ഗണിതം

ഭാഗം - 2

സ്റ്റാൻഡേർഡ്

VI

കേരളസർക്കാർ
പൊതുവിദ്യാഭ്യാസവകുപ്പ്

തയ്യാറാക്കിയത്
സംസ്ഥാന വിദ്യാഭ്യാസ ഗവേഷണ പരിശീലന സമിതി (SCERT) കേരളം

2025

ദേശീയഗാനം

ജനഗണമന അധിനായക ജയഹേ
ഭാരത ഭാഗ്യവിധാതാ,
പഞ്ചാബസിന്ധു ഗുജറാത്ത മറാഠാ
ദ്രാവിഡ ഉത്ക്കല ബംഗാ,
വിന്ധ്യഹിമാചല യമുനാഗംഗാ,
ഉച്ഛല ജലധിതരംഗാ,
തവശുഭനാമേ ജാഗേ,
തവശുഭ ആശിഷ മാഗേ,
ഗാഹേ തവ ജയ ഗാഥാ
ജനഗണമംഗലദായക ജയഹേ
ഭാരത ഭാഗ്യവിധാതാ
ജയഹേ, ജയഹേ, ജയഹേ,
ജയ ജയ ജയ ജയഹേ!

പ്രതിജ്ഞ

ഇന്ത്യ എന്റെ രാജ്യമാണ്. എല്ലാ ഇന്ത്യക്കാരും എന്റെ സഹോദരീ സഹോദരന്മാരാണ്.

ഞാൻ എന്റെ രാജ്യത്തെ സ്നേഹിക്കുന്നു; സമ്പൂർണ്ണവും വൈവിധ്യപൂർണ്ണവുമായ അതിന്റെ പാരമ്പര്യത്തിൽ ഞാൻ അഭിമാനം കൊള്ളുന്നു.

ഞാൻ എന്റെ മാതാപിതാക്കളെയും ഗുരുക്കന്മാരെയും മുതിർന്നവരെയും ബഹുമാനിക്കും.

ഞാൻ എന്റെ രാജ്യത്തിന്റെയും എന്റെ നാട്ടുകാരുടെയും ക്ഷേമത്തിനും ഐശ്വര്യത്തിനും വേണ്ടി പ്രയത്നിക്കും.

ഗണിതം

6

State Council of Educational Research and Training (SCERT)
Poojappura, Thiruvananthapuram 695012, Kerala
Website : www.scertkerala.gov.in
e-mail : scertkerala@gmail.com, Phone : 0471 - 2341883,
Typesetting and Layout : SCERT
First Edition : 2025
Printed at : KBPS, Kakkanad, Kochi-30
© Department of General Education, Government of Kerala

പ്രിയപ്പെട്ട കുട്ടികളേ,

ഗണിതപഠനത്തിന്റെ വ്യത്യസ്ത തലങ്ങൾ നമ്മൾ പരിചയപ്പെട്ടു കഴിഞ്ഞു. എണ്ണൽസംഖ്യകൾ, അവയുടെ പലതരം ക്രിയകൾ, ജ്യാമിതീയ രൂപങ്ങളുടെ അടിസ്ഥാനധാരണകൾ, സംഖ്യാബന്ധങ്ങൾ, ഭിന്നസംഖ്യകൾ, ദശാംശരൂപങ്ങൾ എന്നിവയെക്കുറിച്ചെല്ലാം മുൻക്ലാസുകളിൽ നിന്നും നാം വ്യക്തമായ ധാരണകൾ ആർജിച്ചിട്ടുണ്ടല്ലോ. നേടിയ ആശയങ്ങളുടെ പ്രയോഗതലങ്ങൾ വികസിപ്പിക്കാനും നവീനമായ ആശയങ്ങൾ രൂപീകരിക്കുന്നതിനും നമ്മെ പ്രാപ്തരാക്കുന്നതാണ് ഈ പുസ്തകത്തിലെ ഉള്ളടക്കം. ഗണനചിന്ത വർധിപ്പിക്കാനും യുക്തിസഹമായി പ്രശ്നപരിഹരണം സാധ്യമാക്കാനും നിരീക്ഷണങ്ങളുടെയും നിഗമനങ്ങളുടെയും അടിസ്ഥാനത്തിൽ ഗണിതത്തെ വ്യാഖ്യാനിക്കാനും ഈ പാഠഭാഗങ്ങൾ വഴിയൊരുക്കും. ആത്മവിശ്വാസത്തോടെ ഗണിതത്തിന്റെ രസകരവും ജിജ്ഞാസാനിർഭരവുമായ പുതിയ ലോകത്തിലേക്ക് പ്രവേശിക്കുക.

