ಗಣಿತ
MATHEMATICS

ತರಗತಿ
VII

ಭಾಗ -2

ಕೇರಳ ಸರಕಾರ
ಸಾರ್ವಜನಿಕ ಶಿಕ್ಷಣ ಇಲಾಖೆ

ತಯಾರಿಸಿದವರು
ರಾಜ್ಯ ಶಿಕ್ಷಣ ಸಂಶೋಧನೆ ಮತ್ತು ತರಬೇತಿ ಸಮಿತಿ (SCERT) ಕೇರಳ

2024

ರಾಷ್ಟ್ರಗೀತೆ

ಜನಗಣ ಮನ ಅಧಿನಾಯಕ ಜಯಹೇ
ಭಾರತ ಭಾಗ್ಯ ವಿಧಾತಾ
ಪಂಜಾಬ ಸಿಂಧು ಗುಜರಾತ ಮರಾಠ
ದ್ರಾವಿಡ ಉತ್ಕಲ ವಂಗ
ವಿಂಧ್ಯ ಹಿಮಾಚಲ ಯಮುನಾ ಗಂಗಾ
ಉಚ್ಛಲ ಜಲಧಿತರಂಗ
ತವಶುಭ ನಾಮೇ ಜಾಗೇ
ತವಶುಭ ಆಶಿಷ ಮಾಗೇ
ಗಾಹೇ ತವಜಯ ಗಾಥಾ
ಜನಗಣ ಮಂಗಲದಾಯಕ ಜಯಹೇ
ಭಾರತ ಭಾಗ್ಯವಿಧಾತಾ
ಜಯಹೇ ಜಯಹೇ ಜಯಹೇ
ಜಯ ಜಯ ಜಯ ಜಯಹೇ

ಪ್ರತಿಜ್ಞೆ

ಭಾರತವು ನನ್ನ ದೇಶ. ಭಾರತೀಯರೆಲ್ಲರೂ ನನ್ನ ಸಹೋದರ, ಸಹೋದರಿಯರು.

ನಾನು ನನ್ನ ದೇಶವನ್ನು ಪ್ರೀತಿಸುತ್ತೇನೆ. ಅದರ ಸಂಪನ್ನ ಹಾಗೂ ವೈವಿಧ್ಯಪೂರ್ಣವಾದ ಪರಂಪರೆಗೆ ನಾನು ಹೆಮ್ಮೆ ಪಡುತ್ತೇನೆ.

ನಾನು ನನ್ನ ತಂದೆ, ತಾಯಿ ಮತ್ತು ಗುರುಹಿರಿಯರನ್ನು ಗೌರವಿಸುತ್ತೇನೆ. ಮತ್ತು ಎಲ್ಲರೊಡನೆ ಸೌಜನ್ಯದಿಂದ ವರ್ತಿಸುತ್ತೇನೆ.

ನಾನು ನನ್ನ ದೇಶ ಮತ್ತು ನನ್ನ ದೇಶದ ಜನರಿಗೆ ನನ್ನ ಶ್ರದ್ಧೆಯನ್ನು ಮುಡಿಪಾಗಿಡುತ್ತೇನೆ. ಅದರ ಕ್ಷೇಮ ಮತ್ತು ಸಮೃದ್ಧಿಯಲ್ಲೇ ನನ್ನ ಆನಂದವಿದೆ.

ಗಣಿತ

7

State Council of Educational Research and Training (SCERT)
Poojappura, Thiruvananthapuram 695012, Kerala
Website : www.scertkerala.gov.in
e-mail : scertkerala@gmail.com, Phone : 0471 - 2341883,
Typesetting and Layout : SCERT
First Edition : 2024
Printed at : KBPS, Kakkanad, Kochi-30
© Department of General Education, Government of Kerala

ಪ್ರೀತಿಯ ಮಕ್ಕಳೇ,

ಗಣಿತದ ಮೂಲಭೂತ ಆಶಯಗಳಲ್ಲಿ ಹಲವನ್ನು ನಾವು ಈಗಾಗಲೇ ಆರ್ಜಿಸಿದ್ದೇವೆ. ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು, ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು, ದಶಮಾಂಶ ರೂಪಗಳು, ಬೀಜಗಣಿತದ ಕೆಲವು ವಿಚಾರಗಳು..... ಹೀಗೆ ಹಲವು. ಇವುಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿಕೊಂಡು ಯುಕ್ತಿ ಸಹಿತವಾಗಿ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪರಿಹರಿಸಲು, ಕಾರ್ಯಕಾರಣ ಸಂಬಂಧಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದು ವಿಶದೀಕರಿಸಲು ಮತ್ತು ಮಾದರಿಗಳನ್ನು ಪೂರ್ತಿಗೊಳಿಸಲು ನಮಗೆ ಅವಕಾಶಗಳು ದೊರಕಿವೆ. ಇನ್ನೂ ನಾವು ಉನ್ನತ ಹಂತಗಳಿಗೆ ಸಾಗುತ್ತಿದ್ದೇವೆ. ಆರ್ಜಿಸಿದ ಆಶಯಗಳನ್ನು ಹೊಸ ಪ್ರಾಯೋಗಿಕ ಮಟ್ಟಗಳಿಗೆ, ಹೊಸ ಕ್ರಿಯಾರೀತಿಗಳೆಡೆಗೆ, ಸಂಖ್ಯಾ ಸಂಬಂಧಗಳ ಯುಕ್ತಿಯನ್ನು ತಿಳಿದುಕೊಂಡು ತಮ್ಮದೇ ಭಾಷೆಯಲ್ಲಿ ವಿವರಿಸಲೂ ಅದನ್ನು ಗಣಿತ ಭಾಷೆಯಲ್ಲಿ ಬರೆಯಲೂ ಜ್ಯಾಮಿತಿಯ ಆಳವಾದ ವಿಶ್ಲೇಷಣೆಗೂ, ಇನ್ನೂ ಹೆಚ್ಚು ಸಂಕೀರ್ಣವಾದ ಸಮಸ್ಯೆಗಳ ಪರಿಹಾರದೆಡೆಗೂ, ಗಣಿತ ಚಿಂತನೆಗಳ ಮತ್ತು ಗಣಕ ಚಿಂತನೆಗಳ ನೂತನ ಸಾಧ್ಯತೆಗಳೆಡೆಗೆ ಆತ್ಮವಿಶ್ವಾಸದೊಂದಿಗೆ ಚಿಂತಿಸಿಯೂ ಆಸ್ವಾದಿಸಿಯೂ ಒಟ್ಟಾಗಿ ಹೊಸ ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ಅನ್ವೇಷಿಸುತ್ತಾ ಮುನ್ನಡೆಯೋಣ.

ಶುಭ ಹಾರೈಕೆಗಳೊಂದಿಗೆ,

ಡಾ. ಜಯಪ್ರಕಾಶ್ ಆರ್.ಕೆ.
ನಿರ್ದೇಶಕರು
ಎಸ್.ಸಿ.ಇ.ಆರ್.ಟಿ., ಕೇರಳ

TEXTBOOK DEVELOPMENT TEAM

Advisor

Dr. E. Krishnan
Rtd. Dept. Head Mathematics
University College, Thiruvananthapuram

Chairperson

C. Venugopal
Assistant Professor (Rtd)
IASE Thrissur

Experts

Dr. T. G. Sarachandran
Deputy Director (Rtd)
Department of Collegiate Education, Kerala

Dr. Preenu C. S.
Assistant Professor
University College, Thiruvananthapuram

Members

Kunhabdulla M.
Rtd. Head Master
Muyippoth MUP School,
Kozhikode

Sajeev C. S.
HSST, Mathematics
GHSS Edathanattukara,
Palakkad

Fathima K.
UPST, GHSS Karuvarakundu,
Malappuram

Rajeev N. T.
GHSS Thariyod, Wayanad

Thulasidharan Pillai
Trainer, BRC Anchal,
Kollam

Achuthan C. G.
HSST, Mathematics
GHSS Karakkurissi,
Palakkad

Jobin Kuruvilla
UPST, Mathematics
St. Antony's HSS Poonjar,
Kottayam

Prakashan Pachan
Paruthiyara

Suresh Babu T.
Rtd. LPST, UPGS Punukkannor,
Kollam

D.K. Biju
UPST, Kuruvangad South
UP School Koyilandy,
Kozhikode

Dhaneshan M. V.
HSST, English
GFHSS Padannakadappuram,
Kasaragod

Harikrishnan G.
LTA, Govt. VHSS for Girls
Kottarakkara

Kannada Version

Subject Expert

Nandikeshan N.
Rtd. DDE, Kasaragod

Language Expert

Vishalaksha Puthrakala
Rtd. HST, SGKHS Kudlu

Participants

Nagaraja N.
HST, SSHSS Sheni

Krishna Prakash S.
HST, SNHS Perla

Subhas V. S.
HST, GHSS Kasaragod

Rajesh S.
PD Teacher, GHS Perdala

Academic Co-ordinator

Dr. Anilkumar A.K.
Research Officer, SCERT

State Council of Education Research and Training (SCERT) Kerala
Vidyabhavan, Poojappura, Thiruvananthapuram 695 012

ಅನುಕ್ರಮಣಿಕೆ

8.	ಆವರ್ತನ ಗುಣಾಕಾರ	111
9.	ಸಂಖ್ಯಾ ಸಂಬಂಧಗಳು	127
10.	ತ್ರಿಕೋನ ವಿಸ್ತಾರ	135
11.	ಚೌಕಗಳು ಮತ್ತು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನಗಳು	147
12.	ಬೀಜಗಣಿತ	161
13.	ಶೇಕಡಾಮಾನ	181
14.	ಮಾಹಿತಿ ಚಿತ್ರಗಳು	191

ಈ ಪಾಠಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿ ಸೌಕರ್ಯಕ್ಕಾಗಿ ಕೆಲವು ಚಿಹ್ನೆಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಲಾಗಿದೆ.

ಲೆಕ್ಕ ಮಾಡಿ ನೋಡಿರಿ

ಐ.ಸಿ.ಟಿ. ಸಾಧ್ಯತೆ

ಸಂಶೋಧನೆ

ಭಾರತದ ಸಂವಿಧಾನ

ಪ್ರಸ್ತಾವನೆ

ಭಾರತದ ಜನಗಳಾದ ನಾವು ಭಾರತವನ್ನು ಒಂದು [1]**[ಸಾರ್ವಭೌಮ ಸಮಾಜವಾದೀ ಸರ್ವಧರ್ಮ ಸಮಭಾವದ ಪ್ರಜಾಸತ್ತಾತ್ಮಕ ಗಣರಾಜ್ಯವಾಗಿ]** ರಚಿಸಲು ಮತ್ತು ಅದರ ಸಮಸ್ತ ನಾಗರಿಕರಿಗೆ:

ಸಾಮಾಜಿಕ, ಆರ್ಥಿಕ ಮತ್ತು ರಾಜಕೀಯ **ನ್ಯಾಯ** ;
ವಿಚಾರ, ಅಭಿವ್ಯಕ್ತಿ, ವಿಶ್ವಾಸ, ಧರ್ಮಶ್ರದ್ಧೆ ಮತ್ತು ಉಪಾಸನಾ **ಸ್ವಾತಂತ್ರ್ಯ** ;
ಸ್ಥಾನಮಾನ ಹಾಗೂ ಅವಕಾಶ **ಸಮಾನತೆ**

ದೊರೆಯುವಂತೆ ಮಾಡಲು ಮತ್ತು ವ್ಯಕ್ತಿ ಗೌರವವನ್ನು,[2][ರಾಷ್ಟ್ರದ ಏಕತೆಯನ್ನು ಹಾಗೂ ಅಖಂಡತೆಯನ್ನು] ಸುನಿಶ್ಚಿತಗೊಳಿಸಿ ಅವರಲ್ಲಿ **ಭ್ರಾತೃಭಾವನೆಯನ್ನು** ವೃದ್ಧಿಗೊಳಿಸಲು ಶ್ರದ್ಧಾಪೂರ್ವಕ ಸಂಕಲ್ಪ ಮಾಡಿದವರಾಗಿ;

ನಮ್ಮ ಸಂವಿಧಾನ ಸಭೆಯಲ್ಲಿ 1949ನೆಯ ಇಸವಿ ನವೆಂಬರ್ ತಿಂಗಳ ಇಪ್ಪತ್ತಾರನೆಯ ತಾರೀಖಾದ ಈ ದಿವಸ **ಈ ಮೂಲಕ ಈ ಸಂವಿಧಾನವನ್ನು ಅಂಗೀಕರಿಸಿ, ಅಧಿನಿಯಮಿಸಿ ಅರ್ಪಿಸಿಕೊಂಡಿದ್ದೇವೆ.**

1. 1976ನೇ ಇಸವಿಯ ಭಾರತ ಸಂವಿಧಾನ (ನಲವತ್ತೆರಡನೆಯ ತಿದ್ದುಪಡಿ) ಅಧಿನಿಯಮದ 2ನೇ ಪ್ರಕರಣದ ಮೇರೆಗೆ "ಸಂಪೂರ್ಣ ಪ್ರಭುತ್ವ ಸಂಪನ್ನ ಲೋಕತಂತ್ರಾತ್ಮಕ ಗಣರಾಜ್ಯವಾಗಿ" ಎಂಬ ಪದಗಳ ಬದಲಾಗಿ (3-1-1977 ರಿಂದ ಜಾರಿಗೆ ಬರುವಂತೆ) ಪ್ರತ್ಯಾಯೋಜಿಸಲಾಗಿದೆ.
2. ಮೇಲ್ಕಂಡ ಅಧಿನಿಯಮದ 2ನೇ ಪ್ರಕರಣದ ಮೇರೆಗೆ "ರಾಷ್ಟ್ರದ ಏಕತೆಯನ್ನೂ" ಎಂಬ ಪದಗಳ ಬದಲಾಗಿ (3 - 1 - 1977ರಿಂದ ಜಾರಿಗೆ ಬರುವಂತೆ) ಪ್ರತ್ಯಾಯೋಜಿಸಲಾಗಿದೆ.

8 ಆವರ್ತನ ಗುಣಾಕಾರ

ಅಪವರ್ತನಗಳು

ಒಂದಕ್ಕಿಂತ ದೊಡ್ಡದಾದ ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನೂ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿ ವಿಸ್ತರಿಸಿ ಬರೆಯಲು ತಿಳಿದಿರುವಿರಲ್ಲವೇ;

128 ಎಂಬ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಇದೇ ರೀತಿ ವಿಸ್ತರಿಸಿ ಬರೆಯುವುದು ಹೇಗೆ?

$$128 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$$

ಇದರಲ್ಲಿ ಒಟ್ಟು ಎಷ್ಟು ಎರಡುಗಳಿವೆಯೆಂದು ಒಂದೇ ನೋಟದಲ್ಲಿ ಹೇಳಲು ಕಷ್ಟವಿದೆ; ಬರೆಯಲು ಅಷ್ಟು ಸುಲಭವಲ್ಲ. ಇದನ್ನು ಚುಟುಕಾಗಿ 2^7 ಎಂದು ಬರೆಯುವುದಾಗಿದೆ. ಏಳು ಎರಡುಗಳನ್ನು ಪರಸ್ಪರ ಗುಣಿಸುವುದರ ಚುಟುಕು ಬರಹ :

$$2^7 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$$

ಇದೇ ರೀತಿ 243 ನ್ನು ಹೇಗೆ ಬರೆಯಬಹುದು?

$$243 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^5$$

ಒಂದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಪುನಃ ಪುನಃ ಕೂಡಿಸುವುದನ್ನು ಗುಣಾಕಾರವಾಗಿ ಚುಟುಕಾಗಿ ಬರೆಯುವ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಪುನಃ ಪುನಃ ಗುಣಿಸುವುದನ್ನು ಹೀಗೆ ಬರೆಯುವರು.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ,

$$5 + 5 = 5 \times 2 \qquad 5 \times 5 = 5^2$$

$$5 + 5 + 5 = 5 \times 3 \qquad 5 \times 5 \times 5 = 5^3$$

$$5 + 5 + 5 + 5 = 5 \times 4 \qquad 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^4$$

ಎಂಬ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಮುಂದುವರಿಯಬಹುದು.

ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಅದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಪುನಃ ಪುನಃ ಗುಣಿಸುವ ಕ್ರಿಯೆಗೆ ಘಾತಕರಣ (exponentiation) ಎಂದು ಹೆಸರು. ಎಷ್ಟು ಸಲ ಗುಣಿಸಲ್ಪಟ್ಟಿದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಘಾತ ಸೂಚಿ (exponent) ಎನ್ನುವರು.

ಇದನ್ನು ಗುಣಿಸಲ್ಪಡುವ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಬಲಭಾಗದಲ್ಲಿ, ಸ್ವಲ್ಪ ಮೇಲ್ಭಾಗದಲ್ಲಿ ಚಿಕ್ಕದಾಗಿ ಬರೆಯುವುದು.

ಹೀಗೆ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಪುನಃ ಪುನಃ ಗುಣಿಸಿ ಲಭಿಸುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಘಾತಗಳು (powers) ಎನ್ನುವರು. ಉದಾಹರಣೆಗೆ,

$2 \times 2 \times 2$	$2^3 = 8$	ಎರಡರ ಮೂರನೇ ಘಾತ
3×3	$3^2 = 9$	ಮೂರರ ಎರಡನೇ ಘಾತ
$7 \times 7 \times 7 \times 7$	$7^4 = 2401$	ಏಳರ ನಾಲ್ಕನೇ ಘಾತ

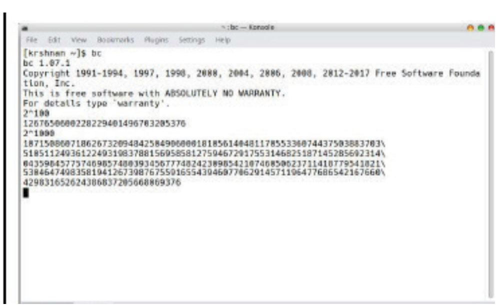
ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಅದರ ಒಂದನೇ ಘಾತವೆಂದು ಹೇಳಬಹುದು.

ಪುನಃ ಅಪವರ್ತನ ಕ್ರಿಯೆಗೆ ಸಾಗುವ. 128 ನ್ನು 2 ರ ಘಾತಗಳಾಗಿಯೂ, 243 ನ್ನು 3 ರ ಘಾತಗಳಾಗಿಯೂ ಬರೆದೆವಲ್ಲವೇ.

ಯಂತ್ರ ಗಣಿತ

ಸಂಕಲನ, ವ್ಯವಕಲನ, ಗುಣಾಕಾರ, ಭಾಗಾಕಾರ ಎಂಬಿವುಗಳಂತೆ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಮಾಡುವ ಒಂದು ಕ್ರಿಯೆಯೇ ಘಾತಕರಣ. ಆದರೆ ಇತರ ಕ್ರಿಯೆಗಳಂತೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ನಡುವೆ ಕ್ರಿಯೆಯ ಚಿಹ್ನೆಯನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಘಾತಕರಣ ಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು ಬರೆಯುವುದಲ್ಲ.

ಕ್ಯಾಲ್ಕುಲೇಟರ್, ಕಂಪ್ಯೂಟರ್ ಎಂಬೀ ಗಣಿತ ಯಂತ್ರಗಳಲ್ಲಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಚಿಕ್ಕದಾಗಿಯೂ ಮೇಲ್ಭಾಗಕ್ಕೆ ಸ್ಥಳಾಂತರಿಸಿ ಘಾತಸೂಚಿಗಳಾಗಿಯೂ ಬರೆಯಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗುವುದಿಲ್ಲ ಅಲ್ಲವೇ. ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಘಾತಕರಣಕ್ಕೆ ಬಳಸುವುದು ^ ಎಂಬ ಚಿಹ್ನೆಯಾಗಿದೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ 2^5 ಲಭಿಸಲು 2^5 ಎಂದು ಟೈಪ್ ಮಾಡಬೇಕು. ಬಹಳ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗುವ bc ಎಂಬ ಕ್ಯಾಲ್ಕುಲೇಟರ್ ಲಿನೆಕ್ಸ್‌ನಲ್ಲಿದೆ. ಟರ್ಮಿನಲ್ ನಲ್ಲಿ bc ಎಂದು ಟೈಪ್ ಮಾಡಿದರೆ ಉತ್ತರ ಲಭಿಸುವುದು. ಇದನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ 2^{100} ಮತ್ತು 2^{1000} ವನ್ನು ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕಿರುವುದನ್ನು ನೋಡಿರಿ.



$$128 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^7$$

$$243 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^5$$

576 ನ್ನು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿ ವಿಸ್ತರಿಸಿ ಬರೆಯುವುದು ಹೇಗೆ?

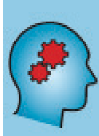
$$576 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

$$= 2^6 \times 3^2$$

1 ಕ್ಕಿಂತ ದೊಡ್ಡದಾದ ಯಾವುದೇ ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನೂ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿ ಬರೆಯಬಹುದು ಎಂದು ತಿಳಿದಿರುವಿರಲ್ಲವೇ.

ಇನ್ನು ಇದನ್ನು ಸ್ವಲ್ಪ ಬದಲಾಯಿಸಿ ಹೀಗೆ ಹೇಳಬಹುದು.

ಒಂದಕ್ಕಿಂತ ದೊಡ್ಡದಾದ ಯಾವುದೇ ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನೂ ಒಂದು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಘಾತವಾಗಿಯೋ, ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಘಾತಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿಯೋ ಬರೆಯಬಹುದು.



ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಒಂದು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಘಾತವಾಗಿಯೋ, ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಘಾತಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧಗಳಾಗಿಯೋ ಬರೆದು ನೋಡಿರಿ.

(i) 125	(ii) 72	(iii) 100
(iv) 250	(v) 3600	(vi) 10800

ಭಿನ್ನರಾಶಿಯ ಘಾತಗಳು

ಭುಜಗಳ ಉದ್ದ 4 ಮೀಟರ್ ಆಗಿರುವ ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವೆಷ್ಟು?

ಭುಜಗಳ ಉದ್ದ $\frac{1}{4}$ ಮೀಟರಾದರೋ?

4×4 ಎಂಬುದನ್ನು 4^2 ಎಂದು ಬರೆದಂತೆ

$$\frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \left(\frac{1}{4}\right)^2$$

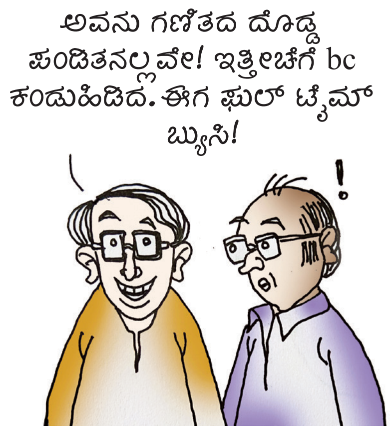
ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು. ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಾಕಾರಕ್ಕನುಗುಣವಾಗಿ

$$\frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{4 \times 4}$$

ಅಂದರೆ

$$\left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{4^2}$$

ಎಂದು ಲಭಿಸುವುದು.



ಆಗ ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಬೀಜಗಣಿತ ಭಾಷೆಯಲ್ಲಿ,

ಭುಜಗಳ ಉದ್ದ x ಆಗಿರುವ ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ x^2

ಆಗಿರುವುದು ಎಂದು ಹೇಳಬಹುದು. ($x \times x$ ಎಂದೋ xx ಎಂದೋ ಬರೆಯುವುದರ ಬದಲಾಗಿ x^2 ಎಂದು ಬರೆಯುವುದು ಹೆಚ್ಚು ಸೂಕ್ತವಲ್ಲವೇ?).

ಇನ್ನು ಈ ಲೆಕ್ಕವನ್ನು ದಶಮಾಂಶ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಮಾಡಿದರೋ ? ಭುಜಗಳೆಲ್ಲಾ 0.25 ಮೀಟರಾಗಿರುವ ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

$(0.25)^2 = 0.25 \times 0.25 = 0.0625$ ಚದರ ಮೀಟರ್.

ಇದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಅಂಚುಗಳ ಉದ್ದ $\frac{1}{2}$ ಮೀಟರ್ ಆಗಿರುವ ಚೌಕಗಟ್ಟಿಯ ಘನಫಲ

ವಿಜ್ಞಾನದ ಚಿಹ್ನೆಗಳು

ಹಲವು ವಿಜ್ಞಾನ ಶಾಖೆಗಳಲ್ಲಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು, ಅವುಗಳಲ್ಲಿಯೂ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯುವುದು ಒಂದು ವಿಶಿಷ್ಟ ರೀತಿಯಲ್ಲಾಗಿದೆ. 1 ಮತ್ತು 10 ರ ಎಡೆಯಲ್ಲಿರುವ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆ ಹಾಗೂ 10 ರ ಒಂದು ಘಾತ ಇವುಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿ ಬರೆಯುವುದು ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ,

2376	2.376×10^3
237.6	2.376×10^2
23.76	2.376×10

ಈ ರೀತಿಯು ವಿಜ್ಞಾನದ ಚಿಹ್ನೆ (scientific notation) ಎಂಬುದಾಗಿ ತಿಳಿಯಲ್ಪಡುವುದು.

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \left(\frac{1}{2}\right)^3 \text{ ಘನಮೀಟರ್.}$$

ಎಂದು ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತವಾಗಿ ಬರೆಯಬಹುದು. (ಬರೆದುದು ಮಾತ್ರ ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತವಾಗಿ; ಇದು $\frac{1}{8}$ ಆಗಿದೆ ಎಂದು ಲೆಕ್ಕಹಾಕಲು ಗುಣಿಸಲೇಬೇಕು.)

ದಶಮಾಂಶ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆದರೋ?

ಅಂಚುಗಳ ಉದ್ದಗಳೆಲ್ಲಾ 0.5 ಮೀಟರ್ ಆಗಿರುವ ಚೌಕಗಟ್ಟಿಯ ಘನಫಲ

$$(0.5)^3 = 0.5 \times 0.5 \times 0.5$$

$$= 0.125 \text{ ಘನ ಮೀಟರ್.}$$

ಬೀಜಗಣಿತ ಭಾಷೆಯಲ್ಲಿ ಹೇಳಿದರೆ,

ಅಂಚುಗಳ ಉದ್ದ x ಆಗಿರುವ ಚೌಕಗಟ್ಟಿಯ ಘನಫಲ x^3

ಹಾಗಾದರೆ ಅಂಚುಗಳ ಉದ್ದ $2\frac{1}{4}$ ಮೀಟರ್ ಆಗಿರುವ ಚೌಕಗಟ್ಟಿಯ ಘನಫಲ ಎಷ್ಟಾಗಿರುವುದು?

$$\left(2\frac{1}{4}\right)^3 = \left(\frac{9}{4}\right)^3 = \frac{9}{4} \times \frac{9}{4} \times \frac{9}{4} = \frac{9 \times 9 \times 9}{4 \times 4 \times 4} = \frac{729}{64}$$

ಅಂದರೆ, ಘನಫಲ $\frac{729}{64}$ ಘನಮೀಟರ್.

ಭಾಗಲಬ್ಧ ಹಾಗೂ ಶೇಷವನ್ನು ಬೇರ್ಪಡಿಸಿ ಹೀಗೆ ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕಬಹುದು.

$$\frac{729}{64} = 11\frac{25}{64}$$

ಅಲ್ಲದಿದ್ದರೆ ಒಂದು ಕ್ಯಾಲ್ಕುಲೇಟರ್ ಉಪಯೋಗಿಸಿ,

$$\frac{729}{64} = 11.390625$$

ಎಂದು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳಬಹುದು.

ಅಗತ್ಯವಿದ್ದರೆ ಇದನ್ನು ಘನ ಸೆಂಟಿಮೀಟರಿನಲ್ಲಿ ಮಾಡಬೇಕು.

1 ಮೀಟರ್ = 100 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್

= 10^2 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್

1 ಘನ ಮೀಟರ್ = $100 \times 100 \times 100$ ಘನ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್

= 10^6 ಘನ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್

ಆಗ,

11.390625 ಘನಮೀಟರ್

= 11.390625×10^6 ಘನ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್

= 11390625 ಘನ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್

ಇನ್ನು ಇತರ ಕೆಲವು ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ನೋಡೋಣ.

2 ರ ಅನೇಕ ಘಾತಗಳನ್ನು ಕ್ರಮಬದ್ಧವಾಗಿ ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕಲು ಕಷ್ಟವೇನಿಲ್ಲ.

$$2^2 = 2 \times 2 = 4$$
$$2^3 = 4 \times 2 = 8$$
$$2^4 = 8 \times 2 = 16$$
$$2^5 = 16 \times 2 = 32$$

ಇದನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ $\frac{1}{2}$ ರ ಘಾತಗಳನ್ನು ಥಟ್ಟನೆ ಬರೆಯಬಹುದಲ್ಲವೇ.

ಯಂತ್ರ ಮಿತಿ

ಕ್ಯಾಲ್ಕುಲೇಟರ್ ಗಳಲ್ಲಿ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪ್ರದರ್ಶಿಸುವುದು ವಿಜ್ಞಾನದ ಚಿಹ್ನೆ ಉಪಯೋಗಿಸಿ.

ಇದರಲ್ಲಿ 1.267650600E30 ಎಂದು ಪ್ರದರ್ಶಿಸುವುದರ ಅರ್ಥ $1.267650600 \times 10^{30}$ ಅಂದರೆ 1267650600 ಇದರ ನಂತರ ನಿರಂತರವಾಗಿ 21 ಸೊನ್ನೆಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿದಾಗ ಲಭಿಸುವ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದೆ

ಇದೂ ನಿಖರವಲ್ಲ. 2^{100} ಕ್ಕೆ ಸಮೀಪದ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿದೆ. ಗಣಿತ ಯಂತ್ರಗಳಿಗೆಲ್ಲಾ ಕಾರ್ಯಾಚರಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಒಂದು ಮಿತಿ ಇದೆ. ಇಲ್ಲಿ ನೀಡಿರುವ ಕ್ಯಾಲ್ಕುಲೇಟರಿಗೆ 12 ಸ್ಥಾನಗಳಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಮಿತಿ ಇದೆ. ಈ ಮೊದಲು ತಿಳಿಸಿದ bc ಎಂಬ ಕ್ಯಾಲ್ಕುಲೇಟರಿನ ಮಿತಿ ತುಂಬಾ ಹೆಚ್ಚಾದುದರಿಂದ 2^{100} ಮತ್ತು 2^{1000} ಗಳನ್ನೆಲ್ಲ ನಿಖರವಾಗಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಸಾಧ್ಯವಿದೆ.

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{1}{2^5} = \frac{1}{32}$$

2 ರ ಘಾತಗಳು ಹೆಚ್ಚಾದಂತೆ $\frac{1}{2}$ ರ ಘಾತಗಳು ಕಡಿಮೆಯಾಗುತ್ತಾ ಬರುವುದು. ಇದು ಯಾಕಾಗಿ?

2 ರಿಂದ ಇರುವ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಗುಣಾಕಾರವು ಎರಡು ಮಡಿಯಾಗಿ ಹೆಚ್ಚಾಗುವುದು.

$\frac{1}{2}$ ರಿಂದಿರುವ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಗುಣಾಕಾರವೂ ಎರಡರಲ್ಲೊಂದಾಗಿ ಕಡಿಮೆಯಾಗುವುದು.

ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಹೇಳಿದರೆ,

ಒಂದಕ್ಕಿಂತ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಘಾತಗಳು ಕ್ರಮಾಗತವಾಗಿ ದೊಡ್ಡದಾಗುವುದು. ಒಂದಕ್ಕಿಂತ ಚಿಕ್ಕದೂ ಸೊನ್ನೆಗಿಂತ ದೊಡ್ಡದೂ ಆಗಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಘಾತಗಳು ಕ್ರಮಾಗತವಾಗಿ ಚಿಕ್ಕದಾಗುವುದು. ಒಂದರ ಎಲ್ಲಾ ಘಾತಗಳು 1 ಆಗಿದೆ. ಸೊನ್ನೆಯ ಘಾತಗಳು ಸೊನ್ನೆಯೇ ಆಗಿದೆ.

ಇನ್ನು ಈ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಮಾಡಿ ನೋಡಿರಿ.

(1) ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಘಾತಗಳನ್ನು ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿ ಬರೆಯಿರಿ.

(i) $\left(\frac{2}{3}\right)^2$ (ii) $\left(1\frac{1}{2}\right)^2$ (iii) $\left(\frac{2}{5}\right)^3$ (iv) $\left(2\frac{1}{2}\right)^3$

(2) ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಘಾತಗಳನ್ನು ದಶಮಾಂಶ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.

(i) $(0.5)^2$ (ii) $(1.5)^2$ (iii) $(0.1)^3$ (iv) $(0.01)^3$

(3) $15^3 = 3375$ ಆಗಿದೆ. ಇದನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಘಾತಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i) $(1.5)^3$ (ii) $(0.15)^3$ (iii) $(0.015)^3$

ಘಾತಗಳ ಗಾತ್ರ

ಎರಡರ ಘಾತಗಳು ಎಷ್ಟು ವೇಗವಾಗಿ ಹೆಚ್ಚಾಗುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಹೇಳುವ ಹಳೆಯ ಕಥೆಯೊಂದಿದೆ.

ಒಬ್ಬ ರಾಜನು ತನ್ನನ್ನು ಚದುರಂಗದಾಟದಲ್ಲಿ ಸೋಲಿಸಿದ ಒಬ್ಬನಲ್ಲಿ ತನ್ನಿಂದ ಯಾವ ಬಹುಮಾನ ವನ್ನು ನಿರೀಕ್ಷಿಸುವೆ ಎಂದು ಕೇಳಿದನು. ಅದಕ್ಕೆ ಆತನು ಚದುರಂಗ ಆಟದ ಫಲಕದಲ್ಲಿ ಒಂದನೇ ಕೋಣೆಯಲ್ಲಿ ಒಂದು ಧಾನ್ಯದ ಕಾಳು. ಎರಡನೇ ಕೋಣೆಯಲ್ಲಿ ಎರಡು ಕಾಳು ಮೂರನೇ ಕೋಣೆಯಲ್ಲಿ ನಾಲ್ಕು ಕಾಳು... ಹೀಗೆ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಕೋಣೆಯಲ್ಲಿಯೂ ಇಮ್ಮಡಿಗೊಳಿಸಿ ಅರುವತ್ತ ನಾಲ್ಕು ಕೋಣೆಗಳನ್ನೂ ಪೂರ್ತಿಗೊಳಿಸಿ ನೀಡಬೇಕೆಂದು ಹೇಳಿದನು. ಲಘುವಾಗಿ ಪರಿಗಣಿಸಿ ಒಪ್ಪಿಕೊಂಡ ಈ ನಿಬಂಧನೆಯಿಂದಾಗಿ ರಾಜ್ಯದ ಧಾನ್ಯದ ಭಂಡಾರವೇ ಬರಿದಾದರೂ, ಅರ್ಧದಷ್ಟು ಕೋಣೆಗಳನ್ನು ಭರ್ತಿ ಮಾಡಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗಲಿಲ್ಲ ಎಂಬುದೇ ಕಥೆಯಾಗಿದೆ.

ಇದರ ಲೆಕ್ಕವನ್ನು ನೋಡೋಣ. ಇಲ್ಲಿ ಬೇಕಾದುದು 1, 2, 4, 8 ಎಂಬೀ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ 63 ರಷ್ಟು 2 ರ ಘಾತಗಳ ಮೊತ್ತವಲ್ಲವೇ.

bc ಯಂತಿರುವ ಒಂದು ಕ್ಯಾಲ್ಕುಲೇಟರ್ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕಿದರೆ ಲಕ್ಷ ಕೋಟಿ ಕೋಟಿಗಿಂತಲೂ ಅಧಿಕವಾಗಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದೆ ಎಂದು ತಿಳಿಯುವುದು. ಒಂದು ಅಕ್ಕಿಕಾಳಿನ ಭಾರ 30 ಮಿಲ್ಲಿ ಗ್ರಾಂ ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೂ ಅಷ್ಟೂ ಕಾಳುಗಳ ಒಟ್ಟು ಭಾರ ಸರಿಸುಮಾರು ಐವತ್ತು ಸಾವಿರ ಕೋಟಿ ಟನ್‌ಗಳಷ್ಟು ಆಗುವುದು.

ಒಂದು ವರ್ಷ ಇಡೀ ಪ್ರಪಂಚದಲ್ಲಿ ಒಟ್ಟು ಉತ್ಪಾದನೆಯಾಗುವುದು ಅಂದಾಜು ಐನ್ನೂರು ಕೋಟಿ ಟನ್ ಮಾತ್ರವೇ ಆಗಿದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿರಿ.

ಘಾತಗಳ ಗುಣಾಕಾರ

2 ರ 3 ಮಡಿ, 2 ರ 5 ಮಡಿ ಕೂಡಿಸಿದರೆ, 2 ರ 8 ಮಡಿಯಾಗುವುದು ಎಂದು ತಿಳಿದಿದೆಯಲ್ಲವೇ. ಇದು ಯಾಕೆ ಸರಿಯಾಗುವುದು?

2 ರ 3 ಮಡಿ $= 2 + 2 + 2$

2 ರ 5 ಮಡಿ $= 2 + 2 + 2 + 2 + 2$

ಇವುಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸಿದರೋ?

$$\underbrace{(2 + 2 + 2)}_{3\ \text{ಸಲ}} + \underbrace{(2 + 2 + 2 + 2 + 2)}_{5\ \text{ಸಲ}} = \underbrace{2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2}_{8\ \text{ಸಲ}}$$

ಇದನ್ನು ಹೀಗೆ ಬರೆಯಬಹುದು.

$$(2 \times 3) + (2 \times 5) = 2 \times (5 + 3) = 2 \times 8$$

ಇನ್ನು 2 ರ ಘಾತಗಳಾದರೋ,

2 ರ 3 ನೇ ಘಾತ $= 2 \times 2 \times 2$

2 ರ 5 ನೇ ಘಾತ $= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$

ಎಲ್ಲವೂ ಗುಣಾಕಾರವಾದುದರಿಂದ ಇವುಗಳನ್ನು ಪರಸ್ಪರ ಕೂಡಿಸುವ ಬದಲು ಗುಣಿಸಿ ನೋಡೋಣ.

$$\underbrace{(2 \times 2 \times 2)}_{3\ \text{ಸಲ}} \times \underbrace{(2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2)}_{5\ \text{ಸಲ}} = \underbrace{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}_{8\ \text{ಸಲ}}$$

ಇದನ್ನು ಘಾತಗಳಾಗಿ ಹೇಗೆ ಬರೆಯಬಹುದು?

$$2^3 \times 2^5 = 2^{3+5} = 2^8$$

ಇದೇ ರೀತಿ $3^2 \times 3^4$ ನ್ನು ಬರೆದು ನೋಡಿದರೋ?

$$3^2 = 3 \times 3$$

$$3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3$$

ಇವುಗಳನ್ನು ಪರಸ್ಪರ ಗುಣಿಸುವಾಗ

$$3^2 \times 3^4 = \underbrace{(3 \times 3)}_{2\ \text{ಸಲ}} \times \underbrace{(3 \times 3 \times 3 \times 3)}_{4\ \text{ಸಲ}} = \underbrace{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}_{6\ \text{ಸಲ}}$$

ಅಂದರೆ,

$$3^2 \times 3^4 = 3^6$$

ಹಾಗಾದರೆ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಘಾತಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧದ ಕುರಿತು ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಹೇಗೆ ಹೇಳಬಹುದು?

ಒಂದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಘಾತಗಳನ್ನು ಗುಣಿಸುವಾಗ, ಘಾತಸೂಚಿಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸಬೇಕು.

ಬೀಜಗಣಿತ ಭಾಷೆಯಲ್ಲಿ,

x ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯಾದರೂ m, n ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾದರೂ

$$x^m \times x^n = x^{m+n}$$

ಇಲ್ಲಿ ಎರಡು ವಿಚಾರಗಳಿವೆ.

(i) ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಎರಡು ಘಾತಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವು ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಘಾತವೇ ಆಗಿದೆ.

(ii) ಗುಣಲಬ್ಧದ ಘಾತಸೂಚಿಯು, ಗುಣಿಸಲ್ಪಡುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಘಾತಸೂಚಿಗಳ ಮೊತ್ತವಾಗಿದೆ.

ಎರಡಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಿನ ಘಾತಗಳನ್ನು ಗುಣಿಸುವಾಗ ಇದೇ ರೀತಿ ಮಾಡಬಹುದು.
ಉದಾಹರಣೆಗೆ $3^2 \times 3^5 \times 3^4$ ನ್ನು ಹೀಗೆ ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕಬಹುದು.

$$\begin{aligned} 3^2 \times 3^5 \times 3^4 &= (3^2 \times 3^5) \times 3^4 \\ &= 3^7 \times 3^4 \\ &= 3^{11} \end{aligned}$$

ಗುಣಲಬ್ಧಗಳನ್ನು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿ ಅಪವರ್ತನ ಕ್ರಿಯೆ ಮಾಡಲು ಘಾತಗಳ ಈ ತತ್ವವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸ ಬಹುದು.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ, 96×144 ನ್ನು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿ ಬರೆಯಬೇಕೆಂದಿರಲಿ.
ಮೊದಲು ಪ್ರತಿಯೊಂದನ್ನು ಹೀಗೆ ಬರೆಯಬಹುದು.

$$\begin{aligned} 96 &= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 2^5 \times 3 \\ 144 &= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 2^4 \times 3^2 \end{aligned}$$

ಆಗ,

$$\begin{aligned} 96 \times 144 &= (2^5 \times 3) \times (2^4 \times 3^2) \\ &= (2^5 \times 2^4) \times (3 \times 3^2) \\ &= 2^9 \times 3^3 \end{aligned}$$

ಇನ್ನೊಂದು ಉದಾಹರಣೆ ನೋಡೋಣ.

1 ರಿಂದ 9 ರ ವರೆಗಿನ ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ದವಾಗಿ ಬರೆಯಬೇಕು.

ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾದ 2, 3, 5, 7 ಇವುಗಳನ್ನು ಏನೂ ಮಾಡುವುದು ಬೇಡ. ಬಾಕಿ ಉಳಿದವುಗಳನ್ನು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿ ಬರೆಯುವ.

$$4 = 2^2$$

$$6 = 2 \times 3$$

$$8 = 2^3$$

$$9 = 3^2$$

ಆಗ,

$$\begin{aligned} 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 &= 2 \times 3 \times 2^2 \times 5 \times (2 \times 3) \times 7 \times 2^3 \times 3^2 \\ &= (2 \times 2^2 \times 2 \times 2^3) \times (3 \times 3 \times 3^2) \times 5 \times 7 \\ &= 2^7 \times 3^4 \times 5 \times 7 \end{aligned}$$

ಈ ಲೆಕ್ಕಗಳಲ್ಲಿ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯದೇ ಅವುಗಳನ್ನು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಘಾತಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿ ಬರೆದಿರುವುದು ನೋಡಿದಿರಲ್ಲವೇ.

ಇನ್ನು ಈ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಮಾಡಿ ನೋಡಿರಿ.

(1) ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಘಾತಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿ ಬರೆಯಿರಿ.

(i) 72 × 162 (ii) 225 × 135 (iii) 105 × 175 (iv) 25 × 45 × 75

(2) 1 ರಿಂದ 15 ರ ವರೆಗಿನ ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಘಾತಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿ ಬರೆಯಿರಿ.

(3) 1 ರಿಂದ 25 ರ ವರೆಗಿನ ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ

(i) 2 ರಿಂದ ನಿಶ್ಶೇಷವಾಗಿ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುವ 4 ರಿಂದ ನಿಶ್ಶೇಷವಾಗಿ ಭಾಗಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಯಾವುವು?

(ii) 4 ರಿಂದ ನಿಶ್ಶೇಷವಾಗಿ ಭಾಗಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಿರುವ 8 ರಿಂದ ನಿಶ್ಶೇಷವಾಗಿ ಭಾಗಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಯಾವುವು?

(iii) 8 ರಿಂದ ನಿಶ್ಶೇಷವಾಗಿ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುವವುಗಳು ಮತ್ತು 16 ರಿಂದ ನಿಶ್ಶೇಷವಾಗಿ ಭಾಗಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಯಾವುವು?

(iv) 1 ರಿಂದ 25 ರವರೆಗಿನ ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧದಲ್ಲಿ ಶೇಷವಿಲ್ಲದೆ ಭಾಗಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಿರುವ 2 ರ ಅತಿ ದೊಡ್ಡ ಘಾತ ಯಾವುದು?

(4) 1 ರಿಂದ 25 ರ ವರೆಗಿನ ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ಶೇಷವಿಲ್ಲದೆ ಭಾಗಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಿರುವ

(i) 5 ರ ಅತಿ ದೊಡ್ಡ ಘಾತ ಎಷ್ಟು?

(ii) 10 ರ ಘಾತವೋ?

(iii) 1 ರಿಂದ 25 ರವರೆಗಿನ ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧದ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಸೊನ್ನೆಗಳು ಇರಬಹುದು?

ಘಾತಗಳ ಭಾಗಾಕಾರ

$256 \div 32$ ಎಷ್ಟಾಗಿರುವುದು?

ಭಾಗಿಸುವುದಕ್ಕೆ ಮೊದಲು ಅಪವರ್ತನಗಳಾಗಿ ಬರೆಯುವುದು ಅನುಕೂಲಕರವಲ್ಲವೇ.

$$256 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^8$$

$$32 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^5$$

ಈಗ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕಾದುದು,

$$2^8 \div 2^5$$

ಅಂದರೆ, 2^5 ನ್ನು ಯಾವುದರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದರೆ 2^8 ಲಭಿಸುವುದು ಎಂಬುದು ಪ್ರಶ್ನೆ.
ಈ ಮೊದಲು ತಿಳಿದಂತೆ,

$$2^5 \times 2^3 = 2^8$$

ಇದರಿಂದ

$$2^8 \div 2^5 = 2^3$$

ಎಂದು ತಿಳಿಯಬಹುದಲ್ಲವೇ. ಅಂದರೆ,

$$256 \div 32 = 8$$

ಇದೇ ರೀತಿ 15625 ನ್ನು 625 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ ನೋಡುವ.

5 ರಿಂದ ನಿರಂತರವಾಗಿ ಭಾಗಿಸಿ, ಎರಡೂ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನೂ 5 ರ ಘಾತಗಳಾಗಿ ಬರೆಯುವ.

$$15625 = 5^6$$

$$625 = 5^4$$

ಆಗ ಪ್ರಶ್ನೆ ಈ ರೀತಿಯಾಗುವುದು.

$$15625 \div 625 = 5^6 \div 5^4$$

ಅಂದರೆ,

5^4 ನ್ನು ಎಷ್ಟರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದರೆ 5^6 ಲಭಿಸುವುದು?

ಒಂದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಘಾತಗಳನ್ನು ಗುಣಿಸುವಾಗ, ಘಾತಸೂಚಿಯು ಮೊತ್ತವಾಗುವುದಲ್ಲವೇ. ಇಲ್ಲಿ ಮೊದಲ ಘಾತಸೂಚಿ 4 ನ್ನು ಎರಡನೆಯ ಘಾತಸೂಚಿ 6 ಮಾಡಬೇಕು.

ಆಗ ಪ್ರಶ್ನೆ ಈ ರೀತಿಯಾಗುವುದು.

4 ನ್ನು 6 ಮಾಡಲು ಎಷ್ಟು ಕೂಡಿಸಬೇಕು?

ಇನ್ನು ಹಿಂದಕ್ಕೆ ಆಲೋಚಿಸಿದರೆ, ಮೊದಲ ಪ್ರಶ್ನೆಗೆ ಉತ್ತರವಾಯಿತಲ್ಲವೇ?

- $4 + 2 = 6$
- $5^4 \times 5^2 = 5^6$
- $5^6 \div 5^4 = 5^2$
- $15625 \div 625 = 25$

ಇದೇ ರೀತಿ, $8^{15} \div 8^6$ ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದನ್ನು ಹೇಗೆ ಆಲೋಚಿಸಬಹುದು?

- 8^{15} ನ್ನು 8^6 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಏನು ಸಂಭವಿಸುವುದು?
- 8^6 ನ್ನು 8^{15} ಮಾಡಲು 8 ರ ಯಾವ ಘಾತದಿಂದ ಗುಣಿಸಬೇಕು?
- 6 ನ್ನು 15 ಮಾಡಲು ಏನನ್ನು ಕೂಡಿಸಬೇಕು?

ಕೊನೆಯ ಪ್ರಶ್ನೆಗೆ ಉತ್ತರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದರೆ, ಹಿಂದಕ್ಕೆ ಆಲೋಚಿಸಿ, ಮೊದಲ ಪ್ರಶ್ನೆಗೆ ಉತ್ತರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು.

- $15 - 6 = 9$
- $6 + 9 = 15$
- $8^6 \times 8^9 = 8^{15}$
- $8^{15} \div 8^6 = 8^9$

ಈಗ ಉತ್ತರಿಸಿದ ಮೂರೂ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಇನ್ನೊಮ್ಮೆ ನೋಡಿರಿ.

$$2^8 \div 2^5 = 2^3 = 2^{8-5}$$

$$5^6 \div 5^4 = 5^2 = 5^{6-4}$$

$$8^{15} \div 8^6 = 8^9 = 8^{15-6}$$

ಇದನ್ನು ಒಂದು ಸಾಮಾನ್ಯ ತತ್ವವಾಗಿ ಹೇಳಬಹುದಲ್ಲವೇ.

ಸೊನ್ನೆಯಲ್ಲದ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ದೊಡ್ಡ ಘಾತವನ್ನು ಅದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಸಣ್ಣ ಘಾತದಿಂದ ಭಾಗಿಸುವಾಗ, ಘಾತಸೂಚಿಗಳನ್ನು ಕಳೆಯಬೇಕು.

ಇನ್ನು ಇದನ್ನು ಬೀಜಗಣಿತ ಭಾಷೆಯಲ್ಲಿ ಬರೆಯುವ.

x ಸೊನ್ನೆಯಲ್ಲದ ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯಾದರೂ m, n ಗಳಲ್ಲಿ $m > n$ ಆಗಿರುವ ಯಾವುದೇ ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾದರೂ

$$\frac{x^m}{x^n} = x^{m-n}$$

ಬೀಜಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಭಾಗಾಕಾರವನ್ನು ಭಿನ್ನರಾಶಿ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯುವುದರಿಂದ $x^m \div x^n$ ಎಂಬುದನ್ನು $\frac{x^m}{x^n}$ ಎಂದು ಬರೆದಿರುವುದು.

ಇನ್ನೊಂದು ಲೆಕ್ಕವನ್ನು ನೋಡೋಣ.

$$288 \div 36$$

ಈ ಮೊದಲು ಮಾಡಿದಂತೆ, ಮೊದಲು ಎರಡೂ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಅಪವರ್ತನಗಳಾಗಿ ವಿಸ್ತರಿಸಿ ಬರೆದರೆ

$$288 = 2^5 \times 3^2$$

$$36 = 2^2 \times 3^2$$

ಇನ್ನೇನು ಮಾಡಬಹುದು?

ಭಾಗಿಸುವಾಗ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು ಹೊರತುಪಡಿಸಬಹುದಲ್ಲವೇ. ಆಗ,

$$(2^5 \times 3^2) \div (2^2 \times 3^2) = 2^5 \div 2^2$$

ಈ ಭಾಗಾಕಾರವನ್ನು ಸುಲಭವಾಗಿ ಮಾಡಬಹುದು.

$$2^5 \div 2^2 = 2^{5-2} = 2^3$$

ಇದುವರೆಗೆ ಮಾಡಿರುವುದನ್ನೆಲ್ಲಾ ಒಟ್ಟಾಗಿ ಬರೆದರೋ?

$$\begin{aligned} 288 \div 36 &= (2^5 \times 3^2) \div (2^2 \times 3^2) \\ &= 2^5 \div 2^2 \\ &= 2^3 \\ &= 8 \end{aligned}$$

ಇನ್ನು ಈ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಮಾಡಿ ನೋಡಿರಿ.

(1) ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಭಾಗಲಬ್ಧವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i) $512 \div 64$ (ii) $3125 \div 125$ (iii) $243 \div 27$ (iv) $1125 \div 45$

(2) (i) 2^{10} ರ ಅರ್ಧವನ್ನು 2 ರ ಘಾತವಾಗಿ ಬರೆಯಿರಿ.

(ii) 3^{12} ರ ಮೂರನೇ ಒಂದು ಭಾಗವನ್ನು 3 ರ ಘಾತವಾಗಿ ಬರೆಯಿರಿ.

ಕೆಲವು ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸರಳಗೊಳಿಸಲು ಘಾತಸೂಚಿಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಬಹುದು.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ $\frac{64}{512}$ ಎಂಬ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ನೋಡಿರಿ.

ಅಂಶವನ್ನೂ ಛೇದವನ್ನೂ ಅಪವರ್ತಿಸಿ ಹೀಗೆ ಬರೆಯಬಹುದು.

$$64 = 2^6, \quad 512 = 2^9$$

ಆಗ,

$$\frac{64}{512} = \frac{2^6}{2^9} = \frac{2^6}{2^6 \times 2^3} = \frac{2^6}{2^6} \times \frac{1}{2^3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$$

ಎಂದು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು.

ಇದೇ ರೀತಿ,

$$\frac{49}{343} = \frac{7^2}{7^3} = \frac{7^2}{7^2 \times 7} = \frac{7^2}{7^2} \times \frac{1}{7} = \frac{1}{7}$$

ಇವೆರಡರಲ್ಲೂ ಮಾಡಿದ ಕ್ರಿಯೆಗಳ ಬೀಜಗಣಿತ ರೂಪವನ್ನು ಹೀಗೆ ಬರೆಯಬಹುದು.

x ಸೊನ್ನೆಯಲ್ಲದ ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯಾದರೂ m, n ಗಳಲ್ಲಿ $m < n$ ಆಗಿರುವ ಯಾವುದೇ ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾದರೂ

$$\frac{x^m}{x^n} = \frac{1}{x^{n-m}}$$

ಇದೇ ರೀತಿ ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸರಳಗೊಳಿಸಿ ಬರೆಯಬಹುದಲ್ಲವೇ.

(i) $\frac{27}{243}$ (ii) $\frac{125}{3125}$ (iii) $\frac{48}{64}$ (iv) $\frac{54}{81}$

ಮಡಿಯೂ ಘಾತವೂ

4 ರ 3 ಮಡಿಯನ್ನೂ 6 ರ ಮೂರು ಮಡಿಯನ್ನೂ ಕೂಡಿಸಿದರೆ ಎಷ್ಟು ಸಿಗುವುದು?

10 ರ 3 ಮಡಿ. ಅಲ್ಲವೇ?

ಇದು ಸರಿಯಾಗುವುದು ಯಾಕಾಗಿ?

4 ರ 3 ಮಡಿ = 4 + 4 + 4

6 ರ 3 ಮಡಿ = 6 + 6 + 6

ಇವುಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸುವಾಗ, 4 ಮತ್ತು 6 ನ್ನು ಜೊತೆಗೊಳಿಸಿ ಕೂಡಿಸಿದರೋ?

(4 ರ 3 ಮಡಿ) + (6 ರ 3 ಮಡಿ) = (4 + 6) + (4 + 6) + (4 + 6) = 10 + 10 +10 = 10 ರ 3 ಮಡಿ.

ಇದನ್ನು ಚುಟುಕಾಗಿ ಹೀಗೆ ಬರೆಯುವ.

$$(4 \times 3) + (6 \times 3) = (4 + 6) \times 3$$

ಮಡಿಗೆ ಬದಲಾಗಿ ಘಾತವಾದರೋ?

4 ರ 3 ನೇ ಘಾತ = 4 × 4 × 4

6 ರ 3 ನೇ ಘಾತ = 6 × 6 × 6

ಕೂಡಿಸುವ ಬದಲು ಗುಣಿಸುವ. ಇಲ್ಲಿಯೂ 4 ಮತ್ತು 6 ರ ಜೊತೆಗಳಾಗಿ ಮಾಡಿ ಗುಣಿಸುವ.

(4 ರ 3ನೇ ಘಾತ) × (6 ರ 3ನೇ ಘಾತ) = (4 × 6) × (4 × 6) × (4 × 6) = (4 × 6) ರ 3ನೇ ಘಾತ

(4 × 6) ರ 3ನೇ ಘಾತ ಎಂಬುದನ್ನು $(4 \times 6)^3$ ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು. ಆಗ ಮೇಲಿನ ಸಮವಾಕ್ಯವನ್ನು ಹೀಗೆ ಚುಟುಕಾಗಿ ಬರೆಯಬಹುದು.

$$4^3 \times 6^3 = (4 \times 6)^3$$

ಇಲ್ಲಿ 4, 6, 3 ರ ಬದಲು ಬೇರೆ ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೂ, ಇದೇ ರೀತಿಯ ಸಂಬಂಧ ಲಭಿಸುವುದಲ್ಲವೇ.

ಇದನ್ನು ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಹೇಗೆ ಹೇಳಬಹುದು?

ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಒಂದೇ ಘಾತಗಳೊಳಗಿನ ಗುಣಲಬ್ಧವು, ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧದ ಅದೇ ಘಾತವಾಗಿರುವುದು.

ಬೀಜಗಣಿತವನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ಹೇಳಿದರೋ?

x, y ಗಳೆರಡು ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾದರೂ, n ಯಾವುದೇ ಎಣಿಕಾಸಂಖ್ಯೆಯಾದರೂ

$$x^n y^n = (xy)^n$$

ಕೆಲವು ಗುಣಾಕಾರ ಕ್ರಿಯೆಗಳನ್ನು ಸುಲಭಗೊಳಿಸಲು ಇದನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಬಹುದು. ಉದಾಹರಣೆಗೆ 625×16 ನ್ನು ನೋಡೋಣ.

$$625 = 5^4$$

$$16 = 2^4$$

ಇದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದರೆ,

$$625 \times 16 = 5^4 \times 2^4 = (5 \times 2)^4 = 10^4 = 10000$$

ಎಂದು ಸುಲಭವಾಗಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು.

ಇನ್ನೊಂದು ಪ್ರಶ್ನೆಯನ್ನು ನೋಡೋಣ.

7 ರ 2 ಮಡಿಯ 5 ಮಡಿ ಎಷ್ಟು?

ಹೀಗೆ ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕುವ.

- 7 ರ 2 ಮಡಿ $7 \times 2 = 14$
- 14 ರ 5 ಮಡಿ $14 \times 5 = 70$

ಹೀಗೂ ಆದೀತು.

- 2 ರ 5 ಮಡಿ $2 \times 5 = 10$
- 7 ರ 10 ಮಡಿ $7 \times 10 = 70$

ಇದು ಯಾಕೆ ಸರಿಯಾಗುವುದೆಂದು ನೋಡೋಣ.

7 ರ 2 ಮಡಿ = 7 + 7

(7 + 7) ರ 5 ಮಡಿ = (7 + 7) + (7 + 7) + (7 + 7) + (7 + 7) + (7 + 7)

= 7 ರ 10 ಮಡಿ

ಈ ಲೆಕ್ಕವನ್ನು ಹೀಗೆ ಬರೆಯಬಹುದು.

$$(7 \times 2) \times 5 = 7 \times (2 \times 5)$$

ಈ ಮೊದಲು ಮಾಡಿದಂತೆ, ಮಡಿಗಳಿಗೆ ಬದಲು ಘಾತಗಳಾದರೋ?

7 ರ 2ನೇ ಘಾತದ 5 ನೇ ಘಾತ ಎಷ್ಟು?

7 ರ 2 ನೇ ಘಾತ $= 7 \times 7$

(7×7) ರ 5 ನೇ ಘಾತ $= (7 \times 7) \times (7 \times 7) \times (7 \times 7) \times (7 \times 7) \times (7 \times 7)$

$=$ 7 ರ 10 ನೇ ಘಾತ

ಘಾತಗಳಾಗಿ ಬರೆದು, ಈ ಸಮವಾಕ್ಯವನ್ನು ಚುಟುಕಾಗಿ ಬರೆಯಬಹುದು. ಇಲ್ಲಿ $(7 \times 7)^5$ ಎಂಬುದನ್ನು $(7^2)^5$ ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು. ಈಗ ಸಮವಾಕ್ಯವು

$$(7^2)^5 = 7^{10}$$

ಬೇರೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೂ ಇದೇ ಸಂಬಂಧ ಸಿಗುವುದಲ್ಲವೇ. ಆ ಸಂಬಂಧ ಯಾವುದು?

ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಘಾತಗಳ ಘಾತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು, ಘಾತಸೂಚಿಗಳನ್ನು ಪರಸ್ಪರ ಗುಣಿಸಬೇಕು.

ಬೀಜಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಬರೆದರೋ?

x ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯಾದರೂ m, n ಯಾವುದೇ ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾದರೂ

$$(x^m)^n = x^{mn}$$

ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿ ಬರೆಯಲು ಸಾಧ್ಯವಾದರೆ, ಅದರ ಘಾತಗಳನ್ನು ಈ ರೀತಿ ವಿಸ್ತರಿಸಿ ಬರೆಯಲು ಈ ತತ್ವವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಬಹುದು.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ,

$$144 = 2^4 \times 3^2$$

ಎಂದು ಕಂಡುಕೊಂಡರೆ

$$\begin{aligned} 144^5 &= (2^4 \times 3^2)^5 \\ &= (2^4)^5 \times (3^2)^5 \\ &= 2^{20} \times 3^{10} \end{aligned}$$

ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು.

ಇನ್ನು ಈ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಮಾಡಿನೋಡಿರಿ.

(1) ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಗುಣಾಕಾರವನ್ನು ಮನಸ್ಸಿನಲ್ಲಿಯೇ ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕಿರಿ.

(i) $5^2 \times 4^2$ (ii) $5^3 \times 6^3$ (iii) $25^3 \times 4^3$ (iv) $125^2 \times 8^2$

(2) ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಘಾತಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿ ಬರೆಯಿರಿ.

(i) 15^2 (ii) 30^3 (iii) $12^2 \times 21^2$ (iv) $12^2 \times 21^3$

9 ಸಂಖ್ಯಾ ಸಂಬಂಧಗಳು

ಅಪವರ್ತನಗಳು

ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಎಂಬುದನ್ನು ಕೇಳಿದ್ದೀರಲ್ಲವೇ. 1 ಮತ್ತು ಅದೇ ಸಂಖ್ಯೆ ಮಾತ್ರ ಅಪವರ್ತನಗಳಾಗಿರುವ 1 ಕ್ಕಿಂತ ದೊಡ್ಡದಾದ ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ 2, 3, 5, 7, 11, ...

ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದಕ್ಕೂ ಎರಡು ಅಪವರ್ತನಗಳು ಮಾತ್ರ ಇವೆ.

ಒಂದು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಎರಡನೇ ಘಾತವನ್ನು ತೆಗೆದರೋ?

ಉದಾಹರಣೆಗೆ, $7^2 = 49$

ಇದಕ್ಕೆ ಎಷ್ಟು ಅಪವರ್ತನಗಳಿವೆ?

1, 7, 49 ಎಂಬೀ ಮೂರು ಅಪವರ್ತನಗಳು ಮಾತ್ರವಲ್ಲವೇ ಇರುವುದು?

ಮೂರನೇ ಘಾತವಾದರೋ? $7^3 = 343$

ಅಪವರ್ತನಗಳು ಯಾವುವೆಲ್ಲಾ?

1, 7, 49, 343 ಎಂಬೀ ನಾಲ್ಕು ಅಪವರ್ತನಗಳು ಮಾತ್ರ.

ಇನ್ನು 7^4 ಎಷ್ಟೆಂದು ಕಂಡುಹಿಡಿಯದೆ, ಅದಕ್ಕೆ ಎಷ್ಟು ಅಪವರ್ತನಗಳಿವೆ ಎಂದು ಹೇಳಬಹುದೇ?

$1, 7, 7^2, 7^3, 7^4$ ಎಂಬೀ 5 ಅಪವರ್ತನಗಳು.

ಇದೇ ರೀತಿ, 11^5 ಎಷ್ಟೆಂದು ಕಂಡುಹಿಡಿಯದೆ ಅದರ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಹೇಳಬಹುದಲ್ಲವೇ?

ಹಾಗಾದರೆ, ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಒಂದು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಘಾತಗಳ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಕುರಿತು ಏನು ಹೇಳಬಹುದು?

ಯಾವುದೇ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಘಾತದ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯು, ಘಾತಸೂಚಿಗಿಂತ ಒಂದು ಹೆಚ್ಚಾಗಿರುವುದು.

ಇದನ್ನು ಬೀಜಗಣಿತದ ಭಾಷೆಯಲ್ಲಿ ಬರೆದರೋ?

p ಯು ಒಂದು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು n ಒಂದು ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆ ಆದರೆ, p^n ಎಂಬ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ $n + 1$ ಅಪವರ್ತನಗಳಿರುವುದು.

ಒಂದು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಅದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಪುನಃ ಪುನಃ ಗುಣಿಸಿದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲವೇ ಅದರ ಘಾತಗಳು. ಆ ರೀತಿ ಗುಣಿಸುವಾಗ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಹೇಗೆ ಬದಲಾಗುವುದು ಎಂದು ನೋಡಿದೆವು.

ಇನ್ನು ಒಂದು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಇನ್ನೊಂದು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಗುಣಿಸಿದರೋ?

ಉದಾಹರಣೆಗೆ $5 \times 7 = 35$ ನ್ನು ನೋಡುವ.

ಮೊದಲು 5ರ ಅಪವರ್ತನಗಳಾದ 1 ಮತ್ತು 5ನ್ನು ತೆಗೆಯುವ. ಇವುಗಳೆರಡೂ 35ರ ಅಪವರ್ತನಗಳಾಗಿವೆಯಲ್ಲವೇ.

ಇನ್ನು ಈ ಎರಡು ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು 7 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ ಸಿಗುವ 7 ಮತ್ತು 35 ಕೂಡಾ 35 ರ ಅಪವರ್ತನಗಳೇ ಆಗಿವೆ.

ಹಾಗಾದರೆ 35 ಕ್ಕೆ ಎಷ್ಟು ಅಪವರ್ತನಗಳಾಯಿತು?

1	5	(5 ರ ಅಪವರ್ತನಗಳು)
7	35	(5 ರ ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು 7 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದ್ದು)

ಎಂಬೀ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ 4 ಅಪವರ್ತನಗಳು

$5^2 \times 7 = 25 \times 7 = 175$ ಆದರೋ?

ಮೊದಲು $5^2 = 25$ ರ 3 ಅಪವರ್ತನಗಳು

$1, 5, 5^2$ ಅಂದರೆ $1, 5, 25$

ಇನ್ನು ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದನ್ನು 7 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ ಸಿಗುವ ಇತರ 3 ಅಪವರ್ತನಗಳು.

1	5	5^2	ಅಂದರೆ	1	5	25
7	5×7	$5^2 \times 7$		7	35	175

ಒಟ್ಟು $3 + 3 = 3 \times 2 = 6$ ಅಪವರ್ತನಗಳು.

ಇನ್ನು $5^2 \times 7^2$ ಆದರೋ? ಈ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಗುಣಿಸಿ ಬರೆಯದೆ ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ.

ಈ ಮೊದಲು ಕಂಡುಹಿಡಿದ $5^2 \times 7$ ರ ಅಪವರ್ತನಗಳು ಎಲ್ಲವೂ $5^2 \times 7^2$ ರ ಅಪವರ್ತನಗಳೂ ಆಗಿವೆಯಲ್ಲವೇ. ಹೊಸತಾಗಿ ಸಿಗುವ ಅಪವರ್ತನಗಳು ಯಾವುವೆಲ್ಲಾ?

ಮೇಲಿನ ಪಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿ, ಮೊದಲ ಸಾಲಿನಲ್ಲಿರುವ $1, 5, 5^2$ ಎಂಬಿವುಗಳನ್ನು 7 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ ಎರಡನೇ ಸಾಲಿನಲ್ಲಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆದಿರುವುದಲ್ಲವೇ.

ಇನ್ನು ಮೊದಲ ಸಾಲಿನಲ್ಲಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು 7^2 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದರೆ $5^2 \times 7^2$ ರ ಉಳಿದ ಅಪವರ್ತನಗಳು ಸಿಗುವುದು, ಅಂದರೆ,

$$1 \times 7^2, 5 \times 7^2, 5^2 \times 7^2$$

ಎಲ್ಲವನ್ನು ಒಟ್ಟಿಗೆ ಬರೆದರೆ,

1	5	5^2	(25 ರ ಅಪವರ್ತನಗಳು)
7	5×7	$5^2 \times 7$	(25 ರ ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು 7 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದ್ದು)
7^2	5×7^2	$5^2 \times 7^2$	(25 ರ ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು 7^2 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದ್ದು)

ಒಟ್ಟು $3 \times 3 = 9$ ಅಪವರ್ತನಗಳು.

$5^2 \times 7^3$ ರ ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕಾದರೆ, ಮೊದಲ ಸಾಲಿನಲ್ಲಿರುವ 1, 5, 5^2 ಎಂಬಿವುಗಳನ್ನು 7^3 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ ಇನ್ನೊಂದು ಸಾಲನ್ನೂ ಬರೆದರೆ ಸಾಕಲ್ಲವೇ?

1	5	5^2
7	5×7	$5^2 \times 7$
7^2	5×7^2	$5^2 \times 7^2$
7^3	5×7^3	$5^2 \times 7^3$

ಅಪವರ್ತನಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ $3 \times 4 = 12$

$5^3 \times 7^3$ ಆದರೋ?

ಮೊದಲ ಸಾಲಿನಲ್ಲಿ 5^3 ಕೂಡಾ ಬರುವುದು, ಅದರ ಕೆಳಗೆ $5^3 \times 7$, $5^3 \times 7^2$, $5^3 \times 7^3$ ಇವುಗಳು ಸೇರಿ ಇನ್ನೊಂದು ಹೊಸ ಸಾಲೂ ಸೇರುವುದು.

1	5	5^2	5^3
7	5×7	$5^2 \times 7$	$5^3 \times 7$
7^2	5×7^2	$5^2 \times 7^2$	$5^3 \times 7^2$
7^3	5×7^3	$5^2 \times 7^3$	$5^3 \times 7^3$

ಒಟ್ಟು ಅಪವರ್ತನಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ $4 \times 4 = 16$.

ಈ ಉದಾಹರಣೆಗಳಲ್ಲಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಬದಲಾದರೆ ಅಪವರ್ತನಗಳು ಬದಲಾಗುವುವು; ಆದರೂ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಒಟ್ಟು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಇದೇ ರೀತಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದಲ್ಲವೇ.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ $11^4 \times 17^2$ ಎಂಬ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಎಷ್ಟು ಅಪವರ್ತನಗಳಿವೆ?

ಹೀಗೆ ಆಲೋಚಿಸುವ,

- 11^4 ರ 5 ಅಪವರ್ತನಗಳು
- ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದನ್ನೂ 17 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ ಸಿಗುವ 5 ಅಪವರ್ತನಗಳು
- ಮೊದಲು ಹೇಳಿದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನೆಲ್ಲಾ 17^2 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ ಸಿಗುವ 5 ಅಪವರ್ತನಗಳು
- ಒಟ್ಟು ಅಪವರ್ತನಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ $5 \times 3 = 15$.

ಬೇಕಾದರೆ ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಪಟ್ಟಿ ಮಾಡಬಹುದು.

1	11	11^2	11^3	11^4
17	11×17	$11^2 \times 17$	$11^3 \times 17$	$11^4 \times 17$
17^2	11×17^2	$11^2 \times 17^2$	$11^3 \times 17^2$	$11^4 \times 17^2$

ಹಾಗಾದರೆ ಎರಡು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಘಾತಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧದ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಕುರಿತು ಏನು ಹೇಳಬಹುದು?

ಎರಡು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಘಾತಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಒಟ್ಟು ಸಂಖ್ಯೆಯು, ಎರಡೂ ಘಾತಸೂಚಿಗಳೊಂದಿಗೆ ಒಂದೊಂದು ಕೂಡಿಸಿ ನಂತರ ಗುಣಿಸಿ ಸಿಗುವ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿರುವುದು.

ಬೀಜಗಣಿತವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಬರೆದರೋ?

ಅಪವರ್ತನ ಆಯತ

p, q ಎಂಬಿವುಗಳು ವ್ಯತ್ಯಸ್ತ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೂ m ಮತ್ತು n ಎಂಬಿವುಗಳು ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೂ ಆದರೆ, $p^m q^n$ ಎಂಬ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು ಈ ರೀತಿಯಾಗಿ ಅಡ್ಡಕ್ಕೆ ಮತ್ತು ನೀಟಕ್ಕೆ ಬರೆಬಹುದು.

1	p	p^2	....	p^m
q	pq	p^2q	....	p^mq
q^2	pq^2	p^2q^2	....	p^mq^2
......				
q^n	pq^n	p^2q^n	....	p^mq^n

ಮೊದಲನೇ ಸಾಲಿನಲ್ಲಿ 1 ಮತ್ತು p ಯ m ಘಾತಗಳೂ ಸೇರಿ, $m+1$ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು. ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದನ್ನೂ q ವಿನ n ಘಾತಗಳಿಂದ ಗುಣಿಸಿ ಸಿಗುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ n ಸಾಲುಗಳೂ ಸೇರಿ ತಲಾ $m+1$ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿರುವ $n+1$ ಸಾಲುಗಳು. ಹಾಗೆ ಒಟ್ಟು $(m+1)(n+1)$ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು.

p, q ಎಂಬಿವುಗಳು ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು, m ಮತ್ತು n ಎಂಬಿವುಗಳು ಯಾವುದಾದರೂ ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಆದರೆ $p^m q^n$ ಎಂಬ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯು $(m+1)(n+1)$ ಆಗಿದೆ.

ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಪವರ್ತನಗಳಾಗಿ 3 ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಬಂದರೋ?

ಉದಾಹರಣೆಗೆ $5^3 \times 7^2 \times 19$ ಎಂಬ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಎಷ್ಟು ಅಪವರ್ತನಗಳಿವೆ?

$5^3 \times 7^2$ ಕ್ಕೆ $4 \times 3 = 12$ ಅಪವರ್ತನಗಳು ಇವೆಯೆಂದು ತಿಳಿದಿದೆ. ಅವುಗಳನ್ನು ಹೀಗೆಯೂ ಬರೆಯಬಹುದು.

1	5	5^2	5^3
7	5×7	$5^2 \times 7$	$5^3 \times 7$
7^2	5×7^2	$5^2 \times 7^2$	$5^3 \times 7^2$

ಈ 12 ಸಂಖ್ಯೆಗಳೂ $5^3 \times 7^2 \times 19$ ರ ಅಪವರ್ತನಗಳಾಗಿವೆಯಲ್ಲವೇ, ಅಲ್ಲದೆ ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದನ್ನೂ 19 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ ಸಿಗುವ ಇತರ 12 ಸಂಖ್ಯೆಗಳೂ ಅಪವರ್ತನಗಳಾಗಿರುವುದು.

19	5×19	$5^2 \times 19$	$5^3 \times 19$
7×19	$5 \times 7 \times 19$	$5^2 \times 7 \times 19$	$5^3 \times 7 \times 19$
$7^2 \times 19$	$5 \times 7^2 \times 19$	$5^2 \times 7^2 \times 19$	$5^3 \times 7^2 \times 19$

ಎಲ್ಲವೂ ಸೇರಿ $12 \times 2 = 24$ ಅಪವರ್ತನಗಳು.

ಈಗ $5^3 \times 7^2 \times 19^2$ ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ, ಇವುಗಳಿಗೆ ಹೊರತಾಗಿ, ಮೊದಲನೇ ಆಯತದಲ್ಲಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನೆಲ್ಲಾ

19^2 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿರುವ ಮೂರನೇ ಆಯತವೂ ಸಿಗುವುದು.

19^2	5×19^2	$5^2 \times 19^2$	$5^3 \times 19^2$
7×19^2	$5 \times 7 \times 19^2$	$5^2 \times 7 \times 19^2$	$5^3 \times 7 \times 19^2$
$7^2 \times 19^2$	$5 \times 7^2 \times 19^2$	$5^2 \times 7^2 \times 19^2$	$5^3 \times 7^2 \times 19^2$

ಅಪವರ್ತನಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ $12 \times 3 = 36$ ಆಗುವುದು.

ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಹೊಸ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಘಾತವನ್ನು ಸೇರಿಸುವಾಗಲೂ, ಅಪವರ್ತನಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯು, ಘಾತಸೂಚಿಯೊಂದಿಗೆ ಒಂದನ್ನು ಕೂಡಿಸಿದಷ್ಟು ಮಡಿಯಾಗುವುದು. ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಹೇಳಿದರೆ,

> ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯು, ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿ ವಿಸ್ತರಿಸಿ ಬರೆಯುವಾಗ ಸಿಗುವ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಘಾತಸೂಚಿಯೊಂದಿಗೆ ಒಂದನ್ನು ಕೂಡಿಸಿದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿರುವುದು.

ಈ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಮಾಡಿ ನೋಡಿರಿ.

(1) ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i) 40 (ii) 54 (iii) 60 (iv) 100 (v) 210

(2) ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಕೆಲವು ಪ್ರತ್ಯೇಕತೆಗಳನ್ನು ಹೇಳಲು ಸಾಧ್ಯವಿದೆ. ಅಪವರ್ತನಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ 5 ರ ವರೆಗೆ ಕೆಳಗಿನ ಪಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಇದನ್ನು ಮುಂದುವರಿಸಿ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ 10 ರ ವರೆಗೆ ಬರೆದು ಪಟ್ಟಿಯನ್ನು ವಿಸ್ತರಿಸಿರಿ.

ಅಪವರ್ತನಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ	ಸಂಖ್ಯೆಯ ರೂಪ	ಬೀಜಗಣಿತ ರೂಪ
1	1	
2	ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆ	
3	ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಎರಡನೇ ಘಾತ	p^2 (p ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆ)
4	ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಮೂರನೇ ಘಾತ	p^3 (p ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆ)
	ಎರಡು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ	pq (p, q ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು)
5	ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಯ ನಾಲ್ಕನೇ ಘಾತ	p^4 (p ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆ)

ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳು

ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳು ಅಂದರೆ ಏನೆಂದು ನೆನಪಿದೆಯೇ?

ಉದಾಹರಣೆಗೆ 12, 18 ಎಂಬೀ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ 2, 3, 6 ಎಂಬೀ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು 12, 18 ಎಂಬ ಎರಡೂ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಅಪವರ್ತನಗಳಾಗಿವೆ; ಅಂದರೆ ಇವುಗಳು 12 ಮತ್ತು 18 ರ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳಾಗಿವೆ.

12 ಮತ್ತು 18 ಕ್ಕೆ ಇನ್ನು ಬೇರೆ ಯಾವುದಾದರೂ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳಿವೆಯೇ?

1 ಎಂಬ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಎಲ್ಲಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಅಪವರ್ತನವಾಗಿದೆಯಲ್ಲವೇ.

ಇದೇ ರೀತಿ 42, 70 ಎಂಬೀ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು?

42 ಮತ್ತು 70 ರ ಎಲ್ಲಾ ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು ಬರೆಯಲು ಗೊತ್ತಿದೆಯಲ್ಲವೇ. ಅದರಿಂದ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು ಆರಿಸಬಹುದು.

ಇದನ್ನು ಇನ್ನೂ ಸ್ವಲ್ಪ ಸುಲಭದಲ್ಲಿ ಮಾಡಬಹುದು. ಮೊದಲು ಎರಡೂ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಘಾತಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿ ಬರೆಯುವ.

$$42 = 2 \times 3 \times 7$$

$$70 = 2 \times 5 \times 7$$

ಇದರಲ್ಲಿ 2 ಮತ್ತು 7 ಎಂಬ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು 42, 70 ಎಂಬೀ ಎರಡೂ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಅಪವರ್ತನಗಳಾಗಿವೆಯೆಂದು ಕಾಣಬಹುದಲ್ಲವೇ.

ಇನ್ನು 42 ರಲ್ಲಿ ಉಳಿದ 3 ಎಂಬ ಅಪವರ್ತನವು, 70 ರ ಅಪವರ್ತನವಲ್ಲ.

70 ರಲ್ಲಿ ಉಳಿದ 5 ಎಂಬ ಅಪವರ್ತನವು, 42 ರ ಅಪವರ್ತನವೂ ಅಲ್ಲ.

ಹಾಗಾದರೆ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳು 2 ಮತ್ತು 7 ಮಾತ್ರವೇ?

$2 \times 7 = 14$ ಕೂಡಾ ಎರಡೂ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಅಪವರ್ತನವಲ್ಲವೇ?

