ಗಣಿತ

MATHEMATICS

ಭಾಗ - 2
Part - 2

ತರಗತಿ
Standard

VIII

ಕೇರಳ ಸರಕಾರ
ಸಾರ್ವಜನಿಕ ಶಿಕ್ಷಣ ಇಲಾಖೆ

ತಯಾರಿಸಿದವರು
ರಾಜ್ಯ ಶಿಕ್ಷಣ ಸಂಶೋಧನೆ ಮತ್ತು ತರಬೇತಿ ಸಮಿತಿ (SCERT), ಕೇರಳ

2025

ರಾಷ್ಟ್ರಗೀತೆ

ಜನಗಣ ಮನ ಅಧಿನಾಯಕ ಜಯಹೇ
ಭಾರತ ಭಾಗ್ಯ ವಿಧಾತಾ
ಪಂಜಾಬ ಸಿಂಧು ಗುಜರಾತ ಮರಾಠ
ದ್ರಾವಿಡ ಉತ್ಕಲ ವಂಗ
ವಿಂಧ್ಯ ಹಿಮಾಚಲ ಯಮುನಾ ಗಂಗಾ
ಉಚ್ಚಲ ಜಲಧಿತರಂಗ
ತವಶುಭ ನಾಮೇ ಜಾಗೇ
ತವಶುಭ ಆಶಿಷ ಮಾಗೇ
ಗಾಹೇ ತವಜಯ ಗಾಥಾ
ಜನಗಣ ಮಂಗಲದಾಯಕ ಜಯಹೇ
ಭಾರತ ಭಾಗ್ಯವಿಧಾತಾ
ಜಯಹೇ ಜಯಹೇ ಜಯಹೇ
ಜಯ ಜಯ ಜಯ ಜಯಹೇ

ಪ್ರತಿಜ್ಞೆ

ಭಾರತವು ನನ್ನ ದೇಶ. ಭಾರತೀಯರೆಲ್ಲರೂ ನನ್ನ ಸಹೋದರ, ಸಹೋದರಿಯರು.

ನಾನು ನನ್ನ ದೇಶವನ್ನು ಪ್ರೀತಿಸುತ್ತೇನೆ. ಅದರ ಸಂಪನ್ನ ಹಾಗೂ ವೈವಿಧ್ಯಪೂರ್ಣವಾದ ಪರಂಪರೆಗೆ ನಾನು ಹೆಮ್ಮೆ ಪಡುತ್ತೇನೆ.

ನಾನು ನನ್ನ ತಂದೆ, ತಾಯಿ ಮತ್ತು ಗುರುಹಿರಿಯರನ್ನು ಗೌರವಿಸುತ್ತೇನೆ ಮತ್ತು ಎಲ್ಲರೊಡನೆ ಸೌಜನ್ಯದಿಂದ ವರ್ತಿಸುತ್ತೇನೆ.

ನಾನು ನನ್ನ ದೇಶ ಮತ್ತು ದೇಶದ ಜನರಿಗೆ ನನ್ನ ಶ್ರದ್ಧೆಯನ್ನು ಮುಡಿಪಾಗಿಡುತ್ತೇನೆ. ಅವರ ಕ್ಷೇಮ ಮತ್ತು ಸಮೃದ್ಧಿಯಲ್ಲೇ ನನ್ನ ಆನಂದವಿದೆ.

ಗಣಿತ

8

State Council of Educational Research and Training (SCERT)
Poojappura, Thiruvananthapuram 695012, Kerala
Website : www.scertkerala.gov.in
e-mail : scertkerala@gmail.com, Phone : 0471 - 2341883,
Typesetting and Layout : SCERT
First Edition : 2025
Printed at : KBPS, Kakkanad, Kochi-30
© Department of General Education, Government of Kerala

ಪ್ರೀತಿಯ ಮಕ್ಕಳೇ,

ಹಲವು ವಿಧದ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸಲು ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಮತ್ತು ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ಉಪಯೋಗಿಸುವುದು ಎಂಬುದನ್ನು ಹಿಂದಿನ ತರಗತಿಗಳಲ್ಲಿ ತಿಳಿದೆವು. ಅಳತೆಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಕ್ರಿಯೆಗಳನ್ನು ಕೇವಲ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಕ್ರಿಯೆಗಳಾಗಿ ಬದಲಾಯಿಸಲು ಹಾಗೂ ಅವುಗಳ ಕುರಿತಾದ ಸಾಮಾನ್ಯ ತತ್ವಗಳನ್ನು ಬೀಜಗಣಿತ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಲು ಪರಿಚಯವಾಯಿತು. ಜ್ಯಾಮಿತಿಯ ಆಕೃತಿಗಳಾದ ಆಯತ, ತ್ರಿಕೋನ, ವೃತ್ತ ಎಂಬಿತ್ಯಾದಿಗಳ ಹಲವು ವೈಶಿಷ್ಟ್ಯಗಳನ್ನು ತಿಳಿದೆವು.

ಈ ಪಾಠಪುಸ್ತಕವು ಇಂತಹ ಕಲಿಕೆಗಳ ಮುಂದುವರಿಕೆಯಾಗಿದೆ. ಅಳತೆಗಳು ಹಾಗೂ ಅವುಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಕೆಲವು ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬೀಜಗಣಿತ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಪರಿಹರಿಸುವ ವಿಧಾನವು ಇಲ್ಲಿ ಆರಂಭವಾಗುತ್ತದೆ. ವ್ಯಾವಹಾರಿಕ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಗಣಿತ ಸಮಸ್ಯೆಗಳಾಗಿ ಬದಲಾಯಿಸಿ, ಬೀಜಗಣಿತ ವಿಧಾನದ ಮೂಲಕ ಉತ್ತರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ರೀತಿಯನ್ನು ಬಹುತೇಕ ಎಲ್ಲ ವಿಜ್ಞಾನ ಶಾಖೆಗಳಲ್ಲಿ ಬಳಸಲಾಗುತ್ತಿದೆ. ಆದುದರಿಂದಲೇ ಗಣಿತ ಕಲಿಕೆಯ ಎಲ್ಲ ಹಂತಗಳಲ್ಲಿಯೂ ಇದಕ್ಕೆ ಹೆಚ್ಚಿನ ಪ್ರಾಧಾನ್ಯತೆ ಇದೆ.

ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಕ್ರಿಯೆಗಳ ಕುರಿತಾದ ಅಂಕಗಣಿತ, ಇವುಗಳನ್ನು ಚುಟುಕಾಗಿ ಬರೆಯುವ ಬೀಜಗಣಿತ, ಆಕೃತಿಗಳ ಕುರಿತಾದ ಜ್ಯಾಮಿತಿ, ಮಾಹಿತಿಗಳನ್ನು ಸಂಖ್ಯಾಪರವಾಗಿ ವಿಶ್ಲೇಷಿಸುವ ಸ್ಟ್ಯಾಟಿಸ್ಟಿಕ್ಸ್ ಎಂಬೀ ಗಣಿತ ಶಾಖೆಗಳ ಹಲವು ಆಶಯಗಳು, ಪ್ರಯೋಗಗಳನ್ನು ಈ ಮೊದಲಿನ ತರಗತಿಯ ಪಾಠಪುಸ್ತಕಗಳ ಮೂಲಕ ಮತ್ತು ಈ ತರಗತಿಯ ಪಾಠಪುಸ್ತಕದ ಒಂದನೇ ಭಾಗದಲ್ಲಿ ಪರಿಚಯಿಸಿಕೊಂಡಿವಲ್ಲವೇ. ಎರಡನೇ ಭಾಗದಲ್ಲಿ ಇವುಗಳ ಕುರಿತಾದ ಕೆಲವು ಹೊಸ ವಿಚಾರಗಳನ್ನು ಅಳವಡಿಸಲಾಗಿದೆ. ಏಳನೇ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಕಲಿತ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ ಎಂಬ ಆಶಯವನ್ನು ಇಲ್ಲಿ ಬೀಜಗಣಿತದ ಮೂಲಕ ಪ್ರಕಟಿಸಿ, ಜ್ಯಾಮಿತಿಯಲ್ಲಿ ಅದರ ಬಳಕೆಯನ್ನು ಚರ್ಚಿಸಲಾಗಿದೆ. ಪ್ರಾಥಮಿಕ ತರಗತಿಗಳಲ್ಲಿ ನೋಡಿದ ದಶಮಾಂಶ ರೂಪ ಎಂಬ ಆಶಯವನ್ನು ಇಲ್ಲಿ ಇನ್ನೊಂದು ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ವಿವರಿಸಲಾಗಿದೆ. ಈ ಮೊದಲು ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನು ಅಳತೆಗಳಿಗೆ ಅನುಸಾರವಾಗಿ ರಚಿಸುವುದು, ಅಳತೆಗಳೊಳಗಿನ ಸಂಬಧವನ್ನು ಗುರುತಿಸುವುದು, ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಲೆಕ್ಕಹಾಕುವುದು ಮೊದಲಾದವುಗಳ ಮುಂದುವರಿಕೆಯಾಗಿ, ಇಲ್ಲಿ ಇವುಗಳನ್ನೆಲ್ಲ ವಿವಿಧ ರೀತಿಯ ಚತುರ್ಭುಜಗಳಲ್ಲಿ ಮಾಡುವುದು ಹೇಗೆಂದು ವಿವರಿಸಲಾಗಿದೆ. ಸಂಖ್ಯಾಪರವಾದ ಮಾಹಿತಿಗಳನ್ನು ಪಟ್ಟಿಯನ್ನಾಗಿಯೂ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನಾಗಿಯೂ ಮಾಡುವ ಹೊಸ ರೀತಿಗಳನ್ನು ಇಲ್ಲಿ ನೋಡಬಹುದು.

ಈ ಪಾಠಪುಸ್ತಕವು ಗಣಿತದ ಪ್ರಯೋಗಗಳ ವ್ಯಾಪ್ತಿ ಹಾಗೂ ಗಣಿತದ ತಾರ್ಕಿಕ ಸೌಂದರ್ಯವನ್ನು ಹೆಚ್ಚು ತಿಳಿಯಲು ಸಹಾಯ ಮಾಡಬಹುದೆಂಬ ನಿರೀಕ್ಷೆಯಾಗಿದೆ.

ಪ್ರೀತಿ ಪೂರ್ವಕ ಶುಭ ಹಾರೈಕೆಗಳೊಂದಿಗೆ,

ಡಾ. ಜಯಪ್ರಕಾಶ್ ಆರ್.ಕೆ.
ನಿರ್ದೇಶಕರು
ಎಸ್.ಸಿ.ಇ.ಆರ್.ಟಿ., ಕೇರಳ

TEXT BOOK DEVELOPMENT COMMITTEE

Advisor

Dr. E. Krishnan
Head (Retd.), Department of Mathematics
University College, Thiruvananthapuram

Chairperson

Dr. Shikhi M.
Professor,
College of Engineering Trivandrum
Thiruvananthapuram

Experts

Dr. P. Ramesh Kumar
Head (Retd.), Department of Mathematics
University of Kerala,
Karyavattom Thiruvananthapuram

Dr. Sukesh. A
Associate Professor,
Government College of Engineering,
Kannur

Participants

R. Ramanujam
H.S.S.T. Mathematics,
M.N.K.M. GHSS Pulappatta,
Palakkad

Unnikrishnan M .V.
H.S.T. Mathematics,
G.H.S.S. Kadannappalli,
P.O. Kadannappalli, Kannur

Padmaprasad K.
H.S.T. Mathematics,
Pandalloor H.S.S.,
Kadambode Post, Malappuram

Priya Raj
H.S.T. Mathematics,
M.G.D. High School Pudusseri,
Pudusseri South P O,
Pathanamthitta

Vijayakumaran T. K.
H.S.S.T. (Retd.)
G.M.R.H.S.S. for Girls
Paravanadukkam, Kasaragod

Nandakumar C.
H.S.T. Mathematics,
Chothavoor HSS Chambad,
Kannur

Ubaidulla K.C.
H.S.T. Mathematics,
S.O.H.S. Areekode, Malappuram

Ayisha Kutty K. K.
H.S.T. Mathematics,
GHS Beenachi, Sulthanbetheri,
Wayanad

C. T. Firos Babu
H.S.T. Mathematics,
G.G.V.H.S.S. Vandoor,
Malappuram

Shreejith Muriyambath
H.S.T. Mathematics,
G.H.S.S. Madappalli,
Vadakara, Kozhikode

Firosa Moidu
H.S.T. Mathematics, Calicut Girls
V.H.S.S. Kundungal, Kozhikode

Rajesh M.
H.S.T. Mathematics, Kalladi H.S.S.
Kumaramputhur,
Mannarkkad, Palakkad

Ullas U. G., (Artist)
H.S.T. Physical Science, C.B.H.S.S. Vallikkunn, Malappuram

Kannada Version

Subject Expert

Mahalingeshwar Raj D.
DDE (Retd.)

Language Expert

Ramanna D.
Head Master (Retd.)

Participants

Krishna Prakash S.
H.S.T., S.N.H.S. Perla

Raghurama M.
H.S.T., G.H.S.S. Pandi

Subhas V. S.
H.S.T., G.H.S.S. Kasaragod

Shashidhara K.
H.S.T., G.H.S.S. Adoor

Academic Co-ordinator

Dr. Anilkumar A. K.
Research Officer, SCERT

State Council of Education Research and Training (SCERT)
Vidyabhavan, Poojappuram, Thiruvananthapuram - 695 012

ಅನುಕ್ರಮಣಿಕೆ

8	ನಿಷ್ಪತ್ತಿ	127
9	ವೃತ್ತಗಳು	149
10	ದಶಮಾಂಶ ರೂಪಗಳು	163
11	ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳು	173
12	ಸಮಲಂಬಗಳು	191
13	ಸ್ಟಾಟಿಸ್ಟಿಕ್ಸ್	201

ಈ ಪಾಠಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿ ಅನುಕೂಲಕ್ಕಾಗಿ ಕೆಲವು ಚಿಹ್ನೆಗಳನ್ನು ಬಳಸಲಾಗಿದೆ.

ಲೆಕ್ಕ ಮಾಡಿ ನೋಡುವ

ಸಂಶೋಧನೆ

ಐ.ಸಿ.ಟಿ. ಸಾಧ್ಯತೆ

ಭಾರತದ ಸಂವಿಧಾನ

ಪ್ರಸ್ತಾವನೆ

ಭಾರತದ ಜನಗಳಾದ ನಾವು ಭಾರತವನ್ನು ಒಂದು [1]**[ಸಾರ್ವಭೌಮ ಸಮಾಜವಾದೀ ಸರ್ವಧರ್ಮ ಸಮಭಾವದ ಪ್ರಜಾಸತ್ತಾತ್ಮಕ ಗಣರಾಜ್ಯವಾಗಿ]** ರಚಿಸಲು ಮತ್ತು ಅದರ ಸಮಸ್ತ ನಾಗರಿಕರಿಗೆ:

ಸಾಮಾಜಿಕ, ಆರ್ಥಿಕ ಮತ್ತು ರಾಜಕೀಯ **ನ್ಯಾಯ** ;
ವಿಚಾರ, ಅಭಿವ್ಯಕ್ತಿ, ವಿಶ್ವಾಸ, ಧರ್ಮಶ್ರದ್ಧೆ ಮತ್ತು ಉಪಾಸನಾ **ಸ್ವಾತಂತ್ರ್ಯ** ;
ಸ್ಥಾನಮಾನ ಹಾಗೂ ಅವಕಾಶ **ಸಮಾನತೆ**

ದೊರೆಯುವಂತೆ ಮಾಡಲು ಮತ್ತು ವ್ಯಕ್ತಿ ಗೌರವವನ್ನು,[2][ರಾಷ್ಟ್ರದ ಏಕತೆಯನ್ನು ಹಾಗೂ ಅಖಂಡತೆಯನ್ನು] ಸುನಿಶ್ಚಿತಗೊಳಿಸಿ ಅವರಲ್ಲಿ **ಭ್ರಾತೃಭಾವನೆಯನ್ನು** ವೃದ್ಧಿಗೊಳಿಸಲು ಶ್ರದ್ಧಾಪೂರ್ವಕ ಸಂಕಲ್ಪ ಮಾಡಿದವರಾಗಿ;

ನಮ್ಮ ಸಂವಿಧಾನ ಸಭೆಯಲ್ಲಿ 1949ನೆಯ ಇಸವಿ ನವೆಂಬರ್ ತಿಂಗಳ ಇಪ್ಪತ್ತಾರನೆಯ ತಾರೀಕಾದ ಈ ದಿವಸ **ಈ ಮೂಲಕ ಈ ಸಂವಿಧಾನವನ್ನು ಅಂಗೀಕರಿಸಿ, ಅಧಿನಿಯಮಿಸಿ ಅರ್ಪಿಸಿಕೊಂಡಿದ್ದೇವೆ.**

---

1. 1976ನೇ ಇಸವಿಯ ಭಾರತ ಸಂವಿಧಾನ (ನಲವತ್ತೆರಡನೆಯ ತಿದ್ದುಪಡಿ) ಅಧಿನಿಯಮದ 2ನೇ ಸೆಕ್ಷನ್ ಮೇರೆಗೆ “ಸಂಪೂರ್ಣ ಪ್ರಭುತ್ವ ಸಂಪನ್ನ ಲೋಕತಂತ್ರಾತ್ಮಕ ಗಣರಾಜ್ಯವಾಗಿ" ಎಂಬ ಪದಗಳ ಬದಲಾಗಿ (3-1-1977 ರಿಂದ ಜಾರಿಗೆ ಬರುವಂತೆ) ಪ್ರತ್ಯಾಯೋಜಿಸಲಾಗಿದೆ.
2. ಮೇಲ್ಕಂಡ ಅಧಿನಿಯಮದ 2ನೇ ಪ್ರಕರಣದ ಮೇರೆಗೆ "ರಾಷ್ಟ್ರದ ಏಕತೆಯನ್ನೂ” ಎಂಬ ಪದಗಳ ಬದಲಾಗಿ (3 - 1 - 1977ರಿಂದ ಜಾರಿಗೆ ಬರುವಂತೆ) ಪ್ರತ್ಯಾಯೋಜಿಸಲಾಗಿದೆ.

8

ನಿಷ್ಪತ್ತಿ

ಮಡಿಯೂ ಭಾಗವೂ

ಈ ಚಿತ್ರವನ್ನು ನೋಡಿರಿ:

ಸ್ಕ್ರೂಗಳ ಉದ್ದಗಳನ್ನು ಹಲವು ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಹೋಲಿಸಿ ನೋಡುವ.

ಹೆಚ್ಚಾಗಿಯೂ ಕಡಿಮೆಯಾಗಿಯೂ ಹೇಳುವ:

- ಸಣ್ಣ ಸ್ಕ್ರೂವಿನ ಉದ್ದವು, ದೊಡ್ಡ ಸ್ಕ್ರೂವಿನ ಉದ್ದಕ್ಕಿಂತ 8 ಮಿಲ್ಲಿಮೀಟರ್ ಕಡಿಮೆಯಾಗಿದೆ.
- ದೊಡ್ಡ ಸ್ಕ್ರೂವಿನ ಉದ್ದವು, ಸಣ್ಣ ಸ್ಕ್ರೂವಿನ ಉದ್ದಕ್ಕಿಂತ 8 ಮಿಲ್ಲಿಮೀಟರ್ ಹೆಚ್ಚಾಗಿದೆ.

ಮಡಿಯೂ ಭಾಗವೂ ಆಗಿ ಹೇಳುವ:

- ಸಣ್ಣ ಸ್ಕ್ರೂವಿನ ಉದ್ದವು,ದೊಡ್ಡ ಸ್ಕ್ರೂವಿನ ಉದ್ದದ ಅರ್ಧ ಭಾಗವಾಗಿದೆ.
- ದೊಡ್ಡ ಸ್ಕ್ರೂವಿನ ಉದ್ದವು, ಸಣ್ಣ ಸ್ಕ್ರೂವಿನ ಉದ್ದದ ಎರಡು ಮಡಿಯಾಗಿದೆ.

ಭಾಗವನ್ನೂ ಮಡಿಯನ್ನೂ ಇನ್ನೊಂದು ವಿಧದಲ್ಲಿ ಹೇಳಬಹುದೆಂಬುದನ್ನು ಏಳನೇ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ನೋಡಿರುವೆವು.

- ಸಣ್ಣ ಸ್ಕ್ರೂವಿನ ಮತ್ತು ದೊಡ್ಡ ಸ್ಕ್ರೂವಿನ ಉದ್ದಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ 1 ಕ್ಕೆ 2.
- ದೊಡ್ಡ ಸ್ಕ್ರೂವಿನ ಮತ್ತು ಸಣ್ಣ ಸ್ಕ್ರೂವಿನ ಉದ್ದಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ 2 ಕ್ಕೆ 1

(ಏಳನೇ ತರಗತಿಯ **ನಿಷ್ಪತ್ತಿ** ಎಂಬ ಪಾಠದ **ಇತರ ಅಳತೆಗಳು** ಎಂಬ ಭಾಗ).

1ಕ್ಕೆ 2 ಎಂಬ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯನ್ನು ಬರೆಯುವುದು 1 : 2 ಎಂದಾಗಿದೆಯೆಂದೂ, 2 ಕ್ಕೆ 1 ಎಂಬ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯನ್ನು ಬರೆಯುವುದು 2 : 1 ಎಂದು ಆಗಿದೆಯೆಂದೂ ಆ ಪಾಠದಲ್ಲಿ ನೋಡಿರುವೆವು.

ಇನ್ನು ಈ ಸ್ಕ್ರೂಗಳನ್ನು ನೋಡಿರಿ:

ಇವುಗಳ ಉದ್ದಗಳೊಳಗಿನ ಸಂಬಂಧವನ್ನು, ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಾಗಿ ಹೇಳುವುದು ಹೇಗೆ?

ಅದಕ್ಕೆ ಸಣ್ಣ ಸ್ಕ್ರೂವಿನ ಉದ್ದವು ದೊಡ್ಡ ಸ್ಕ್ರೂವಿನ ಉದ್ದದ ಎಷ್ಟು ಭಾಗವಾಗಿದೆ ಎಂದು ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕಬೇಕು.

ಅಂದರೆ, 12 ರ ಎಷ್ಟು ಭಾಗವಾಗಿದೆ 8 ?

ಇಂತಹ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಏಳನೇ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಮಾಡಿರುವುದು ನೆನಪಿದೆಯೇ? (**ವಿಲೋಮ ಭಿನ್ನರಾಶಿ** ಎಂಬ ಪಾಠದ **ಭಾಗವೂ ಮಡಿಯೂ** ಎಂಬ ಭಾಗ).

12 ರ $\frac{1}{12}$ ಭಾಗವಾಗಿದೆ 1; ಅದರ 8 ಮಡಿ 8.

ಅಂದರೆ, 12 ರ $\frac{8}{12}$ ಭಾಗವಾಗಿದೆ 8.

ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು ಹೊರತುಪಡಿಸಿ, $\frac{8}{12}$ ನ್ನು ಹೀಗೆ ಬರೆಯಬಹುದಲ್ಲವೇ:

$$\frac{8}{12} = \frac{2 \times 4}{3 \times 4} = \frac{2}{3}$$

(ಆರನೇ ತರಗತಿಯ **ಒಂದು ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಹಲವು ರೂಪಗಳು** ಎಂಬ ಪಾಠದ **ಅಂಶವೂ ಛೇದವೂ** ಎಂಬ ಭಾಗ).
ಆಗ ಸಣ್ಣ ಸ್ಕ್ರೂವಿನ ಉದ್ದವು, ದೊಡ್ಡ ಸ್ಕ್ರೂವಿನ ಉದ್ದದ $\frac{2}{3}$ ಭಾಗವಾಗಿದೆ.

ಅಂದರೆ ಈ ಸಣ್ಣದರ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ದೊಡ್ಡದರ ಉದ್ದಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ 2 : 3.

ಉದ್ದಗಳನ್ನು ಮಾತ್ರವಲ್ಲದೆ, ಇತರ ಎರಡು ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಭಾಗವಾಗಿಯೂ ಮಡಿಯಾಗಿಯೂ ಹೇಳಲು ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಬಹುದು ಎಂದು ನೋಡಿರುವಿರಲ್ಲವೇ.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ 15 ಲೀಟರ್ ಹಿಡಿವಿನ ಬಕೆಟ್ ಮತ್ತು 20 ಲೀಟರ್ ಹಿಡಿವಿನ ಬಕೆಟ್‌ಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿದರೆ ಸಣ್ಣ ಬಕೆಟ್‌ನಲ್ಲಿ ಹಿಡಿಯುವುದು ದೊಡ್ಡ ಬಕೆಟ್‌ನಲ್ಲಿ ಹಿಡಿಯುವುದರ $\frac{15}{20}$ ಭಾಗವಾಗಿದೆ. ಈ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಸರಳ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆದರೋ?

$$\frac{15}{20} = \frac{3}{4}$$

ಆಗ ಸಣ್ಣ ಬಕೆಟಿನ ಮತ್ತು ದೊಡ್ಡ ಬಕೆಟಿನ ಒಳ ಹಿಡಿವುಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ 3 : 4

(1) ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಜೊತೆ ಅಳತೆಗಳಲ್ಲೂ ಸಣ್ಣ ಮತ್ತು ದೊಡ್ಡ ಅಳತೆಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i) 4 ಮೀಟರ್, 12 ಮೀಟರ್ (ii) 8 ಲೀಟರ್, 20 ಲೀಟರ್ (iii) 20 ಕಿಲೋಗ್ರಾಂ, 25 ಕಿಲೋಗ್ರಾಂ

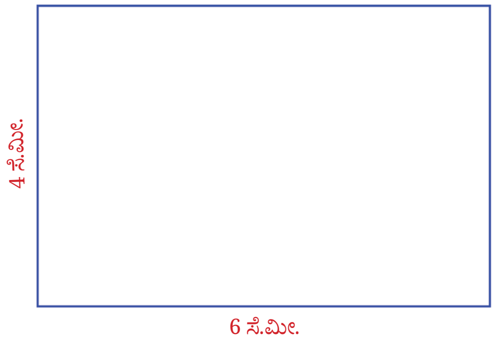
(2) ಒಂದು ಪಾತ್ರೆಯಲ್ಲಿ 4 ಲೀಟರ್, ಇನ್ನೊಂದು ಪಾತ್ರೆಯಲ್ಲಿ 14 ಲೀಟರ್ ನೀರಿದೆ.

(i) ಒಂದನೇ ಪಾತ್ರೆಯಲ್ಲಿ ಮತ್ತು ಎರಡನೇ ಪಾತ್ರೆಯಲ್ಲಿರುವ ನೀರಿನ ಅಳತೆಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ ಎಷ್ಟು?

(ii) ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಪಾತ್ರೆಗೂ ಇನ್ನೂ ಒಂದೊಂದು ಲೀಟರ್ ನೀರನ್ನು ಸೇರಿಸಿದರೆ ಈ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯು ಎಷ್ಟಾಗುವುದು?

ಬೀಜಗಣಿತ

ಇನ್ನು ಈ ಆಯತವನ್ನು ನೋಡಿರಿ:



ಇದರ ಎತ್ತರ ಮತ್ತು ಉದ್ದಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ ಎಷ್ಟು?

ಹೀಗೆ ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕಬಹುದು :

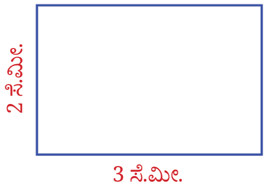
(i) ಎತ್ತರವು ಉದ್ದದ $\frac{4}{6}$ ಭಾಗವಾಗಿದೆ.

(ii) $\frac{4}{6}$ ರ ಸರಳ ರೂಪ $\frac{2}{3}$

(iii) ಎತ್ತರ ಮತ್ತು ಉದ್ದಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ 2 : 3

(ಸಾಧ್ಯವಾದಷ್ಟು ಸಣ್ಣ ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯನ್ನು ಹೇಳುವುದು ಎಂಬುದನ್ನು ಏಳನೇ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ನೋಡಿರುವೆವಲ್ಲವೇ).

ಎತ್ತರ ಮತ್ತು ಉದ್ದಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ 2 : 3 ಆಗಿರುವ ಇನ್ನೊಂದು ಆಯತವನ್ನು ರಚಿಸಬಹುದೇ? ಹೀಗೆ ರಚಿಸಿದರೆ ಸಾಲದೇ?



ಇನ್ನೊಂದು ಆಯತ :

2 ಸೆಂಟಿಮೀಟರಿನ ಮತ್ತು 3 ಸೆಂಟಿಮೀಟರಿನ 2 ಮಡಿಯಾಗಿದೆಯಲ್ಲವೇ.

ಮೊದಲು ರಚಿಸಿದ ಆಯತದ ಎತ್ತರವೂ ಉದ್ದವೂ; 3 ಮಡಿಯಾದರೋ?

ಇಲ್ಲಿಯೂ ಎತ್ತರ ಮತ್ತು ಉದ್ದಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ 2 : 3 ಎಂಬುದೇ ಆಗಿದೆಯೇ?

ಮೊದಲನೇ ಲೆಕ್ಕದಲ್ಲಿ ಮಾಡಿರುವಂತೆಯೇ ಆಲೋಚಿಸುವ :

(i) 9 ರ $\frac{6}{9}$ ಭಾಗವಾಗಿದೆ 6.

(ii) $\frac{6}{9} = \frac{2 \times 3}{3 \times 3} = \frac{2}{3}$

(iii) ಎತ್ತರವು, ಉದ್ದದ $\frac{2}{3}$ ಭಾಗವಾಗಿದೆ.

(iv) ಎತ್ತರ ಮತ್ತು ಉದ್ದಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ 2 : 3

ಎತ್ತರವನ್ನೂ ಉದ್ದವನ್ನೂ $\frac{3}{4}$ ಭಾಗವಾಗಿಸಿದರೋ?

$$2 \times \frac{3}{4} = 1\frac{1}{2}$$

$$3 \times \frac{3}{4} = 2\frac{1}{4}$$

ಎತ್ತರ $1\frac{1}{2}$ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಮತ್ತು ಉದ್ದ $2\frac{1}{4}$ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗುವುದು. ಆಗಲೂ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ $2 : 3$ ಆಗುವುದೇ? ಅಂದರೆ, $2\frac{1}{4}$ ರ $\frac{2}{3}$ ಭಾಗವಾಗಿದೆಯೇ $1\frac{1}{2}$?

ಮೇಲೆ ಮಾಡಿರುವ ಗುಣಲಬ್ಧಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಇದನ್ನು ಹೀಗೆ ಪರಿಶೀಲಿಸುವ:

$$\begin{aligned} 2\frac{1}{4} \times \frac{2}{3} &= \left(3 \times \frac{3}{4}\right) \times \frac{2}{3} \\ &= \left(3 \times \frac{2}{3}\right) \times \frac{3}{4} \\ &= 2 \times \frac{3}{4} \\ &= 1\frac{1}{2} \end{aligned}$$

ಆಗ ಈ ಆಯತದಲ್ಲೂ ಎತ್ತರ ಮತ್ತು ಉದ್ದಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ $2 : 3$ ಆಗಿದೆ.

$\frac{3}{4}$ ಕ್ಕೆ ಬದಲಾಗಿ ಬೇರೆ ಯಾವುದಾದರೂ ಭಾಗವನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿದರೂ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ ಬದಲಾಗುವುದಿಲ್ಲ ಎಂಬುದನ್ನು ಇದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಕಾಣಬಹುದು.

2 ಸೆಂಟಿಮೀಟರನ್ನೂ 3 ಸೆಂಟಿಮೀಟರನ್ನೂ ಸಮಾನ ಮಡಿಯನ್ನಾಗಿಯೋ ಭಾಗವನ್ನಾಗಿಯೋ ಬದಲಾಯಿಸುವುದು, ಒಂದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಗುಣಿಸುವುದರಿಂದಲ್ಲವೇ.
ಆಗ ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಏನು ಹೇಳಬಹುದು?

> ಒಂದು ಆಯತದ ಎತ್ತರ ಮತ್ತು ಉದ್ದಗಳಾದ 2 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಮತ್ತು 3 ಸೆಂಟಿಮೀಟರನ್ನು ಒಂದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಗುಣಿಸಿರುವುದಾದರೆ, ಅದರ ಎತ್ತರ ಮತ್ತು ಉದ್ದಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯು $2 : 3$ ಆಗಿರುವುದು.

ಬದಲಾಗಿ ಎತ್ತರ ಮತ್ತು ಉದ್ದಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ $2 : 3$ ಆಗಿರುವ ಯಾವುದೇ ಆಯತವನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿದರೂ ಅದರ ಎತ್ತರ ಮತ್ತು ಉದ್ದಗಳು, 2 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಮತ್ತು 3 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಎಂಬಿವುಗಳನ್ನು ಒಂದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಗುಣಿಸಿರುವುದು ಆಗಿರುವುದೇ?

ಇದನ್ನು ಪರಿಶೋಧಿಸಲು, ಎತ್ತರ ಮತ್ತು ಉದ್ದಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ $2 : 3$ ಆಗಿರುವ ಒಂದು ಆಯತದ ಎತ್ತರವನ್ನು h ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಎಂದೂ ಉದ್ದವನ್ನು w ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಎಂದೂ ತೆಗೆಯುವ.

ಎತ್ತರ ಮತ್ತು ಉದ್ದಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ $2 : 3$ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ, ಎತ್ತರವು ಉದ್ದದ $\frac{2}{3}$ ಭಾಗವಾಗಿದೆ. ಅಂದರೆ,

$$h = \frac{2}{3}w$$

$\frac{2}{3}$ ಭಾಗ ಅಂದರೆ, $\frac{1}{3}$ ಭಾಗದ ಎರಡು ಮಡಿಯಾಗಿದೆ ಅಲ್ಲವೇ. (ಏಳನೇ ತರಗತಿಯ **ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು** ಎಂಬ ಪಾಠದ **ಮಡಿಯೂ ಗುಣಾಕಾರವೂ** ಎಂಬ ಭಾಗ).

ಆಗ ಇದರ, $\frac{2}{3}w$ ನ್ನು ಹೀಗೆ ಬರೆಯಬಹುದು:

$$\frac{2}{3}w = \frac{1}{3}w \times 2$$

ಇನ್ನು $\frac{1}{3}w$ ಎಂಬ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು k ಎಂಬ ಅಕ್ಷರದಿಂದ ಸೂಚಿಸಿದರೆ,

$$h = 2k$$

ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದಲ್ಲವೇ; $w = 3k$ ಎಂದೂ ಸಿಗುವುದೇ?

$$3k = 3 \times \frac{1}{3}w = w$$

ಅಂದರೆ, ಆಯತದ ಎತ್ತರ ಮತ್ತು ಉದ್ದಗಳಾದ 2 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಮತ್ತು 3 ಸೆಂಟಿಮೀಟರನ್ನು k ಎಂಬ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಗುಣಿಸಿರುವುದಾಗಿದೆ.

ಎತ್ತರ ಮತ್ತು ಉದ್ದಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ 2:3 ಆಗಿರುವ ಯಾವುದೇ ಆಯತದಲ್ಲಿಯೂ ಎತ್ತರ ಮತ್ತು ಉದ್ದಗಳು, 2 ಸೆಂಟಿಮೀಟರನ್ನು ಮತ್ತು 3 ಸೆಂಟಿಮೀಟರನ್ನು ಒಂದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಗುಣಿಸಿರುವವುಗಳಾಗಿವೆ.

2 ಅಥವಾ 3 ರ ಬದಲು ಯಾವುದೇ ಎಣಿಕಾಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿದರೂ ಈಗ ಕಂಡುಕೊಂಡ ಎರಡು ವಿಚಾರಗಳು ಸರಿಯಾಗುವುದೆಂದು ತಿಳಿಯಲು ಕಷ್ಟವಿಲ್ಲ.

ಮಾತ್ರವಲ್ಲದೆ ಆಯತದ ಎತ್ತರ ಮತ್ತು ಉದ್ದಗಳಿಗೆ ಬದಲಾಗಿ ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಉದ್ದಗಳನ್ನು ತೆಗೆದರೂ, ಉದ್ದಗಳಿಗೆ ಬದಲು ಬೇರೆ ಯಾವುದಾದರೂ ಇತರ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿದರೂ ಇವುಗಳು ಸರಿಯಾಗುವುದು.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ 4 ಲೀಟರ್ ಹಿಡಿಯುವ ಒಂದು ಪಾತ್ರೆಯನ್ನೂ, 10 ಲೀಟರ್ ಹಿಡಿಯುವ ಇನ್ನೊಂದು ಪಾತ್ರೆಯನ್ನೂ ಪರಿಗಣಿಸಿದಾಗ ದೊಡ್ಡ ಪಾತ್ರೆಯ ಒಳಹಿಡಿವಿನ ಎಷ್ಟು ಭಾಗವಾಗಿದೆ ಸಣ್ಣ ಪಾತ್ರೆಯ ಒಳಹಿಡಿವು?

$$\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

ಆಗ ಸಣ್ಣ ಪಾತ್ರೆಯ ಒಳಹಿಡಿವು ಮತ್ತು ದೊಡ್ಡ ಪಾತ್ರೆಯ ಒಳಹಿಡಿವು ಎಂಬಿವುಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ 2 : 5

ಇನ್ನು ಒಳಹಿಡಿವುಗಳಾಗಿರುವ 2 ಲೀಟರನ್ನೂ 5 ಲೀಟರನ್ನೂ ಒಂದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ ಸಿಗುವ ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಪಾತ್ರೆಗಳಲ್ಲೂ ಸಣ್ಣ ಪಾತ್ರೆಯ ಮತ್ತು ದೊಡ್ಡ ಪಾತ್ರೆಯ ಒಳಹಿಡಿವುಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ 2 : 5 ಆಗಿದೆ; ಬದಲಾಗಿ ಒಳಹಿಡಿವುಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ 2 : 5 ಆಗಿರುವ ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಪಾತ್ರೆಗಳಲ್ಲೂ ಒಳಹಿಡಿವುಗಳು 2 ಲೀಟರ್ ಮತ್ತು 5 ಲೀಟರನ್ನು ಒಂದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ ಸಿಗುವವುಗಳಾಗಿರುವುವು.

ಆಗ ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಹೀಗೆ ಹೇಳಬಹುದು:

ಎರಡು ಅಳತೆಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ $m : n$ ಆದರೆ, m ಮತ್ತು n ಎಂಬಿವುಗಳನ್ನು ಸೊನ್ನೆಯಲ್ಲದ ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ ಸಿಗುವ ಅಳತೆಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯು $m : n$ ಆಗಿರುವುದು; ಅಲ್ಲದೆ ವಿಲೋಮವಾಗಿ, $m : n$ ಎಂಬ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಿರುವ ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಅಳತೆಗಳು m ಮತ್ತು n ಎಂಬಿವುಗಳನ್ನು ಒಂದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ ಸಿಗುವವುಗಳಾಗಿವೆ.

ಇದನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ಏಳನೇ ತರಗತಿಯ ಒಂದು ಲೆಕ್ಕವನ್ನು ಇನ್ನೊಂದು ವಿಧಾನದಲ್ಲಿ ಮಾಡಿ ನೋಡುವ. (**ನಿಷ್ಪತ್ತಿ** ಎಂಬ ಪಾಠದ **ಭಾಗಲೆಕ್ಕ** ಎಂಬ ಭಾಗ):

ಶಾಲೆಯಲ್ಲಿ ಒಂದು ತರಕಾರಿ ತೋಟವನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸಲು ಆಯತಾಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ಒಂದು ಸ್ಥಳವನ್ನು ಹಗ್ಗ ಕಟ್ಟಿ ಪ್ರತ್ಯೇಕಿಸಿರಬೇಕು. ಹಗ್ಗದ ಉದ್ದ 32 ಮೀಟರ್. ಅಗಲ ಮತ್ತು ಉದ್ದ 3 : 5 ಎಂಬ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಿರಬೇಕು ಎಂದು ತೀರ್ಮಾನಿಸಲಾಯಿತು. ಅಗಲ ಮತ್ತು ಉದ್ದ ಎಷ್ಟು ಮೀಟರ್ ಆಗಿರಬೇಕು?

ಆಯತದ ಅಗಲ ಮತ್ತು ಉದ್ದಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯು 3 : 5 ಆಗಿರುವುದರಿಂದ, ಈಗ ಹೇಳಿರುವುದಕ್ಕನುಸರಿಸಿ ಅಗಲವೂ ಉದ್ದವೂ 3 ಮೀಟರನ್ನೂ 5 ಮೀಟರನ್ನೂ ಒಂದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಗುಣಿಸಿರುವುದಾಗಿದೆ. ಅಗಲ ಮತ್ತು ಉದ್ದವನ್ನು ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕಲು ಈ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದರೆ ಸಾಕು. ಅದಕ್ಕೆ ಬೀಜಗಣಿತವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಬಹುದು.

ಈ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು x ಎಂದು ತೆಗೆದರೆ,

$$\text{ಅಗಲ} = 3x \text{ ಮೀಟರ್}$$

$$\text{ಉದ್ದ} = 5x \text{ ಮೀಟರ್}$$

ಇನ್ನು x ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಪ್ರಶ್ನೆಯಲ್ಲಿ ಹೇಳಿರುವ ಇನ್ನೊಂದು ವಿಚಾರವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಬಹುದು. ಆಯತವನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸುವುದು 32 ಮೀಟರ್ ಉದ್ದವಿರುವ ಹಗ್ಗವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಆಗಿದೆ ಎಂಬುದರಿಂದ ಏನನ್ನು ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕಬಹುದು?

(i) ಆಯತದ ಸುತ್ತಳತೆ 32 ಮೀಟರ್

(ii) ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಅಗಲಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸಿದರೆ 32 ರ ಅರ್ಧ 16 ಮೀಟರ್

ಅಗಲ ಮತ್ತು ಉದ್ದ ಎಂಬಿವುಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ $3x$ ಮೀಟರ್ ಮತ್ತು $5x$ ಮೀಟರ್ ಆಗಿವೆಯಲ್ಲವೇ; ಅವುಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸಿದರೆ $3x + 5x = 8x$ ಮೀಟರ್. ಉದ್ದವನ್ನೂ ಅಗಲವನ್ನೂ ಕೂಡಿಸಿದಾಗ 16 ಮೀಟರ್ ಆಗುವುದೆಂಬುದನ್ನು ನೋಡಿದೆವು. ಆಗ

$$8x = 16$$

ಇದರಿಂದ x ನ್ನು ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕಬಹುದುಲ್ಲವೇ.

$$x = 2$$

(**ಸಮವಾಕ್ಯ ಪರಿಹಾರ** ಎಂಬ ಪಾಠವನ್ನು ನೆನಪಿಸಿರಿ).

ಆಗ,

$$\text{ಅಗಲ} = 3x = 3 \times 2 = 6 \text{ ಮೀಟರ್}$$

$$\text{ಉದ್ದ} = 5x = 5 \times 2 = 10 \text{ ಮೀಟರ್}$$

ಇನ್ನೊಂದು ಲೆಕ್ಕವನ್ನು ನೋಡುವ :

ಒಂದು ಆಯತದ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಅಗಲಗಳು 4 : 5 ಎಂಬ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಿವೆ; ಅದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ 320 ಚದರಮೀಟರ್ ಆಗಿದೆ. ಅಗಲವೂ ಉದ್ದವೂ ಎಷ್ಟು ಮೀಟರ್?

ಮೊದಲನೇ ಲೆಕ್ಕದಲ್ಲಿ ಮಾಡಿರುವಂತೆಯೇ ಅಗಲವನ್ನು $4x$ ಮೀಟರ್, ಉದ್ದವನ್ನು $5x$ ಮೀಟರ್ ಎಂದು ತೆಗೆಯಬಹುದಲ್ಲವೇ.

ಆಗ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

$$4x \times 5x = 20x^2 \text{ ಚದರಮೀಟರ್}$$

ವಿಸ್ತೀರ್ಣ 320 ಚದರಮೀಟರ್ ಎಂದು ಹೇಳಲಾಗಿದೆಯಲ್ಲವೇ. ಆಗ

$$20x^2 = 320$$

ಇದರಿಂದ

$$x^2 = 320 \div 20 = 16$$

ಎಂದು ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕಬಹುದು.

ಅಂದರೆ x ಎಂಬ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವರ್ಗ 16. ಆಗ x ಎಷ್ಟು?

$$x = 4$$

ಇನ್ನು ಅಗಲ ಮತ್ತು ಉದ್ದಗಳನ್ನು ಲೆಕ್ಕಹಾಕಬಹುದಲ್ಲವೇ:

$$\text{ಅಗಲ } = 4x = 4 \times 4 = 16 \text{ ಮೀಟರ್}$$

$$\text{ಉದ್ದ } = 5x = 5 \times 4 = 20 \text{ ಮೀಟರ್}$$

(1) ಒಂದು ಸಮಬಹುಭುಜದ ಒಳಕೋನ ಮತ್ತು ಹೊರಕೋನಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ 7 : 2 ಆಗಿದೆ.

(i) ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಕೋನವೂ ಎಷ್ಟು ಡಿಗ್ರಿ?

(ii) ಈ ಬಹುಭುಜಕ್ಕೆ ಎಷ್ಟು ಭುಜಗಳಿವೆ?

