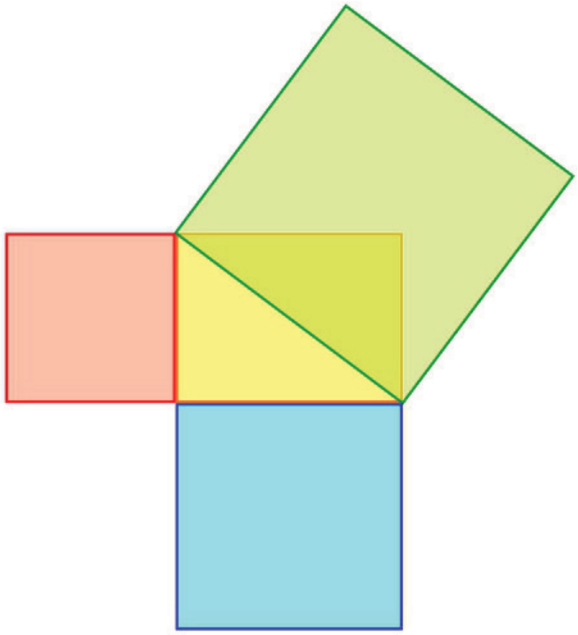
செவ்வகமும் சதுரமும்

சதுரத்தின் மூலைவிட்டத்தில் வரையும் சதுரத்தின் பரப்பளவு இரண்டு மடங்காகும் எனக் கண்டோம்.

பக்கங்களின் நீளம் சமமல்லாத செவ்வகத்தின் மூலைவிட்டத்தில் சதுரம் வரைந்தால்?

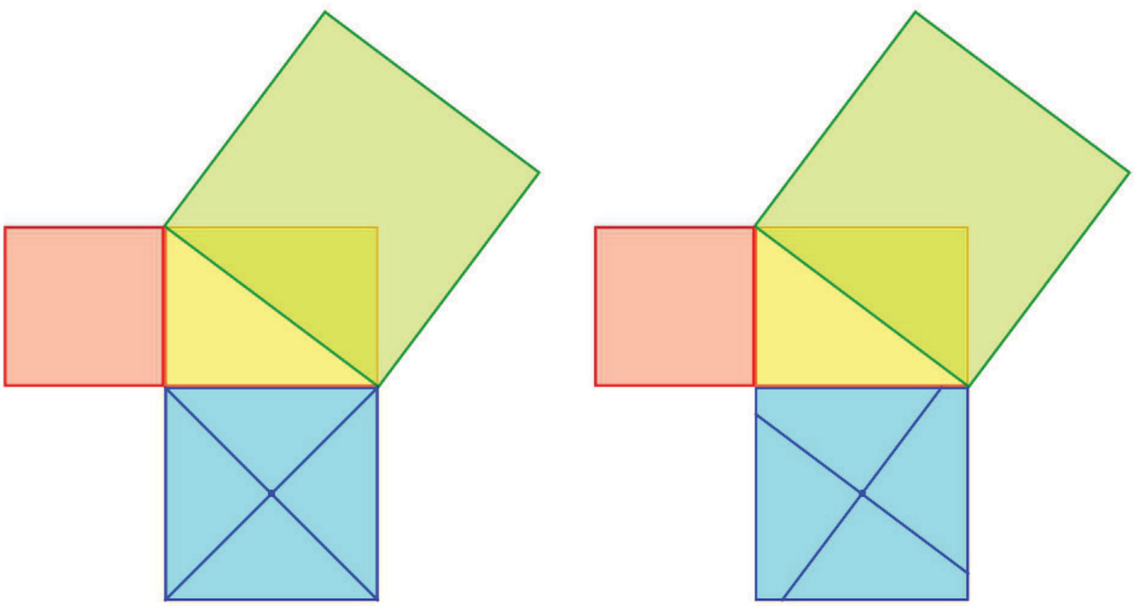


இந்தச் சதுரத்தின் பரப்பளவிற்குச் செவ்வகத்தின் பக்கங்களின் அளவில் வரையும் சதுரங்களின் பரப்பளவுடன் தொடர்பு உள்ளது.

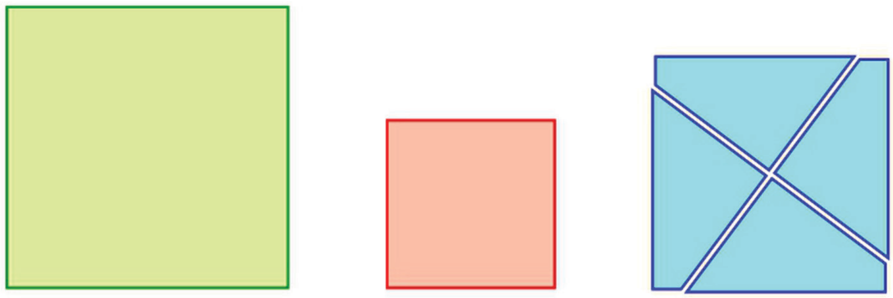


அதைப் புரிந்துகொள்ள ஒரு செவ்வகமும், அதன் இரண்டு பக்கங்களின் அளவுகளிலும் மூலை விட்டத்திலும் உள்ள சதுரங்களை மேலே காணப்படும் படத்தில் உள்ளதைப் போல் கட்டியான காகிதத்தில் வரையவும்.

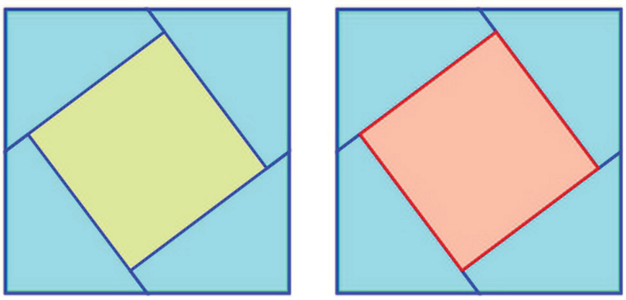
இதை வெட்டி எடுப்பதற்கு முன், மேலும் சில கோடுகளை வரைய வேண்டும். முதலில் கீழே உள்ள சதுரத்தின் மூலை விட்டங்கள் வரைந்து அவை வெட்டிக் கொள்ளும் இடத்தை அடையாளப்படுத்தவும். பின்பு இந்த மூலைவிட்டங்களை அழிக்கவும். முதலில் அடையாளப்படுத்திய புள்ளியின் வழியாகப் பெரிய சதுரத்தின் பக்கங்களுக்கு இணையான கோடுகளை வரையவும்.



இனி இந்த மூன்று சதுரங்களையும் வெட்டியெடுக்கவும். நீல சதுரத்தை, அதற்குள்ளே வரைந்த கோடுகளின் வழியாக நான்காக வெட்டி எடுக்கவும்.



நீல சதுரத்தின் இந்தத் துண்டுகளும், சிவப்பு சதுரம் முழுவதுமாகவும், பச்சை சதுரத்தின் உள்ளே கீழே காண்பிக்கபட்டுள்ளதைப் போல் வைத்துப் பார்க்கவும்.



ஜியோஜிப்ராவில் ஒரு செவ்வகம் வரையவும் (*Grid* பயன்படுத்தினால் எளிதாக வரையலாம்) *Regular Polygon* கருவியைப் பயன்படுத்திச் செவ்வகத்தின் பக்கங்களிலும் மூலைவிட்டத்திலும் சதுரங்கள் வரையவும். இவற்றின் பரப்பளவுகளை அடையாளப்படுத்தவும். பரப்பளவுகளுக்கிடையே உள்ள தொடர்பு என்ன? செவ்வகத்தின் பக்கங்களின் நீளத்தைப் மாற்றிப் பார்க்கவும்.

இதைப் போன்று வேறு செவ்வகங்களின், பக்கங்களிலும் மூலைவிட்டத்திலும் உள்ள சதுரங்களை வெட்டியெடுத்து சோதனை செய்து பார்க்கவும். பக்கங்களில் உள்ள சதுரங்களினால் மூலை விட்டத்திலுள்ள சதுரத்தைத் துல்லியமாக நிரப்பலாம் அல்லவா.

அப்பொழுது இந்த மூன்று சதுரங்களின் பரப்பளவுகளைக் குறித்து பொதுவாக என்ன கூறலாம்?

எந்தச் செவ்வகத்திலும் மூலைவிட்டத்தின் அளவில் வரைகின்ற சதுரத்தின் பரப்பளவு, அடுத்தடுத்துள்ள இரண்டு பக்கங்களின் அளவுகளில் வரைகின்ற சதுரங்களின் பரப்பளவுகளின் தொகைக்குச் சமமாகும்.

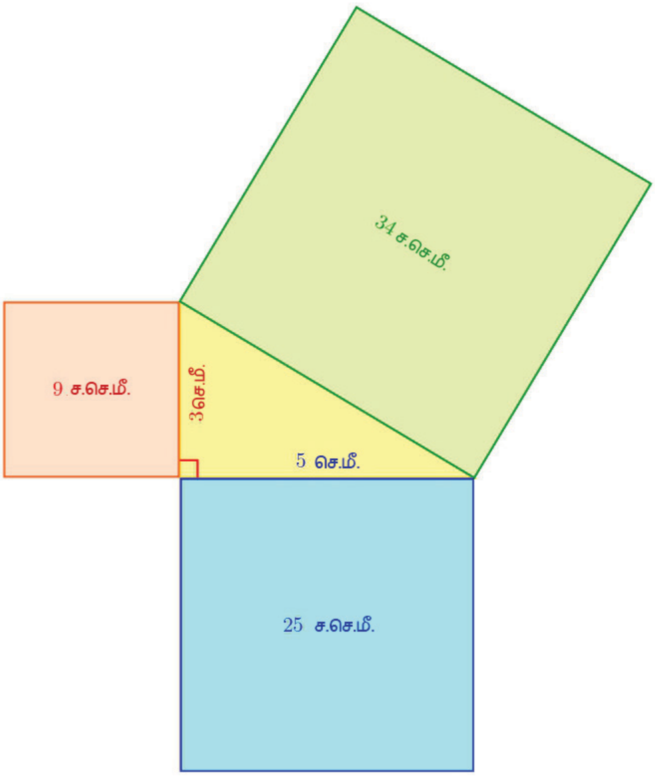
இதை வேறொரு முறையில் கூறலாம்.

எந்தச் செவ்வகத்திலும் இரண்டு பக்கங்களும் மூலைவிட்டங்களும் சேர்ந்து ஒரு செங்கோணமுக்கோணத்தை உருவாக்குகிறது அல்லவா. செவ்வகத்தின் பக்கங்கள் இந்தச் செங்கோண முக்கோணத்தின் செங்குத்து பக்கங்களாகும். செவ்வகத்தின் மூலைவிட்டம், செங்கோண முக்கோணத்தின் மிகவும் நீளம் கூடிய பக்கமும் ஆகும். ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தின் மிகவும் நீளம் கூடிய பக்கத்தை அதன் கர்ணம் (hypotenuse) எனக் கூறலாம்.

அப்பொழுது மேலே எழுதிய கருத்தை இவ்வாறு கூறலாம்.

எந்தச் செங்கோண முக்கோணத்திலும் கர்ணத்தில் வரைகின்ற சதுரத்தின் பரப்பளவு, செங்கோண பக்கங்களில் வரைகின்ற சதுரங்களின் பரப்பளவுகளின் தொகைக்குச் சமமாகும்.

எடுத்துக்காட்டாக, ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தின் செங்குத்துப் பக்கங்கள் 5 சென்டிமீட்டரும் 3 சென்டிமீட்டரும் ஆனால் அதன் பக்கங்களைக் கொண்டு வரைகின்ற சதுரங்களின் பரப்பளவுகள் $5^2 = 25$ சதுர சென்டிமீட்டரும் $3^2 = 9$ சதுர சென்டிமீட்டரும், ஆகும். அப்போது அதன் கர்ணத்தில் வரைகின்ற சதுரத்தின் பரப்பளவு $25 + 9 = 34$ சதுர சென்டிமீட்டர்.



ஜியோஜிப்ராவில் *Min* = 3 ஆகும் விதம் *n* என்ற பெயரில் ஒரு *integer slider* ஐ உருவாக்கவும். இதற்காக *slider* கருவியை எடுத்து கிளிக் செய்யும் போது தோன்றும் சாளரத்தில் *Min* என்பது 3 என அளித்து ok கிளிக் செய்யவும். இனி ஒரு செங்கோண முக்கோணம் வரையவும். *Regular Polygon* கருவியைப் பயன்படுத்தி முக்கோணத்தின் இரண்டு மூலைகளிலும் கிளிக் செய்யும் போது தோன்றுகின்ற சாளரத்தில் மூலைகளின் எண்ணிக்கை *n* என்று கொடுக்கவும். இம்முறையில் முக்கோணத்தின் பக்கங்ளில் *n* பக்கங்களுள்ள ஒழுங்கு பல கோணங்களை உருவாக்கலாம். ($n = 3$ ஆகும்போது சமபக்க முக்கோணம் $n = 4$ ஆகும்போது சதுரம்... என்றிவ்வாறு செங்கோண முக்கோணத்தின் மூன்று பக்கங்களிலும் இந்த முறையில் *n* பக்கங்களுள்ள ஒழுங்கு பலகோணங்கள் வரைந்து பரப்பளவுகளைக் கணக்கிடவும். பரப்பளவுகளுக்கிடையே என்ன தொடர்பு? முக்கோணத்தின் பக்கங்ளின் நீளமும் பலகோணங்களின் பக்கங்களின் எண்ணிக்கையையும் மாற்றிப் பார்க்கவும்.

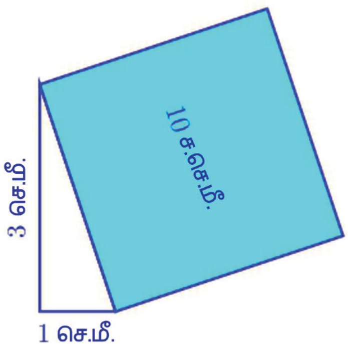
இக்கருத்து பழங்கால கிரேக்கத்தில் வாழ்ந்திருந்த பைதகோரஸ் என்ற கணிதமேதையின் பெயரைச் சேர்த்து பைதகோரஸ் தேற்றம் என்று அறியப்படுகிறது.

குறிப்பிட்ட பரப்பளவுள்ள சில சதுரங்கள் வரைவதற்கு இந்தத் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தலாம். எடுத்துக்காட்டாக, 10 சதுர சென்டிமீட்டர் பரப்பளவுள்ள சதுரம் வரைவதற்கு முதலில் 10 ஐ இவ்வாறு எழுதுக.

$$10 = 1 + 9 = 1^2 + 3^2$$

அதாவது, பக்கங்களெல்லாம் 1 சென்டிமீட்டர் ஆன சதுரத்தின் பரப்பளவையும், பக்கங்களெல்லாம் 3 சென்டிமீட்டர் ஆன சதுரத்தின் பரப்பளவையும் கூட்டினால் 10 கிடைக்கும். அப்போது பைதகோரஸ் தேற்றத்தின்படி செங்குத்துப் பக்கங்கள் 1 சென்டிமீட்டரும், 3 சென்டிமீட்டரும்

உள்ள செங்கோண முக்கோணம் வரைந்து அதன் கர்ணத்தில் ஒரு சதுரம் வரைந்தால் 10 சதுர சென்டிமீட்டர் பரப்பளவுள்ள சதுரம் கிடைக்கும்.