സ്നേഹാശംസകളോടെ,

ഡോ. ജയപ്രകാശ് ആർ.കെ.
ഡയറക്ടർ
എസ്.സി.ഇ.ആർ.ടി., കേരളം

പാഠപുസ്തകരചനാസമിതി

അഡ്വൈസർ

ഡോ. ഇ. കൃഷ്ണൻ,
ഗണിതവിഭാഗം മേധാവി (റിട്ട.),
യൂണിവേഴ്സിറ്റി കോളേജ്, തിരുവനന്തപുരം

ചെയർപേഴ്സൺ

സി. വേണുഗോപാൽ
അസിസ്റ്റന്റ് പ്രൊഫസർ (റിട്ട.)
ഐ.എ.എസ്.ഇ., തൃശൂർ

വിദഗ്ധർ

ഡോ. കെ. സലീമുദ്ദീൻ
പ്രിൻസിപ്പാൾ (പൂർണ്ണ അധിക ചുമതല),
ഡയറ്റ് മലപ്പുറം

ഡോ. ഷിഖി എം.
പ്രൊഫസർ,
കോളേജ് ഓഫ് എഞ്ചിനിയറിംഗ് ട്രിവാൻഡ്രം (സി.ഇ.ടി.),
തിരുവനന്തപുരം

അംഗങ്ങൾ

കുഞ്ഞബ്ദുള്ള എം.
പ്രഥമാധ്യാപകൻ (റിട്ട.)
മുയിപ്പോത്ത് എം.യു.പി. സ്കൂൾ,
കോഴിക്കോട്

തുളസീധരൻ പിള്ള കെ.ജി.
പ്രഥമാധ്യാപകൻ (റിട്ട.),
ജി.എൽ.പി.എസ്. അഞ്ചൽ, കൊല്ലം

സുരേഷ് ബാബു റ്റി.
എൽ.പി.എസ്.റ്റി. (റിട്ട.)
യു.പി.ജി.എസ്, പുനുക്കന്നൂർ,
കൊല്ലം

ഫാത്തിമ കെ.
യു.പി.എസ്.ടി.,
ജി.വി.എച്ച്.എസ്.എസ്.
നെല്ലിക്കുത്ത്, മലപ്പുറം

നിഷ സി.
ലക്ചറർ,
ഡയറ്റ്, മലപ്പുറം

സുകന്യ പി.
യു.പി.എസ്.ടി. രാമകൃഷ്ണ
മിഷൻ ഹയർ സെക്കൻഡറി സ്കൂൾ,
മീഞ്ചന്ത, കോഴിക്കോട്

സതീഷ്.യു.കെ
പി.ഡി.ടീച്ചർ
ജി.യു.പി.എസ്.പത്തപ്പിരിയം,
മലപ്പുറം

സന്ദീപ് മാട്ടട
യു.പി.എസ്.ടി, എ.എച്ച്.എസ്.എസ്.
പാറൽ, മമ്പാട്ടുമൂല, മലപ്പുറം

ഉല്ലാസ് യു.ജി. (ആർട്ടിസ്റ്റ്)
എച്ച്.എസ്.ടി.
സി.ബി.എച്ച്.എസ്.എസ്.
വള്ളിക്കുന്ന്, മലപ്പുറം

അനൂപ് കെ.പി.
എച്ച്.എസ്.ടി. ഡ്രോയിങ്,
പി.എം.എസ്.എ.പി.ടി.എച്ച്.
എസ്.എസ്., കക്കോവ്,
വാഴയൂർ, മലപ്പുറം

ഹരികൃഷ്ണൻ ജി.
എൽ.ടി.എ.
ജി.എസ്സ്.വി.എച്ച്.എസ്.എസ്.
സുൽത്താൻ ബത്തേരി, വയനാട്

ധനേശൻ എം.വി.
എച്ച്.എസ്.എസ്.ടി.
ജി.എഫ്.എച്ച്.എസ്.എസ്.
പടന്നക്കടപ്പുറം, വലിയപറമ്പ്,
കാസറഗോഡ്