(2) ನಾಲ್ಕು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನಗಳು. ಪ್ರತಿಯೊಂದರಲ್ಲೂ ಲಂಬ ಭುಜಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ 3 : 4 ಆಗಿದೆ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ತ್ರಿಕೋನದ ಕುರಿತಾದ ಇನ್ನೊಂದು ಮಾಹಿತಿಯನ್ನೂ ಕೆಳಗೆ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ತ್ರಿಕೋನದ ಎಲ್ಲಾ ಭುಜಗಳ ಉದ್ದಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i) ಲಂಬ ಭುಜಗಳ ಉದ್ದಗಳೊಳಗಿನ ವ್ಯತ್ಯಾಸ 24 ಮೀಟರ್

(ii) ಸುತ್ತಳತೆ 24 ಮೀಟರ್

(iii) ವಿಸ್ತೀರ್ಣ 24 ಚದರಮೀಟರ್

(iv) ಕರ್ಣ 24 ಮೀಟರ್ (ಉದ್ದಗಳನ್ನು ಮೀಟರ್ ಮತ್ತು ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್‌ಗಳಾಗಿ ಬರೆಯಿರಿ)

(3) ಎರಡು ಚೌಕಗಳ ಭುಜಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ 3 : 4 ಆಗಿದೆ. ಅವುಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ ಎಷ್ಟು?

ಬದಲಾಗುವ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ

ಈ ಆಯತದ ಎತ್ತರ ಮತ್ತು ಉದ್ದಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ ಎಷ್ಟು?

ಎತ್ತರ 2×2 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಮತ್ತು ಉದ್ದ 3×2 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ $2 : 3$.
ಉದ್ದವನ್ನು ಮಾತ್ರ 2 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಹೆಚ್ಚಿಸಿ ಆಯತವನ್ನು ದೊಡ್ಡದಾಗಿಸಿದರೋ?

ಇದರಲ್ಲಿ ಎತ್ತರ ಮತ್ತು ಉದ್ದಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ $1 : 2$ ಆಗಿ ಬದಲಾಯಿತಲ್ಲವೇ?
ಆಗ ಇನ್ನೊಂದು ಪ್ರಶ್ನೆ:

> ಒಂದು ಆಯತದ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಎತ್ತರಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ $3 : 2$; ಉದ್ದವನ್ನು 2 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಹೆಚ್ಚಿಸಿ ಆಯತವನ್ನು ದೊಡ್ಡದಾಗಿಸಿದಾಗ ಈ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯು $5 : 3$ ಆಯಿತು. ಮೊದಲ ಆಯತದ ಉದ್ದವೂ ಎತ್ತರವೂ ಎಷ್ಟಾಗಿತ್ತು?

ಮೊದಲನೇ ಆಯತದ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಎತ್ತರಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ $3 : 2$ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ, ನಿಜವಾದ ಉದ್ದವನ್ನೂ ಎತ್ತರವನ್ನೂ $3x$ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಮತ್ತು $2x$ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಎಂದು ತೆಗೆಯುವ.

ಉದ್ದ ಹೆಚ್ಚಾಗಿರುವ ಆಯತದಲ್ಲಾದರೋ?

2 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಹೆಚ್ಚಿಸಿದಾಗ ಉದ್ದ $3x + 2$ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಯಿತು.

ಎತ್ತರದಲ್ಲಿ ಏನೂ ಬದಲಾವಣೆ ಮಾಡಲಿಲ್ಲ. ಅದು $2x$ ಎಂಬುದೇ ಆಗಿದೆ.

ದೊಡ್ಡದಾಗಿಸಿದ ಆಯತದಲ್ಲಿ, ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಎತ್ತರಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ 5 : 3 ಎಂದು ಕೊಡಲಾಗಿದೆ.

ಅಂದರೆ ಉದ್ದವು ಎತ್ತರದ $\frac{5}{3}$ ಮಡಿಯಾಗಿದೆ.

$$3x + 2 = 2x \times \frac{5}{3}$$

ಈ ಸಮವಾಕ್ಯದ ಬಲಭಾಗವನ್ನು ಹೀಗೆ ಬದಲಾಯಿಸಿ ಬರೆಯಬಹುದಲ್ಲವೇ.

$$2x \times \frac{5}{3} = 10x \times \frac{1}{3}$$

ಆಗ ಸಮವಾಕ್ಯವು ಹೀಗಾಯಿತು

$$3x + 2 = 10x \times \frac{1}{3}$$

ಅಂದರೆ, $10x$ ಎಂಬ ಸಂಖ್ಯೆಯ $\frac{1}{3}$ ಭಾಗವಾಗಿದೆ $3x + 2$ ಎಂಬ ಸಂಖ್ಯೆ.

ಇದನ್ನು ವಿಲೋಮವಾಗಿ ಹೇಳಿದರೆ $3x + 2$ ಎಂಬ ಸಂಖ್ಯೆಯ 3 ಮಡಿಯಾಗಿದೆ $10x$ ಎಂಬ ಸಂಖ್ಯೆ.

ಅಂದರೆ

$$10x = 3(3x + 2)$$

ಇನ್ನು $3(3x + 2)$ ನ್ನು ಹೀಗೆ ಬರೆಯಬಹುದು:

$$3(3x + 2) = (3 \times 3x) + (3 \times 2) = 9x + 6$$

ಆಗ ಮೊದಲು ಬರೆದ ಸಮವಾಕ್ಯವು ಹೀಗಾಗುವುದು:

$$10x = 9x + 6$$

ಇದರಿಂದ x ನ್ನು ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕಬಹುದಲ್ಲವೇ:

$$x = 6$$

ಆಗ ಮೊದಲ ಆಯತದಲ್ಲಿ

ಉದ್ದ $= 3x = 3 \times 6 = 18$ ಸೆ.ಮೀ.

ಎತ್ತರ $= 2x = 2 \times 6 = 12$ ಸೆ.ಮೀ.

ಇನ್ನೊಂದು ಲೆಕ್ಕವನ್ನು ನೋಡುವ:

ಆಮ್ಲ ಮತ್ತು ನೀರನ್ನು 2 : 3 ಎಂಬ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಿ ಮಿಶ್ರಣ ಮಾಡಿ 60 ಲೀಟರ್ ದ್ರಾವಣವನ್ನು ತಯಾರಿಸಲಾಯಿತು. ಇವುಗಳ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ 3 : 4 ಆಗಲು, ಆಮ್ಲ ಮತ್ತು ನೀರು ಎಂಬಿವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದನ್ನು ಹೆಚ್ಚು ಸೇರಿಸಬೇಕು? ಎಷ್ಟು ಲೀಟರ್?

ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯೂ ರಸಾಯನ ಶಾಸ್ತ್ರವೂ

ರಸಾಯನ ಶಾಸ್ತ್ರದಲ್ಲಿ ಪದಾರ್ಥಗಳನ್ನು ಮೂಲವಸ್ತುಗಳು ಮತ್ತು ಸಂಯುಕ್ತಗಳೆಂದು ವರ್ಗೀಕರಿಸಲಾಗಿದೆಯಲ್ಲವೇ.

ಯಾವುದೇ ಸಂಯುಕ್ತದಲ್ಲೂ ಅಡಕವಾಗಿರುವ ಮೂಲವಸ್ತುಗಳ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿಯು (mass) ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಾಗಿರುವುದು ಎಂಬುದನ್ನು ಹದಿನೆಂಟನೇ ಶತಮಾನದಲ್ಲಿ ಜೋಸೆಫ್ ಪ್ರೂಸ್ಟ್ ಎಂಬ ವಿಜ್ಞಾನಿಯು ಕಂಡುಹಿಡಿದನು.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಕೋಪ್ಪರ್ ಕಾರ್ಬೋನೇಟಿನಲ್ಲಿ ಯಾವಾಗಲೂ ಕಾರ್ಬನಿನ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿಯ 5.3 ಮಡಿಯಷ್ಟು ಕೋಪ್ಪರ್ ಮತ್ತು ಕಾರ್ಬನಿನ 4 ಮಡಿಯಷ್ಟು ಓಕ್ಸಿಜನ್ ಆಗಿರುವುದೆಂದು ಪ್ರಯೋಗಗಳಿಂದ ಅವನು ಕಂಡುಕೊಂಡನು.

ಮೂಲವಸ್ತುಗಳ ಅತಿ ಸೂಕ್ಷ್ಮ ಕಣಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿದರೆ ಈ ರೀತಿಯ ಹೋಲಿಕೆಗಳನ್ನು ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೂಲಕ ಮಾಡಬಹುದು ಎಂಬ ಯೋಚನೆಯು ಪರಮಾಣು ಎಂಬ ಆಶಯದ ಕಡೆಗೆ ಮುನ್ನಡೆಸಿತು. ಹತ್ತೊಂಬತ್ತನೇ ಶತಮಾನದಲ್ಲಿ ಜೋನ್ ಡಾಲ್ಟನ್ ಎಂಬ ವಿಜ್ಞಾನಿಯು ಈ ರೀತಿಯ ಒಂದು ಸಿದ್ಧಾಂತವನ್ನು ಮಂಡಿಸಿದನು.

ಡಾಲ್ಟನನ ಸಿದ್ಧಾಂತದ ಪ್ರಕಾರ ಮೂಲವಸ್ತುಗಳ ಅತಿ ಸೂಕ್ಷ್ಮ ಕಣಗಳಾದ ಪರಮಾಣುಗಳು (atoms) ಸೇರಿ ಸಂಯುಕ್ತಗಳು ಉಂಟಾಗುವುವು. ಯಾವುದೇ ಸಂಯುಕ್ತದಲ್ಲೂ ಅದರಲ್ಲಿರುವ ವಿವಿಧ ಮೂಲವಸ್ತುಗಳ ಪರಮಾಣುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ ಯಲ್ಲಿರುವುದು.

ಆಮ್ಲ ಮತ್ತು ನೀರುಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ 2 : 3 ಎಂದು ಹೇಳಿದರೆ, ನೀರಿನ ಅಳತೆಯ $\frac{2}{3}$ ಭಾಗವಾಗಿದೆ ಆಮ್ಲದ ಅಳತೆ. ಈ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯನ್ನು 3 : 4 ಮಾಡಬೇಕೆಂದು ಹೇಳಿದರೋ?

ಆಮ್ಲದ ಅಳತೆಯನ್ನು, ನೀರಿನ ಅಳತೆಯ $\frac{3}{4}$ ಭಾಗವಾಗಿಸಬೇಕು.

$\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$ ಎಂಬಿವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದು ದೊಡ್ಡದು? (ಆರನೇ ತರಗತಿಯ **ಭಾಗ ಲೆಕ್ಕಗಳು** ಎಂಬ ಪಾಠದ **ದೊಡ್ಡದೂ ಸಣ್ಣದೂ** ಎಂಬ ಭಾಗವನ್ನು ನೆನಪಿಸಿರಿ).

ಅದನ್ನು ತಿಳಿಯಲು ಎರಡು ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳನ್ನು ಒಂದೇ ಛೇದವಿರುವ ರೂಪದಲ್ಲಾಗಿಸಬೇಕು:

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \times 4}{3 \times 4} = \frac{8}{12}$$

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \times 3}{4 \times 3} = \frac{9}{12}$$

$\frac{8}{12} < \frac{9}{12}$ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ $\frac{2}{3} < \frac{3}{4}$

ಆಗ ಆಮ್ಲದ ಅಳತೆಯನ್ನು ಹೆಚ್ಚಿಸಬೇಕು.

ಎಷ್ಟು ಲೀಟರ್ ಆಮ್ಲವನ್ನು ಇನ್ನೂ ಸೇರಿಸಬೇಕು ಎಂದು ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕಲು ಮೊದಲು ಆಮ್ಲ ಮತ್ತು ನೀರು ಎಷ್ಟು ಲೀಟರಿನಂತೆ ಇವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕಬೇಕು. ಇವುಗಳ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ 2 : 3 ಆಗಿರುವುದರಿಂದ, ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಹೀಗೆ ತೆಗೆಯೋಣ:

ಆಮ್ಲ = $2x$ ಲೀಟರ್

ನೀರು = $3x$ ಲೀಟರ್

ಒಟ್ಟು 60 ಲೀಟರ್ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ

$$5x = 60$$

ಇದರಿಂದ $x = 12$ ಎಂದು ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕಬಹುದಲ್ಲವೇ. ಆಗ

ಆಮ್ಲ = 24 ಲೀಟರ್

ನೀರು = 36 ಲೀಟರ್

ಇನ್ನು, ನಿಷ್ಪತ್ತಿ 3 : 4 ಆಗಲು ಸೇರಿಸಬೇಕಾಗಿರುವುದು y ಲೀಟರ್ ಆಮ್ಲ ಎಂದು ಪರಿಗಣಿಸಿದರೆ, ಅಳತೆಗಳು ಎಷ್ಟಾಗುವುದು?

ಆಮ್ಲ = $(24 + y)$ ಲೀಟರ್

ನೀರು = 36 ಲೀಟರ್

ಇದರಲ್ಲಿ ಆಮ್ಲದ ಅಳತೆ ನೀರಿನ ಅಳತೆಯ $\frac{3}{4}$ ಆಗಬೇಕಲ್ಲವೇ; ಅಂದರೆ

$$24 + y = 36 \times \frac{3}{4} = 27$$

ಇದರಿಂದ

$$y = 3$$

ಎಂದು ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕಬಹುದು; ಅಂದರೆ, ಇನ್ನೂ 3 ಲೀಟರ್ ಆಮ್ಲವನ್ನು ಸೇರಿಸಬೇಕು.

ಗಣಿತವೂ ವಾಸ್ತವವೂ

ಆಮ್ಲದ ಲೆಕ್ಕದಲ್ಲಿ ಸೇರಿಸಬೇಕಾದುದು ಆಮ್ಲವೆಂಬುದನ್ನು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳದೆ, ಎಷ್ಟು ಲೀಟರ್ ನೀರನ್ನು ಸೇರಿಸಬೇಕು ಎಂಬುದನ್ನು ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕಿದರೋ?

x ಲೀಟರ್ ನೀರನ್ನು ಸೇರಿಸಲಾಯಿತು ಎಂದು ಪರಿಗಣಿಸಿದರೆ, ಆಮ್ಲ 24 ಲೀಟರ್, ನೀರು $36 + x$ ಲೀಟರ್ ಎಂದಾಗುವುದು. ನೀರಿನ ಅಳತೆಯು ಆಮ್ಲದ ಅಳತೆಯ $\frac{4}{3}$ ಆಗಬೇಕು. ಅಂದರೆ

$$36 + x = \frac{4}{3} \times 24 = 32$$

ಇದರಿಂದ $x = -4$ ಎಂದಲ್ಲವೇ ಸಿಗುವುದು. ಇದರ ಅರ್ಥ 4 ಲೀಟರ್ ನೀರನ್ನು ಕಡಿಮೆ ಮಾಡಬೇಕು ಎಂದು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳಬೇಕು.

ಆಗ 24 ಲೀಟರ್ ಆಮ್ಲ, 32 ಲೀಟರ್ ನೀರು, ನಿಷ್ಪತ್ತಿ 3 : 4 ಆಯಿತಲ್ಲವೇ?

ಒಂದು ಸಮಸ್ಯೆ ಇದೆ; ಆಮ್ಲ ಮತ್ತು ನೀರು ಸೇರಿರುವ ದ್ರಾವಣದಿಂದ ನೀರನ್ನು ಮಾತ್ರ ತೆಗೆದು ಪ್ರತ್ಯೇಕಿಸುವುದು ಹೇಗೆ? ಆಗ ಲೆಕ್ಕ ಸರಿಯಾಗಿರುವುದು; ಆದರೆ ವಾಸ್ತವದಲ್ಲಿ ಅದು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ.

(1) ಒಂದು ಆಯತದ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಎತ್ತರಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ 3 : 2. ಆಗಿದೆ. ಉದ್ದವನ್ನು ಉದ್ದದ ಅರ್ಧದಷ್ಟು ಮುಂದುವರಿಸಿ ಆಯತವನ್ನು ದೊಡ್ಡದಾಗಿಸಲಾಯಿತು. ದೊಡ್ಡ ಆಯತದ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಎತ್ತರಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ ಎಷ್ಟು?

(2) ಎರಡು ಕೋನಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ 1 : 2 ಆಗಿದೆ. ಸಣ್ಣ ಕೋನವನ್ನು 6° ಯಷ್ಟು ಹೆಚ್ಚಿಸಿ ದೊಡ್ಡ ಕೋನವನ್ನು 6° ಯಷ್ಟು ಕಡಿಮೆ ಮಾಡಿದಾಗ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯು 2 : 3 ಆಯಿತು. ಹಾಗಾದರೆ ಮೊದಲ ಕೋನಗಳು ಎಷ್ಟು ಡಿಗ್ರಿಯಾಗಿದ್ದುವು?

(3) ಒಂದು ದ್ರಾವಣದಲ್ಲಿ ಆಮ್ಲ ಮತ್ತು ನೀರು, 3 : 2 ಎಂಬ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಿವೆ. ಇನ್ನೂ 15 ಲೀಟರ್ ಆಮ್ಲವನ್ನು ಸೇರಿಸಿದಾಗ ಇದು 3 : 1 ಎಂಬ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಾಯಿತು. ಈಗ ದ್ರಾವಣದಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಲೀಟರ್ ಆಮ್ಲ ಮತ್ತು ನೀರು ಇವೆ?

(4) 54 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಸುತ್ತಳತೆ ಇರುವ ಒಂದು ಆಯತದ ಎತ್ತರ ಮತ್ತು ಉದ್ದವು 4 : 5 ಎಂಬ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಿವೆ.

(i) ಎತ್ತರವನ್ನು ಅಥವಾ ಉದ್ದವನ್ನು ಹೆಚ್ಚಿಸಿ ಈ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯನ್ನು 2 : 3 ಮಾಡಬೇಕು. ಯಾವುದನ್ನು ಹೆಚ್ಚಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ? ಎಷ್ಟು ಹೆಚ್ಚಿಸಬೇಕು?

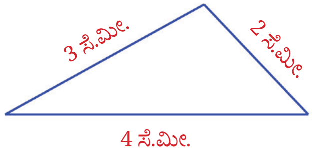
(ii) ಎತ್ತರವನ್ನು ಅಥವಾ ಉದ್ದವನ್ನು ಕಡಿಮೆ ಮಾಡಿ ಈ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯನ್ನು 2 : 3 ಮಾಡಬೇಕು. ಯಾವುದನ್ನು ಕಡಿಮೆ ಮಾಡಬೇಕು? ಎಷ್ಟು ಕಡಿಮೆ ಮಾಡಬೇಕು?

ಆಚೆಗೂ ಈಚೆಗೂ

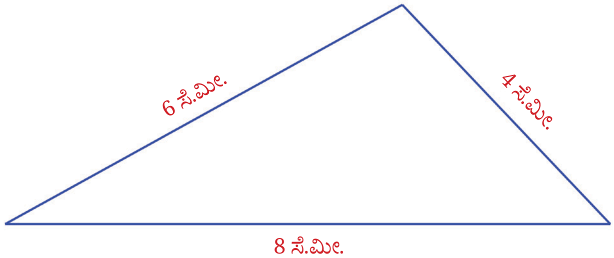
ಒಂದು ಆಯತದ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಎತ್ತರ 33 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಮತ್ತು 1 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿವೆ. ಇನ್ನೊಂದು ಆಯತದ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಎತ್ತರ 11 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಮತ್ತು 6 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿವೆ. ಈ ಆಯತಗಳ ಸುತ್ತಳತೆಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ ಎಷ್ಟು? ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯೋ? ಹೀಗೆ ಸಂಬಂಧವಿರುವ ಇತರ ಜೊತೆ ಆಯತಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದೇ?

ಮೂರು ಅಳತೆಗಳು

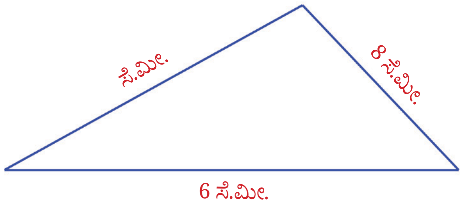
ಈ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ನೋಡಿರಿ:



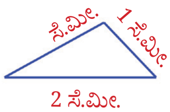
ಇದರ ಭುಜಗಳನ್ನೆಲ್ಲಾ ಎರಡು ಮಡಿಯಾಗಿಸಿ ಇನ್ನೊಂದು ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸುವ:



ಮೊದಲನೇ ತ್ರಿಕೋನದ ಭುಜಗಳನ್ನೆಲ್ಲಾ $1\frac{1}{2}$ ಮಡಿಯಾಗಿಸಿದರೆ ಹೀಗೊಂದು ತ್ರಿಕೋನವು ಸಿಗುವುದು.



ಎಲ್ಲಾ ಭುಜಗಳನ್ನೆಲ್ಲಾ ಅರ್ಧವಾಗಿಸಿದರೋ?



ಸಿಹಿಯ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ

ಸಕ್ಕರೆಯಲ್ಲಿರುವ ಮೂಲವಸ್ತುಗಳು ಯಾವುವೆಲ್ಲ ಎಂದು ತಿಳಿದಿದೆಯೇ?

ಕಾರ್ಬನ್, ಹೈಡ್ರೋಜನ್, ಓಕ್ಸಿಜನ್ ಎಂಬೀ ಪ್ರತಿಯೊಂದೂ ವಿಭಿನ್ನ ಅಳತೆಗಳಲ್ಲಿರುವುದು. ಸಕ್ಕರೆಯ ಒಂದು ಅಣುವು 12 ಕಾರ್ಬನ್ ಪರಮಾಣುವೂ, 22 ಹೈಡ್ರೋಜನ್ ಪರಮಾಣುವೂ, 11 ಓಕ್ಸಿಜನ್ ಪರಮಾಣುವೂ ಒಳಗೊಂಡಿರುವುದಾಗಿದೆ. ಅಂದರೆ ಸಕ್ಕರೆಯಲ್ಲಿರುವ ಕಾರ್ಬನ್, ಹೈಡ್ರೋಜನ್, ಓಕ್ಸಿಜನ್ ಎಂಬಿವುಗಳ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ 12 : 22 : 11. ಸಕ್ಕರೆಯ ಅಣುವಿನ ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತ ಬರಹ $C_{12}H_{22}O_{11}$. ಸಕ್ಕರೆಯನ್ನು ಬಿಸಿ ಮಾಡಿದಾಗ ಏನಾಗುವುದು? ಇದಕ್ಕೆ ಕಾರಣವೇನು?

ಈ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ತ್ರಿಕೋನದಲ್ಲೂ ಭುಜಗಳ ಉದ್ದಗಳಾಗಿರುವ 4 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್, 3 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್, 2 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಎಂಬಿವುಗಳನ್ನು ಒಂದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಗುಣಿಸಿರುವುದಾಗಿದೆಯಲ್ಲವೇ.

ಈ ವಿಚಾರವನ್ನು ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಾಗಿ ಹೇಳಬಹುದು:

ಈ ನಾಲ್ಕೂ ತ್ರಿಕೋನಗಳಲ್ಲಿ ಭುಜಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ 4 : 3 : 2 ಆಗಿದೆ.

ಇತರ ಅಳತೆಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿರುವ ಮೂರು ಅಳತೆಗಳೊಳಗಿನ ಸಂಬಂಧವನ್ನೂ ಹೀಗೆ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಾಗಿ ಹೇಳಬಹುದು.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ, 15 ಲೀಟರ್, 30 ಲೀಟರ್, 10 ಲೀಟರ್ ಹಿಡಿಯುವ ಪಾತ್ರೆಗಳ ಒಳಹಿಡಿವುಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ 3 : 6 : 2 ಆಗಿದೆ.

ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಹೇಳಿದರೆ,

l, m, n ಎಂಬೀ ಮೂರು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಒಂದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ ಸಿಗುವ ಯಾವುದೇ ಮೂರು ಅಳತೆಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯು $l : m : n$ ಆಗಿದೆ.

ಒಂದು ಲೆಕ್ಕವನ್ನು ನೋಡುವ:

ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನದ ಭುಜಗಳ ಉದ್ದಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ 3 : 5 : 7 ಆಗಿದೆ. ಇದರ ಸುತ್ತಳತೆ 45 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿದೆ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಭುಜದ ಉದ್ದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ತ್ರಿಕೋನದ ಭುಜಗಳ ಅಳತೆಗಳು 3 ಸೆಂಟಿಮೀಟರನ್ನೂ 5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರನ್ನೂ 7 ಸೆಂಟಿಮೀಟರನ್ನೂ ಒಂದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ ಸಿಗುವುದಾಗಿದೆಯಲ್ಲವೇ. ಈ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು x ಎಂದು ಪರಿಗಣಿಸಿದರೆ,

ಸುತ್ತಳತೆ

$$3x + 5x + 7x = 15x \text{ ಸೆ.ಮೀ}$$

ಇದು 45 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಎಂದು ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಆಗ

$$15x = 45$$

ಇದರಿಂದ $x = 3$ ಎಂದೂ, ಭುಜಗಳ ಉದ್ದ 9 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್, 15 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್, 21 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಎಂದೂ ಲೆಕ್ಕಹಾಕಬಹುದಲ್ಲವೇ.

ಇನ್ನು ಈ ಲೆಕ್ಕವನ್ನು ನೋಡಿರಿ:

> *ABC* ಎಂಬ ತ್ರಿಕೋನದಲ್ಲಿ, *AB, BC* ಇವುಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ 3 : 4 ಮತ್ತು *BC, CA* ಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ 4 : 5 ಆಗಿವೆ. ಮೂರು ಭುಜಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ ಯಾವುದು?

AB, BC ಇವುಗಳ ಉದ್ದಗಳು, 3 ಸೆಂಟಿಮೀಟರನ್ನೂ 4 ಸೆಂಟಿಮೀಟರನ್ನೂ ಒಂದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಗುಣಿಸಿದವುಗಳಲ್ಲವೇ. ಈ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು x ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ

$$AB = 3x \text{ ಸೆ.ಮೀ.}, \quad BC = 4x \text{ ಸೆ.ಮೀ.}$$

ಇನ್ನು *BC, CA* ಇವುಗಳ ಉದ್ದಗಳು, 4 ಸೆಂಟಿಮೀಟರನ್ನೂ 5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರನ್ನೂ ಒಂದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಗುಣಿಸಿದವುಗಳಾಗಿವೆ.

ಅದರಲ್ಲಿ 4 ಸೆಂಟಿಮೀಟರನ್ನು x ನಿಂದ ಗುಣಿಸಿದ್ದಾಗಿದೆ *BC* ಯ ಉದ್ದ; ಆಗ *CA* ಯ ಉದ್ದ 5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರನ್ನು ಇದೇ ಸಂಖ್ಯೆ x ನಿಂದಲೇ ಗುಣಿಸಬೇಕಲ್ಲವೇ. ಅಂದರೆ

$$CA = 5x \text{ ಸೆ.ಮೀ.}$$

AB, BC, CA ಇವುಗಳ ಉದ್ದಗಳು $3x$ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್, $4x$ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್, $5x$ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಎಂಬೀ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಇರುವುದರಿಂದ ಅವುಗಳ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ 3 : 4 : 5.

ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಭುಜಗಳ ಉದ್ದಗಳಿಗೆ ಬದಲಾಗಿ ಬೇರೆ ಮೂರು ಅಳತೆಗಳಾದರೂ, ನಿಷ್ಪತ್ತಿಗಳನ್ನು ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಒಟ್ಟಿಗೆ ಸೇರಿಸಿ ಹೇಳಬಹುದಲ್ಲವೇ. ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಹೇಳುವುದಾದರೆ,

> ಯಾವುದೇ ಮೂರು ಅಳತೆಗಳಲ್ಲಿ ಮೊದಲನೆಯ ಮತ್ತು ಎರಡನೆಯ ಅಳತೆಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯು $l : m$ ಎರಡನೆಯ ಮತ್ತು ಮೂರನೆಯ ಅಳತೆಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ $m : n$ ಆದರೆ, ಈ ಮೂರು ಅಳತೆಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯು $l : m : n$ ಆಗಿದೆ.

ಇನ್ನು ನಿಷ್ಪತ್ತಿಗಳು ಈ ರೀತಿಯಾದರೋ?

> *ABC* ಎಂಬ ತ್ರಿಕೋನದಲ್ಲಿ, *AB, BC* ಇವುಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ 2 : 3 ಮತ್ತು *BC, CA* ಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ 4 : 5 ಆಗಿದೆ. ಮೂರು ಭುಜಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ ಯಾವುದು?

AB, BC ಇವುಗಳ ಉದ್ದಗಳು, 2 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಮತ್ತು 3 ಸೆಂಟಿಮೀಟರನ್ನು ಒಂದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಗುಣಿಸಿದುದಲ್ಲವೇ. ಈ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು x ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ

$$AB = 2x \text{ ಸೆ.ಮೀ.}, \quad BC = 3x \text{ ಸೆ.ಮೀ.}$$

ಇದೇ ಪ್ರಕಾರ *BC, CA* ಇವುಗಳ ಉದ್ದಗಳು, 4 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಮತ್ತು 5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರನ್ನು ಇನ್ನೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಗುಣಿಸಿದುದಾಗಿದೆ. ಈ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು y ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ

$$BC = 4y \text{ ಸೆ.ಮೀ.}, \quad CA = 5y \text{ ಸೆ.ಮೀ.}$$

ಮೊದಲನೆ ಸಮವಾಕ್ಯದಲ್ಲಿ BC ಯ ಉದ್ದ $3x$ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಮತ್ತು ಎರಡನೇ ಸಮವಾಕ್ಯದಲ್ಲಿ BC ಯ ಉದ್ದವು $4y$ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿದೆಯಲ್ಲವೇ. ಹಾಗಾದರೆ

$$4y = 3x$$

ಎಂದು ಸಿಗುವುದು. ಅಂದರೆ

$$y = \frac{3}{4}x$$

ಆಗ

$$CA = 5y = 5 \times \frac{3}{4}x = \frac{15}{4}x$$

ಇನ್ನು AB, BC, CA ಎಂಬೀ ಮೂರು ಉದ್ದಗಳನ್ನು x ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಬರೆಯಬಹುದು.

$AB = 2x$ ಸೆ.ಮೀ.

$BC = 3x$ ಸೆ.ಮೀ.

$CA = \frac{15}{4}x$ ಸೆ.ಮೀ.

ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯನ್ನು ಬರೆಯುವುದು ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ಅಲ್ಲವೇ. ಅದಕ್ಕಾಗಿ ಇವುಗಳನ್ನು ಈ ರೀತಿ ಬದಲಾಯಿಸಿ ಬರೆಯಬಹುದು:

$AB = 8 \times \frac{x}{4}$ ಸೆ.ಮೀ.

$BC = 12 \times \frac{x}{4}$ ಸೆ.ಮೀ.

$CA = 15 \times \frac{x}{4}$ ಸೆ.ಮೀ.

ಅಂದರೆ ಉದ್ದಗಳಾದ 8 ಸೆಂಟಿಮೀಟರನ್ನು, 12 ಸೆಂಟಿಮೀಟರನ್ನು, 15 ಸೆಂಟಿಮೀಟರನ್ನು $\frac{x}{4}$ ಎಂಬ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಗುಣಿಸಿರುವುದಾಗಿವೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಅವುಗಳ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ 8 : 12 : 15.

ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನಗಳು

3 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್, 4 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್, 5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಭುಜಗಳಿರುವ ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಶೇಷತೆ ಏನು?

$3^2 + 4^2 = 5^2$ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ ಇದೊಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನವಾಗಿದೆ.

ಭುಜಗಳ ಉದ್ದಗಳನ್ನೆಲ್ಲಾ ಇಮ್ಮಡಿ ಮಾಡಿದರೋ? ಹಾಗೆ ಸಿಗುವ ತ್ರಿಕೋನವು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನವಾಗುವುದೇ?

$6^2 + 8^2 = 10^2$ ಎಂಬುದು ಸರಿಯಾಗಿದೆ. ಅಂದರೆ, ಭುಜಗಳು ಇಮ್ಮಡಿಯಾದರೆ ಸಿಗುವ ತ್ರಿಕೋನವು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನವೇ ಆಗಿದೆ.

ಭುಜಗಳ ಉದ್ದಗಳು x ಮಡಿಯಾದರೋ?

$(3x)^2 + (4x)^2 = 9x^2 + 16x^2 = 25x^2 = (5x)^2$ ಅಂದರೆ, $3x$, $4x$, $5x$ ಭುಜಗಳಿರುವ ತ್ರಿಕೋನವೂ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನವಾಗಿದೆ.

ಚುಟುಕಾಗಿ ಹೇಳಿದರೆ, ಭುಜಗಳ ಉದ್ದಗಳ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ 3 : 4 : 5 ಆಗಿರುವ ಎಲ್ಲಾ ತ್ರಿಕೋನಗಳೂ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನಗಳಾಗಿವೆ.

ಭುಜಗಳ ಉದ್ದಗಳ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ 5 : 12 : 13 ಆಗಿರುವ ತ್ರಿಕೋನಗಳು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನವಾಗುವುದೇ?

(1) ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನದ ಕೋನಗಳು 1 : 3 : 5 ಎಂಬ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಿವೆ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಕೋನ ಎಷ್ಟಾಗಿರುವುದು?

(2) ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನದ ಭುಜಗಳ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ 2 : 3 : 4 ಆಗಿದೆ. ಅತಿ ದೊಡ್ಡ ಭುಜವು ಅತಿ ಸಣ್ಣ ಭುಜಕ್ಕಿಂತ 20 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಅಧಿಕವಾಗಿದೆ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಭುಜದ ಉದ್ದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(3) ಒಂದು ಆಯತ ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯ ಉದ್ದ, ಅಗಲ ಮತ್ತು ಎತ್ತರಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ 2 : 3 : 5 ಆಗಿದೆ. ಅದರ ಘನಫಲ 3750 ಘನಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆದರೆ ಉದ್ದ, ಅಗಲ ಮತ್ತು ಎತ್ತರಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(4) ಒಂದು ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯಲ್ಲಿ ಮೂರು ಬಣ್ಣಗಳ ಮಣಿಗಳಿವೆ. ಕಪ್ಪು ಮಣಿಗಳು ಮತ್ತು ಬಿಳಿ ಮಣಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ 3:5; ಬಿಳಿ ಮತ್ತು ಕೆಂಪು ಮಣಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ, 2:3. ಹಾಗಾದರೆ ಮೂರೂ ಬಣ್ಣದ ಮಣಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ ಎಷ್ಟು?

ಗೆರೆಯ ಭಾಗಗಳು

ಈ ಚಿತ್ರವನ್ನು ನೋಡಿರಿ:

AB ಎಂಬ ಗೆರೆಯನ್ನು *P* ಎಂಬ ಬಿಂದುವು, *AP*, *PB* ಎಂಬೀ ಎರಡು ಭಾಗಗಳನ್ನಾಗಿ ಮಾಡುವುದು.

AP, *PB* ಎಂಬೀ ಭಾಗಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ ಎಷ್ಟಾಗಿದೆ? *AP* ಯ ಎರಡು ಮಡಿಯಲ್ಲವೇ *PB*. ಹಾಗಾದರೆ *AP* ಮತ್ತು *PB* ಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ 1 : 2.

ಇದನ್ನು ಈ ರೀತಿ ಬರೆಯಬಹುದು:

$$AP : PB = 1 : 2$$

ಈ ವಿಚಾರವನ್ನು ಹೀಗೆ ಹೇಳಬಹುದು:

P ಎಂಬ ಬಿಂದು, *AB* ಎಂಬ ಗೆರೆಯನ್ನು 1 : 2 ಎಂಬ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಿ ವಿಭಜಿಸುವುದು.

ಹಾಗಾದರೆ *AB* ಗೆರೆಯ ಯಾವುದೇ ಬಿಂದುವನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೂ ಅದು ಗೆರೆಯನ್ನು ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಿ ವಿಭಜಿಸುವುದು.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ ಈ ಚಿತ್ರವನ್ನು ನೋಡಿರಿ:

Q ಎಂಬ ಬಿಂದು, *AB* ಯನ್ನು ವಿಭಜಿಸುವ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ ಯಾವುದು?

1.5 ರ 3 ಮಡಿಯಲ್ಲವೇ 4.5; ಹಾಗಾದರೆ

$$AQ : QB = 1:3$$

ಹೀಗೆ *AB* ಎಂಬ ಗೆರೆಯ ಯಾವುದೇ ಬಿಂದುವೂ *AB* ಯನ್ನು ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಿ ವಿಭಜಿಸುವುದು.

ವಿಲೋಮವಾಗಿ ಹೇಳಿದರೆ, ಯಾವುದೇ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಿಯೂ AB ಯನ್ನು ವಿಭಜಿಸುವ ಬಿಂದು ಇದೆಯೇ?

ಉದಾಹರಣೆಗೆ, AB ಯನ್ನು $2:3$ ಎಂಬ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಿ ವಿಭಜಿಸುವ ಬಿಂದು ಯಾವುದು?

A ಯಿಂದ ಆ ಬಿಂದುವಿಗಿರುವ ದೂರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದರೆ ಸಾಕಲ್ಲವೇ.

ಅಂದರೆ ಆ ಬಿಂದುವನ್ನು R ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ, AR ಎಂಬ ಭಾಗದ ಉದ್ದವು ಎಷ್ಟಾಗಿದೆಯೆಂದು ಲೆಕ್ಕಮಾಡಬೇಕಾಗಿದೆ. $AR : RB = 2 : 3$ ಆಗಬೇಕಾದರೆ, AR, RB ಇವುಗಳಲ್ಲಿ 2 ಮತ್ತು 3 ನ್ನು ಒಂದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಗುಣಿಸಿದ್ದಾಗಿರಬೇಕು. ಗುಣಿಸುವ ಸಂಖ್ಯೆ x ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ

$$AR = 2x \text{ ಸೆ.ಮೀ.}, \qquad RB = 3x \text{ ಸೆ.ಮೀ.}$$

ಇಲ್ಲಿ

$$AR + RB = AB = 6 \text{ ಸೆ.ಮೀ.}$$

ಅಲ್ಲವೇ, ಹಾಗಾದರೆ

$$5x = 6$$

ಇದರಿಂದ

$$x = \frac{6}{5}$$

ಎಂದೂ ಮುಂದುವರಿಸಿ

$$AR = \frac{12}{5} \text{ ಸೆ.ಮೀ.}, \quad RB = \frac{18}{5} \text{ ಸೆ.ಮೀ.}$$

ಎಂದು ಲೆಕ್ಕಮಾಡಬಹುದು.

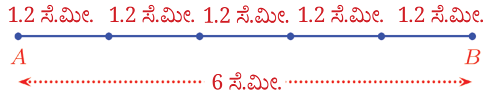
ಇದನ್ನು ದಶಮಾಂಶರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯುವುದು ಇಲ್ಲಿ ಹೆಚ್ಚು ಅನುಕೂಲಕರವಾಗಿದೆ.

$$AR = \frac{24}{10} = 2.4 \text{ ಸೆ.ಮೀ.}, \quad RB = \frac{36}{10} = 3.6 \text{ ಸೆ.ಮೀ.}$$

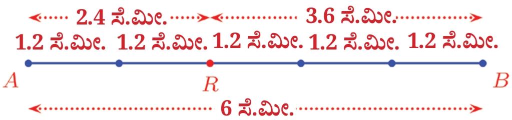
ಈ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರವನ್ನು ಜ್ಯಾಮಿತೀಯವಾಗಿ ಮಾಡಬಹುದು. ಇಲ್ಲಿ x ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದದ್ದು ಹೇಗೆ?

$$x = \frac{6}{5} = \frac{12}{10} = 1.2$$

ಅಂದರೆ, 6 ಸೆಂಟಿಮೀಟರನ್ನು 5 ಸಮಭಾಗಗಳನ್ನಾಗಿ ಮಾಡಿದರೆ, ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಭಾಗದ ಉದ್ದ, $x = 1.2$ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್:



ಇಲ್ಲಿ ಮೊದಲ 2 ಭಾಗಗಳು ಸೇರಿ *AR*, ಬಾಕಿ 3 ಭಾಗಗಳು ಸೇರಿ *RB* ಆಗಿದೆ.



ಹಾಗಾದರೆ *AB* ಯನ್ನು 2 : 5 ಎಂಬ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಿ ವಿಭಜಿಸುವ ಬಿಂದುವಿನ ಸ್ಥಾನವು ಎಲ್ಲಿರುವುದು?

AB ಯನ್ನು 2 + 5 = 7 ಸಮಭಾಗಗಳನ್ನಾಗಿ ಮಾಡಿ, ಅದರಲ್ಲಿ ಮೊದಲ 2 ಭಾಗಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿ *AS* ಎಂದೂ, ಬಾಕಿ 5 ಭಾಗಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿ *SB* ಎಂದೂ ತೆಗೆಯಬೇಕು:

$\frac{6}{7}$ ಸೆಂಟಿಮೀಟರನ್ನು ಸ್ಕೇಲನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ಅಳತೆ ಮಾಡಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲವಲ್ಲವೇ. ಈಗ ಹೇಳಿದ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಒಂದು ಗೆರೆಯನ್ನು ಯಾವುದೇ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಿಯೂ ವಿಭಜಿಸುವ ಒಂದು ರೀತಿಯನ್ನು ಒಂಬತ್ತನೇ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಕಲಿಯೋಣ. (**ಸಮಾನಾಂತರ ಗೆರೆಗಳು** ಎಂಬ ಪಾಠದಲ್ಲಿ **ಸಮಾನಾಂತರವಲ್ಲದ ಭಾಗಗಳು**).

ಹಾಗಾದರೆ ಒಂದು ಗೆರೆಯನ್ನು $m : n$ ಎಂಬ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಿ ವಿಭಜಿಸುವ ಬಿಂದುವಿನ ಸ್ಥಾನದ ಬಗ್ಗೆ ಏನು ಹೇಳಬಹುದು?

ಒಂದು ಗೆರೆಯನ್ನು $m : n$ ಎಂಬ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಿ ವಿಭಜಿಸುವ ಬಿಂದು, ಗೆರೆಯನ್ನು $m + n$ ಸಮಭಾಗಗಳಾಗಿ ಮಾಡಿರುವುದರಲ್ಲಿ ಮೊದಲ m ಭಾಗಗಳು, ಹಾಗೂ ಉಳಿದ n ಭಾಗಗಳಾಗಿ ಬೇರ್ಪಡಿಸುವ ಬಿಂದುವಾಗಿದೆ.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಒಂದು ಗೆರೆಯ ಉದ್ದ ಎಷ್ಟಾಗಿದ್ದರೂ, ಅದನ್ನು 2 : 5 ಎಂಬ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಿ ವಿಭಜಿಸುವ ಬಿಂದುವಿನ ಸ್ಥಾನವನ್ನು ಹೀಗೆ ತೋರಿಸಬಹುದು:

ಇದರಿಂದ ಇನ್ನೊಂದು ವಿಚಾರವನ್ನು ತಿಳಿಯಬಹುದು.

- *AB* ಯನ್ನು 7 ಸಮಭಾಗಗಳಾಗಿ ಮಾಡಿದುದರಲ್ಲಿ 2 ಭಾಗಗಳು ಸೇರಿದ್ದಾಗಿದೆ *AP*
- *AB* ಯನ್ನು 7 ಸಮಭಾಗಗಳಾಗಿ ಮಾಡಿದುದರಲ್ಲಿ 5 ಭಾಗಗಳು ಸೇರಿದ್ದಾಗಿದೆ *PB*

ಅಂದರೆ

- *AB* ಯ $\frac{2}{7}$ ಭಾಗವಾಗಿದೆ *AP*
- *AB* ಯ $\frac{5}{7}$ ಭಾಗವಾಗಿದೆ *PB*

ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಏನು ಹೇಳಬಹುದು?

ಒಂದು ಗೆರೆಯನ್ನು $m : n$ ಎಂಬ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಿ ವಿಭಜಿಸಿದರೆ, ಈ ಭಾಗಗಳು ಇಡೀ ಗೆರೆಯ $\frac{m}{m+n}$ ಭಾಗವೂ $\frac{n}{m+n}$ ಭಾಗವೂ ಆಗಿದೆ.

(1) ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಲೆಕ್ಕದಲ್ಲೂ, ಒಂದು ಗೆರೆಯ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಅದರಲ್ಲಿರುವ ಒಂದು ಬಿಂದು ಗೆರೆಯನ್ನು ವಿಭಜಿಸುವ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯನ್ನು ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಗೆರೆಯನ್ನೆಳೆದು ಬಿಂದುವನ್ನು ಗುರುತಿಸಿರಿ.

(i) $AB = 14$ ಸೆ.ಮೀ. $AP : PB = 3 : 4$

(ii) $AB = 12$ ಸೆ.ಮೀ. $AP : PB = 3 : 5$

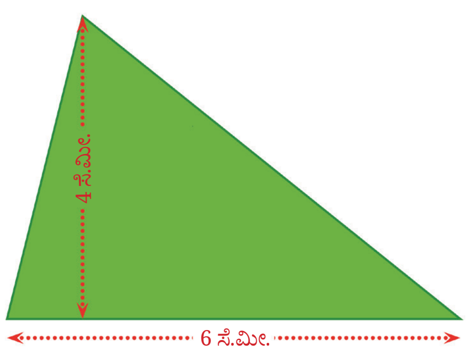
(iii) $AB = 7$ ಸೆ.ಮೀ. $AP : PB = 2 : 3$

(2) 9 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಉದ್ದವಿರುವ ಒಂದು ಗೆರೆಯನ್ನು ಒಂದು ಬಿಂದು $2 : 3$ ಎಂಬ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಿ ವಿಭಜಿಸುವುದು. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಭಾಗದ ಉದ್ದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(3) ಒಂದು ಗೆರೆಯನ್ನು $3 : 5$ ಎಂಬ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಿ ವಿಭಜಿಸಿದರೆ ದೊಡ್ಡ ಭಾಗದ ಉದ್ದವು 6 ಸೆ.ಮೀ. ಆಗುವುದು. ಗೆರೆಯ ಒಟ್ಟು ಉದ್ದ ಎಷ್ಟು?