கீழே கூறப்பட்டுள்ள பரப்பளவுள்ள சதுரங்களை ஜியோஜிப்ராவைப் பயன்படுத்தி வரையவும். நீங்கள் வரைந்தது சரியா என *Area* கருவியைப் பயன்படுத்திப் சோதனை செய்யவும்.

i) 13 ii) 20 iii) 26

இனி 11 சதுர சென்டிமீட்டர் பரப்பளவுள்ள சதுரம் வரைய வேண்டுமெனில்?

11 ஐ இரண்டு எண்ணல் எண்களின் வர்க்கங்களின் தொகையாக எழுத முடியாது (சோதனை செய்து பார்க்கவும்) ஆகையால் இப்போது செய்தது போல இவ்வாறு ஒரு சதுரம் வரைய முடியாது.

வேறொரு முறையில் சிந்திக்கலாம். பைதகோரஸ் தேற்றத்தின்படி செங்கோண முக்கோணத்தின் கர்ணத்தின் அளவில் வரைகின்ற சதுரத்தின் பரப்பளவிலிருந்து வேறு ஏதேனும் பக்கத்தின் அளவில் வரைகின்ற சதுரத்தின் பரப்பளவைக் குறைத்தால், மூன்றாவது பக்கத்தின் அளவில் வரைகின்ற சதுரத்தின் பரப்பளவு கிடைக்கும் அல்லவா.

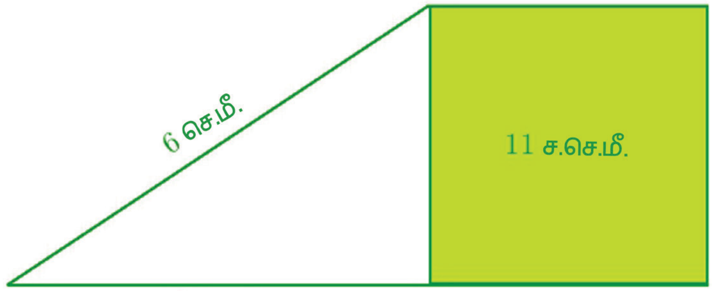
அப்போது 11 சதுர சென்டிமீட்டர் பரப்பளவுள்ள சதுரம் வரைவதற்கு, 11 ஐ இரண்டு வர்க்கங்களின் வித்தியாசமாக எழுதினால் போதும்.

சிறிது சிந்தித்தால்,

$$11 = 36 - 25 = 6^2 - 5^2$$

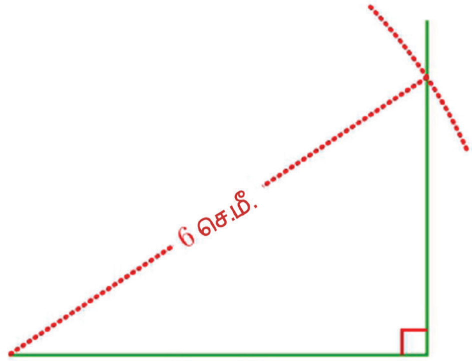
எனக் காணலாம்.

அதனால், கர்ணம் 6 சென்டிமீட்டரும் மற்றொரு பக்கம் 5 சென்டிமீட்டரும் உள்ள செங்கோண முக்கோணத்தின் மூன்றாவது பக்கத்தில் வரைகின்ற சதுரத்தின் பரப்பளவு 11 சதுர சென்டிமீட்டர் ஆக இருக்கும்.



இவ்வாறு ஒரு செங்கோண முக்கோணம் வரைவது எவ்வாறு?

5 சென்டிமீட்டர் நீளத்தில் ஒரு கோட்டையும் அதன் ஒரு முனையில் ஒரு செங்குத்துக் கோட்டையும் வரையவும். இனி அடுத்த முனையை மையமாக்கி 6 சென்டிமீட்டர் ஆரமுள்ள வட்டத்தின் வில் வரைந்து இந்தச் செங்குத்துக் கோட்டை வெட்டுகின்ற இடத்தை அடையாளப்படுத்தினால் போதுமல்லவா.



இனி இந்தக் கணக்குகளைச் செய்து பார்க்கவும்.

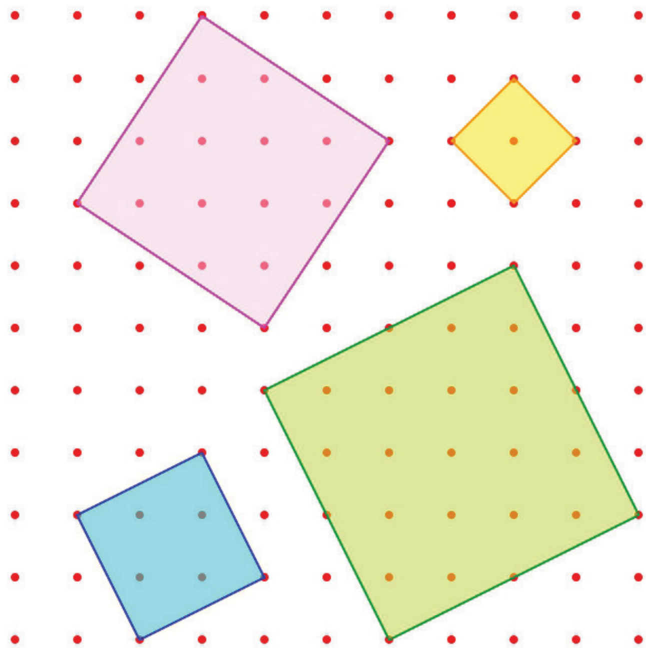
(1) கீழே கூறப்பட்டுள்ள பரப்பளவுகளுள்ள சதுரங்களை வரையவும்.

(i) 17 சதுர சென்டிமீட்டர்.

(ii) 18 சதுர சென்டிமீட்டர்.

(iii) 19 சதுர சென்டிமீட்டர்.

(2) கீழேயுள்ள படத்தில் 1 சென்டிமீட்டர் இடைவெளியில் கிடைமட்டமாகவும் செங்குத்தாகவும் வைத்த புள்ளிகள் சிலவற்றை இணைத்துச் சதுரங்கள் வரையப்பட்டுள்ளன.



ஒவ்வொன்றினுடையவும் பரப்பளவைக் கணக்கிடுக.

நீளக் கணக்குகள்

செங்கோண முக்கோணங்களின் பக்கங்களைக் கொண்டு வரையப்படுகின்ற சதுரங்களின் பரப்பளவுகளுக்கு இடையேயுள்ள தொடர்பையே பைதகோரஸ் தேற்றம் கூறுகிறது.

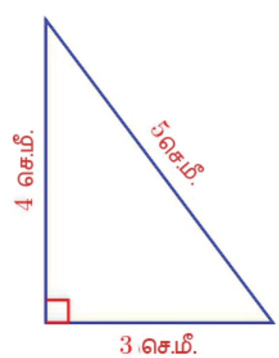
சதுரத்தின் பரப்பளவு பக்கத்தின் நீளத்தின் வர்க்கம் அல்லவா. அப்போது பைதகோரஸ் தேற்றத்தைச் செங்கோண முக்கோணங்களின் பக்கங்களுக்கு இடையேயுள்ள தொடர்பாகவும் கூறலாம்.

எந்தச் செங்கோண முக்கோணத்தினுடையவும் கர்ணத்தின் வர்க்கம், செங்குத்துப் பக்கங்களின் வர்க்கங்களின் தொகை ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டாக, ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தின் செங்குத்துப் பக்கங்களின் நீளம் 3 சென்டிமீட்டரும் 4 சென்டிமீட்டரும் எனில் கர்ணத்தின் வர்க்கம்

$$3^2 + 4^2 = 25$$

ஆகும். அப்போது கர்ணத்தின் நீளம் 5 சென்டிமீட்டர்



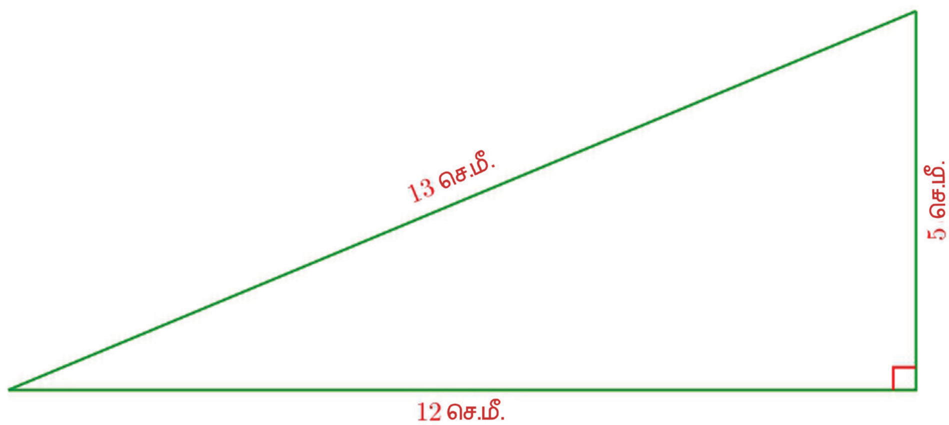
வேறொரு கணக்கு

கர்ணம் 13 சென்டிமீட்டரும் வேறொரு பக்கத்தின் நீளம் 12 சென்டிமீட்டரும் ஆன செங்கோண முக்கோணத்தின் மூன்றாவது பக்கத்தின் நீளம் எவ்வளவு?

மூன்றாம் பக்கத்தின் வர்க்கத்தையும், வேறொரு செங்குத்துப் பக்கத்தின் நீளமான 12 இன் வர்க்கத்தையும் கூட்டினால், கர்ணத்தின் நீளமான 13 இன் வர்க்கம் கிடைக்க வேண்டுமல்லவா. அப்போது

மூன்றாம் பக்கத்தின் வர்க்கம் $= 13^2 - 12^2 = 169 - 144 = 25$

இதிலிருந்து மூன்றாம் பக்கத்தின் நீளம் 5 சென்டிமீட்டர் என்று காணலாமல்லவா.



இனி இந்தக் கணக்குகளைச் செய்து பார்க்கவும்.

(1) கீழேயுள்ள ஒவ்வொரு கணக்கிலும், ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தின் இரண்டு பக்கங்களின் அளவுகள் தரப்பட்டுள்ளன. மூன்றாவது பக்கத்தின் நீளத்தைக் கணக்கிடுக.

(i) செங்குத்துப் பக்கங்கள் 6 சென்டிமீட்டர், 8 சென்டிமீட்டர்.

(ii) செங்குத்துப் பக்கங்கள் 9 சென்டிமீட்டர், 12 சென்டிமீட்டர்.

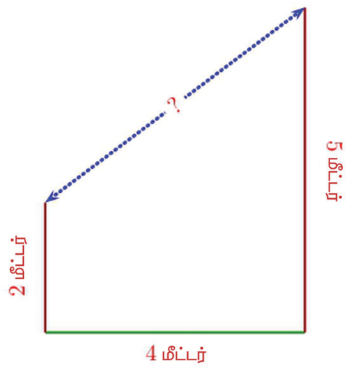
(iii) செங்குத்துப் பக்கங்கள் 7 சென்டிமீட்டர், 24 சென்டிமீட்டர்.

(iv) செங்குத்துப் பக்கங்கள் 14 சென்டிமீட்டர், 48 சென்டிமீட்டர்.

(v) கர்ணம் 17 சென்டிமீட்டர், வேறொரு பக்கம் 15 சென்டிமீட்டர்.

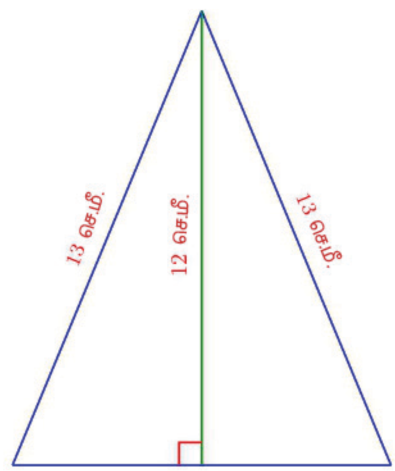
(vi) கர்ணம் 34 சென்டிமீட்டர், வேறொரு பக்கம் 30 சென்டிமீட்டர்.

(2) 2 மீட்டர், 5 மீட்டர் உயரமுள்ள இரண்டு தூண்கள் 4 மீட்டர் தூரத்தில் நிறுத்தப்பட்டுள்ளன.

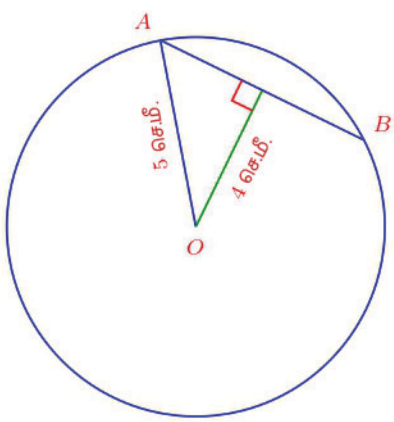


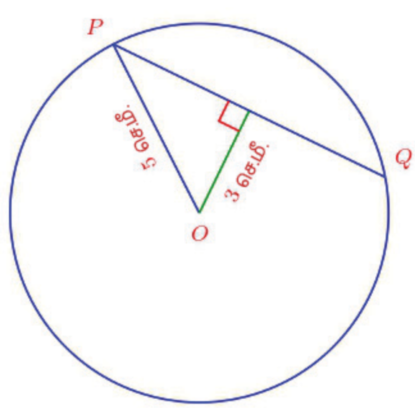
தூண்களின் உச்சிகளுக்கிடையேயுள்ள தூரம் எவ்வளவு?

(3) கீழேயுள்ள படத்தில் முக்கோணத்தின் அடிப்பக்கத்தின் நீளத்தைக் கணக்கிடுக.



(4) கீழேயுள்ள படங்களில் *O* வட்டமையமும், *A, B, P, Q* வட்டத்தில் உள்ள புள்ளிகளும் ஆகும்.





AB, PQ என்ற கோடுகளின் நீளத்தைக் கணக்கிடுக.

12 இயற்கணிதம்

எண்களும் இயற்கணிதமும்

எழுத்துக்களைப் பயன்படுத்தி அளவுகளையும் எண்களையும் சுருக்கி எழுதுகின்ற இயற்கணித முறையை ஓரளவு புரிந்து கொண்டீர்களல்லவா?

இயற்கணிதத்தைப் பயன்படுத்துகின்ற வேறு சில சூழல்களைப் பார்ப்போம்.

எண்களிலிருந்து தொடங்குவோம். அடுத்தடுத்துள்ள இரண்டு எண்ணல் எண்களைக் கூட்டினால் இவ்வாறு கிடைக்கும்.

$$1 + 2 = 3$$

$$2 + 3 = 5$$

$$3 + 4 = 7$$

$$4 + 5 = 9$$

முதல் எண்ணிற்கும், கூட்டிக் கிடைத்த எண்ணிற்குமிடையே ஏதாவது தொடர்பு காணப்படுகிறதா?

$$(1 \times 2) + 1 = 3$$

$$(2 \times 2) + 1 = 5$$

$$(3 \times 2) + 1 = 7$$

$$(4 \times 2) + 1 = 9$$

எல்லா எண்களுக்கும் இது சரியாகுமா?

எடுத்துக்காட்டாக 248 உடன் 249 ஐக் கூட்டினாலும், 248 இன் 2 மடங்குடன் 1 ஐக் கூட்டினாலும் ஒரே எண் கிடைக்குமா?