ಮುಂದೇನು?

ಹಾಗಾದರೆ 1, 2, 7, 14 ಎಂಬೀ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು 42 ಮತ್ತು 70 ರ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳಾಗಿವೆ.

ಸ್ವಲ್ಪ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ನೋಡೋಣ: 504 ಮತ್ತು 540.

ಮೊದಲು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನಾಗಿ ಬರೆಯೋಣ:

$$504 = 2^3 \times 3^2 \times 7$$

$$540 = 2^2 \times 3^3 \times 5$$

2, 3 ಎಂಬೀ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಎರಡರಲ್ಲೂ ಇವೆ.

2 ರ ಘಾತಗಳನ್ನು ನೋಡಿರಿ. ಮೊದಲ ಸಂಖ್ಯೆಯಲ್ಲಿ 2^3. ಎರಡನೇ ಸಂಖ್ಯೆಯಲ್ಲಿ 2^2

ಇದರಲ್ಲಿ 2^2 ಎಂಬ ಸಂಖ್ಯೆಯು 2^3 ರ ಅಪವರ್ತನವಾಗಿದೆಯಲ್ಲವೇ. ಹಾಗಾದರೆ ಅದು 504 ಮತ್ತು 540 ರ ಅಪವರ್ತನವೂ ಆಗಿರುವುದಲ್ಲವೇ?

ಇದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ 3 ರ ಘಾತಗಳನ್ನು ನೋಡಿದರೆ, 3^2 ಎಂಬ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಎರಡೂ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತನವಾಗಿದೆಯೆಂದು ಕಾಣಬಹುದು.

ಹಾಗಾದರೆ $2^2 \times 3^2$ ಮತ್ತು ಅದರ ಅಪವರ್ತನಗಳು 504 ಮತ್ತು 540 ರ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳಾಗಿವೆ.

ಇನ್ನು ವಿಸ್ತರಿಸಿ ಬರೆದರೆ,

1	2	2^2		1	2	4
3	2×3	$2^2 \times 3$	ಅಂದರೆ	3	6	12
3^2	2×3^2	$2^2 \times 3^2$		9	18	36

ಇನ್ನೊಂದು ಉದಾಹರಣೆಯನ್ನೂ ನೋಡೋಣ.

1260 ಮತ್ತು 1320 ರ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಏನೆಲ್ಲಾ ಮಾಡಬೇಕು?

(i) ಎರಡೂ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಘಾತಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿ ಬರೆಯುವುದು.

$$1260 = 2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7$$

$$1320 = 2^3 \times 3 \times 5 \times 11$$

(ii) ಎರಡರಲ್ಲೂ ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿರುವ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು 2, 3, 5

(iii) ಎರಡೂ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿರುವ, ಪ್ರತಿಯೊಂದರ ಘಾತಗಳಲ್ಲಿ ಸಣ್ಣ ಘಾತಗಳು 2^2, 3, 5

(iv) $2^2 \times 3 \times 5$ ರ ಅಪವರ್ತನಗಳು ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳಾಗಿರುವುದು.

ಇವುಗಳನ್ನು ಈ ಮೊದಲು ಮಾಡಿದಂತೆ ಹೀಗೆ ಪಟ್ಟಿ ಮಾಡಬಹುದು.

1	2	2^2		1	2	4
3	2×3	$2^2 \times 3$		3	6	12
5	2×5	$2^2 \times 5$	ಅಂದರೆ	5	10	20
3×5	$2 \times 3 \times 5$	$2^2 \times 3 \times 5$		15	30	60

ಇಲ್ಲಿ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳಲ್ಲಿ ಅತಿ ದೊಡ್ಡದು 60 ಆಗಿದೆಯಲ್ಲವೇ. ಉಳಿದ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳೆಲ್ಲಾ 60 ರ ಅಪವರ್ತನಗಳೇ ಆಗಿವೆ.

ಮೊದಲು ಮಾಡಿದ ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ನೋಡಿರಿ. ಎಲ್ಲದರಲ್ಲೂ ಅತಿ ದೊಡ್ಡ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತನದ ಅಪವರ್ತನಗಳಾಗಿರುವುದೇ ಇತರ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳು?

ಇದೇ ರೀತಿ ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದಲ್ಲವೇ?

ಈ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಮಾಡಿ ನೋಡಿರಿ.

(1) ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಅತಿ ದೊಡ್ಡ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತನವನ್ನು ಮತ್ತು ಇತರ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i) 45, 75 (ii) 225, 275 (iii) 360, 300 (iv) 210, 504 (v) 336, 588

(2) (i) ಎರಡು ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಅತಿ ದೊಡ್ಡ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತನ ಯಾವುದು?

(ii) ಎರಡು ಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಅತಿ ದೊಡ್ಡ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತನ 1 ಆಗಬಹುದೇ?

(iii) ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಅವುಗಳ ಅತಿ ದೊಡ್ಡ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತನದಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದರೆ ಸಿಗುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಅತಿ ದೊಡ್ಡ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತನ ಯಾವುದು?

ಸಂಶೋಧನೆ

ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಹಾಗೆಯೇ ಸಾಮಾನ್ಯವಾದ ಅಪವರ್ತ್ಯಗಳ ಕುರಿತು ಆಲೋಚಿಸೋಣ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ 2 ಮತ್ತು 3 ರ ಅಪವರ್ತ್ಯಗಳನ್ನು ನೋಡಿರಿ.

2 ರ ಅಪವರ್ತ್ಯಗಳು : 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, ...

3 ರ ಅಪವರ್ತ್ಯಗಳು : 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, ...

ಎರಡು ಮತ್ತು ಮೂರರ ಅಪವರ್ತ್ಯಗಳಾದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಯಾವುವು?

ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತ್ಯಗಳು : 6, 12, 18, ...

2 ಮತ್ತು 3 ರ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತ್ಯಗಳೆಲ್ಲವೂ 6 ರ ಅಪವರ್ತ್ಯಗಳಾಗುವುದು ಯಾಕೆ?

ಬದಲಾಗಿ 6 ರ ಅಪವರ್ತ್ಯಗಳೆಲ್ಲವೂ, 2 ಮತ್ತು 3 ರ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತ್ಯಗಳಾಗಿರುವುದೇ?

ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತ್ಯಗಳ ಕುರಿತು ಕೆಳಗೆ ಹೇಳಿರುವ ವಿಚಾರಗಳನ್ನು ಆಲೋಚಿಸಿ ನೋಡಿರಿ.

(1) 3 ಮತ್ತು 4 ರ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತ್ಯಗಳೆಲ್ಲವೂ ಯಾವುದಾದರೂ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಪವರ್ತ್ಯಗಳಾಗಿರುವುದೇ?

(2) 4 ಮತ್ತು 6 ರ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತ್ಯಗಳೆಲ್ಲವೂ 24 ರ ಅಪವರ್ತ್ಯಗಳಾಗಿವೆಯೇ? ಅಲ್ಲದಿದ್ದರೆ ಯಾವ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಪವರ್ತ್ಯಗಳಾಗಿರುವುದು?

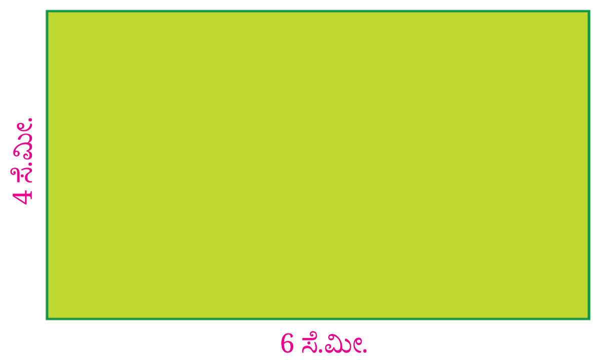
(3) ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಘಾತಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿ ಬರೆದರೆ ಅದರಿಂದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಅತಿ ಸಣ್ಣ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತ್ಯವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಸಾಧ್ಯವೇ?

(4) ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತ್ಯಗಳೆಲ್ಲಾ ಅತಿ ಸಣ್ಣ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತ್ಯದ ಅಪವರ್ತ್ಯಗಳಾಗಿರುವುದೇ?

10 ತ್ರಿಕೋನ ವಿಸ್ತಾರ

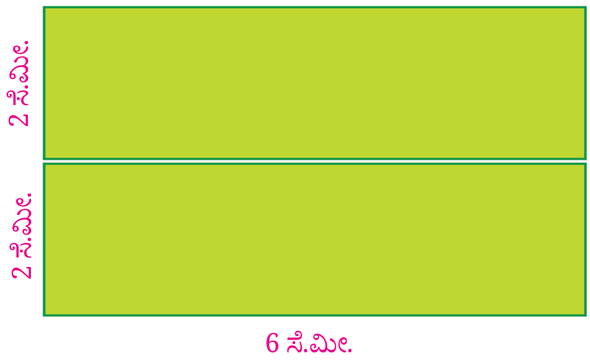
ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನಗಳು

ಆಯತಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಐದನೇ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಕಲಿತಿದ್ದೇವಲ್ಲವೇ. ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಎಷ್ಟು?



ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು, ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಎತ್ತರದ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿದೆಯಲ್ಲವೇ? ಆಗ ಈ ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು $6 \times 4 = 24$ ಚದರ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿದೆ.

ಇದನ್ನು ಮಧ್ಯದಿಂದ ಅಡ್ಡಕ್ಕೆ ಕತ್ತರಿಸಿ, ಎರಡು ಆಯತಗಳನ್ನಾಗಿ ಮಾಡಿದರೋ?

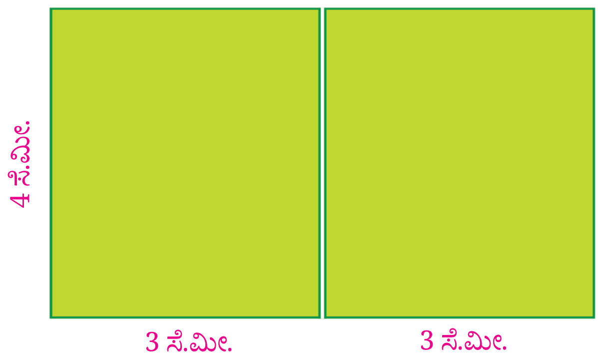


ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಣ್ಣ ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಎಷ್ಟು? $6 \times 2 = 12$ ಚದರ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಎಂದು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು.

ಇನ್ನೊಂದು ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಇದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು.

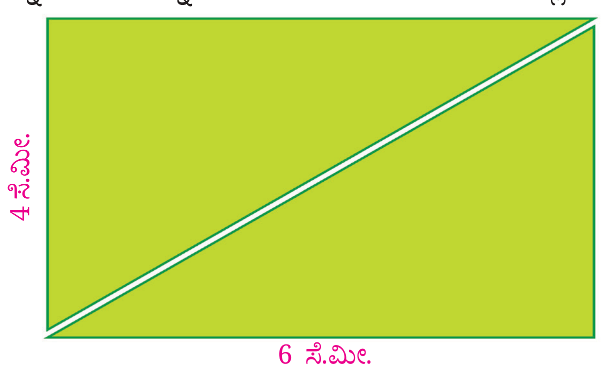
ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಆಯತವೂ ಮೊದಲ ದೊಡ್ಡ ಆಯತದ ಅರ್ಧವಾಗಿದೆಯಲ್ಲವೇ? ಆದ್ದರಿಂದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವೂ ಅರ್ಧವಾಗಬೇಕಲ್ಲವೇ? ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಆಲೋಚಿಸಿದರೆ, ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು $24 \times \frac{1}{2} = 12$ ಚದರ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಎಂದು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು.

ದೊಡ್ಡ ಆಯತವನ್ನು ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಕತ್ತರಿಸಿದರೋ?



ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಣ್ಣ ಆಯತದ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಎತ್ತರವನ್ನು ನೋಡಿ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $4 \times 3 = 12$ ಚದರ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಎಂದು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು ಅಥವಾ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ದೊಡ್ಡ ಆಯತದ ಅರ್ಧ ಎಂದು ಮನಗಂಡು, ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು $24 \times \frac{1}{2} = 12$ ಚದರ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಎಂದು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು.

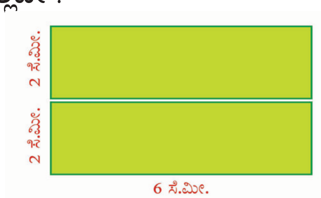
ಇನ್ನು ಆಯತವನ್ನು ತುಂಡರಿಸುವುದು ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಾದರೋ?



ತುಂಡರಿಸಿ ಲಭಿಸಿದ ತುಂಡುಗಳು ಆಯತಗಳಲ್ಲ, ತ್ರಿಕೋನಗಳಾಗಿವೆ. ಆದರೂ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಆಯತದ ಅರ್ಧವಾಗಿದೆಯಲ್ಲವೇ.

ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಮತ್ತು ಸುತ್ತಳತೆ

ಆಯತವನ್ನು ಅಡ್ಡಕ್ಕೆ ಕತ್ತರಿಸಿದಾಗ ಅರ್ಧದಷ್ಟು ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ಎರಡು ಆಯತಗಳು ಲಭಿಸಿತಲ್ಲವೇ ?



ಸಣ್ಣ ಆಯತಗಳ ಸುತ್ತಳತೆಯು ದೊಡ್ಡ ಆಯತದ ಸುತ್ತಳತೆಯ ಅರ್ಧವಾಗಿದೆಯೇ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

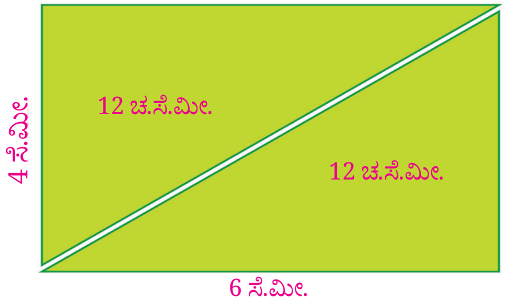
ಆಯತವನ್ನು ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಕತ್ತರಿಸಿದರೋ?

ಈ ಸಣ್ಣ ಆಯತಗಳ ಸುತ್ತಳತೆ ಎಷ್ಟಾಗಿರುವುದು?

ದೊಡ್ಡ ಆಯತದಿಂದ ಸುತ್ತಳತೆ ಅರ್ಧ ಆಗಿರುವ ಆಯತವನ್ನು ಕತ್ತರಿಸಿ ತೆಗೆಯಲು ಸಾಧ್ಯವಿದೆಯೇ?

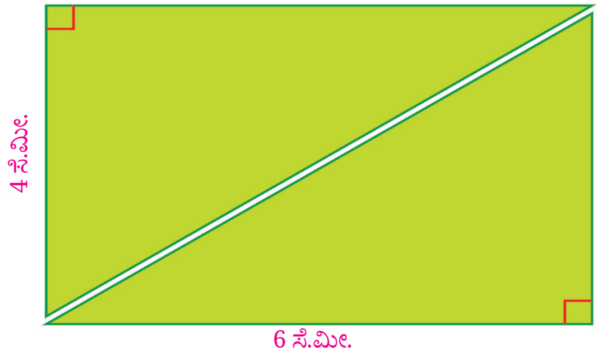
ಚಾರ್ಟ್ ಪೇಪರಿನಲ್ಲಿ ಒಂದು ಆಯತವನ್ನು ಕತ್ತರಿಸಿ ತೆಗೆದು, ಅದನ್ನು ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಮೂಲೆಯಿಂದ ಮೂಲೆಗೆ ಕತ್ತರಿಸಿ ಸಿಗುವ ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನು ಒಂದರ ಮೇಲೆ ಇನ್ನೊಂದನ್ನು ಇರಿಸಿ ನೋಡಿರಿ. ನಿಖರವಾಗಿ ಸೇರಿಕೊಳ್ಳುವುದಲ್ಲವೇ?

ಆಗ ಪ್ರತಿಯೊಂದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವೂ $24 \times \frac{1}{2} = 12$ ಚದರ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿದೆ.



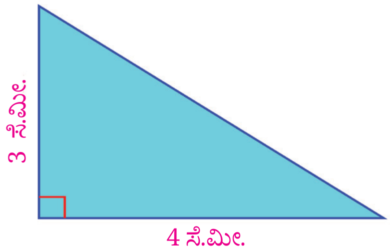
ಈ ಎರಡು ತ್ರಿಕೋನಗಳಲ್ಲಿ ಏನಾದರೂ ವಿಶೇಷತೆಗಳನ್ನು ಕಾಣಬಹುದೇ?

ಆಯತದ ಹತ್ತಿರ ಹತ್ತಿರವಿರುವ ಭುಜಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಲಂಬವಾಗಿದೆಯಲ್ಲವೇ. ಆಗ ಈ ತ್ರಿಕೋನಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದರಲ್ಲೂ ಎರಡು ಭುಜಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಲಂಬವಾಗಿವೆ.



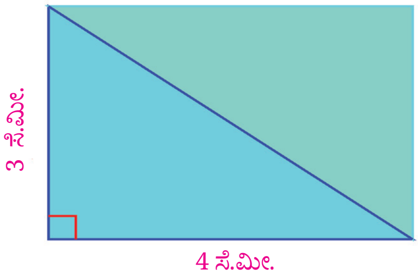
ಇನ್ನೊಂದು ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಹೇಳಿದರೆ, ಈ ತ್ರಿಕೋನಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು ಕೋನವು ಲಂಬವಾಗಿದೆ. ಈ ರೀತಿಯ ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನ (right triangle) ಎಂದು ಹೇಳುವರು.

ಈ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ನೋಡಿರಿ.



ಇದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದೇ?

ಇದನ್ನು ಒಂದು ಆಯತದ ಅರ್ಧವಾಗಿ ಕಾಣಬಹುದಲ್ಲವೇ.



ಅಂದರೆ, ಇದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿರುವ ಇನ್ನೊಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ಇದರೊಡನೆ ಜೋಡಿಸಿಟ್ಟು, ಇದನ್ನೊಂದು ಆಯತವನ್ನಾಗಿ ಮಾಡೋಣ. ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $4 \times 3 = 12$ ಚದರ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್; ಇದರ ಅರ್ಧವಾಗಿದೆ ತ್ರಿಕೋನ.

ಆಗ ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $12 \times \frac{1}{2} = 6$ ಚದರ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್.

ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಯಾವುದೇ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ಒಂದು ಆಯತದ ಅರ್ಧವಾಗಿ ಕಾಣಬಹುದು. ಇದರಿಂದ

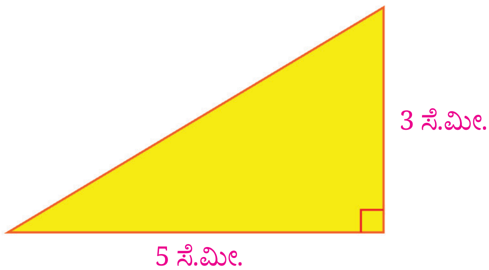
ಈ ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು ಹೇಗೆ?

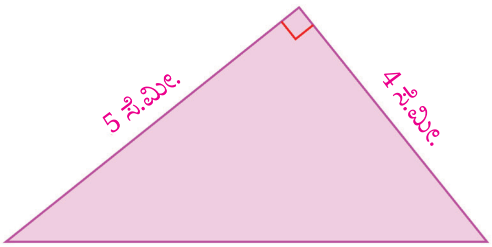
- ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದ ಲಂಬಭುಜಗಳು ಆಯತದ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಎತ್ತರಗಳಾಗಿವೆ.
- ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಎತ್ತರದ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿದೆ.
- ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು, ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಅರ್ಧವಾಗಿದೆ.

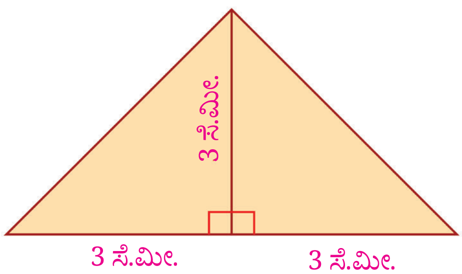
ಇವುಗಳನ್ನೆಲ್ಲಾ ಸೇರಿಸಿ ಓದಿದರೆ, ಆಯತವನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸದೆಯೇ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು.

ಯಾವುದೇ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಲಂಬಭುಜಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧದ ಅರ್ಧವಾಗಿದೆ.

ಇನ್ನು, ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದಲ್ಲವೇ

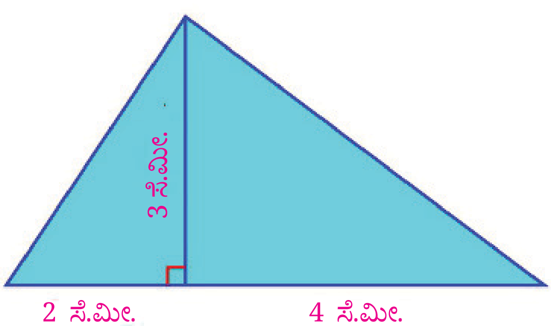




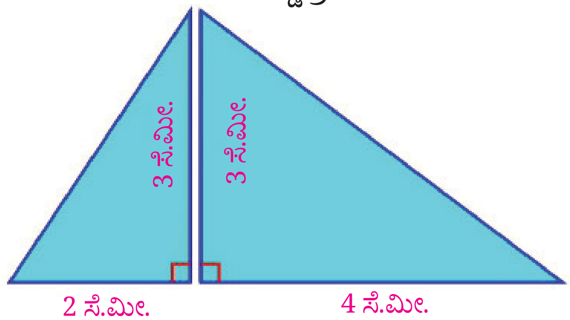


ಪಾದವೂ ಉನ್ನತಿಯೂ

ಈ ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಎಷ್ಟು?



ಎರಡು ಸಣ್ಣ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನಗಳು ಸೇರಿ ಈ ದೊಡ್ಡ ತ್ರಿಕೋನ ಉಂಟಾಗಿದೆಯಲ್ಲವೇ;



ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ.

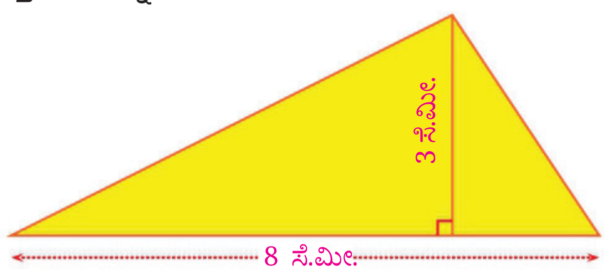
$$\text{ಸಣ್ಣ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = 2 \times 3 \times \frac{1}{2} = 3 \text{ ಚ.ಸೆ.ಮೀ.}$$

$$\text{ದೊಡ್ಡ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = 4 \times 3 \times \frac{1}{2} = 6 \text{ ಚ.ಸೆ.ಮೀ.}$$

ಇವುಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸಿದಾಗ ಮೊದಲ ದೊಡ್ಡ ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಲಭಿಸುವುದು.

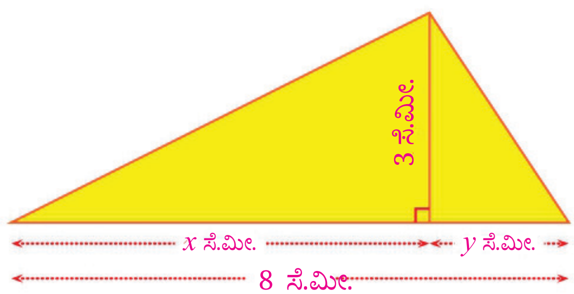
$$\text{ದೊಡ್ಡ ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = 3 + 6 = 9 \text{ ಚ.ಸೆ.ಮೀ.}$$

ಇನ್ನು ಈ ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಹೇಗೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು?



ಮೊದಲು ಮಾಡಿದ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು, ಇದರಲ್ಲಿ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಕೆಳಗಿನ ಭುಜಗಳು ಗೊತ್ತಿಲ್ಲವಲ್ಲವೇ.

ಅದನ್ನು x ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಎಂದೂ y ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಎಂದೂ ಪರಿಗಣಿಸಿದರೆ



ಆಗ

$$\text{ದೊಡ್ಡ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = x \times 3 \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2}x \text{ ಚದರ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್}$$

$$\text{ಸಣ್ಣ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = y \times 3 \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2}y \text{ ಚದರ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್}$$

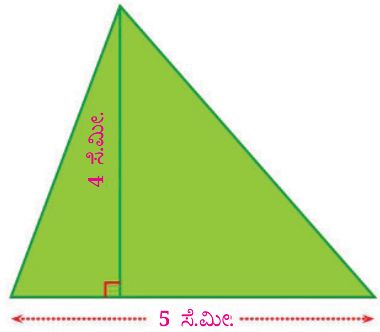
ಒಟ್ಟು ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಲಭಿಸಲು ಇವು ಎರಡನ್ನೂ ಕೂಡಿಸಬೇಕು.

$$\frac{3}{2}x + \frac{3}{2}y = \frac{3}{2}(x + y)$$

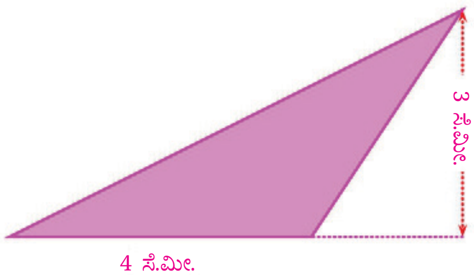
$x + y = 8$ ಆಗಿದೆಯಲ್ಲವೇ. ಆಗ ಮೊದಲ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿನ ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು

$$\frac{3}{2} \times 8 = 12 \text{ ಚದರ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿದೆ.}$$

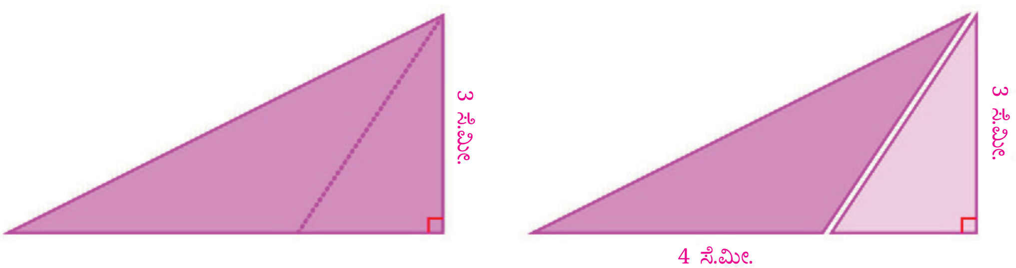
ಇದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಈ ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದೇ?



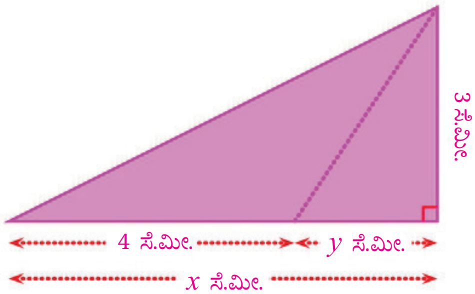
ತ್ರಿಕೋನ ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಾದರೋ?



ಇದುವರೆಗಿರುವ ಎಲ್ಲಾ ಲೆಕ್ಕಗಳಲ್ಲಿ ನಾವು ನೋಡಿರುವುದು ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ಎರಡು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನಗಳಾಗಿ ಜೋಡಿಸಿಟ್ಟ ರೀತಿಯಲ್ಲಾಗಿದೆ. ಈ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ಒಂದು ದೊಡ್ಡ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದಿಂದ ಒಂದು ಸಣ್ಣ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ಕತ್ತರಿಸಿ ತೆಗೆದಿರುವಂತೆ ಕಾಣಬೇಕು.



ದೊಡ್ಡ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದ ಕೆಳಗಿನ ಭುಜದ ಉದ್ದ x ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಎಂದೂ ಸಣ್ಣ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದ ಕೆಳಗಿನ ಭುಜದ ಉದ್ದ y ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಎಂದೂ ತೆಗೆಯೋಣ.



ಆಗ

$$\text{ದೊಡ್ಡ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = x \times 3 \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2}x \text{ ಚದರ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್.}$$

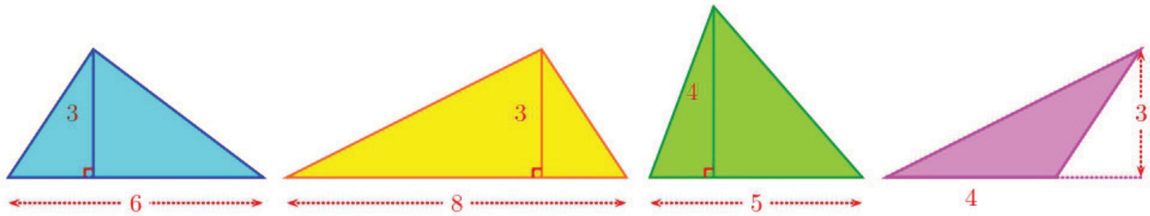
$$\text{ಸಣ್ಣ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = y \times 3 \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2}y \text{ ಚದರ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್.}$$

ಮೊದಲ ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಲಭಿಸಲು, ದೊಡ್ಡ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದಿಂದ ಸಣ್ಣ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಳೆಯಬೇಕು.

$$\frac{3}{2}x - \frac{3}{2}y = \frac{3}{2}(x - y)$$

$x - y = 4$ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ ಇದು, $\frac{3}{2} \times 4 = 6$ ಆಗುವುದು. ಅಂದರೆ ಮೊದಲ ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ 6 ಚದರ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿದೆ.

ಈಗ ಮಾಡಿದ ಎಲ್ಲಾ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಒಟ್ಟಿಗೆ ನೋಡೋಣ.



ವಿಸ್ತೀರ್ಣ	ವಿಸ್ತೀರ್ಣ	ವಿಸ್ತೀರ್ಣ	ವಿಸ್ತೀರ್ಣ
$\frac{1}{2} \times 6 \times 3 = 9$	$\frac{1}{2} \times 8 \times 3 = 12$	$\frac{1}{2} \times 5 \times 4 = 10$	$\frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6$

ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಈ ಅಳತೆಗಳು ಬದಲಾದರೂ, ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದ ರೀತಿಗೆ ಯಾವುದೇ ಬದಲಾವಣೆ ಉಂಟಾಗುವುದಿಲ್ಲವಲ್ಲವೇ. ಆಗ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದರ ಕುರಿತು ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಹೇಳಬಹುದು.

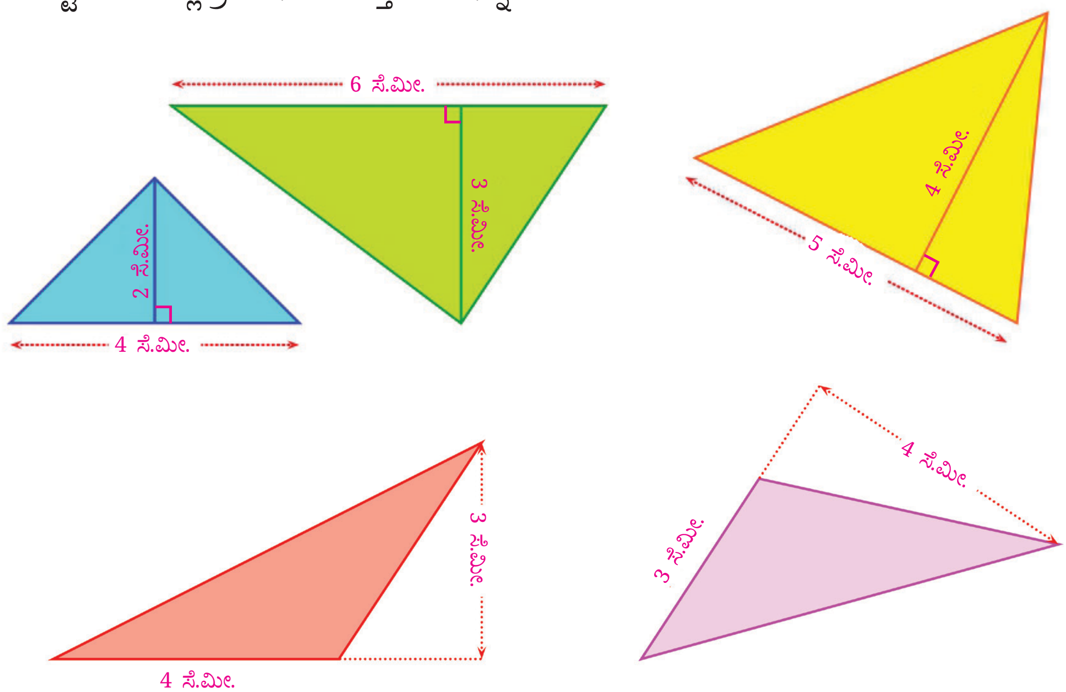
> ಯಾವುದೇ ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು, ಒಂದು ಭುಜ ಮತ್ತು ಆ ಭುಜದಿಂದ ವಿರುದ್ಧ ಮೂಲೆಗಿರುವ ಉನ್ನತಿಯ ಗುಣಲಬ್ಧದ ಅರ್ಧವಾಗಿದೆ.

ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಉಪಯೋಗಿಸುವ ಭುಜವನ್ನು ಪಾದ ಎಂದೂ (base) ವಿರುದ್ಧ ಮೂಲೆಗಿರುವ ದೂರವನ್ನು ತ್ರಿಕೋನದ ಉನ್ನತಿ (height or altitude) ಎಂದೂ ಹೆಸರಿಸಿದರೆ, ಇದನ್ನು ಇನ್ನೂ ಚುಟುಕಾಗಿ ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಬರೆಯಬಹುದು.

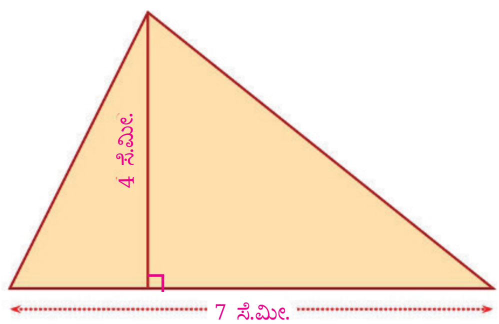
> ಯಾವುದೇ ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು, ಪಾದ ಮತ್ತು ಉನ್ನತಿಯ ಗುಣಲಬ್ಧದ ಅರ್ಧವಾಗಿದೆ.

ಇನ್ನು ಈ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಮಾಡಿ ನೋಡಿರಿ.

(1) ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಎಲ್ಲಾ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



(2) ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಎಷ್ಟು?



(i) ಇಷ್ಟೇ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.

(ii) ಇಷ್ಟೇ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ, ಒಂದು ಕೋನವು ಲಂಬಕ್ಕಿಂತ ದೊಡ್ಡದೂ ಆಗಿರುವ ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.

ಪಾದದ ಉದ್ದ 6 ಮತ್ತು ವಿಸ್ತೀರ್ಣ 12 ಆಗಿರುವ ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ಜಿಯೋಜಿಬ್ರದಲ್ಲಿ ರಚಿಸಿರಿ. ಈ ರೀತಿಯ ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನ ಮತ್ತು ಎರಡು ಭುಜಗಳು ಸಮಾನವಾದ ಇನ್ನೊಂದು ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ. (ಗ್ರಿಡ್ ಉಪಯೋಗಿಸಿದರೆ ಸುಲಭದಲ್ಲಿ ರಚಿಸಲು ಸಾಧ್ಯ.)

ಸಮಾನಾಂತರ ಗೆರೆಗಳು

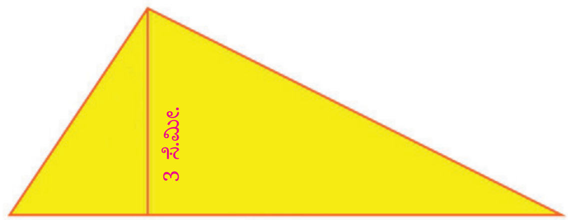
ಒಂದು ಭುಜ 8 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್, ವಿಸ್ತೀರ್ಣ 12 ಚದರ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿರುವ ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸಬಹುದೇ?

ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಆಲೋಚಿಸೋಣ.

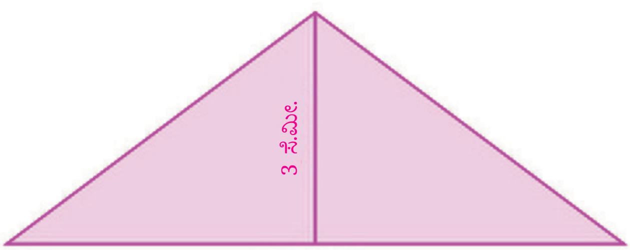
- ಪಾದ 8 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಎಂದು ತೆಗೆಯೋಣ.
  - ವಿಸ್ತೀರ್ಣ 12 ಚದರ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಬೇಕಾದರೆ, ಉನ್ನತಿ ಎಷ್ಟಾಗಿರಬೇಕು?
  - ಪಾದ ಮತ್ತು ಉನ್ನತಿಯನ್ನು ಪರಸ್ಪರ ಗುಣಿಸಿದರೆ, ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಎರಡು ಮಡಿ ಸಿಗಬೇಕಲ್ಲವೇ?
- ಉನ್ನತಿ 3 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್

(ಈ ರೀತಿಯ ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ನಾವು ಮೊದಲು ನೋಡಿರುವುದು ನೆನಪಿದೆಯೇ?)

ಆಗ ಈ ರೀತಿಯ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸಲು, ಮೊದಲು 8 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಉದ್ದವಿರುವ ಒಂದು ಗೆರೆಯನ್ನು ಎಳೆದು, ಅದರಲ್ಲಿನ ಯಾವುದಾದರೂ ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಲಂಬವಾಗಿ 3 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಉದ್ದದ ಗೆರೆಯನ್ನು ಎಳೆಯಬೇಕು. ಲಂಬದ ಮೇಲ್ಭಾಗದ ತುದಿಯನ್ನು ಕೆಳಗಿನ ಗೆರೆಯ ತುದಿಗಳಿಗೆ ಜೋಡಿಸಿದಾಗ ನಮಗೆ ಬೇಕಾಗಿರುವ ತ್ರಿಕೋನವಾಯಿತಲ್ಲವೇ?

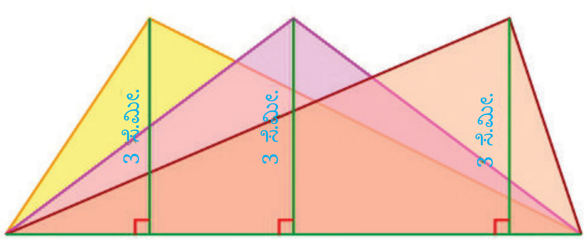


ಲಂಬದ ಸ್ಥಾನವನ್ನು ಬದಲಾಯಿಸಿ ಇದೇ ರೀತಿಯ ಇನ್ನೊಂದು ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸಬಹುದಲ್ಲವೇ.



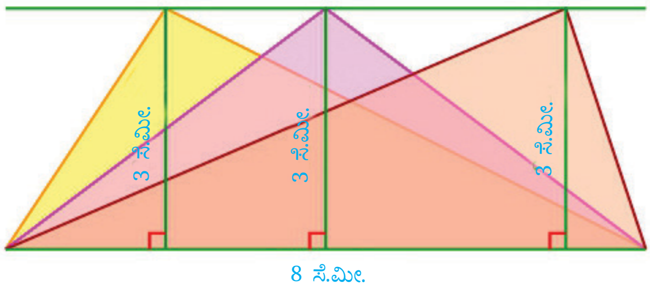
ಇವುಗಳ ಎಡ ಮತ್ತು ಬಲಭಾಗದ ಭುಜಗಳ ಉದ್ದ ಬದಲಾಗಿದೆ. ಪಾದ ಮತ್ತು ಉನ್ನತಿ ಈ ಹಿಂದಿನದ್ದೆ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಬದಲಾಗಲಿಲ್ಲ.

ಹೀಗೆ ಹಲವು ಲಂಬಗಳನ್ನೆಳೆದು, ಈ ರೀತಿಯ ಹಲವು ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನು ರಚಿಸಬಹುದಲ್ಲವೇ.