ತ್ರಿಕೋನಭಾಗಗಳು

ಈ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ನೋಡಿರಿ:

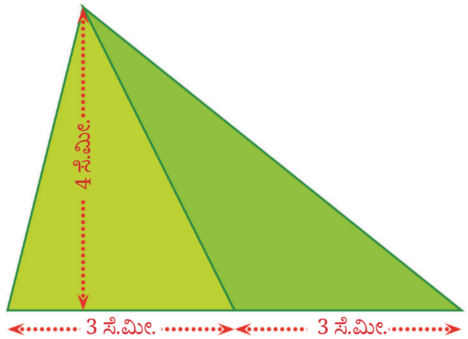


ಇದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಎಷ್ಟು?

ಒಂದು ಭುಜದ ಉದ್ದ 6 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಮತ್ತು ಅದರ ಎದುರಿನ ಮೂಲೆಗಿರುವ ಉನ್ನತಿ 4 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ,

$$\frac{1}{2} \times 6 \times 4 = 12 \text{ ಚದರಸೆಂಟಿಮೀಟರ್}$$

ಇನ್ನು ಈ ಚಿತ್ರವನ್ನು ನೋಡಿರಿ:



ಮೊದಲು ನೋಡಿದ ತ್ರಿಕೋನದ ಮೇಲಿನ ಮೂಲೆಯನ್ನು ಮತ್ತು ಕೆಳಗಿನ ಭುಜದ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವನ್ನು ಜೋಡಿಸಿ ಗೆರೆಯನ್ನೆಳೆಯಲಾಗಿದೆ.

ಈ ಗೆರೆಯು ಮೊದಲ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ಎರಡು ತ್ರಿಕೋನಗಳಾಗಿ ವಿಭಜಿಸುವುದು. ಈ ಸಣ್ಣ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಎಷ್ಟು?

ಎರಡರಲ್ಲಿಯೂ ಕೆಳಗಿನ ಭುಜಗಳ ಉದ್ದವು ಸಮಾನವಾಗಿದೆಯಲ್ಲವೇ?

ಮೇಲಿನ ಮೂಲೆಗಿರುವ ಉನ್ನತಿಯೋ?

ಹಾಗಾದರೆ ಎರಡೂ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು

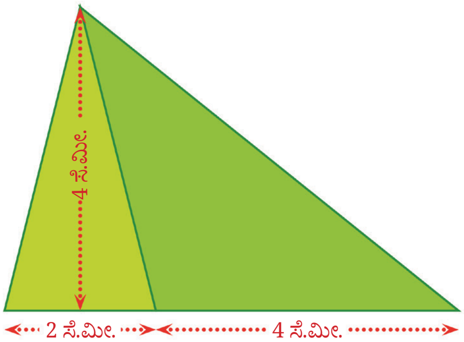
$$\frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6 \text{ ಚದರಸೆಂಟಿಮೀಟರ್}$$

ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಬದಲಾಯಿಸಿ ಬೇರೆ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸಿದರೂ, ಈ ರೀತಿ ವಿಭಜಿಸಿ ಸಿಗುವ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು ಸಮಾನವಾಗುವುದಿಲ್ಲವೇ?

ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಏನು ಹೇಳಬಹುದು?

> ಯಾವುದೇ ತ್ರಿಕೋನದಲ್ಲಿಯೂ ಒಂದು ಮೂಲೆ ಮತ್ತು ಅದರ ಎದುರಿನ ಭುಜದ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವನ್ನು ಜೋಡಿಸುವ ಗೆರೆ, ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ಸಮಾನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ಎರಡು ತ್ರಿಕೋನಗಳಾಗಿ ವಿಭಜಿಸುವುದು.

ಇನ್ನು ಮೇಲಿನ ಮೂಲೆಯನ್ನು ಕೆಳಗಿನ ಗೆರೆಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವಿಗೆ ಬದಲಾಗಿ, ಬೇರೆ ಯಾವುದೇ ಬಿಂದುವಿನೊಂದಿಗೆ ಜೋಡಿಸಿದರೋ? ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಈ ಚಿತ್ರವನ್ನು ನೋಡಿರಿ:



ಈಗ ಸಣ್ಣ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು ಎಷ್ಟು?

ಎಡಭಾಗದ ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $\frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 4$ ಚದರಸೆಂಟಿಮೀಟರ್

ಬಲಭಾಗದ ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $\frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$ ಚದರಸೆಂಟಿಮೀಟರ್

ಅಂದರೆ, ಈ ಎರಡು ತ್ರಿಕೋನಗಳಲ್ಲಿ, ಸಣ್ಣ ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಎರಡು ಮಡಿಯಾಗಿದೆ ದೊಡ್ಡ ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ.

ಕೆಳಗಿನ ಭುಜವನ್ನು ವಿಭಜಿಸಿರುವುದು ಇದೇ ಪ್ರಕಾರವಲ್ಲವೇ? ಸಣ್ಣ ಭಾಗದ ಉದ್ದದ ಎರಡು ಮಡಿಯಾಗಿದೆ ದೊಡ್ಡ ಭಾಗದ ಉದ್ದ.

ಈ ವಿಚಾರವನ್ನು ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಿ ಹೇಳಿದರೋ?

ಕೆಳಗಿನ ಭುಜವನ್ನು ವಿಭಜಿಸಿರುವುದು 1 : 2 ಎಂಬ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಿ; ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ವಿಭಜಿಸಿರುವುದೂ ಅದೇ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಿ.

ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯನ್ನು ಬದಲಾಯಿಸಿದರೆ ಇದು ಸರಿಯಾದೀತೇ?

ಹೀಗೆ ಆಲೋಚಿಸುವ:

(i) ತ್ರಿಕೋನದ ಒಂದು ಮೂಲೆಯಿಂದ ಎಳೆದ ಗೆರೆಯು ಎದುರಿನ ಭುಜವನ್ನು ಎರಡು ಭಾಗಗಳನ್ನಾಗಿ ಮಾಡುವುದು; ತ್ರಿಕೋನವನ್ನೂ ಎರಡು ತ್ರಿಕೋನಗಳಾಗಿ ವಿಭಜಿಸುವುದು.

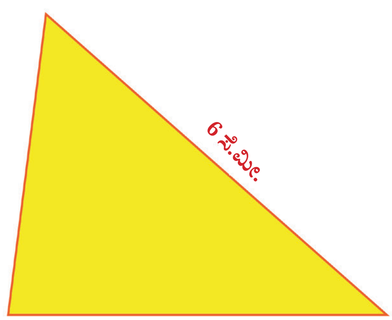
(ii) ಭುಜದ ಎರಡು ಭಾಗಗಳನ್ನೂ ತ್ರಿಕೋನದ ಉನ್ನತಿಯ ಅರ್ಧ ಎಂಬ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಗುಣಿಸಿದುದಾಗಿದೆ ತ್ರಿಕೋನಭಾಗಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು.

(iii) ಅಂದರೆ ಭುಜದ ಭಾಗಗಳ ಉದ್ದಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯೇ, ತ್ರಿಕೋನ ಭಾಗಗಳೊಳಗಿನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ ಆಗಿದೆ.

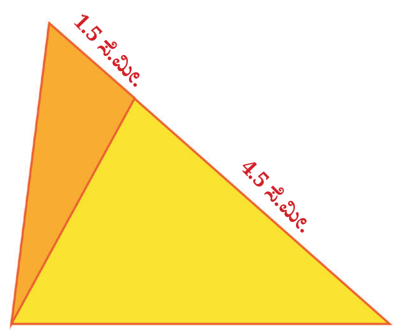
ಇದನ್ನು ಚುಟುಕಾಗಿ ಹೀಗೆ ಹೇಳಬಹುದು:

ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನದ ಯಾವುದೇ ಮೂಲೆಯಿಂದ ಎದುರಿನ ಭುಜಕ್ಕೆ ಎಳೆಯುವ ಒಂದು ಗೆರೆಯು, ಈ ಭುಜದ ಉದ್ದವನ್ನೂ, ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನೂ ಒಂದೇ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಿ ವಿಭಜಿಸುವುದು.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ ಈ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ನೋಡಿರಿ:



ಇನ್ನು ಈ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ನೋಡಿರಿ:

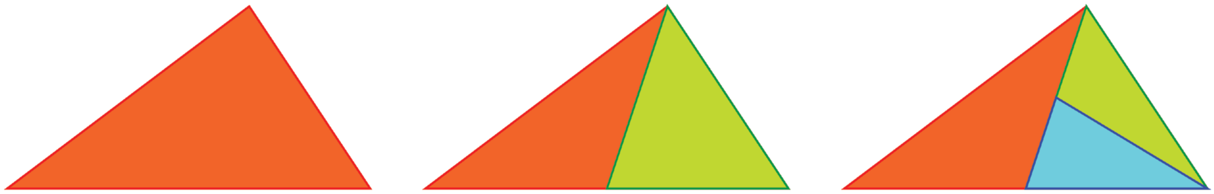


ತ್ರಿಕೋನದ ಎಡಭಾಗದ ಮೂಲೆಯಿಂದ ಎಳೆದ ಗೆರೆಯು, ಬಲಭಾಗದ ಭುಜವನ್ನು ವಿಭಜಿಸುವುದು ಯಾವ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಿ?

1.5 ರ 3 ಮಡಿಯಾಗಿದೆಯಲ್ಲವೇ 4.5; ಹಾಗಾದರೆ ಭುಜದ ಸಣ್ಣ ಭಾಗ ಮತ್ತು ದೊಡ್ಡ ಭಾಗಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ 1 : 3

ಬಲಭಾಗದ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಎರಡು ಸಣ್ಣ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯೂ ಇಷ್ಟೇ ಆಗಿದೆ; ಅಂದರೆ, ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಸಣ್ಣ ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಮೂರು ಮಡಿಯಾಗಿದೆ ದೊಡ್ಡ ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ.

ಇನ್ನು ಈ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ನೋಡಿರಿ:



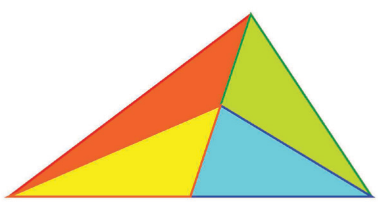
ಮೊದಲ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತ್ರಿಕೋನದ ಮೇಲಿನ ಮೂಲೆಯನ್ನು ಮತ್ತು ಕೆಳಗಿನ ಭುಜದ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವನ್ನು ಜೋಡಿಸಿ ಎರಡು ತ್ರಿಕೋನಗಳಾಗಿ ವಿಭಜಿಸಿದುದಾಗಿದೆ ಎರಡನೇ ಚಿತ್ರ.

ಎರಡನೇ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಎರಡು ಸಣ್ಣ ತ್ರಿಕೋನಗಳಲ್ಲಿ ಹಸಿರು ತ್ರಿಕೋನದ ಬಲಭಾಗದ ಮೂಲೆಯನ್ನು ಎಡಭಾಗದ ಭುಜದ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವಿಗೆ ಜೋಡಿಸಿದುದಾಗಿದೆ ಮೂರನೇ ಚಿತ್ರ.

ಈ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಕೆಂಪು, ಹಸಿರು, ನೀಲ ತ್ರಿಕೋನಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು, ಅವುಗಳೆಲ್ಲಾ ಸೇರಿದ ದೊಡ್ಡ ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಎಷ್ಟು ಭಾಗವಾಗಿದೆ?

ಹಸಿರು ಮತ್ತು ನೀಲ ತ್ರಿಕೋನಗಳು ದೊಡ್ಡ ತ್ರಿಕೋನದ ಕಾಲು ಭಾಗವಾಗಿದೆಯೆಂದು ಹೇಳಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗಿದೆಯೇ?

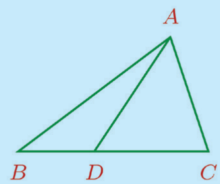
ಇನ್ನು ಕೆಂಪು ತ್ರಿಕೋನದ ಎಡಭಾಗದ ಮೂಲೆಯನ್ನು ಮತ್ತು ಬಲಭಾಗದ ಭುಜದ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವನ್ನು ಜೋಡಿಸಿದರೋ?



ನಾಲ್ಕು ತ್ರಿಕೋನಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಣ್ಣ ತ್ರಿಕೋನವೂ ದೊಡ್ಡ ತ್ರಿಕೋನದ ಎಷ್ಟನೇ ಭಾಗವಾಗಿದೆ?

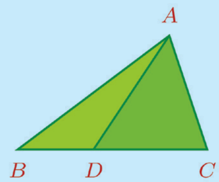
ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಸಂಬಂಧ

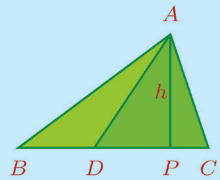
ಚಿತ್ರವನ್ನು ನೋಡಿರಿ.



ಇದರಲ್ಲಿ ABD, ACD ಎಂಬೀ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ ಎಷ್ಟು?

A ಯಿಂದ BC ಗೆ ಲಂಬ ಎಳೆಯಿರಿ.





ಈ ಲಂಬದ ಉದ್ದ h ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ

ΔABD ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

$$\frac{1}{2}h \times BD$$

ΔACD ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

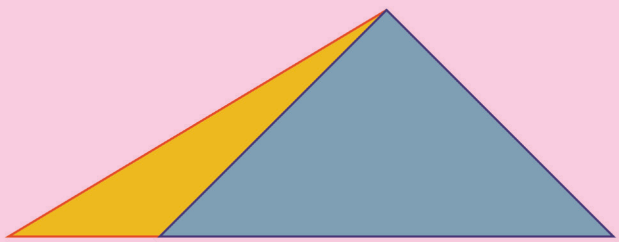
$$\frac{1}{2}h \times CD$$

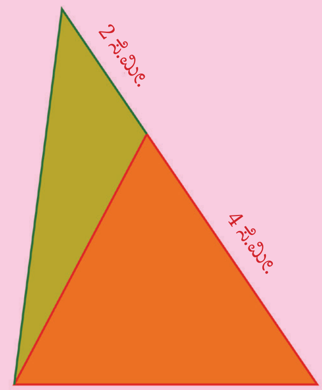
ಹಾಗಾದರೆ,

$$\frac{\Delta ABD \text{ ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}}{\Delta ACD \text{ ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}} = \frac{BD}{CD}$$

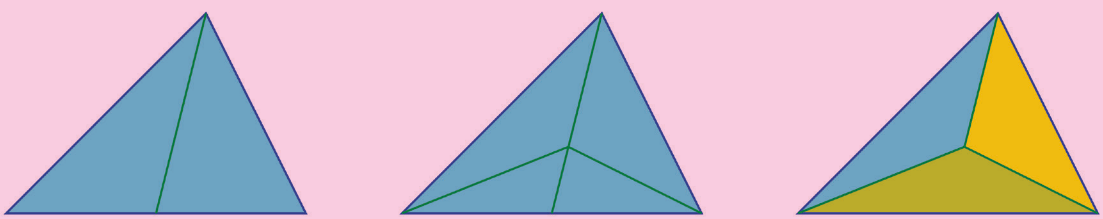
ಅಂದರೆ, ಈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯು BD, CD ಎಂಬೀ ಉದ್ದಗಳ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯೇ ಆಗಿದೆ. ಹಾಗಾದರೆ, ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ಸಮಾನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ಎರಡು ತ್ರಿಕೋನಗಳಾಗಿ ವಿಭಜಿಸುವುದು ಹೇಗೆ? ಒಂದನೇ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು, ಎರಡನೇ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಎರಡು ಮಡಿ ಮಾಡಬೇಕಾದರೋ?

(1) ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಚಿತ್ರದಲ್ಲೂ ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ಸಣ್ಣ ತ್ರಿಕೋನಗಳಾಗಿ ವಿಭಜಿಸಲಾಗಿದೆ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಚಿತ್ರದಲ್ಲೂ ಸಣ್ಣ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು ಒಟ್ಟು ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಎಷ್ಟು ಭಾಗವಾಗಿದೆಯೆಂದು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ:





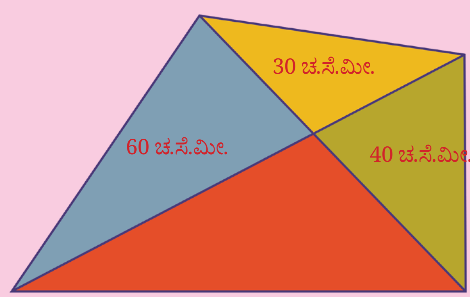
(2) ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚಿತ್ರಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನದ ಮೇಲಿನ ಮೂಲೆಯನ್ನು ಕೆಳಗಿನ ಭುಜದ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವಿನೊಂದಿಗೆ ಜೋಡಿಸಿದ ನಂತರ, ಈ ಗೆರೆಯನ್ನು 2 : 1 ಎಂಬ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಿ ವಿಭಜಿಸುವ ಬಿಂದುವಿನೊಂದಿಗೆ ಉಳಿದ ಎರಡು ಮೂಲೆಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಲಾಗಿದೆ.



ಮೂರನೇ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿನ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು, ದೊಡ್ಡ ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಎಷ್ಟು ಭಾಗವಾಗಿದೆ?

(3) ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಚತುರ್ಭುಜದ ಕರ್ಣಗಳು ಅದನ್ನು ನಾಲ್ಕು ತ್ರಿಕೋನಗಳಾಗಿ ವಿಭಜಿಸುವುದು. ಮೂರು ತ್ರಿಕೋನಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳನ್ನು ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ.

ಚತುರ್ಭುಜದ ಒಟ್ಟು ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.



9

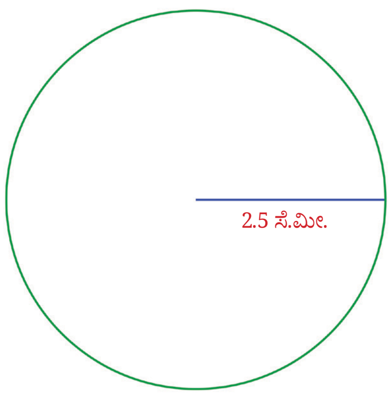
ವೃತ್ತಗಳು

ವ್ಯಾಸ

ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು ವಿಭಿನ್ನವಾಗಿರುವ ವೃತ್ತಗಳನ್ನು ಎಳೆದು ಅಭ್ಯಾಸ ವಿದೆಯಲ್ಲವೇ. ತ್ರಿಜ್ಯ 2.5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿರುವ ವೃತ್ತವನ್ನು ಹೇಗೆ ರಚಿಸಬಹುದು?

ಮೊದಲು 2.5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಉದ್ದವಿರುವ ಒಂದು ಗೆರೆಯನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.

ಇನ್ನು ಗೆರೆಯ ಒಂದು ತುದಿಯಲ್ಲಿ ಕೈವಾರದ ಮೊನೆಯನ್ನಿರಿಸಿ, ಪೆನ್ಸಿಲಿನ ಮೊನೆಯನ್ನು ಗೆರೆಯ ಇನ್ನೊಂದು ತುದಿಯವರೆಗೆ ಮುಂದುವರಿಸಿ, ವೃತ್ತವನ್ನು ರಚಿಸಬಹುದಲ್ಲವೇ.



ಇದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ, ತ್ರಿಜ್ಯವು 2.25 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿರುವ ವೃತ್ತವನ್ನು ರಚಿಸಬಹುದೇ?

ಸಮಭಾಜಕಗಳು ಎಂಬ ಪಾಠದಲ್ಲಿ, ಭುಜಗಳ ಉದ್ದ 3.25 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿರುವ ಸಮಭುಜ ತ್ರಿಕೋನ ರಚಿಸಿರುವುದನ್ನು ನೆನಪಿಸಿರಿ. 6.5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಉದ್ದವಿರುವ ಗೆರೆಯನ್ನು ಅರ್ಧ ಮಾಡಿ ಅಲ್ಲವೇ ಅದನ್ನು ಎಳೆದಿರುವುದು?

ಇದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ 4.5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಗೆರೆಯನ್ನು ಅರ್ಧ ಮಾಡಿದರೆ, 2.25 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಉದ್ದವಿರುವ ಗೆರೆಯು ಸಿಗುವುದಲ್ಲವೇ.

ಕೇಂದ್ರವೂ ತ್ರಿಜ್ಯವೂ

ವೃತ್ತದ ಕುರಿತಾಗಿ ಐದನೇ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ **ಗೆರೆಗಳು ಮತ್ತು ವೃತ್ತಗಳು** ಎಂಬ ಪಾಠದ **ವೃತ್ತ ಗಣಿತ** ಎಂಬ ಭಾಗದಲ್ಲಿ ಹೇಳಿರುವುದು ನೆನಪಿದೆಯೇ?

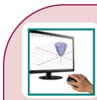
ವೃತ್ತವನ್ನು ಎಳೆಯಲು, ಕೈವಾರದ ಮೊನೆಯನ್ನು ಒಂದು ಭಾಗದಲ್ಲಿ ಇರಿಸಿ, ಪೆನ್ಸಿಲ್ ಇರುವ ಭಾಗವನ್ನು ಅದರ ಸುತ್ತಲೂ ತಿರುಗಿಸಬೇಕಲ್ಲವೇ. ಈ ಪಥದಲ್ಲಿ ಯಾವಾಗಲೂ, ಪೆನ್ಸಿಲಿನ ಮೊನೆಯು ಕೈವಾರದ ಮೊನೆಯಿಂದ ಸಮಾನ ಅಂತರದಲ್ಲಿರುವುದು.

ಇದನ್ನು ಗಣಿತದ ಭಾಷೆಯಲ್ಲಿ ಹೀಗೆ ಹೇಳಬಹುದು:

ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಸಮಾನ ದೂರದಲ್ಲಿ ಚಲಿಸುವ ಇನ್ನೊಂದು ಬಿಂದುವಿನ ಪಥವಾಗಿದೆ ವೃತ್ತ.

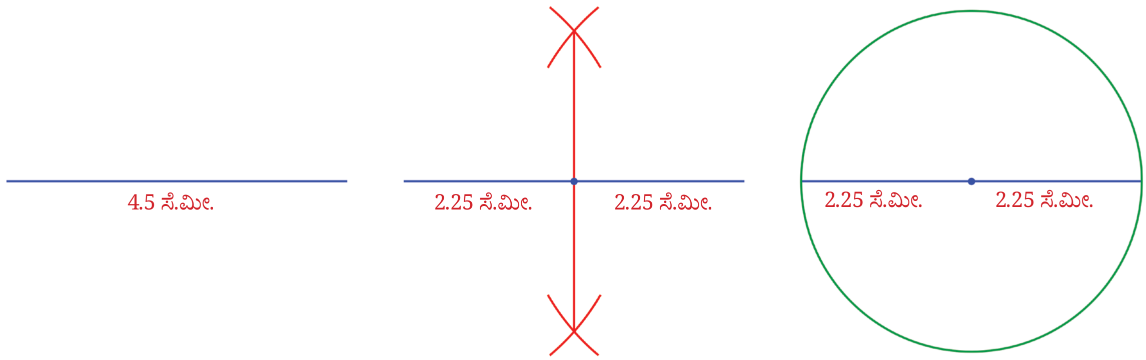
- ಚಲಿಸದೆ ಮಧ್ಯದಲ್ಲಿ ಇರುವ ಬಿಂದುವು ವೃತ್ತ ಕೇಂದ್ರವಾಗಿದೆ.
- ಚಲಿಸದ ಬಿಂದು ಮತ್ತು ಚಲಿಸುವ ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ಬದಲಾಗದ ದೂರವು: ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯ

ಸಂಚಾರ ಪಥ



ಜಿಯೋಜಿಬ್ರದಲ್ಲಿ A ಎಂಬ ಒಂದು ಬಿಂದುವನ್ನು ಗುರುತಿಸಿರಿ. Segment with Given Length ಉಪಯೋಗಿಸಿ A ಯಲ್ಲಿ ಕ್ಲಿಕ್ ಮಾಡಿದಾಗ ಸಿಗುವ ವಿಂಡೋದಲ್ಲಿ 2.5 ಎಂದು ನೀಡಿದಾಗ 2.5 ಉದ್ದವಿರುವ AB ಎಂಬ ಒಂದು ಗೆರೆ ಸಿಗುವುದು. B ಎಂಬ ಬಿಂದುವಿಗೆ Trace on ನೀಡಿರಿ (Right click → Trace on). ಈ ಬಿಂದುವಿಗೆ Animation ನೀಡಿರಿ. (Right click → Animation On). B ಯ ಸಂಚಾರ ಪಥ ಯಾವುದು?

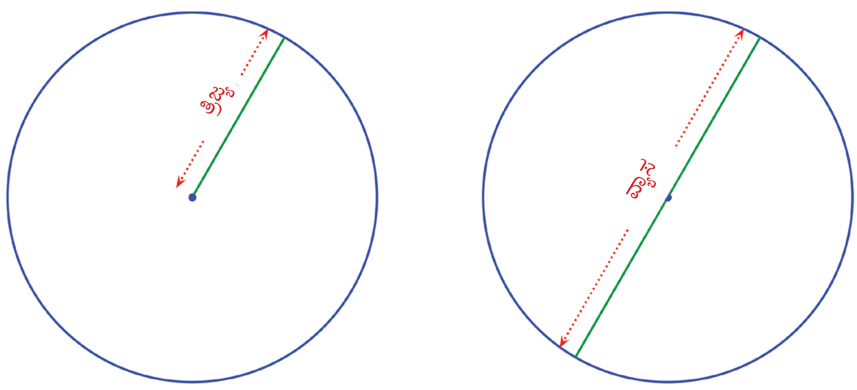
ಯಾವುದೇ ಗೆರೆಯನ್ನು ಲಂಬ ಸಮಭಾಜಕ ಎಳೆದು ಅರ್ಧ ಮಾಡಬಹುದು.



ಇಲ್ಲಿ ತ್ರಿಜ್ಯದ ಎರಡು ಮಡಿ ಉದ್ದವಿರುವ ಗೆರೆಯನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಅಲ್ಲವೇ ವೃತ್ತವನ್ನು ರಚಿಸಿರುವುದು. ತ್ರಿಜ್ಯದ ಎರಡು ಮಡಿಯನ್ನು **ವೃತ್ತದ ವ್ಯಾಸ** (**diameter**) ಎಂದು ಹೇಳುವರು.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಈಗ ರಚಿಸಿರುವ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯ 2.25 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಮತ್ತು ವ್ಯಾಸ 4.5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿದೆ.

ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರವನ್ನು ವೃತ್ತದ ಯಾವುದೇ ಬಿಂದುವಿನೊಂದಿಗೆ ಜೋಡಿಸುವ ಗೆರೆಯು ತ್ರಿಜ್ಯವಲ್ಲವೇ; ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯವನ್ನು ಕೇಂದ್ರದ ಇನ್ನೊಂದು ಭಾಗಕ್ಕೆ ಮುಂದುವರಿಸಿ, ವೃತ್ತದೊಂದಿಗೆ ಪುನ: ಸಂಧಿಸುವಂತೆ ಮಾಡಿದಾಗ ಸಿಗುವ ಗೆರೆಯನ್ನು ವ್ಯಾಸ ಎಂದು ಹೇಳುವರು.



ಆಗ, ವ್ಯಾಸ ಎಂಬುದನ್ನು ಹೀಗೆಯೂ ಹೇಳಬಹುದು: ವೃತ್ತದ ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸುವ ಹಾಗೂ ವೃತ್ತ ಕೇಂದ್ರದ ಮೂಲಕ ಹಾದುಹೋಗುವ ಒಂದು ಗೆರೆಯು ವ್ಯಾಸವಾಗಿದೆ.

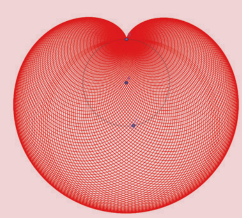
ಒಂದು ವೃತ್ತದ ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸುವ ಗೆರೆಗಳನ್ನು ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ **ಜ್ಯಾ** (**chord**) ಎಂದು ಹೇಳುವರು.

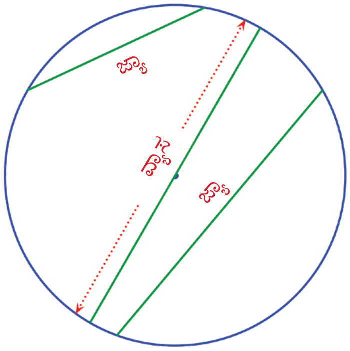
ಆಗ ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರದ ಮೂಲಕ ಹಾದುಹೋಗುವ ಜ್ಯಾಗಳು ವ್ಯಾಸಗಳಾಗಿವೆ.

ಯಾವುದೇ ಬಿಂದು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿ, ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ಒಂದು ವೃತ್ತವನ್ನು ಜಿಯೋಜಿಬ್ರದಲ್ಲಿ ರಚಿಸಲು Circle : Centre & Radius ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಕ್ಲಿಕ್ ಮಾಡುವಾಗ ಸಿಗುವ ವಿಂಡೋದಲ್ಲಿ ತ್ರಿಜ್ಯವನ್ನು ನೀಡಿದರೆ ಸಾಕು. ಯಾವುದೇ ಬಿಂದು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿ ಇನ್ನೊಂದು ಬಿಂದುವಿನ ಮೂಲಕ ಹಾದು ಹೋಗುವ ವೃತ್ತವನ್ನು ರಚಿಸಲು Circle with Centre through Point ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಕ್ರಮವಾಗಿ ಕ್ಲಿಕ್ ಮಾಡಿದರೆ ಸಾಕು.

ವೃತ್ತ ಚಿತ್ರಗಳು

A ಎಂಬ ಬಿಂದು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿ ತ್ರಿಜ್ಯ 3 ಆಗಿರುವ ಒಂದು ವೃತ್ತವನ್ನು ರಚಿಸಿ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ B, C ಎಂಬೀ ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿರಿ. C ಕೇಂದ್ರವಾಗಿ B ಯ ಮೂಲಕ ಹಾದು ಹೋಗುವ ಒಂದು ವೃತ್ತವನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ. ಈ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಸೂಕ್ತವಾದ ಒಂದು ಬಣ್ಣವನ್ನು ಆರಿಸಬಹುದಾಗಿದೆ (Right click → Object Properties → Color). ವೃತ್ತಕ್ಕೆ Trace On ನೀಡಿರಿ. C ಎಂಬ ಬಿಂದುವಿಗೆ Animation ಕೊಟ್ಟು ನೋಡಿರಿ.





A ಎಂಬ ಬಿಂದು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿ ತ್ರಿಜ್ಯ 3 ಆಗಿರುವ ಒಂದು ವೃತ್ತವನ್ನು ರಚಿಸಿ, ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ B, C ಎಂಬೀ ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿರಿ. Segment ಉಪಯೋಗಿಸಿ B, C ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಿ ಜ್ಯಾವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. Distance or Length ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಈ ಗೆರೆಯಲ್ಲಿ ಕ್ಲಿಕ್ ಮಾಡಿ ಜ್ಯಾದ ಉದ್ದವನ್ನು ಗುರುತಿಸಿರಿ. C ಯ ಸ್ಥಾನವನ್ನು ವೃತ್ತದ ಮೂಲಕ ಬದಲಾಯಿಸಿ ನೋಡಿರಿ. ಜ್ಯಾದ ಅತಿ ಹೆಚ್ಚಿನ ಉದ್ದ ಎಷ್ಟು? ಯಾವಾಗ ಜ್ಯಾಕ್ಕೆ ಅತಿ ಹೆಚ್ಚಿನ ಉದ್ದ ಲಭಿಸುವುದು?

ಚಿತ್ರದಿಂದ ಒಂದು ವಿಚಾರ ಕೂಡ ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗುವುದು: ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ಅತಿ ಉದ್ದದ ಜ್ಯಾವು ವ್ಯಾಸವಾಗಿರುವುದು.

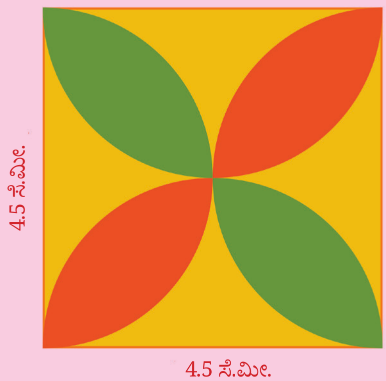
ಹಾಗಾದರೆ ವೃತ್ತದ ವ್ಯಾಸ ಎಂಬುದನ್ನು ಹೇಗೆಲ್ಲ ಹೇಳಬಹುದು?

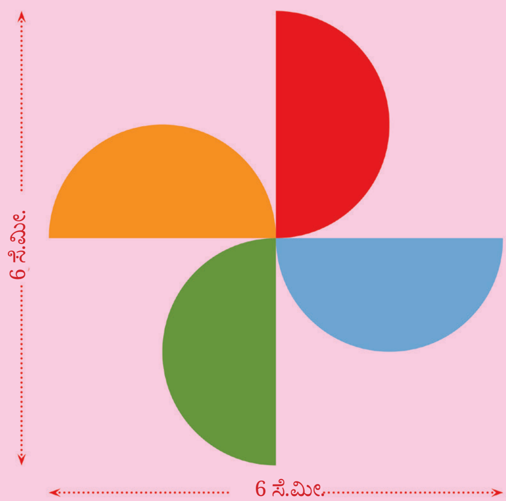
ಒಂದು ವೃತ್ತದ ವ್ಯಾಸವು

- ತ್ರಿಜ್ಯದ ಎರಡು ಮಡಿ ಆಗಿದೆ
- ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರದ ಮೂಲಕ ಹಾದು ಹೋಗುವ ಜ್ಯಾ ಆಗಿದೆ
- ವೃತ್ತದ ಅತಿ ಉದ್ದದ ಜ್ಯಾ ಆಗಿದೆ

(1) ತ್ರಿಜ್ಯ 2.75 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿರುವ ವೃತ್ತವನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.

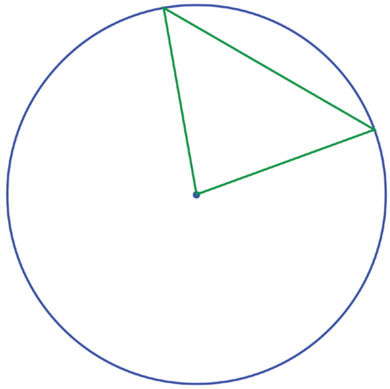
(2) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.





ಜ್ಯಾಗಳು

ಒಂದು ಜ್ಯಾದ ಎರಡು ತುದಿಗಳನ್ನು ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರದೊಂದಿಗೆ ಜೋಡಿಸಿದಾಗ ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನವು ಸಿಗುವುದಲ್ಲವೇ:

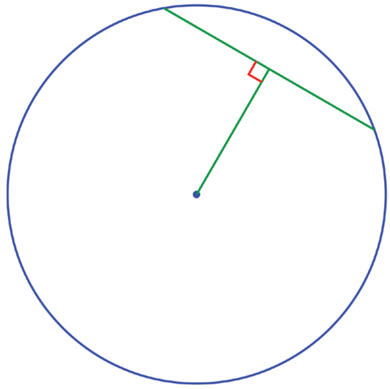


ಈ ತ್ರಿಕೋನದ ಒಂದು ಭುಜವು ಜ್ಯಾವೇ ಆಗಿದೆ, ಉಳಿದ ಎರಡು ಭುಜಗಳು ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳಾಗಿರುವುದರಿಂದ, ಅವುಗಳು ಸಮಾನವೂ ಆಗಿವೆ.

ಅಂದರೆ, ಇದೊಂದು ಸಮಪಾರ್ಶ್ವ ತ್ರಿಕೋನವಾಗಿದೆ. ಯಾವುದೇ ಸಮಪಾರ್ಶ್ವ ತ್ರಿಕೋನದಲ್ಲಿ, ಸಮಾನ ಭುಜಗಳು ಸಂಧಿಸುವ ಮೂಲೆಯಿಂದ ವಿರುದ್ಧ ಭುಜಕ್ಕಿರುವ ಲಂಬವು ಈ ಭುಜವನ್ನು ಸಮಭಾಗ ಮಾಡುತ್ತದೆ ಎಂದು **ಸಮಾನ ತ್ರಿಕೋನಗಳು** ಎಂಬ ಪಾಠದಲ್ಲಿ ನೋಡಿರುವಿರಲ್ಲವೇ (**ಸಮಪಾರ್ಶ್ವ ತ್ರಿಕೋನಗಳು** ಎಂಬ ಭಾಗ).

ಇಲ್ಲಿ ಸಮಾನ ಭುಜಗಳು ಸಂಧಿಸುವ ಮೂಲೆಯು ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರವಾಗಿದೆ; ವಿರುದ್ಧ ಭುಜವು ಜ್ಯಾ ಆಗಿದೆ. ಆಗ ಮೇಲೆ ಹೇಳಿದ ತ್ರಿಕೋನ ತತ್ವವನ್ನು, ಒಂದು ವೃತ್ತ ತತ್ವವಾಗಿ ಹೀಗೆ ಹೇಳಬಹುದು:

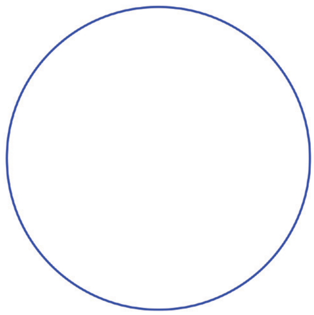
ವೃತ್ತ ಕೇಂದ್ರದಿಂದ ಜ್ಯಾಕ್ಕಿರುವ ಲಂಬವು, ಜ್ಯಾವನ್ನು ಸಮಭಾಗ ಮಾಡುವುದು.

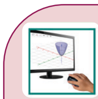


ಸಮಾನ ತ್ರಿಕೋನಗಳು ಎಂಬ ಪಾಠದ **ಸಮಪಾರ್ಶ್ವ ತ್ರಿಕೋನಗಳು** ಎಂಬ ಭಾಗದಲ್ಲಿ ಹೇಳಿರುವಂತೆ ಈ ವಿಚಾರವನ್ನೇ ಇನ್ನೂ ಎರಡು ರೀತಿಗಳಲ್ಲಿ ಹೇಳಬಹುದು:

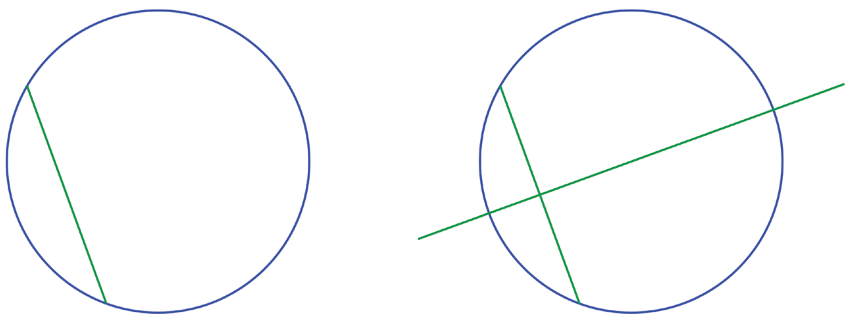
- ಜ್ಯಾದ ಮಧ್ಯಬಿಂದು ಮತ್ತು ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರವನ್ನು ಜೋಡಿಸುವ ಗೆರೆಯು, ಜ್ಯಾದ ಲಂಬಸಮಭಾಜಕವಾಗಿದೆ.
- ಜ್ಯಾದ ಲಂಬಸಮಭಾಜಕವು, ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರದ ಮೂಲಕ ಹಾದು ಹೋಗುವುದು.

ಇದನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಒಂದು ವೃತ್ತದ ಕೇಂದ್ರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು. ಒಂದು ಬಳೆಯನ್ನೋ, ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಒಂದು ಚಿಕ್ಕ ಪಾತ್ರೆಯನ್ನೋ ಉಪಯೋಗಿಸಿಕೊಂಡು ವೃತ್ತವನ್ನು ರಚಿಸುವ:

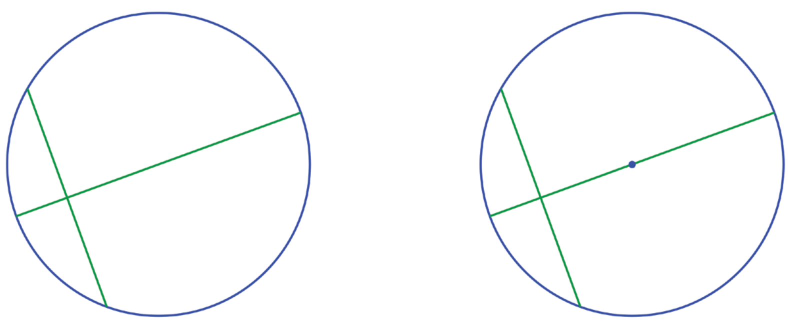



A ಕೇಂದ್ರವಾಗಿ ಒಂದು ವೃತ್ತವನ್ನು ರಚಿಸಿ ಅದರಲ್ಲಿ BC ಎಂಬ ಜ್ಯಾವನ್ನು ಎಳೆಯಬೇಕು. Perpendicular Bisector ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಜ್ಯಾದ ಲಂಬಸಮಭಾಜಕವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಇದು ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರದ ಮೂಲಕ ಹಾದು ಹೋಗುವುದೇ? B, C ಎಂಬೀ ಬಿಂದುಗಳ ಸ್ಥಾನಗಳನ್ನು ಬದಲಾಯಿಸಿ ನೋಡಿರಿ.

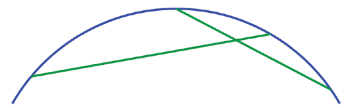
ಇದರ ಕೇಂದ್ರವು ಯಾವುದೇ ಜ್ಯಾದ ಲಂಬಸಮಭಾಜಕದಲ್ಲಿರುವುದಲ್ಲವೇ. ಹಾಗಾದರೆ ಮೊದಲು ಇದರ ಒಂದು ಜ್ಯಾ ಮತ್ತು ಅದರ ಲಂಬಸಮಭಾಜಕವನ್ನು ಎಳೆಯುವ.



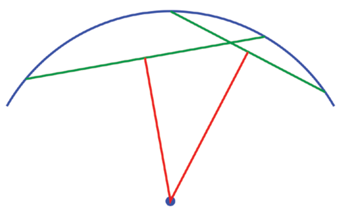
ಈ ಲಂಬಸಮಭಾಜಕವು ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರದ ಮೂಲಕ ಹಾದುಹೋಗುವುದಲ್ಲವೇ. ಅಂದರೆ ವೃತ್ತದ ಹೊರಗಿರುವ ಅದರ ಭಾಗವನ್ನು ಒರೆಸಿ ತೆಗೆದರೆ, ಕೇಂದ್ರದ ಮೂಲಕ ಹಾದು ಹೋಗುವ ಜ್ಯಾ ಸಿಗುವುದು: ಅಂದರೆ ವ್ಯಾಸ ಸಿಗುವುದು. ಇನ್ನು ಈ ವ್ಯಾಸದ ಮಧ್ಯ ಬಿಂದುವಾಗಿ ಕೇಂದ್ರವನ್ನು ಗುರುತಿಸಬಹುದಲ್ಲವೇ:

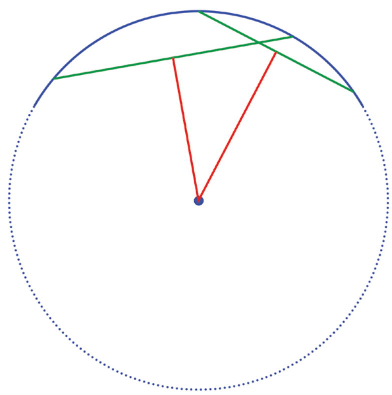


ಇನ್ನು ವೃತ್ತದ ಒಂದು ಭಾಗ ಮಾತ್ರ (ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಒಂದು ಬಳೆಯ ತುಂಡು) ಸಿಕ್ಕಿದರೂ, ಇದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ವೃತ್ತ ಕೇಂದ್ರವನ್ನೂ ಆ ಮೂಲಕ ಇಡೀ ವೃತ್ತವನ್ನೂ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು. ಮೊದಲು ಈ ತುಂಡಿನಲ್ಲಿ ಎರಡು ಜ್ಯಾಗಳನ್ನು ಎಳೆಯುವ:

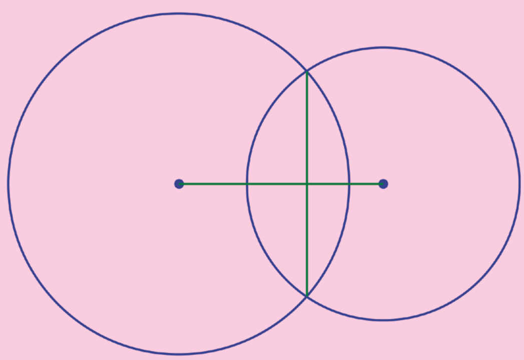


ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರವು ಈ ಎರಡು ಜ್ಯಾಗಳ ಲಂಬಸಮಭಾಜಕಗಳಲ್ಲಿ ಆಗಿರಬೇಕು; ಅಂದರೆ ಇವುಗಳು ಸಂಧಿಸುವ ಬಿಂದುವಾಗಿದೆ ವೃತ್ತ ಕೇಂದ್ರ:





(1) ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಅಡ್ಡಕ್ಕಿರುವ ಗೆರೆಯು ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಿರುವುದು ಮತ್ತು ನೀಟಕ್ಕಿರುವ ಗೆರೆಯು ವೃತ್ತಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಂಧಿಸುವ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಿರುವುದಾಗಿದೆ.



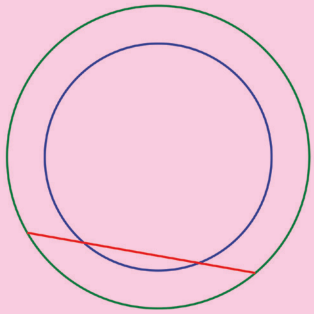
ಈ ಕೆಳಗೆ ನೀಡಿರುವ ಹೇಳಿಕೆಗಳ ಕಾರಣವನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ:

(i) ನೀಟಕ್ಕಿರುವ ಗೆರೆಯ ಲಂಬಸಮಭಾಜಕವು ಎರಡೂ ವೃತ್ತಗಳ ಕೇಂದ್ರಗಳ ಮೂಲಕ ಹಾದುಹೋಗುವುದು.

(ii) ಅಡ್ಡಕ್ಕಿರುವ ಗೆರೆಯು ನೀಟಕ್ಕಿರುವ ಗೆರೆಯ ಲಂಬಸಮಭಾಜಕವಾಗಿರುವುದು.

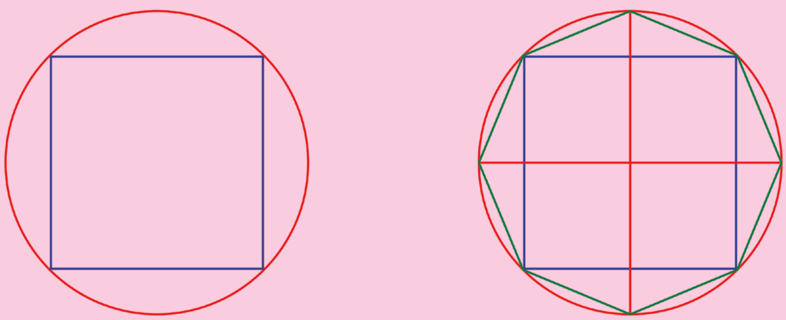
ಇದರಿಂದ ಸಿಗುವ ಸಾಮಾನ್ಯ ತತ್ವವೇನು?

(2) ಒಂದೇ ಕೇಂದ್ರವಾಗಿರುವ ಎರಡು ವೃತ್ತಗಳನ್ನೂ ಒಂದು ಗೆರೆಯನ್ನೂ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ನೀಡಲಾಗಿದೆ:



ಗೆರೆಯ ಎರಡೂ ಬದಿಗಳಲ್ಲಿ ವೃತ್ತಗಳ ಎಡೆಯಲ್ಲಿರುವ ಭಾಗಗಳಿಗೆ ಸಮಾನ ಉದ್ದವಿರುವುದು ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿರಿ.

(3) ಒಂದು ಚೌಕವನ್ನೂ ಅದರ ನಾಲ್ಕು ಮೂಲೆಗಳ ಮೂಲಕ ಹಾದು ಹೋಗುವ ವೃತ್ತವನ್ನೂ ರಚಿಸಿರಿ. ಚೌಕದ ಭುಜಗಳಿಗೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿರುವ ವ್ಯಾಸಗಳು ವೃತ್ತವನ್ನು ಸಂಧಿಸುವ ಬಿಂದುಗಳನ್ನೂ, ಚೌಕದ ಮೂಲೆಗಳನ್ನೂ ಜೋಡಿಸಿ ಇನ್ನೊಂದು ಬಹುಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.

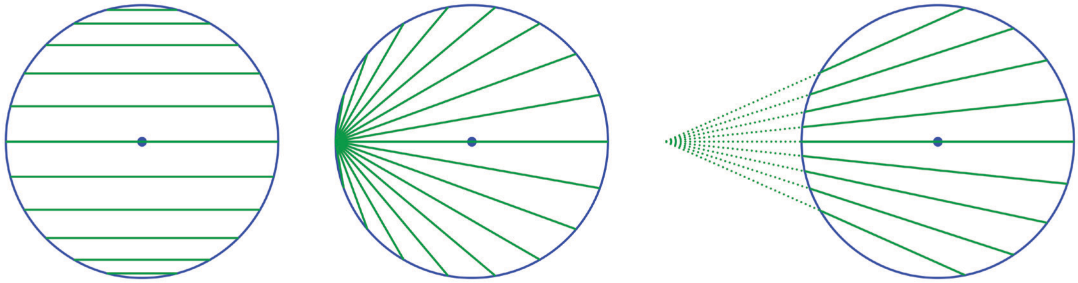


ಇದೊಂದು ಸಮಅಷ್ಟಭುಜವಾಗಿದೆಯೆಂದು ಸಾಧಿಸಿರಿ.

ಸಮಾನ ಜ್ಯಾಗಳು

ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರದ ಮೂಲಕ ಹಾದು ಹೋಗುವ ಜ್ಯಾಗಳಾಗಿವೆ ವ್ಯಾಸಗಳು; ಒಂದು ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ಅತಿ ಹೆಚ್ಚು ಉದ್ದವಿರುವ ಜ್ಯಾಗಳು ವ್ಯಾಸಗಳೇ ಆಗಿವೆ.

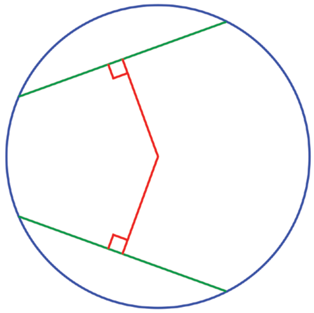
ಕೇಂದ್ರದಿಂದ ದೂರ ಸರಿದಂತೆ ಜ್ಯಾದ ಉದ್ದವು ಕಡಿಮೆಯಾಗುವುದು:



ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿರುವಂತೆ ಜ್ಯಾಗಳು ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿ ಚಲಿಸಿದರೂ ಓರೆಯಾಗಿ ಚಲಿಸಿದರೂ ಕೇಂದ್ರದಿಂದ ಸಮಾನ ದೂರದಲ್ಲಿರುವ ಜ್ಯಾಗಳ ಉದ್ದಗಳು ಸಮಾನವಾಗಿವೆ ಎಂದು ಕಂಡು ಬರುವುದಿಲ್ಲವೇ?

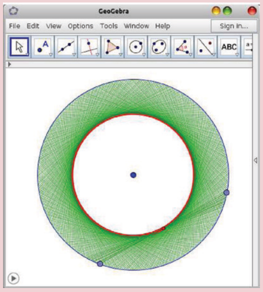
ಇದನ್ನು ಹೇಗೆ ಖಚಿತಪಡಿಸಬಹುದು?

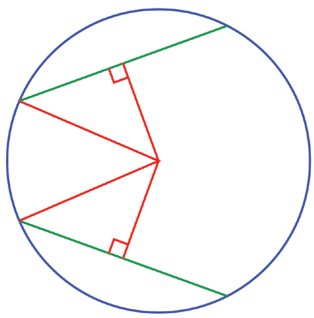
ಈ ಚಿತ್ರವನ್ನು ನೋಡಿರಿ:



ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರದಿಂದ ಸಮಾನ ಲಂಬದೂರದಲ್ಲಿರುವ ಎರಡು ಜ್ಯಾಗಳನ್ನು ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಇವೆರಡರ ಉದ್ದ ಸಮಾನವೆಂದು ತೋರಿಸಲು ಪ್ರತಿಯೊಂದರ ಒಂದು ತುದಿಯನ್ನು ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರದೊಂದಿಗೆ ಜೋಡಿಸಿರಿ:

ಜಿಯೋಜಿಬ್ರದಲ್ಲಿ ಒಂದು ವೃತ್ತವನ್ನು ರಚಿಸಿ ಅದರಲ್ಲಿ ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿರಿ. ಈ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಿ ಒಂದು ಜ್ಯಾವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಈ ಜ್ಯಾದ ಮಧ್ಯ ಬಿಂದುವನ್ನು ಗುರುತಿಸಿರಿ. ಜ್ಯಾದ ತುದಿ ಬಿಂದುಗಳಿಗೆ Animation ನೀಡಿರಿ. ಜ್ಯಾದ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವಿಗೆ Trace On ನೀಡಿರಿ. ಇದು ಸಂಚರಿಸುವ ದಾರಿ ಯಾವುದು? ಯಾಕೆ ಹೀಗೆ ಸಂಚರಿಸುವುದು? ಜ್ಯಾಕ್ಕೆ Trace On ನೀಡಿ ನೋಡಿರಿ. ಜ್ಯಾಕ್ಕೆ ಬಣ್ಣವನ್ನು ನೀಡಿ ಚಿತ್ರವನ್ನು ಅಂದಗೊಳಿಸಬಹುದು.





ಈಗ ಲಭಿಸಿದ ಎರಡು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಕರ್ಣಗಳು, ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳಾಗಿರುವುದರಿಂದ ಸಮಾನವಾಗಿವೆ; ಒಂದು ಜೊತೆ ಲಂಬಭುಜಗಳು ಜ್ಯಾಗಳಿಗಿರುವ ಸಮಾನ ಲಂಬಗಳಾಗಿವೆ. ಆಗ ಪೈಥಾಗರಸನ ಸಿದ್ಧಾಂತದ ಪ್ರಕಾರ, ಮೂರನೇ ಭುಜಗಳೂ ಸಮಾನವಾಗಿರುವುದು.

ಕೇಂದ್ರದಿಂದಿರುವ ಲಂಬವು ಜ್ಯಾಗಳನ್ನು ತುಂಡರಿಸಿದ ಕಾರಣದಿಂದ ಈ ಮೂರನೇ ಭುಜಗಳು ಜ್ಯಾಗಳ ಅರ್ಧವಾಗಿವೆ; ಹಾಗೆ ಜ್ಯಾಗಳ ಅರ್ಧಗಳು ಸಮಾನವೆಂದು ತಿಳಿಯುವುದು. ಜ್ಯಾಗಳೂ ಸಮಾನವೆಂದು ತಿಳಿಯುವುದು.

ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರದಿಂದ ಸಮಾನ ದೂರದಲ್ಲಿರುವ ಜ್ಯಾಗಳಿಗೆ ಸಮಾನ ಉದ್ದವಿರುವುದು.

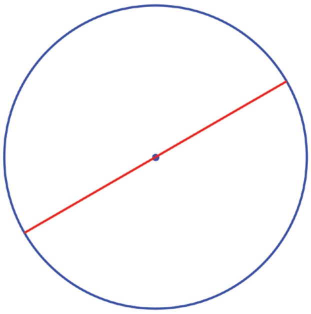
ಇದನ್ನು ತಿರುಗಿಸಿ ಹೇಳಿದರೆ ಸರಿಯಾಗುವುದೇ?

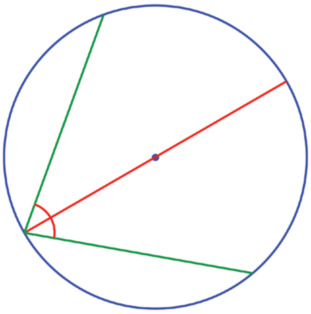
ಅಂದರೆ, ಒಂದು ವೃತ್ತದಲ್ಲಿರುವ ಸಮಾನ ಉದ್ದದ ಎರಡು ಜ್ಯಾಗಳು, ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರದಿಂದ ಸಮಾನ ದೂರದಲ್ಲಿ ಇರುವುದೇ?

ಇನ್ನು ಮೊದಲು ನೋಡಿದ ಮೂರು ಚಿತ್ರಗಳಲ್ಲಿ ಎರಡನೇ ಚಿತ್ರವನ್ನು ನೋಡಿರಿ. ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನ ಮೂಲಕ ಎಳೆಯುವ ಜ್ಯಾಗಳಲ್ಲಿ, ಆ ಬಿಂದುವಿನ ಮೂಲಕ ಇರುವ ವ್ಯಾಸದೊಂದಿಗೆ ಉಂಟುಮಾಡುವ ಕೋನವು ಬದಲಾಗುವುದಕ್ಕನುಸರಿಸಿ ಉದ್ದವೂ ಬದಲಾಗುವುದಿಲ್ಲವೇ?

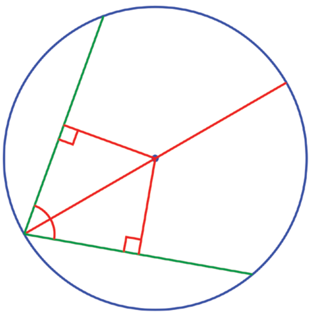
ವ್ಯಾಸದ ಎರಡು ಬದಿಗಳಲ್ಲಿ ಸಮಾನಕೋನಗಳನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡುವ ಜ್ಯಾಗಳಿಗೆ ಸಮಾನ ಉದ್ದವಿರುವುದೇ?

ಈ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ನೋಡಿರಿ. ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ಒಂದು ವ್ಯಾಸವನ್ನು ಎಳೆದು, ಅದರ ಎರಡೂ ಭಾಗಗಳಲ್ಲಿ ಸಮಾನಕೋನವನ್ನುಂಟು ಮಾಡುವ ಜ್ಯಾಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಲಾಗಿದೆ.





ಈ ಜ್ಯಾಗಳಿಗೆ ಸಮಾನ ಉದ್ದವಿರುವುದೇ ಎಂದು ನೋಡಲು, ಕೇಂದ್ರದಿಂದ ಇವುಗಳೆರಡಕ್ಕೂ ಲಂಬಗಳನ್ನು ಎಳೆಯುವ:



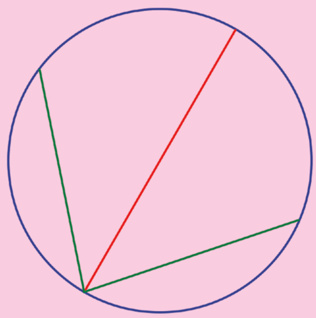
ಹೀಗೆ ಲಭಿಸುವ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಎರಡು ಕೋನಗಳು ಸಮಾನವಾಗಿರುವುದರಿಂದ, ಮೂರನೇ ಕೋನಗಳು ಸಮಾನವಾಗಿರುವುವು; ಇವುಗಳೆರಡರ ಕರ್ಣಗಳು ಒಂದೇ ಆಗಿದೆಯಲ್ಲವೇ. ಒಂದು ಭುಜವೂ ಅದರ ಎರಡು ಕೋನಗಳೂ ಸಮಾನವಾಗಿರುವುದರಿಂದ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಉಳಿದ ಭುಜಗಳು ಸಮಾನವಾಗಿವೆ. (**ಸಮಾನ ತ್ರಿಕೋನಗಳು** ಎಂಬ ಪಾಠದ **ಎರಡು ಕೋನಗಳು** ಎಂಬ ಭಾಗ).

ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಹಸಿರು ಗೆರೆಗಳು ಜ್ಯಾಗಳ ಅರ್ಧವಾಗಿದೆಯಲ್ಲವೇ. ಇವುಗಳು ಸಮಾನವಾಗಿರುವುದರಿಂದ ಜ್ಯಾಗಳೂ ಸಮಾನವಾಗಿರುವುವು.

ಬದಲಾಗಿ, ಒಂದು ವ್ಯಾಸದ ತುದಿಯಿಂದ ಸಮಾನ ಉದ್ದವಿರುವ ಎರಡು ಜ್ಯಾಗಳನ್ನೆಳೆದರೆ ಅವುಗಳು ವ್ಯಾಸದೊಂದಿಗೆ ಉಂಟುಮಾಡುವ ಕೋನಗಳು ಸಮಾನವಾಗಿರುವುದೇ?

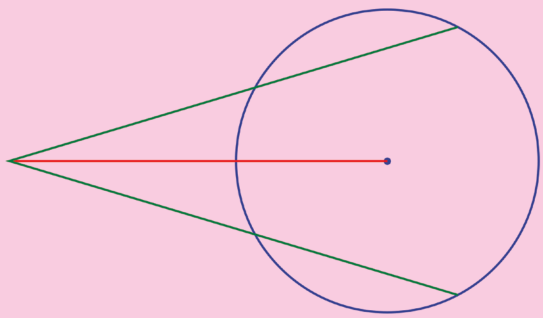
(1) ಒಂದು ವೃತ್ತದ ಸಮಾನ ಉದ್ದವಿರುವ ಜ್ಯಾಗಳೆಲ್ಲಾ ಕೇಂದ್ರದಿಂದ ಸಮಾನ ದೂರದಲ್ಲಿರುವುವೆಂದು ಸಾಧಿಸಿರಿ.

(2) ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ವೃತ್ತದ ಒಂದು ವ್ಯಾಸದ ತುದಿಯಿಂದ ಸಮಾನ ಉದ್ದವಿರುವ ಎರಡು ಜ್ಯಾಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಲಾಗಿದೆ.



ಜ್ಯಾಗಳು ವ್ಯಾಸದೊಂದಿಗೆ ಉಂಟುಮಾಡುವ ಕೋನಗಳು ಸಮಾನವಾಗಿವೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿರಿ.

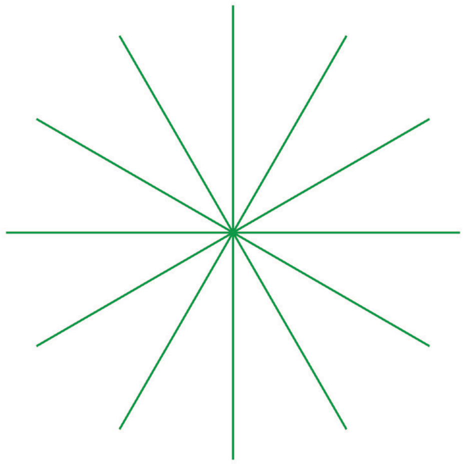
(3) ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿರುವ ಸಮಾನ ಉದ್ದದ ಎರಡು ಜ್ಯಾಗಳನ್ನು ಮುಂದುವರಿಸಿದಾಗ ಅವುಗಳು ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸುವುವು:



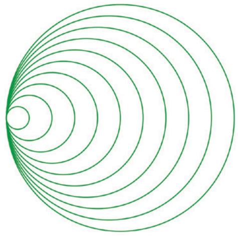
ಸಂಧಿಸುವ ಬಿಂದು ಮತ್ತು ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರವನ್ನು ಜೋಡಿಸುವ ಗೆರೆಯೊಂದಿಗೆ ಈ ಗೆರೆಗಳು ಸಮಾನ ಕೋನವನ್ನುಂಟು ಮಾಡುವುದು ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿರಿ.

ಗೆರೆಗಳೂ ವೃತ್ತಗಳೂ

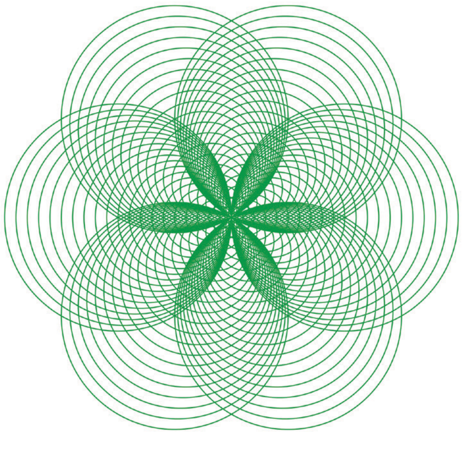
ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಬಿಂದುವಿನ ಮೂಲಕ ಹಾದುಹೋಗುವಂತೆ ಹಲವಾರು ಗೆರೆಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಬಹುದು:



ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಬಿಂದುವಿನ ಮೂಲಕ ಹಾದುಹೋಗುವಂತೆ ಅನೇಕ ವೃತ್ತಗಳನ್ನೂ ಎಳೆಯಬಹುದು; ಯಾವುದೇ ಬಿಂದು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿ, ಈ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಬಿಂದುವಿಗಿರುವ ದೂರವನ್ನು ತ್ರಿಜ್ಯವಾಗಿಯೂ ಎಳೆದರೆ ಸಾಕಾಗುವುದಲ್ಲವೇ.



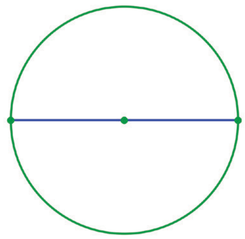
ಇನ್ನೂ ಹೆಚ್ಚು ವೃತ್ತಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ ಅಂದವಾದ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ರಚಿಸಬಹುದು:



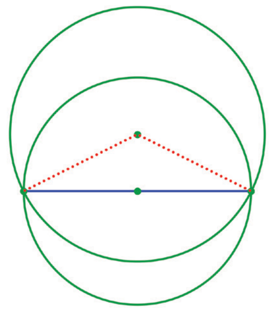
ಇನ್ನು ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ತೆಗೆದರೋ? ಅವುಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸುವ ಒಂದು ಗೆರೆಯನ್ನು ಎಳೆಯಬಹುದು .ಈ ಬಿಂದುಗಳ ಮೂಲಕ ಒಂದು ವೃತ್ತವನ್ನು ಎಳೆಯಲು ಸಾಧ್ಯವೇ?

ನೋಟು ಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿ ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿರಿ . ಅವುಗಳ ಮೂಲಕ ಹಾದುಹೋಗುವ ಒಂದು ವೃತ್ತವನ್ನು ಎಳೆಯಬಹುದೇ?

ಬಹಳ ಸುಲಭವಾಗಿ ಹೀಗೆ ಮಾಡಬಹುದು: ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸುವ ಗೆರೆಯು ವ್ಯಾಸವಾಗುವಂತೆ ವೃತ್ತವನ್ನು ರಚಿಸಬೇಕು.

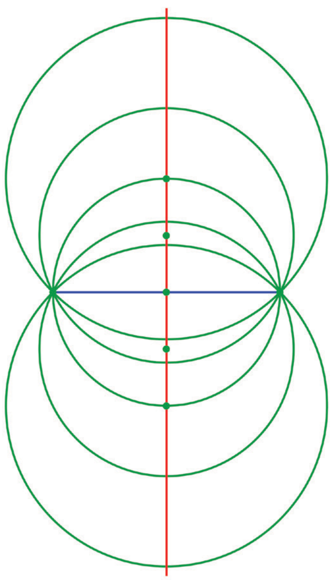


ಇನ್ನೊಂದು ವೃತ್ತವನ್ನು ಎಳೆಯಬಹುದೇ?
ಅದರ ಕೇಂದ್ರ ಎಲ್ಲಿಯೂ ಆಗಬಹುದೇ?
ಈ ಬಿಂದುಗಳು ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ಇರಬೇಕಾದರೆ, ಅವುಗಳು ಕೇಂದ್ರದಿಂದ ಸಮಾನ ದೂರದಲ್ಲಿ ಇರಬೇಕಲ್ಲವೇ?



ತಿರುಗಿಸಿ ಹೇಳಿದರೆ, ಈ ಬಿಂದುಗಳಿಂದ ಸಮಾನ ದೂರದಲ್ಲಿರುವ ಒಂದು ಬಿಂದುವನ್ನು ತೆಗೆದರೆ, ಆ ಬಿಂದುವು ಕೇಂದ್ರವಾಗುವಂತೆ ಮತ್ತು ಆ ದೂರವು ತ್ರಿಜ್ಯವಾಗುವಂತೆ ಎಳೆಯುವ ವೃತ್ತವು ಈ ಬಿಂದುಗಳ ಮೂಲಕ ಹಾದು ಹೋಗುವುದು:

ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳಿಂದ ಸಮಾನ ದೂರದಲ್ಲಿರುವುದರಿಂದ, ಕೇಂದ್ರವು ಈ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸುವ ಗೆರೆಯ ಲಂಬಸಮಭಾಜಕದಲ್ಲಾಗಿರಬೇಕು. ಬದಲಾಗಿ, ಈ ಲಂಬಸಮಭಾಜಕದ ಯಾವುದೇ ಬಿಂದು ಕೇಂದ್ರವಾಗುವಂತೆ ಈ ಬಿಂದುಗಳ ಮೂಲಕ ಹಾದು ಹೋಗುವ ವೃತ್ತವನ್ನು ಎಳೆಯಬಹುದಲ್ಲವೇ.

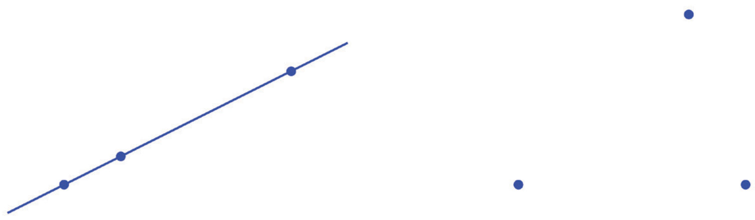


AB ಎಂಬ ಒಂದು ಗೆರೆ ಎಳೆದು ಅದರ ಲಂಬಸಮಭಾಜಕವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಇದರಲ್ಲಿ C ಕೇಂದ್ರವಾಗಿ A ಯ ಮೂಲಕ ಹಾದು ಹೋಗುವ ವೃತ್ತವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ವೃತ್ತಕ್ಕೆ Trace On ನೀಡಿರಿ. C ಎಂಬ ಬಿಂದುವಿಗೆ Animation ನೀಡಿ ನೋಡಿರಿ.

ಅಂದರೆ ಎರಡು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಬಿಂದುಗಳ ಮೂಲಕ ಒಂದೇ ಒಂದು ಗೆರೆಯನ್ನು ಮಾತ್ರವೇ ಎಳೆಯಲು ಸಾಧ್ಯವಿರುವುದು; ಆದರೆ ಅನೇಕ ವೃತ್ತಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಬಹುದು.

ಇನ್ನು ಮೂರು ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೋ?

ಯಾವುದಾದರೂ ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸುವ ಗೆರೆಯಲ್ಲಿಯೇ ಮೂರನೇ ಬಿಂದು ಇರುವುದಾದರೆ, ಆ ಗೆರೆಯು ಈ ಮೂರೂ ಬಿಂದುಗಳ ಮೂಲಕ ಹಾದು ಹೋಗುವುದು; ಅಲ್ಲದಿದ್ದರೆ ಮೂರೂ ಬಿಂದುಗಳ ಮೂಲಕ ಹಾದು ಹೋಗುವ ಗೆರೆಯನ್ನು ಎಳೆಯಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ;

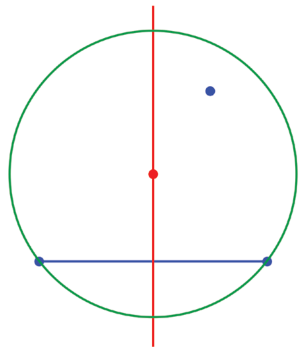


ಯಾವುದಾದರೂ ಮೂರು ಬಿಂದುಗಳ ಮೂಲಕ ಹಾದುಹೋಗುವ ವೃತ್ತವನ್ನು ರಚಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಿದೆಯೇ?

ಬಿಂದುಗಳು ಒಂದೇ ಗೆರೆಯಲ್ಲಿರುವುದಾದರೆ ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ. ಅಲ್ಲದಿದ್ದರೋ?

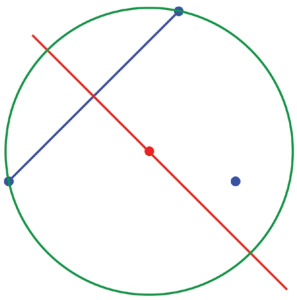
ರಚಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸುವ ಮೊದಲು, ಸ್ವಲ್ಪ ಯೋಚಿಸುವ,

(ಯೋಚಿಸಿದ ನಂತರವೇ ಕಾರ್ಯಪ್ರವೃತ್ತರಾಗುವುದು ಎಂಬುದು ಗಣಿತದ ರೀತಿಯಾಗಿದೆ):



ಇದರಲ್ಲಿರುವ ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸುವ ಗೆರೆಯ ಲಂಬಸಮಭಾಜಕದಲ್ಲಿರುವ ಯಾವುದೇ ಬಿಂದುವನ್ನು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿ ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೂ, ಈ ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳ ಮೂಲಕ ಹಾದುಹೋಗುವ ಒಂದು ವೃತ್ತವನ್ನು ರಚಿಸಬಹುದು:

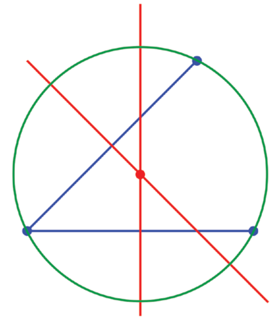
ಇದರಂತೆ ಇನ್ನೊಂದು ಜೊತೆ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸುವ ಗೆರೆಯ ಲಂಬಸಮಭಾಜಕದಲ್ಲಿರುವ ಯಾವುದೇ ಬಿಂದುವನ್ನು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿ ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೂ ಅವುಗಳ ಮೂಲಕ ಹಾದುಹೋಗುವ ವೃತ್ತವನ್ನು ರಚಿಸಬಹುದು:



ಮೂರು ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ Circle through 3 Points ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಅವುಗಳ ಮೂಲಕ ಹಾದುಹೋಗುವ ವೃತ್ತವನ್ನು ಎಳೆಯಬೇಕು. ಬಿಂದುಗಳ ಸ್ಥಾನವನ್ನು ಬದಲಾಯಿಸಿ ನೋಡಿರಿ. ಬಿಂದುಗಳು ಒಂದೇ ಗೆರೆಯಲ್ಲಿರುವುದಾದರೆ ಏನಾಗುವುದು?

ಮೊದಲು ತೆಗೆದ ಒಂದು ಜೊತೆ ಬಿಂದುಗಳ ಮೂಲಕವಿರುವ ವೃತ್ತ ಸಿಗಲು, ಕೇಂದ್ರವು ಮೊದಲ ಲಂಬಸಮಭಾಜಕದಲ್ಲಿ ಇರಬೇಕು. ಎರಡನೇ ಜೊತೆ ಬಿಂದುಗಳ ಮೂಲಕವಿರುವ ವೃತ್ತ ಸಿಗಲು, ಕೇಂದ್ರವು ಎರಡನೇ ಲಂಬಸಮಭಾಜಕದಲ್ಲಿ ಇರಬೇಕು.

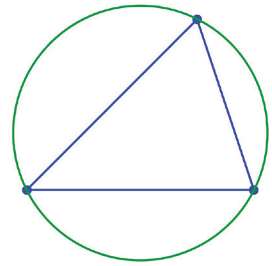
ಎರಡೂ ಲಂಬಸಮಭಾಜಕಗಳಲ್ಲಿರುವ ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಿಂದುವನ್ನು ತೆಗೆದರೋ? ಅಂದರೆ, ಅವುಗಳು ಛೇದಿಸುವ ಬಿಂದು.



ಮೂರೂ ಬಿಂದುಗಳ ಮೂಲಕ ಹಾದುಹೋಗುವ ವೃತ್ತವನ್ನು ರಚಿಸಬಹುದಲ್ಲವೇ.

ಒಂದೇ ಗೆರೆಯಲ್ಲಿ ಅಲ್ಲದ ಯಾವುದೇ ಮೂರು ಬಿಂದುಗಳ ಮೂಲಕ ಹಾದುಹೋಗುವ ಒಂದೇ ಒಂದು ವೃತ್ತವನ್ನು ರಚಿಸಬಹುದು.

ಬಾಕಿ ಇರುವ ಒಂದು ಜೊತೆ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಿದಾಗ ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನವು ಸಿಗುವುದು; ವೃತ್ತವು ಅದರ ಮೂರು ಮೂಲೆಗಳ ಮೂಲಕ ಹಾದುಹೋಗುವುದು:

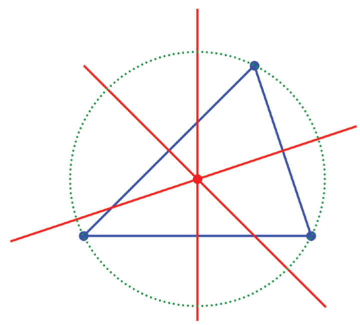


ಆಗ ಮೇಲೆ ಹೇಳಿದ ವಿಚಾರವನ್ನು ಹೀಗೆ ಬರೆಯಬಹುದು:

ಯಾವುದೇ ತ್ರಿಕೋನದ ಮೂರೂ ಮೂಲೆಗಳ ಮೂಲಕ ಹಾದುಹೋಗುವ ಒಂದೇ ಒಂದು ವೃತ್ತವನ್ನು ರಚಿಸಬಹುದು.

ಈ ವೃತ್ತವನ್ನು ತ್ರಿಕೋನದ **ಪರಿವೃತ್ತ** (circumcircle) ಎಂದು ಹೇಳುವರು.

ಇಲ್ಲಿ ಇನ್ನೊಂದು ವಿಚಾರವನ್ನು ಕಾಣಬಹುದು. ತ್ರಿಕೋನದ ಕೆಳಭಾಗದ ಭುಜ ಹಾಗೂ ಎಡಭಾಗದ ಭುಜಗಳ ಲಂಬಸಮಭಾಜಕಗಳನ್ನು ಎಳೆದು **ಪರಿವೃತ್ತ ಕೇಂದ್ರವನ್ನು** (circumcentre) ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲಾಗಿದೆ. ಬಲಭಾಗದಲ್ಲಿರುವ ಭುಜವೂ ಪರಿವೃತ್ತದ ಜ್ಯಾ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ ಅದರ ಸಮಭಾಜಕವೂ ಪರಿವೃತ್ತ ಕೇಂದ್ರದ ಮೂಲಕ ಹಾದು ಹೋಗುವುದು.



ಯಾವುದೇ ತ್ರಿಕೋನದ ಮೂರೂ ಭುಜಗಳ ಲಂಬಸಮಭಾಜಕಗಳು ಒಂದೇ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಸಂಗಮಿಸುತ್ತವೆ.

ಈ ಕೆಳಗೆ ಹೇಳಿರುವ ಅಳತೆಗಳಿರುವ ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ, ಪ್ರತಿಯೊಂದರ ಪರಿವೃತ್ತವನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.

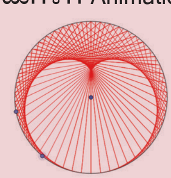
(i) ಎರಡು ಭುಜಗಳ ಉದ್ದ 4 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್, 5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಮತ್ತು ಅವುಗಳು ಸೇರುವ ಕೋನ 60°.

(ii) ಎರಡು ಭುಜಗಳ ಉದ್ದ 4 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್, 5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಮತ್ತು ಅವುಗಳು ಸೇರುವ ಕೋನ 120°.

(iii) ಎರಡು ಭುಜಗಳ ಉದ್ದ 4 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್, 5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಮತ್ತು ಅವುಗಳು ಸೇರುವ ಕೋನ 90°.

(ಪರಿವೃತ್ತ ಕೇಂದ್ರದ ಸ್ಥಾನ ಬದಲಾಗುವುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿರಿ).

ಒಂದು ವೃತ್ತವನ್ನು ರಚಿಸಿ, ಅದರಲ್ಲಿ BC ಎಂಬ ಜ್ಯಾವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. B ಎಂಬ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ Right Click ಮಾಡಿ Object Properties ನ Algebra ಎಂಬಲ್ಲಿ Speed 3 ಎಂದು ನೀಡಿರಿ. ಇದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ C ಎಂಬ ಬಿಂದುವಿಗೆ Speed 6 ಎಂದು ನೀಡಿರಿ. ಜ್ಯಾಕ್ಕೆ Trace On ನೀಡಿದ ಬಳಿಕ ಅಗ್ರಬಿಂದುಗಳಿಗೆ Animation ನೀಡಿರಿ.



ಬಿಂದುಗಳಿಗೆ Speed 2 ಎಂದೂ 6 ಎಂದೂ ಕೊಟ್ಟು ನೋಡಿರಿ. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಯಾವ ಬದಲಾವಣೆ ಉಂಟಾಗುತ್ತದೆ? ಬೇರೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೊಟ್ಟು ನೋಡಿರಿ.

10

ದಶಮಾಂಶ ರೂಪಗಳು

ಆರಂಭದ ರೂಪಗಳು

ಕೆಲವು ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ದಶಮಾಂಶ ರೂಪಗಳನ್ನು ಏಳನೇ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ನೋಡಿದ್ದೇವಲ್ಲವೇ. (**ದಶಮಾಂಶ ರೀತಿಗಳು** ಎಂಬ ಪಾಠದ **ಭಿನ್ನರಾಶಿಯೂ ದಶಮಾಂಶವೂ** ಎಂಬ ಭಾಗ). ಉದಾಹರಣೆಗೆ,

$$\frac{3}{10} = 0.3$$
$$\frac{29}{100} = 0.29$$
$$\frac{347}{1000} = 0.347$$

ಎಂದೆಲ್ಲಾ ಬರೆಯಬಹುದು.

ಇನ್ನೊಂದು ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ದಶಮಾಂಶ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆದ ಕೆಲವು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು 10ರ ಯಾವುದಾದರೂ ಘಾತ ಛೇದವಾಗಿರುವ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಬರೆಯಬಹುದು.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ,

$$0.7 = \frac{7}{10}$$
$$0.91 = \frac{91}{100}$$
$$0.671 = \frac{671}{1000}$$

ಇವುಗಳನ್ನು $\frac{1}{10}, \frac{1}{100}, \frac{1}{1000}, \ldots$ ಎಂಬಿತ್ಯಾದಿ 10 ರ ಘಾತಗಳು ಛೇದವಾಗಿರುವ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿ ವಿಂಗಡಿಸಿ ಬರೆಯಬಹುದು:

$$0.91 = \frac{91}{100} = \frac{90}{100} + \frac{1}{100} = \frac{9}{10} + \frac{1}{100}$$
$$0.671 = \frac{671}{1000} = \frac{600}{1000} + \frac{70}{1000} + \frac{1}{1000} = \frac{6}{10} + \frac{7}{100} + \frac{1}{1000}$$

ಹಾಗಾದರೆ 0.03 ಎಂದು ಬರೆಯುವುದರ ಅರ್ಥವೇನು?

$$0.03 = \frac{0}{10} + \frac{3}{100} = \frac{3}{100}$$

0.0203 ಆದರೋ?

$$0.0203 = \frac{0}{10} + \frac{2}{100} + \frac{0}{1000} + \frac{3}{10000} = \frac{200}{10000} + \frac{3}{10000} = \frac{203}{10000}$$

ಕೆಳಗೆ ದಶಮಾಂಶ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆದಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿ ಬರೆಯಿರಿ.

(i) 0.1 (ii) 0.01 (iii) 0.11 (iv) 0.101 (v) 0.0101

ಇನ್ನೂ ಕೆಲವು ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳು

ಕೆಲವು ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಛೇದವು 10 ರ ಘಾತಗಳಲ್ಲದಿದ್ದರೂ, ಅಂತಹ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿ ಬದಲಾಯಿಸಿ ಬರೆಯಬಹುದು.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ, $10 = 2 \times 5$ ಆದುದರಿಂದ

$$\frac{1}{2} = \frac{5}{10} = 0.5$$

$$\frac{1}{5} = \frac{2}{10} = 0.2$$

ಇದರಿಂದ

$$\frac{2}{5} = \frac{2 \times 2}{5 \times 2} = \frac{4}{10} = 0.4$$

$$\frac{3}{5} = \frac{3 \times 2}{5 \times 2} = \frac{6}{10} = 0.6$$

$$\frac{4}{5} = \frac{4 \times 2}{5 \times 2} = \frac{8}{10} = 0.8$$

ಎಂದೆಲ್ಲಾ ಬರೆಯಬಹುದು.

2 ಮತ್ತು 5 ಇವುಗಳು, 10 ರ ಅಪವರ್ತನವಾದುದರಿಂದಲ್ಲವೇ ಇದು ಸಾಧ್ಯವಾದುದು. ಹಾಗಾದರೆ $\frac{1}{4}$ ನ್ನು ದಶಮಾಂಶ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯುವುದು ಹೇಗೆ?

4 ಎಂಬುದು 10 ರ ಅಪವರ್ತನವಲ್ಲದಿದ್ದರೂ, 100 ರ ಅಪವರ್ತನವಲ್ಲವೇ.

$$4 \times 25 = 100$$

ಇದನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ

$$\frac{1}{4} = \frac{1 \times 25}{4 \times 25} = \frac{25}{100} = 0.25$$

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \times 25}{4 \times 25} = \frac{75}{100} = 0.75$$

ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು.

ಮಾತ್ರವಲ್ಲದೆ

$$\frac{1}{25} = \frac{1\times 4}{25\times 4} = \frac{4}{100} = 0.04$$
$$\frac{2}{25} = \frac{2\times 4}{25\times 4} = \frac{8}{100} = 0.08$$
$$\frac{13}{25} = \frac{13\times 4}{25\times 4} = \frac{52}{100} = 0.52$$

ಎಂದು ಲೆಕ್ಕಹಾಕಬಹುದು.

ಇನ್ನು $\frac{1}{8}$ ಆದರೋ?

8 ಎಂಬ ಸಂಖ್ಯೆಯು 10 ರ ಅಥವಾ 100 ರ ಅಪವರ್ತನವಲ್ಲ.

ಆದರೆ $8 = 2 \times 2 \times 2$ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ, ಮೂರು ಸಲ 5 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದರೆ, ಮೂರು 10 ಗಳ ಅಪವರ್ತ್ಯವಾಗುವುದಲ್ಲವೇ.

ಗಣಿತ ಭಾಷೆಯಲ್ಲಿ,

$$2^3 \times 5^3 = (2 \times 5)^3 = 10^3 = 1000$$

ಅಂದರೆ,

$$8 \times 125 = 1000$$

ಇದನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ

$$\frac{1}{8} = \frac{1\times 125}{8\times 125} = \frac{125}{1000} = 0.125$$
$$\frac{3}{8} = \frac{3\times 125}{8\times 125} = \frac{375}{1000} = 0.375$$

ಎಂದೂ

$$\frac{1}{125} = \frac{1\times 8}{125\times 8} = \frac{8}{1000} = 0.008$$
$$\frac{3}{125} = \frac{3\times 8}{125\times 8} = \frac{24}{1000} = 0.024$$
$$\frac{13}{125} = \frac{13\times 8}{125\times 8} = \frac{104}{1000} = 0.104$$

ಎಂದೆಲ್ಲಾ ಬರೆಯಬಹುದಲ್ಲವೇ.

ಇನ್ನು $\frac{3}{160}$ ಆದರೋ?

ಮೊದಲು ಛೇದವನ್ನು ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನಾಗಿಸುವ,

$$160 = 32 \times 5 = 2^5 \times 5$$

ಇದನ್ನು ಗುಣಿಸಿ, 10 ರ ಎಷ್ಟನೇ ಘಾತವನ್ನಾಗಿ ಬರೆಯಬಹುದು?

ಅದನ್ನು ಯಾವ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಗುಣಿಸಬೇಕು?

$$160 \times 5^4 = (2^5 \times 5) \times 5^4 = 2^5 \times 5^5 = (2 \times 5)^5 = 10^5$$

ಆಗ

$$\frac{3}{160} = \frac{3 \times 5^4}{160 \times 5^4} = \frac{3 \times 625}{100000} = \frac{1875}{100000} = 0.01875$$

ಹಾಗಾದರೆ ಯಾವ ವಿಧದ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ದಶಮಾಂಶ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಲು ಸಾಧ್ಯವಿದೆ?

(1) ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ದಶಮಾಂಶ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.

(i) $\frac{3}{20}$ (ii) $\frac{3}{40}$ (iii) $\frac{13}{40}$ (iv) $\frac{7}{80}$ (v) $\frac{5}{16}$

(2) ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಮೊತ್ತಗಳ ದಶಮಾಂಶ ರೂಪವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i) $\frac{1}{5} + \frac{1}{25} + \frac{1}{125}$

(ii) $\frac{1}{5} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{5^3} + \frac{1}{5^4}$

(iii) $\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3}$

(3) ಎರಡಂಕೆಯ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಇನ್ನೊಂದು ಎರಡಂಕೆ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ 5.875 ಲಭಿಸಿತು. ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಯಾವುವು?

ಹೊಸ ರೂಪಗಳು

ಛೇದವು 10 ರ ಘಾತಗಳಲ್ಲದ ಕೆಲವು ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಆ ರೂಪಕ್ಕೆ ಬದಲಾಯಿಸಿ ದಶಮಾಂಶ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯುವುದನ್ನು ನೋಡಿದೆವಲ್ಲವೇ.

$\frac{1}{3}$ ನ್ನು ಈ ರೀತಿ ಬದಲಾಯಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವೇ?

$\frac{1}{3}$ ಎಂಬ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಸಮಾನವಾದ ಹಲವು ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿವೆಯಲ್ಲವೇ?

$$\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{3}{9} = \frac{4}{12} = \dots$$

ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದರ ಛೇದವು 3 ರ ಅಪವರ್ತ್ಯವಾಗಿದೆ.

ಅಂದರೆ $\frac{1}{3}$ ಕ್ಕೆ ಸಮಾನವಾಗಿರುವ ಯಾವುದೇ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಯಲ್ಲಿಯೂ 10 ರ ಘಾತಗಳೊಂದೂ ಛೇದವಾಗಿರುವುದಿಲ್ಲ. ಯಾಕೆಂದರೆ, 10 ರ ಘಾತಗಳನ್ನೆಲ್ಲ 3 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಶೇಷ 1 ಸಿಗುವುದು.

$$10 = (3 \times 3) + 1$$

$$100 = (3 \times 33) + 1$$

$$1000 = (3 \times 333) + 1$$

ಹಾಗಾಗಿ $\frac{1}{3}$ ನ್ನು ಇದುವರೆಗೆ ನೋಡಿದ ರೀತಿಯ ದಶಮಾಂಶ ರೂಪವಾಗಿ ಬರೆಯಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ.