கூட்டியும் பெருக்கியும் சோதனை செய்வோம். ஆனால் இவ்வாறு கிடைப்பதற்கான காரணம் புரியாதல்லவா?

நாம் $248 + 249$ ஐயும், $(248 \times 2) + 1$ ஐயும் இணைக்க வேண்டும்.

இவ்வாறு சிந்திப்போம்.

- முதல் செயலில் உள்ள 249 இரண்டாம் செயலில் இல்லை.
- முதல் செயலிலிருந்து 249 ஐ எப்படி மாற்றலாம்?
- 249 ஐ $248 + 1$ என எழுதலாமல்லவா?

அப்படியானால் இவ்வாறு எழுதிப் பார்ப்போம்.

$$248 + 249 = 248 + (248 + 1)$$

இனி,

இதிலுள்ள இரண்டு 248 உம் சேர்ந்தால் 248 இன் 2 மடங்குகளாகுமல்லவா?

$$248 + (248 + 1) = (248 + 248) + 1 = (248 \times 2) + 1$$

அடுத்தடுத்துள்ள வேறு எண்ணல் எண்களை எடுத்தாலும் இவ்வாறு செய்யலாமல்லவா:

$$432 + 433 = 432 + (432 + 1) = (432 + 432) + 1 = (432 \times 2) + 1$$

அப்போது இதை ஒரு பொது வரையறையாக எழுதலாம்.

அடுத்தடுத்துள்ள எந்த இரு எண்ணல் எண்களைக் கூட்டிக் கிடைக்கும் தொகையும், அவற்றில் சிறிய எண்ணின் இரண்டு மடங்குடன் ஒன்று கூட்டிக் கிடைக்கும் தொகையும் ஒரே எண்ணாக இருக்கும்.

இயற்கணித முறையில் இதனை எவ்வாறு எழுதலாம் எனப் பார்ப்போம்.

அடுத்தடுத்துள்ள இரண்டு எண்ணல் எண்களில் சிறியது x எனவும் அடுத்த எண்ணல் எண்ணை y எனவும் எடுக்கலாம்.

ஆனால் இங்கு தேவை, ஒன்றுக்கொன்று தொடர்பற்ற எண்களல்ல அல்லவா? ஓர் எண்ணிற்கும் அடுத்த எண்ணல் எண்ணிற்கும் இடையே உள்ள தொடர்பு என்ன?

ஓர் எண்ணல் எண்ணுடன் ஒன்று கூட்டியதல்லவா அடுத்த எண்ணல் எண்?

அப்படியானால் x ஓர் எண்ணல் எண் எனில், அடுத்த எண்ணல் எண்ணை எவ்வாறு எழுதலாம்?

x உடன் 1 ஐ கூட்டினால் $x + 1$ கிடைக்கும்.

அப்படியானால் நாம் இவ்வாறு ஆரம்பிக்கலாம்.

(i) x ஓர் எண்ணல் எண்.

(ii) அடுத்த எண்ணல் எண் $x + 1$.

(iii) இவை இரண்டையும் கூட்டினால் கிடைக்கும் எண் $x + (x + 1)$.

அடுத்ததாகச் சிறிய எண்ணின் இரண்டு மடங்குடன் ஒன்று கூட்டிய எண்ணைப் பார்ப்போம்.

(i) சிறிய எண் x.

(ii) அதன் இரண்டு மடங்கு $2x$.

(iii) அதோடு 1 கூட்டிக் கிடைத்தது $2x + 1$.

இனி, மேலே குறிப்பிட்ட கருத்தின்படி இயற்கணித வடிவத்தை எழுதலாம் அல்லவா.

x எந்த எண்ணல் எண் ஆனாலும், $x + (x + 1) = 2x + 1$.

இதில் ஒரு கருத்தைக் கவனித்தீர்களா? கணிதத்தில் **சுருக்கெழுத்து** என்ற பாடத்தில் பார்த்த ஒரு கருத்து.

x, y, z எந்த எண்களானாலும் $(x + y) + z = x + (y + z)$.

இந்தச் சமன்பாட்டைத் திருப்பி வாசித்தால்

$$x + (y + z) = (x + y) + z.$$

இதில் y, z என்பவை ஏதாவது எண்களாக எடுப்பதற்குப் பதில் x உம் 1 உம் ஆக எடுத்தால்,

$$x + (x + 1) = (x + x) + 1.$$

$x + x = 2x$ அல்லவா. மேலே உள்ள சமன்பாட்டில் இதை எழுதினால்.

$$x + (x + 1) = 2x + 1$$

இது இப்போது பார்த்த பொதுக்கருத்தின் சமன்பாடல்லவா?

இவ்வாறு பார்க்கும்போது, வேறொரு கருத்தையும் காணலாம். x, y, z என்ற மூன்று எண்களின் தொகையைப் பற்றிய சமன்பாடு, எண்ணல் எண்களுக்கு மட்டுமல்ல பின்ன எண்களுக்கும் பொருந்துமல்லவா.

அவ்வாறாயின் எண்ணல் எண்களைப் பற்றி கண்டறிந்த கருத்து எல்லா எண்களுக்கும் சரியாகும். அடுத்தடுத்துள்ள எண்கள் என்பதற்குப் பதில், ஓர் எண், அதனுடன் ஒன்று கூட்டியது என்று மாற்ற வேண்டும்.

இயற்கணித சக்தி

5 உடன் 6 ஐக் கூட்டினால் தொகை 11 எனக் கணக்கிடலாம், மாறாக 5 உடன் 1 ஐ கூட்டினால் 6 கிடைக்கும் என நினைக்க வேண்டியதில்லை. ஆனால் இயற்கணிதத்தில் ஓர் எண்ணல் எண் x என எடுத்தால் அடுத்த எண் $x + 1$ என்று மட்டுமே எழுத முடியும்.

இதனால் ஏற்படும் பலன் இவைகளின் தொகை $x + (x + 1)$ ஐ $2x + 1$ என்றும் தொடர்ந்து இது சிறிய எண்ணின் இரண்டு மடங்குடன் ஒன்று கூட்டியது என்றும் விரைவாக அறிய முடியும்.

மட்டுமல்லாமல் இவைகளில் கிடைத்த

$$x + (x + 1) = 2x + 1$$

என்ற சமன்பாடும், எல்லா எண்களுக்கும் பொருந்தும் என முதலிலேயே பார்த்த.

$$x + (y + z) = (x + y) + z$$

என்ற சமன்பாட்டை உற்றுப் பார்த்து, முதலில் உள்ளதும் எல்லா எண்களுக்கும் பொருந்தும் என்ற புதிய அறிவும் உருவாகிறது.

ஓர் எண்ணையும் அதோடு ஒன்று கூட்டிய எண்ணையும் சேர்த்துக் கூட்டிக் கிடைக்கும் எண்ணும், அவைகளில் சிறிய எண்ணின் இரண்டு மடங்குடன் ஒன்று கூட்டினால் கிடைக்கும் எண்ணும் ஒரே எண் ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டாக,

$$\begin{aligned} 5\frac{1}{2} + \left(5\frac{1}{2} + 1\right) &= \left(5\frac{1}{2} + 5\frac{1}{2}\right) + 1 \\ &= \left(5\frac{1}{2} \times 2\right) + 1 \\ &= 11 + 1 \\ &= 12 \end{aligned}$$

மேலும் அடுத்தடுத்த மூன்று எண்ணல் எண்களை எடுத்து முதலாவது, மூன்றாவது எண்களை மட்டும் கூட்டிப் பார்க்கவும்.

$$1 + 3 = 4$$
$$2 + 4 = 6$$
$$3 + 5 = 8$$
$$4 + 6 = 10$$

ஒவ்வொன்றிலும் தொகைக்கும் விடுபட்ட நடுவில் உள்ள எண்ணிற்கும் ஏதாவது தொடர்பு உள்ளதா?

ஒவ்வொன்றிற்கும் நேராக அதை எழுதிப் பார்ப்போம்.

$1 + 3 = 4$	$2 \times 2 = 4$
$2 + 4 = 6$	$3 \times 2 = 6$
$3 + 5 = 8$	$4 \times 2 = 8$
$4 + 6 = 10$	$5 \times 2 = 10$

இது எல்லா எண்களுக்கும் பொருந்துமா என்றும், பொருந்தினால் என்ன காரணம் என அறிய வேறு சில அடுத்தடுத்த எண்களை எடுத்து சோதித்துப் பார்க்கவும்.

27, 28, 29 ஐ எடுத்துப் பார்ப்போம் $27 + 29$ உம் 28×2 உம் ஒரே எண்தானா என்று அறிய வேண்டும்.

முதல் கணக்கில் செய்தது போல் 27 ஐயும் 29 ஐயும் நமக்குத் தேவையான 28 உடன் தொடர்புபடுத்தலாம்.

$$27 = 28 - 1$$

$$29 = 28 + 1$$

அவ்வாறாயின்,

$$27 + 29 = (28 - 1) + (28 + 1)$$

இனி $(28 - 1) + (28 + 1)$ இல் செய்யப்படும் செயல்களை மொத்தமாகப் பார்ப்போம்.

- இரண்டு 28 கள் கூட்டப்பட்டுள்ளன.
- ஒரு 1 கூட்டப்பட்டுள்ளது.
- ஒரு 1 கழிக்கப்பட்டுள்ளது.

அதாவது,

$$(28 - 1) + (28 + 1) = (28 \times 2) + 1 - 1$$

எந்த எண்ணோடும் ஒன்று கூட்டி, பின் ஒன்றைக் கழித்தால், முதலில் உள்ள எண்தான் கிடைக்குமல்லவா.

அவ்வாறாயின்,

$$(28 \times 2) + 1 - 1 = 28 \times 2$$

இங்கே எழுதிய சமன்பாடுகளைச் சேர்த்து வைத்தால்,

$$\begin{aligned} 27 + 29 &= (28 - 1) + (28 + 1) \\ &= (28 \times 2) + 1 - 1 \\ &= 28 \times 2 \end{aligned}$$

27, 28, 29 இவற்றிற்குப் பதிலாக அடுத்தடுத்துள்ள எந்த மூன்று எண்ணல் எண்களை எடுத்தாலும் இது சரியாகுமா?

ஆகவே பொதுவாக என்ன கூறலாம்?

அடுத்தடுத்துள்ள மூன்று எண்ணல் எண்களில் முதலாவதும், கடைசியிலும் உள்ள எண்களின் கூட்டுத்தொகையும் நடுவில் உள்ள எண்ணின் இரண்டு மடங்கும் ஒரே எண் ஆகும்.

இதை இயற்கணிதத்தில் எவ்வாறு எழுதலாம்?

இங்கே நடுவில் உள்ள எண்ணைப் பயன்படுத்தி இரண்டாம் செயல் செய்யப்பட்டிருக்கிறது. அதனால் அந்த எண்ணை x என எடுக்கலாம்.

- நடுவில் உள்ள எண் x.
- முதலில் உள்ள எண் x லிருந்து 1 கழித்து, அதாவது $(x - 1)$.
- கடைசி எண் x உடன் 1 கூட்டியது, அதாவது $(x + 1)$.

எனில் மேலே குறிப்பிட்ட செயலைச் சமன்பாடாக எழுதினால்.

$$(x - 1) + (x + 1) = 2x$$

முதலில் குறிப்பிட்டது போல் $(x - 1) + (x + 1)$ இன் செயல்களை ஒன்றாகப் பார்த்தால் இரண்டு x ஐக் கூட்டி, மீண்டும் 1 ஐக் கூட்டி 1 ஐக் கழித்தோம் இரண்டு x ஐக் கூட்டியது மட்டுமே விடையாகக் கிடைக்கும். அதாவது x ஐ இரண்டால் பெருக்கியது ஆகும்.

x எந்த எண்ணல் எண் ஆனாலும், $(x - 1) + (x + 1) = 2x$

இதை இப்படியும் எழுதலாம்.

x, y, z என்பவை அடுத்தடுத்துள்ள எந்த மூன்று எண்ணல் எண்கள் ஆனாலும் $x + z = 2y$ ஆகும்.

ஆனால் இது எப்படி சரியாகும் என விளக்க வேண்டும்

கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள கணக்குகளைச் செய்து பார்க்கவும்.

(1) அடுத்தடுத்துள்ள மூன்று எண்ணல் எண்களை எடுத்துக் கூட்டிப் பாருங்கள்.

(i) கிடைத்த தொகைக்கு, கூட்டும் எண்களில் உள்ள ஏதேனும் ஓர் எண்ணுடன் ஏதாவது தொடர்பு உள்ளதா எனப் பரிசோதித்துப் பார்க்கவும்.

(ii) இந்தத் தொடர்பு அடுத்தடுத்துள்ள எந்த மூன்று எண்ணல் எண்களுக்கும் பொருந்துமா? என விளக்குக.

(iii) இந்தத் தொடர்பைச் சாதாரண மொழியிலும், தொடர்ந்து இயற்கணித வடிவத்திலும் எழுதுக.

(2) அடுத்தடுத்துள்ள எவையேனும் நான்கு எண்ணல் எண்களில் முதல், கடைசி எண்களின் தொகையும், நடுவிலுள்ளவைகளின் தொகையும் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

$1 + 4 = 5$	$2 + 3 = 5$
$2 + 5 = 7$	$3 + 4 = 7$
$3 + 6 = 9$	$4 + 5 = 9$
$4 + 7 = 11$	$5 + 6 = 11$

(i) அடுத்தடுத்துள்ள எந்த நான்கு எண்ணல் எண்களை எடுத்தாலும், இவ்வாறான தொகைகள் ஒரே எண்ணாக வருவது ஏன்? விளக்குக.

(ii) இந்தப் பொது கருத்தின் இயற்கணித வடிவத்தை எழுதுக.

(3) அடுத்தடுத்துள்ள நான்கு எண்ணல் எண்களில், முதலாவது, இரண்டாவது எண்களின் தொகைக்கும், மூன்றாவது, நான்காவது எண்களின் தொகைக்கும் ஏதாவது தொடர்பு உள்ளனவா? இந்தத் தொடர்புகளுக்கான காரணத்தை விளக்குக. தொடர்பை இயற்கணித முறையில் எழுதுக. அடுத்தடுத்துள்ள நான்கு எண்ணல் எண்களில் முதலாவது, மூன்றாவது எண்களின் தொகைக்கும், இரண்டாவது, நான்காவது எண்களின் தொகைக்கும் இடையே உள்ள தொடர்பு?

எண் விந்தைகள்

அடுத்ததாக, வேறு சில கணக்குகளைப் பார்ப்போம்.

அடுத்தடுத்துள்ள எவையேனும் மூன்று எண்களை ஒரே வரிசையில் எழுதுங்கள்.

5 6 7

இவைகளில் அடுத்தடுத்துள்ள இரண்டு எண்களைக் கூட்டி மேலே எழுதுங்கள்.

11 13

5 6 7

இந்த இரண்டு எண்களைக் கூட்டி அதற்கு மேலே எழுதுங்கள்.

24

11 13

5 6 7

அடுத்தடுத்துள்ள வேறு எண்களிலிருந்து ஆரம்பித்து இது போன்று சில எண் கோபுரங்களை உருவாக்கிப் பார்க்கவும்.

44	80	104
21 23	39 41	51 53
10 11 12	19 20 21	25 26 27

எல்லா கோபுரங்களிலும் மேலே உள்ள எண் 4 இன் மடங்கு தானா?

எந்த எண்ணின் 4 மடங்கு கிடைக்கிறது?

இவைகளின் காரணத்தை இயற்கணிதத்தைப் பயன்படுத்தி விளக்கலாம்.