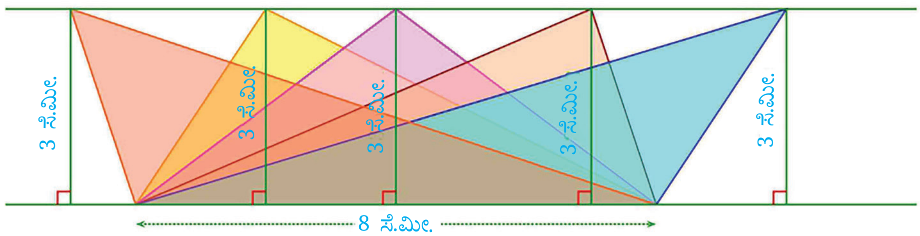


ಜಿಯೋಜಿಬ್ರಾದಲ್ಲಿ ಉದ್ದ 8 ಆಗಿರುವ AB ಎಂಬ ಗೆರೆಯನ್ನು ಎಳೆದು ಅದರ ಮೇಲೆ 3 ರಷ್ಟು ದೂರದಲ್ಲಿ C ಎಂಬ ಬಿಂದುವನ್ನು ಗುರುತಿಸಬೇಕು. ಈ ಬಿಂದುವಿನ ಮೂಲಕ AB ಗೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿ ಒಂದು ಗೆರೆಯನ್ನು ಎಳೆಯಬೇಕು. (Parallel Line ಟೂಲನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ AB ಯಲ್ಲೂ C ಯಲ್ಲೂ ಕ್ಲಿಕ್ ಮಾಡಿದರೆ ಸಾಕು). ಈ ಗೆರೆಯಲ್ಲಿ ಒಂದು ಬಿಂದು D ಯನ್ನು ಗುರುತಿಸಬೇಕು. Polygon ಟೂಲನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ತ್ರಿಕೋನ ABD ಯನ್ನು ರಚಿಸಬೇಕು. Area ಟೂಲನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ತ್ರಿಕೋನದೊಳಗೆ ಕ್ಲಿಕ್ ಮಾಡಿದರೆ ಅದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗುವುದು. D ಯ ಸ್ಥಾನವನ್ನು ಗೆರೆಯ ಮೂಲಕ ಬದಲಾಯಿಸಿ ನೋಡಿ. ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಬದಲಾಗುತ್ತಿದೆಯೇ? Distance or Length ಟೂಲನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ತ್ರಿಕೋನದೊಳಗೆ ಕ್ಲಿಕ್ ಮಾಡಿದರೆ ಸುತ್ತಳತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು. ಅತಿ ಕಡಿಮೆ ಸುತ್ತಳತೆ ಎಷ್ಟಾಗಿರುವುದು? D ಯ ಸ್ಥಾನ ಎಲ್ಲಿ ಇರುವಾಗ ಸುತ್ತಳತೆಯು ಅತಿ ಕಡಿಮೆಯಾಗಿರುವುದು?

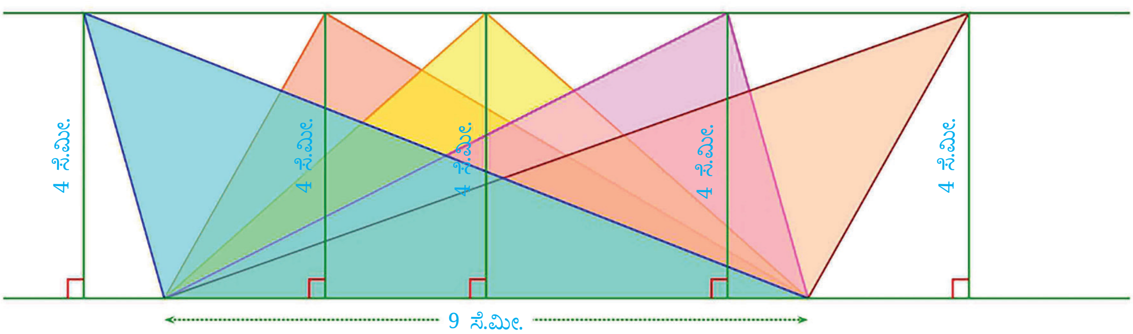
ಈ ಎಲ್ಲಾ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಮೇಲಿನ ಮೂಲೆಗಳು, ಪಾದದಿಂದ ಸಮಾನ ದೂರದಲ್ಲಿರುವುದಲ್ಲವೇ? ಆಗ, ಅವುಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಿದರೆ, ಪಾದಕ್ಕೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿರುವ ಒಂದು ಗೆರೆ ಲಭಿಸುವುದಲ್ಲವೇ.



ಈ ಗೆರೆಯನ್ನು ಮುಂದುವರಿಸಿ ಅದರ ಯಾವುದೇ ಬಿಂದುವನ್ನು ಕೆಳಗಿನ ಗೆರೆಯ ತುದಿಬಿಂದುಗಳಿಗೆ ಜೋಡಿಸಿದಾಗ, ಪಾದ 8 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಮತ್ತು ಉನ್ನತಿ 3 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿರುವ ತ್ರಿಕೋನವು ಲಭಿಸುವುದು. ಅಂದರೆ ಪಾದ 8 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಹಾಗೂ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ 12 ಚದರ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿರುವ ತ್ರಿಕೋನವಾಗಿರುವುದು.



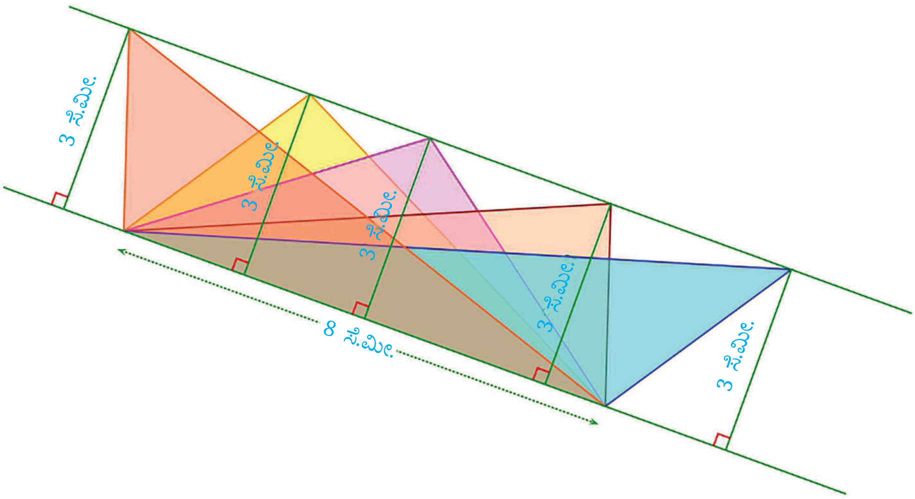
ಪಾದ ಮತ್ತು ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಬದಲಾಯಿಸಿದರೂ ಇದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ರಚಿಸಬಹುದಲ್ಲವೇ. ಉದಾಹರಣೆಗಾಗಿ ಪಾದ 9 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಮತ್ತು ವಿಸ್ತೀರ್ಣ 18 ಚದರ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿರುವ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ಹೀಗೆ ರಚಿಸಬಹುದು.



ಇದನ್ನು ಒಂದು ಸಾಮಾನ್ಯತತ್ವವಾಗಿ ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಹೇಳಬಹುದು.

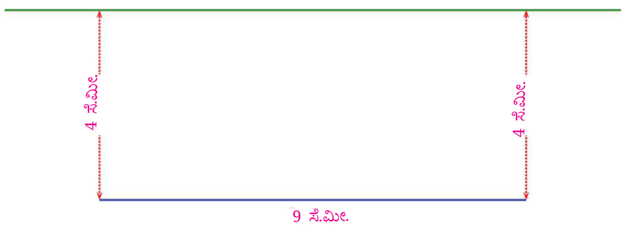
> ಒಂದೇ ಪಾದ ಮತ್ತು ಮೂರನೇ ಮೂಲೆಗಳೆಲ್ಲವೂ ಪಾದಕ್ಕೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿರುವ ಒಂದು ಗೆರೆಯಲ್ಲಿರುವ ಎಲ್ಲಾ ತ್ರಿಕೋನಗಳಿಗೂ ಸಮಾನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವುದು.

ಈ ಚಿತ್ರಗಳಲ್ಲಿ ಎಲ್ಲಾ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಪಾದ ಅಡ್ಡಕ್ಕೆ ಎಳೆಯಲಾಗಿದೆ. ಸ್ವಲ್ಪ ಓರೆಯಾಗಿ ರಚಿಸಿದರೂ ಇಲ್ಲಿ ಹೇಳಿರುವುದು ಸರಿಯಾಗಿದೆ.



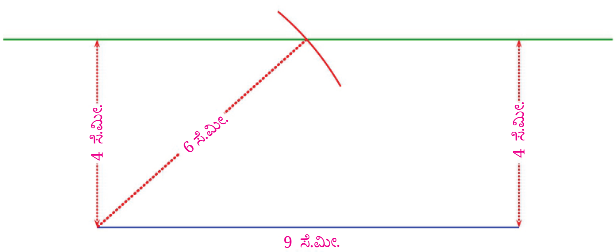
ಇನ್ನು ಈ ತತ್ವದ ಕೆಲವು ಉಪಯೋಗಗಳನ್ನು ನೋಡೋಣ.

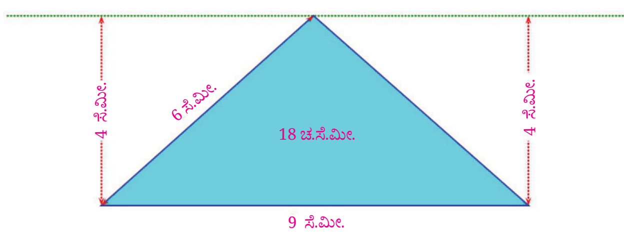
ಒಂದು ಭುಜದ ಉದ್ದ 9 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್, ವಿಸ್ತೀರ್ಣ 18 ಚದರ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿರುವ ವಿಭಿನ್ನ ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿದರೋ. ಇನ್ನೊಂದು ಭುಜ 6 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಬೇಕು ಎಂದು ಕೂಡಾ ಹೇಳಿದರೋ?



ಚಿತ್ರ ನೋಡಿರಿ. ಮೇಲಿನ ಗೆರೆಯ ಯಾವುದೇ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಕೆಳಗಿನ ಗೆರೆಯ ತುದಿಗಳೊಂದಿಗೆ ಜೋಡಿಸಿ 18 ಚದರ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸೋಣ.

ಅಂತಹ ತ್ರಿಕೋನದ ಎಡಭಾಗದ ಭುಜವು 6 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಬೇಕಾದರೋ?

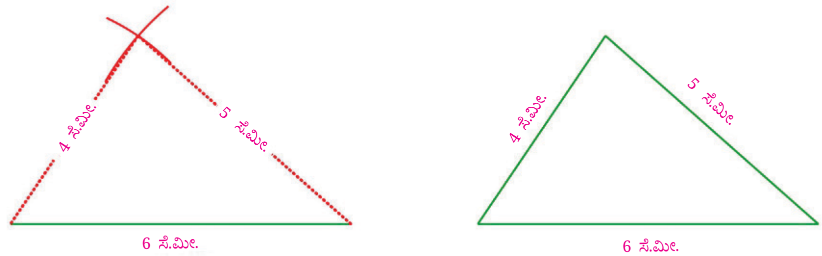




ಇದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಬಲಭಾಗದ ಭುಜ 6 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿರುವ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸಬಹುದೇ?

ಇನ್ನೊಂದು ಲೆಕ್ಕವನ್ನು ನೋಡೋಣ.

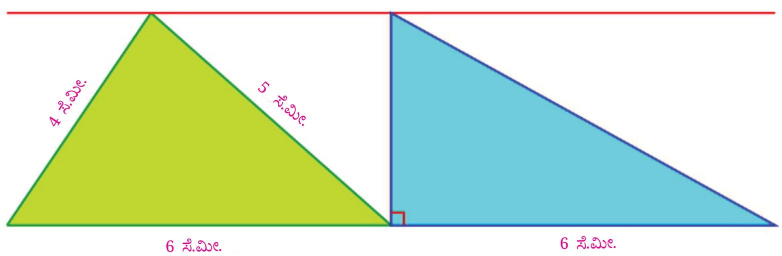
ಭುಜಗಳ ಉದ್ದ 4 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್, 5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್, 6 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿರುವ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸಲು ತಿಳಿದಿದೆಯಲ್ಲವೇ.



ಈ ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಉನ್ನತಿಯನ್ನು ಅಳತೆಮಾಡಬೇಕು.

ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕದೆ ಇಷ್ಟೇ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸಬಹುದೇ?

ಎರಡರ ಪಾದ ಮತ್ತು ಉನ್ನತಿಯು ಸಮಾನವಾದರೆ ಸಾಕಲ್ಲವೇ. ಉನ್ನತಿಯನ್ನು ಸಮಾನಗೊಳಿಸಲು ಈ ತ್ರಿಕೋನದ ಮೇಲ್ಭಾಗದ ಮೂಲೆಯ ಮೂಲಕ ಕೆಳಗಿನ ಭುಜಕ್ಕೆ ಸಮಾನಾಂತರ ಗೆರೆಯನ್ನು ಎಳೆದರೆ ಸಾಕು.



ಪಾದ 4 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿರುವ ಇಷ್ಟೇ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸಬಹುದೇ?

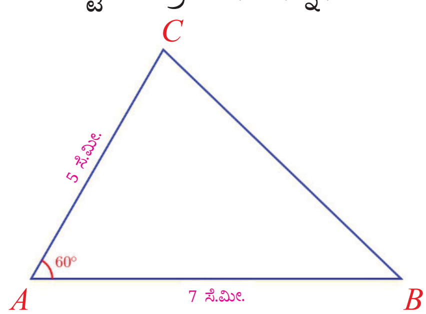
ಪಾದ 5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗುವಂತೆ ರಚಿಸಬೇಕಾದರೋ?

ಇನ್ನು ಈ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಮಾಡಿ ನೋಡಿರಿ.

(1) ಭುಜಗಳ ಉದ್ದ 3, 4, 6 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿರುವ ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ. ಇಷ್ಟೇ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ಮೂರು ವಿಭಿನ್ನ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.

(2) ಎರಡು ಭುಜಗಳ ಉದ್ದ 8 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್, 6 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಮತ್ತು ವಿಸ್ತೀರ್ಣ 12 ಚದರ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿರುವ ಎಷ್ಟು ವಿಭಿನ್ನ ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನು ರಚಿಸಬಹುದು? ವಿಸ್ತೀರ್ಣ 24 ಚದರ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆದರೋ?

(3) ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ನೋಟ್ ಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿ ರಚಿಸಿರಿ.



ಇಷ್ಟೇ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ, ABP, BCQ, CAR ಎಂಬೀ ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನು ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಅಳತೆಗಳಲ್ಲಿ ರಚಿಸಿರಿ.

(i) $\angle BAP = 90°$ (ii) $\angle CBQ = 60°$

(iii) $\angle ACR = 30°$

11 ಚೌಕಗಳು ಮತ್ತು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನಗಳು

ಚೌಕ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಭುಜದ ಉದ್ದ 3 ಮೀಟರ್ ಆಗಿರುವ ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಎಷ್ಟು ?

$3 \times 3 = 9$ ಚದರ ಮೀಟರ್, ಅಲ್ಲವೇ ?

ಭುಜಗಳ ಉದ್ದ $1\frac{1}{2}$ ಮೀಟರ್ ಆದರೆ ?

$$1\frac{1}{2} \times 1\frac{1}{2} = \frac{3}{2} \times \frac{3}{2}$$
$$= \frac{9}{4}$$
$$= 2\frac{1}{4}$$

ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $2\frac{1}{4}$ ಚದರ ಮೀಟರ್.

ಭುಜಗಳ ಉದ್ದ 1.2 ಮೀಟರ್ ಆದರೆ ?

$$1.2 \times 1.2 = \frac{12}{10} \times \frac{12}{10}$$
$$= \frac{144}{100}$$
$$= 1.44$$

ವಿಸ್ತೀರ್ಣ 1.44 ಚದರ ಮೀಟರ್.

ಈ ಎಲ್ಲಾ ಲೆಕ್ಕಗಳಲ್ಲೂ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಅದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದಲೇ ಗುಣಿಸಿರುವುದಲ್ಲವೇ; ಇನ್ನೊಂದು ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಹೇಳಿದರೆ, 3^2, $\left(1\frac{1}{2}\right)^2$, $(1.2)^2$ ಎಂಬೀ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಎರಡನೇ ಘಾತಗಳನ್ನು ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕಿರುವುದಾಗಿದೆ.

ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಎರಡನೇ ಘಾತವನ್ನು ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವರ್ಗ (square) ಎಂದು ಹೇಳುವರು.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ,

$3 \times 3 = 3^2$	3 ರ ವರ್ಗ
$1\frac{1}{2} \times 1\frac{1}{2} = \left(1\frac{1}{2}\right)^2$	$1\frac{1}{2}$ ರ ವರ್ಗ
$1.2 \times 1.2 = (1.2)^2$	1.2 ರ ವರ್ಗ

ಆಗ ಯಾವುದೇ ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು, ಅದರ ಭುಜದ ವರ್ಗವಾಗಿದೆಯೆಂದು ಹೇಳಬಹುದು.

ಇನ್ನೊಂದು ಪ್ರಶ್ನೆ:

25 ಚದರ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ಚೌಕವನ್ನು ರಚಿಸಲು, ಭುಜಗಳ ಉದ್ದ ಎಷ್ಟಾಗಿರಬೇಕು ?

ಭುಜದ ಉದ್ದದ ವರ್ಗವು ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಆಗಿದೆ; ಆಗ ಪ್ರಶ್ನೆ ಹೀಗಿರುವುದು:

ಯಾವ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವರ್ಗ 25 ಆಗಿದೆ ?

ಇನ್ನೂ ಹೆಚ್ಚು ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗಿ ಹೇಳಿದರೆ,

ಯಾವ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಅದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ 25 ಸಿಗುವುದು ?

ಸ್ವಲ್ಪ ಆಲೋಚಿಸಿದರೆ $5 \times 5 = 25$ ಎಂದು ಸಿಗುವುದು. ಆಗ, ಭುಜದ ಉದ್ದ 5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್.

ಇಲ್ಲಿ, ಯಾವ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವರ್ಗ 25 ಆಗಿದೆ ಎಂಬ ಪ್ರಶ್ನೆಗೆ ಉತ್ತರವಾಗಿ 5 ಲಭಿಸಿದೆ. ಇದನ್ನು ಇನ್ನೊಂದು ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಹೇಳಬಹುದು:

25 ರ ವರ್ಗಮೂಲ (square root) 5 ಆಗಿದೆ.

5 ರ ವರ್ಗ 25 ಎಂಬುದನ್ನು ಚುಟುಕಾಗಿ ಬರೆಯುವುದು

$$5^2 = 25$$

ಎಂದಾಗಿದೆಯಲ್ಲವೇ; ಇದನ್ನು ತಿರುಗಿಸಿ ಹೇಳಿದರೆ 25 ರ ವರ್ಗಮೂಲ 5 ಆಗಿದೆ; ಚುಟುಕಾಗಿ ಬರೆಯಲು $\sqrt{\ }$ ಎಂಬ ಚಿಹ್ನೆಯನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸುತ್ತಾರೆ.

$$\sqrt{25} = 5$$

ಈ ಮೊದಲು ಮಾಡಿರುವ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನೂ ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ತಿರುಗಿಸಿ ಬರೆಯಬಹುದು:

$9 = 3 \times 3 = 3^2$	3 ರ ವರ್ಗ 9	$\sqrt{9} = 3$	9 ರ ವರ್ಗಮೂಲ 3
$2\frac{1}{4} = 1\frac{1}{2} \times 1\frac{1}{2} = \left(1\frac{1}{2}\right)^2$	$1\frac{1}{2}$ ರ ವರ್ಗ $2\frac{1}{4}$	$\sqrt{2\frac{1}{4}} = 1\frac{1}{2}$	$2\frac{1}{4}$ ರ ವರ್ಗಮೂಲ $1\frac{1}{2}$
$1.44 = 1.2 \times 1.2 = (1.2)^2$	1.2 ರ ವರ್ಗ 1.44	$\sqrt{1.44} = 1.2$	1.44 ರ ವರ್ಗಮೂಲ 1.2

ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವರ್ಗಮೂಲ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು ಅಷ್ಟು ಸುಲಭವಲ್ಲ. ಸಣ್ಣ ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿರುವುದಾದರೆ, ವರ್ಗಗಳನ್ನು ಒಂದೊಂದಾಗಿ ನೋಡಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು. ಸ್ವಲ್ಪ ದೊಡ್ಡ ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಅಪವರ್ತಿಸಿ ಇದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಈ ಲೆಕ್ಕವನ್ನು ನೋಡಿರಿ:

196 ಚದರ ಮೀಟರ್ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ಚೌಕದ ಒಂದು ಭುಜದ ಉದ್ದ ಎಷ್ಟು ?

ಇಲ್ಲಿ ಯಾವ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವರ್ಗ 196 ಎಂದು ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕಬೇಕು; ಅಂದರೆ, 196 ರ ವರ್ಗಮೂಲವನ್ನು ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕಬೇಕು.

196 ನ್ನು ಅಪವರ್ತಿಸಿದರೆ

$$196 = 2 \times 2 \times 7 \times 7 = 2^2 \times 7^2$$

ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು. ಘಾತಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವು, ಗುಣಲಬ್ಧದ ಘಾತವಾಗಿರುವುದೆಂದು **ಆವರ್ತನ ಗುಣಾಕಾರ** ಎಂಬ ಪಾಠದಲ್ಲಿ ನೋಡಿದ್ದೇವಲ್ಲವೇ. (ಯಾವುದೇ ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಯಾದರೂ $x^n y^n = (xy)^n$)

ಆಗ,

$$196 = 2^2 \times 7^2 = (2 \times 7)^2 = 14^2$$

ಇದನ್ನು ತಿರುಗಿಸಿ ಬರೆದರೆ,

$$\sqrt{196} = 14$$

ಅಂದರೆ ಚೌಕದ ಭುಜ 14 ಮೀಟರ್

ಈ ವಿಧಾನವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕೆಳಗೆ ನೀಡಲಾಗಿರುವ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಮಾಡಬಹುದಲ್ಲವೇ.

1.96 ಚದರ ಮೀಟರ್ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ಚೌಕದ ಒಂದು ಭುಜದ ಉದ್ದ ಎಷ್ಟು ?

$$1.96 = \frac{196}{100} = \frac{14^2}{10^2} = \left(\frac{14}{10}\right)^2 = (1.4)^2$$

ಇನ್ನೊಂದು ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಇದನ್ನು ಬರೆದರೆ, $\sqrt{1.96} = 1.4$

ಅಂದರೆ, ಭುಜದ ಉದ್ದ 1.4 ಮೀಟರ್

ಕೆಲವು ಚೌಕಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕೆಳಗೆ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಭುಜಗಳ ಉದ್ದಗಳನ್ನು ಲೆಕ್ಕಹಾಕಿ ನೋಡಿರಿ. ಉತ್ತರಗಳನ್ನು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವರ್ಗಮೂಲವಾಗಿ ಬರೆಯಿರಿ:

(i) 49 ಚದರ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್

(ii) 169 ಚದರ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್

(iii) 400 ಚದರ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್

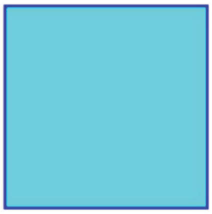
(iv) 225 ಚದರ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್

(v) 1.69 ಚದರ ಮೀಟರ್

(vi) $6\frac{1}{4}$ ಚದರ ಮೀಟರ್

ಇಮ್ಮಡಿ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

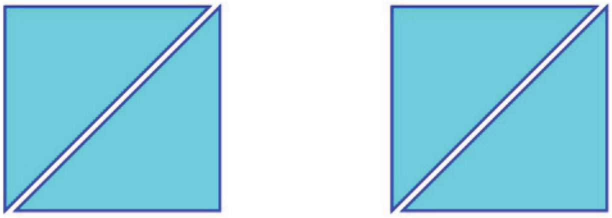
ಚಾರ್ಟ್ ಪೇಪರಿನಿಂದ ಒಂದು ಚೌಕವನ್ನು ಕತ್ತರಿಸಿ ತೆಗೆಯಿರಿ:



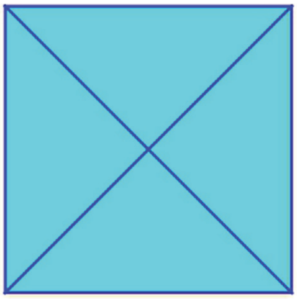
ಇದರ ಎರಡು ಮಡಿ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ಚೌಕವನ್ನು ರಚಿಸುವುದು ಹೇಗೆ ?

ಈ ಚೌಕದ ಭುಜಗಳ ಉದ್ದಗಳನ್ನು ಅಳತೆ ಮಾಡಿದರೆ, ಅದರ ವರ್ಗವಾಗಿ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಲೆಕ್ಕಹಾಕಬಹುದು; ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಎರಡು ಮಡಿಯನ್ನು ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕಿ, ಅದರ ವರ್ಗಮೂಲವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದರೆ, ಈ ಹೇಳಿರುವ ದೊಡ್ಡ ಚೌಕದ ಭುಜಗಳ ಉದ್ದ ಸಿಗುವುದು.

ಅಳತೆ ಮಾಡದೆ ಅಥವಾ ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕದೆ ಇಂತಹ ಒಂದು ದೊಡ್ಡ ಚೌಕವನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸಬಹುದು. ಅದಕ್ಕಾಗಿ ಮೊದಲು ಇದರಷ್ಟೇ ಗಾತ್ರದ ಇನ್ನೊಂದು ಚೌಕವನ್ನು ಕತ್ತರಿಸಿ ತೆಗೆಯಿರಿ. (ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಇಮ್ಮಡಿಯಾಗಬೇಕಲ್ಲವೇ) ಎರಡೂ ಚೌಕಗಳನ್ನು ಕರ್ಣಗಳ ಮೂಲಕ ಕತ್ತರಿಸಿರಿ.



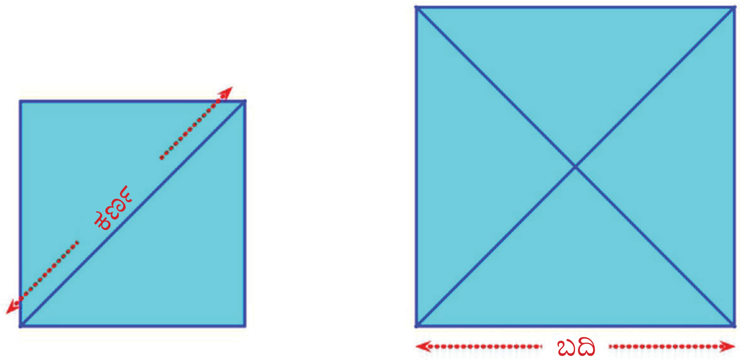
ಈ ನಾಲ್ಕೂ ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನು ಈ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ಜೋಡಿಸಿರಿ.



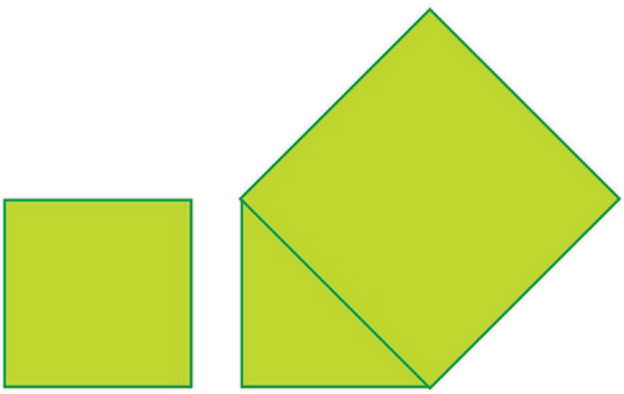
ಮೊದಲ ಎರಡು ಚೌಕಗಳ ಎಲ್ಲಾ ಭಾಗಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ದೊಡ್ಡ ಚೌಕವನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸಲಾಗಿದೆ; ಆದುದರಿಂದ ಅದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ, ಒಂದು ಸಣ್ಣ ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಎರಡು ಮಡಿಯಾಗಿದೆ.

ಇನ್ನೊಂದು ರೀತಿಯಲ್ಲೂ ಇದನ್ನು ಹೇಳಬಹುದು: ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಣ್ಣ ಚೌಕವು ಸಮಾನವಾಗಿರುವ ಎರಡು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನಗಳು ಸೇರಿ ಉಂಟಾಗಿದೆ; ದೊಡ್ಡ ಚೌಕವು ಇಂತಹ ನಾಲ್ಕು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನಗಳು ಸೇರಿರುವವುಗಳಾಗಿವೆ.

ದೊಡ್ಡ ಚೌಕದ ಬದಿಯು ಸಣ್ಣ ಚೌಕದ ಯಾವುದಾದರೂ ಅಳತೆಯಾಗಿದೆಯೇ ?

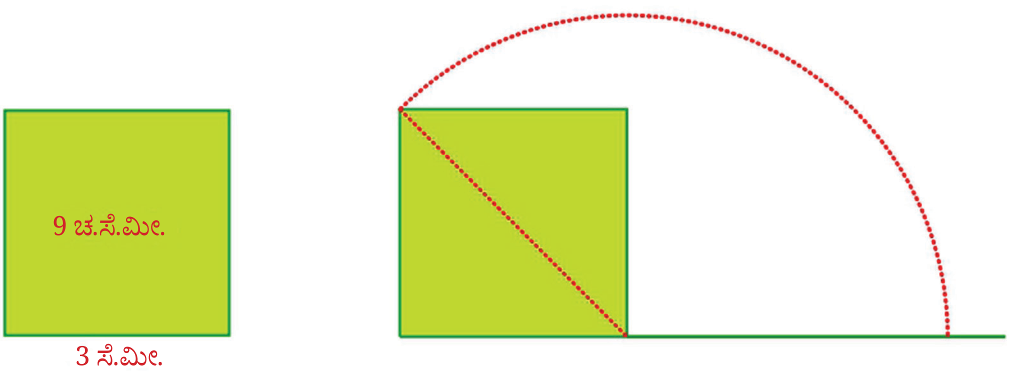


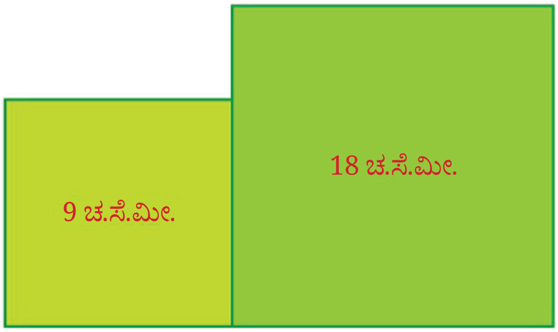
ಆಗ ಒಂದು ಚೌಕದ ಎರಡು ಮಡಿ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ಇನ್ನೊಂದು ಚೌಕವನ್ನು ರಚಿಸಬೇಕಾದರೆ, ಕರ್ಣ ಭುಜವಾಗಿರುವಂತೆ ಒಂದು ಚೌಕವನ್ನು ರಚಿಸಿದರೆ ಸಾಕು.



ಜಿಯೋಜಿಬ್ರದಲ್ಲಿ *Regular Polygon* ಟೂಲ್ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಕ್ಲಿಕ್ ಮಾಡಿ ಶಿರಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ 4 ಎಂದು ನೀಡಿ ಚೌಕವನ್ನು ರಚಿಸಬಹುದು. ಹೀಗೆ ಒಂದು ಚೌಕ *ABCD* ಯನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ. ಇದರ ಒಂದು ಕರ್ಣ ಭುಜವಾಗಿ ಇನ್ನೊಂದು ಚೌಕವನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ. (*Regular Polygon* ಟೂಲ್ ಉಪಯೋಗಿಸಿ *D, B* ಎಂಬ ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಕ್ಲಿಕ್ ಮಾಡಿದರೆ ಸಾಕು.) ಎರಡೂ ಚೌಕಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (*Area* ಟೂಲ್ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಚೌಕಗಳೊಳಗೆ ಕ್ಲಿಕ್ ಮಾಡಿದರೆ ಸಾಕು.) ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳೊಳಗಿನ ಸಂಬಂಧವೇನು ? ಮೊದಲು ರಚಿಸಿದ ಚೌಕದ ಭುಜದ ಉದ್ದವನ್ನು ಬದಲಾಯಿಸಿ ನೋಡಿರಿ. (*B* ಎಂಬ ಶಿರದ ಸ್ಥಾನವನ್ನು ಬದಲಾಯಿಸಿದರೆ ಸಾಕು.)

ಎರಡೂ ಚೌಕಗಳು ಬೇರೆ ಬೇರೆಯಾಗಿ ಕಾಣಬೇಕಾದರೆ, ಸಣ್ಣ ಚೌಕದ ಯಾವುದಾದರೂ ಭುಜವನ್ನು ವೃದ್ಧಿಸಿ, ಅದರಲ್ಲಿ ಕರ್ಣದ ಉದ್ದವನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ, ದೊಡ್ಡ ಚೌಕವನ್ನು ರಚಿಸಬಹುದು:





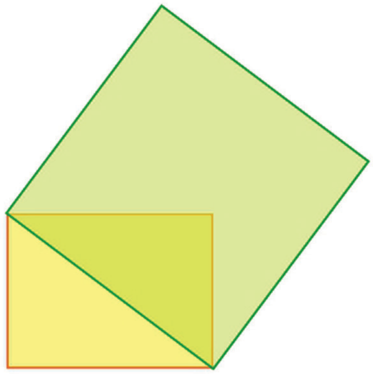
ಇದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಈ ಕೆಳಗೆ ಕೊಡಲಾಗಿರುವ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳಿರುವ ಚೌಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಬಹುದಲ್ಲವೇ:

(i) 32 ಚದರ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ (ii) 50 ಚದರ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್

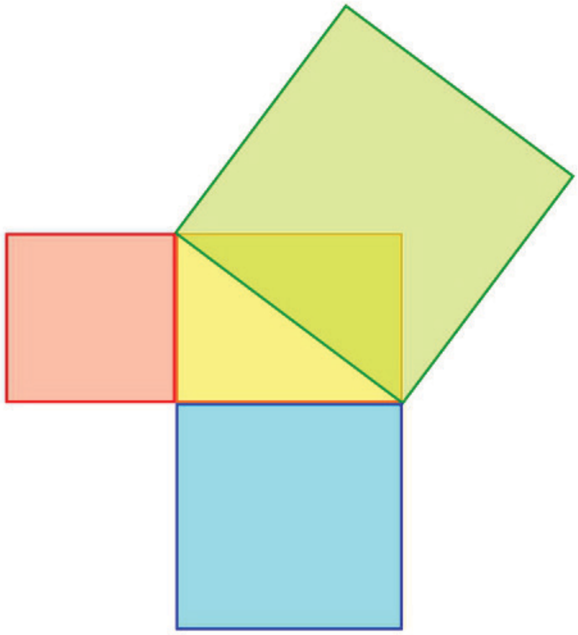
(iii) 12.5 ಚದರ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ (iv) $24\frac{1}{2}$ ಚದರ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್

ಆಯತವೂ ಚೌಕವೂ

ಚೌಕದ ಕರ್ಣವು ಭುಜವಾಗಿರುವಂತೆ ರಚಿಸಿದ ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಎರಡು ಮಡಿಯಾಗಿದೆಯೆಂದು ನೋಡಿದೆವು. ಭುಜಗಳ ಉದ್ದ ಸಮಾನವಲ್ಲದ ಆಯತದ ಕರ್ಣವು ಭುಜವಾಗಿರುವಂತೆ ಚೌಕವನ್ನು ರಚಿಸಿದರೋ ?

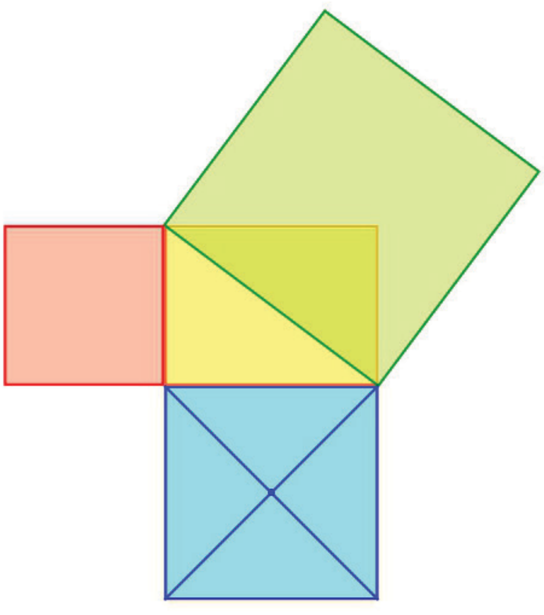


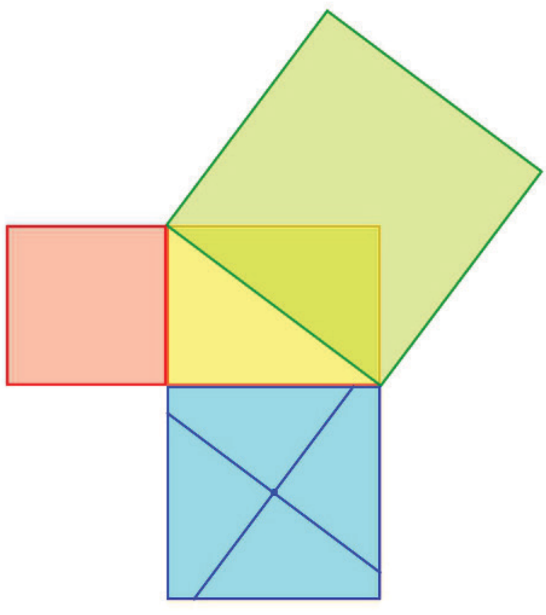
ಈ ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಕ್ಕೆ, ಆಯತದ ಭುಜಗಳಲ್ಲಿ ರಚಿಸುವ ಚೌಕಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳೊಂದಿಗೆ ಸಂಬಂಧವಿದೆ:



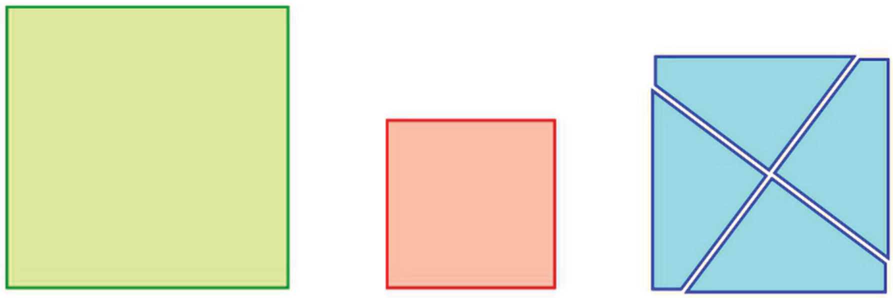
ಅದನ್ನು ತಿಳಿಯಲು ಒಂದು ಆಯತವನ್ನು, ಅದರ ಎರಡು ಭುಜಗಳಲ್ಲೂ ಕರ್ಣದಲ್ಲೂ ಚೌಕಗಳನ್ನು ಈ ಮೇಲಿನ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಸೂಚಿಸಿರುವಂತೆ ಚಾರ್ಟ್ ಪೇಪರ್ ನಲ್ಲಿ ರಚಿಸಿರಿ.