ಆದರೆ $\frac{1}{3}$ ಕ್ಕೆ ಹತ್ತಿರವಾಗಿರುವ ಕೆಲವು ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ದಶಮಾಂಶ ರೂಪವಾಗಿ ಬರೆಯಬಹುದು:

ಅದಕ್ಕಾಗಿ, ಮೊದಲು ಮೇಲೆ ಬರೆದಿರುವವುಗಳಲ್ಲಿ ಭಾಗವಾಗಿಯೂ ಶೇಷವಾಗಿಯೂ ಬರೆದಿರುವವುಗಳನ್ನೆಲ್ಲಾ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಬಹುದು:

$$\frac{10}{3} = 3 + \frac{1}{3}$$

$$\frac{100}{3} = 33 + \frac{1}{3}$$

$$\frac{1000}{3} = 333 + \frac{1}{3}$$

ಇವುಗಳನ್ನು ಹೀಗೆ ಬದಲಾಯಿಸಿ ಬರೆಯಬಹುದಲ್ಲವೇ

$$\frac{1}{3} \times 10 = 3 + \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{3} \times 100 = 33 + \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{3} \times 1000 = 333 + \frac{1}{3}$$

ಇದರಲ್ಲಿ ಆರಂಭದಲ್ಲಿ ಬರೆದಿರುವುದನ್ನು ನೋಡಿರಿ. $\frac{1}{3}$ ರ 10 ಮಡಿಯಾಗಿದೆ $3 + \frac{1}{3}$ ಎಂದಲ್ಲವೇ ಇದರ ಅರ್ಥ. ಆಗ $\frac{1}{3}$ ಎಂಬುದು, $3 + \frac{1}{3}$ ರ $\frac{1}{10}$ ಭಾಗವಾಗಿದೆ (ಏಳನೇ ತರಗತಿಯ **ವಿಲೋಮ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳು**. ಎಂಬ ಪಾಠದ **ಭಾಗವೂ ಮಡಿಯೂ** ಎಂಬ ಭಾಗ). ಅಂದರೆ

$$\frac{1}{3} = \left(3 + \frac{1}{3}\right) \times \frac{1}{10}$$

ಮೊತ್ತವನ್ನು ಗುಣಿಸಲು ಪ್ರತಿಯೊಂದನ್ನೂ ಗುಣಿಸಿ ಕೂಡಿಸಿದರೆ ಸಾಕು ಎಂದು ಏಳನೇ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಕಲಿತಿರುವಿರಲ್ಲವೇ. (**ಗಣಿತದ ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತ ಬರಹ** ಎಂಬ ಪಾಠದ **ಕೂಡಿಸುವುದು, ಕಳೆಯುವುದು ಅನಂತರ ಗುಣಿಸುವುದು** ಎಂಬ ಭಾಗ). ಅದನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ $\left(3 + \frac{1}{3}\right) \times \frac{1}{10}$ ನ್ನು ಹೇಗೆ ಬರೆಯಬಹುದು?

ಆಗ,

$$\frac{1}{3} = \frac{3}{10} + \frac{1}{30}$$

ಇದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಮೇಲೆ ಬರೆದಿರುವ $\frac{100}{3}, \frac{1000}{3}$ ಎಂಬಿವುಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ $\frac{1}{3}$ ನ್ನು ಹೇಗೆಲ್ಲಾ ಬರೆಯಬಹುದು?

$$\frac{1}{3} = \frac{33}{100} + \frac{1}{300}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{333}{1000} + \frac{1}{3000}$$

ಇವುಗಳನ್ನೆಲ್ಲ, $\frac{1}{3}$ ಎಂಬ ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು $\frac{3}{10}, \frac{33}{100}, \frac{333}{1000}$ ಎಂಬ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೊಳಗಿರುವ ವ್ಯತ್ಯಾಸವಾಗಿ ಬರೆದು ನೋಡುವ:

$$\frac{1}{3} - \frac{3}{10} = \frac{1}{30}$$

$$\frac{1}{3} - \frac{33}{100} = \frac{1}{300}$$

$$\frac{1}{3} - \frac{333}{1000} = \frac{1}{3000}$$

$\frac{1}{30}$ ಕ್ಕಿಂತಲೂ ಸಣ್ಣದಾಗಿದೆಯಲ್ಲವೇ $\frac{1}{300}$. ಅದಕ್ಕಿಂತಲೂ ಸಣ್ಣದಾಗಿದೆ $\frac{1}{3000}$.

ಆಗ $\frac{3}{10}, \frac{33}{100}, \frac{333}{1000}$ ಎಂಬೀ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಮತ್ತು $\frac{1}{3}$ ಎಂಬ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೊಳಗಿನ ವ್ಯತ್ಯಾಸವು ಕ್ರಮೇಣ ಕಡಿಮೆಯಾಗುವುದು.

ಇದನ್ನು ಇನ್ನೂ ಮುಂದುವರಿಸಬಹುದಲ್ಲವೇ:

$$\frac{1}{3} - \frac{3333}{10000} = \frac{1}{30000}$$

ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತವಾಗಿ ಹೇಳಿದರೆ

$\frac{3}{10}, \frac{33}{100}, \frac{333}{1000}, \ldots$ ಎಂಬೀ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಮುಂದುವರಿಯುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು $\frac{1}{3}$ ಕ್ಕೆ ಹತ್ತಿರ ಹತ್ತಿರವಾಗುವುದು.

$\frac{3}{10}, \frac{33}{100}, \frac{333}{1000}, \ldots$ ಎಂಬಿವುಗಳ ದಶಮಾಂಶ ರೂಪವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಈ ವಿಚಾರವನ್ನು ಹೀಗೂ ಹೇಳಬಹುದು:

0.3, 0.33, 0.333, ... ಎಂಬೀ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಮುಂದುವರಿಯುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು $\frac{1}{3}$ ಕ್ಕೆ ಹತ್ತಿರ ಹತ್ತಿರವಾಗುವುದು.

ಇದನ್ನು ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತವಾಗಿ ಬರೆಯುವುದು ಹೀಗೆ:

$$\frac{1}{3} = 0.333\ldots$$

ಇಲ್ಲಿ 0.333 ... ಎಂಬ ದಶಮಾಂಶ ರೂಪವು ಮೊದಲು ನೋಡಿರುವ ದಶಮಾಂಶ ರೂಪಗಳಿಗಿಂತ ವಿಭಿನ್ನವಾಗಿದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಪ್ರತ್ಯೇಕವಾಗಿ ಗಮನಿಸಬೇಕು.

10ರ ಯಾವುದಾದರೊಂದು ಘಾತವು ಛೇದವಾಗಿರುವ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನಾಗಿದೆ ಮೊದಲ ಭಾಗದಲ್ಲಿ ದಶಮಾಂಶ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆದಿರುವುದು. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, 0.3 ಎಂಬುದು $\frac{3}{10}$ ಎಂಬ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಯ ದಶಮಾಂಶ ರೂಪ, 0.33 ಎಂಬುದು $\frac{33}{100}$ ಎಂಬ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಯ ದಶಮಾಂಶ ರೂಪ ಆಗಿದೆ.

ಆದರೆ 0.333... ಸೂಚಿಸುವುದು 10ರ ಯಾವುದೇ ಘಾತ ಛೇದವಾಗಿರುವ ಒಂದು ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನಲ್ಲ, 10ರ ಘಾತಗಳು ಛೇದವಾಗಿರುವ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಒಂದು ಸಾಲು ಕ್ರಮೇಣ ಹತ್ತಿರ ಹತ್ತಿರವಾಗುವ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದೆ. ಈಗ ಕಂಡುಕೊಂಡಂತೆ ಈ ರೀತಿ ಹತ್ತಿರ ಹತ್ತಿರಕ್ಕೆ ಬರುವ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆ $\frac{1}{3}$ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ ಇದನ್ನು $\frac{1}{3}$ ರ ದಶಮಾಂಶ ರೂಪ ಎಂದು ಹೇಳುವರು.

ಇನ್ನೊಂದು ಉದಾಹರಣೆಯನ್ನು ನೋಡುವ: $\frac{1}{6}$ ರ ಯಾವುದೇ ಸಮಾನ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳಲ್ಲಿ 10 ರ ಘಾತ ಛೇದವಾಗಿರುವ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಇಲ್ಲವಲ್ಲವೇ (ಯಾಕೆ?)

ಇದರ ದಶಮಾಂಶ ರೂಪವನ್ನು ಈ ಹೊಸ ವಿಧಾನದಲ್ಲಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ. ಅದಕ್ಕಾಗಿ ಈ ಮೊದಲು ಮಾಡಿದಂತೆ 10, 100, 1000, ... ಎಂಬೀ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು 6ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ ಈ ರೀತಿ ಬರೆಯಬಹುದು:

$$\frac{10}{6} = \frac{5}{3} = 1 + \frac{2}{3}$$

$$\frac{100}{6} = \frac{50}{3} = 16 + \frac{2}{3}$$

$$\frac{1000}{6} = \frac{500}{3} = 166 + \frac{2}{3}$$

ಇವುಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ, $\frac{1}{6}$ ನ್ನು 10ರ ಘಾತ ಛೇದವಾಗಿರುವ ಒಂದು ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ಇನ್ನೊಂದು ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಮೊತ್ತವಾಗಿ ಬರೆಯುವ:

$$\frac{1}{6} = \frac{1}{10} + \frac{2}{30} = \frac{1}{10} + \frac{1}{15}$$

$$\frac{1}{6} = \frac{16}{100} + \frac{2}{300} = \frac{16}{100} + \frac{1}{150}$$

$$\frac{1}{6} = \frac{166}{1000} + \frac{2}{3000} = \frac{166}{1000} + \frac{1}{1500}$$

ಇದರಿಂದ $\frac{1}{6}$ ಕ್ಕೆ ಹತ್ತಿರ ಹತ್ತಿರವಾಗಿರುವ, 10 ರ ಘಾತಗಳು ಛೇದವಾಗಿರುವ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಸಿಗುವುದಲ್ಲವೇ:

$$\frac{1}{6} - \frac{1}{10} = \frac{1}{15}$$

$$\frac{1}{6} - \frac{16}{100} = \frac{1}{150}$$

$$\frac{1}{6} - \frac{166}{1000} = \frac{1}{1500}$$

ಅಂದರೆ,

$\frac{1}{10}, \frac{16}{100}, \frac{166}{1000}, \ldots$ ಎಂಬೀ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಮುಂದುವರಿಯುವ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು (ಅಥವಾ 0.1, 0.16, 0.166, ... ಎಂಬಿತ್ಯಾದಿ ದಶಮಾಂಶ ರೂಪದಲ್ಲಿರುವ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು) $\frac{1}{6}$ ರ ಹತ್ತಿರ ಹತ್ತಿರ ಬರುವುದು.

ಇದನ್ನು ಚುಟುಕಾಗಿ, ದಶಮಾಂಶ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಹೀಗೆ ಬರೆಯಬಹುದು:

$$\frac{1}{6} = 0.1666\ldots$$

ಹೀಗೆ ದಶಮಾಂಶ ರೂಪವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವಾಗ 10, 100, 1000, ... ಎಂಬೀ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಭಾಗಿಸಲು, ಪ್ರತಿಯೊಂದನ್ನು ಮೊದಲಿನಿಂದಲೇ ಪ್ರಾರಂಭಿಸಬೇಕೆಂದಿಲ್ಲ. ಒಂದು ಭಾಗಾಕಾರದ ಮುಂದುವರಿಕೆಯಾಗಿ ಮುಂದಿನದ್ದನ್ನು ಮಾಡಬಹುದು.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ, $\frac{1}{7}$ ರ ದಶಮಾಂಶ ರೂಪವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು, ಮೊದಲು 10 ನ್ನು 7 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ ಹೀಗೆ ಬರೆಯಬಹುದು:

$$\frac{10}{7} = 1 + \frac{3}{7}$$

ನಂತರ $\frac{100}{7}$ ನ್ನು ಲೆಕ್ಕಹಾಕಲು ಇದನ್ನು 10 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದರೆ ಸಾಕಲ್ಲವೇ.

$$\frac{100}{7} = 10 + \frac{30}{7} = 10 + 4 + \frac{2}{7} = 14 + \frac{2}{7}$$

ಇದನ್ನು ಹೀಗೆ ಮುಂದುವರಿಸಬಹುದು:

$$\frac{1000}{7} = 140 + \frac{20}{7} = 142 + \frac{6}{7}$$

$$\frac{10000}{7} = 1420 + \frac{60}{7} = 1428 + \frac{4}{7}$$

ಸೊನ್ನೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ತಪ್ಪಾಗದಿರಲು ಘಾತಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸುವುದು ಅನುಕೂಲ:

$$\frac{10}{7} = 1 + \frac{3}{7}$$

$$\frac{10^2}{7} = 14 + \frac{2}{7}$$

$$\frac{10^3}{7} = 142 + \frac{6}{7}$$

$$\frac{10^4}{7} = 1420 + \frac{60}{7} = 1428 + \frac{4}{7}$$

$$\frac{10^5}{7} = 14280 + \frac{40}{7} = 14285 + \frac{5}{7}$$

$$\frac{10^6}{7} = 142850 + \frac{50}{7} = 142857 + \frac{1}{7}$$

ಇನ್ನೂ ಮುಂದುವರಿಯಬೇಕೆ? ಸ್ವಲ್ಪ ಆಲೋಚಿಸುವ, ಮುಂದಿನ ಭಾಗಾಕಾರ ಹೀಗಿದೆ.

$$\frac{10^7}{7} = 1428570 + \frac{10}{7}$$

ಇದರಲ್ಲಿ $\frac{10}{7}$ ಮೊದಲೇ ಕಂಡುಹಿಡಿದುದಲ್ಲವೇ? ಆಗ,

$$\frac{10^7}{7} = 1428571 + \frac{3}{7}$$

ಇನ್ನೂ ಮುಂದುವರಿದರೋ?

ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿನ ಕ್ರಿಯೆಗಳು $\frac{30}{7} = 4 + \frac{2}{7}$, ಅದರ ನಂತರ $\frac{20}{7} = 2 + \frac{6}{7}$ ಎಂಬೀ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಮೊದಲು ಮಾಡಿದ ಕ್ರಿಯೆಗಳು ಅದೇ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಆವರ್ತಿಸುವುದು; ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯಾ ಭಾಗದಲ್ಲಿ 1428571, 14285714, 142857142 ಎಂಬೀ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಈ ಮೊದಲು ಲೆಕ್ಕಹಾಕಿದ ಅಂಕೆಗಳೇ ಆವರ್ತಿಸುವುದು.

ಅಂದರೆ $\frac{1}{7}$ ರ ದಶಮಾಂಶ ರೂಪ, 142857 ಎಂಬ ಅಂಕೆ ಗುಂಪಿನ ಆವರ್ತನವಾಗಿದೆ. ಅಂದರೆ

$$\frac{1}{7} = 0.142857142857...$$

ಇದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ $\frac{2}{7}$ ರ ದಶಮಾಂಶ ರೂಪವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದರ ಕ್ರಮವನ್ನು ನೋಡಿರಿ:

$$\frac{20}{7} = 2 + \frac{6}{7}$$

$$\frac{200}{7} = 20 + \frac{60}{7} = 28 + \frac{4}{7}$$

$$\frac{2000}{7} = 280 + \frac{40}{7} = 285 + \frac{5}{7}$$

$$\frac{20000}{7} = 2850 + \frac{50}{7} = 2857 + \frac{1}{7}$$

ಮುಂದಿನ ಭಾಗಾಕಾರದಲ್ಲಿ ಬರುವುದು $\frac{10}{7}$ ಅಲ್ಲವೇ??

ಅದು ಈಗಾಗಲೇ ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕಿರುವುದಲ್ಲವೇ.

ಮಾತ್ರವಲ್ಲದೆ, ಮುಂದಿನ ಎರಡು ಭಾಗಾಕಾರಗಳಲ್ಲಿಯೂ $\frac{1}{7}$ ರಲ್ಲಿ ಕಂಡುಕೊಂಡಂತೆ $\frac{30}{7}, \frac{20}{7}$ ಎಂಬುದೇ ಸಿಗುವುದು. ಅದರ ನಂತರವೋ?

ಪುನಃ ಪ್ರಾರಂಭಿಸಿದ $\frac{60}{7}$ ಎಂಬುದೇ ಸಿಗುವುದು.

ಆಗ $\frac{2}{7}$ ರ ದಶಮಾಂಶ ರೂಪವು, ಯಾವ ಆರಂಕೆ ಸಂಖ್ಯಾ ಕ್ರಮದ ಆವರ್ತನವಾಗಿದೆ?

$$\frac{2}{7} = 0.285714285714...$$

ಇದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ $\frac{3}{7}$ ಹಾಗೂ $\frac{4}{7}$ ಎಂಬಿವುಗಳ ದಶಮಾಂಶ ರೂಪಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(1) ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಹತ್ತಿರ ಹತ್ತಿರ ಬರುವ 10ರ ಘಾತ ಛೇದವಾಗಿರುವ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದು, ದಶಮಾಂಶ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.

(i) $\frac{5}{6}$ (ii) $\frac{1}{9}$ (iii) $\frac{1}{11}$

(2) (i) $\frac{1}{10}, \frac{11}{100}, \frac{111}{1000}, \ldots$ ಎಂಬೀ ರೀತಿಯಲ್ಲಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು $\frac{1}{9}$ ರ ಹತ್ತಿರ ಹತ್ತಿರ ಬರುವುದೆಂದು ಸಾಧಿಸಿರಿ.

(ii) $\frac{1}{9}, \frac{2}{9}, \frac{3}{9}, \frac{4}{9}, \frac{5}{9}, \frac{6}{9}, \frac{7}{9}, \frac{8}{9}$ ಎಂಬಿವುಗಳ ದಶಮಾಂಶ ರೂಪವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(iii) $\frac{2}{3}$ ರ ದಶಮಾಂಶ ರೂಪ ಯಾವುದು?

(3) ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಕ್ರಿಯೆಗಳನ್ನು ಮಾಡಿ ದಶಮಾಂಶ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.

(i) $0.111... + 0.222...$ (ii) $0.333... + 0.777...$ (iii) $0.333... \times 0.666...$

(4) ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಯೊಂದಿಗಿರುವ ವ್ಯತ್ಯಾಸವು $\frac{1}{1000}$ ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆಯಾಗಿರುವ ಒಂದು ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಯ ದಶಮಾಂಶ ರೂಪವನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

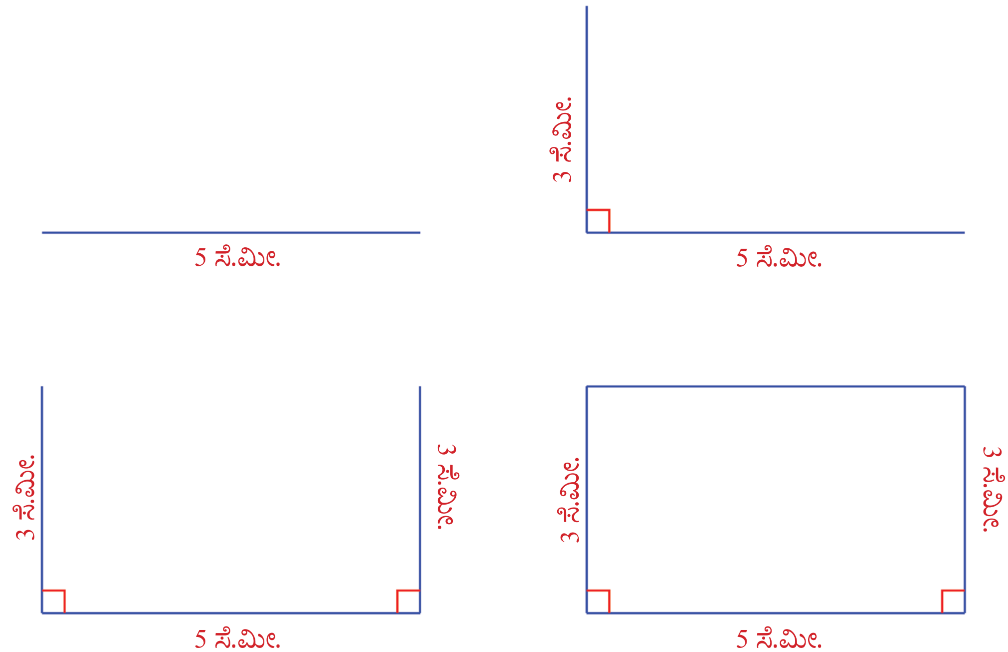
(i) $\frac{1}{3}$ (ii) $\frac{1}{6}$ (iii) $\frac{2}{3}$ (iv) $\frac{5}{6}$ (v) $\frac{1}{7}$

11

ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳು

ಭುಜಗಳೂ ಕೋನಗಳೂ

ಒಂದು ಆಯತವನ್ನು ರಚಿಸಲು ಎರಡು ಭುಜಗಳ ಉದ್ದಗಳು ತಿಳಿದಿದ್ದರೆ ಸಾಕು. ಉದಾಹರಣೆಗೆ ಭುಜಗಳ ಉದ್ದ 5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಮತ್ತು 3 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿರುವ ಆಯತವನ್ನು ರಚಿಸುವುದು ಹೇಗೆ?



ಹೀಗೆ 5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಉದ್ದವಿರುವ ಗೆರೆಯ ಎಡ ಮತ್ತು ಬಲಭಾಗದ ತುದಿಗಳಲ್ಲಿ 3 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಎತ್ತರವಿರುವ ಲಂಬಗಳನ್ನು ಎಳೆದು, ಮೇಲಿನ ತುದಿಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಿದರೆ ಆಯತವಾಗುವುದೇ?

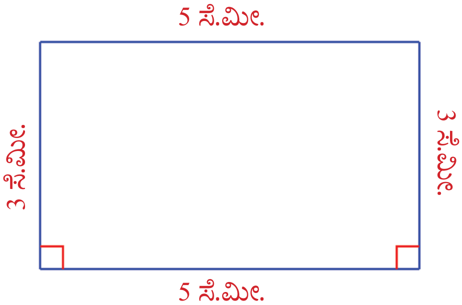
ಕೊನೆಗೆ ಎಳೆದ ಮೇಲಿನ ಭುಜದ ಉದ್ದ ಕೂಡ 5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿರುವುದೇ?

ಸಂಶಯವನ್ನು ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ನಿವಾರಿಸಬಹುದು:

(i) ಎಡ ಮತ್ತು ಬಲ ಭಾಗದ ಗೆರೆಗಳು ಕೆಳಗಿನ ಗೆರೆಯೊಂದಿಗೆ ಸಮಾನಕೋನವನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡುವುದರಿಂದ ಅವುಗಳು ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿವೆ (ಏಳನೇ ತರಗತಿಯ **ಸಮಾನಾಂತರ ಗೆರೆಗಳು** ಎಂಬ ಪಾಠ).

(ii) ಎಡ ಮತ್ತು ಬಲ ಭಾಗದ ಗೆರೆಗಳು ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿವೆ ಮತ್ತು ಅವುಗಳಿಗೆ ಸಮಾನ ಉದ್ದವಿರುವ ಕಾರಣ ಎಳೆದಿರುವ ಚತುರ್ಭುಜವು ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವಾಗಿರುವುದು (**ಸಮಾನ ತ್ರಿಕೋನಗಳು** ಎಂಬ ಪಾಠದ **ಎರಡು ಭುಜಗಳು** ಎಂಬ ಭಾಗ).

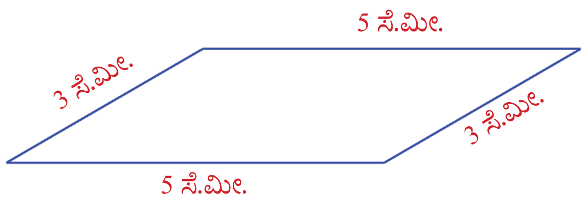
(iii) ಚತುರ್ಭುಜವು ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವಾದ ಕಾರಣ, ಮೇಲಿನ ಮತ್ತು ಕೆಳಗಿನ ಭುಜಗಳಿಗೆ ಸಮಾನ ಉದ್ದವಿರುವುದು (**ಸಮಾನ ತ್ರಿಕೋನಗಳು** ಎಂಬ ಪಾಠದ **ಎರಡು ಕೋನಗಳು** ಎಂಬ ಭಾಗ).

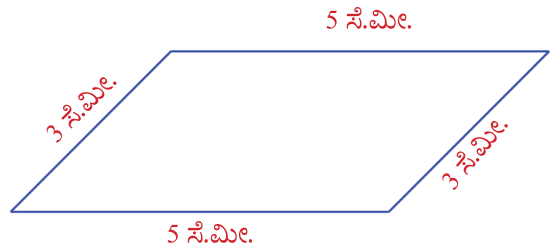


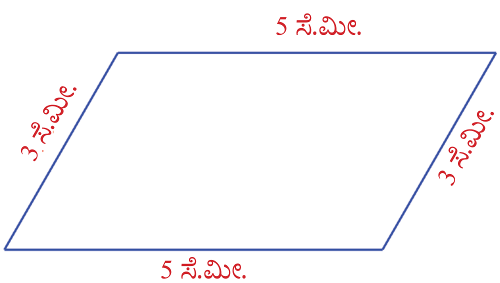
ಇನ್ನು ಭುಜಗಳ ಉದ್ದ 5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಮತ್ತು 3 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿರುವ ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ ಎಂದು ಹೇಳಿದರೋ? ಹಲವು ರೀತಿಯಲ್ಲಿವೆ,ಅಲ್ಲವೇ?

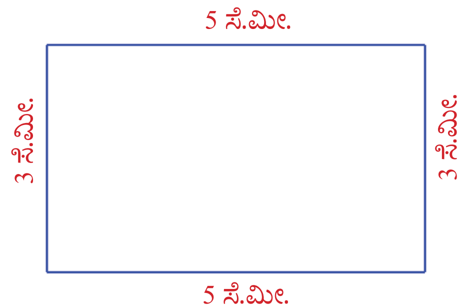
ಭುಜಗಳು ಬದಲಾಗದೆ

Segment with given length ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಉದ್ದ 5 ಆಗಿರುವ AB ಎಂಬ ಒಂದು ಗೆರೆಯನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಇದೇ ಟೂಲನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಉದ್ದ 3 ಆಗಿರುವ BC ಎಂಬ ಇನ್ನೊಂದು ಗೆರೆಯನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. A, B, C ಎಂಬೀ ಬಿಂದುಗಳು ಒಂದೇ ಗೆರೆಯಲ್ಲಿ ಬರದ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ C ಯ ಸ್ಥಾನವನ್ನು ಬದಲಾಯಿಸಿರಿ. A ಯನ್ನು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿ ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ತ್ರಿಜ್ಯ 3 ಆಗಿರುವ ಒಂದು ವೃತ್ತವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. A ಯ ಮೂಲಕ BC ಗೆ ಸಮಾನಾಂತರ ಗೆರೆಯನ್ನು ಎಳೆದು ಆ ಗೆರೆಯು ವೃತ್ತವನ್ನು ಖಂಡಿಸುವ ಬಿಂದುವನ್ನು D ಎಂದು ಗುರುತಿಸಿರಿ. DC ಯನ್ನು ಜೋಡಿಸಿದ ನಂತರ ಗೆರೆಗಳನ್ನು ಮತ್ತು ವೃತ್ತವನ್ನು ಮರೆಮಾಡಬಹುದು. Polygon ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ ABCD ಯನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ. C ಯ ಸ್ಥಾನವನ್ನು ಬದಲಾಯಿಸಿ ನೋಡಿರಿ.ಭುಜಗಳ ಉದ್ದ 5 ಮತ್ತು 3 ಆಗಿರುವ ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳು ಲಭಿಸುವುದಿಲ್ಲವೇ?





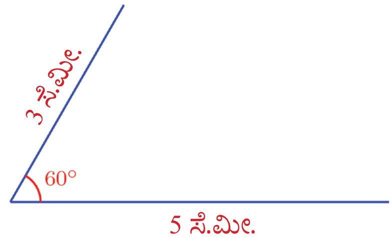




ಇವುಗಳಲ್ಲೆಲ್ಲಾ ಇರುವ ವ್ಯತ್ಯಾಸವೇನು?

ಹಾಗಾದರೆ ಭುಜಗಳ ಉದ್ದ 5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಮತ್ತು 3 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಎಂದು ಮಾತ್ರವಲ್ಲದೆ, ಭುಜಗಳ ಎಡೆಯಲ್ಲಿರುವ ಕೋನವು 60° ಎಂದೂ ಹೇಳಿದರೋ?

ಮೊದಲು 5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಉದ್ದದ ಒಂದು ಗೆರೆಯನ್ನು ಅಡ್ಡಕ್ಕೆ ಎಳೆದು ಅದರ ಒಂದು ತುದಿಯಲ್ಲಿ 60° ಓರೆಯಾಗಿರುವಂತೆ 3 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಉದ್ದದ ಗೆರೆಯನ್ನು ಎಳೆಯುವ:

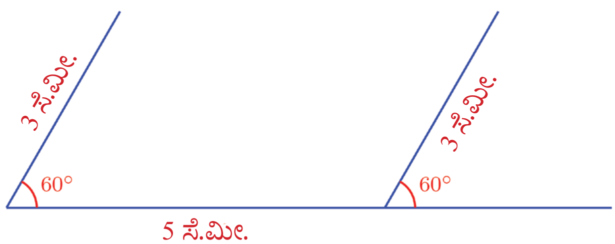


ಇನ್ನೇನು?

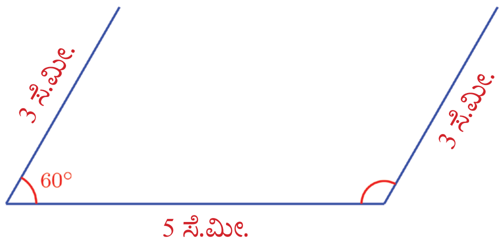
ಈ ಗೆರೆಯ ಮೇಲಿನ ತುದಿಯ ಮೂಲಕ ಕೆಳಗಿನ ಭುಜಕ್ಕೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿ ಒಂದು ಗೆರೆಯನ್ನು ಮತ್ತು ಕೆಳಗಿನ ಭುಜದ ಇನ್ನೊಂದು ತುದಿಯ ಮೂಲಕ ಎಡ ಬದಿಯ ಭುಜಕ್ಕೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿ ಒಂದು ಗೆರೆಯನ್ನು ಎಳೆದು ಜೋಡಿಸಬೇಕು. (ಸ್ಕೇಲ್ ಮತ್ತು ಮಟ್ಟವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಸಮಾನಾಂತರ ಗೆರೆಯನ್ನು ಎಳೆಯುವ ರೀತಿಯನ್ನು ಆರನೇ ತರಗತಿಯ **ಗೆರೆಗಳೂ ಕೋನಗಳೂ** ಎಂಬ ಪಾಠದ **ಸಂಧಿಸದ ಗೆರೆಗಳು** ಎಂಬ ಭಾಗದಲ್ಲಿ ನೋಡಿದ್ದೀರಲ್ಲವೇ):

ಇನ್ನೂ ಸ್ವಲ್ಪ ಸುಲಭದಲ್ಲಿ ಎಳೆಯಲು ಯಾವುದಾದರೂ ದಾರಿ ಇದೆಯೇ? (ಈಗ ಹೇಳಿರುವುದನ್ನು ಜಿಯೋಜಿಬ್ರದಲ್ಲಿ ಎಳೆಯುವುದು ಸುಲಭ)

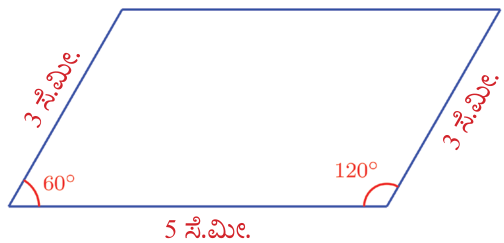
ಕೆಳಗಿನ ಗೆರೆಯನ್ನು ಸ್ವಲ್ಪ ಬಲಕ್ಕೆ ಮುಂದುವರಿಸಿ, ಬಲಭಾಗದ ತುದಿಯಲ್ಲೂ 60° ಓರೆಯಾಗಿರುವಂತೆ, 3 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಉದ್ದವಿರುವ ಒಂದು ಗೆರೆಯನ್ನು ಎಳೆದರೂ ಸಾಕಲ್ಲವೇ:



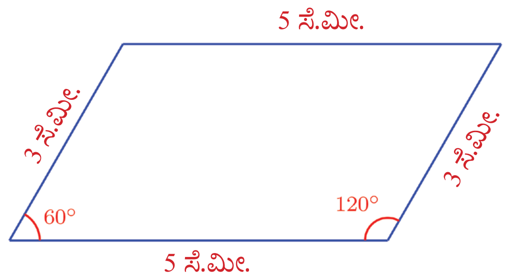
ಕೆಳಗಿನ ಗೆರೆಯನ್ನು ಮುಂದುವರಿಸದೆ ಬಾಗಿದ ಗೆರೆಯ ಇನ್ನೊಂದು ಭಾಗದಲ್ಲಿರುವ ಕೋನವನ್ನು ಎಳೆದರೂ ಸಾಕು:



ಅದನ್ನು ಎಷ್ಟು ಡಿಗ್ರಿಯಾಗಿ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಬೇಕು?

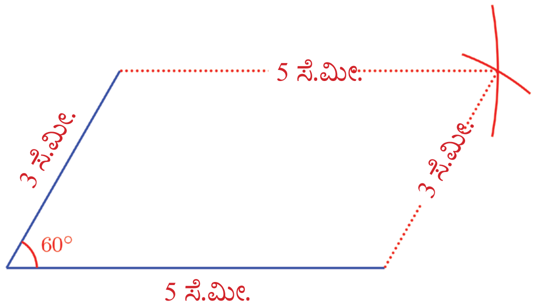


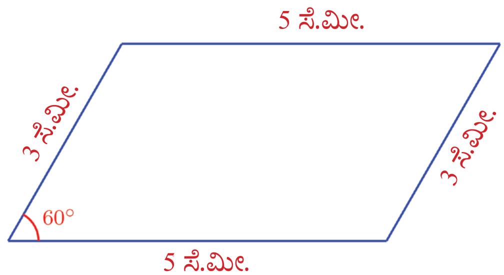
ಮೇಲಿನ ಭುಜದ ಉದ್ದವು 5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿರುವುದೆಂದು, ಆಯತದ ವಿಚಾರದಲ್ಲಿ ಉಪಯೋಗಿಸಿದ ಅದೇ ತತ್ವಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಸಾಧಿಸಬಹುದಲ್ಲವೇ.



ಅಡ್ಡಕ್ಕೆ 5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಉದ್ದದ ಒಂದು ಗೆರೆ ಮತ್ತು ಅದರ ಒಂದು ತುದಿಯಲ್ಲಿ 60° ಓರೆಯಾಗಿರುವಂತೆ 3 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಗೆರೆಯನ್ನು ಎಳೆದ ನಂತರ,ಇನ್ನೊಂದು ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಮುಂದುವರಿದರೋ?

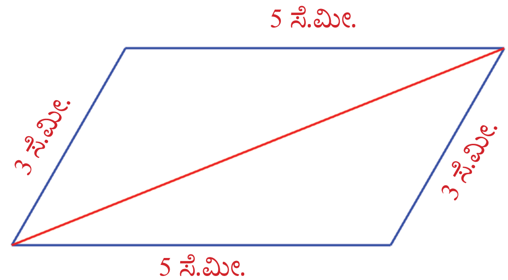
ಅಡ್ಡಕ್ಕೆ ಇರುವ ಗೆರೆಯ ಇನ್ನೊಂದು ತುದಿಯಿಂದ 3 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ದೂರದಲ್ಲಿ ಹಾಗೂ ಓರೆಯಾಗಿರುವ ಗೆರೆಯ ಮೇಲಿನ ತುದಿಯಿಂದ 5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ದೂರದಲ್ಲಿ ಇರುವ ಬಿಂದುವಾಗಿದೆಯಲ್ಲವೇ ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ನಾಲ್ಕನೇ ಮೂಲೆ?



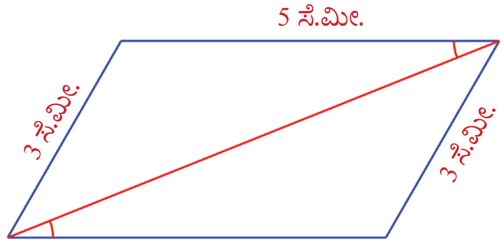


ಆಗ ಒಂದು ಸಂಶಯ ಬರಬಹುದು: ವಿರುದ್ಧ ಭುಜಗಳು ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿವೆಯೇ?

ಅದನ್ನು ಪರಿಶೋಧಿಸಲು, ಹೀಗೆ ರಚಿಸಿದ ಚತುರ್ಭುಜಕ್ಕೆ ಒಂದು ಕರ್ಣವನ್ನು ಎಳೆದು, ಅದನ್ನು ಎರಡು ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನಾಗಿ ಮಾಡಬಹುದು:



ಈ ತ್ರಿಕೋನಗಳಲ್ಲಿ ಎರಡು ಜೊತೆ ಭುಜಗಳಿಗೆ ಒಂದೇ ಉದ್ದವಿರುವುದು; ಮೂರನೇ ಭುಜವು ಎರಡೂ ತ್ರಿಕೋನಗಳಿಗೆ ಒಂದೇ ಗೆರೆಯಾಗಿರುವುದು. ಹಾಗಾದರೆ ಸಮಾನವಾಗಿರುವ ಭುಜಗಳ ಎದುರಿರುವ ಕೋನಗಳೂ ಸಮಾನವಾಗಬೇಕಲ್ಲವೇ. ಅಂದರೆ ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಗುರುತಿಸಿರುವ ಕೋನಗಳು ಸಮಾನವಾಗಿವೆ:



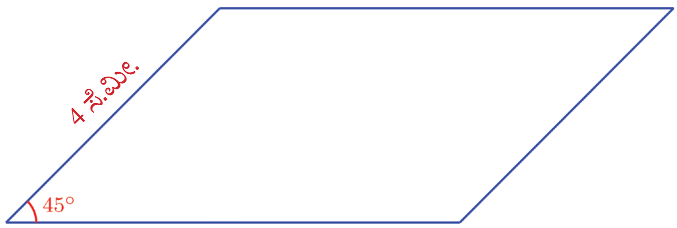
ಈ ಕೋನಗಳು ಮೇಲಿನ ಮತ್ತು ಕೆಳಗಿನ ಭುಜಗಳನ್ನು ಕರ್ಣವು ಸಂಧಿಸುವಾಗ ಉಂಟಾಗುವ ಎರಡು ಸಣ್ಣ ಕೋನಗಳಾಗಿವೆಯಲ್ಲವೇ. ಈ ಕೋನಗಳು ಸಮಾನವಾಗಿರುವುದರಿಂದ, ಈ ಭುಜಗಳು ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿವೆ. ಅವುಗಳ ಉದ್ದವೂ ಸಮಾನವಾಗಿರುವ ಕಾರಣ ಚತುರ್ಭುಜವು ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವಾಗಿರುವುದು.

ಭುಜಗಳ ಉದ್ದವು ಬೇರೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾದರೂ,ಇದೇ ತತ್ವಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ, ಚತುರ್ಭುಜವು ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವಾಗಿರುವುದೆಂದು ಸಾಧಿಸಬಹುದಲ್ಲವೇ.

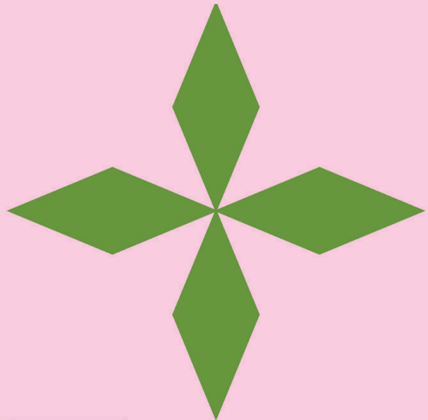
ಹಾಗಾದರೆ ಯಾವುದೇ ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿರುದ್ಧ ಭುಜಗಳು ಸಮಾನವಾಗಿವೆ ಎಂಬುವುದನ್ನು ಈ ರೀತಿ ತಿರುಗಿಸಿ ಹೇಳಬಹುದು:

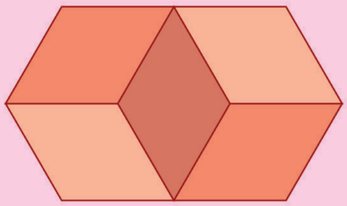
ಒಂದು ಚತುರ್ಭುಜದ ಎರಡು ಜೊತೆ ವಿರುದ್ಧ ಭುಜಗಳು ಸಮಾನವಾಗಿರುವುದಾದರೆ ಅದು ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವಾಗಿರುವುದು.

ಹಾಗೆ, ಒಂದು ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಎರಡು ಭುಜಗಳು ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಎಡೆಯಲ್ಲಿರುವ ಕೋನವನ್ನು ಹೇಳಿದರೆ, ಆ ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ಹಲವು ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ರಚಿಸಬಹುದು. ಯಾವುದಾದರೂ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ, ಕೆಳಗೆ ತೋರಿಸಿರುವ ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ ನೋಡಿರಿ:



(1) ಸಮಾನವಾಗಿರುವ ಮೂರು, ನಾಲ್ಕು, ಐದು ಸಮಾನಾಂತರ ಸಮಚತುರ್ಭುಜಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಿದ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ಕೆಳಗೆ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಪ್ರತಿಯೊಂದನ್ನು ರಚಿಸಿ ಬಣ್ಣವನ್ನು ನೀಡಿರಿ.





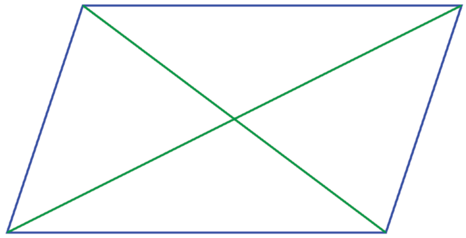
(2) ಸಮಾನವಾಗಿರುವ ಮೂರು ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳು ಮತ್ತು ಒಂದು ಸಮಭುಜ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ಜೋಡಿಸಿದ ಈ ಚಿತ್ರವನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ:

(3) ಸಮಾನವಾಗಿರುವ ನಾಲ್ಕು ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳು ಮತ್ತು ನಾಲ್ಕು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನಗಳು ಸೇರಿರುವ ಈ ಚಿತ್ರವನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.

ಈ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ಜಿಯೋಜಿಬ್ರದಲ್ಲಿ ರಚಿಸಿ ಬಣ್ಣವನ್ನು ನೀಡಿರಿ. ಸುಲಭದಲ್ಲಿ ಎಳೆಯಲು ಗ್ರಿಡ್ಡನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಬಹುದು.

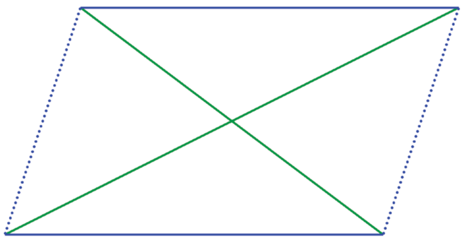
ಕರ್ಣಗಳು

ಒಂದು ಸಮಾನಾಂತರ ಸಮಚತುರ್ಭುಜದ ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಲಂಬಸಮಭಾಜಕಗಳಾಗಿವೆ ಎಂದೂ, ಬದಲಾಗಿ ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಲಂಬ ಸಮಭಾಜಕಗಳಾಗಿರುವ ಒಂದು ಚತುರ್ಭುಜವು ಸಮಾನಾಂತರ ಸಮಚತುರ್ಭುಜವಾಗಿರುವುದೆಂದೂ ನೋಡಿದ್ದೇವಲ್ಲವೇ (**ಸಮಭಾಜಕಗಳು** ಎಂಬ ಪಾಠದ **ಸಮಾನಾಂತರ ಸಮಚತುರ್ಭುಜಗಳು** ಎಂಬ ಭಾಗ).

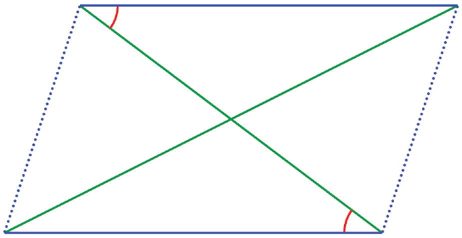


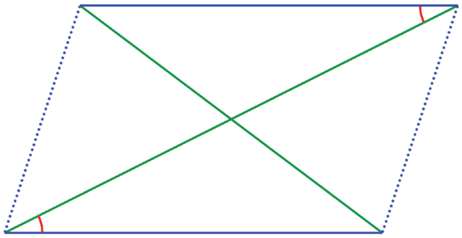
ಎಲ್ಲಾ ಭುಜಗಳಿಗೂ ಸಮಾನ ಉದ್ದವಿಲ್ಲದ ಒಂದು ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿ ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಲಂಬವಾಗಿ ಇರುವುದಿಲ್ಲ;

ಆದರೆ ಅವುಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮಭಾಗ ಮಾಡುತ್ತವೆ ಎಂದು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಕಷ್ಟವೇನಲ್ಲ.ಅದಕ್ಕಾಗಿ ಕರ್ಣಗಳು ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ವಿಭಜಿಸಿ ಉಂಟುಮಾಡುವ ನಾಲ್ಕು ತ್ರಿಕೋನಗಳಲ್ಲಿ ಮೇಲಿನ ಮತ್ತು ಕೆಳಗಿನ ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನು ಮಾತ್ರ ನೋಡುವ:



ಎರಡೂ ತ್ರಿಕೋನದ ನೀಲ ಭುಜಗಳು, ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿರುದ್ಧ ಭುಜಗಳಾಗಿರುವ ಕಾರಣ, ಸಮಾನವಾಗಿರುವುವು. ಈ ಭುಜಗಳು ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿರುವುದರಿಂದ, ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ಹಸಿರು ಗೆರೆಗಳು ಸಂಧಿಸುವಾಗ ಉಂಟಾಗುವ ಸಣ್ಣ ಕೋನಗಳು ಸಮಾನವಾಗಿರುವುವು; ಅಂದರೆ, ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಚಿತ್ರದಲ್ಲೂ ಗುರುತಿಸಿರುವ ಕೋನಗಳು ಸಮಾನವಾಗಿರುವುವು.