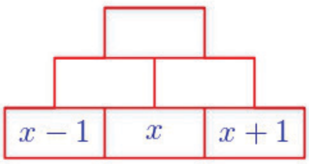
ஆரம்பிக்கின்ற மூன்று எண்களில் நடுவில் உள்ள எண்ணின் 4 மடங்குதான் கடைசியில் கிடைத்தது. அவ்வாறாயின் அதை x என்று எடுத்து தொடங்கலாம்.

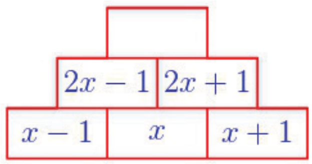
அதன் இடது, வலதுபக்க எண்களை எவ்வாறு எழுதலாம்?

அடுத்தடுத்துள்ள மூன்று எண்களில் இடது, வலதுபக்க எண்கள், நடுவில் உள்ள எண்ணிலிருந்து 1 ஐக் கழித்ததும், 1 ஐக் கூட்டியும் கிடைக்கும் எண்கள் அல்லவா?

அவ்வாறாயின் கீழே உள்ள வரிசை $(x-1),\ x,\ (x+1)$.

அதற்கு மேலே உள்ள இரண்டு எண்கள்?



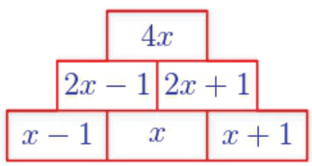


$(x-1)+x=2x-1$

$x+(x+1)=2x+1$

அதற்கும் மேலே உள்ள எண்?

$$(2x-1)+(2x+1)=4x$$



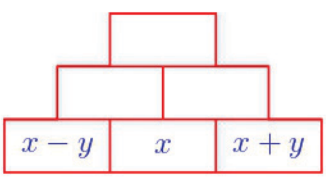
இதில் வேறொரு கருத்தைச் சிந்திக்கலாம். ஆரம்பிகின்ற எண்கள் $x-1, x, x+1$ என்பதற்குப் பதில் $x-2,\ \ x,\ \ x+2$ ஆனால்?

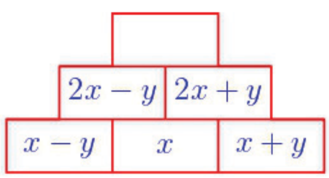
அடுத்த வரிசை என்னவென்று மனக்கணக்காகக் கணக்கிடலாமல்லவா $2x-2, 2x+2$

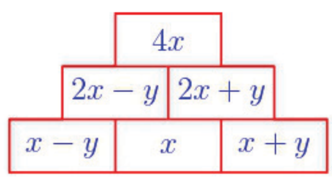
அதற்கும் மேலே?

மீண்டும் $4x$ தான்.

அடுத்து x லிருந்து ஏதாவது எண்ணைக் கழித்து இடது பக்கமும், அதே எண்ணை x உடன் கூட்டி வலது பக்கமும் எழுதினால்,







அதாவது கோபுரத்தின் கீழ் வரிசையில் ஒரே இடைவெளியுள்ள ஏதாவது மூன்று எண்களை எடுத்தால், மிகவும் மேலே உள்ள எண் நடுவில் உள்ள எண்ணின் நான்கு மடங்காகத்தான் இருக்கும்.

6	10	14

16	24	
6	10	14

40		
16	24	
6	10	14

தொடர்ந்து இதைப் போன்று நான்கு நிலைகள் உள்ள இரண்டு கோபுரங்களைப் பார்க்கவும்.

36			
16	20		
7	9	11	
3	4	5	6

100			
44	56		
19	25	31	
8	11	14	17

முதலில் கோபுரத்தின் கீழ் வரிசையில் 3, 4, 5, 6 என்ற தொடர்ச்சியான எண்ணல் எண்கள் உள்ளன.

இரண்டாம் கோபுரத்தில் 8 இல் தொடங்கி 3 வீதம் கூட்டிக் கிடைக்கும் நான்கு எண்கள் 8, 11, 14, 17 ஆகும்.

இரண்டிலும் மிகவும் மேலே உள்ள எண்ணிற்கும் கீழ் வரிசையின் நடுவில் உள்ள இரண்டு எண்களுக்கும் ஏதாவது தொடர்பு உள்ளதா?

இதைப் போன்று வேறு எண்களையும் பயன்படுத்தி எழுதிப் பார்க்கவும். எல்லாவற்றிலும் மிகவும் மேலே உள்ள எண் கீழ் வரிசையின் நடுவில் உள்ள எண்களின் தொகையின் நான்கு மடங்காகுமா?

இயற்கணிதத்தைப் பயன்படுத்தி எழுதிப் பாருங்கள். x இல் தொடங்கி y வீதம் கூட்டிய நான்கு எண்களிலிருந்து தொடங்கலாம்.

$$x, x+y, x+2y, x+3y$$

x	$x+y$	$x+2y$	$x+3y$

அடுத்த வரிசையில்,

$$x + (x+y) = 2x + y$$

$$(x+y) + (x+2y) = 2x + 3y$$

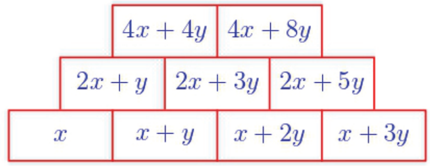
$$(x+2y) + (x+3y) = 2x + 5y$$

$2x+y$	$2x+3y$	$2x+5y$	
x	$x+y$	$x+2y$	$x+3y$

மூன்றாவது வரிசை

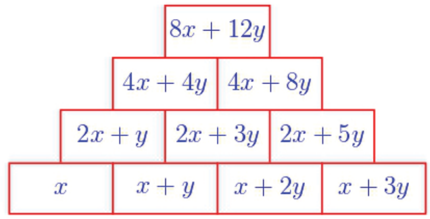
$$(2x + y) + (2x + 3y) = 4x + 4y$$

$$(2x + 3y) + (2x + 5y) = 4x + 8y$$



மிகவும் மேலே உள்ள எண்

$$(4x + 4y) + (4x + 8y) = 8x + 12y$$



மிகவும் மேலே உள்ள எண் முதல் வரிசையின் நடுவில் உள்ள இரண்டு எண்களின் தொகையின் நான்கு மடங்குதானா?

முதல் வரிசையின் நடுவில் உள்ள எண்களின் தொகை,

$$(x + y) + (x + 2y) = 2x + 3y$$

இதன் 4 மடங்கு

$$(2x + 3y) \times 4 = (2x \times 4) + (3y \times 4) = 8x + 12y$$

(தொகையின் பெருக்கற்பலன், பெருக்கற்பலன்களின் தொகை ஆகும் என்று **சுருக்கெழுத்து** என்ற பாடத்தில் படித்திருக்கிறோமல்லவா.)

சற்று சிந்தித்திருந்தால், இரண்டாவது வரிசை எழுதும் போதே மிகவும் மேலே உள்ள எண்ணைக் கண்டுபிடித்திருக்கலாம்.

இரண்டாம் வரிசையில் உள்ள எண்கள்,

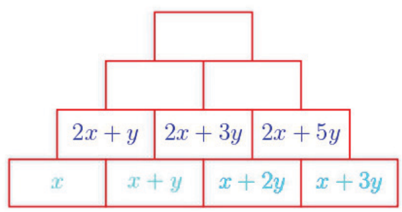
$$2x + y, \quad 2x + 3y, \quad 2x + 5y$$

இதை இவ்வாறு மாற்றி எழுதினால்?

$2x + y$

$2x + 3y = (2x + y) + 2y$

$2x + 5y = (2x + 3y) + 2y$

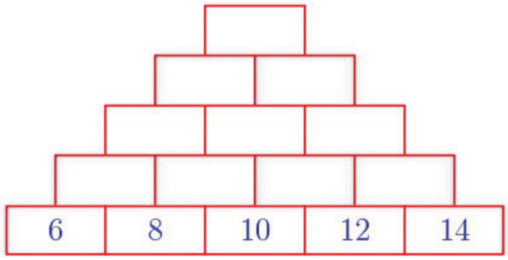


அதாவது, $2y$ இடைவெளியில் மூன்று எண்கள்,

அவ்வாறாயின் இதற்கு முன் கண்டுபிடித்ததுபோல, இந்த எண்கள் உருவாக்குகின்ற மூன்று நிலை கோபுரத்தின் மிகவும் மேலே உள்ள எண் நடுவில் உள்ள எண்ணான $2x + 3y$ இன் 4 மடங்கு ஆக வேண்டுமல்லவா?

இந்தக் கணக்குகளைச் செய்து பாருங்கள்.

(1) மூன்று, நான்கு நிலைகள் உள்ள எண் கோபுரங்களைப் போன்று ஐந்து நிலையுள்ள ஓர் எண் கோபுரத்தின் முதல் நிலை கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

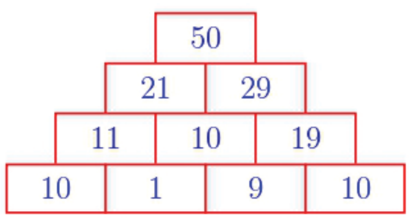


(i) தொடர்ந்து எண்களை எழுதுவதற்கு முன் மிகவும் மேலே உள்ள எண் நடுவில் உள்ள 10 இன் எத்தனை மடங்காக இருக்கும் என ஊகித்துப் பார்க்கவும். அது சரிதானா என மற்ற எண்களை எழுதி சோதனை செய்து பாருங்கள்.

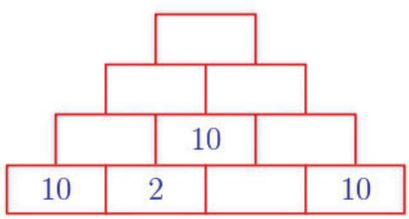
(ii) ஒரே இடைவெளியில் உள்ள எந்த ஐந்து எண்களிலிருந்து தொடங்கினாலும் ஐந்து நிலை கோபுரங்களில் உள்ள எல்லா கடைசி எண்ணும் முதல் வரிசையில் உள்ள எண்களில் நடுவில் உள்ள எண்ணின் ஒரே மடங்காக இருக்கும் என்பதை இயற்கணிதத்தைப் பயன்படுத்தி விவரித்து எழுதுக.

(iii) எல்லா எண்களையும் எழுதாமல் இதைத் தீர்மானிக்க ஏதாவது வழி உள்ளதா?

(2) இங்கு காண்பது போன்ற எண் கோபுரம் உருவாக்க எந்த எண்களிலிருந்தும் ஆரம்பிக்கலாம் (ஒரே இடைவெளி தேவையில்லை) எடுத்துக்காட்டாக இந்தக் கோபுரத்தைப் பார்க்கவும்.



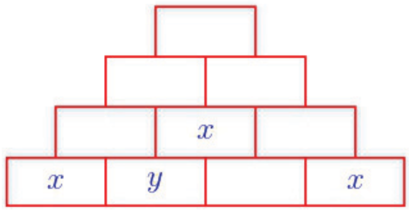
(i) இதைப் போன்று இந்தக் கோபுரத்தில் காலியாக உள்ள கட்டங்களில் எண்களைக் கணக்கிட்டு எழுதுங்கள்.



(ii) இதைப் போன்ற ஒரு கோபுரத்தில் 10 இன் இடத்திலுள்ள இலக்கங்களை மாற்றாமல் கீழ் வரிசையில் இரண்டாவது எண்ணை மட்டும் மாற்றி (1 க்கும் 2 க்கும் பதிலாக) எழுதி தொடர்ந்துள்ள எண்களைக் கணக்கிடுங்கள். மிகவும் மேலே உள்ள எண் 50 கிடைக்குமா?

(iii) இதற்கான காரணத்தை இயற்கணிதத்தைப் பயன்படுத்தி விளக்குக.

(iv) கீழே உள்ள கோபுரத்தில் காலியாக உள்ள கட்டங்களில் எண்களைக் கணக்கிட்டு எழுதுங்கள்.



(3) கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள முதல் படத்தைப் போல் 1 முதல் 100 வரையுள்ள எண்களை வரிசையாகவும் (நிரையாகவும்) நிரலுமாகவும் எழுதுக. இரண்டாவது படத்தைப் போல் அதில் 9 எண்கள் மட்டும் உள்ள பல சதுரங்களை வரையவும். எல்லா சதுரங்களிலும் நடுவில் உள்ள எண்களை அடையாளப்படுத்தவும்.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

ஒவ்வொரு சதுரத்திலும் பின்வருவனவற்றைக் கணக்கிடுங்கள்.

(i) நடுவில் உள்ள எண்ணுக்கும் அதன் இடது, வலது புறத்தில் உள்ள எண்களின் தொகைக்கும் உள்ள தொடர்பு?

(ii) நடுவில் உள்ள எண்ணுக்கும் அதன் மேல், கீழ் உள்ள எண்களின் தொகைக்கும் உள்ள தொடர்பு?

(iii) நடுவில் உள்ள எண்ணுக்கும் சதுரத்தின் எதிர் மூலைகளில் உள்ள எண்களின் தொகைக்கும் இடையே உள்ள தொடர்பு.

(iv) நடுவில் உள்ள எண்ணுக்கும் சதுரத்தில் உள்ள எல்லா எண்களின் தொகைக்கும் உள்ள தொடர்பு.

இவற்றை இயற்கணிதத்தைப் பயன்படுத்தி விளக்குக.

(4) பின்வரும் காலண்டரில் அடுத்தடுத்துள்ள ஏதேனும் நான்கு எண்கள் வருகின்ற சதுரங்களைப் பல இடங்களில் வரையவும்.

ஞாயிறு	திங்கள்	செவ்வாய்	புதன்	வியாழன்	வெள்ளி	சனி
			1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30	31	

(i) இத்தகைய எந்தச் சதுரத்திலும் உள்ள நான்கு எண்களின் தொகை 4 இன் பெருக்கற் பலனாகின்ற காரணத்தை இயற்கணிதம் மூலம் விளக்குக.

(ii) இந்தத் தொகைக்கும், சதுரத்தில் உள்ள சிறிய எண்ணுக்கும் இடையே உள்ள தொடர்பை இயற்கணிதம் பயன்படுத்தி விளக்குக.

மடங்கும் மீதியும்

எந்த எண்ணல் எண்ணையும் வேறொரு எண்ணல் எண்ணால் வகுத்து, மடங்கையும் மீதியையும் எழுதலாம் என 5 ஆம் வகுப்பில் படித்திருக்கிறோமல்லவா.

எடுத்துக்காட்டு, 9 ஐ 4 ஆல் வகுத்து இப்படி எழுதலாம்.

$$9 = (4 \times 2) + 1$$

மாறாக 4 ஐ 9 ஆல் வகுத்தால் இப்படியும் எழுதலாம்.

$$4 = (9 \times 0) + 4$$

இதைப் போன்று 2 ஆல் மீதியின்றி வகுக்க இயலுகின்ற எண்களை இரட்டை எண்கள் என அழைக்கிறோம்.

எடுத்துக்காட்டாக,

$$2 = 2 \times 1$$

$$4 = 2 \times 2$$

$$6 = 2 \times 3$$

என்று எழுதலாம். அதனால் 2, 4, 6 என்ற எண்கள் இரட்டை எண்கள் ஆகும், பூஜ்ஜியமோ?

$$0 = 2 \times 0$$

அதனால் 0 இரட்டை எண் ஆகும்.

பொதுவாகக் கூறினால்,

2 ஆல் மீதியின்றி வகுக்க முடிகின்ற எண்கள் இரட்டை எண்கள் ஆகும்.