അക്കാദമിക് കോഡിനേറ്റർ

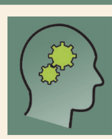
ഡോ. അഭിലാഷ് ബാബു പി.
റിസർച്ച് ഓഫീസർ (ഇവാല്യുവേഷൻ) &
കോഡിനേറ്റർ (സ്റ്റേറ്റ് അസസ്മെന്റ് സെൽ), എസ്.സി.ഇ.ആർ.ടി.

സംസ്ഥാന വിദ്യാഭ്യാസ ഗവേഷണ പരിശീലന സമിതി (SCERT)
വിദ്യാഭവൻ, പൂജപ്പുര, തിരുവനന്തപുരം 695 012

ഉള്ളടക്കം

7	പണക്കണക്കുകൾ	103
8	മാറാത്ത ബന്ധങ്ങൾ	113
9	വരകളും കോണുകളും	127
10	സംഖ്യാബന്ധങ്ങൾ	147
11	അക്ഷരക്കണക്ക്	159
12	വിവരചിത്രങ്ങൾ	175

പുസ്തകത്തിൽ സൗകര്യത്തിനായി ചുവടെ ചേർത്തിരിക്കുന്ന ചിഹ്നം ഉപയോഗിച്ചിരിക്കുന്നു



കണക്ക് ചെയ്തുനോക്കാം

ഭാരതത്തിന്റെ ഭരണഘടന

ആമുഖം

ഭാരതത്തിലെ ജനങ്ങളായ നാം ഭാരതത്തെ ഒരു [1]**[പരമാധികാര സ്ഥിതിസമത്വ മതേതര ജനാധിപത്യ റിപ്പബ്ലിക്കായി]** സംവിധാനം ചെയ്യുവാനും അതിലെ പൗരന്മാർക്കെല്ലാം:

സാമൂഹ്യവും സാമ്പത്തികവും രാഷ്ട്രീയവും ആയ **നീതിയും;**

ചിന്തയ്ക്കും ആശയപ്രകടനത്തിനും വിശ്വാസത്തിനും മതനിഷ്ഠയ്ക്കും ആരാധനയ്ക്കും ഉള്ള **സ്വാതന്ത്ര്യവും;**

പദവിയിലും അവസരത്തിലും **സമത്വവും;** സംപ്രാപ്തമാക്കുവാനും;

അവർക്കെല്ലാമിടയിൽ

വ്യക്തിയുടെ അന്തസ്സും [2][രാഷ്ട്രത്തിന്റെ ഐക്യവും അഖണ്ഡതയും] ഉറപ്പുവരുത്തിക്കൊണ്ട് **സാഹോദര്യം** പുലർത്തുവാനും;

സഗൗരവം തീരുമാനിച്ചിരിക്കയാൽ;

നമ്മുടെ ഭരണഘടനാനിർമ്മാണസഭയിൽ ഈ 1949 നവംബർ ഇരുപത്താറാം ദിവസം **ഇതിനാൽ ഈ ഭരണഘടനയെ സ്വീകരിക്കുകയും നിയമമാക്കുകയും നമുക്കുതന്നെ പ്രദാനം ചെയ്യുകയും ചെയ്യുന്നു.**

---

1. 1976 - ലെ ഭരണഘടന (നാല്പത്തിരണ്ടാം ഭേദഗതി) ആക്റ്റ് 2-ാം വകുപ്പു പ്രകാരം "പരമാധികാര ജനാധിപത്യ റിപ്പബ്ലിക്" എന്നതിന് പകരം ചേർത്തത് (3.1.1977 മുതൽ പ്രാബല്യം).
2. മേല്പറഞ്ഞ ആക്റ്റ് 2-ാം വകുപ്പു പ്രകാരം "രാഷ്ട്രത്തിന്റെ ഐക്യം" എന്നതിനു പകരം ചേർത്തത് (3.1.1977 മുതൽ പ്രാബല്യം).