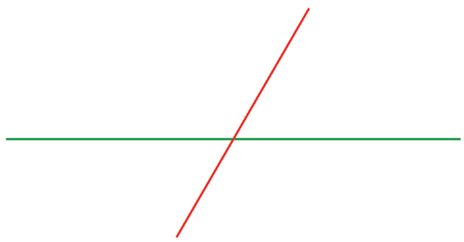


ಹಾಗೆ ಈ ಎರಡು ತ್ರಿಕೋನಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು ಭುಜ ಮತ್ತು ಅದರಲ್ಲಿರುವ ಎರಡು ಕೋನಗಳು ಸಮಾನವಾಗಿರುವ ಕಾರಣ ಅವುಗಳ ಸಮಾನವಾಗಿರುವ ಕೋನಗಳಿಗೆ ಎದುರಿರುವ ಭುಜಗಳೂ ಸಮಾನವಾಗಿರುವುವು.

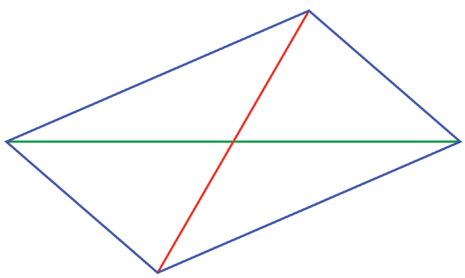
ಆಗ ಮೇಲಿನ ಚಿತ್ರಗಳಿಂದ ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಕರ್ಣವನ್ನು ಇನ್ನೊಂದು ಕರ್ಣವು ಖಂಡಿಸುವ ಭಾಗಗಳು ಸಮಾನವಾಗಿರುವುದೆಂದು ಕಾಣಬಹುದು; ಅಂದರೆ ಅವುಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮಭಾಗ ಮಾಡುತ್ತವೆ.

ಬದಲಾಗಿ ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮಭಾಗ ಮಾಡುವ ಯಾವುದೇ ಒಂದು ಚತುರ್ಭುಜವು ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವಾಗಿರುವುದೇ?

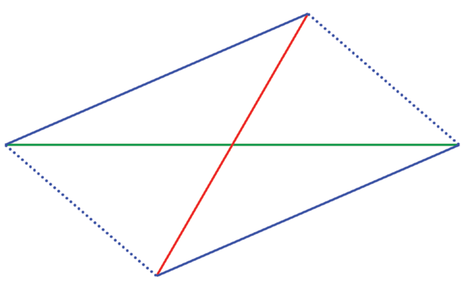
ಇದನ್ನು ಪರಿಶೋಧಿಸಲು ಅಂತಹ ಒಂದು ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ಎಳೆದು ನೋಡುವ. ಮೊದಲು ಒಂದು ಗೆರೆ ಮತ್ತು ಅದರ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವಿನ ಮೂಲಕ ಇನ್ನೊಂದು ಗೆರೆಯನ್ನು ಎಳೆಯುವ.



ಇನ್ನು ಈ ಗೆರೆಯ ಎರಡು ಭಾಗಗಳಲ್ಲಿಯೂ ಸಮಾನ ಉದ್ದವನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ ಒಂದು ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸ ಬಹುದು:



ಹೀಗೆ ಉಂಟಾಗುವ ನಾಲ್ಕು ತ್ರಿಕೋನಗಳಲ್ಲಿ, ಎಡಭಾಗದಲ್ಲಿ ಮೇಲೆ ಮತ್ತು ಬಲಭಾಗದಲ್ಲಿ ಕೆಳಗೆ ಇರುವ ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನು ಹೋಲಿಸಿ ನೋಡುವ;

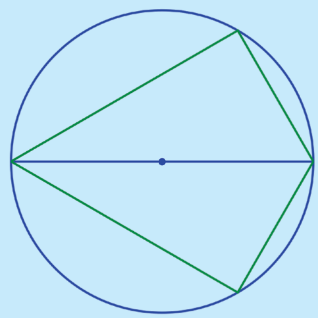


ಎಳೆದುದಕ್ಕನುಸರಿಸಿ,ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಹಸಿರು ಗೆರೆಗಳಿಗೆ ಸಮಾನ ಉದ್ದವಿರುವುದು.ಕೆಂಪು ಗೆರೆಗಳಿಗೂ ಸಮಾನ ಉದ್ದವಿರುವುದು. ಇವುಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಖಂಡಿಸಿ ಹಾದು ಹೋಗುವಾಗ ಉಂಟಾಗುವ ಕೋನಗಳು ವಿರುದ್ಧ ಕೋನಗಳಾಗಿರುವುದರಿಂದ,ಈ ಭುಜಗಳ ಎಡೆಯಲ್ಲಿರುವ ಕೋನಗಳು ಸಮಾನವಾಗಿರುವುವು. (ಆರನೇ ತರಗತಿಯ **ಗೆರೆಗಳೂ ಕೋನಗಳೂ** ಎಂಬ ಪಾಠದ **ಸಂಧಿಸುವ ಗೆರೆಗಳು** ಎಂಬ ಭಾಗ).

Segment ಉಪಯೋಗಿಸಿ AB ಎಂಬ ಒಂದು ಗೆರೆಯನ್ನು ಎಳೆದು Midpoint or Centre ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಅದರ ಮಧ್ಯಬಿಂದು C ಗುರುತಿಸಿರಿ. C ಕೇಂದ್ರವಾಗಿ ಒಂದು ವೃತ್ತವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ D ಎಂಬ ಒಂದು ಬಿಂದುವನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ C, D ಎಂಬೀ ಬಿಂದುಗಳ ಮೂಲಕ ಹಾದು ಹೋಗುವ ಗೆರೆಯನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಈ ಗೆರೆಯು ವೃತ್ತವನ್ನು ಸಂಧಿಸುವ ಬಿಂದುವನ್ನು E ಎಂದು ಗುರುತಿಸಿರಿ. ಗೆರೆ ಮತ್ತು ವೃತ್ತವನ್ನು ಮರೆಮಾಡಿದ ನಂತರ DE ಗೆರೆಯನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಚತುರ್ಭುಜ ADBE ಯನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಇದೊಂದು ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ ವಾಗಿರುವುದೇ? ಭುಜಗಳ ಉದ್ದವನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ ನೋಡಿರಿ. ಮೂಲೆಗಳ ಸ್ಥಾನವನ್ನು ಬದಲಾಯಿಸಿ ನೋಡಿರಿ. AB, DE ಎಂಬೀ ಕರ್ಣಗಳ ಉದ್ದವು ಸಮಾನವಾಗುವಾಗ ಚತುರ್ಭುಜಕ್ಕೆ ಏನು ಸಂಭವಿಸುವುದು? ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಲಂಬವಾಗುವಾಗಲೋ?

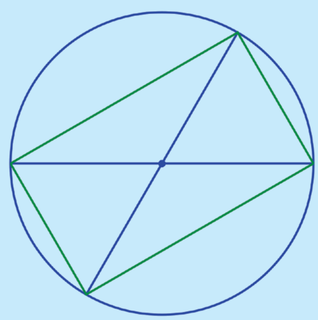
ಆಯತವು ವೃತ್ತದಲ್ಲಿಯೂ

ಒಂದು ವೃತ್ತವನ್ನು ರಚಿಸಿ ಅದರ ಒಂದು ವ್ಯಾಸವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ವೃತ್ತದ ಎರಡು ಅರ್ಧಗಳಲ್ಲಿಯೂ ಒಂದೊಂದು ಬಿಂದುವನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ ವ್ಯಾಸದ ತುದಿಗಳೊಂದಿಗೆ ಜೋಡಿಸಿರಿ.



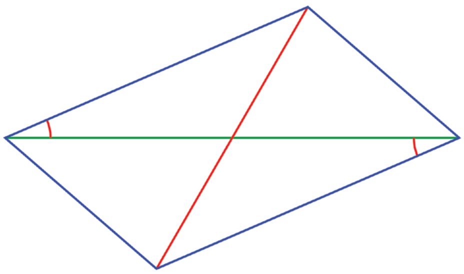
ಹೀಗೆ ಸಿಗುವ ಚತುರ್ಭುಜವು ಆಯತವಾಗಿರ ಬೇಕೆಂದಿಲ್ಲ. ಆದರೆ ವ್ಯಾಸದ ಎರಡು ಬದಿಗಳಲ್ಲಿರುವ ಎರಡು ಕೋನಗಳು ಲಂಬಕೋನಗಳಾಗಿವೆ (ಯಾಕೆ?). ಇತರ ಎರಡು ಕೋನಗಳೋ?

ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿರುವ ಲಂಬ ಮೂಲೆಗಳು ಇನ್ನೊಂದು ವ್ಯಾಸದ ತುದಿಗಳಲ್ಲಾದರೋ?



ನಾಲ್ಕು ಮೂಲೆಗಳೂ ಲಂಬ ಮೂಲೆಗಳಾದುವು. ಅಂದರೆ ಚತುರ್ಭುಜವು ಆಯತವಾಯಿತು.

ಆಗ, ಈ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಮೂರನೇ (ನೀಲ) ಭುಜಗಳು ಮತ್ತು ಸಮಾನ ಉದ್ದವಿರುವ ಭುಜಗಳ ಎದುರಿರುವ ಇತರ ಎರಡು ಕೋನಗಳು ಸಮಾನವಾಗಿರುವುವು.



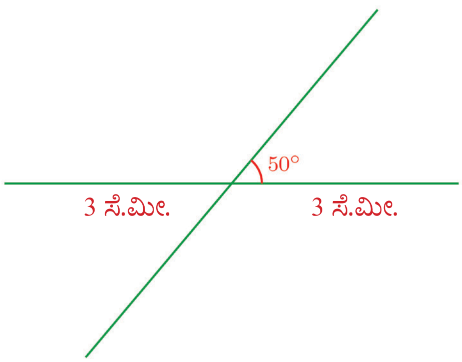
ಅಂದರೆ, ನಮ್ಮ ಚತುರ್ಭುಜದ ಮೇಲಿನ ಮತ್ತು ಕೆಳಗಿನ ಭುಜಗಳು ಸಮಾನವಾಗಿವೆ; ಅವುಗಳು ಹಸಿರು ಗೆರೆಯೊಂದಿಗೆ ಉಂಟು ಮಾಡುವ ಕೋನಗಳೂ ಸಮಾನವಾಗಿವೆ.

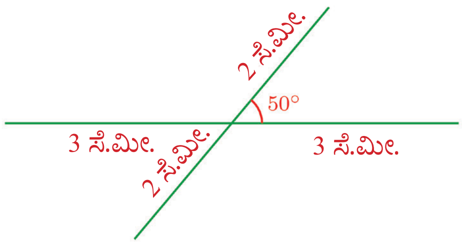
ಆದುದರಿಂದ ನೀಲ ಗೆರೆಗಳು ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿವೆ.ಎರಡು ಭುಜಗಳು ಸಮಾನವೂ ಸಮಾನಾಂತರವೂ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ, ಚತುರ್ಭುಜವು ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವಾಗಿರುವುದು.

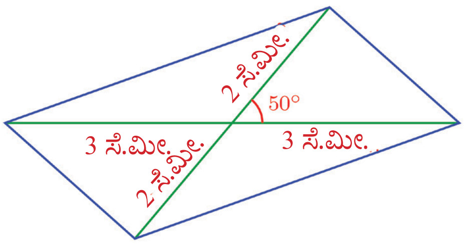
ಯಾವುದೇ ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿ ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮಭಾಗ ಮಾಡುವುವು; ಬದಲಾಗಿ, ಕರ್ಣಗಳು ಸಮಭಾಗ ಮಾಡುವ ಯಾವುದೇ ಚತುರ್ಭುಜವು ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವಾಗಿರುವುದು.

ಸಮಾನಾಂತರ ಸಮಚತುರ್ಭುಜವಾದರೆ,ಕರ್ಣಗಳ ಎಡೆಯಲ್ಲಿರುವ ಕೋನವು ಲಂಬವಾಗಿರುವುದು;ಭುಜಗಳ ಉದ್ದವು ಸಮಾನವಲ್ಲದ ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳಲ್ಲಿ, ಈ ಕೋನವು ಹಲವು ಅಳತೆಗಳಲ್ಲಿ ಆಗಿರುವುದು:

ಹಾಗಾದರೆ ಕರ್ಣಗಳ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಎಡೆಯಲ್ಲಿರುವ ಕೋನವನ್ನು ಹೇಳಿದರೆ,ಅದಕ್ಕನುಸಾರವಾಗಿ ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಬಹುದು.ಉದಾಹರಣೆಗಾಗಿ ಕರ್ಣಗಳ ಉದ್ದ 6 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್, 4 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಎಡೆಯಲ್ಲಿರುವ ಕೋನ $50°$ ಆಗಿರುವ ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ರಚಿಸಬಹುದು:

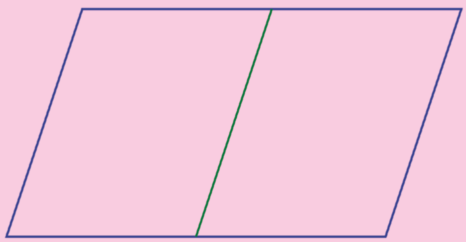




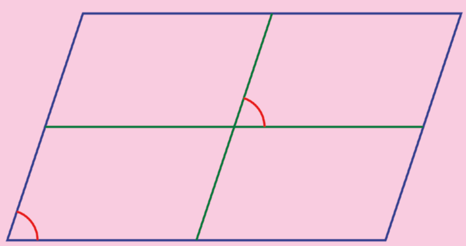


(1) ಕರ್ಣಗಳ ಉದ್ದ 8 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್, 6 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಎಡೆಯಲ್ಲಿರುವ ಕೋನ 60° ಆಗಿರುವ ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.

(2) ಒಂದು ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿರುದ್ಧ ಭುಜಗಳ ಮಧ್ಯಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಿ ಎಳೆಯುವ ಗೆರೆಯು ಇತರ ಎರಡು ಭುಜಗಳಿಗೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿರುವುದೆಂದು ಸಾಧಿಸಿರಿ:



(3) ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ ಮತ್ತು ಅದರ ವಿರುದ್ಧಭುಜಗಳ ಮಧ್ಯಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಿದ ಗೆರೆಗಳನ್ನು ತೋರಿಸಲಾಗಿದೆ.

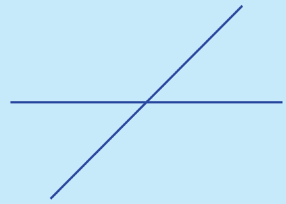


(i) ಈ ಗೆರೆಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮಭಾಗ ಮಾಡುವುವು ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿರಿ.

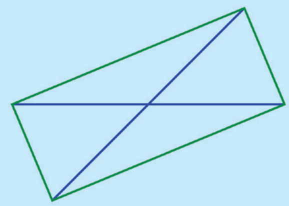
(ii) ಈ ಗೆರೆಗಳ ಎಡೆಯಲ್ಲಿರುವ ಒಂದು ಕೋನವು ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಭುಜಗಳ ಎಡೆಯಲ್ಲಿರುವ ಕೋನಕ್ಕೆ ಸಮಾನವಾಗಿರುವುದೆಂದು ಸಾಧಿಸಿರಿ.

ಕರ್ಣಗಳ ವಿಶೇಷತೆ

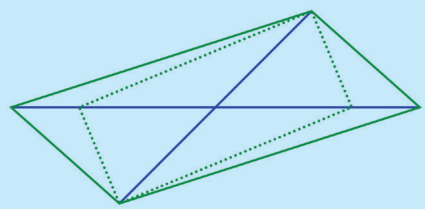
ಸಮಾನ ಉದ್ದವಿರುವ ಎರಡು ಗೆರೆಗಳನ್ನು ಪರಸ್ಪರ ಸಮಭಾಜಕಗಳಾಗುವಂತೆ, ಆದರೆ ಲಂಬವಲ್ಲದಂತೆ ಎಳೆಯಿರಿ.



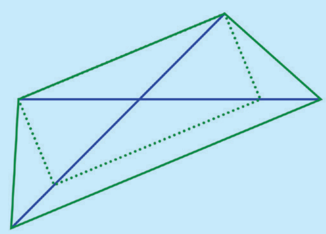
ಇವುಗಳ ತುದಿಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಿದರೆ ಹೇಗಿರುವ ಚತುರ್ಭುಜವು ಲಭಿಸುವುದು?



ಇನ್ನು, ಒಂದು ಗೆರೆಯ ಉದ್ದವನ್ನು ಎರಡೂ ತುದಿಗಳಿಂದ ಸಮಾನ ದೂರಕ್ಕೆ ಮುಂದುವರಿಸಿ ತುದಿಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಿದರೋ?



ಇನ್ನುಮೊದಲ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿಒಂದು ಗೆರೆಯನ್ನುಎರಡು ಭಾಗಕ್ಕೂ ಒಂದೇ ರೀತಿ ಮುಂದುವರಿಸುವುದರ ಬದಲು ಅಡ್ಡಕ್ಕೆ ಇರುವ ಗೆರೆಯನ್ನು ಬಲಕ್ಕೆ ಮತ್ತು ಓರೆಯಾಗಿರುವ ಗೆರೆಯನ್ನು ಕೆಳಕ್ಕೂ ಒಂದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಮುಂದುವರಿಸಿ ತುದಿಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಿದರೋ?



(4) ಕರ್ಣಗಳ ಉದ್ದ 6.5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್, 4.5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಎಡೆಯಲ್ಲಿರುವ ಕೋನ 70° ಆಗಿರುವ ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.

(5) ಒಂದು ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಕರ್ಣಗಳ ಉದ್ದಗಳು ಸಮಾನವಾಗಿರುವುದಾದರೆ ಅದೊಂದು ಆಯತವಾಗಿರುವುದು ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿರಿ.

(6) ಕರ್ಣಗಳ ಉದ್ದ 6 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಎಡೆಯಲ್ಲಿರುವ ಕೋನ 60° ಆಗಿರುವ ಆಯತವನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.

ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

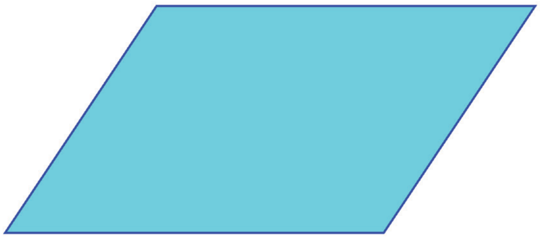
ಒಂದು ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು, ಭುಜಗಳ ಉದ್ದಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿರುವುದು.

ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವಾದರೋ?

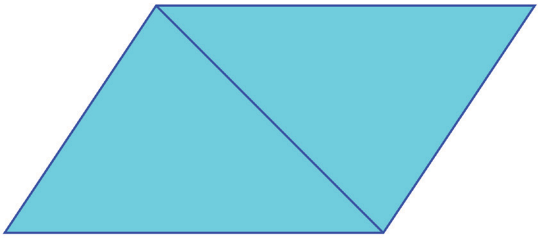
ಭುಜಗಳ ಉದ್ದ ಸಮಾನವಾಗಿರುವ ಹಲವು ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳನ್ನು ರಚಿಸಬಹುದೆಂದು ಪಾಠದ ಆರಂಭದಲ್ಲಿ ನೋಡಿದ್ದೇವಲ್ಲವೇ;ಇವುಗಳಿಗೆಲ್ಲ ಸಮಾನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಇರಬೇಕೆಂದಿಲ್ಲ.

ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಯಾವ ಅಳತೆಗಳು ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ನಿರ್ಣಯಿಸುವುದು?

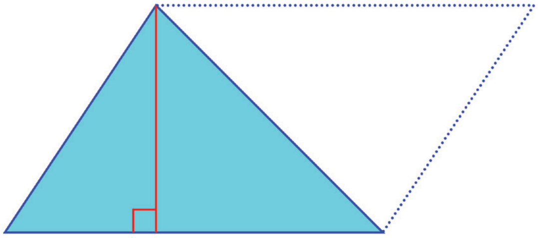
ಈ ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ನೋಡಿರಿ:



ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು, ಮೊದಲು ಒಂದು ಕರ್ಣವನ್ನು ಎಳೆದು ಇದನ್ನು ಎರಡು ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನಾಗಿ ವಿಭಜಿಸುವ:



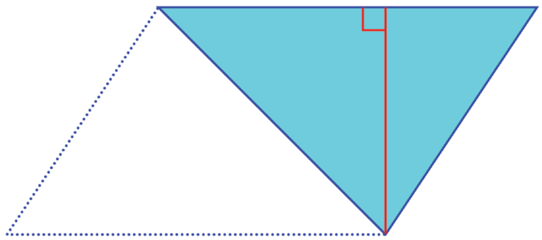
ಎಡಬದಿಯ ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಯಾವೆಲ್ಲ ಅಳತೆಗಳು ಬೇಕು?



ತ್ರಿಕೋನದ ಕೆಳಗಿನ ಭುಜದ ಮತ್ತು ಅದರಿಂದ ಮೇಲಿನ ಮೂಲೆಗೆ ಇರುವ ಎತ್ತರದ ಗುಣಲಬ್ಧದ ಅರ್ಧವಾಗಿದೆಯಲ್ಲವೇ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ.

ತ್ರಿಕೋನದ ಕೆಳಗಿನ ಭುಜವು,ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಕೆಳಗಿನ ಭುಜವೇ ಆಗಿದೆ.ತ್ರಿಕೋನದ ಮೇಲಿನ ಮೂಲೆಗೆ ಇರುವ ಎತ್ತರವೋ?

ಅದು ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಕೆಳಗಿನ ಮತ್ತು ಮೇಲಿನ ಸಮಾನಾಂತರ ಭುಜಗಳೊಳಗಿನ ಅಂತರವಲ್ಲವೇ? ಇನ್ನು ಬಲಬದಿಯ ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವೋ?

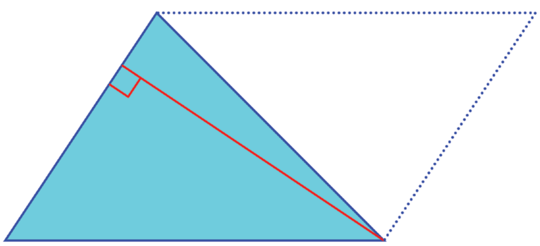


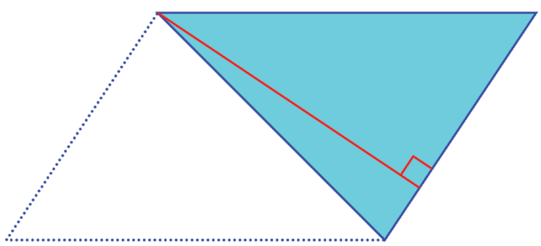
ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಮೇಲಿನ ಭುಜ, ಕೆಳಗಿನ ಮತ್ತು ಮೇಲಿನ ಭುಜಗಳೊಳಗಿನ ಅಂತರದ ಗುಣಲಬ್ಧದ ಅರ್ಧವಾಗಿರುವುದು.

ಆಗ, ಎರಡು ತ್ರಿಕೋನಗಳಿಗೂ ಸಮಾನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವುದು. ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು,ಈ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಮೊತ್ತವಾಗಿದೆಯಲ್ಲವೇ.ಅಂದರೆ, ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಎರಡು ಮಡಿ. ಅದೆಷ್ಟಾಗಿರುವುದು?

ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಕೆಳಗಿನ (ಅಥವಾ ಮೇಲಿನ) ಭುಜ, ಕೆಳಗಿನ ಮತ್ತು ಮೇಲಿನ ಭುಜಗಳೊಳಗಿನ ಅಂತರದ ಗುಣಲಬ್ಧ.

ತ್ರಿಕೋನಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು, ಕೆಳಗಿನ ಮತ್ತು ಮೇಲಿನ ಭುಜಗಳಿಗೆ ಬದಲಾಗಿ, ಎಡ ಮತ್ತು ಬಲಭಾಗದ ಭುಜಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿದರೋ?





ಪ್ರತಿಯೊಂದು ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಹೇಗೆ ಹೇಳಬಹುದು?

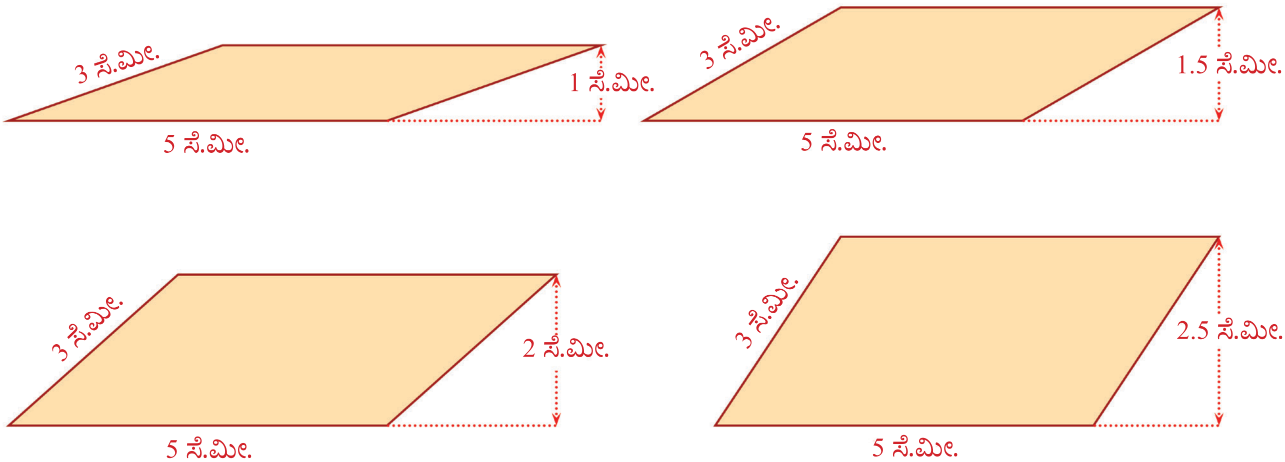
ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವೋ?

ಎಡಭಾಗದ (ಅಥವಾ ಬಲಭಾಗದ) ಭುಜದ ಉದ್ದ, ಎಡ ಮತ್ತು ಬಲ ಭಾಗದ ಭುಜಗಳೊಳಗಿನ ಅಂತರದ ಗುಣಲಬ್ಧ, ಅಲ್ಲವೇ?

ಹಾಗಾದರೆ ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಒಂದು ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಕುರಿತು ಏನನ್ನು ಹೇಳಬಹುದು?

> ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು,ಯಾವುದಾದರೂ ಒಂದು ಭುಜದ ಮತ್ತು ಆ ಭುಜದಿಂದ ವಿರುದ್ಧ ಭುಜಕ್ಕಿರುವ ಅಂತರದ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿರುವುದು.

ಈ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ನೋಡಿರಿ:



ನಾಲ್ಕೂ ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳ ಭುಜಗಳ ಉದ್ದ 5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್, 3 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿವೆ. ಪ್ರತಿಯೊಂದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದು ನೋಡಿರಿ.

ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಇನ್ನೂ ಹೆಚ್ಚಿಸಬಹುದೇ? ಎಷ್ಟರವರೆಗೆ ಆಗಬಹುದು?

ಇಷ್ಟೇ ಅಳತೆಗಳಲ್ಲಿ, ಅತಿ ಹೆಚ್ಚು ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಸಿಗುವ ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಕ್ಕೆ ಯಾವುದಾದರೂ ವಿಶೇಷತೆ ಇದೆಯೇ?

ಇನ್ನು ಒಂದು ಪ್ರಶ್ನೆ:ಭುಜಗಳ ಉದ್ದ 6 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್, 4 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಮತ್ತು ವಿಸ್ತೀರ್ಣ 18 ಚದರ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿರುವ ಒಂದು ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸುವುದು ಹೇಗೆ?

ಮೊದಲು ಅಡ್ಡಕ್ಕೆ 6 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಉದ್ದವಿರುವ ಒಂದು ಗೆರೆಯನ್ನು ಎಳೆದರೆ ಅದನ್ನು ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಕೆಳಗಿನ ಭುಜವಾಗಿ ತೆಗೆಯಬಹುದು:

ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಕೆಳಗಿನ ಎರಡು ಮೂಲೆಗಳು ಈ ಗೆರೆಯ ತುದಿಗಳಾಗಿವೆಯಲ್ಲವೇ.

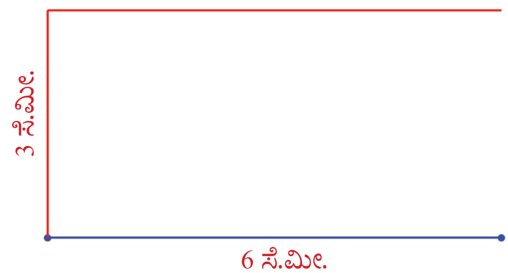
ಮೇಲಿನ ಮೂಲೆಗಳೋ?

ಮೇಲಿನ ಭುಜದ ಕುರಿತು ಏನು ಹೇಳಬಹುದು?

> **ಭುಜಗಳು ಬದಲಾಗದೆ** ಎಂಬ ಜಿಯೋಜಿಬ್ರ ಚಟುವಟಿಕೆಯಲ್ಲಿ ಮಾಡಿರುವ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಭುಜಗಳು 5 ಮತ್ತು 3 ಆಗಿರುವ ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ ABCD ಎಳೆಯಿರಿ. Area ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಇದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. C ಯ ಸ್ಥಾನವನ್ನು ಬದಲಾಯಿಸಿ ನೋಡಿರಿ. ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಬದಲಾಗುವುದೇ? ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಅತಿ ಹೆಚ್ಚಾಗುವುದು ಯಾವಾಗ? ಅತಿ ಕಡಿಮೆ ಯಾಗುವುದು ಯಾವಾಗ?

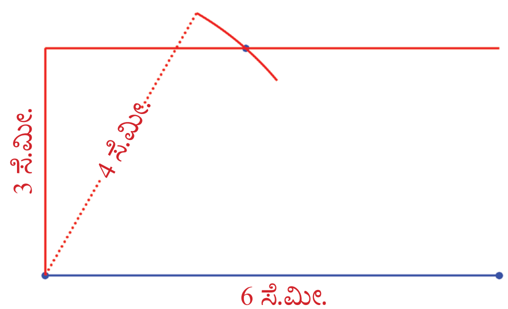
ವಿಸ್ತೀರ್ಣ 18 ಚದರಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಬೇಕು; ಆಗ ಮೇಲಿನ ಭುಜ ಮತ್ತು ಕೆಳಗಿನ ಭುಜಗಳೊಳಗಿನ ಅಂತರ ಎಷ್ಟಾಗಿರಬೇಕು?

ಅಂದರೆ, ಗೆರೆಯ ಒಂದು ತುದಿಯಿಂದ 3 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಎತ್ತರದಲ್ಲಿ ಲಂಬವನ್ನು ಎಳೆದು, ಅದರ ಮೇಲಿನ ತುದಿಯ ಮೂಲಕ ಮೊದಲ ಗೆರೆಗೆ ಸಮಾನಾಂತರ ಗೆರೆಯನ್ನು ಎಳೆದರೆ, ಅದರ ಒಂದು ಭಾಗವಾಗಿರುವುದು ಮೇಲಿನ ಭುಜ:

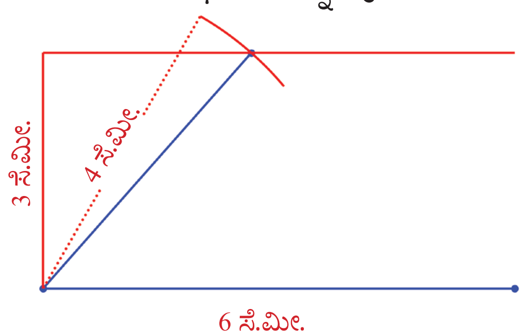


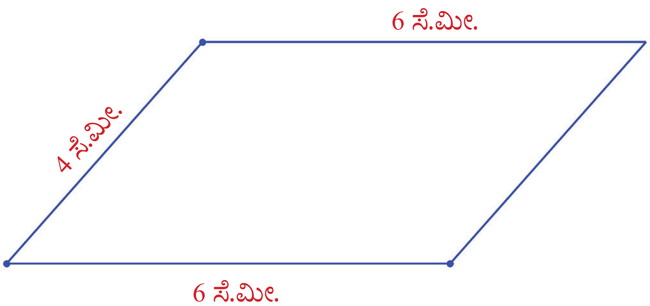
ಈ ಗೆರೆಯಲ್ಲಿ ಎಲ್ಲಿಯೋ ಮೇಲಿನ ಭುಜದ ಎಡಭಾಗದ ಮೂಲೆ ಇರುವುದು.ಎಡಭಾಗದ ಭುಜದ ಉದ್ದವು 4 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಬೇಕಲ್ಲವೇ. ಆಗ, ಕೆಳಗಿನ ಎಡಭಾಗದ ಮೂಲೆಯಿಂದ 4 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ದೂರದಲ್ಲಿ ಮೇಲಿನ ಎಡಭಾಗದ ಮೂಲೆ ಇರುವುದು; ಅದು ಮೇಲಿನ ಗೆರೆಯಲ್ಲೂ ಆಗಿರಬೇಕು.

ಅದನ್ನು ಹೇಗೆ ಗುರುತಿಸಬಹುದು?



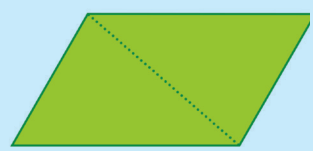
ಇನ್ನು ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ಪೂರ್ತಿ ಮಾಡಬಹುದಲ್ಲವೇ.



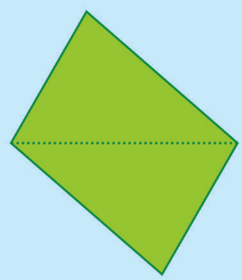


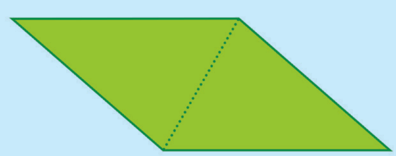
ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಬದಲಾಗದೆ

ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ನೋಡಿರಿ.



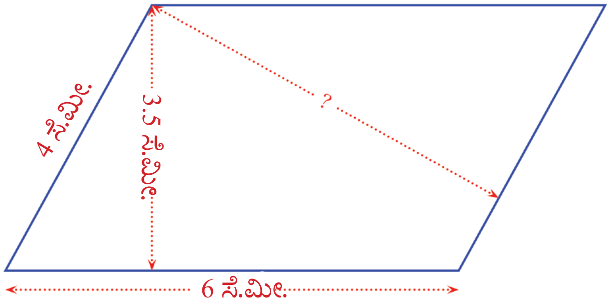
ಕರ್ಣದ ಮೂಲಕ ಕತ್ತರಿಸಿ ತೆಗೆದು ನಂತರ ಸಮಾನಾಂತರ ಭುಜಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿ ಇಟ್ಟು ಹೊಸ ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳನ್ನು ಮಾಡಬಹುದು.





ಈ ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳ ಭುಜಗಳು ಮತ್ತು ಕರ್ಣವು ಮೊದಲ ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಒಂದು ಕರ್ಣ ಮತ್ತು ಭುಜಗಳೊಂದಿಗೆ ಯಾವ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಸಂಬಂಧ ಹೊಂದಿದೆ? ಇನ್ನೊಂದು ಕರ್ಣದ ಮೂಲಕ ಕತ್ತರಿಸಿ ತೆಗೆದು ಇಟ್ಟರೋ?

ಇನ್ನೊಂದು ಲೆಕ್ಕ. ಈ ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ನೋಡಿರಿ:



ಇದರ ಎಡ ಮತ್ತು ಬಲಭಾಗದ ಭುಜಗಳೊಳಗಿನ ಅಂತರ ಎಷ್ಟಾಗಿರುವುದು?

ಕೆಳಗಿನ ಭುಜ 6 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಮತ್ತು ಮೇಲಿನ ಭುಜಕ್ಕಿರುವ ಅಂತರವು 3.5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ, ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು $6 \times 3.5 = 21$ ಚದರಸೆಂಟಿಮೀಟರ್.

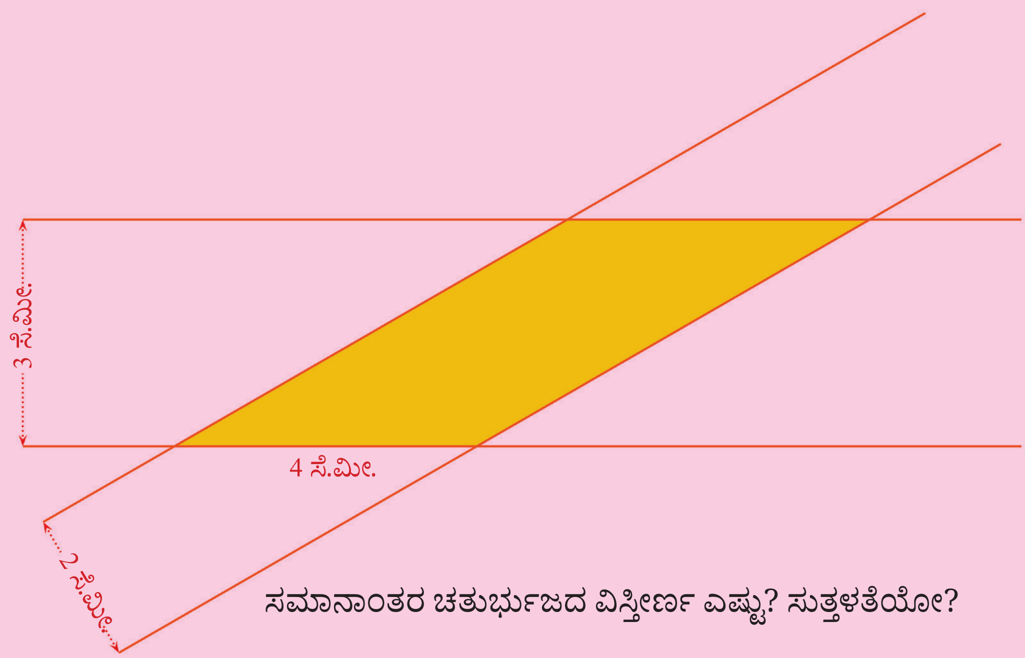
ಎಡಭಾಗದ ಭುಜವು 4 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ, ಬಲಭಾಗದ ಭುಜಕ್ಕಿರುವ ದೂರವನ್ನು 4 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದರೂ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಾದ 21 ಸಿಗಬೇಕು;

ಆಗ, ಬಲಭಾಗದ ಭುಜಕ್ಕಿರುವ ಅಂತರವು $21 \div 4 = 5.25$ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್.

(1) ಭುಜಗಳ ಉದ್ದ 5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್, 6 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಮತ್ತು ವಿಸ್ತೀರ್ಣ 25 ಚದರಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿರುವ ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.

(2) ವಿಸ್ತೀರ್ಣ 25 ಚದರಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಮತ್ತು ಸುತ್ತಳತೆ 24 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿರುವ ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.

(3) ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಸೂಚಿಸಿರುವುದು ಎರಡು ಜೊತೆ ಸಮಾನಾಂತರ ಗೆರೆಗಳು ಖಂಡಿಸುವಾಗ ಉಂಟಾಗುವ ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವಾಗಿದೆ.



ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಎಷ್ಟು? ಸುತ್ತಳತೆಯೋ?

(4) ಒಂದು ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಎರಡು ಭುಜಗಳು 12 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಮತ್ತು 10 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿವೆ. ಚಿಕ್ಕ ಭುಜಗಳೊಳಗಿನ ಅಂತರವು 6 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿರುವುದು.

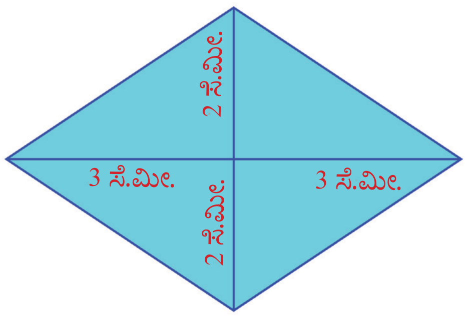
(i) ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಎಷ್ಟಾಗಿರುವುದು?

(ii) 12 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಉದ್ದವಿರುವ ಭುಜಗಳೊಳಗಿನ ಅಂತರವು ಎಷ್ಟಾಗಿರುವುದು?

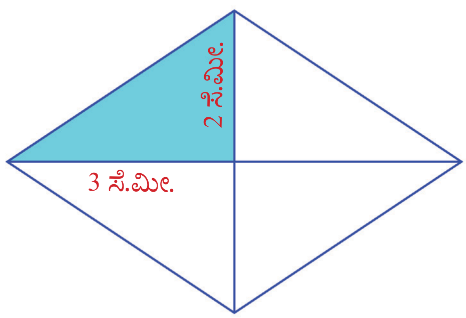
ಸಮಾನಾಂತರ ಸಮಚತುರ್ಭುಜಗಳು

ಒಂದು ಸಮಾನಾಂತರ ಸಮಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಲು ಅದರ ಕರ್ಣಗಳ ಉದ್ದಗಳನ್ನು ತಿಳಿದರೆ ಸಾಕಲ್ಲವೇ (**ಸಮಭಾಜಕಗಳು** ಎಂಬ ಪಾಠದ **ಸಮಾನಾಂತರ ಸಮಚತುರ್ಭುಜಗಳು** ಎಂಬ ಭಾಗ). ಹಾಗೆ ಎಳೆಯುವ ಸಮಾನಾಂತರ ಸಮಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು ಹೇಗೆ?

ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಕರ್ಣಗಳು 6 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಮತ್ತು 4 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿರುವ ಸಮಾನಾಂತರ ಸಮಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ನೋಡುವ:



ಇದು ಸಮಾನವಾಗಿರುವ ನಾಲ್ಕು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನಗಳು ಸೇರಿದುದಾಗಿದೆಯಲ್ಲವೇ. ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಎಷ್ಟಾಗಿರುವುದು?



$$\frac{1}{2} \times 3 \times 2 = 3$$ ಚದರಸೆಂಟಿಮೀಟರ್

ನಾಲ್ಕು ತ್ರಿಕೋನಗಳಿಗೂ ಸಮಾನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಲ್ಲವೇ? ಹಾಗಾದರೆ ಸಮಾನಾಂತರ ಸಮಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ:

$$4 \times 3 = 12$$ ಚದರಸೆಂಟಿಮೀಟರ್

ಇದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಯಾವುದೇ ಸಮಾನಾಂತರ ಸಮಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದಲ್ಲವೇ.

(i) ಸಮಾನಾಂತರ ಸಮಚತುರ್ಭುಜವು ನಾಲ್ಕು ಸಮಾನ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿದ್ದಾಗಿದೆ.

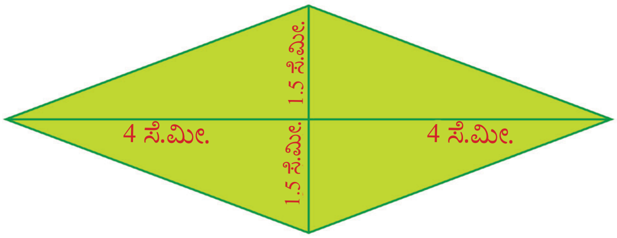
(ii) ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದ ಲಂಬಭುಜಗಳು, ಕರ್ಣಗಳ ಅರ್ಧವಾಗಿರುವುದು.

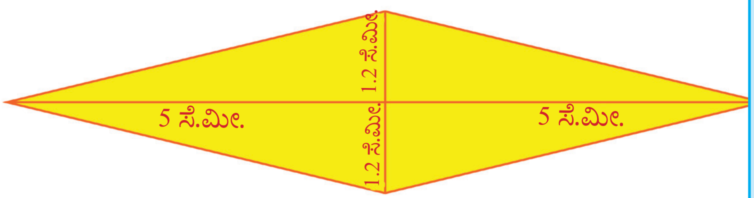
(iii) ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು, ಕರ್ಣಗಳ ಅರ್ಧಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧದ ಅರ್ಧವಾಗಿರುವುದು; ಅಂದರೆ ಕರ್ಣಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧದ ಎಂಟನೇ ಒಂದು.

(iv) ನಾಲ್ಕೂ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಮೊತ್ತ, ಕರ್ಣಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧದ ಅರ್ಧ

ಯಾವುದೇ ಸಮಾನಾಂತರ ಸಮಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು, ಕರ್ಣಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧದ ಅರ್ಧವಾಗಿರುವುದು

ಹಾಗಾದರೆ 12 ಚದರಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಇರುವ ಸಮಾನಾಂತರ ಸಮಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು, ಕರ್ಣಗಳ ಉದ್ದವನ್ನು ಬೇರೆ ಬೇರೆಯಾಗಿ ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ರಚಿಸಬಹುದಲ್ಲವೇ.