இதனை இயற்கணிதத்தில் கூறினால்;

எந்த இரட்டை எண்ணையும் $2n$ என்ற வடிவத்தில் எழுதலாம். இதில் n என்பது, 0, 1, 2, 3, ... போன்ற எண்களில் ஏதேனும் ஒன்று ஆகும்.

அடுத்து 2 ஆல் வகுக்கும் போது மீதி வரும் எண்கள்?

எடுத்துக்காட்டாக,

$$1 = (2 \times 0) + 1$$

$$3 = (2 \times 1) + 1$$

$$5 = (2 \times 2) + 1$$

இவை ஒற்றை எண்களாகும்.
பொதுவாகக் கூறினால்,

2 ஆல் வகுக்கும் போது மீதி 1 வருகின்ற எண்கள் ஒற்றை எண்கள் ஆகும்.

இயற்கணிதத்தைப் பயன்படுத்தி கூறினால்?

எந்த ஒற்றை எண்ணையும் $2n + 1$ என்ற வடிவத்தில் எழுதலாம். இதில் n என்பது, 0, 1, 2, 3, . . . என்ற எண்களில் ஏதேனும் ஒன்று ஆகும்.

இப்படிப்பட்ட சிறப்பு தன்மையுடைய எண்களைப் பொதுவாக இயற்கணித வடிவத்தில் எழுதுவது அதனுடைய மற்ற சிறப்பியல்புகளைப் புரிந்துகொள்ள உதவும்.

எடுத்துக்காட்டாக எந்த இரண்டு இரட்டை எண்களைக் கூட்டினாலும் கிடைப்பது ஓர் இரட்டை எண்ணாகத்தான் இருக்கும் என எடுத்துக்காட்டுகள் மூலம் பார்க்கலாம்.

இது ஏன் என இயற்கணிதம் மூலம் புரிந்து கொள்ளலாம்.

அதற்கு ஏதேனும் இரண்டு இரட்டை எண்களை எடுக்கலாம். முன்பு பார்த்ததுபோல இவை $2m, 2n$ என்ற வடிவத்தில் எழுதலாமல்லவா. இதில், m, n பூஜ்ஜியமோ அல்லது ஏதேனும் எண்ணல் எண்ணோ ஆகலாம்.

இவைகளைக் கூட்டினால்,

$$2m + 2n = 2(m + n)$$

இதில் $m + n$ என்ற தொகையை p என்ற ஓர் எழுத்தால் குறிப்பிட்டால், முதலில் எடுத்த இரட்டை எண்களை கூட்டிக் கிடைத்த எண்ணை $2p$ என எழுதலாம்; m, n இவைகள் பூஜ்ஜியமோ எண்ணல் எண்களோ ஆனதால் அவைகளின் தொகையாகிய p யும் அதுபோன்ற ஓர் எண் ஆகும்.

அவ்வாறாயின் தொகையான $2p$ யும் இரட்டை எண் ஆகும்.

இனி ஏதாவது இரண்டு ஒற்றை எண்களைக் கூட்டினால்?

தொகை இரட்டை எண் ஆவது ஏன்?

இரண்டு ஒற்றை எண்கள் $2m+1, 2n+1$ என எடுக்கலாம். m, n இவை பூஜ்ஜியமோ, ஏதேனும் எண்ணல் எண்களோ ஆகும்.

இவற்றைக் கூட்டினால்,

$$\begin{aligned}(2m+1)+(2n+1) &= 2m+2n+2\\ &= 2(m+n+1)\end{aligned}$$

இதில் $m+n+1$ என்ற எண்ணை p என எழுதினால் ஒற்றை எண்களின் தொகை $2p$ என்ற வடிவத்திலாகும், இதில் p ஓர் எண்ணல் எண் ஆகும்.

அவ்வாறாயின் தொகை இரட்டை எண் அல்லவா.

இதைப் போன்று ஓர் இரட்டை எண்ணையும், ஓர் ஒற்றை எண்ணையும் கூட்டினால் ஒற்றை எண் கிடைப்பது ஏன் என்று இயற்கணிதத்தைப் பயன்படுத்தி விளக்கமுடியுமா?

எண்களை 2 ஆல் வகுக்கும் போது கிடைக்கும் மீதியின் அடிப்படையில், இரட்டை எண்கள், ஒற்றை எண்கள் என இரண்டு தொகுப்புகளாகப் பிரிக்கப்பட்டுள்ளன.

3 ஆல் வகுக்கும் போது கிடைக்கும் மீதியின் அடிப்படையில் பார்த்தால்?

எண் கணிதம்	சிறப்புக்கள்	இயற்கணித வடிவம்
0, 3, 6, 9, ...	3 ஆல் வகுத்தால் மீதி 0	$3n \quad (n = 0, 1, 2, 3...)$
1, 4, 7, 10, ...	3 ஆல் வகுத்தால் மீதி 1	$3n + 1 \quad (n = 0, 1, 2, 3...)$
2, 5, 8, 11, ...	3 ஆல் வகுத்தால் மீதி 2	$3n + 2 \quad (n = 0, 1, 2, 3...)$

இந்தக் கணக்குகளைச் செய்து பார்க்கவும்.

(1) 3 ஆல் வகுத்தால் மீதி 1 வரும் எண்களையும் மீதி 2 வரும் எண்களையும் சேர்த்துக் கூட்டுக. இப்படிப்பட்ட எந்த இரண்டு எண்களின் தொகையையும் 3 ஆல் மீதியின்றி வகுக்கலாம் என்பதன் காரணத்தை இயற்கணிதம் பயன்படுத்தி விளக்குக..

(2) 12 லிருந்து தொடங்கி மீண்டும் மீண்டும் 11 ஐ கூட்டினால் கிடைக்கும் எண்கள் 12, 23, 34, ஆகும்

(i) இந்த எண்கள் ஒவ்வொன்றையும் 11 ஆல் வகுத்தால் மீதி எவ்வளவு?

(ii) இவைகளின் பொதுவான இயற்கணித வடிவத்தை எழுதுக.

(iii) 100 என்ற எண் இந்தத் தொகுப்பில் இருக்குமா? 1000 ஆனால்?

(3) 21 லிருந்து தொடங்கி மீண்டும் மீண்டும் 11 ஐக் கூட்டினால் கிடைக்கும் எண்கள் 21, 32, 43,...

(i) இந்த எண்களில் ஒவ்வொன்றையும் 11 ஆல் வகுத்தால் மீதி எவ்வளவு?

(ii) இவைகளின் பொதுவான இயற்கணித வடிவத்தை எழுதுக.

(iii) இந்தத் தொகுப்பில் 100 என்ற எண் இருக்குமா? 1000 ஆனால்?

இலக்கங்களும் எண்களும்

இரண்டு இலக்க எண்களைக் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது போல நிரையாகவும் நிரலாகவும் எழுதலாம்:

10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

முதல் நிரையில் உள்ள எண்கள், 10 உடன் 0 முதல் 9 வரையுள்ள எண்களைக் கூட்டிக் கிடைப்பது ஆகும், அவ்வாறாயின் அவைகளின் பொதுவான இயற்கணித வடிவத்தை எழுதுங்கள்.

$$10 + n \qquad (n = 0, 1, 2, ..., 9)$$

இரண்டாவது நிரையில் உள்ள எண்கள்?

$$20 + n \qquad (n = 0, 1, 2, ..., 9)$$

இவ்வாறு எழுதலாம், அல்லது

$$(10 \times 2) + n \qquad (n = 0, 1, 2, ..., 9)$$

எனவும் எழுதலாம்.

இவ்வாறு ஒவ்வொரு நிரையிலும் உள்ள எண்களின் இயற்கணித வடிவத்தை எழுதலாமல்லவா?

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$(10\times1)+n$	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
$(10\times2)+n$	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
$(10\times3)+n$	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
$(10\times4)+n$	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
$(10\times5)+n$	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
$(10\times6)+n$	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
$(10\times7)+n$	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
$(10\times8)+n$	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
$(10\times9)+n$	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

இவ்வாறு எழுதும் போது n என்பது, எல்லா எண்களுடையவும் ஒன்றின் இடத்தில் உள்ள இலக்கமாகும்.

இனி நிரைகள் வழியாகப் பார்ப்பதற்குப் பதிலாக மேலிருந்து கீழ் நோக்கிப் பார்த்தால் ஒவ்வொரு நிரலிலும் எண்களின் பத்தின் இடத்தில் இலக்கம் 1 முதல் 9 வரை மாறுவதைக் காணலாம். அவ்வாறாயின் பத்தின் இடத்தில் உள்ள இலக்கம் m என எழுதினால் எல்லா எண்களும் $10m + n$ என்ற இயற்கணித வடிவமாகும், அதாவது இரண்டிலக்க எண்களின் பொதுவான இயற்கணித வடிவம்.

$$10m + n \quad (m = 1, 2, ..., 9; \quad n = 0, 1, 2, ..., 9)$$

எடுத்துக்காட்டாக $m = 2, n = 5$ எண் எடுத்துக் கொண்டால் $(10 \times 2) + 5 = 25$ என்ற எண் கிடைக்கும். மாறாக 49 என்ற எண் கிடைக்க $m = 4$, $n = 9$ என்று எடுக்க வேண்டும்.

தொடர்ந்து இதைப் பயன்படுத்தி ஒரு கணக்கைப் பார்ப்போம். ஏதாவது ஓர் இரண்டிலக்க எண்ணையும் அதைத் திருப்பி எழுதினால் கிடைக்கும் இரண்டிலக்க எண்ணையும் எடுத்து பெரியதிலிருந்து சிறியதைக் கழிக்க வேண்டும். எடுத்துக்காட்டாக,

$$21 - 12 = 9$$

$$64 - 46 = 18$$

$$52 - 25 = 27$$

எழுத்தும் பொருளும்

இரண்டிலக்க எண்களுடைய இயற்கணித வடிவமான $10m + n$ என்பதில், m, n இவைகளை இரண்டு முறைகளில் காணலாம்:

m என்பது

- எண்களின் பத்தின் இடத்திலுள்ள இலக்கம்.
- எண்ணைப் பத்தால் வகுத்தால் கிடைக்கும் ஈவு

n என்பது

- எண்ணின் ஒன்றாம் இடத்தின் இலக்கம்
- எண்ணை 10 ஆல் வகுக்கும்போது கிடைக்கும் மீதி

இவ்வாறு செய்யும் போதெல்லாம் கடைசியில் கிடைக்கும் எண்களுக்குப் பொதுவான ஏதாவது சிறப்பியல்பைக் காண்கிறீர்களா?

இதை இயற்கணிதத்தைப் பயன்படுத்தி சோதனை செய்யலாம்.

இவ்வாறு எழுதும் எண்களில், பெரியதை $10m + n$ என எடுக்கலாம். இதிலுள்ள இலக்கங்களை m, n எனவும், இவைகளின் இடத்தை ஒன்றுக்கொன்று மாற்றினால் திருப்பி எழுதிய எண்களாகும் அல்லவா.

அதாவது திருப்பி எழுதின எண் $10n + m$.

இனி பெரியதிலிருந்து சிறியதைக் கழிப்பதற்கு $10m + n$ என்ற எண்ணிலிருந்து $10n + m$ என்ற எண்ணைக் கழிக்கவும். அதற்கு முதலில் $10n$ ஐக் கழித்து தொடர்ந்து m ஐக் கழித்தால் போதும். (கணிதத்தில் **சுருக்கெழுத்து** என்ற பாடத்தில் $x - (y + z) = (x - y) - z$ எனப் படித்ததை நினைவில் கொள்ளுங்கள்)

அதாவது,

$$(10m + n) - (10n + m) = (10m + n - 10n) - m$$

இதில் $10m + n - 10n$ என்பதன் பொருள் என்ன? $10m$ என்ற எண்ணோடு n என்ற எண்ணைக் கூட்டிப் பின் n இன் 10 மடங்கைக் கழிக்கவும். அப்போது முடிவில் n இன் 9 மடங்கு குறைக்கப்பட்டுள்ளது.

அதாவது,

$$10m + n - 10n = 10m - 9n$$

(வேறொரு முறையிலும் (சிந்திக்கலாம்) எழுதலாம்.

$y > z$ எனில் $(x - y) + z = x - (y - z)$ என்று **கணிதத்தில் சுருக்கெழுத்து** என்ற பாடத்தில் படித்தோமல்லவா. $10m + n - 10n$ என்பதை $10m - 10n + n$ என்று எழுதினால், இதைப் பயன்படுத்தி,

$$\begin{aligned} 10m - 10n + n &= 10m - (10n - n) \\ &= 10m - 9n \end{aligned}$$

என்று கணக்கிடலாம்.)

இனி திருப்பி எழுதிய எண்களுடைய வித்தியாசத்தை இப்படி எழுதலாம்,

$$\begin{aligned} (10m + n) - (10n + m) &= (10m + n - 10n) - m \\ &= (10m - 9n) - m \\ &= 10m - m - 9n \\ &= 9m - 9n \\ &= 9(m - n) \end{aligned}$$

இந்த வித்தியாசம் 9 இன் பெருக்கற் பலன்தானே.

இவ்வாறு செய்வதனால் வேறொரு கருத்தைப் புரிந்து கொள்ள முடியும். $m - n$ என்பது, எண்ணின் இலக்கங்களுக்கிடையே உள்ள வித்தியாசமாகும். அப்போது எந்த இரண்டிலக்க எண்ணையும் திருப்பி எழுதி பெரியதிலிருந்து சிறியதைக் கழித்தால் கிடைப்பது 9 இன் மடங்கு ஆகும். அது மட்டுமல்லாமல் அந்த எண் இலக்கங்களின் வித்தியாசத்தை 9 ஆல் பெருக்கினால் கிடைக்கும் எண் எனவும் காணலாம்.

இந்தக் கணக்குகளைச் செய்து பார்க்கவும்.

(1) ஓர் இரண்டிலக்க எண்ணையும் அதைத் திருப்பி எழுதிய எண்ணையும் கூட்டுக. இவ்வாறு கிடைக்கும் எண்கள் எல்லாம் 11 இன் பெருக்கற் பலனாகும் என்று இயற்கணிதத்தைப் பயன்படுத்தி விளக்குக.

(2) எந்த இரண்டிலக்க எண்ணிலிருந்தும் அதிலுள்ள இலக்கங்களின் தொகையைக் கழித்தால் கிடைப்பது 9 இன் பெருக்கற்பலன் என்பதை இயற்கணிதத்தைப் பயன்படுத்தி விளக்குக.

(3) (i) மூன்று இலக்க எண்களின் பொதுவான இயற்கணித வடிவத்தை எழுதுக.

(ii) எந்த மூன்றிலக்க எண்களையும் திருப்பி எழுதி பெரியதிலிருந்து சிறியதைக் கழித்தால் கிடைக்கும் எண் 99 இன் பெருக்கற்பலன் என்பதை இயற்கணிதத்தைப் பயன்படுத்தி விளக்குக.

(iii) எந்த மூன்றிலக்க எண்ணிலிருந்தும் அதிலுள்ள இலக்கங்களின் தொகையைக் கழித்தால் கிடைப்பது 9 இன் பெருக்கற்பலன் என்பதை இயற்கணிதத்தைப் பயன்படுத்தி விளக்குக.

13 சதவீதம்

சதவீதமும் பின்னமும்

சதவீதம் என்றால் என்னவென்று ஆறாம் வகுப்பில் படித்தோமல்லவா. அதைப் பயன்படுத்துகின்ற சில சூழ்நிலைகளையும் அறிந்தோமல்லவா. எடுத்துக்காட்டாக இந்தக் கணக்கைப் பாருங்கள்.