ಇದನ್ನು ಕತ್ತರಿಸಿ ತೆಗೆಯುವುದರ ಮೊದಲು, ಕೆಲವು ಗೆರೆಗಳನ್ನು ಕೂಡ ಎಳೆಯಬೇಕು. ಮೊದಲು ಕೆಳಗಿನ ಚೌಕಕ್ಕೆ ಕರ್ಣಗಳನ್ನು ಎಳೆದು ಅವುಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಛೇದಿಸುವ ಬಿಂದುವನ್ನು ಗುರುತಿಸಿರಿ. ನಂತರ ಕರ್ಣಗಳನ್ನು ಉಜ್ಜಿ ತೆಗೆದು, ಮೊದಲು ಗುರುತಿಸಿರುವ ಬಿಂದುವಿನ ಮೂಲಕ, ದೊಡ್ಡ ಚೌಕದ ಭುಜಗಳಿಗೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿರುವ ಗೆರೆಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿಃ

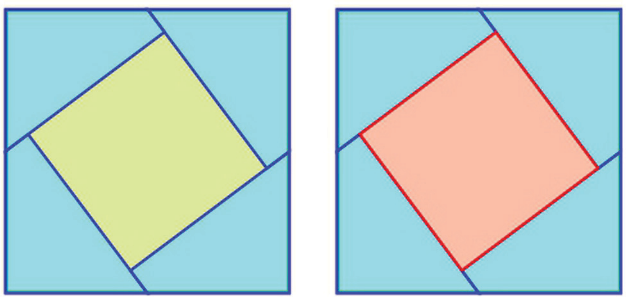




ಇನ್ನು ಈ ಮೂರೂ ಚೌಕಗಳನ್ನು ಕತ್ತರಿಸಿ ತೆಗೆಯಿರಿ. ನೀಲಿ ಚೌಕವನ್ನು ಅದರೊಳಗೆ ಎಳೆದ ಗೆರೆಗಳ ಮೂಲಕ ನಾಲ್ಕಾಗಿ ಕತ್ತರಿಸಿರಿ:



ನೀಲಿ ಚೌಕದ ಈ ತುಂಡುಗಳನ್ನೂ ಕೆಂಪು ಚೌಕವನ್ನು ಇಡಿಯಾಗಿಯೂ ಹಸುರು ಚೌಕದೊಳಗೆ ಈ ಕೆಳಗೆ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ ಇರಿಸಿ ನೋಡಿರಿ:



ಜಿಯೋಜಿಬ್ರದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಆಯತವನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ. (*Grid* ಉಪಯೋಗಿಸಿದರೆ ಸುಲಭದಲ್ಲಿ ರಚಿಸಬಹುದು.)

Regular Polygon ಟೂಲ್ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಆಯತದ ಭುಜಗಳಲ್ಲೂ ಕರ್ಣದಲ್ಲೂ ಚೌಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ. ಇವುಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿರಿ. ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳೊಳಗಿನ ಇರುವ ಸಂಬಂಧವೇನು ? ಆಯತದ ಭುಜಗಳ ಉದ್ದಗಳನ್ನು ಬದಲಾಯಿಸಿ ನೋಡಿರಿ.

ಇದೇ ರೀತಿ ಇತರ ಆಯತಗಳಲ್ಲೂ ಭುಜಗಳ ಮತ್ತು ಕರ್ಣಗಳ ಮೂಲಕವಿರುವ ಚೌಕಗಳನ್ನು ಕತ್ತರಿಸಿ ಪರಿಶೀಲಿಸಿರಿ. ಭುಜಗಳ ಮೂಲಕವಿರುವ ಚೌಕಗಳಿಂದ ಕರ್ಣದ ಮೂಲಕವಿರುವ ಚೌಕವನ್ನು ಸರಿಯಾಗಿ ತುಂಬಿಸಬಹುದಲ್ಲವೇ.

ಆಗ ಈ ಮೂರು ಚೌಕಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಕುರಿತು ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಏನನ್ನು ಹೇಳಬಹುದು ?

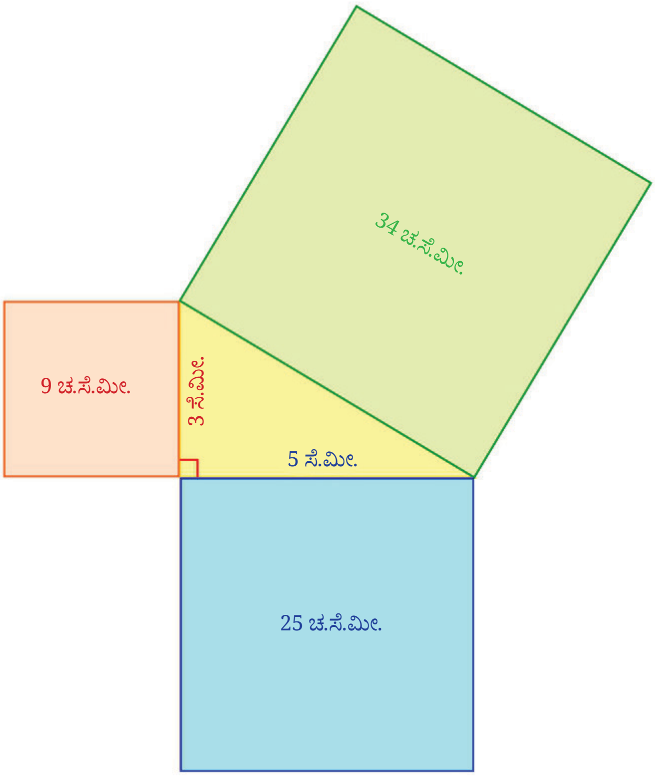
ಯಾವುದೇ ಆಯತದ ಕರ್ಣವು ಭುಜವಾಗಿರುವಂತೆ ರಚಿಸುವ ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು, ಹತ್ತಿರ ಹತ್ತಿರದ ಎರಡು ಭುಜಗಳಲ್ಲಿ ರಚಿಸುವ ಚೌಕಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮಾನವಾಗಿದೆ.

ಇದನ್ನು ಇನ್ನೊಂದು ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಹೇಳಬಹುದು.

ಯಾವುದೇ ಆಯತದ ಎರಡು ಬದಿಗಳೂ ಕರ್ಣವೂ ಸೇರಿ ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನ ಉಂಟಾಗುವುದಲ್ಲವೇ. ಆಯತದ ಭುಜಗಳು ಈ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದ ಲಂಬ ಭುಜಗಳಾಗಿವೆ; ಆಯತದ ಕರ್ಣವು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದ ಅತಿ ಉದ್ದದ ಭುಜವೂ ಆಗಿದೆ. ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದ ಅತಿ ಉದ್ದದ ಭುಜವನ್ನು ಅದರ ಕರ್ಣ (hypotenuse) ಎಂದು ಹೇಳುವರು. ಆಗ ಈ ಮೇಲೆ ಬರೆದಿರುವ ವಿಚಾರವನ್ನು ಹೀಗೂ ಹೇಳಬಹುದು:

ಯಾವುದೇ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದ ಕರ್ಣವು ಭುಜವಾಗಿರುವಂತೆ ರಚಿಸುವ ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು, ಲಂಬಭುಜಗಳಲ್ಲಿ ರಚಿಸುವ ಚೌಕಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮಾನವಾಗಿರುವುದು.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದ ಲಂಬ ಭುಜಗಳು 5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಮತ್ತು 3 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿರುವುದಾದರೆ, ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ರಚಿಸುವ ಚೌಕಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು $5^2 = 25$ ಚದರ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಮತ್ತು $3^2 = 9$ ಚದರ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿವೆಯಲ್ಲವೇ; ಆಗ ಕರ್ಣದಲ್ಲಿ ರಚಿಸುವ ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $25 + 9 = 34$ ಚದರ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್:



ಜಿಯೋಜೀಬ್ರದಲ್ಲಿ *Min* = 3 ಆಗಿರುವಂತೆ *n* ಎಂಬ ಹೆಸರಿನಲ್ಲಿ ಒಂದು *integer slider* ನಿರ್ಮಿಸಿರಿ. ಇದಕ್ಕಾಗಿ *slider* ಟೂಲ್ ತೆಗೆದು ಕ್ಲಿಕ್ ಮಾಡಿದಾಗ ಲಭಿಸುವ ವಿಂಡೋದಲ್ಲಿ *Min* ಎಂಬುದು 3 ಎಂದು ನೀಡಿ ok ಕ್ಲಿಕ್ ಮಾಡಿರಿ. ಇನ್ನು ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ. *Regular Polygon* ಟೂಲ್ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ತ್ರಿಕೋನದ ಎರಡು ಶಿರಗಳಲ್ಲಿ ಕ್ಲಿಕ್ ಮಾಡಿದಾಗ ಲಭಿಸುವ ವಿಂಡೋದಲ್ಲಿ ಶಿರಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ *n* ಎಂದು ನೀಡಿರಿ. ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ತ್ರಿಕೋನದ ಭುಜಗಳಲ್ಲಿ *n* ಭುಜಗಳಿರುವ ಸಮಬಹುಭುಜಗಳನ್ನು ರಚಿಸಬಹುದು. ($n = 3$ ಆಗುವಾಗ ಸಮಭುಜ ತ್ರಿಕೋನ, $n = 4$ ಆಗುವಾಗ ಚೌಕ ಎಂಬಂತೆ). ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದ ಮೂರು ಭುಜಗಳಲ್ಲೂ ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ *n* ಭುಜಗಳಿರುವ ಸಮಬಹುಭುಜಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳನ್ನು ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕಿರಿ. ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳೊಳಗೆ ಇರುವ ಸಂಬಂಧವೇನು ? ತ್ರಿಕೋನದ ಭುಜಗಳ ಉದ್ದವನ್ನೂ ಬಹುಭುಜಗಳ ಭುಜಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನೂ ಬದಲಾಯಿಸಿ ನೋಡಿರಿ.

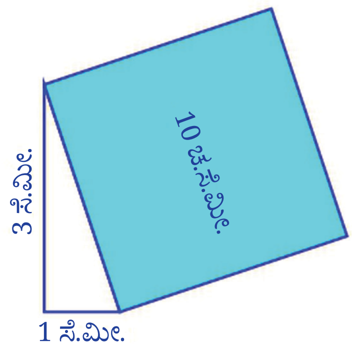
ಪುರಾತನ ಕಾಲದಲ್ಲಿ ಗ್ರೀಸ್ ನಲ್ಲಿ ಜೀವಿಸಿದ್ದ ಪೈಥಾಗರಸ್ ಎಂಬ ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರಜ್ಞನ ಹೆಸರನ್ನು ಸೇರಿಸಿ, **ಪೈಥಾಗರಸ್ ಸಿದ್ಧಾಂತ** ಎಂಬುದಾಗಿ ಈ ವಿಚಾರವು ತಿಳಿಯಲ್ಪಡುವುದು.

ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ಕೆಲವು ಚೌಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಲು ಈ ಸಿದ್ಧಾಂತವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಬಹುದು. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, 10 ಚದರ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಇರುವ ಚೌಕವನ್ನು ರಚಿಸಲು ಮೊದಲು 10 ನ್ನು ಹೀಗೆ ಬರೆಯಿರಿ.

$$10 = 1 + 9 = 1^2 + 3^2$$

ಅಂದರೆ ಭುಜಗಳೆಲ್ಲಾ 1 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿರುವ ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಮತ್ತು ಭುಜಗಳೆಲ್ಲಾ 3 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿರುವ ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕೂಡಿಸಿದಾಗ 10 ಸಿಗುವುದು. ಆಗ ಪೈಥಾಗರಸ್ ಸಿದ್ಧಾಂತದ ಪ್ರಕಾರ, ಲಂಬ ಭುಜಗಳು

1 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್, 3 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿರುವ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸಿ ಅದರ ಕರ್ಣದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಚೌಕವನ್ನು ರಚಿಸಿದರೆ 10 ಚದರ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಇರುವ ಚೌಕ ಸಿಗುವುದು.



ಈ ಕೆಳಗೆ ಸೂಚಿಸಿರುವ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಇರುವ ಚೌಕಗಳನ್ನು ಜಿಯೋಜಿಬ್ರ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ರಚಿಸಿರಿ. ನೀವು ರಚಿಸಿರುವುದು ಸರಿಯಾಗಿದೆಯೇ ಎಂದು *Area* ಟೂಲ್ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಪರಿಶೀಲಿಸಬಹುದು.

i) 13   ii) 20   iii) 26

ಇನ್ನು 11 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ಚೌಕವನ್ನು ಹೇಗೆ ರಚಿಸಬಹುದು ?

11 ನ್ನು ಎರಡು ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತವಾಗಿ ಬರೆಯಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ. (ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ ನೋಡಿರಿ!) ಆದುದರಿಂದ ಈಗ ಮಾಡಿದಂತೆಯೇ ಹೀಗೊಂದು ಚೌಕವನ್ನು ಮಾಡಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ.

ಇನ್ನೊಂದು ವಿಧಾನದಲ್ಲಿ ಯೋಚಿಸುವ. ಪೈಥಾಗರಸ್ ಸಿದ್ಧಾಂತದಂತೆ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದ ಕರ್ಣದಲ್ಲಿ ರಚಿಸುವ ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದಿಂದ ಬೇರೆ ಯಾವುದಾದರೂ ಭುಜದಲ್ಲಿ ರಚಿಸುವ ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಳೆದರೆ, ಮೂರನೆಯ ಭುಜದಲ್ಲಿ ರಚಿಸುವ ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಸಿಗುವುದಲ್ಲವೇ.

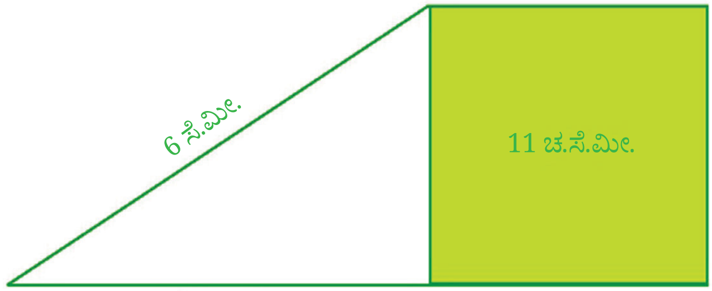
ಆಗ 11 ಚದರ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಇರುವ ಚೌಕವನ್ನು ರಚಿಸಲು, 11ನ್ನು ಎರಡು ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸವಾಗಿ ಬರೆದರೆ ಸಾಕು.

ಸ್ವಲ್ಪ ಆಲೋಚಿಸಿದರೆ

$$11 = 36 - 25 = 6^2 - 5^2$$

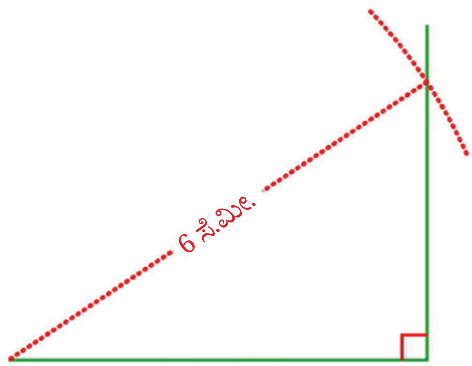
ಎಂದು ಸಿಗುವುದು.

ಆದುದರಿಂದ ಕರ್ಣ 6 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್, ಇನ್ನೊಂದು ಭುಜ 5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿರುವ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದ ಮೂರನೆಯ ಭುಜದಲ್ಲಿ ರಚಿಸುವ ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು 11 ಚದರ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿರುವುದು.



ಹೀಗಿರುವ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನೂ ರಚಿಸುವುದು ಹೇಗೆ ?

5 ಸೆ.ಮೀ. ಉದ್ದವಿರುವ ಒಂದು ಗೆರೆಯನ್ನೂ ಅದರ ಒಂದು ತುದಿಯಲ್ಲಿ ಲಂಬವನ್ನೂ ಎಳೆಯಿರಿ. ನಂತರ ಇನ್ನೊಂದು ತುದಿಯನ್ನು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿ, 6 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ವೃತ್ತಭಾಗವನ್ನು ರಚಿಸಿ, ಈ ಲಂಬವನ್ನು ಛೇದಿಸುವ ಬಿಂದುವನ್ನು ಗುರುತಿಸಿದರೆ ಸಾಕಲ್ಲವೇ:



ಇನ್ನು ಈ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಮಾಡಿನೋಡಿರಿ:

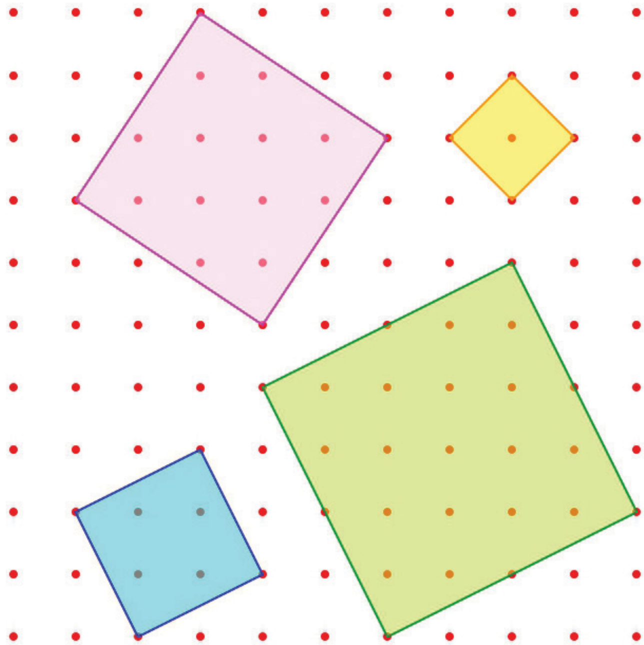
(1) ಈ ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳಿರುವ ಚೌಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.

(i) 17 ಚದರ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್

(ii) 18 ಚದರ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್

(iii) 19 ಚದರ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್

(2) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ 1 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಅಂತರದಲ್ಲಿ ಅಡ್ಡಕ್ಕೂ ನೀಟಕ್ಕೂ ಹಾಕಿರುವ ಚುಕ್ಕಿಗಳಲ್ಲಿ ಕೆಲವನ್ನು ಜೋಡಿಸಿ ಚೌಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಲಾಗಿದೆ.



ಪ್ರತಿಯೊಂದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಲೆಕ್ಕಹಾಕಿರಿ.

ಉದ್ದ ಲೆಕ್ಕಗಳು

ಲಂಬಕೋನತ್ರಿಕೋನಗಳ ಭುಜಗಳಲ್ಲಿ ರಚಿಸುವ ಚೌಕಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳೊಳಗಿನ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಪೈಥಾಗರಸ್ ಸಿದ್ಧಾಂತದಲ್ಲಿ ಹೇಳುವುದಾಗಿದೆ.

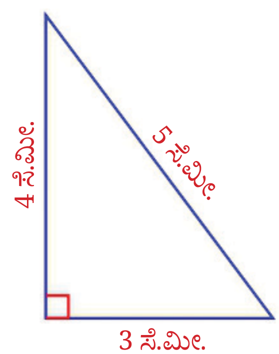
ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು, ಭುಜದ ಉದ್ದದ ವರ್ಗವಾಗಿದೆಯಲ್ಲವೇ. ಆಗ ಪೈಥಾಗರಸ್ ಸಿದ್ಧಾಂತವನ್ನು, ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಭುಜಗಳೊಳಗಿನ ಸಂಬಂಧವಾಗಿಯೂ ಹೇಳಬಹುದು:

> ಯಾವುದೇ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದ ಕರ್ಣದ ವರ್ಗವು, ಲಂಬಭುಜಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತವಾಗಿದೆ.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದ ಲಂಬಭುಜಗಳ ಉದ್ದಗಳು 3 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಹಾಗೂ 4 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆದರೆ ಕರ್ಣದ ವರ್ಗವು

$$3^2 + 4^2 = 25$$

ಆಗಿದೆ. ಆಗ, ಕರ್ಣದ ಉದ್ದ 5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್.



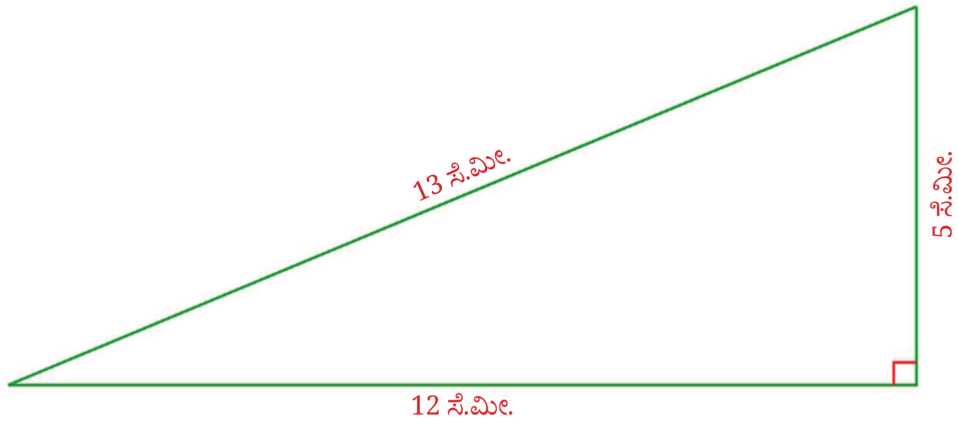
ಇನ್ನೊಂದು ಪ್ರಶ್ನೆ:

ಕರ್ಣ 13 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಮತ್ತು ಇನ್ನೊಂದು ಭುಜದ ಉದ್ದ 12 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿರುವ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದ ಮೂರನೇ ಭುಜದ ಉದ್ದ ಎಷ್ಟು?

ಮೂರನೆಯ ಭುಜದ ವರ್ಗವನ್ನು ಮತ್ತೊಂದು ಲಂಬ ಭುಜದ ಉದ್ದವಾದ 12 ರ ವರ್ಗವನ್ನು ಕೂಡಿಸಿದರೆ ಕರ್ಣದ ಉದ್ದವಾದ 13 ರ ವರ್ಗ ಸಿಗಬೇಕಲ್ಲವೇ. ಆಗ,

$$\text{ಮೂರನೆಯ ಭುಜದ ವರ್ಗ} = 13^2 - 12^2 = 169 - 144 = 25$$

ಇದರಿಂದ ಮೂರನೆಯ ಭುಜದ ಉದ್ದವು 5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಎಂದು ತಿಳಿಯಬಹುದಲ್ಲವೇ.



ಇನ್ನು ಈ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಮಾಡಿ ನೋಡಿರಿ:

(1) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಲೆಕ್ಕದಲ್ಲೂ ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದ ಎರಡು ಭುಜಗಳ ಉದ್ದಗಳನ್ನು ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಮೂರನೇ ಭುಜದ ಉದ್ದವನ್ನು ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕಿರಿ:

(i) ಲಂಬಭುಜಗಳು 6 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್, 8 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್

(ii) ಲಂಬಭುಜಗಳು 9 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್, 12 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್

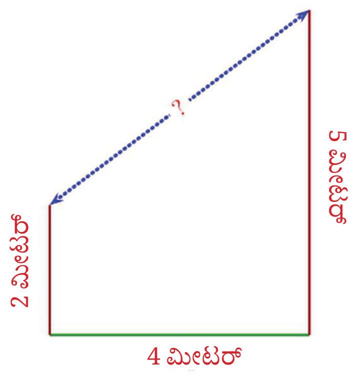
(iii) ಲಂಬಭುಜಗಳು 7 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್, 24 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್

(iv) ಲಂಬಭುಜಗಳು 14 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್, 48 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್

(v) ಕರ್ಣ 17 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್, ಇನ್ನೊಂದು ಭುಜ 15 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್

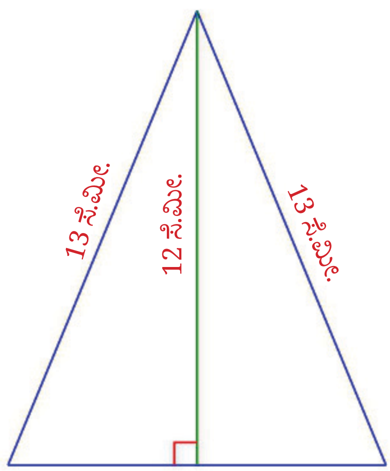
(vi) ಕರ್ಣ 34 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್, ಇನ್ನೊಂದು ಭುಜ 30 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್

(2) 2 ಮೀಟರ್ ಮತ್ತು 5 ಮೀಟರ್ ಎತ್ತರವಿರುವ ಎರಡು ಕಂಬಗಳು ಪರಸ್ಪರ 4 ಮೀಟರ್ ಅಂತರದಲ್ಲಿವೆ.

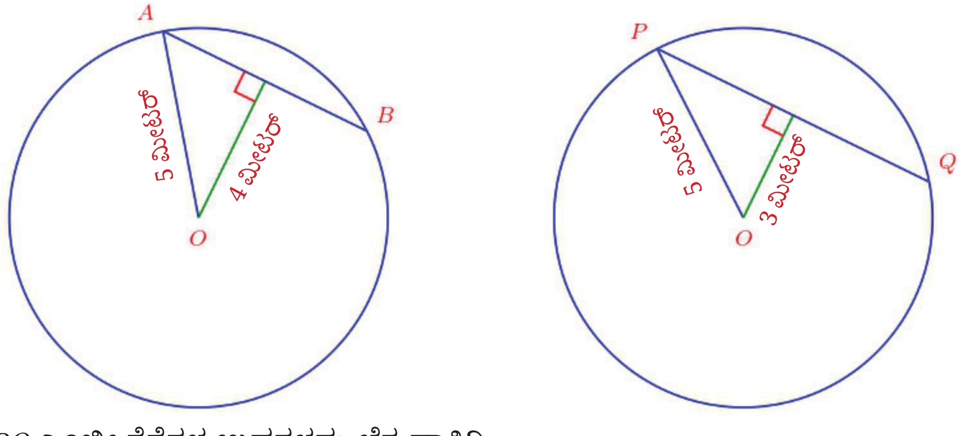


ಕಂಬಗಳ ಮೇಲಿನ ತುದಿಗಳೊಳಗಿನ ದೂರವೆಷ್ಟು ?

(3) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿರುವ ತ್ರಿಕೋನದ ಕೆಳಭಾಗದ ಭುಜದ ಉದ್ದವನ್ನು ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕಿರಿ.



(4) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರಗಳಲ್ಲಿ *O* ವೃತ್ತ ಕೇಂದ್ರ. *A, B, P, Q* ಎಂಬಿವುಗಳು ವೃತ್ತದ ಬಿಂದುಗಳಾಗಿವೆ:



AB, PQ ಎಂಬೀ ಗೆರೆಗಳ ಉದ್ದಗಳನ್ನು ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕಿರಿ.

12 ಬೀಜಗಣಿತ

ಸಂಖ್ಯೆಗಳೂ ಬೀಜಗಣಿತವೂ

ಅಳತೆಗಳು ಮತ್ತು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಕುರಿತು ಇರುವ ವಿಚಾರಗಳನ್ನು ಅಕ್ಷರಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತವಾಗಿ ಬರೆಯುವ ಬೀಜಗಣಿತ ರೀತಿಯನ್ನು ಸ್ವಲ್ಪಮಟ್ಟಿಗೆ ಅರ್ಥೈಸಿಕೊಂಡಿದ್ದೇವಲ್ಲವೇ.

ಬೀಜಗಣಿತವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸುವ ಇತರ ಕೆಲವು ಸಂದರ್ಭಗಳನ್ನು ನೋಡುವ.

ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಂದ ಪ್ರಾರಂಭಿಸುವ. ಹತ್ತಿರ ಹತ್ತಿರದ ಎರಡು ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸಿದಾಗ ಈ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ಸಿಗುವುದು:

$$1 + 2 = 3$$

$$2 + 3 = 5$$

$$3 + 4 = 7$$

$$4 + 5 = 9$$

ಮೊದಲ ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ಕೂಡಿಸಿದಾಗ ಲಭಿಸಿದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೊಳಗೆ ಏನಾದರೂ ಸಂಬಂಧ ಕಾಣುವುದೇ ?

$$(1 \times 2) + 1 = 3$$

$$(2 \times 2) + 1 = 5$$

$$(3 \times 2) + 1 = 7$$

$$(4 \times 2) + 1 = 9$$

ಇದು ಎಲ್ಲಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೂ ಸರಿಯಾಗುವುದೇ ?

ಉದಾಹರಣೆಗೆ 248 ಕ್ಕೆ 249 ಕೂಡಿಸಿದರೂ 248 ರ 2 ಮಡಿಯೊಂದಿಗೆ 1 ಕೂಡಿಸಿದರೂ ಸಿಗುವುದು ಒಂದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯೇ ?

ಕೂಡಿಸಿಯೂ ಗುಣಿಸಿಯೂ ಪರಿಶೋಧಿಸಬಹುದು. ಆದರೆ ಅದರಿಂದ ಹೀಗೆ ಸಿಗುವುದರ ಕಾರಣ ತಿಳಿಯದು ಅಲ್ಲವೇ ?

ನಮಗೆ $248 + 249$ ನ್ನೂ $(248 \times 2) + 1$ ನ್ನೂ ಹೋಲಿಸಿ ನೋಡಬೇಕು.

ಹೀಗೆ ಆಲೋಚಿಸುವ:

- ಮೊದಲನೇ ಕ್ರಿಯೆಯಲ್ಲಿರುವ 249 ಎಂಬುದು ಎರಡನೇ ಕ್ರಿಯೆಯಲ್ಲಿ ಇಲ್ಲ.
- ಮೊದಲನೇ ಕ್ರಿಯೆಯಿಂದ 249 ನ್ನು ಇಲ್ಲದಂತೆ ಮಾಡುವುದು ಹೇಗೆ ?
- 249 ನ್ನು $248 + 1$ ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದಲ್ಲವೇ ?

ಕೆಳಗಿನಂತೆ ಬರೆದು ನೋಡೋಣ:

$$248 + 249 = 248 + (248 + 1)$$

ಮುಂದೆ ?

ಇದರಲ್ಲಿ ಎರಡು 248 ಗಳು ಸೇರಿದಾಗ 248 ರ 2 ಮಡಿಯಾಗುವುದಿಲ್ಲವೇ ?

$$248 + (248 + 1) = (248 + 248) + 1 = (248 \times 2) + 1$$

ಹತ್ತಿರ ಹತ್ತಿರದ ಬೇರೆ ಎರಡು ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೂ ಇದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಮಾಡಬಹುದಲ್ಲವೇ:

$$432 + 433 = 432 + (432 + 1) = (432 + 432) + 1 = (432 \times 2) + 1$$

ಹಾಗಾದರೆ ಇದನ್ನು ಒಂದು ಸಾಮಾನ್ಯ ತತ್ವವಾಗಿ ಬರೆಯಬಹುದು.

ಹತ್ತಿರ ಹತ್ತಿರದ ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸಿದಾಗ ಸಿಗುವುದೂ ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ಸಣ್ಣ ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಎರಡು ಮಡಿಯೊಂದಿಗೆ ಒಂದು ಕೂಡಿಸಿದಾಗ ಸಿಗುವುದೂ ಒಂದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದೆ.

ಇನ್ನು ಈ ವಿಚಾರವನ್ನು ಬೀಜಗಣಿತ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಹೇಗೆ ಹೇಳುವುದೆಂದು ನೋಡುವ.

ಹತ್ತಿರ ಹತ್ತಿರದ ಎರಡು ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಸಣ್ಣದನ್ನು x ಎಂದು ಪರಿಗಣಿಸುವ. ನಂತರದ ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಯೋ ?

y ಎಂದಿರಲಿ;

ಆದರೆ ಇಲ್ಲಿ ನಮಗೆ ಬೇಕಾಗಿರುವುದು ಪರಸ್ಪರ ಸಂಬಂಧವೊಂದೂ ಇಲ್ಲದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲ ಅಲ್ಲವೇ. ಒಂದು ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ನಂತರದ ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೊಳಗಿನ ಸಂಬಂಧವೇನು ?

ಒಂದು ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಒಂದು ಕೂಡಿಸಿರುವುದಲ್ಲವೇ ನಂತರದ ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆ ?

ಆಗ x ಒಂದು ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಯಾದರೆ, ಮುಂದಿನ ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಹೇಗೆ ಬರೆಯಬಹುದು ?

x ನೊಂದಿಗೆ 1 ಕೂಡಿಸಿರುವುದು $x + 1$.

ಆಗ ನಾವು ಕೆಳಗಿನಂತೆ ಪ್ರಾರಂಭಿಸುವ:

(i) x ಒಂದು ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆ

(ii) ನಂತರದ ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆ $x + 1$

(iii) ಇವೆರಡನ್ನೂ ಕೂಡಿಸಿದಾಗ ಸಿಗುವ ಸಂಖ್ಯೆ $x + (x + 1)$

ಮುಂದೆ ಸಣ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಎರಡು ಮಡಿಯೊಂದಿಗೆ ಒಂದು ಕೂಡಿಸಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ನೋಡುವ:

(i) ಸಣ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆ x

(ii) ಇದರ ಎರಡು ಮಡಿ $2x$

(iii) ಇದರೊಂದಿಗೆ 1 ಕೂಡಿಸಿರುವುದು $2x + 1$

ಮೇಲೆ ಬರೆದಿರುವ ತತ್ವದ ಬೀಜಗಣಿತ ರೂಪವನ್ನು ಇನ್ನು ಬರೆಯಬಹುದಲ್ಲವೇ:

x ಯಾವುದೇ ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಯಾದರೂ $x + (x + 1) = 2x + 1$

ಇದರಲ್ಲಿ ಒಂದು ವಿಚಾರವನ್ನು ಗಮನಿಸಿದ್ದೀರಾ ? **ಗಣಿತದ ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತ ಬರಹ** ಎಂಬ ಪಾಠದಲ್ಲಿ ನೋಡಿದಂತಹ ಒಂದು ವಿಚಾರ:

x, y, z ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾದರೂ $(x + y) + z = x + (y + z)$

ಈ ಸಮವಾಕ್ಯವನ್ನು ತಿರುಗಿಸಿ ಓದಿದಾಗ

$$x + (y + z) = (x + y) + z$$

ಇದರಲ್ಲಿ y, z ಎಂಬಿವುಗಳನ್ನು ಯಾವುದಾದರೂ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿ ಪರಿಗಣಿಸುವ ಬದಲು x ಮತ್ತು 1 ಆಗಿ ಪರಿಗಣಿಸಿದರೋ ?

$$x + (x + 1) = (x + x) + 1$$

$x + x = 2x$ ಆಗಿದೆಯಲ್ಲವೆ. ಮೇಲಿನ ಸಮವಾಕ್ಯದಲ್ಲಿ ಇದನ್ನು ಬರೆದರೆ,

$$x + (x + 1) = 2x + 1$$

ಈಗ ನೋಡಿದ ಸಾಮಾನ್ಯ ತತ್ವದ ಸಮವಾಕ್ಯವು ಇದೇ ಆಗಿದೆಯಲ್ಲವೇ ?

ಹೀಗೆ ನೋಡುವಾಗ ಇನ್ನೊಂದು ವಿಚಾರವನ್ನು ತಿಳಿಯಬಹುದು: x, y, z ಎಂಬೀ ಮೂರು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತದ ಕುರಿತು ಇರುವ ಸಮವಾಕ್ಯವು ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಮಾತ್ರವಲ್ಲದೆ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೂ ಸರಿಯಾಗುವುದು.

ಆಗ ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಕುರಿತು ಕಂಡುಹಿಡಿದ ತತ್ವವು ಎಲ್ಲಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೂ ಸರಿಯಾಗಿರುವುದು. ಹತ್ತಿರ ಹತ್ತಿರದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಎಂಬುದಕ್ಕೆ ಬದಲಾಗಿ, ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ಅದರೊಂದಿಗೆ ಒಂದು ಕೂಡಿಸಿರುವುದು ಎಂದು

ಬೀಜಗಣಿತದ ಶಕ್ತಿ

5 ಮತ್ತು 6 ನ್ನು ಕೂಡಿಸುವಾಗ ಮೊತ್ತವು 11 ಎಂದು ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕುವುದಲ್ಲದೆ 5 ರೊಂದಿಗೆ 1 ಕೂಡಿಸಿರುವುದು 6 ಆಗಿದೆ ಎಂಬ ವಿಚಾರ ನೆನಪಾಗಬೇಕೆಂದಿಲ್ಲ. ಆದರೆ ಬೀಜಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆ x ಎಂದಾದರೆ ನಂತರದ ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆ $x + 1$ ಎಂದಲ್ಲದೆ ಬೇರೆ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಬರೆಯಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ.

ಇದರಿಂದ ಇರುವ ಪ್ರಯೋಜನ ಏನೆಂದರೆ, ಇವುಗಳ ಮೊತ್ತವು $x + (x + 1)$ ನ್ನು $2x + 1$ ಎಂದೂ ಮುಂದುವರಿದು ಇದು ಸಣ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಎರಡು ಮಡಿಯೊಂದಿಗೆ ಒಂದು ಕೂಡಿಸಿರುವುದೆಂದೂ ಬೇಗನೆ ಹೇಳಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗುವುದು.

ಮಾತ್ರವಲ್ಲದೆ, ಇದರ ಮೂಲಕ ದೊರೆತ

$$x + (x + 1) = 2x + 1$$

ಎಂಬ ಸಮವಾಕ್ಯವು ಮೊದಲು ನೋಡಿದ ಎಲ್ಲಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೂ ಸರಿಯಾಗುವುದೆಂದು ತಿಳಿದೆವು.

$$x + (y + z) = (x + y) + z$$

ಎಂಬ ಸಮವಾಕ್ಯವನ್ನು ಹೋಲಿಸಿ ನೋಡಿದೆವು. ಮೊದಲನೆಯದ್ದು ಎಲ್ಲಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೂ ಸರಿಯಾಗಲಾರದೇ ಎಂಬ ಹೊಸ ಚಿಂತನೆಯನ್ನು ಉಂಟು ಮಾಡುವುದು.

ಬದಲಾಯಿಸಿದರೆ ಸಾಕು:

ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ಅದರೊಂದಿಗೆ ಒಂದು ಕೂಡಿಸಿದ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಪರಸ್ಪರ ಕೂಡಿಸಿದಾಗ ಸಿಗುವುದೂ, ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ಸಣ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಎರಡು ಮಡಿಯೊಂದಿಗೆ ಒಂದು ಕೂಡಿಸಿದಾಗ ಸಿಗುವುದೂ ಒಂದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿರುವುದು.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ

$$\begin{aligned} 5\tfrac{1}{2} + \left(5\tfrac{1}{2} + 1\right) &= \left(5\tfrac{1}{2} + 5\tfrac{1}{2}\right) + 1 \\ &= \left(5\tfrac{1}{2} \times 2\right) + 1 \\ &= 11 + 1 \\ &= 12 \end{aligned}$$

ಇನ್ನು ಹತ್ತಿರ ಹತ್ತಿರದ ಮೂರು ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು, ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದನೇ ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ಮೂರನೇ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಮಾತ್ರ ಕೂಡಿಸಿ ನೋಡಿರಿ:

$1 + 3 = 4$

$2 + 4 = 6$

$3 + 5 = 8$

$4 + 6 = 10$

ಪ್ರತಿಯೊಂದರಲ್ಲಿಯೂ ಮೊತ್ತವು, ಹೊರತುಪಡಿಸಿದ ಮಧ್ಯದ ಸಂಖ್ಯೆಯೊಂದಿಗೆ ಏನಾದರೂ ಸಂಬಂಧವಿರುವುದು ಕಂಡುಬರುವುದೇ ?

ಪ್ರತಿಯೊಂದರ ಎದುರು ಅದನ್ನು ಬರೆದು ನೋಡುವ:

$1 + 3 = 4$	$2 \times 2 = 4$
$2 + 4 = 6$	$3 \times 2 = 6$
$3 + 5 = 8$	$4 \times 2 = 8$
$4 + 6 = 10$	$5 \times 2 = 10$

ಇದು ಎಲ್ಲಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೂ ಸರಿಯಾಗುವುದೇ ಎಂದೂ ಆಗಿರುವುದಾದರೆ ಯಾಕೆ ಎಂದೂ ತಿಳಿಯಲು ಹತ್ತಿರ ಹತ್ತಿರದ ಬೇರೆ ಕೆಲವು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಪರಿಶೋಧಿಸುವ.

27, 28, 29 ಎಂಬಿವುಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ. $27 + 29$ ಮತ್ತು 28×2 ಎಂಬಿವುಗಳು ಒಂದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದೆಯೇ ಎಂದು ತಿಳಿಯಬೇಕಾಗಿದೆ.

ಮೊದಲ ಲೆಕ್ಕದಲ್ಲಿ ಮಾಡಿರುವಂತೆ, 27 ಮತ್ತು 29 ನ್ನು ನಮಗೆ ಅಗತ್ಯವಿರುವ 28 ರೊಂದಿಗೆ ಹೋಲಿಸಬೇಕು.

$$27 = 28 - 1$$

$$29 = 28 + 1$$

ಆಗ

$$27 + 29 = (28 - 1) + (28 + 1)$$

ಇನ್ನು $(28 - 1) + (28 + 1)$ ರಲ್ಲಿ ಮಾಡುವ ಕ್ರಿಯೆಗಳನ್ನು ನೋಡುವ:

- ಎರಡು 28 ಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸಲಾಗಿದೆ.
- ಒಂದು ಸಲ 1 ನ್ನು ಕೂಡಿಸಲಾಗಿದೆ.
- ಒಂದು ಸಲ 1 ನ್ನು ಕಳೆಯಲಾಗಿದೆ.