7

പണക്കണക്കുകൾ

വിലക്കിഴിവ്

ഈ പരസ്യം നോക്കൂ:

ഹാൻവീവിൽ ക്രിസ്മസ് -
പുതുവർഷം പ്രമാണിച്ച് എല്ലാ
കൈത്തറി വസ്ത്രങ്ങൾക്കും
30 ശതമാനം വിലക്കിഴിവ്

30 ശതമാനം വിലക്കിഴിവ് എന്നാൽ എന്താണ് അർഥം ?

100 രൂപയ്ക്ക് വസ്തുക്കൾ വാങ്ങിയാൽ 30 രൂപ കുറച്ച് 70 രൂപ കൊടുത്താൽ മതി.

200 രൂപയ്ക്ക് വാങ്ങിയാലോ ?

100 ന്റെ രണ്ട് മടങ്ങാണല്ലോ 200; അപ്പോൾ കിഴിവും രണ്ട് മടങ്ങാകും.

അതായത് $30 \times 2 = 60$ രൂപ

അപ്പോൾ $200 - 60 = 140$ രൂപ കൊടുത്താൽ മതി.

ഇങ്ങനെ ഓരോ 100 രൂപയ്ക്കും 30 രൂപ വീതം കുറയ്ക്കുന്നതിനെയാണ് 30 ശതമാനം (Percent) കിഴിവ് എന്നു പറയുന്നത്.

വാക്കും അർഥവും

സംസ്കൃതഭാഷയിൽ 'ശതം' എന്നാൽ 'നൂറ്' എന്നാണർഥം. 'മാനം' എന്ന വാക്കിന്റെ അർഥം 'അളവ്' എന്നും. അപ്പോൾ നൂറിനെ അടിസ്ഥാനമാക്കിയുള്ള അളവാണ് 'ശതമാനം'

ഇതനുസരിച്ച് പല വിലകൾക്ക് വസ്തുങ്ങൾ വാങ്ങിയാൽ കിട്ടുന്ന കിഴിവും കൊടുക്കേണ്ട വിലയും കണക്കാക്കി, ഈ പട്ടികയിലെ സംഖ്യകൾ എഴുതാമോ ?

വില (രൂപ)	കിഴിവ് (രൂപ)	കൊടുക്കേണ്ട വില (രൂപ)
500	30 × 5 = 150	500 – 150 = 350
1000		
1200		

പലിശ

ഈ വാർത്ത നോക്കൂ:

ബാങ്കുകളിലും മറ്റും പണം നിക്ഷേപിച്ച്, ഒരു വർഷത്തിനുശേഷം തിരിച്ചെടുത്താൽ, നിക്ഷേപിച്ച തുകയെക്കാൾ അല്പം കൂടുതൽ കിട്ടും; കൂടുതൽ കിട്ടുന്ന തുകയെയാണ് പലിശ (Interest) എന്നു പറയുന്നത്.

മുകളിലെ ചിത്രത്തിലെ 9% എന്നെഴുതിയിരിക്കുന്നത്, ഒൻപത് ശതമാനം എന്നതിന്റെ ചുരുക്കെഴുത്താണ്.

അപ്പോൾ ഇതിൽ പറഞ്ഞിരിക്കുന്നതിന്റെ അർഥം, നിക്ഷേപിക്കുന്ന ഓരോ 100 രൂപയ്ക്കും, ഒരു വർഷം കഴിയുമ്പോൾ 9 രൂപ പലിശയായി കിട്ടുമെന്നാണ്; അതായത് ആകെ 100 + 9 = 109 രൂപ കിട്ടും.

ഇതനുസരിച്ച് 1500 രൂപ നിക്ഷേപിച്ചാൽ ഒരു വർഷം കഴിഞ്ഞ് എത്ര രൂപ തിരികെ കിട്ടും ? നേരത്തെ കിഴിവ് കണക്കാക്കിയതുപോലെ പലിശയും കണക്കാക്കാമല്ലോ.

(i) ഓരോ 100 രൂപയ്ക്കും 9 രൂപയാണ് ഒരു വർഷത്തെ പലിശ.

(ii) 100 ന്റെ 15 മടങ്ങാണ് 1500.

(iii) 1500 രൂപയ്ക്ക് ഒരു വർഷം കിട്ടുന്ന പലിശ 9 × 15 = 135 രൂപ.