ஓணப் பண்டிகையை முன்னிட்டு கைத்தறி ஆடைகளுக்கு 30% தள்ளுபடி உண்டு. 3750 ரூபாய்க்கு ஆடைகள் வாங்கினால் எத்தனை ரூபாய் தள்ளுபடி கிடைக்கும்?

ஒவ்வொரு 100 ரூபாய்க்கும், 30 ரூபாய் தள்ளுபடி என்று கூறப்படுகிறது. அப்படியானால் இவ்வாறு கணக்கிடலாம்.

3000 ரூபாய்க்குத் தள்ளுபடி	:	900 ரூபாய்
700 ரூபாய்க்குத் தள்ளுபடி	:	210 ரூபாய்
50 ரூபாய்க்குத் தள்ளுபடி	:	15 ரூபாய்
மொத்தத் தள்ளுபடி	:	1125 ரூபாய்

இவ்வாறு ஒவ்வொன்றாகக் கணக்கிடாமல் நேரடியாகக் கணக்கிடலாம். அதற்குக் கீழ்கண்டவாறு சிந்திக்கலாம்.

- எந்த விலையிலும் எத்தனை 100 கள் இருக்கின்றதோ அதன் 30 மடங்கு தள்ளுபடி.
- அதாவது, விலையின் $\frac{1}{100}$ பாகத்தின் 30 மடங்கு அல்லது $\frac{30}{100}$ பாகம்.
- $\frac{30}{100} = \frac{3}{10}$
- அவ்வாறானால் எந்த விலைக்கும் $\frac{3}{10}$ பாகம் தள்ளுபடி.
- 3750 இன் $\frac{3}{10}$ பாகம் $= 3750 \times \frac{3}{10} = \frac{3750 \times 3}{10} = \frac{375 \times 3 \times 10}{10} = 375 \times 3 = 1125$
- 3750 ரூபாய்க்குத் தள்ளுபடி 1125 ரூபாய்.

இந்தப் பெருக்கலைத் தசம வடிவம் பயன்படுத்திச் செய்யலாம்.

$$3750 \times 0.3 = 1125.0 = 1125$$

(கால்குலேட்டரைப் பயன்படுத்திச் செய்வதற்கு இந்த முறைதான் எளிது)

சதவீதத்தைப் பயன்படுத்துகின்ற வேறொரு சூழல் நினைவு இருக்கிறதா?

வங்கிகளில் பணம் முதலீடு செய்தால் குறிப்பிட்ட காலத்திற்குப் பிறகு கிடைக்கும் அதிகமான தொகையை வட்டி எனக் குறிப்பிடுகிறோம். (கடனைத் திருப்பி செலுத்தும் போது, வாங்கிய தொகையைவிடக் கூடுதலாகக் கொடுப்பதும் வட்டி ஆகும்).

இந்தக் கணக்கைப் பாருங்கள்:

> ஒரு கூட்டுறவு வங்கியில் ஒரு வருட நிலையான வைப்புத்தொகைக்கு 9% வட்டி கிடைக்கும். 7500 ரூபாய் முதலீடு செய்தால் ஒரு வருடத்திற்குப் பிறகு எத்தனை ரூபாய் கிடைக்கும்?

ஒவ்வொரு 100 ரூபாய்க்கும் 9 ரூபாய் வட்டி. அப்படியானால் 7500 ரூபாய்க்கு எத்தனை ரூபாய் வட்டி கிடைக்கும் எனக் கணக்கிட வேண்டும்.

முதலில் கணக்கிட்டதைப் போன்று பின்ன எண்ணைப் பயன்படுத்திச் செய்யலாமே?

100 இன் $\frac{9}{100}$ பாகம் தான் 9.

அவ்வாறானால் ஒவ்வொரு 100 ரூபாய்க்கும் 9 ரூபாய் வட்டி என்பதை எப்படிச் சொல்லலாம்.?

எந்தவொரு தொகைக்கும், அதனின் $\frac{9}{100}$ பாகம் தான் வட்டி.

7500 இன் $\frac{9}{100}$ பாகம்

$$7500 \times \frac{9}{100} = \frac{75 \times 9 \times 100}{100} = 75 \times 9 = 675$$

தசம வடிவம் பயன்படுத்தினால்,

$$7500 \times 0.09 = 675.00 = 675$$

என்று கணக்கிடலாம்.

அவ்வாறாயின் 7500 ரூபாய் முதலீடு செய்தால், ஒரு வருடத்திற்குப் பிறகு 675 ரூபாய் வட்டியையும் சேர்த்து 7500 + 675 = 8175 ரூபாய் கிடைக்கும்.

இப்படிப்பட்ட கணக்குகள் சதவீதமாகச் சொன்னதைப் பின்ன வடிவத்தில் மாற்றி செய்யப்படுகின்றன. சாதாரணமாகப் பயன்படுத்துகின்ற சில சதவீதங்களைப் பின்ன வடிவத்தில் எழுதிய இரண்டு அட்டவணைகள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. இரண்டாவது அட்டவணையில் இதைப் போன்று பின்னங்கள் எழுதலாமா?

சதவீதம்	பின்ன வடிவம்	எளிய வடிவம்
50%	$\frac{50}{100}$ பாகம்	$\frac{1}{2}$ பாகம்
25%	$\frac{25}{100}$ பாகம்	$\frac{1}{4}$ பாகம்

சதவீதம்	பின்ன வடிவம்	எளிய வடிவம்
75%		
20%		

இந்தக் கணக்குகளைச் செய்து பார்க்கவும்.

(1) ஓர் எலக்ட்ரானிக்ஸ் நிறுவனம், கடந்த வருடம் உற்பத்தி செய்த சில உபகரணங்களை விலை குறைத்து விற்பனை செய்கிறது. ஒவ்வொன்றின் விலைக் குறைவு செய்த விபரம் கீழே அட்டவணையில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

உபகரணங்கள்	பழைய விலை	தள்ளுபடி
லேப்டாப்	65000	10%
மொபைல் போன்	25000	20%
ஸ்மார்ட் வாச்	12000	30%

ஒவ்வொன்றின் தற்போதைய விலையைக் கண்டுபிடிக்கவும்.

(2) ஒரு வியாபாரி ஒவ்வொரு மாதமும் அவருக்குக் கிடைக்கும் லாபத்தில் 2% நிவாரண நிதிக்கு நன்கொடை கொடுக்கிறார். 25000 ரூபாய் லாபம் கிடைக்கும் மாதத்தில் அவர் எத்தனை ரூபாய் நன்கொடை கொடுப்பார்?

(3) (i) இரண்டரை இலட்சம் முதல் ஐந்து இலட்சம் வரை வருட வருமானம் உள்ளவர்கள், ஐந்து சதவீதம் வருமானவரி செலுத்த வேண்டும். மூன்றரை இலட்சம் வருட வருமானம் உள்ள ஒருவர் எத்தனை ரூபாய் வரி செலுத்த வேண்டும்?

(ii) ஐந்து இலட்சம் முதல் பத்து இலட்சம் வரை வருட வருமானம் உள்ளவர்கள், ஐந்து இலட்சத்திற்கு ஐந்து சதவீதமும், மீதியுள்ள தொகைக்கு இருபது சதவீதமும் வருமான வரி செலுத்த வேண்டும். ஏழு இலட்சம் வருமானம் உள்ள ஒரு நபர் எவ்வளவு ரூபாய் வரி செலுத்த வேண்டும்?

வேறு சில சதவீதங்கள்

பண பரிவர்த்தனைகளில் மட்டுமின்றிப் பல சூழல்களிலும் சதவீதங்கள் பயன்படுத்தப்படுகிறது. உதாரணத்திற்கு,

450 மாணவர்கள் எழுதிய ஒரு தேர்வில் 80% மாணவர்கள் தேர்ச்சி பெற்றனர் என்பதன் பொருள் என்ன?

தேர்வு எழுதியவர்களில் $\frac{80}{100}$ பாகம் தேர்ச்சி பெற்றனர் என்று புரிந்து கொள்ள வேண்டும்.

$$\frac{80}{100} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$$

அதனால், தேர்வு எழுதியவர்களில் $\frac{4}{5}$ பாகம் தேர்ச்சி பெற்றனர் என அறியலாம்.

அப்படியானால் தேர்ச்சி பெற்றவர்கள் எத்தனை பேர்?

$$450 \times \frac{4}{5} = 90 \times 4 = 360$$

வினாவை மாறாகக் கேட்கலாம்.

ஒரு தேர்வு எழுதியவர்களில் 360 பேர் தேர்ச்சி பெற்றனர். இது தேர்வு எழுதியவர்களின் 75% ஆகும். தேர்வு எழுதியவர்கள் எத்தனை பேர்?

எழுதியவர்களில் $\frac{75}{100} = \frac{3}{4}$ பாகமே தேர்ச்சி பெற்றவர்கள். மாறாகக் கூறினால் தேர்ச்சி பெற்றவர்களின் $\frac{4}{3}$ மடங்கு தேர்வு எழுதியவர்கள் (**தலைகீழ் பின்னங்கள்** என்ற பாடம்). அதாவது, தேர்வு எழுதியவர்களின் எண்ணிக்கை

$$360 \times \frac{4}{3} = 120 \times 4 = 480$$

இந்தக் கணக்குகளைச் செய்து பார்ப்போம்:

(1) ஒரு பள்ளிகூடத்திலுள்ள 50 ஆசிரியர்களில் 80% பெண்கள் எனில் அங்கு எத்தனை ஆசிரியைகள் உள்ளனர்?

(2) இரண்டு பேர் போட்டியிட்ட ஒரு தேர்தலில் 1450 பேர் வாக்களித்தனர். வெற்றி பெற்ற வேட்பாளருக்கு 52% வாக்குகள் கிடைத்தன.

(i) வெற்றிபெற்றவருக்கு எத்தனை வாக்குகள் கிடைத்தன?

(ii) எத்தனை வாக்குகள் வித்தியாசத்தில் வெற்றி பெற்றார்?

(3) 1200 பேர் எழுதிய ஒரு தேர்வில் 65% பேருக்கு A கிரேடு கிடைத்தது எனில் A கிரேடு கிடைத்தவர்கள் எத்தனை பேர்?

(4) ஒரு தோட்டத்தில் 32 தென்னை மரங்கள் உள்ளன. இது மொத்தமுள்ள மரங்களின் 50% ஆகும். தோட்டத்தில் எத்தனை மரங்கள் உள்ளன?

(5) ஒருவர் ஒரு மாதம் உணவுக்காக 8400 ரூபாய் செலவழித்தார். இது அவருடைய மாத வருமானத்தின் 25% ஆகும். எனில் அவருடைய மாத வருமானம் எவ்வளவு?

கழித்தும் கூட்டியும்

பாடத்தின் ஆரம்பத்தில் செய்த கணக்கைச் சற்று மாற்றிப் பின்வருமாறு கேட்டால்?

ஓணப் பண்டிகையை முன்னிட்டு கைத்தறி ஆடைகளுக்கு 30% தள்ளுபடி உண்டு. 3250 ரூபாய்க்கு ஆடைகள் வாங்கினால், எத்தனை ரூபாய் கொடுக்க வேண்டும்?

இதை எவ்வாறு கணக்கிடலாம்?

முன்பு செய்தது போல், முதலில் தள்ளுபடியைக் கணக்கிடலாம்.

$$3250 \times \frac{3}{10} = 325 \times 3 = 975$$

இனி கொடுக்க வேண்டிய தொகை $3250 - 975 = 2275$ ரூபாய் எனக் கணக்கிடலாம்.

தள்ளுபடியைக் கணக்கிட்டு அதற்குப் பிறகு அதைக் குறைப்பதற்குப் பதில் நேரடியாகக் கொடுக்க வேண்டிய தொகையைக் கணக்கிடலாம்.

இதனை இவ்வாறு ஆலோசிக்கலாம்,

- கழிக்க வேண்டியது விலையின் $\frac{3}{10}$ பாகம்.
- ஓர் எண்ணிலிருந்து அதன் $\frac{3}{10}$ பாகத்தைக் கழித்தால் கிடைப்பது $\frac{7}{10}$ பாகம்.
- அப்படியானால் கொடுக்க வேண்டியது, விலையின் $\frac{7}{10}$ பாகம்.
- 3250 இன் $\frac{7}{10}$ பாகம்

$$3250 \times \frac{7}{10} = 325 \times 7 = 2275$$

இதனை இவ்வாறும் கூறலாம்:

- 30% தள்ளுடி என்றால் ஒவ்வொரு 100 ரூபாய்க்கும் 30 ரூபாய் குறையும்.
- அவ்வாறாயின் 100 ரூபாய் மதிப்புள்ள ஆடைகளுக்கு 70 ரூபாய் கொடுத்தால் போதும்.
- அதாவது, விலையின் 70%

முன்பு செய்த வேறொரு கணக்கைப் பார்ப்போம்.

65000 ரூபாய் விலையுள்ள லேப்டாப்பிற்கு இப்போது 10% விலைக் குறைவு. தற்போதைய விலை என்ன?

இதன் அடிப்படையில், 10% விலைக்குறைவு என்பது பழைய விலையின் 90% ஆகும்.

தற்போதைய விலை 65000 இன் 90%

$$65000 \times \frac{90}{100} = 650 \times 90 = 65 \times 9 \times 100 = 58500$$

அதாவது தற்போதைய விலை 58500 ரூபாய்

இந்தக் கணக்கைப் பார்க்கவும்.

ஸ்கூட்டர் தயாரிக்கும் ஒரு நிறுவனம், அடுத்த மாதம் முதல் 3% விலை அதிகரிக்க திட்டமிட்டுள்ளது. தற்போது 80000 ரூபாய் விலையுள்ள ஸ்கூட்டருக்கு அடுத்த மாதம் என்ன விலை கொடுக்க வேண்டும்?

முதலில் எத்தனை ரூபாய் அதிகரித்தது எனக் கணக்கிட்டு, பிறகு தற்போதுள்ள விலையுடன் கூட்டிப் புதிய விலையைக் கணக்கிட வேண்டும்.

அல்லது வேறுவிதமாக யோசிப்போம்.

- தற்போதைய விலையின் $\frac{3}{100}$ பாகம் அதிகரிக்கிறது.
- ஓர் எண்ணோடு $\frac{3}{100}$ பாகம் கூட்டினால் கிடைப்பது $1 + \frac{3}{100} = \frac{103}{100}$ மடங்காகும்.
- அவ்வாறாயின் புதிய விலை, பழைய விலையின் $\frac{103}{100}$ மடங்கு.
- 80000 இன் $\frac{103}{100}$ மடங்கு.

$$80000 \times \frac{103}{100} = 800 \times 103 = 8 \times 103 \times 100 = 82400$$

அதாவது, அடுத்த மாதம் கொடுக்க வேண்டிய விலை 82400 ரூபாய்.

$\frac{103}{100}$ மடங்கு என்பதை 103% எனலாம்.

வேறொரு கணக்கைப் பார்ப்போம்.

ஒரு செவ்வகத்தின் நீளத்தை 10% கூட்டி, அகலத்தை 10% குறைத்து, ஒரு புதிய செவ்வகம் உருவாக்கினால், பரப்பளவில் தோன்றும் வித்தியாசம் என்ன?