ಅಂದರೆ,

$$(28 - 1) + (28 + 1) = (28 \times 2) + 1 - 1$$

ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯೊಂದಿಗೆ ಒಂದು ಕೂಡಿಸಿ, ನಂತರ ಒಂದು ಕಳೆದರೆ, ಪ್ರಾರಂಭಿಸಿದ ಸಂಖ್ಯೆಯೇ ಸಿಗುವುದಲ್ಲವೇ ?

ಆಗ,

$$(28 \times 2) + 1 - 1 = 28 \times 2$$

ಇಲ್ಲಿ ಬರೆದಿರುವ ಸಮವಾಕ್ಯಗಳನ್ನೆಲ್ಲಾ ಒಟ್ಟಿಗೆ ಬರೆದರೋ ?

$$\begin{aligned} 27 + 29 &= (28 - 1) + (28 + 1) \\ &= (28 \times 2) + 1 - 1 \\ &= 28 \times 2 \end{aligned}$$

27, 28, 29 ಎಂಬಿವುಗಳ ಬದಲಾಗಿ ಹತ್ತಿರ ಹತ್ತಿರದ ಯಾವುದೇ ಮೂರು ಎಣಿಕಾಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೂ ಇದು ಸರಿಯಾಗಲಾರದೆ ?

ಹಾಗಾದರೆ ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಏನು ಹೇಳಬಹುದು ?

ಹತ್ತಿರ ಹತ್ತಿರದ ಮೂರು ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಮೊದಲನೆ ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ಕೊನೆಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವೂ ಮಧ್ಯದ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಎರಡು ಮಡಿಯೂ ಒಂದೇ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿರುವುದು.

ಇದನ್ನು ಬೀಜಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಹೇಗೆ ಹೇಳಬಹುದು ?

ಇದರಲ್ಲಿ ಮಧ್ಯದ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಎರಡನೇ ಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು ಹೇಳಿರುವುದಾಗಿದೆ. ಆದುದರಿಂದ ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು x ಎಂದು ಪರಿಗಣಿಸುವ.

- ಮಧ್ಯದ ಸಂಖ್ಯೆ x
- ಮೊದಲನೆ ಸಂಖ್ಯೆ x ನಿಂದ 1 ಕಡಿಮೆ, ಅಂದರೆ $x - 1$
- ಕೊನೆಯ ಸಂಖ್ಯೆ x ಗೆ 1 ಕೂಡಿಸಿರುವುದು, ಅಂದರೆ $x + 1$

ಆಗ ಮೇಲೆ ಹೇಳಿರುವ ವಿಚಾರವನ್ನು ಸಮವಾಕ್ಯವಾಗಿ ಬರೆದರೆ,

$$(x - 1) + (x + 1) = 2x$$

ಈ ಮೊದಲೇ ಹೇಳಿರುವಂತೆ $(x - 1) + (x + 1)$ ರ ಕ್ರಿಯೆಗಳನ್ನೆಲ್ಲಾ ಒಟ್ಟಾಗಿ ನೋಡಿದರೆ, ಎರಡು x ಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸಿ ನಂತರ 1 ಕೂಡಿಸಿ 1 ಕಳೆದೆವು; ಉತ್ತರವಾಗಿ ಎರಡು x ಕೂಡಿಸಿದೆವು ಎಂದು ಮಾತ್ರ. ಅಂದರೆ x ನ್ನು ಎರಡರಿಂದ ಗುಣಿಸಿರುವುದು.

x ಯಾವುದೇ ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಯಾದರೂ, $(x - 1) + (x + 1) = 2x$

ಇದನ್ನು ಕೆಳಗಿನಂತೆಯೂ ಬರೆಯಬಹುದು:

x, y, z ಎಂಬಿವುಗಳು ಹತ್ತಿರ ಹತ್ತಿರದ ಯಾವುದೇ ಮೂರು ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾದರೂ $x + z = 2y$

ಆದರೆ ಇದು ಯಾಕೆ ಸರಿಯಾಗುವುದೆಂದು ಬೇರೆ ಹೇಳಬೇಕಾದೀತು.

ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಮಾಡಿನೋಡಿರಿ:

(1) ಕೆಲವು ಹತ್ತಿರ ಹತ್ತಿರದ ಮೂರು ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸಿ ನೋಡಿರಿ.

(i) ಈ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ, ಕೂಡಿಸಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯೊಂದಿಗೆ ಏನಾದರೂ ಸಂಬಂಧವಿದೆಯೇ ಎಂದು ಪರಿಶೋಧಿಸಿರಿ.

(ii) ಈ ಸಂಬಂಧವು ಹತ್ತಿರ ಹತ್ತಿರದ ಯಾವುದೇ ಮೂರು ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಸರಿಯಾಗುವುದು ಯಾಕೆ ಎಂದು ವಿವರಿಸಿರಿ.

(iii) ಈ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಸಾಮಾನ್ಯ ಹೇಳಿಕೆಯಾಗಿಯೂ ಬೀಜಗಣಿತ ರೀತಿಯಲ್ಲಿಯೂ ಬರೆಯಿರಿ.

(2) ಹತ್ತಿರ ಹತ್ತಿರದ ಯಾವುದೇ ನಾಲ್ಕು ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಮೊದಲನೆಯ ಮತ್ತು ಕೊನೆಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನೂ ಮಧ್ಯದಲ್ಲಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನೂ ಕೆಳಗೆ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ.

$1 + 4 = 5$	$2 + 3 = 5$
$2 + 5 = 7$	$3 + 4 = 7$
$3 + 6 = 9$	$4 + 5 = 9$
$4 + 7 = 11$	$5 + 6 = 11$

(i) ಹತ್ತಿರ ಹತ್ತಿರದ ಯಾವುದೇ ನಾಲ್ಕು ಎಣಿಕಾಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೂ, ಇಂತಹ ಮೊತ್ತಗಳು ಒಂದೇ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಲು ಕಾರಣವೇನೆಂದು ವಿವರಿಸಿರಿ.

(ii) ಈ ಸಾಮಾನ್ಯ ತತ್ವದ ಬೀಜಗಣಿತ ರೂಪವನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

(3) ಹತ್ತಿರ ಹತ್ತಿರದ ನಾಲ್ಕು ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಮೊದಲ ಮತ್ತು ಎರಡನೇ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೂ ಮೂರನೇ ಮತ್ತು ನಾಲ್ಕನೇ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೂ ಏನಾದರೂ ಸಂಬಂಧವಿದೆಯೇ ? ಈ ಸಂಬಂಧದ ಕಾರಣವನ್ನು ವಿವರಿಸಿರಿ. ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಬೀಜಗಣಿತ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ. ಹತ್ತಿರ ಹತ್ತಿರದ ನಾಲ್ಕು ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಮೊದಲ ಮತ್ತು ಮೂರನೇ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ ಮತ್ತು ಎರಡನೇ ಹಾಗೂ ನಾಲ್ಕನೇ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತಗಳೊಳಗಿರುವ ಸಂಬಂಧವೋ ?

ಸಂಖ್ಯಾ ಕುತೂಹಲಗಳು

ಇನ್ನು ಇತರ ಕೆಲವು ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ನೋಡೋಣ:

ಹತ್ತಿರ ಹತ್ತಿರದ ಯಾವುದಾದರೂ ಮೂರು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಒಂದು ಸಾಲಿನಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.

5 6 7

ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಹತ್ತಿರ ಹತ್ತಿರದ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸಿ ಮೇಲೆ ಬರೆಯಿರಿ:

11 13

5 6 7

ಈ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸಿ ಮೇಲ್ಭಾಗದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.

24

11 13

5 6 7

ಹತ್ತಿರ ಹತ್ತಿರದ ಇತರ ಕೆಲವು ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಂದ ಪ್ರಾರಂಭಿಸಿ, ಈ ರೀತಿಯ ಕೆಲವು ಸಂಖ್ಯಾಗೋಪುರಗಳನ್ನು ಮಾಡಿ ನೋಡಿರಿ:

44	80	104
21 23	39 41	51 53
10 11 12	19 20 21	25 26 27

ಎಲ್ಲಾ ಸಂಖ್ಯಾಗೋಪುರಗಳಲ್ಲಿಯೂ ಅತಿ ಮೇಲಿನ ಸಂಖ್ಯೆಯು 4 ರ ಅಪವರ್ತ್ಯವಾಗಿದೆಯೇ?

ಯಾವ ಸಂಖ್ಯೆಯ 4 ಮಡಿ ಸಿಗುವುದಾಗಿದೆ?

ಇದರ ಕಾರಣವನ್ನು ಬೀಜಗಣಿತ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ವಿವರಿಸುವ.

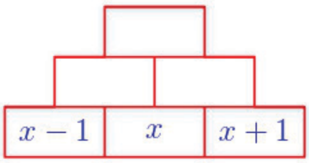
ಪ್ರಾರಂಭಿಸಿದ ಮೂರು ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ, ಮಧ್ಯದ ಸಂಖ್ಯೆಯ 4 ಮಡಿಯು ಕೊನೆಗೆ ಸಿಗುವ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದೆ. ಆಗ ಮಧ್ಯದ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು x ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಪ್ರಾರಂಭಿಸುವ.

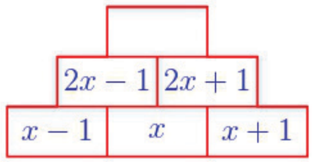
ಅದರ ಎಡ ಮತ್ತು ಬಲ ಭಾಗದಲ್ಲಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯುವುದು ಹೇಗೆ ?

ಹತ್ತಿರ ಹತ್ತಿರದ ಮೂರು ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ, ಮಧ್ಯದ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಒಂದು ಕಳೆದುದೂ, ಒಂದು ಕೂಡಿಸಿರುವುದೂ ಎಡಬಲಗಳಲ್ಲಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲವೇ ?

ಆಗ ಕೆಳಗಿನ ಸಾಲು $x - 1,\ x,\ x + 1$

ಇದರ ಮೇಲಿನ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳೋ ?



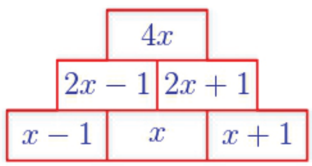


$(x - 1) + x = 2x - 1$

$x + (x + 1) = 2x + 1$

ಅತಿ ಮೇಲಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಯೋ ?

$$(2x - 1) + (2x + 1) = 4x$$



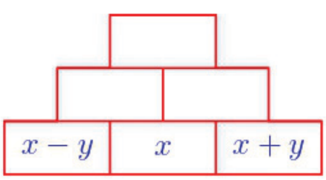
ಇದರಲ್ಲಿ ಇನ್ನೊಂದು ವಿಚಾರವನ್ನು ಆಲೋಚಿಸಬಹುದು: ಪ್ರಾರಂಭಿಸುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು $x - 1, x, x + 1$ ಎಂಬುದಕ್ಕೆ ಬದಲಾಗಿ $x - 2,\ x,\ x + 2$ ಎಂದಾದರೋ ?

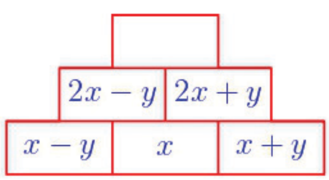
ನಂತರದ ಸಾಲು ಯಾವುದಾಗಿರಬಹುದೆಂದು ಮನಸಿನಲ್ಲಿಯೇ ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕಬಹುದಲ್ಲವೇ $2x - 2, 2x + 2$

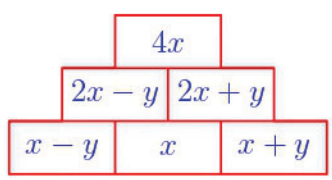
ಅತಿ ಮೇಲೆಯೋ ?

ಪುನಃ $4x$.

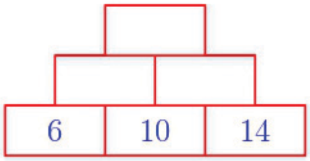
ಇನ್ನು x ನಿಂದ ಯಾವುದಾದರೂ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಳೆದು ಎಡಭಾಗದಲ್ಲಿಯೂ ಅದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು x ನೊಂದಿಗೆ ಕೂಡಿಸಿ ಬಲಭಾಗದಲ್ಲಿಯೂ ಬರೆದರೋ ?

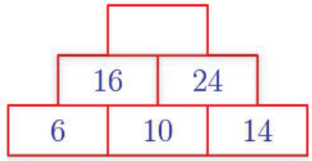


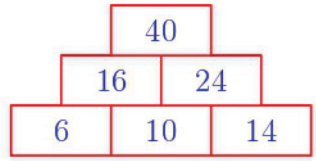




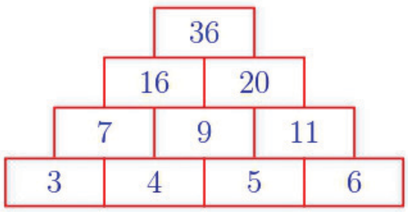
ಅಂದರೆ, ಗೋಪುರದ ಕೆಳಗಿನ ಸಾಲಿನಲ್ಲಿ ಒಂದೇ ಅಂತರದಲ್ಲಿ ಎಡೆಬಿಟ್ಟು ಇರುವ ಯಾವುದೇ ಮೂರು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೂ ಅತಿ ಮೇಲೆ ಸಿಗುವ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಮಧ್ಯದ ಸಂಖ್ಯೆಯ ನಾಲ್ಕು ಮಡಿಯೇ ಆಗಿದೆ.

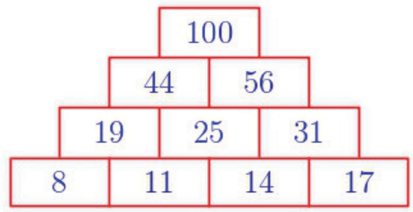






ಇನ್ನು ಇದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ನಾಲ್ಕು ಅಂತಸ್ತಿನ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯಾಗೋಪುರಗಳನ್ನು ನೋಡಿರಿ:





ಮೊದಲನೆಯದರಲ್ಲಿ ಕೆಳಗಿನ ಸಾಲು 3, 4, 5, 6 ಎಂಬ ಹತ್ತಿರ ಹತ್ತಿರದ ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು.

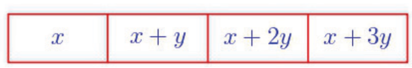
ಎರಡನೆಯದರಲ್ಲಿ 8 ರಿಂದ ಪ್ರಾರಂಭಿಸಿ 3 ರಂತೆ ಕೂಡಿಸಿದಾಗ ಸಿಗುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿವೆ 8, 11, 14, 17.

ಎರಡರಲ್ಲಿಯೂ ಅತಿ ಮೇಲಿನ ಸಾಲಿನಲ್ಲಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ಅತಿ ಕೆಳಗಿನ ಸಾಲಿನ ಮಧ್ಯದಲ್ಲಿರುವ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳೊಳಗೆ ಏನಾದರೂ ಸಂಬಂಧವಿದೆಯೇ ?

ಇದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಬೇರೆ ಕೆಲವು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಬರೆದು ನೋಡಿರಿ. ಪ್ರತಿಯೊಂದರಲ್ಲಿಯೂ ಅತಿ ಮೇಲಿನ ಸಾಲಿನ ಸಂಖ್ಯೆಯು, ಅತಿ ಕೆಳಗಿನ ಸಾಲಿನ ಮಧ್ಯದ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತದ ನಾಲ್ಕು ಮಡಿ ಆಗಿದೆಯೇ?

ಬೀಜಗಣಿತವನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ಬರೆದು ನೋಡುವಾ. x ನಿಂದ ಪ್ರಾರಂಭಿಸಿ y ಯನ್ನು ಕೂಡಿಸುತ್ತಾ ಬರೆದಿರುವ ನಾಲ್ಕು ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಂದ ಪ್ರಾರಂಭಿಸುವ:

$$x, x + y, x + 2y, x + 3y$$

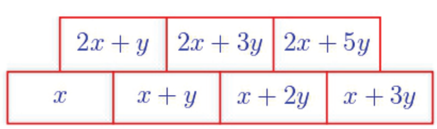


ಮುಂದಿನ ಸಾಲಿನಲ್ಲಿಯೋ ?

$$x + (x + y) = 2x + y$$

$$(x + y) + (x + 2y) = 2x + 3y$$

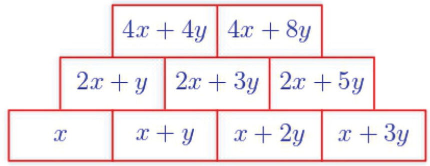
$$(x + 2y) + (x + 3y) = 2x + 5y$$



ಮೂರನೇ ಸಾಲು

$$(2x + y) + (2x + 3y) = 4x + 4y$$

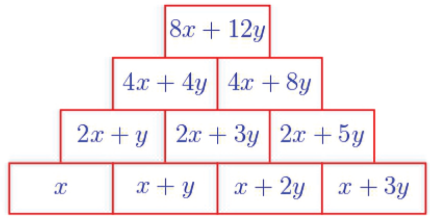
$$(2x + 3y) + (2x + 5y) = 4x + 8y$$



ಅತಿ ಮೇಲಿನ ಸಾಲಿನ ಸಂಖ್ಯೆಯು

$$(4x + 4y) + (4x + 8y) = 8x + 12y$$

ಅತಿ ಮೇಲಿನ ಸಂಖ್ಯೆಯು, ಮೊದಲ ಸಾಲಿನ ಮಧ್ಯದ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತದ ನಾಲ್ಕು ಮಡಿಯೇ ಆಗಿದೆಯೇ ?



ಮೊದಲನೆ ಸಾಲಿನ ಮಧ್ಯದ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವು

$$(x + y) + (x + 2y) = 2x + 3y$$

ಇದರ ನಾಲ್ಕು ಮಡಿಯು

$$(2x + 3y) \times 4 = (2x \times 4) + (3y \times 4) = 8x + 12y$$

(ಮೊತ್ತದ ಗುಣಲಬ್ಧವು, ಗುಣಲಬ್ಧಗಳ ಮೊತ್ತವಾಗಿದೆ ಎಂದು **ಗಣಿತದ ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತ ಬರಹ** ಎಂಬ ಪಾಠದಲ್ಲಿ ತಿಳಿದುಕೊಂಡಿದ್ದೇವಲ್ಲವೇ)

ಸ್ವಲ್ಪ ಆಲೋಚಿಸಿರುತ್ತಿದ್ದರೆ, ಎರಡನೇ ಸಾಲನ್ನು ಬರೆದಕೂಡಲೇ ಅತಿ ಮೇಲೆ ಇರುವ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದಿತ್ತು.

ಎರಡನೇ ಸಾಲಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು,

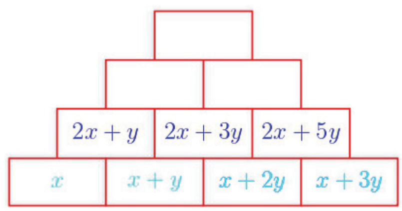
$$2x + y, \quad 2x + 3y, \quad 2x + 5y$$

ಇವುಗಳನ್ನು ಕೆಳಗಿನಂತೆ ಬದಲಾಯಿಸಿ ಬರೆದರೋ ?

$2x + y$

$2x + 3y = (2x + y) + 2y$

$2x + 5y = (2x + 3y) + 2y$

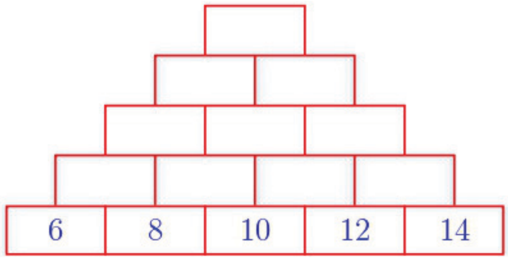


ಅಂದರೆ, $2y$ ಅಂತರದಲ್ಲಿ ಎಡೆಬಿಟ್ಟು ಇರುವ ಮೂರು ಸಂಖ್ಯೆಗಳು

ಈ ಮೊದಲು ಕಂಡುಕೊಂಡಂತೆ, ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ಬರೆದಿರುವ ಮೂರು ಅಂತಸ್ತಿನ ಸಂಖ್ಯಾ ಗೋಪುರದ ಅತಿ ಮೇಲೆ ಇರುವ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಮಧ್ಯದ ಸಂಖ್ಯೆಯಾದ $2x + 3y$ ಯ ನಾಲ್ಕು ಮಡಿಯೇ ಆಗಬೇಕಲ್ಲವೆ.

ಕೆಳಗಿನ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಮಾಡಿ ನೋಡಿರಿ:

(1) ಮೂರು, ನಾಲ್ಕು ಅಂತಸ್ತಿನ ಸಂಖ್ಯಾ ಗೋಪುರಗಳಂತೆ, ಐದು ಅಂತಸ್ತು ಇರುವ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯಾ ಗೋಪುರದ ಮೊದಲನೆಯ ಅಂತಸ್ತಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೆಳಗೆ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ.

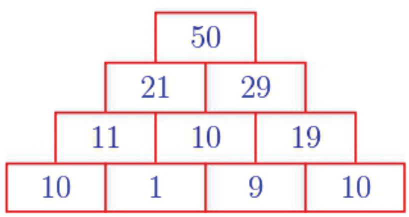


(i) ನಂತರದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯುವುದರ ಮೊದಲು, ಅತಿ ಮೇಲೆ ಇರುವ ಸಂಖ್ಯೆಯು, ಕೆಳಗಿನ ಸಾಲಿನ ಮಧ್ಯದಲ್ಲಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಯಾದ 10 ರ ಎಷ್ಟು ಮಡಿಯಾಗಿರಬಹುದು ಎಂದು ಊಹಿಸಿ ನೋಡಿರಿ. ಇದು ಸರಿಯಾಗಿರುವುದೋ ಎಂದು ಉಳಿದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನೆಲ್ಲಾ ಬರೆದು ಪರಿಶೋಧಿಸಿರಿ.

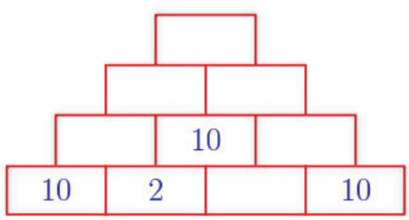
(ii) ಸಮಾನ ಅಂತರದಲ್ಲಿ ಎಡೆ ಬಿಟ್ಟು ಇರುವ ಯಾವುದೇ ಐದು ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಂದ ಪ್ರಾರಂಭಿಸಿದರೂ ಐದು ಅಂತಸ್ತು ಇರುವ ಸಂಖ್ಯಾ ಗೋಪುರಗಳಲ್ಲಿ ಮೇಲೆ ಇರುವ ಎಲ್ಲಾ ಕೊನೆಯ ಸಂಖ್ಯೆಯು, ಮೊದಲ ಸಾಲಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮಧ್ಯದ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಸಮಾನ ಮಡಿ ಆಗಿರುವುದು ಎಂದು ಬೀಜಗಣಿತವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ವಿವರಿಸಿರಿ.

(iii) ಎಲ್ಲಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯದೆಯೇ ಇದನ್ನು ತೀರ್ಮಾನಿಸಲು ಏನಾದರೂ ಸುಲಭ ವಿಧಾನವಿದೆಯೇ ?

(2) ಇಲ್ಲಿ ನೋಡಿರುವ ಹಾಗೆ ಸಂಖ್ಯಾ ಗೋಪುರವನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸಲು ಯಾವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಂದ ಪ್ರಾರಂಭಿಸಬಹುದು? (ಒಂದೇ ಅಂತರದಲ್ಲಿ ಎಡೆಬಿಟ್ಟು ಇರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಆಗಬೇಕೆಂದಿಲ್ಲ.) ಉದಾಹರಣೆಗೆ ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯಾ ಗೋಪುರವನ್ನು ನೋಡಿರಿ.



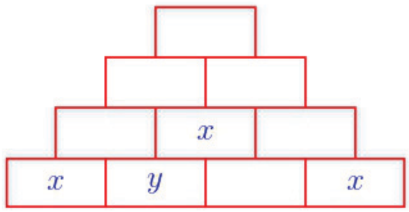
(i) ಇದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯಾ ಗೋಪುರದಲ್ಲಿ ಖಾಲಿ ಬಿಟ್ಟಿರುವ ಕೋಣೆಗಳಲ್ಲಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದು ಬರೆಯಿರಿ.



(ii) ಹೀಗೆ ಇರುವ ಸಂಖ್ಯಾ ಗೋಪುರದಲ್ಲಿ 10 ಗಳನ್ನು ಬದಲಾಯಿಸದೆ ಕೆಳಗಿನ ಗೆರೆಯ ಎರಡನೇ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಮಾತ್ರ ಬದಲಾಯಿಸಿ (1 ಕ್ಕೂ 2 ಕ್ಕೂ ಬದಲಾಗಿ) ಬರೆದು ಮುಂದಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕಿರಿ. ಅತಿ ಮೇಲೆ ಇರುವ ಸಂಖ್ಯೆ 50 ಎಂಬುದೇ ಆಗಿದೆಯೇ ?

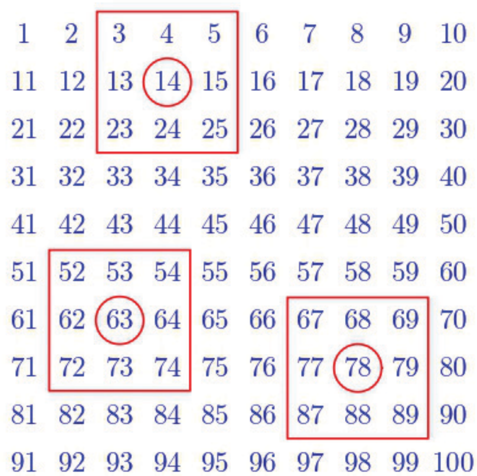
(iii) ಇದರ ಕಾರಣವನ್ನು ಬೀಜಗಣಿತ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ವಿವರಿಸಿರಿ.

(iv) ಇದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯಾ ಗೋಪುರದಲ್ಲಿ ಖಾಲಿ ಇರುವ ಕೋಣೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಲೆಕ್ಕ ಮಾಡಿ ಬರೆಯಿರಿ.



(3) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರಗಳಲ್ಲಿ ಮೊದಲನೇ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿರುವಂತೆ 1 ರಿಂದ 100 ರ ವರೆಗಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸಾಲು ಮತ್ತು ಕಾಲಂಗಳಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ. ಎರಡನೇ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ 9 ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಮಾತ್ರ ಹೊಂದಿರುವ ಹಲವಾರು ಚೌಕಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿರಿ. ಎಲ್ಲಾ ಚೌಕಗಳ ಮಧ್ಯದಲ್ಲಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿರಿ:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100



ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಚೌಕದಲ್ಲಿ ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕಿರಿ:

(i) ಮಧ್ಯದಲ್ಲಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ಅದರ ಎಡ ಮತ್ತು ಬಲಕ್ಕೆ ಇರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತಗಳೊಳಗಿನ ಸಂಬಂಧ.

(ii) ಮಧ್ಯದಲ್ಲಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ಅದರ ಮೇಲಿನ ಮತ್ತು ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತಗಳೊಳಗಿನ ಸಂಬಂಧ.

(iii) ಮಧ್ಯದಲ್ಲಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ಚೌಕದ ವಿರುದ್ಧ ಮೂಲೆಗಳಲ್ಲಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತಗಳೊಳಗೆ ಇರುವ ಸಂಬಂಧ.

(iv) ಮಧ್ಯದ ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ಚೌಕದಲ್ಲಿರುವ ಎಲ್ಲಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತಗಳೊಳಗಿನ ಸಂಬಂಧ.

ಬೀಜಗಣಿತವನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ಇವೆಲ್ಲವನ್ನೂ ವಿವರಿಸಿರಿ.

(4) ಕ್ಯಾಲೆಂಡರಿನಲ್ಲಿ ಹತ್ತಿರ ಹತ್ತಿರವಿರುವ ಯಾವುದಾದರೂ ನಾಲ್ಕು ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಸಿಗುವ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಚೌಕಗಳನ್ನು ಹಲವು ಕಡೆಗಳಲ್ಲಿ ಗುರುತಿಸಿರಿ:

ಆದಿತ್ಯ	ಸೋಮ	ಮಂಗಳ	ಬುಧ	ಗುರು	ಶುಕ್ರ	ಶನಿ
			1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30	31	

(i) ಹೀಗೆ ಇರುವ ಯಾವುದೇ ಚೌಕದಲ್ಲಿಯೂ ನಾಲ್ಕೂ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವು ನಾಲ್ಕರ ಅಪವರ್ತ್ಯವಾಗುವುದರ ಕಾರಣವನ್ನು ಬೀಜಗಣಿತವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ವಿವರಿಸಿರಿ.

(ii) ಈ ಮೊತ್ತ ಮತ್ತು ಚೌಕದಲ್ಲಿರುವ ಅತಿ ಸಣ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೊಳಗಿರುವ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಬೀಜಗಣಿತವನ್ನು ಪಯೋಗಿಸಿ ವಿವರಿಸಿರಿ.

ಮಡಿಯೂ ಶೇಷವೂ

ಯಾವುದೇ ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಇನ್ನೊಂದು ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ ಮಡಿಯಾಗಿಯೂ ಶೇಷವಾಗಿಯೂ ಬರೆಯಬಹುದು ಎಂದು ಐದನೇ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಕಲಿತಿರುವಿರಲ್ಲವೇ.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ 9 ನ್ನು 4 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ಬರೆಯಬಹುದು:

$$9 = (4 \times 2) + 1$$

ಅಥವಾ, 4 ನ್ನು 9 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ ಕೆಳಗಿನಂತೆಯೂ ಬರೆಯಬಹುದು:

$$4 = (9 \times 0) + 4$$

ಹೀಗೆ 2 ರಿಂದ ಶೇಷವಿಲ್ಲದೆ ಭಾಗಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸಮಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಎಂದು ಹೇಳುವುದು.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ,

$$2 = 2 \times 1$$

$$4 = 2 \times 2$$

$$6 = 2 \times 3$$

ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು; ಆದುದರಿಂದ 2, 4, 6 ಎಂಬಿವುಗಳೆಲ್ಲಾ ಸಮಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿವೆ; ಸೊನ್ನೆಯೋ ?

$$0 = 2 \times 0$$

ಆಗ 0 ಸಮಸಂಖ್ಯೆಯೇ ಆಗಿದೆ.

ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಹೇಳಿದರೆ,

2 ರಿಂದ ಶೇಷವಿಲ್ಲದೆ ಭಾಗಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಸಮಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿವೆ.

ಈ ವಿಚಾರವನ್ನು ಬೀಜಗಣಿತ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಹೇಳುವ:

ಯಾವುದೇ ಸಮಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು $2n$ ಎಂಬ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಬರೆಯಬಹುದು; ಇದರಲ್ಲಿ n ಎಂದರೆ 0, 1, 2, 3, ... ಎಂಬೀ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದೂ ಆಗಬಹುದು.

ಇನ್ನು 2 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸುವಾಗ ಶೇಷ ಸಿಗುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೋ ?

ಉದಾಹರಣೆಗೆ

$$1 = (2 \times 0) + 1$$

$$3 = (2 \times 1) + 1$$

$$5 = (2 \times 2) + 1$$

ಇವುಗಳೆಲ್ಲಾ ವಿಷಮಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿವೆ.

ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಹೇಳಿದರೆ,

2 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ 1 ಶೇಷ ಲಭಿಸುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ವಿಷಮಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿವೆ.

ಬೀಜಗಣಿತವನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ಹೇಳಿದರೋ ?

ಯಾವುದೇ ವಿಷಮಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು $2n + 1$ ಎಂಬ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಬರೆಯಬಹುದು; ಇದರಲ್ಲಿ n ಎಂಬುದು 0, 1, 2, 3, . . . ಎಂಬೀ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದೂ ಆಗಬಹುದು.

ಹೀಗೆ ಪ್ರತ್ಯೇಕ ಸ್ವಭಾವವಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಬೀಜಗಣಿತ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆದರೆ ಅವುಗಳ ಇತರ ಸವಿಶೇಷತೆಗಳನ್ನು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳಲು ಸಹಾಯಕವಾಗುವುದು.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಸಮಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸಿದಾಗ ಸಿಗುವುದು ಸಮಸಂಖ್ಯೆಯೇ ಆಗಿರುವುದೆಂದು ಉದಾಹರಣೆಗಳ ಮೂಲಕ ತಿಳಿಯಬಹುದು.

ಇದು ಯಾಕಾಗಿರಬಹುದೆಂದು ತಿಳಿಯಲು ಬೀಜಗಣಿತವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಬಹುದು.

ಅದಕ್ಕಾಗಿ ಯಾವುದಾದರೂ ಎರಡು ಸಮಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ. ಈ ಮೊದಲು ನೋಡಿರುವಂತೆ, ಇವುಗಳನ್ನು $2m$, $2n$ ಎಂಬೀ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಬರೆಯಬಹುದಲ್ಲವೇ. ಇದರಲ್ಲಿ m, n ಎಂಬಿವುಗಳು ಸೊನ್ನೆ ಅಥವಾ ಯಾವುದಾದರೂ ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಆಗಬಹುದು.

ಇವುಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸಿದರೋ ?

$$2m + 2n = 2(m + n)$$

ಇದರಲ್ಲಿ $m + n$ ಎಂಬ ಮೊತ್ತವನ್ನು p ಎಂಬ ಅಕ್ಷರದಿಂದ ಸೂಚಿಸಿದರೆ, ಮೊದಲು ತೆಗೆದ ಸಮಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸಿದಾಗ ಸಿಕ್ಕಿದ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು $2p$ ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು; m, n ಎಂಬಿವುಗಳು ಸೊನ್ನೆಯೋ ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೋ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ ಅವುಗಳ ಮೊತ್ತವಾಗಿರುವ p ಯೂ ಅಂತಹ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯೇ ಆಗಿದೆ.

ಆಗ ಮೊತ್ತವಾಗಿರುವ $2p$ ಯೂ ಸಮಸಂಖ್ಯೆಯೇ ಆಗಿದೆ.

ಇನ್ನು ಎರಡು ವಿಷಮಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸಿದರೋ ?

ಮೊತ್ತವು ಸಮಸಂಖ್ಯೆಯಾಗುವುದು ಯಾಕೆ ?

ಎರಡು ವಿಷಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು $2m + 1$, $2n + 1$ ಎಂದು ಪರಿಗಣಿಸುವ; m, n ಗಳು ಸೊನ್ನೆಯೋ, ಯಾವುದಾದರೂ ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೋ ಆಗಿವೆ.

ಇವುಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸಿದರೆ

$$\begin{aligned}(2m + 1) + (2n + 1) &= 2m + 2n + 2 \\ &= 2(m + n + 1)\end{aligned}$$

ಇದರಲ್ಲಿಯೂ $m + n + 1$ ಎಂಬುದನ್ನು p ಎಂದು ಬರೆದರೆ ವಿಷಮಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವು $2p$ ಎಂದಾಗುವುದು; ಇದರಲ್ಲಿ p ಒಂದು ಎಣಿಕಾಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದೆ.

ಆಗ ಮೊತ್ತವು ಸಮಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದೆಯಲ್ಲವೆ.

ಇದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಒಂದು ಸಮಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ಇನ್ನೊಂದು ವಿಷಮಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕೂಡಿಸಿದರೆ ವಿಷಮಸಂಖ್ಯೆಯೇ ಸಿಗುವುದು ಯಾಕೆಂದು ಬೀಜಗಣಿತ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ವಿವರಿಸಬಹುದೇ ?

ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು 2 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸುವಾಗ ಸಿಗುವ ಶೇಷವನ್ನು ಆಧಾರವಾಗಿರಿಸಿ ಸಮಸಂಖ್ಯೆಗಳು, ವಿಷಮಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಎಂಬ ಎರಡು ಗುಂಪುಗಳಾಗಿ ವಿಂಗಡಿಸಿರುವುದಾಗಿದೆ.

3 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಸಿಗುವ ಶೇಷದ ಆಧಾರದಲ್ಲಿ ಆದರೋ ?

ಸಂಖ್ಯಾಗುಂಪು	ವಿಶೇಷತೆ	ಬೀಜಗಣಿತ ರೂಪ
0, 3, 6, 9, ...	3 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಶೇಷ 0	$3n$ $(n = 0, 1, 2, 3...)$
1, 4, 7, 10, ...	3 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಶೇಷ 1	$3n + 1$ $(n = 0, 1, 2, 3...)$
2, 5, 8, 11, ...	3 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಶೇಷ 2	$3n + 2$ $(n = 0, 1, 2, 3...)$

ಕೆಳಗಿನ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಮಾಡಿನೋಡಿರಿ:

(1) 3 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಶೇಷ 1 ಸಿಗುವ ಮತ್ತು ಶೇಷ 2 ಸಿಗುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸಿರಿ. ಇಂತಹ ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಶೇಷವಿಲ್ಲದೆ 3 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಬಹುದು ಎಂಬುದರ ಕಾರಣವನ್ನು ಬೀಜಗಣಿತವನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ವಿವರಿಸಿರಿ.

(2) 12 ರಿಂದ ಪ್ರಾರಂಭಿಸಿ ಪುನಃ ಪುನಃ 11 ನ್ನು ಕೂಡಿಸಿದಾಗ ಸಿಗುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು 12, 23, 34 ಆಗಿವೆ.

(i) ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು 11 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದರೂ ಶೇಷ ಎಷ್ಟು ?

(ii) ಇವುಗಳಿಗೆಲ್ಲಾ ಬೀಜಗಣಿತದ ಸಾಮಾನ್ಯ ರೂಪವನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

(iii) 100 ಎಂಬ ಸಂಖ್ಯೆ ಈ ಗುಂಪಿನಲ್ಲಿ ಇರಬಹುದೇ ? 1000 ಆದರೋ ?

(3) 21 ರಿಂದ ಪ್ರಾರಂಭಿಸಿ ಪುನಃ ಪುನಃ 11 ಕೂಡಿಸಿದಾಗ ಸಿಗುವುದು 21, 32, 43,... ಎಂಬ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿವೆ.

(i) ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು 11 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಶೇಷ ಎಷ್ಟು ?

(ii) ಇವುಗಳಿಗೆಲ್ಲಾ ಬೀಜಗಣಿತದ ಸಾಮಾನ್ಯ ರೂಪವನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

(iii) 100 ಎಂಬ ಸಂಖ್ಯೆ ಈ ಗುಂಪಿನಲ್ಲಿ ಇರಬಹುದೇ ? 1000 ಆದರೋ ?

ಅಂಕೆಗಳೂ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೂ

ಎರಡಂಕೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಸಾಲು ಮತ್ತು ಕಾಲಂಗಳಾಗಿ ಬರೆಯಬಹುದು:

10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

ಮೊದಲ ಸಾಲಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು 10 ರೊಂದಿಗೆ 0 ಯಿಂದ 9 ರ ವರೆಗಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸಿದಾಗ ಲಭಿಸಿದುದಾಗಿವೆ. ಆಗ ಈ ಎಲ್ಲಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಬೀಜಗಣಿತದ ಸಾಮಾನ್ಯ ರೂಪವು

$$10 + n \quad (n = 0, 1, 2, ..., 9)$$

ಎರಡನೇ ಸಾಲಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೋ ?

$$20 + n \quad (n = 0, 1, 2, ..., 9)$$

ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು; ಅಥವಾ

$$(10 \times 2) + n \quad (n = 0, 1, 2, ..., 9)$$

ಎಂದೂ ಬರೆಯಬಹುದು.

ಹೀಗೆ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಗೆರೆಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಬೀಜಗಣಿತ ರೂಪವನ್ನು ಬರೆಯಬಹುದಲ್ಲವೇ:

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$(10 \times 1) + n$	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
$(10 \times 2) + n$	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
$(10 \times 3) + n$	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
$(10 \times 4) + n$	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
$(10 \times 5) + n$	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
$(10 \times 6) + n$	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
$(10 \times 7) + n$	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
$(10 \times 8) + n$	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
$(10 \times 9) + n$	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

ಹೀಗೆ ಬರೆಯುವಾಗ n ಎಂಬುದು ಈ ಎಲ್ಲಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಒಂದುಗಳ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿರುವ ಅಂಕೆಯಾಗಿದೆಯೆಂದು ಕಾಣಬಹುದು.