അപ്പോൾ ഒരു വർഷം കഴിയുമ്പോൾ, പലിശയും ചേർത്ത് ആകെ 1500 + 135 = 1635 രൂപ കിട്ടും.

ചിലർ ഈ ബാങ്കിൽ നിക്ഷേപിച്ച തുകകൾ നോക്കൂ:

ആഷ്	15000 രൂപ
സുമ	25000 രൂപ
നിഹാരിക	37500 രൂപ
വിഹാൻ	12500 രൂപ
അഹി	22500 രൂപ

ഓരോരുത്തർക്കും ഒരു വർഷം കഴിഞ്ഞ്, പലിശയും ചേർത്ത് എത്ര രൂപ കിട്ടുമെന്നു കണക്കുകൂട്ടുക.

ബാങ്കിൽനിന്നു കടമെടുത്താൽ, തിരിച്ച് ബാങ്കിന് പലിശ കൊടുക്കേണ്ടിവരും. ഇതും ഓരോ നൂറ് രൂപയ്ക്കും ഒരു വർഷം ഇത്ര രൂപ എന്ന ശതമാനക്കണക്കിലാണ് സാധാരണ പറയുന്നത്.

ഈ കണക്കു നോക്കുക:

> ഒരു ബാങ്കിൽ നിന്ന് കാർഷികവായ്പ കിട്ടും. ഒരു വർഷം കഴിഞ്ഞ് തിരിച്ചടയ്ക്കുമ്പോൾ 6% പലിശയും കൊടുക്കണം. 25000 രൂപ വായ്പ വാങ്ങിയ ഒരാൾ, ഒരു വർഷം കഴിഞ്ഞ് എത്ര രൂപ തിരിച്ചടയ്ക്കണം ?

നേരത്തെ ചെയ്തതുപോലെ പലിശ ആദ്യം കണക്കാക്കാം.

(i) 100 രൂപയ്ക്ക് ഒരു വർഷത്തെ പലിശ 6 രൂപ

(ii) 25000 രൂപ എന്നാൽ 100 × 250 രൂപ

(iii) പലിശ 6 × 250 = 1500 രൂപ

അപ്പോൾ തിരിച്ചടയ്ക്കേണ്ട തുക 25000 + 1500 = 26500 രൂപ.

(1) ഈ പരസ്യം നോക്കൂ:

ശ്രീഷ ഈ കടയിൽ നിന്ന് 3500 രൂപയുടെ വസ്ത്രങ്ങൾ വാങ്ങി. എത്ര രൂപ കൊടുക്കണം ?

(2) ഏയ്ഞ്ചലോ ടോമി ഒരു ബാങ്കിൽ നിന്ന് 45000 രൂപ കടമെടുത്തു. 12 ശതമാനമാണ് പലിശനിരക്ക്. ഒരു വർഷം കഴിയുമ്പോൾ എത്ര രൂപ തിരിച്ചടയ്ക്കണം ?

(3) മേഹുൽ ഓരോ മാസവും വരുമാനത്തിന്റെ 8% ചികിത്സാസഹായനിധിയിലേക്ക് സംഭാവന കൊടുക്കുന്നുണ്ട്. ഈ മാസം മേഹുലിന്റെ വരുമാനം 75000 രൂപയാണ്. അതിൽ എത്ര രൂപയാണ് സംഭാവനയായി കൊടുക്കുന്നത് ?

(4) യൂജിൻ എല്ലാ മാസവും വരുമാനത്തിന്റെ 15% മിച്ചം വയ്ക്കുന്നുണ്ട്. യൂജിന്റെ ജനുവരി മാസത്തെ വരുമാനം 64000 രൂപയാണ്. അതിൽ എത്ര രൂപ മിച്ചം വയ്ക്കും ?

(5) ടെലിവിഷൻ ഉണ്ടാക്കുന്ന ഒരു കമ്പനി, അടുത്ത മാസം മുതൽ 5% വില കുറയ്ക്കാൻ തീരുമാനിച്ചു. ഇപ്പോൾ 45000 രൂപ വിലയുള്ള ടെലിവിഷന് അടുത്ത മാസം എന്തു വിലയാകും ?