10% அதிகரிக்குமென்றால் 110% ஆகும். அதாவது $\frac{110}{100} = \frac{11}{10}$ மடங்காகும்.

$$\text{புதிய நீளம்} = \text{பழைய நீளம்} \times \frac{11}{10}.$$

10% குறையுமென்றால் 90% ஆகும். அதாவது, $\frac{90}{100} = \frac{9}{10}$ பாகமாகும்.

$$\text{புதிய அகலம்} = \text{பழைய அகலம்} \times \frac{9}{10}.$$

அடுத்து புதிய பரப்பளவைக் கணக்கிடப் புதிய நீளத்தையும் புதிய அகலத்தையும் சேர்த்து பெருக்கினால் போதும்.

$$\begin{aligned}\text{புதிய பரப்பளவு} &= \text{புதிய நீளம்} \times \text{புதிய அகலம்} \\ &= \left(\text{பழைய நீளம்} \times \frac{11}{10}\right) \times \left(\text{பழைய அகலம்} \times \frac{9}{10}\right)\end{aligned}$$

$$= (\text{பழைய நீளம்} \times \text{பழைய அகலம்}) \times \frac{11}{10} \times \frac{9}{10}$$

$$= \text{பழைய பரப்பளவு} \times \frac{99}{100}$$

$$= \text{பழைய பரப்பளவின் } 99\%$$

அதாவது, பரப்பளவு 1% குறையும்.

இந்தக் கணக்குகளைச் செய்து பார்க்கவும்.

(1) 4000 ரூபாய் விலையுள்ள ஒரு மிதி வண்டிக்குத் தற்போது 15% விலை குறைவாக உள்ளது. தற்போதைய விலை என்ன?

(2) கடந்த ஆண்டில் ஒருவருடைய மாத சம்பளம் 30000 ரூபாய். இந்த ஆண்டு 8% அதிகரித்தது எனில் தற்போதைய மாத சம்பளம் என்ன?

(3) ஒரு செவ்வகத்தின் நீளமும் அகலமும் 10% வீதம் குறைந்தால், பரப்பளவு எத்தனை சதவீதம் குறையும்?

(4) ஒரு செவ்வகத்தின் நீளமும் அகலமும் 10% வீதம் அதிகரித்தால் பரப்பளவு எத்தனை சதவீதம் அதிகரிக்கும்?

பின்னமும் சதவீதமும்

பள்ளிச் செய்தித்தாளில் இந்தச் செய்தியைப் பார்க்கவும்.

எஸ்.எஸ்.எல்.சி. தேர்வு முடிவுகள் வெளியிடப்பட்டன. தேர்ச்சி விகிதம் 99.70%

99.70% என்றால் என்ன பொருள்?

ஓர் எண்ணின் நூறில் ஒரு பாகத்தின் குறிப்பிட்ட மடங்கைச் சதவீதம் எனக் கூறலாம். உதாரணமாக 99% என்றால் $\frac{99}{100}$ பாகம். அதாவது $\frac{1}{100}$ இன் 99 மடங்கு.

இதைப் போன்று 99.70% என்றால் $\frac{1}{100}$ இன் 99.70 மடங்கு அதாவது,

$$\frac{1}{100} \times 99.70 = \frac{1}{100} \times \frac{9970}{100} = \frac{997}{1000}$$

இவ்வாறு ஓர் எண்ணின் $\frac{997}{1000}$ பாகம் என்று பின்ன எண்ணாகச் சொல்வதற்குப் பதில் 99.7% (அல்லது 99.70%) என்று கூறலாம்.

அவ்வாறானால் மேற்கூறிய செய்தியில் சொல்வது, தேர்ச்சி பெற்றவர்களின் எண்ணிக்கை தேர்வு எழுதியவர்களின் எண்ணிக்கையின் $\frac{997}{1000}$ பாகம் ஆகும்.

தசம வடிவத்திற்குப் பதில் பாகத்தின் பின்ன எண் வடிவம் சதவீதக் கணக்குகளில் பல நேரங்களில் பயன்படுத்தப்படுவதுண்டு. எடுத்துக்காட்டாகப் பொதுத்துறை நிறுவனங்களில் பணிபுரிபவர்களுக்கு வருடத்திற்கு ஒரு முறை சம்பளத்துடன் ஒரு குறிப்பிட்ட தொகை கொடுக்கப்படுகிறது. இது போனஸ் எனக் கூறப்படுகிறது. பொதுவாக வருட வருமானத்தின் $8\frac{1}{3}\%$ போனசாக வழங்கப்படுகிறது. இது வருட வருமானத்தின் எத்தனை பாகம் ஆகும்?

முதல் கணக்கில் குறிப்பிட்டதைப் போல் இது $\frac{1}{100}$ இன் $8\frac{1}{3}$ மடங்காகும். அதாவது,

$$\frac{1}{100} \times 8\frac{1}{3} = \frac{1}{100} \times \frac{25}{3} = \frac{25}{300} = \frac{1}{12}$$

அவ்வாறானால் $\frac{1}{12}$ பாகம் என்பதைத்தான் $8\frac{1}{3}\%$ எனக் கூறுகிறோம்.

இதைப் போன்று சதவீதமாகக் கீழே தரப்பட்டுள்ள பாகங்களைப் பின்ன எண்களாக எழுத முடியுமா?

பாகங்கள்	
சதவீத வடிவம்	பின்னவடிவம்
$12\frac{1}{2}\%$	
$6\frac{1}{4}\%$	
$33\frac{1}{3}\%$	
$66\frac{2}{3}\%$	
$16\frac{2}{3}\%$	
$83\frac{1}{3}\%$	

சதவீதமாகக் கொடுத்திருக்கிற பாகத்தைப் பின்ன எண்ணாக மாற்றுவது எப்படி?

எடுத்துக்காட்டாக ஓர் எண்ணின் $83\frac{1}{3}\%$ என்பதை அந்த எண்ணின் பின்ன வடிவமாக மாற்றுவதற்கு $\frac{1}{100}$ இன் $83\frac{1}{3}$ மடங்கு எனக் கணக்கிடுவது அல்லவா?

$$\frac{1}{100} \times 83\frac{1}{3} = \frac{1}{100} \times \frac{250}{3} = \frac{250}{300} = \frac{5}{6}$$

இதை இவ்வாறும் எழுதலாமல்லவா?

$$\frac{5}{6} = 83\frac{1}{3} \times \frac{1}{100}$$

அதாவது, $83\frac{1}{3}$ ன் $\frac{1}{100}$ பாகம் $\frac{5}{6}$ ஆகும்

பொதுவாகக் கூறினால்,

சதவீதமாகக் கொடுத்திருக்கிற பாகத்தினைப் பின்ன எண்ணாக மாற்றுவதற்கு, அந்த எண்ணின் $\frac{1}{100}$ பாகத்தைக் கணக்கிட வேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டாக, $12\frac{1}{2}\%$ என்பதன் பின்ன வடிவத்தை இவ்வாறு கணக்கிடலாம்.

$$12\frac{1}{2} \times \frac{1}{100} = \frac{25}{2} \times \frac{1}{100} = \frac{25}{200} = \frac{1}{8}$$

அதாவது $12\frac{1}{2}\%$ என்பது $\frac{1}{8}$ பாகம் ஆகும்.

அவ்வாறாயின் இவ்வாறு ஒருவினா: $\frac{1}{3}$ பாகம் என்பதைச் சதவீதமாகக் கூறுவது எப்படி?

இவ்வாறு சிந்திக்கலாம்.

- சதவீதமாகக் கூறுகின்ற எண்ணின் $\frac{1}{100}$ பாகமே $\frac{1}{3}$ ஆகும்.
- அவ்வாறாயின் சதவீத எண், $\frac{1}{3}$ இன் 100 மடங்காகும்.
- அதாவது,

$$\frac{1}{3} \times 100 = \frac{100}{3} = 33\frac{1}{3}$$

இவ்வாறு $\frac{1}{3}$ பாகம் என்பது $33\frac{1}{3}\%$ என அறியலாம்.

இதைப் போன்று பின்ன எண்ணாகக் கொடுத்திருக்கும் எந்தப் பாகத்தையும் சதவீதமாக மாற்றலாம். பொதுவாகக் கூறினால்

பின்ன எண்ணாகக் கொடுத்திருக்கும் பாகத்தினைச் சதவீதமாக மாற்ற, பின்ன எண்ணின் 100 மடங்கைக் கணக்கிட வேண்டும்.

இனி இந்தக் கணக்கைப் பாருங்கள்.

ஒரு தேர்வு எழுதிய 120 குழந்தைகளில் 110 பேர் தேர்ச்சி பெற்றார்கள். தேர்ச்சி பெற்றவர்களின் எண்ணிக்கை, தேர்வு எழுதியவர்களின் எண்ணிக்கையின் எத்தனை சதவீதமாகும்?

தேர்ச்சி பெற்றவர்களின் எண்ணிக்கை, தேர்வு எழுதியவர்களின் எண்ணிக்கையின் $\frac{110}{120} = \frac{11}{12}$ பாகம் ஆகும்.

இதைச் சதவீதமாகக்கூற, இப்போது கணக்கிட்டதைப் போன்று $\frac{11}{12}$ இன் 100 மடங்கைக் கணக்கிட வேண்டும்.

$$\frac{11}{12} \times 100 = \frac{11 \times 100}{12} = \frac{11 \times 25}{3} = \frac{275}{3} = 91\frac{2}{3}$$

அதாவது, தேர்வு எழுதியவர்களில் $91\frac{2}{3}\%$ தேர்ச்சி பெற்றனர்.

வியாபாரத்தில் லாபமும், நஷ்டமும் கணக்கிடுவது பொருட்கள் வாங்க பயன்படுத்திய தொகையின் சதவீதத்தின் அடிப்படையில் ஆகும்.

இந்தக் கணக்கைப் பாருங்கள்.

10000 ரூபாய்க்கு வாங்கிய மேசையை 10550 ரூபாய்க்கு விற்றால் லாபம் எத்தனை சதவீதம்?

லாபமாகக் கிடைத்த தொகை 10550 – 10000 = 550 ரூபாய். அதாவது வாங்கிய விலையின் $\frac{550}{10000} = \frac{55}{1000}$ பாகம்.

இதைச் சதவீதமாகக் கூற, முதலில் செய்த கணக்குகளைப் போல 100 மடங்கு கணக்கிட வேண்டும்.

$$\frac{55}{1000} \times 100 = \frac{55}{10} = 5\frac{1}{2}$$

அதாவது, லாபம் $5\frac{1}{2}\%$

வேறொரு விதத்தில் கூறினால்.

$$\frac{55}{10} = 5.5$$

லாபம் 5.5%.

இனி இந்தக் கணக்குகளைச் செய்யலாம்.

(1) 750 மாணவர்கள் உள்ள ஒரு பள்ளிக்கூடத்தில் 450 மாணவிகள் உள்ளனர். மொத்த மாணவர்களில், மாணவிகள் எத்தனை சதவீதம்?

(2) 30000 ரூபாய் சம்பளம் வாங்கும் ஒரு நபர் 8000 ரூபாயை உணவிற்காகச் செலவிடுகிறார். இது சம்பளத்தின் எத்தனை சதவீதம்?

(3) 4500 ரூபாய்க்கு வாங்கிய மிதி வண்டி 4000 ரூபாய்க்கு விற்பனை செய்தால், நஷ்டம் எத்தனை சதவீதம்?

(4) 1600 பேர் வாக்களித்த ஒரு தேர்தலில் வெற்றி பெற்ற வேட்பாளருக்கு 900 வாக்குகள் கிடைத்தன. இது மொத்த வாக்குகளின் எத்தனை சதவீதம்?

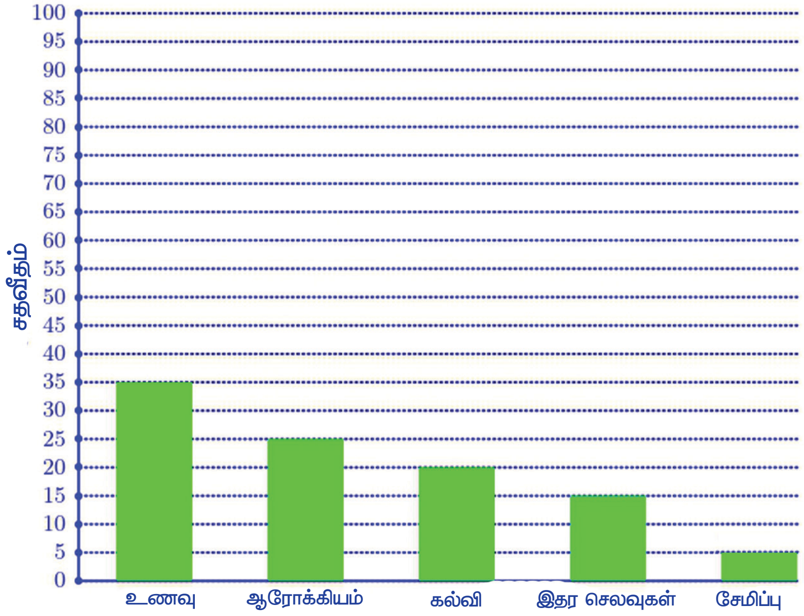
(5) சஜயனின் சம்பளத்தை விட 25% கூடுதல் அஜயனின் சம்பளம். அஜயனின் சம்பளத்தை விட சஜயனின் சம்பளம் எத்தனை சதவீதம் குறைவு?

14 தகவல் படங்கள்

ஒரு வீட்டில் ஒரு மாதத்தில் உள்ள பலவித செலவுகள், மொத்த செலவின் சதவீதமாகக் கணக்கிடப்பட்ட அட்டவணை கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

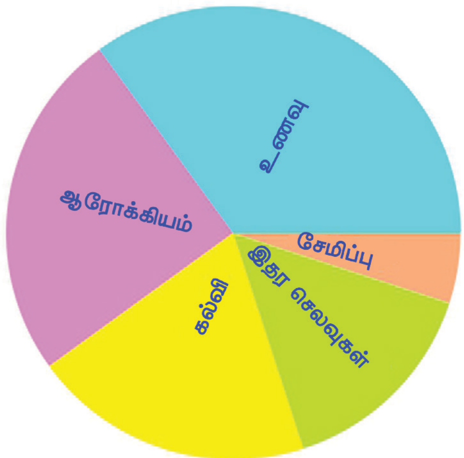
இனம்	செலவு
உணவு	35%
ஆரோக்கியம்	25%
கல்வி	20%
இதர செலவுகள்	15%
சேமிப்பு	5%

இவ்வாறான தகவல்களைச் செவ்வகப்படமாக வரைவதை ஐந்தாம் வகுப்பில் பார்த்திருக்கிறீர்கள் அல்லவா?



இந்தப் படத்திலிருந்து பல வகையானச் செலவுகளின் ஏற்ற இறக்கத்தை எளிதில் அறியலாம். ஆனால் ஒவ்வொரு வகையிலும் செலவு செய்தது மொத்த செலவின் ஏறத்தாழ எத்தனை பாகம் என்றோ, ஒவ்வொரு செலவும் வேறு ஒன்றின் ஏறத்தாழ எத்தனை மடங்கு அல்லது பாகம் என்றோ பார்த்த உடனே கூற இயலாது..

இந்தத் தகவல்களை வேறொரு முறையில் வரைந்திருப்பதைக் கவனிக்கவும்.



இந்தப் படத்தில் உணவிற்கு மிகவும் அதிகச் செலவு என்று மட்டுமல்லாது அது மொத்த செலவின் மூன்றில் ஒரு பாகம் எனக் காண முடியும். அது போல ஆரோக்கிய தேவைகளுக்குச் செலவு செய்தது நான்கில் ஒரு பாகம் எனவும் காணலாம்.