ಇನ್ನು ಸಾಲುಗಳ ಮೂಲಕ ನೋಡುವ ಬದಲು ಮೇಲಿನಿಂದ ಕೆಳಗಿನವರೆಗೆ ನೋಡಿದಾಗ, ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಕಾಲಂನಲ್ಲಿಯೂ ಇರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಹತ್ತುಗಳ ಸ್ಥಾನದ ಅಂಕೆಯು, 1 ರಿಂದ 9 ರ ವರೆಗೆ ಬದಲಾಗುವುದನ್ನು ಕಾಣಬಹುದಲ್ಲವೇ. ಆಗ ಹತ್ತುಗಳ ಸ್ಥಾನದ ಅಂಕೆಯನ್ನು m ಎಂದು ಬರೆದರೆ ಎಲ್ಲಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು $10m + n$ ಎಂಬ ಬೀಜಗಣಿತ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಬಹುದು. ಅಂದರೆ ಎಲ್ಲಾ ಎರಡಂಕೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸಾಮಾನ್ಯವಾದ ಬೀಜಗಣಿತ ರೂಪವು

$$10m + n \qquad (m = 1, 2, ..., 9; \quad n = 0, 1, 2, ..., 9)$$

ಉದಾಹರಣೆಗೆ, $m = 2, n = 5$ ಎಂದು ತೆಗೆದರೆ $(10 \times 2) + 5 = 25$ ಎಂಬ ಸಂಖ್ಯೆ ಸಿಗುವುದು; ಇನ್ನೊಂದು ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಹೇಳುವುದಾದರೆ 49 ಎಂಬ ಸಂಖ್ಯೆ ಸಿಗಲು $m = 4$, $n = 9$ ಎಂದು ಪರಿಗಣಿಸಬೇಕು.

ಇನ್ನು ಇದನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿರುವ ಒಂದು ಲೆಕ್ಕವನ್ನು ನೋಡುವ: ಎರಡಂಕೆಯ ಯಾವುದಾದರೂ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಅದರ ಅಂಕೆಗಳನ್ನು ಪರಸ್ಪರ ಬದಲಾಯಿಸಿದಾಗ ಸಿಗುವ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ದೊಡ್ಡದರಿಂದ ಸಣ್ಣದನ್ನು ಕಳೆಯಿರಿ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ,

$$21 - 12 = 9$$

$$64 - 46 = 18$$

$$52 - 25 = 27$$

ಅಕ್ಷರವೂ ಅರ್ಥವೂ

ಎಲ್ಲಾ ಎರಡಂಕೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಬೀಜಗಣಿತ ರೂಪವಾದ $10m + n$ ಎಂಬುದರಲ್ಲಿ m, n ಎಂಬಿವುಗಳನ್ನು ಎರಡು ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ನೋಡಬಹುದು:

m ಎಂಬುದು

- ಸಂಖ್ಯೆಯ ಹತ್ತರ ಸ್ಥಾನದ ಅಂಕೆ
- ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಹತ್ತರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಸಿಗುವ ಭಾಗಲಬ್ಧ

n ಎಂಬುದು

- ಸಂಖ್ಯೆಯ ಒಂದುಗಳ ಸ್ಥಾನದ ಅಂಕೆ
- ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಹತ್ತರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಸಿಗುವ ಶೇಷ

ಹೀಗೆ ಮಾಡುವ ಎಲ್ಲಾ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿಯೂ ಕೊನೆಗೆ ಸಿಗುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಸಾಮಾನ್ಯವಾದ ಯಾವುದಾದರೂ ವಿಶೇಷತೆಗಳಿವೆಯೇ ?

ಇದನ್ನು ಬೀಜಗಣಿತವನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ವಿವರಿಸುವ:

ಹೀಗೆ ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡಿದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ, ದೊಡ್ಡದನ್ನು $10m + n$ ಎಂದು ಪರಿಗಣಿಸುವ; ಇದರ ಅಂಕೆಗಳಾದ

m, n ಗಳ ಸ್ಥಾನವನ್ನು ಪರಸ್ಪರ ಬದಲಾಯಿಸಿದರೆ, ತಿರುಗಿಸಿ ಬರೆದ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗುವುದಲ್ಲವೇ;

ಅಂದರೆ ತಿರುಗಿಸಿ ಬರೆದ ಸಂಖ್ಯೆ $10n + m$.

ಇನ್ನು ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಸಣ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಳೆಯುವುದೆಂದರೆ $10m + n$ ಎಂಬ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ $10n + m$ ಎಂಬ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಳೆಯಬೇಕು. ಅದಕ್ಕಾಗಿ ಮೊದಲು $10n$ ನ್ನು ಕಳೆದು ನಂತರ m ಕಳೆದರೆ ಸಾಕಲ್ಲವೆ. (**ಗಣಿತದ ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತ ಬರಹ** ಎಂಬ ಪಾಠದ $x - (y + z) = (x - y) - z$ ಎಂದು ಕಲಿತದ್ದನ್ನು ನೆನಪಿಸಿರಿ)

ಅಂದರೆ,

$$(10m + n) - (10n + m) = (10m + n - 10n) - m$$

ಇದರ $10m + n - 10n$ ಎಂಬುದರ ಅರ್ಥವೇನು? $10m$ ಎಂಬ ಸಂಖ್ಯೆಯೊಂದಿಗೆ n ಎಂಬ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕೂಡಿಸಿರಿ; ನಂತರ n ನ 10 ಮಡಿಯನ್ನು ಕಳೆಯಿರಿ. ಆಗ ಯಥಾರ್ಥವಾಗಿ n ನ 9 ಮಡಿಯನ್ನು ಕಡಿಮೆ ಮಾಡಿರುವುದಲ್ಲವೇ? ಅಂದರೆ

$$10m + n - 10n = 10m - 9n$$

(ಇನ್ನೊಂದು ರೀತಿಯಲ್ಲಿಯೂ ಆಲೋಚಿಸಬಹುದು;

$y > z$ ಆದರೆ $(x - y) + z = x - (y - z)$ ಎಂದು **ಗಣಿತದ ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತ ಬರಹ** ಎಂಬ ಪಾಠದಲ್ಲಿ ತಿಳಿದಿರುವೆವಲ್ಲವೇ. $10m + n - 10n$ ಎಂಬುದನ್ನು $10m - 10n + n$ ಎಂದು ಬರೆದರೆ, ಇದನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ

$$\begin{aligned} 10m - 10n + n &= 10m - (10n - n) \\ &= 10m - 9n \end{aligned}$$

ಎಂದು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳಬಹುದು)

ಇನ್ನು ತಿರುಗಿಸಿ ಬರೆದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸವನ್ನು ಕೆಳಗಿನಂತೆ ಬರೆಯುವ:

$$\begin{aligned} (10m + n) - (10n + m) &= (10m + n - 10n) - m \\ &= (10m - 9n) - m \\ &= 10m - m - 9n \\ &= 9m - 9n \\ &= 9(m - n) \end{aligned}$$

ಈ ವ್ಯತ್ಯಾಸವು 9 ರ ಅಪವರ್ತ್ಯವಾಗಿದೆಯಲ್ಲವೇ.

ಹೀಗೆ ಮಾಡಿರುವುದರಿಂದ ಬೇರೊಂದು ವಿಚಾರವನ್ನೂ ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳಬಹುದು. $m - n$ ಎಂಬುದು ಸಂಖ್ಯೆಯಲ್ಲಿರುವ ಅಂಕೆಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸವಾಗಿದೆಯಲ್ಲವೇ. ಅಂದರೆ ಯಾವುದೇ ಎರಡಂಕೆ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ತಿರುಗಿಸಿ ಬರೆದು ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಸಣ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಳೆದಾಗ ಸಿಗುವುದು 9 ರ ಅಪವರ್ತ್ಯವಾಗಿದೆ. ಮಾತ್ರವಲ್ಲ, ಅಂಕೆಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸವನ್ನು 9 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ ಸಿಗುವ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದೂ ತಿಳಿಯುವುದು.

ಈ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಮಾಡಿನೋಡಿರಿ:

(1) ಒಂದು ಎರಡಂಕೆ ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ಅದನ್ನು ತಿರುಗಿಸಿ ಬರೆದಾಗ ಸಿಗುವ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಪರಸ್ಪರ ಕೂಡಿಸಿರಿ. ಹೀಗೆ ಕೂಡಿಸಿದ ಎಲ್ಲಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು 11 ರ ಅಪವರ್ತ್ಯವಾಗಿದೆ ಎಂದು ಬೀಜಗಣಿತವನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ವಿವರಿಸಿರಿ.

(2) ಯಾವುದೇ ಎರಡಂಕೆ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಅದರ ಅಂಕೆಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಳೆದರೆ ಸಿಗುವುದು 9 ರ ಅಪವರ್ತ್ಯವಾಗಿದೆಯೆಂದು ಬೀಜಗಣಿತವನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ವಿವರಿಸಿರಿ.

(3) (i) ಎಲ್ಲಾ ಮೂರಂಕೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಬೀಜಗಣಿತ ರೂಪವನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

(ii) ಯಾವುದೇ ಮೂರಂಕೆ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ತಿರುಗಿಸಿ ಬರೆದು, ದೊಡ್ಡದರಿಂದ ಸಣ್ಣದನ್ನು ಕಳೆದಾಗ ಸಿಗುವ ಸಂಖ್ಯೆಯು 99 ರ ಅಪವರ್ತ್ಯವಾಗಿದೆ ಎಂದು ಬೀಜಗಣಿತವನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ವಿವರಿಸಿರಿ.

(iii) ಯಾವುದೇ ಮೂರಂಕೆ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಅದರ ಅಂಕೆಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಳೆದಾಗ ಸಿಗುವುದು 9 ರ ಅಪವರ್ತ್ಯವಾಗಿದೆ ಎಂದು ಬೀಜಗಣಿತವನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ವಿವರಿಸಿರಿ.

13 ಶೇಕಡಾಮಾನ

ಶೇಕಡಾಮಾನವೂ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯೂ

ಶೇಕಡಾಮಾನ ಎಂದರೇನು ಎಂಬುದನ್ನು ಆರನೇ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ನೋಡಿದ್ದೇವಲ್ಲವೇ. ಅದನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸುವ ಕೆಲವು ಸಂದರ್ಭಗಳನ್ನು ಪರಿಚಯಿಸಲಾಗಿದೆ. ಉದಾಹರಣೆಗಾಗಿ ಈ ಲೆಕ್ಕವನ್ನು ನೋಡಿರಿ:

> ಓಣಂ ಹಬ್ಬದ ಸಲುವಾಗಿ ಕೈಮಗ್ಗದ ಬಟ್ಟೆಗಳಿಗೆ 30% ರಿಯಾಯಿತಿ ಇದೆ. 3750 ರೂಪಾಯಿಯ ಬಟ್ಟೆಗಳನ್ನು ಖರೀದಿಸಿದರೆ, ಎಷ್ಟು ರೂಪಾಯಿ ರಿಯಾಯಿತಿ ಸಿಗುವುದು?

ಪ್ರತೀ 100 ರೂಪಾಯಿಗೆ 30 ರೂಪಾಯಿ ರಿಯಾಯಿತಿ ಎಂದಲ್ಲವೇ ಹೇಳಿರುವುದು. ಆಗ ಈ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕಬಹುದು:

3000 ರೂಪಾಯಿಗೆ ರಿಯಾಯಿತಿ	:	900 ರೂಪಾಯಿ
700 ರೂಪಾಯಿಗೆ ರಿಯಾಯಿತಿ	:	210 ರೂಪಾಯಿ
50 ರೂಪಾಯಿಗೆ ರಿಯಾಯಿತಿ	:	15 ರೂಪಾಯಿ
ಒಟ್ಟು ರಿಯಾಯಿತಿ	:	1125 ರೂಪಾಯಿ

ಹೀಗೆ ಬೇರೆ ಬೇರೆಯಾಗಿ ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕದೆ, ನೇರವಾಗಿ ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕಬಹುದು. ಇದಕ್ಕಾಗಿ ಹೀಗೆ ಆಲೋಚಿಸುವ:

- ಯಾವುದೇ ಬೆಲೆಯಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು 100 ಗಳು ಇವೆಯೋ ಅವುಗಳ 30 ಮಡಿ ರಿಯಾಯಿತಿಯಾಗಿದೆ.
- ಅಂದರೆ, ಬೆಲೆಯ $\frac{1}{100}$ ಭಾಗದ 30 ಮಡಿ; ಅಥವಾ $\frac{30}{100}$ ಭಾಗ.
- $\frac{30}{100} = \frac{3}{10}$
- ಆಗ ಯಾವುದೇ ಬೆಲೆಯ $\frac{3}{10}$ ಭಾಗವು ರಿಯಾಯಿತಿಯಾಗಿದೆ.
- 3750 ರ $\frac{3}{10}$ ಭಾಗ $= 3750 \times \frac{3}{10} = \frac{3750 \times 3}{10} = \frac{375 \times 3 \times 10}{10} = 375 \times 3 = 1125$
- 3750 ರೂಪಾಯಿಗೆ 1125 ರೂಪಾಯಿ ರಿಯಾಯಿತಿ.

ಈ ಗುಣಾಕಾರವನ್ನು ದಶಮಾಂಶ ರೀತಿ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಈ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ಮಾಡಬಹುದು:

$$3750 \times 0.3 = 1125.0 = 1125$$

(ಕ್ಯಾಲ್ಕುಲೇಟರ್ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಲೆಕ್ಕಮಾಡಲು ಈ ವಿಧಾನವು ಸುಲಭವಾಗಿದೆ.)

ಶೇಕಡಾಮಾನವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸುವ ಇನ್ನೊಂದು ಸಂದರ್ಭವು ನೆನಪಿದೆಯೇ?

ಬ್ಯಾಂಕುಗಳಲ್ಲಿ ಹಾಗೂ ಇನ್ನಿತರ ಕಡೆ ಹಣವನ್ನು ನಿಕ್ಷೇಪಿಸಿದಾಗ, ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಸಮಯದ ಅನಂತರ ಹಿಂದಕ್ಕೆ ತೆಗೆಯುವಾಗ ಸ್ವಲ್ಪ ಹೆಚ್ಚು ದೊರೆಯುವ ಹಣವನ್ನಲ್ಲವೇ ಬಡ್ಡಿ ಎಂದು ಹೇಳುವುದು. (ಸಾಲವನ್ನು ಹಿಂದಿರುಗಿಸುವಾಗ, ತೆಗೆದುಕೊಂಡ ಹಣಕ್ಕಿಂತ ಅಧಿಕ ಹಣವನ್ನು ಪಾವತಿಸುವುದೂ ಬಡ್ಡಿಯೇ ಆಗಿದೆ.)

ಈ ಲೆಕ್ಕವನ್ನು ನೋಡಿರಿ:

> ಒಂದು ಸಹಕಾರಿ ಬ್ಯಾಂಕಿನಲ್ಲಿ ಒಂದು ವರ್ಷಕ್ಕೆ ನಿರಖು ಠೇವಣಿಗೆ 9% ಬಡ್ಡಿ ದೊರೆಯುವುದು. 7500 ರೂಪಾಯಿಯನ್ನು ನಿಕ್ಷೇಪಿಸಿದರೆ, ಒಂದು ವರ್ಷದ ಬಳಿಕ ಹಿಂದಕ್ಕೆ ಸಿಗುವ ಹಣವೆಷ್ಟು?

ಪ್ರತಿ 100 ರೂಪಾಯಿಗೆ ಸಿಗುವ ಬಡ್ಡಿ 9 ರೂಪಾಯಿ. ಆಗ 7500 ರೂಪಾಯಿಗೆ ಎಷ್ಟು ಬಡ್ಡಿ ಸಿಗುವುದು ಎಂಬುದನ್ನಲ್ಲವೇ ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕಬೇಕಾಗಿರುವುದು.

ಇದನ್ನೂ ಈ ಮೊದಲಿನ ಲೆಕ್ಕದಂತೆ, ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಮಾಡಬಹುದೇ?

100 ರ $\frac{9}{100}$ ಭಾಗವು 9 ಆಗಿದೆಯಲ್ಲವೇ.

ಆಗ ಪ್ರತಿಯೊಂದು 100 ರೂಪಾಯಿಗೂ 9 ರೂಪಾಯಿ ಬಡ್ಡಿ ಎಂಬುದನ್ನು ಹೇಗೆ ಹೇಳಬಹುದು?

ಯಾವುದೇ ಮೊತ್ತಕ್ಕೂ ಅದರ $\frac{9}{100}$ ಭಾಗವು ಬಡ್ಡಿಯಾಗಿರುವುದು.

7500 ರ $\frac{9}{100}$ ಭಾಗ

$$7500 \times \frac{9}{100} = \frac{75 \times 9 \times 100}{100} = 75 \times 9 = 675$$

ದಶಮಾಂಶ ರೂಪವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ

$$7500 \times 0.09 = 675.00 = 675$$

ಎಂದೂ ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕಬಹುದು.

ಆಗ 7500 ರೂಪಾಯಿಯನ್ನು ನಿಕ್ಷೇಪಿಸಿದರೆ, ಒಂದು ವರ್ಷದ ಬಳಿಕ 675 ರೂಪಾಯಿ ಬಡ್ಡಿ ಸೇರಿ $7500 + 675 = 8175$ ರೂಪಾಯಿ ಸಿಗುವುದು.

ಈ ಲೆಕ್ಕಗಳಲ್ಲಿ ಶೇಕಡಾಮಾನವಾಗಿ ಹೇಳಿರುವುದನ್ನು ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿ, ಭಾಗಗಳಾಗಿ ಬದಲಾಯಿಸಲಾಗಿದೆ. ಸಾಧಾರಣವಾಗಿ ಉಪಯೋಗಿಸುವ ಕೆಲವು ಶೇಕಡಾಮಾನವನ್ನು ಭಿನ್ನರಾಶಿ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆದಿರುವ ಪಟ್ಟಿಗಳನ್ನು ಈ ಕೆಳಗೆ ನೀಡಲಾಗಿದೆ. ಎರಡನೇ ಪಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿ ಇದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳನ್ನು ಬರೆಯಬಹುದೇ?

ಶೇಕಡಾಮಾನ	ಭಿನ್ನರಾಶಿ	ಸರಳರೂಪ
50%	$\frac{50}{100}$ ಭಾಗ	$\frac{1}{2}$ ಭಾಗ
25%	$\frac{25}{100}$ ಭಾಗ	$\frac{1}{4}$ ಭಾಗ

ಶೇಕಡಾಮಾನ	ಭಿನ್ನರಾಶಿ	ಸರಳರೂಪ
75%		
20%		

ಇನ್ನು ಈ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಮಾಡಿ ನೋಡಿರಿ:

(1) ಒಂದು ಇಲೆಕ್ಟ್ರೋನಿಕ್ ಕಂಪೆನಿಯವರು ಹಿಂದಿನ ವರ್ಷ ನಿರ್ಮಿಸಿದ ಉಪಕರಣಗಳನ್ನು ರಿಯಾಯಿತಿ ದರದಲ್ಲಿ ಮಾರಾಟ ಮಾಡುತ್ತಾರೆ. ಪ್ರತಿಯೊಂದರ ವಿವರಗಳನ್ನು ಈ ಕೆಳಗಿನ ಪಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿ ನೀಡಲಾಗಿದೆ:

ಉಪಕರಣ	ಹಳೆಯ ಬೆಲೆ	ರಿಯಾಯಿತಿ
ಲ್ಯಾಪ್ ಟೋಪ್	65000	10%
ಮೊಬೈಲ್ ಫೋನ್	25000	20%
ಸ್ಮಾರ್ಟ್ ವಾಚ್	12000	30%

ಪ್ರತಿಯೊಂದರ ಈಗಿನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಲೆಕ್ಕಹಾಕಿರಿ.

(2) ಒಬ್ಬ ವ್ಯಾಪಾರಿ ಪ್ರತಿ ತಿಂಗಳು ಅವನಿಗೆ ಸಿಗುವ ಲಾಭದ 2% ವನ್ನು ದುರಂತ ಪರಿಹಾರ ನಿಧಿಗೆ ದೇಣಿಗೆ ನೀಡುತ್ತಾನೆ. 25000 ರೂಪಾಯಿ ಲಾಭ ಸಿಕ್ಕಿದ ಒಂದು ತಿಂಗಳು ಅವನು ಎಷ್ಟು ರೂಪಾಯಿ ದೇಣಿಗೆ ನೀಡುವನು?

(3) (i) ಎರಡೂವರೆ ಲಕ್ಷದಿಂದ ಐದು ಲಕ್ಷದ ವರೆಗೆ ವಾರ್ಷಿಕ ಆದಾಯ ಇರುವವರು, ಐದು ಶೇಕಡಾ ಆದಾಯ ತೆರಿಗೆಯನ್ನು ಪಾವತಿಸಬೇಕು. ಮೂರೂವರೆ ಲಕ್ಷ ರೂಪಾಯಿ ವಾರ್ಷಿಕ ಆದಾಯವಿರುವ ಒಬ್ಬ ವ್ಯಕ್ತಿಯು ಎಷ್ಟು ರೂಪಾಯಿ ತೆರಿಗೆ ಪಾವತಿಸಬೇಕು?

(ii) ಐದು ಲಕ್ಷದಿಂದ ಹತ್ತು ಲಕ್ಷದ ವರೆಗೆ ವಾರ್ಷಿಕ ಆದಾಯವಿರುವವರು, ಐದು ಲಕ್ಷದ ಐದು ಶೇಕಡಾವನ್ನೂ ಬಾಕಿ ಇರುವ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಇಪ್ಪತ್ತು ಶೇಕಡಾವನ್ನೂ ತೆರಿಗೆಯನ್ನೂ ಪಾವತಿಸಬೇಕು. ಏಳು ಲಕ್ಷ ರೂಪಾಯಿ ವಾರ್ಷಿಕ ಆದಾಯವಿರುವ ಒಬ್ಬ ವ್ಯಕ್ತಿಯು ಎಷ್ಟು ರೂಪಾಯಿ ತೆರಿಗೆಯನ್ನು ಪಾವತಿಸಬೇಕು?

ಇತರ ಕೆಲವು ಶೇಕಡಾಮಾನಗಳು

ಹಣದ ವಹಿವಾಟುಗಳು ಮಾತ್ರವಲ್ಲ, ಇತರ ಕೆಲವು ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿಯೂ ಶೇಕಡಾಮಾನ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಹೇಳುವುದಿದೆ. ಉದಾಹರಣೆಗಾಗಿ,

450 ಮಕ್ಕಳು ಒಂದು ಪರೀಕ್ಷೆಗೆ ಹಾಜರಾದಾಗ 80% ಮಕ್ಕಳು ತೇರ್ಗಡೆಯಾದರು

ಎಂದು ಹೇಳಿದರೆ ಏನು ಅರ್ಥ?

ಪರೀಕ್ಷೆಗೆ ಹಾಜರಾದವರಲ್ಲಿ $\frac{80}{100}$ ಭಾಗ ತೇರ್ಗಡೆಯಾದರು ಎಂದು ಇದರಿಂದ ಅರ್ಥೈಸಿಕೊಳ್ಳಬೇಕು.

$$\frac{80}{100} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$$

ಆದುದರಿಂದ, ಪರೀಕ್ಷೆಗೆ ಹಾಜರಾದವರಲ್ಲಿ $\frac{4}{5}$ ಭಾಗ ತೇರ್ಗಡೆಯಾದರು ಎಂದೂ ಹೇಳಬಹುದು.

ಹಾಗಾದರೆ ಎಷ್ಟು ಮಂದಿ ತೇರ್ಗಡೆಯಾದರು?

$$450 \times \frac{4}{5} = 90 \times 4 = 360$$

ತಿರುಗಿಸಿ ಹೀಗೊಂದು ಪ್ರಶ್ನೆಯನ್ನೂ ಕೇಳಬಹುದು:

ಒಂದು ಪರೀಕ್ಷೆಗೆ ಹಾಜರಾದವರಲ್ಲಿ 360 ಜನ ತೇರ್ಗಡೆಯಾದರು. ಇದು ಪರೀಕ್ಷೆಗೆ ಹಾಜರಾದವರ 75% ಆಗಿದೆ. ಒಟ್ಟು ಎಷ್ಟು ಮಂದಿ ಪರೀಕ್ಷೆ ಬರೆದರು ?

ಹಾಜರಾದವರಲ್ಲಿ $\frac{75}{100} = \frac{3}{4}$ ಭಾಗವಲ್ಲವೇ ತೇರ್ಗಡೆಯಾದವರು. ತಿರುಗಿಸಿ ಹೇಳಿದರೆ, ತೇರ್ಗಡೆಯಾದವರ $\frac{4}{3}$ ಮಡಿ ಪರೀಕ್ಷೆಗೆ ಹಾಜರಾದವರು (**ವಿಲೋಮ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳು** ಎಂಬ ಪಾಠ). ಅಂದರೆ, ಪರೀಕ್ಷೆಗೆ ಹಾಜರಾದವರ ಸಂಖ್ಯೆ

$$360 \times \frac{4}{3} = 120 \times 4 = 480$$

ಇನ್ನು ಈ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಮಾಡಿನೋಡಿರಿ:

(1) ಒಂದು ಶಾಲೆಯ 50 ಅಧ್ಯಾಪಕರಲ್ಲಿ 80% ಸ್ತ್ರೀಯರಾಗಿದ್ದಾರೆ. ಅಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಅಧ್ಯಾಪಿಕೆಯರಿದ್ದಾರೆ ?

(2) ಇಬ್ಬರು ಸ್ಪರ್ಧಿಸಿದ ಒಂದು ಚುನಾವಣೆಯಲ್ಲಿ 1450 ಮಂದಿ ಮತದಾನ ಮಾಡಿದರು. ಗೆದ್ದ ಅಭ್ಯರ್ಥಿಗೆ 52% ಮತಗಳು ಲಭಿಸಿದವು.

(i) ಗೆದ್ದ ವ್ಯಕ್ತಿಗೆ ಎಷ್ಟು ಮತಗಳು ಲಭಿಸಿದವು?

(ii) ಎಷ್ಟು ಮತಗಳ ಅಂತರದಲ್ಲಿ ಗೆದ್ದಿರುವುದು?

(3) 1200 ಮಂದಿ ಬರೆದ ಒಂದು ಪರೀಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ 65% ಮಂದಿಗೆ ಎ ಗ್ರೇಡ್ ಲಭಿಸಿತು. ಇದು ಎಷ್ಟು ಮಂದಿ?

(4) ಒಂದು ಹಿತ್ತಿಲಲ್ಲಿ 32 ತೆಂಗಿನಮರಗಳಿವೆ. ಇದು ಒಟ್ಟು ಮರಗಳ 50% ಆಗಿದೆ. ಹಿತ್ತಿಲಿನಲ್ಲಿ ಒಟ್ಟು ಎಷ್ಟು ಮರಗಳಿವೆ?

(5) ಒಬ್ಬ ವ್ಯಕ್ತಿಯು ಒಂದು ತಿಂಗಳಿಗೆ ಆಹಾರಕ್ಕಾಗಿ 8400 ರೂಪಾಯಿಯನ್ನು ಖರ್ಚು ಮಾಡುತ್ತಾನೆ. ಇದು ಆತನ ತಿಂಗಳ ಆದಾಯದ 25% ಆಗಿದೆ. ಆ ವ್ಯಕ್ತಿಯ ತಿಂಗಳ ಆದಾಯ ಎಷ್ಟು?

ಕಳೆದೂ ಕೂಡಿಸಿಯೂ

ಪಾಠದ ಆರಂಭದಲ್ಲಿ ಮಾಡಿದ ಲೆಕ್ಕವನ್ನು ಸ್ವಲ್ಪ ಬದಲಾಯಿಸಿ ಹೀಗೆ ಕೇಳಿದರೋ?

ಓಣಂನ ಪ್ರಯುಕ್ತ ಕೈಮಗ್ಗದ ಬಟ್ಟೆಗಳಿಗೆ 30% ರಿಯಾಯಿತಿ ಇದೆ. 3250 ರೂಪಾಯಿಯ ಬಟ್ಟೆಗಳನ್ನು ಖರೀದಿಸಿದರೆ, ಎಷ್ಟು ರೂಪಾಯಿಗಳನ್ನು ನೀಡಬೇಕು?

ಇದನ್ನು ಹೇಗೆ ಲೆಕ್ಕಹಾಕುವುದು?

ಈ ಮೊದಲು ಮಾಡಿದಂತೆ ಮೊದಲು ರಿಯಾಯಿತಿಯನ್ನು ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕುವ.

$$3250 \times \frac{3}{10} = 325 \times 3 = 975$$

ಇನ್ನು ನೀಡಬೇಕಾದ ಹಣ $3250 - 975 = 2275$ ರೂಪಾಯಿ ಎಂದು ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕಬಹುದು.

ರಿಯಾಯಿತಿಯನ್ನು ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕಿ ಅನಂತರ ಅದನ್ನು ಕಳೆಯುವ ಬದಲಾಗಿ, ನೇರವಾಗಿ ಕೊಡಬೇಕಾದ ಹಣವನ್ನು ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕಬಹುದು.

ಈ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ಯೋಚಿಸುವ.

- ಒಟ್ಟು ಬೆಲೆಯ $\frac{3}{10}$ ಭಾಗವನ್ನು ಕಳೆಯಬೇಕು.
- ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಅದರ $\frac{3}{10}$ ಭಾಗವನ್ನು ಕಳೆದರೆ ಸಿಗುವುದು. ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯ $\frac{7}{10}$ ಭಾಗವಾಗಿದೆ.
- ಆಗ ನೀಡಬೇಕಾದ ಹಣ, ಒಟ್ಟು ಬೆಲೆಯ $\frac{7}{10}$ ಭಾಗವಾಗಿದೆ.
- 3250 ರ $\frac{7}{10}$ ಭಾಗ

$$3250 \times \frac{7}{10} = 325 \times 7 = 2275$$

ಇದನ್ನು ಹೀಗೆಯೂ ಹೇಳಬಹುದು.

- 30% ರಿಯಾಯಿತಿ ಎಂದರೆ ಪ್ರತಿ 100 ರೂಪಾಯಿಗೆ 30 ರೂಪಾಯಿ ಕಡಿಮೆಯಾಗುವುದು.
- ಆಗ 100 ರೂಪಾಯಿಯ ಬಟ್ಟೆಗಳಿಗೆ 70 ರೂಪಾಯಿ ನೀಡಿದರೆ ಸಾಕು.
- ಅಂದರೆ, ಒಟ್ಟು ಬೆಲೆಯ 70%.

ಈ ಮೊದಲು ಮಾಡಿರುವ ಇನ್ನೊಂದು ಲೆಕ್ಕವನ್ನು ನೋಡುವ.

65000 ರೂಪಾಯಿಯ ಲ್ಯಾಪ್ ಟೋಪ್ ಗೆ ಈಗ 10% ರಿಯಾಯಿತಿ ಇದೆ. ಇದರ ಈಗಿನ ಬೆಲೆ ಎಷ್ಟು?

ಈಗ ನೋಡಿದಂತೆ, 10% ರಿಯಾಯಿತಿ ಎಂದರೆ ಹಳೆಯ ಬೆಲೆಯ 90% ಆಗಿದೆ. ಈಗಿನ ದರವು 65000 ದ 90%.

ಅಂದರೆ, ಈಗಿನ ಬೆಲೆ 58500 ರೂಪಾಯಿಯಾಗಿದೆ.

$$65000 \times \frac{90}{100} = 650 \times 90 = 65 \times 9 \times 100 = 58500$$

ಈ ಲೆಕ್ಕವನ್ನು ನೋಡಿರಿ.

ಸ್ಕೂಟರ್‌ಗಳನ್ನು ತಯಾರಿಸುವ ಒಂದು ಕಂಪೆನಿ, ಮುಂದಿನ ತಿಂಗಳಿನಿಂದ 3% ಬೆಲೆಯನ್ನು ಹೆಚ್ಚಿಸಲು ತೀರ್ಮಾನಿಸಿತು. ಈಗ 80000 ರೂಪಾಯಿ ಬೆಲೆಯಿರುವ ಸ್ಕೂಟರಿಗೆ ಮುಂದಿನ ತಿಂಗಳು ಎಷ್ಟು ಹಣ ನೀಡಬೇಕು?

ಮೊದಲು ಬೆಲೆಯಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಹೆಚ್ಚಳ ಮಾಡಲಾಗಿದೆ ಎಂದು ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕಿ, ಅದನ್ನು ಈಗಿನ ಬೆಲೆಗೆ ಕೂಡಿಸಿ ಹೊಸ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕಬೇಕು.

ಅಲ್ಲದಿದ್ದರೆ ಹೀಗೆ ಆಲೋಚಿಸುವ.

- ಈಗಿನ ಬೆಲೆಯ $\frac{3}{100}$ ಭಾಗದಷ್ಟು ಹೆಚ್ಚಿಸಲಾಗಿದೆ.
- ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯೊಂದಿಗೆ ಅದರ $\frac{3}{100}$ ಭಾಗವನ್ನು ಕೂಡಿಸಿದರೆ ಸಿಗುವುದು $1+\frac{3}{100}=\frac{103}{100}$ ಮಡಿಯಾಗಿದೆ.
- ಆಗ ಹೊಸ ಬೆಲೆಯು, ಹಳೆಯ ಬೆಲೆಯ $\frac{103}{100}$ ಮಡಿಯಾಗಿರುವುದು.
- 80000 ದ $\frac{103}{100}$ ಮಡಿಯು

$$80000 \times \frac{103}{100} = 800 \times 103 = 8 \times 103 \times 100 = 82400$$

ಅಂದರೆ, ಮುಂದಿನ ತಿಂಗಳು ನೀಡಬೇಕಾದ ಬೆಲೆ 82400 ರೂಪಾಯಿ.

$\frac{103}{100}$ ಮಡಿ ಎಂಬುದನ್ನು 103% ಎಂದೂ ಹೇಳಬಹುದು.

ಇನ್ನೊಂದು ಲೆಕ್ಕ.

ಒಂದು ಆಯತದ ಉದ್ದವನ್ನು 10% ಹೆಚ್ಚಿಸಿ, ಅಗಲವನ್ನು 10% ಕಡಿಮೆ ಮಾಡಿ ಹೊಸತೊಂದು ಆಯತವನ್ನು ರಚಿಸಿದಾಗ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ವ್ಯತ್ಯಾಸ ಉಂಟಾಗಬಹುದು?

10% ಹೆಚ್ಚಿಸುವುದು ಎಂದರೆ 110% ಮಾಡುವುದು. ಅಂದರೆ, $\frac{110}{100} = \frac{11}{10}$ ಮಡಿಯಾಗಿಸುವುದು.

$$\text{ಹೊಸ ಉದ್ದ} = \text{ಹಳೆಯ ಉದ್ದ} \times \frac{11}{10}$$

10% ಕಡಿಮೆ ಮಾಡುವುದು ಎಂದರೆ 90% ಮಾಡುವುದು, ಅಂದರೆ $\frac{90}{100}=\frac{9}{10}$ ಭಾಗವನ್ನಾಗಿಸುವುದು.

$$\text{ಹೊಸ ಅಗಲ} = \text{ಹಳೆಯ ಅಗಲ} \times \frac{9}{10}$$

ಇನ್ನು ಹೊಸ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕಲು, ಹೊಸ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಹೊಸ ಅಗಲಗಳನ್ನು ಗುಣಿಸಿದರೆ ಸಾಕಲ್ಲವೇ.

$$\begin{aligned}\text{ಹೊಸ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} &= \text{ಹೊಸ ಉದ್ದ} \times \text{ಹೊಸ ಅಗಲ} \\ &= (\text{ಹಳೆಯ ಉದ್ದ} \times \frac{11}{10}) \times (\text{ಹಳೆಯ ಅಗಲ} \times \frac{9}{10})\end{aligned}$$

$= (\text{ಹಳೆಯ ಉದ್ದ} \times \text{ಹಳೆಯ ಅಗಲ}) \times \frac{11}{10} \times \frac{9}{10}$

$= \text{ಹಳೆಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} \times \frac{99}{100}$

= ಹಳೆಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ 99%

ಅಂದರೆ, ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು 1% ಕಡಿಮೆಯಾಗುವುದು.

ಇನ್ನು ಈ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಮಾಡಿ ನೋಡಿರಿ.

(1) 4000 ರೂಪಾಯಿ ಬೆಲೆಯ ಒಂದು ಸೈಕಲ್‌ಗೆ ಈಗ 15% ರಿಯಾಯಿತಿ ಇದೆ. ಈಗಿನ ಬೆಲೆ ಎಷ್ಟು ರೂಪಾಯಿಯಾಗಿದೆ?

(2) ಕಳೆದ ವರ್ಷ ಒಬ್ಬ ವ್ಯಕ್ತಿಯ ತಿಂಗಳ ಆದಾಯ 30000 ರೂಪಾಯಿ ಆಗಿತ್ತು. ಈ ವರ್ಷ ಆದಾಯವು 8% ಹೆಚ್ಚಳವಾಯಿತು. ಈಗಿನ ತಿಂಗಳ ಆದಾಯ ಎಷ್ಟು ರೂಪಾಯಿ ಆಗಿರುವುದು?

(3) ಒಂದು ಆಯತದ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಅಗಲವನ್ನು 10% ದಂತೆ ಕಡಿಮೆಮಾಡಿದರೆ, ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಎಷ್ಟು ಶೇಕಡ ಕಡಿಮೆಯಾಗುವುದು?

(4) ಒಂದು ಆಯತದ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಅಗಲವನ್ನು 10% ದಂತೆ ಹೆಚ್ಚಿಸಿದಾಗ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಎಷ್ಟು ಶೇಕಡ ಹೆಚ್ಚಳವಾಗುವುದು?

ಭಿನ್ನರಾಶಿಯೂ ಶೇಕಡಾಮಾನವೂ

ಶಾಲಾ ದಿನಪತ್ರಿಕೆಯ ಈ ವಾರ್ತೆಯನ್ನು ನೋಡಿರಿ.

ಎಸ್.ಎಸ್.ಎಲ್.ಸಿ. ಫಲಿತಾಂಶ ಪ್ರಕಟಿಸಲಾಯಿತು. ಉತ್ತೀರ್ಣರಾದವರ ಶೇಕಡಾಮಾನ 99.70%

ಶಾಲಾ ಪತ್ರಿಕೆ

99.70% ಎಂಬುದರ ಅರ್ಥವೇನು?

ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ನೂರನೇ ಒಂದು ಭಾಗದ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಮಡಿಯನ್ನಲ್ಲವೇ ಶೇಕಡಾಮಾನವಾಗಿ ಹೇಳುವುದು. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, 99% ಎಂದರೆ $\frac{99}{100}$ ಭಾಗ. ಅಂದರೆ, $\frac{1}{100}$ ರ 99 ಮಡಿಯಾಗಿದೆ.

ಇದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ 99.70% ಎಂದರೆ $\frac{1}{100}$ ರ 99.70 ಮಡಿಯಾಗಿದೆ. ಅಂದರೆ,

$$\frac{1}{100} \times 99.70 = \frac{1}{100} \times \frac{9970}{100} = \frac{997}{1000}$$

ಹೀಗೆ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ $\frac{997}{1000}$ ಭಾಗ ಎಂದು ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿ ಹೇಳುವುದರ ಬದಲಾಗಿ 99.7% (ಅಥವಾ 99.70%) ಎಂದು ಹೇಳುವರು.

ಆಗ ಮೇಲಿನ ವಾರ್ತಾಪತ್ರಿಕೆಯಲ್ಲಿ ಹೇಳಿರುವುದು ಪರೀಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ ಉತ್ತೀರ್ಣರಾದವರ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಪರೀಕ್ಷೆ ಬರೆದವರ ಸಂಖ್ಯೆಯ $\frac{997}{1000}$ ಭಾಗವಾಗಿದೆ ಎಂದು.