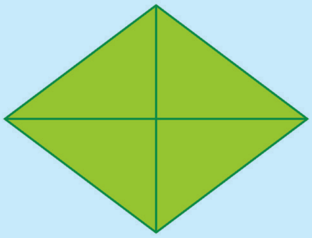
ಎರಡೂ ಕರ್ಣಗಳ ಉದ್ದಗಳು ಸಮಾನವಾಗಿರುವ ಸಮಾನಾಂತರ ಸಮಚತುರ್ಭುಜವಲ್ಲವೇ ಚೌಕ. ಹಾಗಾದರೆ ಕರ್ಣಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ ಎನ್ನುವುದು, ಚೌಕದಲ್ಲಿ ಕರ್ಣದ ವರ್ಗವಾಗುವುದು.

ಹಾಗಾದರೆ ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಹೇಗೆ ಹೇಳಬಹುದು?

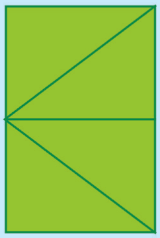
ಯಾವುದೇ ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು, ಕರ್ಣದ ವರ್ಗದ ಅರ್ಧವಾಗಿರುವುದು.

ಸಮಾನಾಂತರ ಸಮಚತುರ್ಭುಜವೂ ಆಯತವೂ

ಒಂದು ಸಮಾನಾಂತರ ಸಮಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ ಅದರ ಎರಡು ಕರ್ಣಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.



ಇನ್ನು ಕರ್ಣಗಳ ಮೂಲಕ ಕತ್ತರಿಸಿ ಅದನ್ನು ನಾಲ್ಕು ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನಾಗಿ ಮಾಡಬೇಕು. ಇವುಗಳನ್ನು ಒಂದು ಆಯತವನ್ನಾಗಿ ಬದಲಾಯಿಸಬಹುದು.



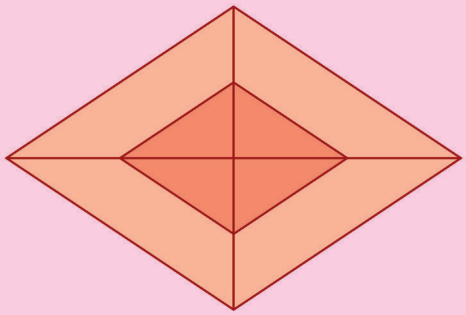
ಈ ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಸಮಾನಾಂತರ ಸಮಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವೇ ಆಗಿದೆಯಲ್ಲವೇ? ಆಯತದ ಭುಜಗಳು ಮತ್ತು ಸಮಾನಾಂತರ ಸಮಚತುರ್ಭುಜದ ಕರ್ಣಗಳೊಳಗಿನ ಸಂಬಂಧವೇನು?

ಹಾಗಾದರೆ ಸಮಾನಾಂತರ ಸಮಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಮತ್ತು ಕರ್ಣಗಳ ಅಳತೆಗಳೊಳಗಿನ ಸಂಬಂಧವೇನು?

(1) $4\frac{1}{2}$ ಚದರಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಇರುವ ಚೌಕವನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.

(2) 9 ಚದರಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಇರುವ ಚೌಕವಲ್ಲದ ಸಮಾನಾಂತರ ಸಮಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.

(3) ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ, ಒಂದು ಸಮಾನಾಂತರ ಸಮಚತುರ್ಭುಜದ ಕರ್ಣಗಳ ಭಾಗಗಳ ಮಧ್ಯಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಿ, ಸಣ್ಣದೊಂದು ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಲಾಗಿದೆ.



(i) ಈ ಚತುರ್ಭುಜವು ಸಮಾನಾಂತರ ಸಮಚತುರ್ಭುಜವಾಗಿದೆಯೇ? ಯಾಕೆ?

(ii) ಸಣ್ಣ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು 3 ಚದರಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿದೆ. ದೊಡ್ಡ ಸಮಾನಾಂತರ ಸಮಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಎಷ್ಟು?

(4) ಒಂದು ಸಮಾನಾಂತರ ಸಮಚತುರ್ಭುಜದ ಭುಜಗಳ ಉದ್ದ 10 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಮತ್ತು ಒಂದು ಕರ್ಣದ ಉದ್ದ 16 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿದೆ.

(i) ಎರಡನೇ ಕರ್ಣದ ಉದ್ದ ಎಷ್ಟಾಗಿರುವುದು?

(ii) ಸಮಾನಾಂತರ ಸಮಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಎಷ್ಟಾಗಿರುವುದು?

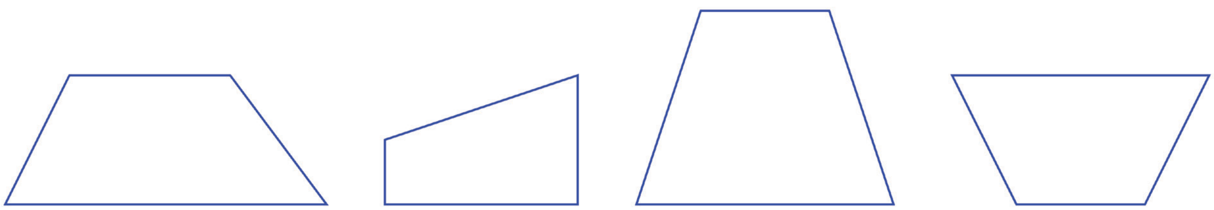
(iii) ವಿರುದ್ಧ ಭುಜಗಳೊಳಗಿನ ಅಂತರ ಎಷ್ಟಾಗಿರುವುದು?

12

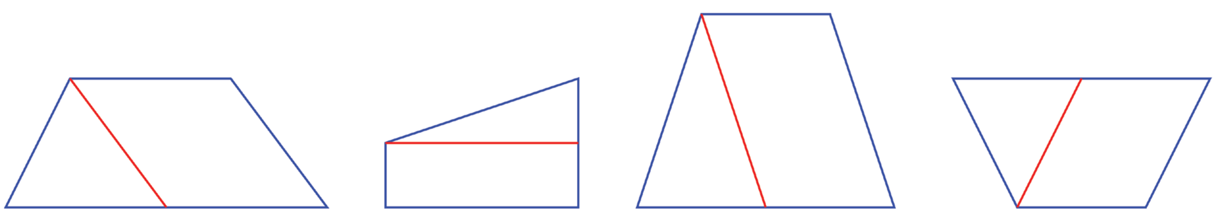
ಸಮಲಂಬಗಳು

ಭುಜಗಳೂ ಕೋನಗಳೂ

ಎರಡು ಜೊತೆ ವಿರುದ್ಧ ಭುಜಗಳು ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿರುವ ಚತುರ್ಭುಜವು ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವಾಗಿದೆಯಲ್ಲವೇ. ಒಂದು ಜೊತೆ ವಿರುದ್ಧ ಭುಜಗಳು ಮಾತ್ರ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿರುವ ಒಂದು ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ಸಮಲಂಬ (Trapezium) ಎಂದು ಹೇಳುವರು:

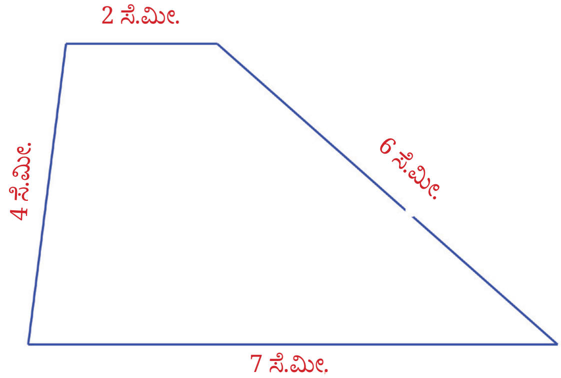


ಸಮಲಂಬದಲ್ಲಿ ಸಮಾನಾಂತರವಲ್ಲದ ಯಾವುದಾದರೂ ಒಂದು ಭುಜಕ್ಕೆ ಒಳಭಾಗದಲ್ಲಿ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿ ಒಂದು ಗೆರೆಯನ್ನು ಎಳೆದು, ಯಾವುದೇ ಸಮಲಂಬವನ್ನು ಒಂದು ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ ಮತ್ತು ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನವಾಗಿ ವಿಭಜಿಸಬಹುದು.



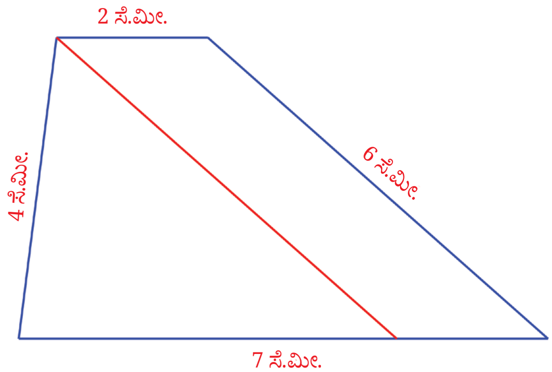
ಅಥವಾ ಒಂದು ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ ಮತ್ತು ಅದಕ್ಕೆ ಸರಿಹೊಂದುವ ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ಸೇರಿಸಿಟ್ಟು ಒಂದು ಸಮಲಂಬವನ್ನು ಉಂಟು ಮಾಡಬಹುದು.

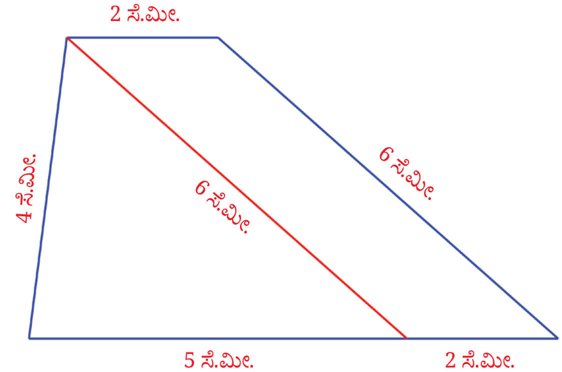
ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ ಭುಜಗಳ ಅಳತೆಗಳಿರುವ ಸಮಲಂಬವನ್ನು ಹೇಗೆ ರಚಿಸಬಹುದು?



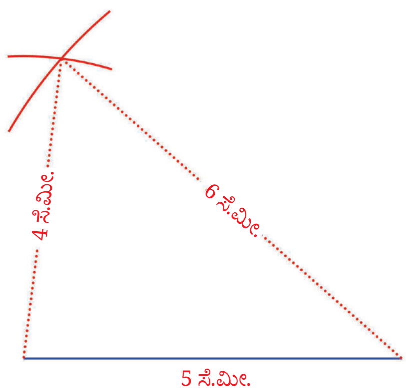
ಬಲ ಭಾಗದ ಭುಜಕ್ಕೆ ಸಮಾನಾಂತರ ಗೆರೆ ಎಳೆದು, ಇದನ್ನು ತ್ರಿಕೋನ ಮತ್ತು ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವಾಗಿ ವಿಭಜಿಸಿದರೋ?

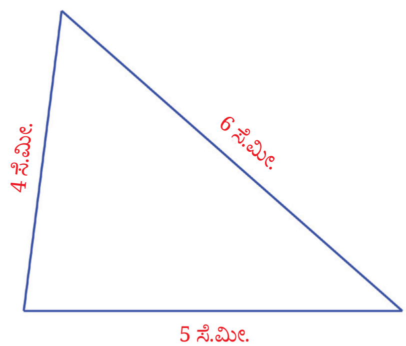
ತ್ರಿಕೋನದ ಭುಜಗಳ ಉದ್ದ ಎಷ್ಟು?



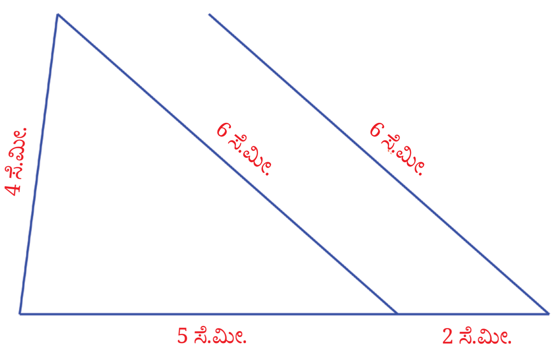


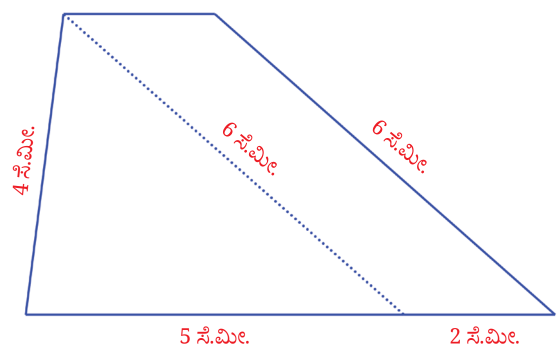
ಹಾಗಾದರೆ ಈ ಸಮಲಂಬವನ್ನು ರಚಿಸಲು, ಇದರ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ಮೊದಲು ರಚಿಸುವ :





ಇನ್ನು ಕೆಳಗಿನ ಭುಜವನ್ನು 2 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಮುಂದುವರಿಸಿ, ಅದರ ತುದಿಯಿಂದ ಬಲ ಭಾಗದ ಭುಜಕ್ಕೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿ ಒಂದು ಗೆರೆಯನ್ನು ಎಳೆದು, ಅದರಲ್ಲಿ 6 ಸೆಂಟಿಮೀಟರನ್ನು ಗುರುತಿಸುವ; ಅದರ ಮೇಲಿನ ತುದಿಯನ್ನು ತ್ರಿಕೋನದ ಮೇಲಿನ ತುದಿಗೆ ಜೋಡಿಸಿದರೆ ಸಮಲಂಬವಾಗುವುದು.

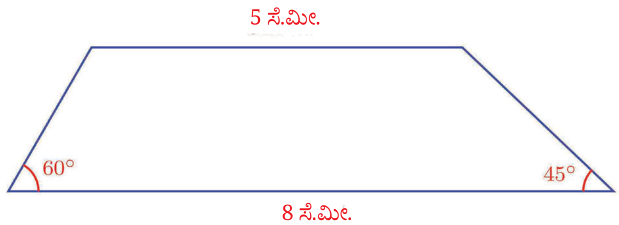




ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿ ಮೇಲಿನ ಭುಜವು ಕೆಳಗಿನ ಭುಜಕ್ಕೆ ಸಮಾನಾಂತರವೂ, ಅದರ ಉದ್ದವು 2 ಸೆಂಟಿಮೀಟರೂ ಆಗಿರುವುದೇ? ಯಾಕೆ?

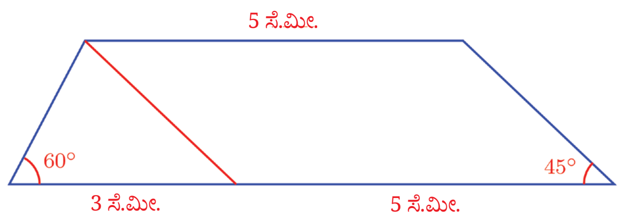
ಇನ್ನು ನಾಲ್ಕು ಭುಜಗಳ ಉದ್ದಗಳಿಗೆ ಬದಲಾಗಿ, ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿರುವ ಭುಜಗಳ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು ಭುಜವು ಉಳಿದೆರಡು ಭುಜಗಳೊಂದಿಗೆ ಉಂಟುಮಾಡುವ ಕೋನಗಳನ್ನು ನಿರ್ಧರಿಸಿದಾಗ ಸಮಲಂಬವನ್ನು ರಚಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವೇ?

ಉದಾಹರಣೆಗೆ ಈ ಸಮಲಂಬವನ್ನು ನೋಡಿರಿ:



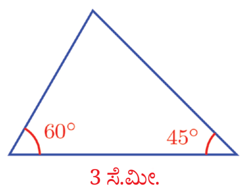
ಭುಜಗಳನ್ನು ಮತ್ತು ಕೋನಗಳನ್ನು ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಈ ಚಿತ್ರವನ್ನು ಜಿಯೋಜಿಬ್ರದಲ್ಲಿ ರಚಿಸಿ ನೋಡಿರಿ.
Angle with Given Size, Line, Intersect, Parallel line, Polygon ಮೊದಲಾದ ಟೂಲ್‌ಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಬಹುದು.

ಈ ಮೊದಲು ಮಾಡಿರುವಂತೆ ಇದನ್ನು ತ್ರಿಕೋನ ಮತ್ತು ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವಾಗಿ ವಿಭಜಿಸುವ:

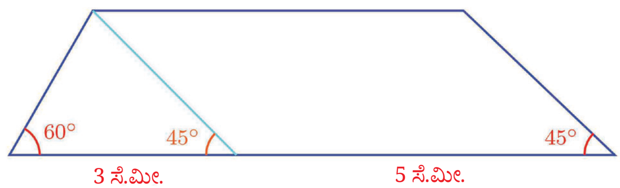


ತ್ರಿಕೋನದ ಒಂದು ಭುಜ ಮತ್ತು ಅದರ ಒಂದು ಕೋನ ತಿಳಿದಿದೆ; ರಚಿಸಲು ಆ ಭುಜದಲ್ಲಿರುವ ಇನ್ನೊಂದು ಕೋನದ ಅಳತೆಯು ತಿಳಿಯಬೇಕಲ್ಲವೇ. ಅದು ಎಷ್ಟು?

ಹಾಗಾದರೆ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ರಚಿಸಬಹುದು:

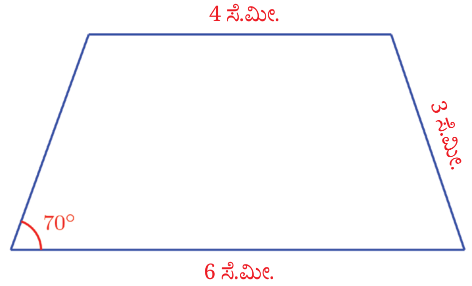


ಇನ್ನು ಕೆಳಗಿನ ಗೆರೆಯನ್ನು 5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಬಲ ಭಾಗಕ್ಕೆ ಮುಂದುವರಿಸಿ, ತುದಿಯಲ್ಲಿ 45° ಬಾಗುವಿಕೆಯಲ್ಲಿ ಒಂದು ಗೆರೆಯನ್ನು ಎಳೆದು ತ್ರಿಕೋನದ ಮೇಲಿನ ಮೂಲೆಯಿಂದ ಕೆಳಗಿನ ಭುಜಕ್ಕೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿ ಗೆರೆಯನ್ನು ಎಳೆದು ಪರಸ್ಪರ ಸಂಧಿಸುವಂತೆ ಮಾಡಿದರೆ ಸಮಲಂಬವಾಗುವುದು.

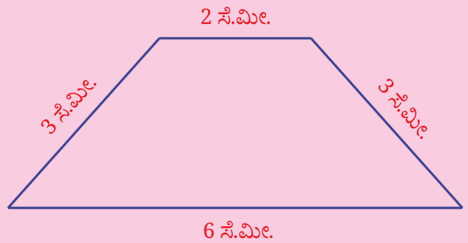


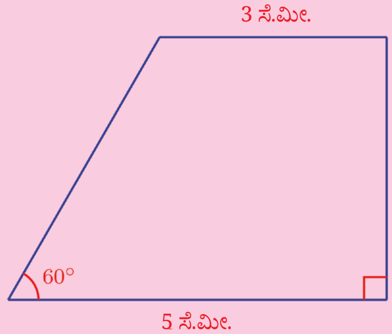
ಮೇಲಿನ ಭುಜದ ಉದ್ದವು 5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರೇ ಆಗಲು ಕಾರಣವೇನು?

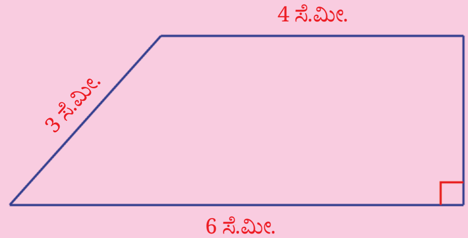
ಇನ್ನು ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಸಮಲಂಬವನ್ನು ರಚಿಸಬಹುದೇ?



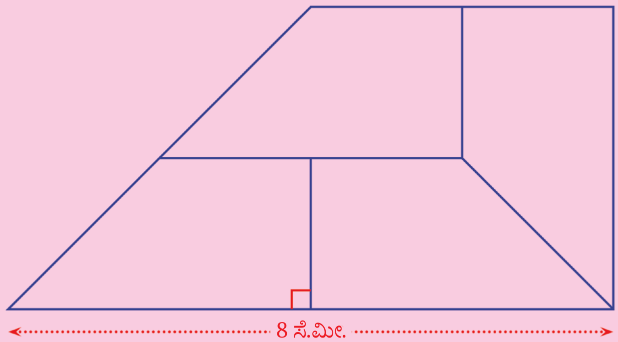
(1) ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಸಮಲಂಬಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.







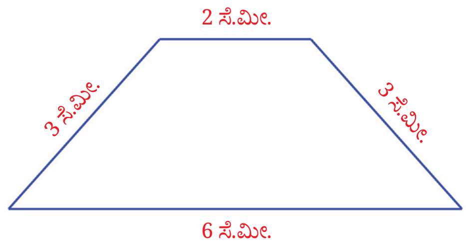
(2) ಸಮಾನವಾಗಿರುವ ನಾಲ್ಕು ಸಮಲಂಬಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿಟ್ಟಿರುವ ಚಿತ್ರವನ್ನು ಕೆಳಗೆ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ.



ಈ ಚಿತ್ರವನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.

ಸಮಪಾರ್ಶ್ವ ಸಮಲಂಬಗಳು

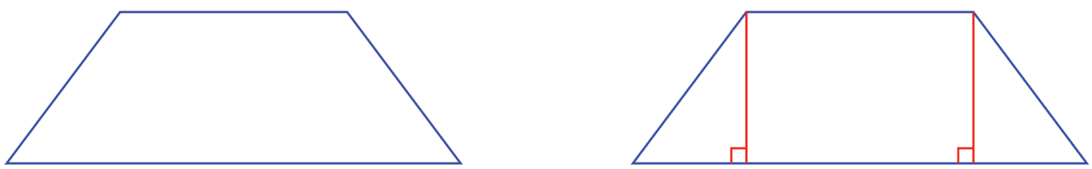
ಈ ಮೊದಲು ರಚಿಸಿದ ಒಂದು ಸಮಲಂಬವನ್ನು ನೋಡಿರಿ:



ಇದರ ವಿಶೇಷತೆ ಏನು?

ಸಮಾನಾಂತರವಲ್ಲದ ಭುಜಗಳಿಗೆ ಸಮಾನ ಉದ್ದವಿರುವ ಸಮಲಂಬಗಳನ್ನು **ಸಮಪಾರ್ಶ್ವ ಸಮಲಂಬ**(Isosceles trapezium) ಗಳು ಎನ್ನುವರು.

ಯಾವುದೇ ಸಮಲಂಬವನ್ನು ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನವಾಗಿಯೂ ಒಂದು ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವಾಗಿಯೂ ವಿಭಜಿಸಬಹುದೆಂದು ನೋಡಿದೆವಲ್ಲವೇ. ಸಮಪಾರ್ಶ್ವ ಸಮಲಂಬವನ್ನು ಇನ್ನೊಂದು ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ವಿಭಜಿಸಬಹುದು:



ಒಂದು ಆಯತ ಮತ್ತು ಎರಡು ತ್ರಿಕೋನಗಳು. ಈ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಕುರಿತು ಏನು ಹೇಳಬಹುದು?

- ಎರಡೂ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನಗಳಾಗಿವೆ.
- ಕರ್ಣಗಳಿಗೆ ಸಮಾನ ಉದ್ದವಿರುವುದು (ಯಾಕೆ?)
- ನೆಟ್ಟಗೆ ಇರುವ ಭುಜಗಳಿಗೆ ಉದ್ದ ಸಮಾನವಾಗಿರುವುದು (ಯಾಕೆ?)

ಹಾಗಾದರೆ ಪೈಥಾಗರಸನ ಸಿದ್ಧಾಂತದ ಪ್ರಕಾರ, (ಅಡ್ಡವಾಗಿರುವ) ಮೂರನೇ ಭುಜಗಳಿಗೂ ಸಮಾನ ಉದ್ದವಿರಬೇಕಲ್ಲವೇ.

ಮೂರು ಭುಜಗಳಿಗೂ ಪರಸ್ಪರ ಸಮಾನ ಉದ್ದವಿರುವುದರಿಂದ, ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಕೋನಗಳೂ ಪರಸ್ಪರ ಸಮಾನವಾಗಿರುವುವು.

ಮೊದಲನೇ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಗುರುತಿಸಿದ ಕೋನಗಳನ್ನು ನೋಡಿರಿ:

ಮೊದಲು ನೋಡಿದ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಕೋನಗಳಾದುದರಿಂದ ಇವುಗಳು ಸಮಾನವಾಗಿವೆ.

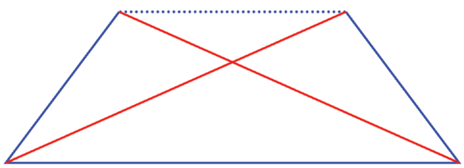
ಹಾಗಾದರೆ ಎರಡನೇ ಚಿತ್ರದ ಕೋನಗಳೂ ಸಮಾನವಾಗಿವೆಯಲ್ಲವೇ (ಹೇಗೆ?)

ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಒಂದು ಸಮಲಂಬದ ಸಮಾನಾಂತರ ಭುಜಗಳನ್ನು ಪಾದಗಳು ಎನ್ನುವರು. ಆದ್ದರಿಂದ ಈ ಕೋನಗಳನ್ನು ಸಮಲಂಬದ ಪಾದಕೋನಗಳು ಎಂದು ಹೇಳಬಹುದು.

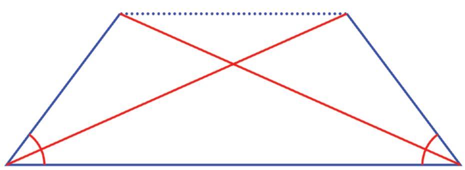
ಯಾವುದೇ ಸಮಪಾರ್ಶ್ವ ಸಮಲಂಬದ ಪಾದ ಕೋನಗಳು ಸಮಾನವಾಗಿವೆ.

ಇನ್ನೊಂದು ವಿಚಾರವನ್ನು ನೋಡೋಣ. ಈ ಸಮಪಾರ್ಶ್ವ ಸಮಲಂಬದ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಕರ್ಣವೂ, ಅದನ್ನು ಎರಡು ತ್ರಿಕೋನಗಳಾಗಿ ವಿಭಜಿಸುವುದಲ್ಲವೇ.

ಹೀಗೆ ಸಿಗುವ ತ್ರಿಕೋನಗಳಲ್ಲಿ ಎಡ ಮತ್ತು ಬಲ ಭಾಗದ ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನು ಹೋಲಿಸಿ ನೋಡುವ:



ಎರಡೂ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಕೆಳಗಿನ ಭುಜಗಳು ಸಮಲಂಬದ ಕೆಳಗಿನ ಭುಜವೇ ಆಗಿದೆ. ಉಳಿದೆರಡು (ನೀಲ) ಭುಜಗಳು, ಸಮಲಂಬದ ಸಮಾನಾಂತರವಲ್ಲದ ಭುಜಗಳಾದುದರಿಂದ ಸಮಾನವಾಗಿವೆ. ಕೆಳಗಿನ ಭುಜಕ್ಕೂ ಈ ಭುಜಕ್ಕೂ ಎಡೆಯಲ್ಲಿರುವ ಕೋನಗಳು, ಸಮಪಾರ್ಶ್ವ ಸಮಲಂಬದ ಪಾದಕೋನಗಳಾದುದರಿಂದ ಸಮಾನವಾಗಿವೆ.



ಎರಡು ಭುಜಗಳೂ ಅವುಗಳ ಎಡೆಯಲ್ಲಿರುವ ಕೋನಗಳೂ ಸಮಾನವಾದುದರಿಂದ, ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಮೂರನೇ (ಕೆಂಪು) ಭುಜಗಳೂ ಸಮಾನವಾಗಿರುವುವು.

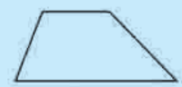
ಈ ಭುಜಗಳು ಸಮಲಂಬದ ಕರ್ಣಗಳಾಗಿವೆಯಲ್ಲವೇ.

ಹಾಗಾದರೆ ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಏನು ಹೇಳಬಹುದು?

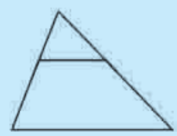
ಯಾವುದೇ ಸಮಪಾರ್ಶ್ವ ಸಮಲಂಬದಲ್ಲಿಯೂ ಕರ್ಣಗಳು ಸಮಾನವಾಗಿವೆ.

ಸಮಲಂಬವೂ ತ್ರಿಕೋನವೂ

ಒಂದು ಸಮಲಂಬವನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ. ಇದರ ಸಮಾನಾಂತರವಲ್ಲದ ಭುಜಗಳನ್ನು ಮುಂದುವರಿಸಿದರೆ ಪರಸ್ಪರ ಸಂಧಿಸುವುದಲ್ಲವೇ.



ಆಗ ತ್ರಿಕೋನವಾಗುವುದು.



ಇನ್ನು ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸೋಣ.

ಇದರಲ್ಲಿ ಒಂದು ಭುಜಕ್ಕೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿ ತ್ರಿಕೋನದೊಳಗೆ ಒಂದು ಗೆರೆಯನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.

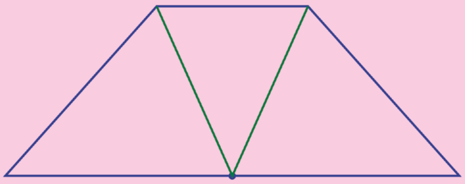
ಮೇಲಿನ ಎರಡು ಗೆರೆಗಳನ್ನು ಅಳಿಸಿರಿ.

ಒಂದು ಸಮಲಂಬ ಲಭಿಸಿತಲ್ಲವೇ?

ಸಮಪಾರ್ಶ್ವ ಸಮಲಂಬದಿಂದ ಆರಂಭಿಸಿದರೆ ಸಿಗುವುದು ಯಾವ ರೀತಿಯ ತ್ರಿಕೋನವಾಗಿರುವುದು?

ಬದಲಾಗಿ, ಸಮಪಾರ್ಶ್ವ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನೂ ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಕತ್ತರಿಸಿದರೆ ಸಿಗುವ ಸಮಲಂಬದ ವಿಶೇಷತೆಯೇನು?

(1) ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಸಮಪಾರ್ಶ್ವ ಸಮಲಂಬದ ಒಂದು ಪಾದದ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವನ್ನು ಇನ್ನೊಂದು ಪಾದದ ತುದಿಬಿಂದುಗಳೊಂದಿಗೆ ಜೋಡಿಸಲಾಗಿದೆ.

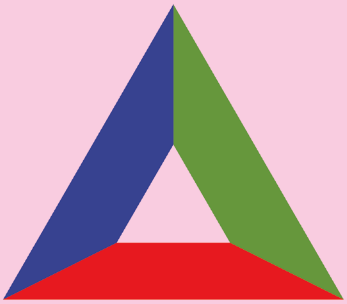


ಈ ಗೆರೆಗಳಿಗೆ ಸಮಾನ ಉದ್ದವಿರುವುದೆಂದು ಸಾಧಿಸಿರಿ.

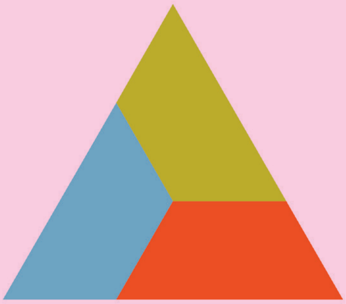
(2) ಒಂದು ಸಮಪಾರ್ಶ್ವ ಸಮಲಂಬದ ಪಾದಗಳ ಮಧ್ಯಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸುವ ಗೆರೆಯು, ಎರಡೂ ಪಾದಗಳಿಗೆ ಲಂಬವಾಗಿದೆಯೆಂದು ಸಾಧಿಸಿರಿ.

(3) ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.

(i) ಸಮಾನವಾಗಿರುವ ಮೂರು ಸಮಪಾರ್ಶ್ವ ಸಮಲಂಬಗಳು

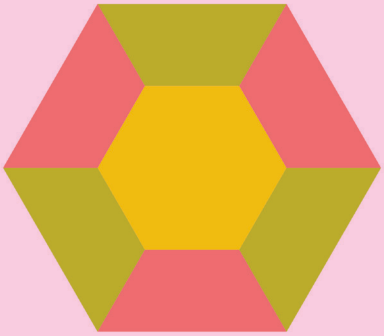


(ii) ಸಮಾನವಾಗಿರುವ ಬೇರೆ ಮೂರು ಸಮಪಾರ್ಶ್ವ ಸಮಲಂಬಗಳು



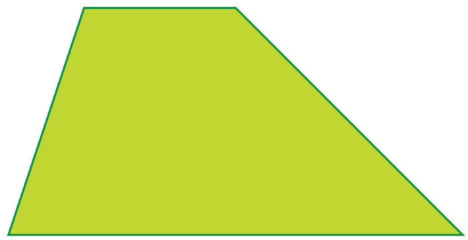
ಈ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ಜಿಯೋಜಿಬ್ರದಲ್ಲಿ ರಚಿಸಿ ಬಣ್ಣ ನೀಡಿರಿ. ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಅಳತೆಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು ಸಮಪಾರ್ಶ್ವ ಸಮಲಂಬವನ್ನು ರಚಿಸಿದ ನಂತರ Reflect about Line ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಸಮಲಂಬದಲ್ಲಿಯೂ, ಸಮಲಂಬದ ಒಂದು ಭುಜದಲ್ಲಿಯೂ ಕ್ಲಿಕ್ ಮಾಡಿದರೆ ಅದಕ್ಕೆ ಸೇರಿಕೊಂಡಿರುವ ಒಂದು ಸಮಲಂಬವನ್ನು ಸುಲಭವಾಗಿ ರಚಿಸಬಹುದು.

(iii) ಸಮಾನವಾಗಿರುವ ಆರು ಸಮಪಾರ್ಶ್ವ ಸಮಲಂಬಗಳು

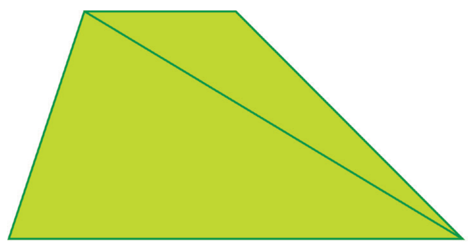


ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

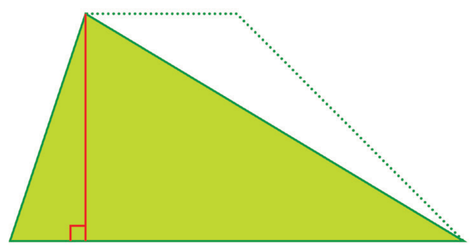
ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಸಮಲಂಬದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಯಾವೆಲ್ಲಾ ಅಳತೆಗಳು ಬೇಕು?



ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಚಾರದಲ್ಲಿ ಮಾಡಿರುವಂತೆ ಇಲ್ಲಿಯೂ ಒಂದು ಕರ್ಣವನ್ನೆಳೆದು, ಎರಡು ತ್ರಿಕೋನಗಳಾಗಿ ವಿಭಜಿಸುವ:

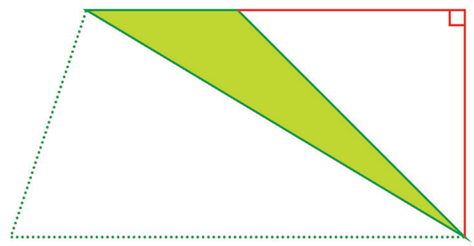


ದೊಡ್ಡ ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಯಾವೆಲ್ಲಾ ಅಳತೆಗಳು ಬೇಕು?

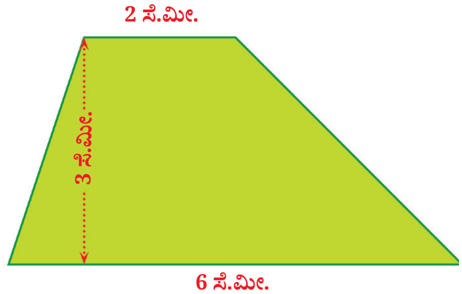


ಅದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು, ಕೆಳಗಿನ ಭುಜದ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಅದರಿಂದ ಮೇಲಿನ ಮೂಲೆಗಿರುವ ದೂರದ ಗುಣಲಬ್ಧದ ಅರ್ಧ; ಅಂದರೆ, ಸಮಲಂಬದ ಕೆಳಗಿನ ಭುಜದ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಕೆಳಗಿನ ಮತ್ತು ಮೇಲಿನ ಭುಜಗಳೊಳಗಿನ ಅಂತರದ ಗುಣಲಬ್ಧದ ಅರ್ಧದಷ್ಟು.

ಇನ್ನು ಸಣ್ಣ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೋ?

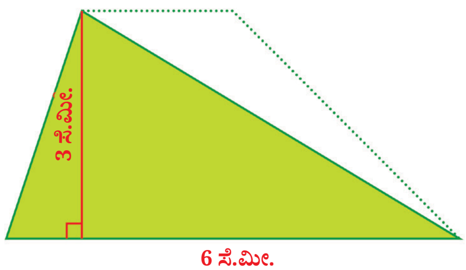


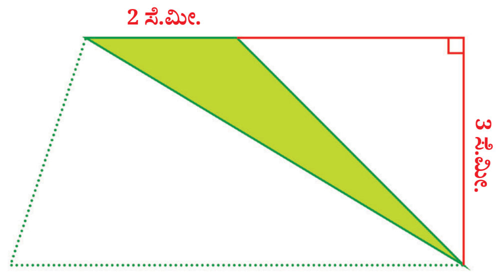
ಮೇಲಿನ ಭುಜ ಮತ್ತು ಕೆಳಗಿನ ಮೂಲೆಯಿಂದ ಮೇಲಿನ ಭುಜವನ್ನು ಮುಂದುವರಿಸಿರುವುದಕ್ಕಿರುವ ಉನ್ನತಿಯ ಗುಣಲಬ್ಧದ ಅರ್ಧವಾಗಿದೆ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ. ಅಂದರೆ, ಸಮಲಂಬದ ಮೇಲಿನ ಭುಜ, ಕೆಳಗಿನ ಮತ್ತು ಮೇಲಿನ ಭುಜಗಳೊಳಗಿನ ಅಂತರದ ಗುಣಲಬ್ಧದ ಅರ್ಧವಾಗಿದೆ.



ಆಗ, ಈ ಸಮಲಂಬದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು, ಕೆಳಗಿನ ಮತ್ತು ಮೇಲಿನ ಭುಜಗಳ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಅವುಗಳೊಳಗಿನ ಅಂತರ ತಿಳಿದರೆ ಸಾಕಲ್ಲವೇ?

ಕರ್ಣವನ್ನೆಳೆದರೆ ಸಿಗುವ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಎಷ್ಟು?





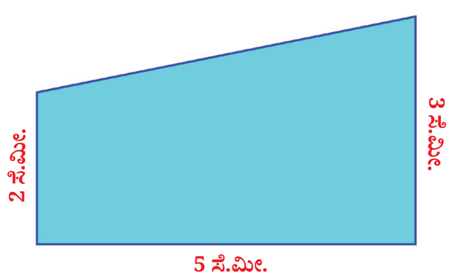
- ಎಡಭಾಗದ ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $\frac{1}{2} \times 6 \times 3 = 9$ ಚದರಸೆಂಟಿಮೀಟರ್
- ಬಲಭಾಗದ ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $\frac{1}{2} \times 2 \times 3 = 3$ ಚದರಸೆಂಟಿಮೀಟರ್
- ಸಮಲಂಬದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $9 + 3 = 12$ ಚದರಸೆಂಟಿಮೀಟರ್

ಸಮಲಂಬದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದನ್ನು ಹೀಗೆಯೂ ಬರೆಯಬಹುದಲ್ಲವೇ:

$$\left(\frac{1}{2} \times 6 \times 3\right) + \left(\frac{1}{2} \times 2 \times 3\right) = \frac{1}{2} \times (6 + 2) \times 3$$
$$= \frac{1}{2} \times 8 \times 3$$
$$= 12 \text{ ಚದರಸೆಂಟಿಮೀಟರ್}$$

ಅಂದರೆ, ಸಮಲಂಬದ ಸಮಾನಾಂತರ ಭುಜಗಳ ಉದ್ದಗಳಾದ 6 ಮತ್ತು 2ನ್ನು ಕೂಡಿಸಿ, ಸಮಾನಾಂತರ ಭುಜಗಳೊಳಗಿನ ಅಂತರವಾದ 3 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ, ಅದರ ಅರ್ಧವನ್ನು ಲೆಕ್ಕಮಾಡಿದೆವು.

ಹಾಗಾದರೆ ಈ ಸಮಲಂಬದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಎಷ್ಟೆಂದು ಹೇಳಬಹುದೇ?



Polygon ಉಪಯೋಗಿಸಿ ವಿವಿಧ ಸಮಲಂಬಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ. (Grid ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಸುಲಭವಾಗಿ ರಚಿಸ ಬಹುದು). ವಿಸ್ತೀರ್ಣ, ಪ್ರತಿಯೊಂದರ ಸಮಾನಾಂತರ ಭುಜಗಳ ಉದ್ದ, ಅವುಗಳ ನಡುವಿನ ಅಂತರ ಎಂಬಿವುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿರಿ. ಇವುಗಳು ಹೇಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿರುವುದು ಎಂದು ನೋಡಿರಿ.

ಇಲ್ಲಿ ಸಮಾನಾಂತರ ಭುಜಗಳ ಉದ್ದಗಳು 2 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಮತ್ತು 3 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್. ಅವುಗಳ ನಡುವಿನ ಅಂತರ 5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್.

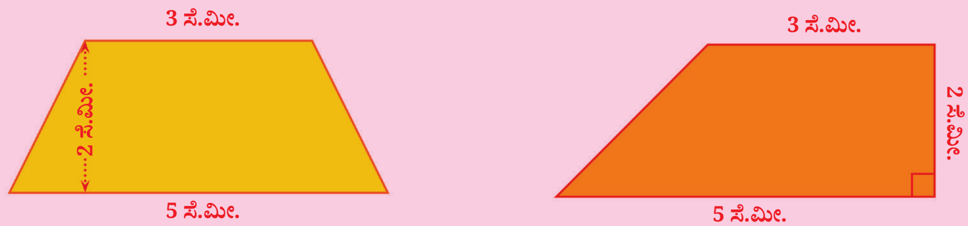
ಆಗ, ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

$$\frac{1}{2} \times (2 + 3) \times 5 = 12.5 \text{ ಚದರಸೆಂಟಿಮೀಟರ್}$$

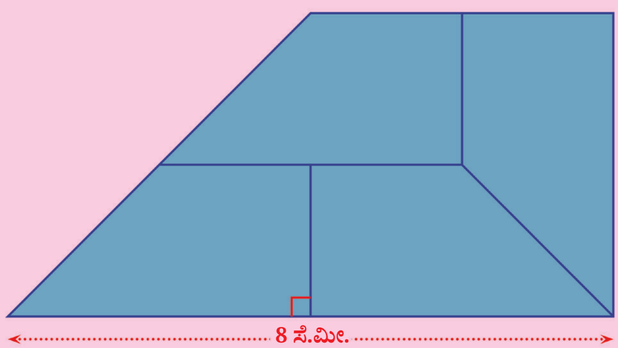
ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಏನು ಹೇಳಬಹುದು?

ಸಮಲಂಬದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು, ಸಮಾನಾಂತರ ಭುಜಗಳ ಮೊತ್ತ ಮತ್ತು ಅವುಗಳೊಳಗಿನ ಅಂತರದ ಗುಣಲಬ್ಧದ ಅರ್ಧವಾಗಿದೆ.

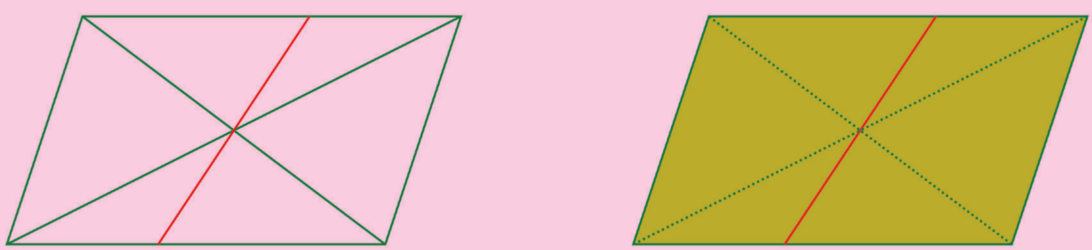
(1) ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಸಮಲಂಬಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



(2) ಸಮಾನವಾದ ನಾಲ್ಕು ಸಮಲಂಬಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿ ರಚಿಸಿದ ದೊಡ್ಡ ಸಮಲಂಬವನ್ನು ಕೆಳಗೆ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ದೊಡ್ಡ ಸಮಲಂಬದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



(3) ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಕರ್ಣಗಳು ಛೇದಿಸುವ ಬಿಂದುವಿನ ಮೂಲಕ ಒಂದು ಗೆರೆಯನ್ನು ಎಳೆಯಲಾಗಿದೆ.:



ಈ ಗೆರೆಯು ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ಸಮಾನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವುಳ್ಳ ಎರಡು ಸಮಲಂಬಗಳಾಗಿ ವಿಭಜಿಸುವುದು ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿರಿ.