இப்படிப்பட்ட படங்களை பை விளக்கப்படம் (Pie chart) எனப்படும்.

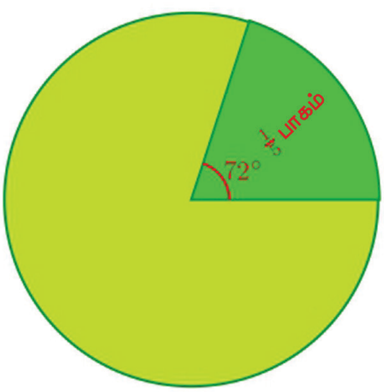
இந்தப் படத்தை வரைந்தது எப்படி?

பலகாரப் படம்

வடநாடுகளில் மிகவும் பிரபலமான ஒரு பலகாரத்தின் பெயர் பை (pie):

படத்தில் பார்ப்பதைப் போன்று துண்டுகளாக்கி இதைப் பங்கிடுகிறோம். இதிலிருந்து தான் pie chart என்ற பெயர் வந்தது.

வட்டத்தின் $\frac{1}{5}$ பாகம் கிடைக்க மையத்தில் $360^\circ \times \frac{1}{5} = 72^\circ$ கோணம் வரைந்தது நினைவில் உள்ளதா?

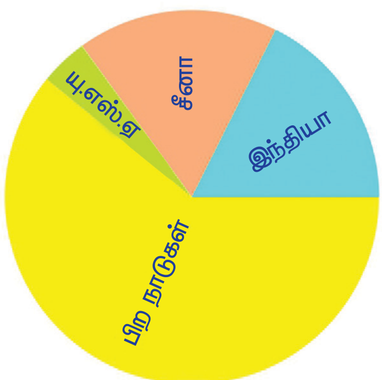


செலவு கணக்கில், உணவுக்கான செலவு மொத்தச் செலவின் $\frac{35}{100} = \frac{7}{20}$ பாகம் ஆகும். அப்படியானால் வட்டத்தில் இந்தப் பாகத்தை அடையாளப்படுத்த மையத்தில் எத்தனை டிகிரி கோணம் வரைய வேண்டும்.

$$360^\circ \times \frac{7}{20} = 126^\circ$$

இது போன்று ஒவ்வொரு செலவையும் அடையாளப்படுத்துவதற்குக் கோணத்தைக் கணக்கிட்டு படம் வரையலாமா?

வேறொரு பை விளக்கப் படத்தைப் பார்ப்போம். உலகில் மிகவும் அதிகமான மக்கள் தொகை உள்ள நாடு இந்தியா ஆகும். அடுத்தது சீனாவும், மூன்றாவது அமெரிக்க ஐக்கிய நாடுகளும் (USA) ஆகும். இந்த மூன்று நாடுகளின் மக்கள் தொகை வெவ்வேறாகவும் மற்ற நாடுகளின் மக்கள் தொகையைச் சேர்த்தும் உலக மக்கள் தொகையைப் பாகங்களாக்கியும் இதில் காட்டப்பட்டுள்ளது.



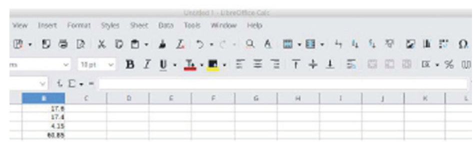
இந்தப் படத்திலிருந்து கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள கேள்விகளுக்குப் பதில் அளியுங்கள்

- இந்தியாவின் மக்கள் தொகை உலக மக்கள் தொகையின் சுமார் எத்தனை பாகம்?
- சீனாவின் மக்கள் தொகை?
- அமெரிக்க ஐக்கிய நாடுகளின் மக்கள் தொகை இந்தியாவின் மக்கள் தொகையின் சுமார் எத்தனை பாகம்?
- இந்தியா, சீனா, யு.எஸ்.எ. ஆகிய மூன்று நாடுகளின் மொத்த மக்கள் தொகை உலக மக்கள் தொகையின் சுமார் எத்தனை பாகம்?

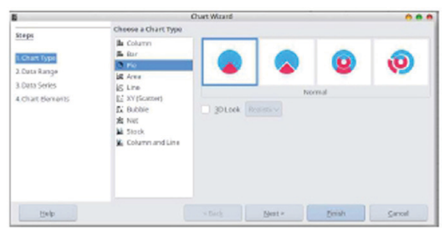
இது போன்று வேறு என்னென்ன விவரங்களை இந்தப் படத்திலிருந்து புரிந்து கொள்ள முடியும்?

கணினிப் படம்

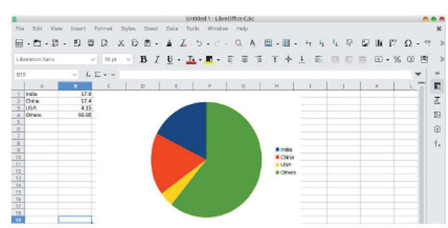
இந்தியா, சீனா, யு.எஸ்.எ. போன்ற நாடுகளின் மக்கள் தொகை உலக மக்கள் தொகையின் 17.6%, 17.4%, 4.15% எனக் கணக்கிடப்பட்டுள்ளது. இதிலிருந்து ஒரு பை சார்ட் வரைவது கடினமாக உள்ளதால் இதற்குக் கணினியைப் பயன்படுத்தலாம். முதலில் LibreOffice Calc இல் இந்தத் தகவல்களைத் தட்டச்சு செய்யவும்.



தொடர்ந்து வலது மேல் பகுதியில் வடிவத்தில் கிளிக் செய்து திறக்கும் சாளரத்தில் Chart Type என்பதில் Pie ஐக் கிளிக் செய்யவும்.

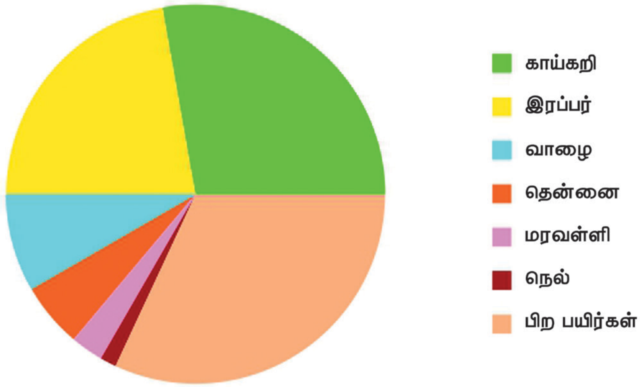


பை விளக்கப்படம் (Pie Chart) இப்படிக் கிடைக்கும்.



இனி இந்தக் கணக்குகளைச் செய்து பார்ப்போம்.

(1) ஒரு பஞ்சாயத்தில் உள்ள மொத்த விவசாய நிலத்தைப் பலவகைப் பயிர்களைப் பயிரிடுவதற்கு எப்படி பயன்படுத்துகிறார்கள் என்று காட்டும் வரைபடம் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.



(i) எந்தப் பயிர் மிகவும் அதிக இடத்தில் பயிரிடப்பட்டிருக்கிறது. அது மொத்த விவசாய நிலத்தின் எத்தனை பாகம்?

(ii) எந்த விவசாயத்திற்கு மிகவும் குறைவான இடம் பயன்படுத்தப்பட்டிருக்கிறது? அது மொத்த விவசாய நிலத்தின் எத்தனை பாகம்?

(iii) இரப்பர் விவசாயம் மொத்த விவசாய நிலத்தின் எத்தனை பாகம்?

(2) ஒரு வகுப்பில் உள்ள மாணவர்களில் 40 பேர் பள்ளிப்பேருந்தில் வருகிறார்கள். 20 பேர் நடந்து வருகிறார்கள். 15 பேர் மிதிவண்டியில் வருகிறார்கள். இந்தத் தகவல்களைக் காட்டுகின்ற ஒரு பை வரைபடம் வரைக.

(3) ஒரு வகுப்பில் உள்ள மாணவர்களில் 25% பேருக்குக் கணக்குத் தேர்வில் A கிரேடும் 40% பேருக்கு B கிரேடும், 20% பேருக்கு C கிரேடும் மீதியுள்ளவர்களுக்கு D கிரேடும் கிடைத்தது. இந்தத் தகவல்களைக் காட்டுகின்ற ஒரு பை வரைபடம் வரைக.

குறிப்புகள்

குறிப்புகள்

குறிப்புகள்

குறிப்புகள்

இந்திய அரசியலமைப்புச் சட்டம்

பாகம் 4 அ

இந்தியக் குடிமக்களின் அடிப்படைக் கடமைகள்

51 அ பிரிவுக்கூறு

(அ) இந்திய அரசியலமைப்புச் சட்டத்துக்கு இணங்கி ஒழுகுதலும், அதன் உயரிய நோக்கங்களையும் நிறுவனங்களையும் மற்றும் தேசியக் கொடியையும் தேசிய கீதத்தையும் மதித்தலும்;

(ஆ) நம் நாட்டின் விடுதலைப் போராட்டத்திற்கு எழுச்சியூட்டிய உயர்ந்த எண்ணங்களை நெஞ்சில் நிறுத்திப் பின்பற்றுதல்;

(இ) இந்தியாவின் இறையாண்மையையும் ஒற்றுமையையும் நேர்மையையும் நிலைநிறுத்திக் காப்பாற்றுதல்;

(ஈ) இந்திய அரசு வேண்டும்போது நாட்டைப் பாதுகாக்கவும் நாட்டுக்காகத் தொண்டு புரியவும் தயாராயிருத்தல்;

(உ) சமயம், மொழி, வட்டாரம், இன வேற்றுமைகள் வரம்பு மீறுகிற நிலையில் அதற்கு எதிராக எல்லா இந்திய மக்களிடையேயும் நல்லிணக்கத்தையும், பொதுவான உடன்பிறப்பு உணர்வையும் வளர்த்தல்; பெண்மையின் மதிப்புக்கு இழிவு ஏற்படுத்தும் செயல்களை விட்டொழித்தல்;

(ஊ) நமது கலவைப் பண்பாட்டின் உயர்ந்த மரபை மதித்துப் பேணுதல்;

(எ) காடுகள், ஏரிகள், ஆறுகள், வனவிலங்குகள் உள்ளிட்ட இயற்கையான சுற்றுப்புறச் சூழலைப் பாதுகாத்து மேம்படுத்தலும், வாழும் உயிர்கள் மீது இரக்கம் கொள்ளுதலும்;

(ஏ) அறிவியல் சார்ந்த மனப்பாங்கு, மனிதநேயம், விசாரித்து அறியும் உள்ளறிவுத்திறம், சீர்திருத்தத்திறம் ஆகியவற்றை வளர்த்தல்.

(ஐ) பொது உடைமைகளைப் பாதுகாத்தலும் வன்முறையை விட்டொழித்தலும்;

(ஒ) பெரும் முயற்சிகள் சாதனைகளின் உயர்ந்த படிகளை நோக்கி இடைவிடாமல் முன்னேறத்தக்க வகையில் தனிமனித கூட்டு நடவடிக்கையின் எல்லாப் பரப்புகளிலும் முதன்மை நிலை எய்த முயலுதல்;

(ஓ) ஆறு வயதிற்கும் பதினான்கு வயதிற்கும் இடைப்பட்ட பருவமுள்ள தன் குழந்தைக்கு, அதன் பெற்றோர் அல்லது பாதுகாவலர் கல்விக்கான வாய்ப்புகளை ஏற்படுத்திக் கொடுத்தல்;

ஆகிய இவையனைத்தும் ஒவ்வொரு இந்தியக் குடிமகனின் அடிப்படைக் கடமைகளாகும்.

குழந்தைகளின் உரிமைகள்

அன்பார்ந்த குழந்தைகளே,

உங்கள் உரிமைகள் எவையென்று தெரியவேண்டாமா? உங்கள் உரிமைகளைப் பாதுகாக்கத் தற்போது ஓர் ஆணையம் செயல்பட்டு வருகிறது. அதன் பெயர் கேரள மாநிலப் பாலர் உரிமைப் பாதுகாப்பு ஆணையம் என்பதாகும். உரிமைகள் பற்றிய அறிவு, உங்கள் பங்கேற்பு, பாதுகாப்பு, சமூகநீதி போன்றவற்றை உறுதிப்படுத்த ஆக்கமும் ஊக்கமும் அளிக்கிறது இவ்வாணையம். உங்கள் உரிமைகள் எவையென்று பார்ப்போம்.

- பேசுவதற்கும்கருத்து வெளியீட்டிற்குமான சுதந்திரம்.
- தனிநபர் சுதந்திரம் மற்றும் உயிர் பாதுகாப்பு உரிமை.
- வாழ்வதற்கும் வளர்வதற்குமான உரிமை.
- ஜாதி-மத-இன-நிற சிந்தனைகளுக்கு அப்பாற்பட்டு மதிப்பதற்கும் அங்கீகரிப் பதற்குமான உரிமை.
- உடல், உள, பால் பலாத்காரங்களிலிருந்து பாதுகாத்துக்கொள்வதற்கும் பராமரிப்பதற் குமான உரிமை.
- பங்கேற்பிற்கான உரிமை.
- குழந்தைத் தொழில் மற்றும் ஆபத்தான தொழில்களிலிருந்து விடுதலை.
- குழந்தைத்திருமணத்திலிருந்து பாதுகாப்பு.
- தமது பண்பாட்டை அறிந்து அதற்கேற்ப வாழ் வதற்கான உரிமை.
- புறக்கணிப்புகளிலிருந்து பாதுகாப்பு.
- இலவச - கட்டாயக் கல்விக்கான உரிமை.
- விளையாடுவதற்கும் கற்பதற்குமான உரிமை.
- அன்பும் பாதுகாப்பும் நிறைந்த குடும்பத்தையும் சமூகத்தையும் பெறுவதற்கான உரிமை

சில கடமைகள்

- பள்ளிக்கூடம், பொதுஇடங்கள் ஆகியவற்றை அழியாமல் பாதுகாக்க வேண்டும்.
- பள்ளிக்கூடத்திலும் கற்றல் செயல்பாடு களிலும் ஒழுக்கத்தைக் கடைபிடிக்க வேண்டும்.
- பள்ளிக்கூட அதிகாரிகள், ஆசிரியர், பெற்றோர், உடன் பயில்வோரை மதிக்கவும் அங்கீகரிக் கவும் வேண்டும்.
- ஜாதி-மத-இன-நிறச் சிந்தனைகளுக்கு அப்பாற் பட்டு எல்லோரையும் மதித்து அங்கீகரிப்பதற் கான மன நிலையை அடையவேண்டும்

தொடர்புகொள்ள வேண்டிய முகவரி:

கேரளமாநிலக் குழந்தைகள் உரிமைப் பாதுகாப்பு மையம்

ஸ்ரீ கணேஷ், TC. 14/2036, வான்ரோஸ் ஜங்ஷன்,

கேரளா பல்கலைகழகம் P.O, திருவனந்தபுரம்–34, தொலைபேசி : 0471–2326603

இ-மெயில் : childrights.cpcr@kerala.gov.in, rte.cpcr@kerala.gov.in

www.kescpcr.kerala.gov.in

சைல்டு ஹெல்ப் லைன்-1098, கிரைம் ஸ்டோப்பர்-1090, நிர்பயா-1800 425 1400

கேரள போலீஸ் ஹெல்ப் லைன் - 0471-324300/44000/45000

*Online **R. T. E Monitoring : www.nireekshana.org.in***