ದಶಮಾಂಶ ರೂಪದ ಬದಲಾಗಿ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಭಾಗದ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯಾರೂಪವನ್ನು ಶೇಕಡಾಮಾನ ಲೆಕ್ಕಗಳಲ್ಲಿ ಹಲವು ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ಉಪಯೋಗಿಸುವುದಿದೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಸಾರ್ವಜನಿಕ ವಲಯದ ಸಂಸ್ಥೆಗಳಲ್ಲಿ ಉದ್ಯೋಗಿಗಳಿಗೆ ಸಂಬಳದ ಹೊರತಾಗಿ ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಮೊತ್ತದ ಹಣವನ್ನು ಕೊಡುವುದಿದೆ. ಇದನ್ನು ಬೋನಸ್ ಎಂದು ಹೇಳುವರು. ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ವಾರ್ಷಿಕ ಆದಾಯದ $8\frac{1}{3}\%$ ಬೋನಸ್ ಆಗಿರುವುದು. ಇದು ವಾರ್ಷಿಕ ಆದಾಯದ ಎಷ್ಟು ಭಾಗವಾಗಿದೆ?

ಮೊದಲಿನ ಲೆಕ್ಕದಲ್ಲಿ ಹೇಳಿರುವಂತೆ ಇದು $\frac{1}{100}$ ರ $8\frac{1}{3}$ ಮಡಿಯಾಗಿದೆ. ಎಂದರೆ,

$$\frac{1}{100} \times 8\frac{1}{3} = \frac{1}{100} \times \frac{25}{3} = \frac{25}{300} = \frac{1}{12}$$

ಆಗ $\frac{1}{12}$ ಭಾಗ ಎಂಬುದನ್ನು $8\frac{1}{3}\%$ ಎಂದು ಹೇಳುವುದು.

ಇದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಈ ಕೆಳಗೆ ಶೇಕಡಾಮಾನದಲ್ಲಿ ಹೇಳಿರುವವುಗಳನ್ನು ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿ ಬರೆಯಬಹುದೇ?

ಭಾಗಗಳು	
ಶೇಕಡಾಮಾನ ರೂಪ	ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆ
$12\frac{1}{2}\%$	
$6\frac{1}{4}\%$	
$33\frac{1}{3}\%$	
$66\frac{2}{3}\%$	
$16\frac{2}{3}\%$	
$83\frac{1}{3}\%$	

ಶೇಕಡಾಮಾನದಲ್ಲಿ ಹೇಳಿರುವುದನ್ನು ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿ ಬರೆಯುವುದು ಹೇಗೆ?

ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ $83\frac{1}{3}\%$ ಎಂಬುದನ್ನು ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯಾ ಭಾಗವಾಗಿ $\frac{1}{100}$ ರ $83\frac{1}{3}$ ಮಡಿಯನ್ನು ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕಬೇಕಲ್ಲವೇ.

$$\frac{1}{100} \times 83\frac{1}{3} = \frac{1}{100} \times \frac{250}{3} = \frac{250}{300} = \frac{5}{6}$$

ಇದನ್ನು ಹೀಗೆ ಬರೆಯಬಹುದು.

$$\frac{5}{6} = 83\frac{1}{3} \times \frac{1}{100}$$

ಅಂದರೆ, $83\frac{1}{3}$ ರ $\frac{1}{100}$ ಭಾಗವಾಗಿದೆ $\frac{5}{6}$

ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಹೇಳುವುದಾದರೆ,

ಶೇಕಡಾಮಾನವಾಗಿ ಹೇಳಿರುವ ಭಾಗವನ್ನು ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿ ಬದಲಾಯಿಸಲು, ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯ $\frac{1}{100}$ ಭಾಗವನ್ನು ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕಬೇಕು.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ, $12\frac{1}{2}\%$ ಎಂಬುದರ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯಾ ರೂಪವನ್ನು ಹೀಗೆ ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕುವ.

$$12\frac{1}{2} \times \frac{1}{100} = \frac{25}{2} \times \frac{1}{100} = \frac{25}{200} = \frac{1}{8}$$

ಅಂದರೆ $12\frac{1}{2}\%$ ಎಂದರೆ $\frac{1}{8}$ ಭಾಗ.

ತಿರುಗಿಸಿ ಹೀಗೊಂದು ಪ್ರಶ್ನೆ ಕೇಳಿದರೆ, $\frac{1}{3}$ ಭಾಗ ಎಂಬುದನ್ನು ಶೇಕಡಾಮಾನದಲ್ಲಿ ಹೇಗೆ ಹೇಳಬಹುದು?

ಹೀಗೆ ಆಲೋಚಿಸುವ.

- ಶೇಕಡಾಮಾನವಾಗಿ ಹೇಳುವ ಸಂಖ್ಯೆಯ $\frac{1}{100}$ ಭಾಗವಾಗಿದೆ $\frac{1}{3}$
- ಆಗ ಶೇಕಡಾಮಾನವಾಗಿ ಹೇಳುವ ಸಂಖ್ಯೆ $\frac{1}{3}$ ರ 100 ಮಡಿಯಾಗಿದೆ.
- ಅಂದರೆ,

$$\frac{1}{3} \times 100 = \frac{100}{3} = 33\frac{1}{3}$$

ಹೀಗೆ $\frac{1}{3}$ ಭಾಗ ಎಂಬುದು $33\frac{1}{3}\%$ ಆಗಿದೆ ಎಂದು ಕಾಣಬಹುದು.

ಇದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯಾರೂಪದಲ್ಲಿ ಹೇಳಿರುವ ಯಾವುದೇ ಭಾಗವನ್ನು ಶೇಕಡಾಮಾನವಾಗಿ ಬದಲಾಯಿಸಬಹುದಲ್ಲವೇ.

ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿ ಹೇಳಿರುವ ಯಾವುದೇ ಭಾಗವನ್ನು ಶೇಕಡಾಮಾನವಾಗಿ ಬದಲಾಯಿಸಲು, ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಯ 100 ಮಡಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕು.

ಇನ್ನು ಈ ಲೆಕ್ಕವನ್ನು ನೋಡುವ.

ಒಂದು ಪರೀಕ್ಷೆಗೆ ಹಾಜರಾದ 120 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಲ್ಲಿ 110 ಮಂದಿ ತೇರ್ಗಡೆಯಾದರು. ತೇರ್ಗಡೆಯಾದವರ ಸಂಖ್ಯೆಯು, ಪರೀಕ್ಷೆಗೆ ಹಾಜರಾದವರ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಎಷ್ಟು ಶೇಕಡವಾಗಿದೆ?

ತೇರ್ಗಡೆಯಾದವರ ಸಂಖ್ಯೆ, ಪರೀಕ್ಷೆಗೆ ಹಾಜರಾದವರ ಸಂಖ್ಯೆಯ $\frac{110}{120} = \frac{11}{12}$ ಭಾಗವಾಗಿದೆಯಲ್ಲವೇ.

ಇದನ್ನು ಶೇಕಡಾಮಾನದಲ್ಲಿ ಹೇಳಲು, ಈಗ ನೋಡಿದಂತೆ $\frac{11}{12}$ ರ 100 ಮಡಿಯನ್ನು ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕಬೇಕು.

$$\frac{11}{12} \times 100 = \frac{11 \times 100}{12} = \frac{11 \times 25}{3} = \frac{275}{3} = 91\frac{2}{3}$$

ಅಂದರೆ, ಪರೀಕ್ಷೆಗೆ ಹಾಜರಾದವರಲ್ಲಿ $91\frac{2}{3}\%$ ತೇರ್ಗಡೆಯಾದರು.

ವ್ಯಾಪಾರದಲ್ಲಿ ಲಾಭ ಮತ್ತು ನಷ್ಟಗಳನ್ನು, ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ವಸ್ತುಗಳನ್ನು ಖರೀದಿಸಲು ಖರ್ಚು ಮಾಡಿದ ಹಣದ ಶೇಕಡಾಮಾನವನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ಹೇಳುತ್ತಾರೆ.

ಈ ಲೆಕ್ಕವನ್ನು ನೋಡಿರಿ.

10000 ರೂಪಾಯಿಗೆ ಖರೀದಿಸಿದ ಮೇಜು 10550 ರೂಪಾಯಿಗೆ ಮಾರಾಟ ಮಾಡಿದರೆ ಸಿಗುವ ಲಾಭದ ಶೇಕಡಾಮಾನವೆಷ್ಟು?

ಲಾಭವಾಗಿ ದೊರೆತ ಹಣ $10550 - 10000 = 550$ ರೂಪಾಯಿ. ಅಂದರೆ ಖರೀದಿಸಿದ ಬೆಲೆಯ $\frac{550}{10000} = \frac{55}{1000}$ ಭಾಗ.

ಇದನ್ನು ಶೇಕಡಾಮಾನದಲ್ಲಿ ಹೇಳಿದರೆ, ಈ ಮೊದಲು ಮಾಡಿದ ಲೆಕ್ಕಗಳಂತೆ 100 ಮಡಿಯನ್ನು ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕುವ.

$$\frac{55}{1000} \times 100 = \frac{55}{10} = 5\frac{1}{2}$$

ಅಂದರೆ, ಲಾಭ $5\frac{1}{2}\%$

ಇನ್ನೊಂದು ರೀತಿಯಲ್ಲಿಯೂ ಹೇಳಬಹುದು. $\frac{55}{10} = 5.5$

ಲಾಭ 5.5%

ಇನ್ನು ಈ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಮಾಡಿ ನೋಡಬಹುದಲ್ಲವೇ.

(1) 750 ಮಕ್ಕಳಿರುವ ಒಂದು ಶಾಲೆಯಲ್ಲಿ 450 ಹುಡುಗಿಯರಿದ್ದಾರೆ. ಒಟ್ಟು ಮಕ್ಕಳ ಎಷ್ಟು ಶೇಕಡ ಹುಡುಗಿಯರಿದ್ದಾರೆ?

(2) 30000 ರೂಪಾಯಿ ಸಂಬಳ ಸಿಗುವ ಒಬ್ಬರು 8000 ರೂಪಾಯಿಯನ್ನು ಆಹಾರಕ್ಕಾಗಿ ಖರ್ಚು ಮಾಡುತ್ತಾರೆ. ಇದು ಸಂಬಳದ ಎಷ್ಟು ಶೇಕಡವಾಗಿದೆ?

(3) 4500 ರೂಪಾಯಿಗೆ ಖರೀದಿಸಿದ ಒಂದು ಸೈಕಲನ್ನು 4000 ರೂಪಾಯಿಗೆ ಮಾರಬೇಕಾಗಿ ಬಂದರೆ, ನಷ್ಟದ ಶೇಕಡಾಮಾನವೆಷ್ಟು?

(4) 1600 ಜನ ಮತ ಚಲಾಯಿಸಿದ ಒಂದು ಮತದಾನದಲ್ಲಿ ಗೆದ್ದ ಅಭ್ಯರ್ಥಿಗೆ 900 ಮತಗಳು ಲಭಿಸಿದವು. ಇದು ಒಟ್ಟು ಮತಗಳ ಎಷ್ಟು ಶೇಕಡಾವಾಗಿರುವುದು?

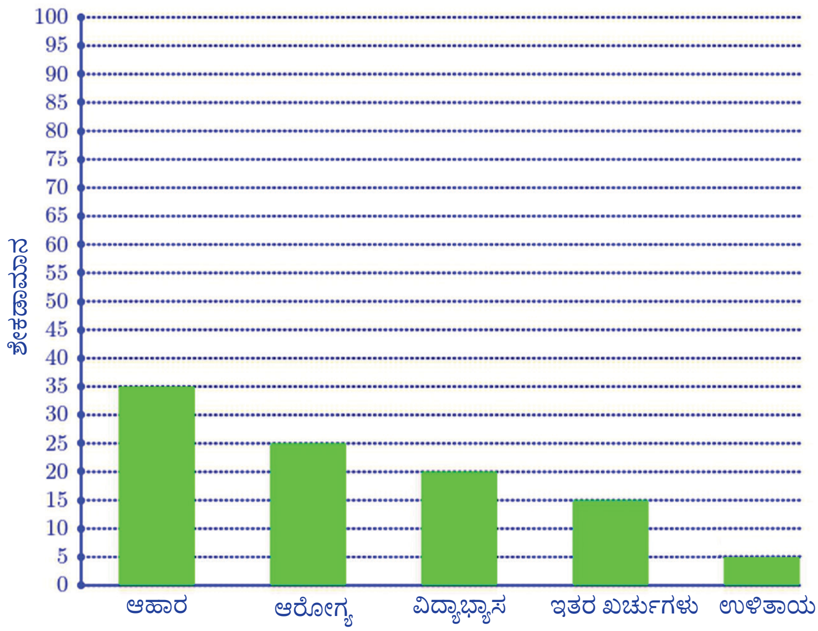
(5) ಸಜಯನ ಸಂಬಳಕ್ಕಿಂತ ಅಜಯನಿಗೆ 25% ಅಧಿಕ ಸಂಬಳ ದೊರೆಯುವುದು. ಅಜಯನಿಗೆ ದೊರೆಯುವ ಸಂಬಳಕ್ಕಿಂತ ಎಷ್ಟು ಶೇಕಡ ಕಡಿಮೆ ಸಂಬಳವು ಸಜಯನಿಗೆ ದೊರೆಯುವುದು?

14 ಮಾಹಿತಿ ಚಿತ್ರಗಳು

ಒಂದು ಮನೆಯ ಒಂದು ತಿಂಗಳ ವಿವಿಧ ಖರ್ಚುಗಳನ್ನು ಒಟ್ಟು ಖರ್ಚಿನ ಶೇಕಡಾಮಾನವಾಗಿ ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕಿದ ಪಟ್ಟಿಯನ್ನು ಕೆಳಗೆ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ.

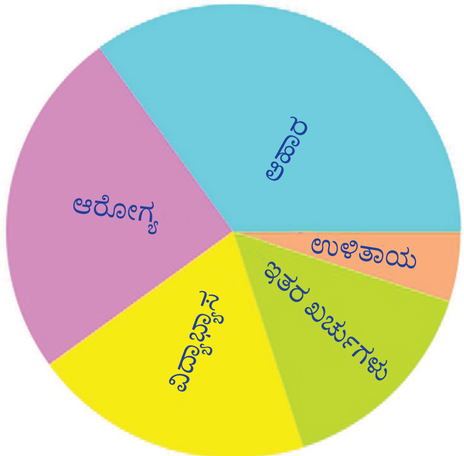
ಖರ್ಚಿನ ವಿಧ	ಖರ್ಚು
ಆಹಾರ	35%
ಆರೋಗ್ಯ	25%
ವಿದ್ಯಾಭ್ಯಾಸ	20%
ಇತರ ಖರ್ಚುಗಳು	15%
ಉಳಿತಾಯ	5%

ಈ ರೀತಿಯ ಮಾಹಿತಿಗಳನ್ನು ಆಯತ ಚಿತ್ರವಾಗಿ ರಚಿಸುವುದನ್ನು ಹೇಗೆಂದು ಐದನೇ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ನೋಡಿದ್ದೀರಲ್ಲವೇ.



ಈ ಚಿತ್ರದಿಂದ ಹಲವು ವಿಧದ ಖರ್ಚುಗಳ ತುಲನೆಯನ್ನು ಬೇಗನೇ ಮಾಡಬಹುದು. ಆದರೆ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ವಿಭಾಗದಲ್ಲೂ ಮಾಡಿದ ಖರ್ಚು, ಒಟ್ಟು ಖರ್ಚಿನ ಎಷ್ಟು ಭಾಗವಾಗಿದೆಯೆಂದೋ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಖರ್ಚು ಇನ್ನೊಂದರ ಎಷ್ಟು ಮಡಿಯೋ ಭಾಗವೋ ಆಗಿದೆಯೆಂದು ನೋಡಿದ ಮಾತ್ರಕ್ಕೆ ಹೇಳಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ.

ಇನ್ನು ಇದೇ ಮಾಹಿತಿಗಳನ್ನು ಬೇರೊಂದು ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ರಚಿಸಿರುವುದನ್ನು ನೋಡಿರಿ.



ಈ ಚಿತ್ರದಿಂದ, ಆಹಾರಕ್ಕೆ ಅತಿ ಹೆಚ್ಚು ಖರ್ಚು ಮಾಡಲಾಗಿದೆ ಎಂದು ಮಾತ್ರವಲ್ಲದೆ ಅದು ಒಟ್ಟು ಖರ್ಚಿನ ಅಂದಾಜು ಮೂರನೇ ಒಂದು ಭಾಗವಾಗಿದೆ ಎಂದು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದಲ್ಲವೇ. ಅದೇ ರೀತಿ ಆರೋಗ್ಯದ ಅಗತ್ಯಗಳಿಗೆ ಖರ್ಚು ಮಾಡಿರುವುದು ನಾಲ್ಕನೇ ಒಂದು ಭಾಗವೆಂದೂ ತಿಳಿಯಬಹುದು.

ಈ ರೀತಿಯ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ವೃತ್ತಚಿತ್ರ (pie chart) ಎಂದು ಹೇಳುವರು.

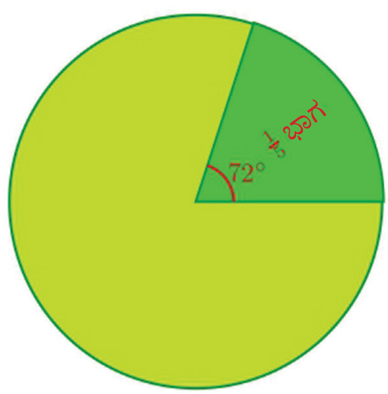
ಈ ಚಿತ್ರವನ್ನು ರಚಿಸಿದ್ದು ಹೇಗೆ?

ತಿಂಡಿಯ ಚಿತ್ರ

ಪಾಶ್ಚಾತ್ಯ ದೇಶಗಳಲ್ಲಿ ಹೆಚ್ಚು ಪ್ರಚಾರವಿರುವ ಒಂದು ತಿಂಡಿಯ ಹೆಸರಾಗಿದೆ ಪೈ (pie):

ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿರುವ ಹಾಗೆ ತುಂಡು ಮಾಡಿ ಇದನ್ನು ವಿತರಿಸಲಾಗುವುದು. ಇದರಿಂದ pie chart ಎಂಬ ಹೆಸರು ಬಂತು.

ವೃತ್ತದ $\frac{1}{5}$ ಭಾಗ ಸಿಗಲು ಕೇಂದ್ರದಲ್ಲಿ $360^\circ \times \frac{1}{5} = 72^\circ$ ಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸಿದ್ದು ನೆನಪಿದೆಯೇ?

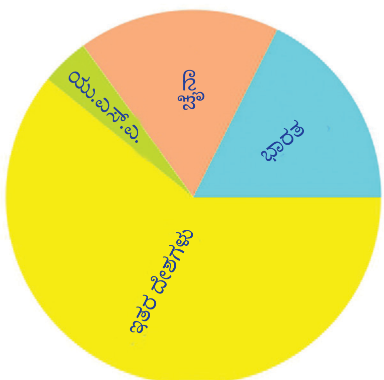


ಖರ್ಚಿನ ಲೆಕ್ಕದಲ್ಲಿ, ಆಹಾರಕ್ಕಿರುವ ಖರ್ಚು, ಒಟ್ಟು ಖರ್ಚಿನ $\frac{35}{100} = \frac{7}{20}$ ಭಾಗವಾಗಿದೆಯಲ್ಲವೇ. ಹಾಗಾದರೆ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ಈ ಭಾಗವನ್ನು ಗುರುತಿಸಲು, ಕೇಂದ್ರದಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಡಿಗ್ರಿ ಕೋನವನ್ನು ಎಳೆಯಬೇಕು?

$$360° \times \frac{7}{20} = 126°$$

ಇದೇ ರೀತಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಖರ್ಚನ್ನು ಗುರುತಿಸುವುದಕ್ಕಿರುವ ಕೋನವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದು, ಈ ಚಿತ್ರವನ್ನು ರಚಿಸಬಹುದೇ?

ಇನ್ನೊಂದು ವೃತ್ತಚಿತ್ರವನ್ನು ನೋಡೋಣ. ಲೋಕದಲ್ಲಿ ಅತಿ ಹೆಚ್ಚು ಜನರಿರುವ ದೇಶ ಭಾರತ, ಎರಡನೆಯದಾಗಿ ಚೈನಾ, ಮೂರನೆಯದಾಗಿ ಅಮೇರಿಕ ಸಂಯುಕ್ತ ಸಂಸ್ಥಾನಗಳು (USA) ಆಗಿವೆ. ಈ ಮೂರು ದೇಶಗಳ ಜನಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಬೇರೆ ಬೇರೆಯಾಗಿ ಮತ್ತು ಉಳಿದ ಎಲ್ಲಾ ದೇಶಗಳ ಜನಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಒಟ್ಟಾಗಿ, ವಿಶ್ವ ಜನಸಂಖ್ಯೆಯ ಭಾಗಗಳಾಗಿ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಲಾಗಿದೆ.



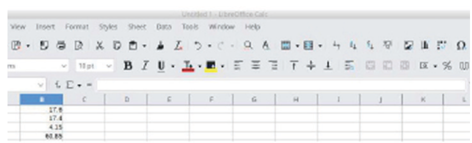
ಈ ಚಿತ್ರದಿಂದ ಕೆಳಗೆ ಕೇಳಿರುವ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರವನ್ನು ಹೇಳಬಹುದೇ ?

- ಭಾರತದ ಜನಸಂಖ್ಯೆಯು ವಿಶ್ವ ಜನಸಂಖ್ಯೆಯ ಸರಿಸುಮಾರು ಎಷ್ಟು ಭಾಗವಾಗಿದೆ?
- ಚೈನಾದ ಜನಸಂಖ್ಯೆಯೋ?
- ಅಮೇರಿಕ ಸಂಯುಕ್ತ ಸಂಸ್ಥಾನಗಳ ಜನಸಂಖ್ಯೆಯು ಭಾರತದ ಜನಸಂಖ್ಯೆಯ ಸರಿಸುಮಾರು ಎಷ್ಟು ಭಾಗ ವಾಗಿದೆ?
- ಭಾರತ, ಚೈನಾ, ಯು.ಎಸ್.ಎ. ಎಂಬೀ ಮೂರು ದೇಶಗಳ ಒಟ್ಟು ಜನಸಂಖ್ಯೆಯು ವಿಶ್ವ ಜನಸಂಖ್ಯೆಯ ಸರಿಸುಮಾರು ಎಷ್ಟು ಭಾಗವಾಗುವುದು?

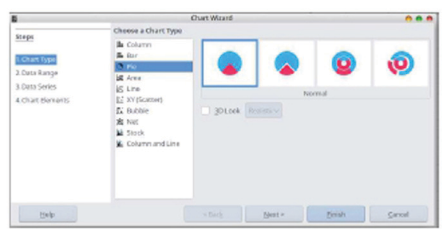
ಇದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಈ ಚಿತ್ರದಿಂದ ಬೇರೆ ಯಾವೆಲ್ಲಾ ವಿಷಯಗಳನ್ನು ಅರ್ಥ ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಬಹುದು?

ಕಂಪ್ಯೂಟರ್ ಚಿತ್ರ

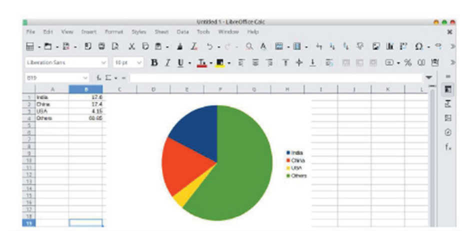
ಭಾರತ, ಚೈನಾ, ಯು.ಎಸ್.ಎ. ಎಂಬೀ ದೇಶಗಳ ಜನಸಂಖ್ಯೆಯು ವಿಶ್ವ ಜನಸಂಖ್ಯೆಯ 17.6%, 17.4%, 4.15% ಎಂಬೀ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕಲಾಗಿದೆ. ನಮಗೆ ಇದರಿಂದ ವೃತ್ತಚಿತ್ರವನ್ನು ಎಳೆಯಲು ಕಷ್ಟ ಅಲ್ಲವೇ. ಇದಕ್ಕೆ ಕಂಪ್ಯೂಟರ್ ಉಪಯೋಗಿಸುವ. ಮೊದಲು LibreOffice Calc ನಲ್ಲಿ ಈ ಮಾಹಿತಿಗಳನ್ನು ಟೈಪ್ ಮಾಡಿರಿ.



ನಂತರ ಮೇಲೆ ಬಲದ ಬದಿಯಲ್ಲಿ ಚಿಹ್ನೆಯಲ್ಲಿ ಕ್ಲಿಕ್ ಮಾಡಿ, ತೆರೆದು ಬರುವ ವಿಂಡೋದಲ್ಲಿ Chart Type ಎಂಬಲ್ಲಿ Pie ಕ್ಲಿಕ್ ಮಾಡಿರಿ.

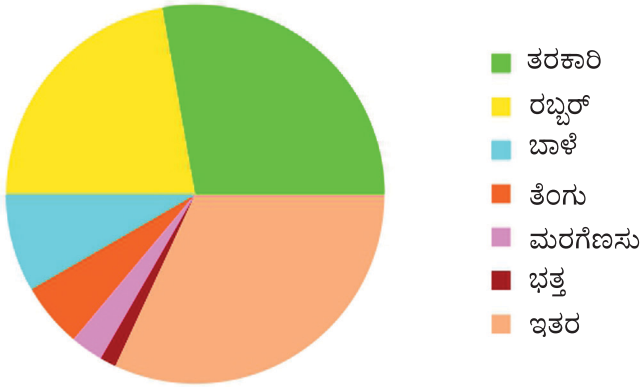


ವೃತ್ತಚಿತ್ರ ಹೀಗೆ ಸಿಗುವುದು.



ಇನ್ನು ಈ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಮಾಡಿ ನೋಡಿರಿ.

(1) ಒಂದು ಪಂಚಾಯತಿನ ಒಟ್ಟು ಕೃಷಿ ಸ್ಥಳವನ್ನು ವಿವಿಧ ಕೃಷಿಗಳಿಗಾಗಿ ಯಾವ ರೀತಿ ಉಪಯೋಗಿಸಲಾಗಿದೆ ಎಂದು ತೋರಿಸಿರುವ ವೃತ್ತಚಿತ್ರವನ್ನು ಕೆಳಗೆ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ.



(i) ಯಾವ ಕೃಷಿಗೆ ಅತಿ ಹೆಚ್ಚು ಸ್ಥಳವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಲಾಗಿದೆ? ಅದು ಒಟ್ಟು ಕೃಷಿ ಸ್ಥಳದ ಸರಿಸುಮಾರು ಎಷ್ಟು ಭಾಗವಾಗಿದೆ?

(ii) ಯಾವ ಕೃಷಿಗೆ ಅತಿ ಕಡಿಮೆ ಸ್ಥಳವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಲಾಗಿದೆ? ಅದು ಒಟ್ಟು ಕೃಷಿ ಸ್ಥಳದ ಸರಿಸುಮಾರು ಎಷ್ಟು ಭಾಗವಾಗಿದೆ?

(iii) ರಬ್ಬರ್ ಕೃಷಿ ಮಾಡಲು ಉಪಯೋಗಿಸಿದ ಸ್ಥಳವು ಒಟ್ಟು ಕೃಷಿ ಸ್ಥಳದ ಸರಿಸುಮಾರು ಎಷ್ಟು ಭಾಗವಾಗಿದೆ?

(2) ಒಂದು ತರಗತಿಯಲ್ಲಿರುವ 40 ಮಕ್ಕಳಲ್ಲಿ 20 ಮಕ್ಕಳು ಶಾಲಾ ಬಸ್ಸಿನಲ್ಲಿ ಬರುತ್ತಾರೆ. 15 ಮಕ್ಕಳು ನಡೆದು ಕೊಂಡು ಮತ್ತು 5 ಮಕ್ಕಳು ಸೈಕಲ್ ನಲ್ಲಿ ಬರುತ್ತಾರೆ. ಈ ಮಾಹಿತಿಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸುವ ವೃತ್ತಚಿತ್ರವನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.

(3) ಒಂದು ತರಗತಿಯಲ್ಲಿರುವ ಮಕ್ಕಳಲ್ಲಿ 25% ಮಂದಿಗೆ ಗಣಿತ ಪರೀಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ A ಗ್ರೇಡ್, 40% ಮಂದಿಗೆ B ಗ್ರೇಡ್, 20% ಮಂದಿಗೆ C ಗ್ರೇಡ್ ಮತ್ತು ಉಳಿದವರಿಗೆ D ಗ್ರೇಡ್ ಲಭಿಸಿತು. ಈ ಮಾಹಿತಿಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸುವ ವೃತ್ತಚಿತ್ರವನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.

ಟಿಪ್ಪಣಿಗಳು

ಟಿಪ್ಪಣಿಗಳು

ಟಿಪ್ಪಣಿಗಳು

ಟಿಪ್ಪಣಿಗಳು

ಭಾರತದ ಸಂವಿಧಾನ

ಭಾಗ IV ಕ

ಕರ್ತವ್ಯಗಳು

51ಕ. **ಮೂಲಭೂತ ಕರ್ತವ್ಯಗಳು – ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳು ಭಾರತದ ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬ ಪೌರನ ಕರ್ತವ್ಯಗಳಾಗಿವೆ.**

(ಕ) ಸಂವಿಧಾನವನ್ನು ಅನುಸರಿಸುವುದು, ಅದರ ಆದರ್ಶಗಳನ್ನು, ಸಂಸ್ಥೆಗಳನ್ನು ರಾಷ್ಟ್ರಧ್ವಜವನ್ನು ಮತ್ತು ರಾಷ್ಟ್ರಗೀತೆಯನ್ನು ಗೌರವಿಸುವುದು;

(ಖ) ನಮ್ಮ ರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ಸ್ವಾತಂತ್ರ್ಯ ಸಂಗ್ರಾಮಕ್ಕೆ ಸ್ಫೂರ್ತಿದಾಯಕವಾದ ಉದಾತ್ತ ಆದರ್ಶಗಳನ್ನು ಘೋಷಿಸುವುದು ಮತ್ತು ಅನುಸರಿಸುವುದು.

(ಗ) ಭಾರತದ ಸಾರ್ವಭೌಮತೆಯನ್ನು, ಏಕತೆಯನ್ನು ಮತ್ತು ಅಖಂಡತೆಯನ್ನು ಗೌರವಿಸುವುದು ಹಾಗೂ ಸಂರಕ್ಷಿಸುವುದು.

(ಘ) ದೇಶವನ್ನು ರಕ್ಷಿಸಲು ಮತ್ತು ರಾಷ್ಟ್ರಕ್ಕೆ ಸೇವೆ ಸಲ್ಲಿಸಲು ಕರೆ ಬಂದಾಗ ಅದನ್ನು ಅನುಸರಿಸುವುದು.

(ಙ) ಧಾರ್ಮಿಕ, ಭಾಷಿಕ ಮತ್ತು ಪ್ರಾದೇಶಿಕ ಅಥವಾ ಜಾತಿ ಪಂಗಡಗಳ ಭಿನ್ನತೆಗಳಿಂದ ಅತೀತವಾಗಿ ಭಾರತದ ಎಲ್ಲ ಜನತೆಯಲ್ಲಿ ಸಾಮರಸ್ಯವನ್ನು ಮತ್ತು ಭ್ರಾತೃತ್ವದ ಭಾವನೆಯನ್ನು ಬೆಳೆಸುವುದು, ಸ್ತ್ರೀಯರ ಗೌರವಕ್ಕೆ ಕುಂದುಂಟುಮಾಡುವ ಆಚರಣೆಯನ್ನು ಬಿಟ್ಟು ಬಿಡುವುದು.

(ಚ) ನಮ್ಮ ಸಂಸ್ಕೃತಿಯ ಭವ್ಯ ಪರಂಪರೆಯನ್ನು ಗೌರವಿಸುವುದು ಹಾಗೂ ಕಾಪಾಡುವುದು.

(ಛ) ಅರಣ್ಯಗಳು, ಸರೋವರಗಳು, ನದಿಗಳು ಮತ್ತು ವನ್ಯಜೀವಿಗಳು ಸೇರಿದಂತೆ ನೈಸರ್ಗಿಕ ಪರಿಸರವನ್ನು ಸಂರಕ್ಷಿಸುವುದು ಹಾಗೂ ಅಭಿವೃದ್ಧಿ ಮಾಡುವುದು, ಪ್ರಾಣಿಗಳಿಗೆ ಅನುಕಂಪ ತೋರಿಸುವುದು.

(ಜ) ವೈಜ್ಞಾನಿಕ ಮನೋಭಾವ, ಮಾನವೀಯತೆ, ಜಿಜ್ಞಾಸೆ ಮತ್ತು ಸುಧಾರಣ ಪ್ರವೃತ್ತಿಯನ್ನು ಬೆಳೆಸುವುದು.

(ಝ) ಸಾರ್ವಜನಿಕ ಸೊತ್ತನ್ನು ರಕ್ಷಿಸುವುದು ಮತ್ತು ಹಿಂಸೆಯನ್ನು ತ್ಯಜಿಸುವುದು.

(ಞ) ರಾಷ್ಟ್ರವು ನಿರಂತರವಾಗಿ ಸಾಧನೆ ಮತ್ತು ಸಿದ್ಧಿಯ ಔನ್ನತ್ಯಕ್ಕೆ ತಲುಪಲು ವೈಯಕ್ತಿಕ ಹಾಗೂ ಸಾಮಾಜಿಕ ಚಟುವಟಿಕೆಯ ಎಲ್ಲ ಕಾರ್ಯಕ್ಷೇತ್ರಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರಾಮಾಣಿಕವಾಗಿ ಶ್ರಮಿಸುವುದು.

(ಟ) ಆರರಿಂದ ಹದಿನಾಲ್ಕು ವರ್ಷಗಳ ನಡುವಿನ ತನ್ನ ಮಕ್ಕಳಿಗೋ, ತನ್ನ ರಕ್ಷಣೆಯಲ್ಲಿರುವ ಮಕ್ಕಳಿಗೋ ಆಯಾ ಸಂದರ್ಭಾನುಸಾರ ಹೆತ್ತವರೋ ರಕ್ಷಕರೋ ವಿದ್ಯಾಭ್ಯಾಸಕ್ಕಿರುವ ಅವಕಾಶವನ್ನು ಏರ್ಪಡಿಸುವುದು.

ಮಕ್ಕಳ ಹಕ್ಕುಗಳು

ಪ್ರೀತಿಯ ಮಕ್ಕಳೇ,

ನಿಮ್ಮ ಹಕ್ಕುಗಳ ಕುರಿತು ತಿಳಿಯಬೇಕಲ್ಲವೇ? ಹಕ್ಕುಗಳ ಕುರಿತಾಗಿರುವ ತಿಳುವಳಿಕೆಯು ನಿಮ್ಮ ಭಾಗವಹಿಸುವಿಕೆ, ಸಂರಕ್ಷಣೆ, ಸಾಮಾಜಿಕ ನ್ಯಾಯ ಎಂಬಿವುಗಳನ್ನು ಖಾತರಿಪಡಿಸಲು ಪ್ರೇರಣೆಯನ್ನೂ ಪ್ರಚೋದನೆಯನ್ನೂನೀಡುತ್ತದೆ. ನಿಮ್ಮಹಕ್ಕುಗಳನ್ನುಸಂರಕ್ಷಿಸಲು ಈಗ ಒಂದು ಆಯೋಗವು ಕಾರ್ಯಾಚರಿಸುತ್ತಿದೆ. 'ಕೇರಳ ಪ್ರಾಂತ್ಯ ಮಕ್ಕಳ ಹಕ್ಕು ಸಂರಕ್ಷಣ ಆಯೋಗ' ಎಂದು ಅದರ ಹೆಸರು. ನಿಮ್ಮ ಹಕ್ಕುಗಳು ಯಾವುವು ಎಂದು ನೋಡೋಣ.

- ವಾಕ್ ಮತ್ತು ಅಭಿವ್ಯಕ್ತಿ ಸ್ವಾತಂತ್ರ್ಯ.
- ಜೀವ ಮತ್ತು ವ್ಯಕ್ತಿ ಸ್ವಾತಂತ್ರ್ಯದ ರಕ್ಷಣೆ.
- ಪರಿಪೂರ್ಣವಾದ ಬದುಕು ಹಾಗೂ ವಿಕಾಸದ ಹಕ್ಕು.
- ಜಾತಿ, ಮತ, ವರ್ಗ, ವರ್ಣ ಎಂಬ ಚಿಂತನೆಗಳನ್ನು ಮೀರಿ ಗೌರವಿಸಲ್ಪಡುವ ಮತ್ತು ಅಂಗೀಕರಿಸಲ್ಪಡುವ ಹಕ್ಕು.
- ದೈಹಿಕ, ಮಾನಸಿಕ ಹಾಗೂ ಲೈಂಗಿಕ ದೌರ್ಜನ್ಯಗಳಿಂದ ರಕ್ಷಣೆ ಪಡೆಯಲೂ ಶುಶ್ರೂಷೆ ಪಡೆಯಲೂ ಇರುವ ಹಕ್ಕು.
- ಬಾಲ ಕಾರ್ಮಿಕತನದಿಂದ ಹಾಗೂ ಅಪಾಯಕಾರಿ ಕೆಲಸಗಳಿಂದ ಬಿಡುಗಡೆ.
- ಪಾಲ್ಗೊಳ್ಳುವಿಕೆಯ ಹಕ್ಕು.
- ಬಾಲ್ಯವಿವಾಹದಿಂದ ರಕ್ಷಣೆ.
- ವೈಯಕ್ತಿಕ ಸಂಸ್ಕೃತಿಯನ್ನು ಅರಿತುಕೊಂಡು ಅದನ್ನು ಅನುಸರಿಸಿ ಬದುಕುವ ಸ್ವಾತಂತ್ರ್ಯ.
- ನಿರ್ಲಕ್ಷ್ಯಕ್ಕೆ ಒಳಗಾಗದಂತೆ ಸಂರಕ್ಷಣೆ.
- ಉಚಿತ ಹಾಗೂ ಕಡ್ಡಾಯ ಶಿಕ್ಷಣದ ಹಕ್ಕು.
- ಕಲಿಯಲೂ ಆಟವಾಡಲೂ ಇರುವ ಹಕ್ಕು.
- ಪ್ರೀತಿ ಹಾಗೂ ರಕ್ಷಣೆಯನ್ನು ಒದಗಿಸುವ ಕುಟುಂಬ ಹಾಗೂ ಸಮಾಜವನ್ನು ಪಡೆಯುವ ಹಕ್ಕು.

ನಿಮ್ಮ ಕೆಲವು ಜವಾಬ್ದಾರಿಗಳು

- ಶಾಲೆ, ಸಾರ್ವಜನಿಕ ಸೊತ್ತುಗಳನ್ನು ಹಾನಿ ಮಾಡದೆ ರಕ್ಷಿಸುವುದು.
- ಶಾಲೆಯಲ್ಲಿ ಹಾಗೂ ಕಲಿಕಾ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳಲ್ಲಿ ಶಿಸ್ತು ಪಾಲಿಸುವುದು.
- ಶಾಲಾ ಅಧಿಕಾರಿಗಳನ್ನು, ಅಧ್ಯಾಪಕರನ್ನು, ಹೆತ್ತವರನ್ನು ಹಾಗೂ ಸಹಪಾಠಿಗಳನ್ನು ಗೌರವಿಸುವುದು ಮತ್ತು ಅಂಗೀಕರಿಸುವುದು.
- ಜಾತಿ, ಮತ, ವರ್ಗ, ವರ್ಣ ಇತ್ಯಾದಿ ಚಿಂತನೆಗಳನ್ನು ಮೀರಿ ಇತರರನ್ನು ಗೌರವಿಸಲೂ ಅಂಗೀಕರಿಸಲೂ ಸಿದ್ಧರಾಗುವುದು.

ಸಂಪರ್ಕಿಸಬೇಕಾದ ವಿಳಾಸ

ಕೇರಳ ಪ್ರಾಂತ್ಯ ಮಕ್ಕಳ ಹಕ್ಕು ಸಂರಕ್ಷಣ ಆಯೋಗ

'ಶ್ರೀ ಗಣೇಶ್', ಟಿ.ಸಿ. 14/2036, ವಾನ್ ರೋಸ್ ಜಂಕ್ಷನ್,
ಕೇರಳ ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾಲಯ, ಪಿ.ಓ. ತಿರುವನಂತಪುರ - 34
ಫೋನ್ : 0471 - 2326603

E-mail : childrights.cpcr@kerala.gov.in, rte.cpcr@kerala.gov.in
Website : www.kescpcr.kerala.gov.in

ಮಕ್ಕಳ ಸಹಾಯವಾಣಿ : 1098, ಅಪರಾಧ ನಿಯಂತ್ರಣ : 1090, ನಿರ್ಭಯ : 1800 425 1400
ಕೇರಳ ಪೋಲೀಸ್ ಸಹಾಯವಾಣಿ : 0471-3243000/44000/45000

*online **R.T.E Monitoring : www.nireekshana.org.in***