13

ಸ್ಟಾಟಿಸ್ಟಿಕ್ಸ್

ಪಟ್ಟಿ ತಯಾರಿಸುವುದು

ಒಂದು ಶಾಲೆಯ 8A ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ 40 ಮಕ್ಕಳಿದ್ದಾರೆ. ಹೆಲ್ತ್ ಕ್ಲಬ್ಬಿನ ಆಶ್ರಯದಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬರ ನಿರ್ಣಯಿಸಿದ ರಕ್ತ ಗುಂಪಿನ ವಿವರಗಳನ್ನು ಕೆಳಗೆ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ.

O+	B+	O+	AB+	AB–	B–
O+	AB–	AB+	AB+	B–	AB+
A+	O+	O+	O+	O+	A+
O–	A+	A+	O+	O+	O+
B+	B+	A+	A+	B+	O+
AB+	A+	B+	B+	O+	A+
B–	O+	O+	B+		

i) O– ರಕ್ತ ಗುಂಪನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಮಕ್ಕಳೆಷ್ಟು?

ii) B– ರಕ್ತ ಗುಂಪನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಎಷ್ಟು ಮಕ್ಕಳಿದ್ದಾರೆ?

iii) O+ ರಕ್ತ ಗುಂಪನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಎಷ್ಟು ಮಕ್ಕಳಿದ್ದಾರೆ?

iv) ಅತಿ ಹೆಚ್ಚು ಮಕ್ಕಳು ಯಾವ ರಕ್ತ ಗುಂಪಿನಲ್ಲಿರುವವರು?

v) ಅತಿ ಕಡಿಮೆ ಮಕ್ಕಳು ಯಾವ ರಕ್ತ ಗುಂಪಿನಲ್ಲಿರುವವರು?

ಒಂದನೇ ಪ್ರಶ್ನೆಗೆ ಉತ್ತರ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು O– ರಕ್ತಗುಂಪನ್ನು ಮಾತ್ರ ಎಣಿಸಿದರೆ ಸಾಕು. ಎರಡನೆಯದಕ್ಕೆ B– ಹಾಗೂ ಮೂರನೆಯದಕ್ಕೆ O+ ಎಣಿಸಿದರೆ ಸಾಕು.

ನಾಲ್ಕನೆಯದಕ್ಕೋ?

ಎಲ್ಲವನ್ನೂ ಬೇರೆಬೇರೆಯಾಗಿ ಎಣಿಕೆ ಮಾಡಬೇಕಾದೀತು. ಅಲ್ಲವೇ?

ಇಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ವಿಭಾಗದಲ್ಲೂ ಎಷ್ಟು ಮಕ್ಕಳಿದ್ದಾರೆ ಎಂದು ಮೊದಲೇ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು ಉತ್ತಮ.

ಗುಂಪು	ಸಂಖ್ಯೆ
A+	8
B+	7
AB+	5
O+	14
B–	3
AB–	2
O–	1

ಈ ಪಟ್ಟಿಯನ್ನು ನೋಡಿ ಕೊನೆಯ ಎರಡು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಇನ್ನೊಂದು ಲೆಕ್ಕ.

ಒಂದು ತರಗತಿಯ ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಪರೀಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ ಲಭಿಸಿದ ಮಾರ್ಕುಗಳನ್ನು ಕೆಳಗೆ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ.

8	7	6	3	8	8	7	7	6
7	9	7	6	8	7	2	6	7
10	6	7	3	9	5	4	5	4
4	4	5	8	10	8	8	9	7
7	6	8	8	7	4	5	9	8

i) ಅತಿ ಹೆಚ್ಚು ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಲಭಿಸಿದ ಮಾರ್ಕು ಎಷ್ಟು?

ii) 8 ಮತ್ತು 8 ಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಮಾರ್ಕು ಲಭಿಸಿದ ಎಷ್ಟು ಮಕ್ಕಳಿದ್ದಾರೆ?

iii) ಎಷ್ಟು ಮಕ್ಕಳಿಗೆ 8 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಮಾರ್ಕು ಸಿಕ್ಕಿರುವುದು?

iv) 10 ಮಾರ್ಕು ಸಿಕ್ಕಿದ ಎಷ್ಟು ಮಕ್ಕಳಿದ್ದಾರೆ?

ಈ ಮೊದಲು ತಯಾರಿಸಿದಂತೆ ಇಲ್ಲಿಯೂ ಒಂದು ಪಟ್ಟಿಯನ್ನು ತಯಾರಿಸುವ.

ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಮಾರ್ಕು ಎಷ್ಟು ಸಲ ಆವರ್ತಿಸಲ್ಪಟ್ಟಿದೆ ಎಂದಲ್ಲವೇ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕಾಗಿರುವುದು.

ಇಲ್ಲಿ ಅತಿ ಕಡಿಮೆ ಮಾರ್ಕು 2 ಮತ್ತು ಅತಿ ಹೆಚ್ಚು ಮಾರ್ಕು 10 ಆಗಿದೆ.

2 ರಿಂದ 10 ರ ವರೆಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಒಂದು ನೀಟ ಸಾಲಿನಲ್ಲಿ ಬರೆದು ಪ್ರತಿಯೊಂದೂ ಎಷ್ಟು ಸಲ ಆವರ್ತಿಸಿದೆ ಎಂದು ನೋಡಿರಿ. ಐದನೇ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಪರಿಚಯಿಸಿದ ಗುರುತಿಸುವ ರೀತಿಯನ್ನೇ ಉಪಯೋಗಿಸಬಹುದು.

ಮಾರ್ಕು	ಗುರುತು	ಮಕ್ಕಳ ಸಂಖ್ಯೆ
2	|	1
3	||	2
4	卌	5
5	||||	4
6	卌 |	6
7	卌 卌 |	11
8	卌 卌	10
9	||||	4
10	||	2
ಒಟ್ಟು		45

ಇನ್ನು ಪಟ್ಟಿಯನ್ನು ನೋಡಿ ಮೊದಲು ಕೇಳಿದ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆಲ್ಲಾ ಉತ್ತರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಸುಲಭವಲ್ಲವೇ?

ಪಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿ, 2 ಒಂದು ಸಲ, 3 ಎರಡು ಸಲ, 7 ಹನ್ನೊಂದು ಸಲ ಎಂಬ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಮಾರ್ಕು ಎಷ್ಟು ಸಲ ಎಂದಲ್ಲವೇ ಕೊಟ್ಟಿರುವುದು. ಇಂತಹ ಪಟ್ಟಿಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಎಷ್ಟು ಸಲ ಆವರ್ತಿಸಿದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಆವೃತ್ತಿ (frequency) ಎಂದು ಕರೆಯುವರು.

ಈ ರೀತಿಯ ಪಟ್ಟಿಯನ್ನು **ಆವೃತ್ತಿ ಪಟ್ಟಿ** (frequency table) ಎಂದು ಹೇಳುವರು.

1) ಒಂದು ಗ್ರಾಮದ 50 ಕುಟುಂಬಗಳ ಸದಸ್ಯರ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕೆಳಗೆ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ.

8	6	9	4	4	2	6	5	4	3
7	3	3	2	3	7	6	3	2	5
5	13	9	9	7	4	4	5	4	3
3	7	2	3	3	10	8	6	6	4
2	4	5	4	3	8	7	5	6	3

ಆವೃತ್ತಿ ಪಟ್ಟಿಯನ್ನು ತಯಾರಿಸಿ ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

i) ಎರಡು ಸದಸ್ಯರು ಮಾತ್ರವಿರುವ ಎಷ್ಟು ಕುಟುಂಬಗಳಿವೆ?

ii) ನಾಲ್ಕು ಅಥವಾ ಅದಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಸದಸ್ಯರಿರುವ ಎಷ್ಟು ಕುಟುಂಬಗಳಿವೆ?

iii) ಹತ್ತು ಅಥವಾ ಅದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಸದಸ್ಯರಿರುವ ಎಷ್ಟು ಕುಟುಂಬಗಳಿವೆ?

iv) ಎಷ್ಟು ಸದಸ್ಯರಿರುವ ಕುಟುಂಬಗಳು ಅತಿ ಹೆಚ್ಚಿವೆ?

2) 8B ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ 44 ಮಕ್ಕಳಿದ್ದಾರೆ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಮಗುವು ಎಷ್ಟು ಕಿಲೋಮೀಟರ್ ದೂರದಿಂದ ಬರುವುದು ಎಂಬುದನ್ನು ಕೆಳಗೆ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ.

6	2	7	12	1	9	2	6
5	7	3	4	1	5	4	4
5	8	6	5	2	5	9	5
11	12	1	9	2	14	4	7
9	6	6	7	3	2	6	3
4	7	9	3				

ಆವೃತ್ತಿ ಪಟ್ಟಿಯನ್ನು ತಯಾರಿಸಿ ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರ ಬರೆಯಿರಿ.

i) ಸರಿಯಾಗಿ ಒಂದು ಕಿಲೋಮೀಟರ್ ದೂರದಿಂದ ಬರುವ ಎಷ್ಟು ಮಕ್ಕಳಿದ್ದಾರೆ?

ii) 5 ಕಿಲೋಮೀಟರಿಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ದೂರದಿಂದ ಬರುವ ಎಷ್ಟು ಮಕ್ಕಳಿದ್ದಾರೆ?

iii) 5 ಕಿಲೋಮೀಟರ್ ಮತ್ತು 10 ಕಿಲೋಮೀಟರ್‌ಗಳ ಎಡೆಯಲ್ಲಿರುವ ದೂರಗಳಿಂದ ಬರುವ ಮಕ್ಕಳೆಷ್ಟು?

iv) 10 ಕಿಲೋಮೀಟರಿಗಿಂತಲೂ ಹೆಚ್ಚು ದೂರದಿಂದ ಬರುವ ಎಷ್ಟು ಮಕ್ಕಳಿದ್ದಾರೆ?

3) ಒಂದು ಕ್ಲಾಸು ಪರೀಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ 35 ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಲಭಿಸಿದ ಮಾರ್ಕುಗಳನ್ನು ಕೆಳಗೆ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ.

15	10	18	11	19	16	15	17	14	18	13	15
17	16	15	14	15	17	14	15	13	16	11	11
16	20	13	12	10	16	17	13	12	14	12	

ಆವೃತ್ತಿ ಪಟ್ಟಿಯನ್ನು ತಯಾರಿಸಿ ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

i) 20 ಮಾರ್ಕು ಲಭಿಸಿದ ಎಷ್ಟು ಮಕ್ಕಳಿದ್ದಾರೆ?

ii) 10 ಮತ್ತು 15 ರ ಎಡೆಯಲ್ಲಿ ಮಾರ್ಕು ಲಭಿಸಿದ ಮಕ್ಕಳೆಷ್ಟು?

iii) 10 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಮಾರ್ಕು ಲಭಿಸಿದ ಮಕ್ಕಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಷ್ಟು?

iv) ಅತಿ ಹೆಚ್ಚು ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಲಭಿಸಿದ ಮಾರ್ಕು ಎಷ್ಟು?

ಇನ್ನೊಂದು ರೂಪ

ಒಬ್ಬ ಕ್ರಿಕೆಟ್ ಆಟಗಾರನು 50 ಏಕದಿನ ಪಂದ್ಯಗಳಲ್ಲಿ ಗಳಿಸಿದ ರನ್ನುಗಳನ್ನು ಕೆಳಗೆ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ.

50	0	49	60	100	68	27	48	15	65	101	45	2
52	25	18	29	53	72	90	32	81	28	104	35	49
2	60	87	71	38	102	35	71	68	20	10	30	55
47	21	35	12	20	11	27	43	38	40	48		

i) ಆತನು ಎಷ್ಟು ಶತಕಗಳನ್ನು ಗಳಿಸಿದ್ದಾನೆ?

ii) ಎಷ್ಟು ಅರ್ಧ ಶತಕಗಳನ್ನು ಗಳಿಸಿದ್ದಾನೆ?

iii) 50-ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ ರನ್ನುಗಳನ್ನು ಗಳಿಸಿದ ಎಷ್ಟು ಪಂದ್ಯಗಳಿವೆ?

ಇಲ್ಲಿ ಆಟಗಾರನು ಗಳಿಸಿದ ಅತಿ ಕಡಿಮೆ ರನ್ ಸೊನ್ನೆ ಮತ್ತು ಅತಿ ಹೆಚ್ಚಿನ ರನ್ 104 ಅಲ್ಲವೇ.

ಇದುವರೆಗೆ ಮಾಡಿದಂತೆ ಪಟ್ಟಿ ತಯಾರಿಸಲು 0 ಯಿಂದ 104 ರ ವರೆಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಮೊದಲಿನ ಕಾಲಮಿನಲ್ಲಿ ಬರೆಯಬೇಕಾದೀತು. ಆದರೆ ಎಲ್ಲಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೂ ಇಲ್ಲಿ ಅಗತ್ಯವಿಲ್ಲ. ಈ ರೀತಿಯ ಪಟ್ಟಿಯಿಂದ ಆಟಗಾರನ ನಿರ್ವಹಣೆಯ ಕುರಿತು ಸಾಮಾನ್ಯ ತೀರ್ಮಾನಕ್ಕೆ ಬರಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ.

ಇನ್ನೊಂದು ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಪಟ್ಟಿ ತಯಾರಿಸುವ.

ರನ್ನುಗಳನ್ನು ಒಂದೊಂದಾಗಿ ಒಂದು ಸಾಲಿನಲ್ಲಿ ಬರೆಯುವ ಬದಲು ಶತಕ (100 ಮತ್ತು 100ಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು), ಅರ್ಧ ಶತಕ (50 - 99), ಅರ್ಧ ಶತಕಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ (50-ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ) ಎಂಬಿವುಗಳನ್ನು ಒಂದೊಂದು ವಿಭಾಗವಾಗಿ ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಪಟ್ಟಿ ತಯಾರಿಸಬಹುದು.

ವಿಭಾಗ	ಗುರುತು	ಮಕ್ಕಳ ಸಂಖ್ಯೆ
0 - 49	|||| |||| |||| |||| |||| |||| |	31
50 - 99	|||| |||| ||||	15
100 ಮತ್ತು ಅದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು	||||	4
ಒಟ್ಟು		50

ಈ ಪಟ್ಟಿಯನ್ನು ನೋಡಿ ಮೊದಲು ಕೇಳಿದ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಸುಲಭವಾಗಿ ಉತ್ತರ ಹೇಳಬಹುದಲ್ಲವೇ? ಆಟಗಾರನ ನಿರ್ವಹಣೆಯ ಕುರಿತು ಇನ್ನೂ ಸ್ವಲ್ಪ ವಿಶ್ಲೇಷಿಸಬೇಕಾದರೋ?

- 10ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ ರನ್ನುಗಳನ್ನು ಗಳಿಸಿದ ಎಷ್ಟು ಪಂದ್ಯಗಳಿವೆ?
- 90 ಮತ್ತು 100ರ ಎಡೆಯಲ್ಲಿ ರನ್ನುಗಳನ್ನು ಗಳಿಸಿದ ಎಷ್ಟು ಪಂದ್ಯಗಳಿವೆ?
- 40 ಮತ್ತು 50ರ ಎಡೆಯಲ್ಲಿ ರನ್ನುಗಳನ್ನು ಗಳಿಸಿದ ಎಷ್ಟು ಪಂದ್ಯಗಳಿವೆ?

ಈ ರೀತಿ ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕಬೇಕಾದರೆ ಸೂಕ್ತವಾದ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಗಳಾಗಿ ಮಾಡಿ ಪಟ್ಟಿ ತಯಾರಿಸಬೇಕು.

0 ಯಿಂದ 9ರ ವರೆಗೆ, 10 ರಿಂದ 19ರ ವರೆಗೆ, 20 ರಿಂದ 29ರ ವರೆಗೆ ಎಂಬೀ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಗಳಾಗಿ ಮಾಡಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದರಲ್ಲಿಯೂ ಎಷ್ಟರಂತೆ ಬರುವುದು ಎಂದು ಲೆಕ್ಕಹಾಕಬಹುದು.

ಪಟ್ಟಿಗಳು

ಮಾಹಿತಿಗಳ ಸಂಗ್ರಹದಿಂದ ಸರಿಯಾದ ನಿಗಮನವನ್ನು ರೂಪೀಕರಿಸಲು ಅವುಗಳನ್ನು ಕ್ರಮೀಕರಿಸಬೇಕು. ಹೀಗೆ ಕ್ರಮೀಕರಿಸುವ ಒಂದು ವಿಧಾನವೇ ಅವುಗಳನ್ನು ವರ್ಗೀಕರಿಸಿ ಪಟ್ಟಿ ಮಾಡುವುದಾಗಿದೆ. ಸ್ಟಾಟಿಸ್ಟಿಕ್ಸ್‌ನಲ್ಲಿ ಸಾಧಾರಣವಾಗಿ ಉಪಯೋಗಿಸುವ ಒಂದು ವಿಧಾನವೇ ಆವೃತ್ತಿಪಟ್ಟಿಯಾಗಿದೆ.

ಈ ರೀತಿ ಪಟ್ಟಿ ತಯಾರಿಸುವಾಗ ಕೆಲವು ಮಾಹಿತಿಗಳು ಪರಿಗಣನೆಗೆ ಸಿಗುವುದಿಲ್ಲ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ ಆದಾಯಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿ ಸಂಗ್ರಹಿಸಿದ ಒಟ್ಟು ಮಾಹಿತಿಗಳನ್ನು ವಿಭಾಗಿಸಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ವಿಭಾಗದಲ್ಲಿರುವವರ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಮಾತ್ರ ಹೇಳುವಾಗ ಇದರಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬರ ನಿಜವಾದ ಆದಾಯ ಎಷ್ಟೆಂದು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ.

ಆದರೆ, ಇಂತಹ ಒಂದು ಪಟ್ಟಿಯಿಂದ ಬೇರೆಬೇರೆ ಆದಾಯವಿರುವವರ ವರ್ಗೀಕರಣದ ಕುರಿತು ಸಾಧಾರಣ ವಾದ ತಿಳುವಳಿಕೆ ಸಿಗುತ್ತದೆ. ಇದೇ ತಿಳುವಳಿಕೆ ಕ್ರಮೀಕರಿಸದ ಮಾಹಿತಿ ಸಂಗ್ರಹಣೆಯಿಂದ ಸಿಗುವುದಿಲ್ಲ.

ವಿಭಾಗ	ಗುರುತು	ಮಕ್ಕಳ ಸಂಖ್ಯೆ
0 - 9	|||	3
10 - 19	𝍸	5
20 - 29	𝍸 |||	8
30 - 39	𝍸 ||	7
40 - 49	𝍸 |||	8
50 - 59	||||	4
60 - 69	𝍸	5
70 - 79	|||	3
80 - 89	||	2
90 - 99	|	1
100 - 109	||||	4
ಒಟ್ಟು		50

ಈ ಮೊದಲು ನೀಡಿದ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಇನ್ನು ಸುಲಭವಾಗಿ ಉತ್ತರವನ್ನು ಹೇಳಬಹುದಲ್ಲವೇ.

ಇನ್ನೊಂದು ಸಂದರ್ಭವನ್ನು ನೋಡೋಣ.

ಶಾಲೆಯ ಹೆಲ್ತ್ ಕ್ಲಬ್ಬಿನ ಸದಸ್ಯರ ಭಾರವನ್ನು (ಕಿಲೋಗ್ರಾಂನಲ್ಲಿ) ಕೆಳಗೆ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ.

38	$37\frac{1}{2}$	$40\frac{1}{2}$	59	48	48	$37\frac{1}{2}$
58	50	$54\frac{1}{2}$	39	40	$40\frac{1}{2}$	49
32	43	45	53	37	44	51
$50\frac{1}{2}$	$32\frac{1}{2}$	46	55	36	$44\frac{1}{2}$	47
$42\frac{1}{2}$	33					

ಆವೃತ್ತಿ ಪಟ್ಟಿಯನ್ನು ರಚಿಸಬೇಕು.

30 – 34, 35 – 39, 40 – 44, 45 – 49 ಎಂಬೀ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ ಸರಿಯಾದೀತೇ?

ಉದಾಹರಣೆಗೆ $44\frac{1}{2}$ ಭಾರ ಯಾವ ವಿಭಾಗದಲ್ಲಿರುವುದು?

ವಿಭಜನೆ ರೀತಿ

ಮಾಹಿತಿಗಳಿಗೆ ವ್ಯವಸ್ಥಿತ ರೂಪ ಸಿಗಲು, ಆ ಮೂಲಕ ಅವುಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಸಾಮಾನ್ಯವಾದ ತಿಳುವಳಿಕೆಗಳನ್ನು ಸುಲಭಗೊಳಿಸುವುದಕ್ಕಾಗಿ ಅವುಗಳನ್ನು ವಿಭಜಿಸಿ ಪಟ್ಟಿ ತಯಾರಿಸುವುದಾಗಿದೆ. ಈ ರೀತಿ ಮಾಡುವಾಗ ಕೆಲವು ಮಾಹಿತಿಗಳು ಪರಿಗಣನೆಗೆ ಸಿಗುವುದಿಲ್ಲ ಎಂದು ತಿಳಿದೆವು. ಕಡಿಮೆ ವಿಸ್ತಾರ ವಿರುವ ಅನೇಕ ವಿಭಾಗಗಳಾಗಿ ಮಾಡಿ ಇಂತಹ ನಷ್ಟವನ್ನು ಕಡಿಮೆ ಮಾಡಬಹುದು. ಆದರೆ ಪಟ್ಟಿಗೆ ವ್ಯವಸ್ಥಿತ ರೂಪ ಸಿಗಲಾರದು. ಬದಲಾಗಿ ಅಧಿಕ ವಿಸ್ತಾರವಿರುವ ಕೆಲವೇ ವಿಭಾಗಗಳನ್ನಾಗಿ ಮಾಡಿದರೆ ಮಾಹಿತಿಗಳ ಮಂಡನೆ ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತವಾಗುವುದು, ಆದರೆ ತಿಳುವಳಿಕೆಗಳೊಂದನ್ನೂ ರೂಪೀಕರಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗದ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಮಾಹಿತಿಗಳು ನಷ್ಟ ಹೊಂದಬಹುದು.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಆದಾಯ ಮಾಹಿತಿಗಳನ್ನು ಪಟ್ಟಿ ಮಾಡುವಾಗ, 1 ರೂಪಾಯಿ ಅಂತರವಿರುವ ವಿಭಾಗ ಗಳಾಗಿ ಮಾಡಿದರೋ? ಸಂಗ್ರಹಿಸಿದ ಮಾಹಿತಿಗಳೆಲ್ಲವೂ ಪಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿರಬಹುದು. ಆದರೆ ಚುಟುಕಾಗಿಸಿದುದು ಏನೂ ನಡೆಯಲಿಲ್ಲ. ಬದಲಾಗಿ ಅತಿ ಕಡಿಮೆ ಆದಾಯದಿಂದ ಅತಿ ಹೆಚ್ಚು ಆದಾಯದ ವರೆಗೆ ಒಂದೇ ವಿಭಾಗ ಮಾಡಿದರೋ? ಪಟ್ಟಿ ಬಹಳಷ್ಟು ಚುಟುಕಾದೀತು. ಆದರೆ ಸಾಮಾನ್ಯವಾದ ನಿಗಮನಗಳೊಂದೂ ಸಾಧ್ಯವಾಗುವುದಿಲ್ಲ.

ವಿಭಾಗಗಳನ್ನು 30 – 35, 35 – 40, 40 – 45 ಎಂಬೀ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಬಹುದು. ಆಗ $44\frac{1}{2}$ ಎಂಬುದು 40 – 45 ಎಂಬ ವಿಭಾಗದಲ್ಲಿ ಬರುವುದಲ್ಲವೇ? 40 ಎಂಬುದು 35 – 40 ಅಥವಾ 40 – 45 ಎಂಬ ಯಾವ ವಿಭಾಗದಲ್ಲಿ ಒಳಪಡಿಸಬೇಕು? ಸಾಧಾರಣವಾಗಿ 40 – 45 ಎಂಬ ವಿಭಾಗದಲ್ಲಿ 40 ನ್ನು ಸೇರಿಸುವುದು. ಅದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ 45 ಎಂಬ ಅಳತೆಯನ್ನು 45 – 50 ಎಂಬ ವಿಭಾಗದಲ್ಲಿ ಸೇರಿಸುವುದಾಗಿದೆ.

ಇನ್ನು ಆವೃತ್ತಿ ಪಟ್ಟಿಯನ್ನು ತಯಾರಿಸಬಹುದಲ್ಲವೇ?

ವಿಭಾಗ	ಗುರುತು	ಆವೃತ್ತಿ
30 - 35		
35 - 40		
40 - 45		
45 - 50		
50 - 55		
55 - 60		

1) 40 ಪಟ್ಟಣಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು ದಿವಸದ ಗರಿಷ್ಠ ಉಷ್ಣತೆಯನ್ನು (ಡಿಗ್ರಿ ಸೆಲ್ಸಿಯಸ್‌ನಲ್ಲಿ) ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಆವೃತ್ತಿ ಪಟ್ಟಿಯನ್ನು ತಯಾರಿಸಿರಿ.

41	23	32	40	25	30	38	47	40	39
26	31	37	32	36	41	30	25	27	30
29	40	38	36	43	37	28	27	32	36
38	36	33	32	28	27	23	26	28	31

2) ದೈಹಿಕ ಸಾಮರ್ಥ್ಯ ಪರೀಕ್ಷೆಗೆ ಹಾಜರಾದ 45 ಜನರ ಎತ್ತರವನ್ನು ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್‌ಗಳಲ್ಲಿ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಆವೃತ್ತಿ ಪಟ್ಟಿಯನ್ನು ತಯಾರಿಸಿರಿ.

160	145	168	156	168.4	170	163	177	143	175	169	154
163	176	160.3	164	150	168	166	148	154	159	164.5	
165	155	148.2	158	174	169	168	165	170	141	172.7	
179	167	171	159	167	171	165	171	167	162	171	

ಎತ್ತರ	ಗುರುತು	ಸಂಖ್ಯೆ
140 - 145		
145 - 150		
....		
....		
....		
....		

ಹೊಸದೊಂದು ಚಿತ್ರ

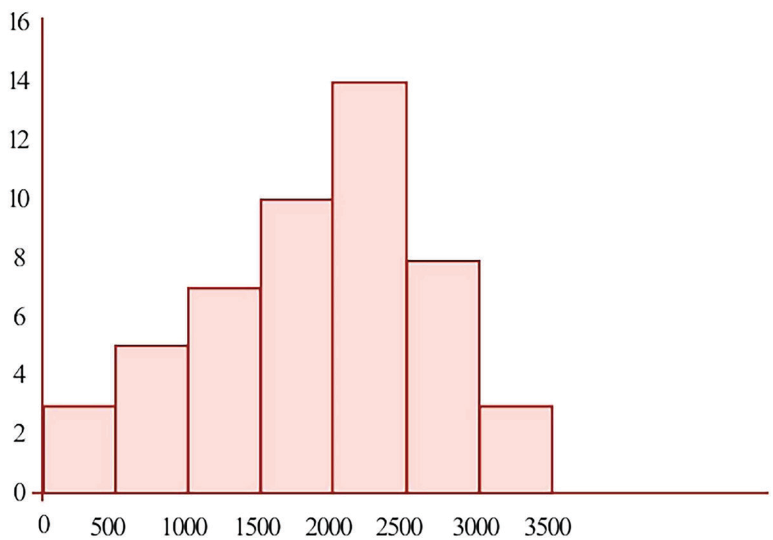
ಸಂಖ್ಯಾಪರವಾದ ಮಾಹಿತಿಗಳನ್ನು ಆಯತ ಚಿತ್ರಗಳಾಗಿಯೂ, ವೃತ್ತಚಿತ್ರಗಳಾಗಿಯೂ ಪ್ರಸ್ತುತಪಡಿಸಲು ತಿಳಿದಿದೆಯಲ್ಲವೇ?

ಇನ್ನು ಆವೃತ್ತಿ ಪಟ್ಟಿಯ ಮಾಹಿತಿಗಳನ್ನು ಚಿತ್ರಗಳಾಗಿ ಬದಲಾಯಿಸುವುದು ಹೇಗೆಂದು ನೋಡೋಣ.

50 ಕುಟುಂಬಗಳು ಒಂದು ದಿನ ಉಪಯೋಗಿಸಿದ ನೀರಿನ ಅಳತೆಯನ್ನು ಕೆಳಗೆ ಪಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ:

ನೀರಿನ ಅಳತೆ (ಲೀಟರ್‌ಗಳಲ್ಲಿ)	ಕುಟುಂಬಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ
0 - 500	3
500 - 1000	5
1000 - 1500	7
1500 - 2000	10
2000 - 2500	14
2500 - 3000	8
3000 - 3500	3
ಒಟ್ಟು	**50**

ಪಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿರುವ ಮಾಹಿತಿಗಳನ್ನು ಚಿತ್ರೀಕರಿಸಿರುವುದನ್ನು ನೋಡಿರಿ.



ವಿಭಾಗಗಳನ್ನು ಅಡ್ಡಗೆರೆಯಲ್ಲಿಯೂ ಆವೃತ್ತಿಯನ್ನು ನೀಟ ಗೆರೆಯಲ್ಲಿಯೂ ಗುರುತಿಸಲಾಗಿದೆ. ಆಯತದ ಅಗಲವು ಪ್ರತಿಯೊಂದು ವಿಭಾಗದ ಗಾತ್ರವನ್ನೂ ಎತ್ತರವು ಆವೃತ್ತಿಯನ್ನೂ ಸೂಚಿಸುವುದು. ಈ ರೀತಿ ರಚಿಸುವ ಚಿತ್ರವೇ **ಆವೃತ್ತಿ ಆಯತ** (histogram) ಆಗಿದೆ.

1) ಒಂದು ದೀರ್ಘದೂರ ಓಟದ ಸ್ಪರ್ಧೆಯಲ್ಲಿ ಭಾಗವಹಿಸಿದ 30 ಮಕ್ಕಳು ತೆಗೆದುಕೊಂಡ ಸಮಯವನ್ನು ಕೆಳಗೆ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಆವೃತ್ತಿ ಆಯತವನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.

ಸಮಯ (ಮಿನಿಟುಗಳಲ್ಲಿ)	ಮಕ್ಕಳ ಸಂಖ್ಯೆ
10 - 13	3
13 - 16	5
16 - 19	12
19 - 22	8
22 - 25	2

2) ಒಂದು ಪ್ರದೇಶದ 60 ಕುಟುಂಬಗಳ ದೈನಂದಿನ ಆದಾಯದ ಪಟ್ಟಿಯನ್ನು ಕೆಳಗೆ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ.

ದೈನಂದಿನ ಆದಾಯ (ರೂಪಾಯಿಗಳಲ್ಲಿ)	ಕುಟುಂಬಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ
800 - 850	3
850 - 900	7
900 - 950	15
950 - 1000	20
1000 - 1050	9
1050 - 1100	6

ಆವೃತ್ತಿ ಆಯತವನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.

3) ಜೂನ್, ಜುಲೈ ತಿಂಗಳುಗಳಲ್ಲಿ ಲಭಿಸಿದ ಮಳೆಯ ಮಾಹಿತಿಗಳನ್ನು ಕೆಳಗೆ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಈ ಮಾಹಿತಿಗಳ ಆವೃತ್ತಿ ಆಯತವನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.

ಮಳೆ (ಮಿ.ಮೀ.)	ದಿನಗಳು
10 - 20	4
20 - 30	6
30 - 40	9
40 - 50	15
50 - 60	10
60 - 70	8
70 - 80	5
80 - 90	3
90 - 100	1

4) 25 ಸ್ತ್ರೀಯರೂ 23 ಪುರುಷರೂ ಓಟದ ಸ್ಪರ್ಧೆಯನ್ನು ಪೂರ್ತಿಗೊಳಿಸಲು ತೆಗೆದುಕೊಂಡ ಸಮಯವನ್ನು ಕೆಳಗೆ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಸ್ತ್ರೀಯರು ಮತ್ತು ಪುರುಷರಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಆವೃತ್ತಿ ಆಯತವನ್ನು ಬೇರೆ ಬೇರೆಯಾಗಿ ರಚಿಸಿರಿ.

ಸಮಯ ಸೆಕೆಂಡುಗಳಲ್ಲಿ	ಸಂಖ್ಯೆ	
	ಸ್ತ್ರೀಯರು	ಪುರುಷರು
30 - 40	2	3
40 - 50	6	7
50 - 60	8	5
60 - 70	5	5
70 - 80	4	3

5) ಒಂದು ತರಗತಿಯ 45 ಮಕ್ಕಳ ಭಾರವನ್ನು ಕಿಲೋಗ್ರಾಂಗಳಲ್ಲಿ ಕೆಳಗೆ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ.

41	31	48	34	75	39	45	41	55
52	40	57	43	61	47	64	56	47
41	59	46	67	45	64	48	52	58
53	64	59	43	50	62	54	68	59
69	57	57	53	52	56	61	55	69

ಆವೃತ್ತಿ ಪಟ್ಟಿಯನ್ನು ತಯಾರಿಸಿ ಆವೃತ್ತಿ ಆಯತವನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.

ಟಿಪ್ಪಣಿಗಳು

ಟಿಪ್ಪಣಿಗಳು

ಭಾರತದ ಸಂವಿಧಾನ

ಭಾಗ IV ಕ

ಮೂಲಭೂತ ಕರ್ತವ್ಯಗಳು

51ಕ. **ಮೂಲಭೂತ ಕರ್ತವ್ಯಗಳು – ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳು ಭಾರತದ ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬ ಪೌರನ ಕರ್ತವ್ಯಗಳಾಗಿವೆ.**

(ಕ) ಸಂವಿಧಾನವನ್ನು ಅನುಸರಿಸುವುದು, ಅದರ ಆದರ್ಶಗಳನ್ನು, ಸಂಸ್ಥೆಗಳನ್ನು ರಾಷ್ಟ್ರಧ್ವಜವನ್ನು ಮತ್ತು ರಾಷ್ಟ್ರಗೀತೆಯನ್ನು ಗೌರವಿಸುವುದು;

(ಖ) ನಮ್ಮ ರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ಸ್ವಾತಂತ್ರ್ಯ ಸಂಗ್ರಾಮಕ್ಕೆ ಸ್ಫೂರ್ತಿದಾಯಕವಾದ ಉದಾತ್ತ ಆದರ್ಶಗಳನ್ನು ಘೋಷಿಸುವುದು ಮತ್ತು ಅನುಸರಿಸುವುದು.

(ಗ) ಭಾರತದ ಸಾರ್ವಭೌಮತೆಯನ್ನು, ಏಕತೆಯನ್ನು ಮತ್ತು ಅಖಂಡತೆಯನ್ನು ಗೌರವಿಸುವುದು ಹಾಗೂ ಸಂರಕ್ಷಿಸುವುದು.

(ಘ) ದೇಶವನ್ನು ರಕ್ಷಿಸಲು ಮತ್ತು ರಾಷ್ಟ್ರಕ್ಕೆ ಸೇವೆ ಸಲ್ಲಿಸಲು ಕರೆ ಬಂದಾಗ ಅದನ್ನು ಅನುಸರಿಸುವುದು.

(ಙ) ಧಾರ್ಮಿಕ, ಭಾಷಿಕ ಮತ್ತು ಪ್ರಾದೇಶಿಕ ಅಥವಾ ಜಾತಿ ಪಂಗಡಗಳ ಭಿನ್ನತೆಗಳಿಂದ ಅತೀತವಾಗಿ ಭಾರತದ ಎಲ್ಲ ಜನತೆಯಲ್ಲಿ ಸಾಮರಸ್ಯವನ್ನು ಮತ್ತು ಭ್ರಾತೃತ್ವದ ಭಾವನೆಯನ್ನು ಬೆಳೆಸುವುದು, ಸ್ತ್ರೀಯರ ಗೌರವಕ್ಕೆ ಕುಂದುಂಟುಮಾಡುವ ಆಚರಣೆಯನ್ನು ಬಿಟ್ಟು ಬಿಡುವುದು.

(ಚ) ನಮ್ಮ ಸಂಸ್ಕೃತಿಯ ಭವ್ಯ ಪರಂಪರೆಯನ್ನು ಗೌರವಿಸುವುದು ಹಾಗೂ ಕಾಪಾಡುವುದು.

(ಛ) ಅರಣ್ಯಗಳು, ಸರೋವರಗಳು, ನದಿಗಳು ಮತ್ತು ವನ್ಯಜೀವಿಗಳು ಸೇರಿದಂತೆ ನೈಸರ್ಗಿಕ ಪರಿಸರವನ್ನು ಸಂರಕ್ಷಿಸುವುದು ಹಾಗೂ ಅಭಿವೃದ್ಧಿ ಮಾಡುವುದು, ಪ್ರಾಣಿಗಳಿಗೆ ಅನುಕಂಪ ತೋರಿಸುವುದು.

(ಜ) ವೈಜ್ಞಾನಿಕ ಮನೋಭಾವ, ಮಾನವೀಯತೆ, ಜಿಜ್ಞಾಸೆ ಮತ್ತು ಸುಧಾರಣ ಪ್ರವೃತ್ತಿಯನ್ನು ಬೆಳೆಸುವುದು.

(ಝ) ಸಾರ್ವಜನಿಕ ಸೊತ್ತನ್ನು ರಕ್ಷಿಸುವುದು ಮತ್ತು ಹಿಂಸೆಯನ್ನು ತ್ಯಜಿಸುವುದು.

(ಞ) ರಾಷ್ಟ್ರವು ನಿರಂತರವಾಗಿ ಸಾಧನೆ ಮತ್ತು ಸಿದ್ಧಿಯ ಔನ್ನತ್ಯಕ್ಕೆ ತಲುಪಲು ವೈಯಕ್ತಿಕ ಹಾಗೂ ಸಾಮಾಜಿಕ ಚಟುವಟಿಕೆಯ ಎಲ್ಲ ಕಾರ್ಯಕ್ಷೇತ್ರಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರಾಮಾಣಿಕವಾಗಿ ಶ್ರಮಿಸುವುದು.

(ಟ) ಆರರಿಂದ ಹದಿನಾಲ್ಕು ವರ್ಷಗಳ ನಡುವಿನ ತನ್ನ ಮಕ್ಕಳಿಗೋ, ತನ್ನ ರಕ್ಷಣೆಯಲ್ಲಿರುವ ಮಕ್ಕಳಿಗೋ ಆಯಾ ಸಂದರ್ಭಾನುಸಾರ ಹೆತ್ತವರೋ ರಕ್ಷಕರೋ ವಿದ್ಯಾಭ್ಯಾಸಕ್ಕಿರುವ ಅವಕಾಶವನ್ನು ಏರ್ಪಡಿಸುವುದು.

ಮಕ್ಕಳ ಹಕ್ಕುಗಳು

ಪ್ರೀತಿಯ ಮಕ್ಕಳೇ,

ನಿಮ್ಮ ಹಕ್ಕುಗಳ ಕುರಿತು ತಿಳಿಯಬೇಕಲ್ಲವೇ? ಹಕ್ಕುಗಳ ಕುರಿತಾಗಿರುವ ತಿಳುವಳಿಕೆಯು ನಿಮ್ಮ ಭಾಗವಹಿಸುವಿಕೆ, ಸಂರಕ್ಷಣೆ, ಸಾಮಾಜಿಕ ನ್ಯಾಯ ಎಂಬಿವುಗಳನ್ನು ಖಾತರಿಪಡಿಸಲು ಪ್ರೇರಣೆಯನ್ನೂ ಪ್ರಚೋದನೆಯನ್ನೂ ನೀಡುತ್ತದೆ. ನಿಮ್ಮ ಹಕ್ಕುಗಳನ್ನು ಸಂರಕ್ಷಿಸಲು ಈಗ ಒಂದು ಆಯೋಗವು ಕಾರ್ಯಾಚರಿಸುತ್ತಿದೆ. 'ಕೇರಳ ಪ್ರಾಂತ್ಯ ಮಕ್ಕಳ ಹಕ್ಕು ಸಂರಕ್ಷಣ ಆಯೋಗ' ಎಂದು ಅದರ ಹೆಸರು. ನಿಮ್ಮ ಹಕ್ಕುಗಳು ಯಾವುವು ಎಂದು ನೋಡೋಣ.

- ವಾಕ್ ಮತ್ತು ಅಭಿವ್ಯಕ್ತಿ ಸ್ವಾತಂತ್ರ್ಯ.
- ಜೀವ ಮತ್ತು ವ್ಯಕ್ತಿ ಸ್ವಾತಂತ್ರ್ಯದ ರಕ್ಷಣೆ.
- ಪರಿಪೂರ್ಣವಾದ ಬದುಕು ಹಾಗೂ ವಿಕಾಸದ ಹಕ್ಕು.
- ಜಾತಿ, ಮತ, ವರ್ಗ, ವರ್ಣ ಎಂಬ ಚಿಂತನೆಗಳನ್ನು ಮೀರಿ ಗೌರವಿಸಲ್ಪಡುವ ಮತ್ತು ಅಂಗೀಕರಿಸಲ್ಪಡುವ ಹಕ್ಕು.
- ದೈಹಿಕ, ಮಾನಸಿಕ ಹಾಗೂ ಲೈಂಗಿಕ ದೌರ್ಜನ್ಯಗಳಿಂದ ರಕ್ಷಣೆ ಪಡೆಯಲೂ ಶುಶ್ರೂಷೆ ಪಡೆಯಲೂ ಇರುವ ಹಕ್ಕು.
- ಬಾಲ ಕಾರ್ಮಿಕತನದಿಂದ ಹಾಗೂ ಅಪಾಯಕಾರಿ ಕೆಲಸಗಳಿಂದ ಬಿಡುಗಡೆ.
- ಪಾಲ್ಗೊಳ್ಳುವಿಕೆಯ ಹಕ್ಕು.
- ಬಾಲ್ಯವಿವಾಹದಿಂದ ರಕ್ಷಣೆ.
- ವೈಯಕ್ತಿಕ ಸಂಸ್ಕೃತಿಯನ್ನು ಅರಿತುಕೊಂಡು ಅದನ್ನು ಅನುಸರಿಸಿ ಬದುಕುವ ಸ್ವಾತಂತ್ರ್ಯ.
- ನಿರ್ಲಕ್ಷ್ಯಕ್ಕೆ ಒಳಗಾಗದಂತೆ ಸಂರಕ್ಷಣೆ.
- ಉಚಿತ ಹಾಗೂ ಕಡ್ಡಾಯ ಶಿಕ್ಷಣದ ಹಕ್ಕು.
- ಕಲಿಯಲೂ ಆಟವಾಡಲೂ ಇರುವ ಹಕ್ಕು.
- ಪ್ರೀತಿ ಹಾಗೂ ರಕ್ಷಣೆಯನ್ನು ಒದಗಿಸುವ ಕುಟುಂಬ ಹಾಗೂ ಸಮಾಜವನ್ನು ಪಡೆಯುವ ಹಕ್ಕು.

ನಿಮ್ಮ ಕೆಲವು ಜವಾಬ್ದಾರಿಗಳು

- ಶಾಲೆ, ಸಾರ್ವಜನಿಕ ಸೊತ್ತುಗಳನ್ನು ಹಾನಿ ಮಾಡದೆ ರಕ್ಷಿಸುವುದು.
- ಶಾಲೆಯಲ್ಲಿ ಹಾಗೂ ಕಲಿಕಾ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳಲ್ಲಿ ಶಿಸ್ತು ಪಾಲಿಸುವುದು.
- ಶಾಲಾ ಅಧಿಕಾರಿಗಳನ್ನು, ಅಧ್ಯಾಪಕರನ್ನು, ಹೆತ್ತವರನ್ನು ಹಾಗೂ ಸಹಪಾಠಿಗಳನ್ನು ಗೌರವಿಸುವುದು ಮತ್ತು ಅಂಗೀಕರಿಸುವುದು.
- ಜಾತಿ, ಮತ, ವರ್ಗ, ವರ್ಣ ಇತ್ಯಾದಿ ಚಿಂತನೆಗಳನ್ನು ಮೀರಿ ಇತರರನ್ನು ಗೌರವಿಸಲೂ ಅಂಗೀಕರಿಸಲೂ ಸಿದ್ಧರಾಗುವುದು.

ಸಂಪರ್ಕಿಸಬೇಕಾದ ವಿಳಾಸ:

ಕೇರಳ ಪ್ರಾಂತ್ಯ ಮಕ್ಕಳ ಹಕ್ಕು ಸಂರಕ್ಷಣ ಆಯೋಗ

'ಶ್ರೀ ಗಣೇಶ್', ಟಿ.ಸಿ. 14/2036, ವಾನ್ ರೋಸ್ ಜಂಕ್ಷನ್, ತಿರುವನಂತಪುರ-34

ಫೋನ್ : 0471-2326603

E-mail : childrightscpcr@kerala.gov.in, rtecpcr@kerala.gov.in

Website : www.kescpcr.kerala.gov.in.

ಮಕ್ಕಳ ಸಹಾಯವಾಣಿ : 1098, ಅಪರಾಧ ನಿಯಂತ್ರಣ : 1090, ನಿರ್ಭಯ : 1800 425 1400

ಕೇರಳ ಪೋಲೀಸ್ ಸಹಾಯವಾಣಿ : 0471-3243000/44000/45000

online ***R.T.E Monitoring : www.nireekshana.org.in***