(6) കാർ നിർമ്മിക്കുന്ന ഒരു കമ്പനി, അടുത്ത മാസം മുതൽ 2% വില കൂട്ടാൻ തീരുമാനിച്ചു. ഇപ്പോൾ 560000 രൂപ വിലയുള്ള കാറിന് അടുത്ത മാസം വില എന്താകും ?

ശതമാനക്കണക്കുകൾ

ആദ്യം ചെയ്തപോലെയുള്ള ഒരു വിലക്കിഴിവ് കണക്ക് വീണ്ടും നോക്കാം.

> വസ്തുങ്ങൾക്ക് 30% വിലക്കിഴിവ് കൊടുക്കുന്ന കടയിൽ നിന്ന് 450 രൂപയ്ക്ക് വസ്തുങ്ങൾ വാങ്ങിയാൽ എത്ര രൂപ കിഴിവ് കിട്ടും ?

400 രൂപയിലെ കിഴിവ് കണക്കാക്കാൻ വിഷമമില്ലല്ലോ;

400 = 100 × 4 ആയതിനാൽ, കിഴിവ്, 30 × 4 = 120 രൂപ.

ഇനി മിച്ചമുള്ള 50 രൂപയിൽ എത്ര രൂപ കിഴിവു കിട്ടും ? 100 ന്റെ പകുതിയല്ലേ, 50 ?

അപ്പോൾ 30 ന്റെ പകുതി, 15 രൂപയാണ് കിഴിവ്.

അങ്ങനെ 400 രൂപയിലെ കിഴിവ് 120 രൂപയും, 50 രൂപയിലെ കിഴിവ് 15 രൂപയും ചേർത്ത് 450 രൂപയിലെ കിഴിവ് ആകെ 120 + 15 = 135 രൂപ എന്നു കണക്കാക്കാം.

475 രൂപയ്ക്കാണ് വാങ്ങിയതെങ്കിലോ ?

450 രൂപയിലെ കിഴിവ് കണക്കാക്കിയല്ലോ. ഇനി 25 രൂപയിലെ കിഴിവുകൂടി കണക്കാക്കണം.

ഇങ്ങനെ ആലോചിക്കാം:

(i) 50 ന്റെ പകുതിയാണ് 25

(ii) 50 രൂപയിലെ കിഴിവ് 15 രൂപ

(iii) 25 രൂപയിലെ കിഴിവ് 15 രൂപയുടെ പകുതി. 7 രൂപ 50 പൈസ

അപ്പോൾ ആകെ കിഴിവ് ഇങ്ങനെ കണക്കാക്കാം:

400 രൂപയിലെ കിഴിവ്	120 രൂപ
50 രൂപയിലെ കിഴിവ്	15 രൂപ
25 രൂപയിലെ കിഴിവ്	7 രൂപ 50 പൈസ
475 രൂപയിലെ കിഴിവ്	142 രൂപ 50 പൈസ

ഇതുപോലെ 460 രൂപയിലെ കിഴിവ് കണക്കാക്കാമോ ?

400 രൂപയിലെ കിഴിവ് കണക്കാക്കിക്കഴിഞ്ഞു. മിച്ചമുള്ളത് 60 രൂപ. ഇതിലെ കിഴിവ് എങ്ങനെ കണക്കാക്കും ?

(i) 100 രൂപയിൽ കിഴിവ് 30 രൂപ

(ii) 10 രൂപയിലെ കിഴിവ് $30 \div 10 = 3$ രൂപ

(iii) 60 രൂപയിലെ കിഴിവ് $3 \times 6 = 18$ രൂപ

അപ്പോൾ 460 രൂപയിലെ കിഴിവ് $120 + 18 = 138$ രൂപ.

468 രൂപയ്ക്കാണ് വാങ്ങുന്നതെങ്കിൽ എത്ര കിഴിവു കിട്ടും ?

അതിന് 8 രൂപയിലെ കിഴിവ് കൂടി കണക്കാക്കണം.

10 രൂപയിൽ 3 രൂപയാണ് കിഴിവ് എന്നു നേരത്തെ കണക്കാക്കിയല്ലോ. ഈ കിഴിവ് പൈസയായി പറഞ്ഞാലോ ?

ഇങ്ങനെ തുടരാം:

(i) 10 രൂപയിലെ കിഴിവ് 300 പൈസ

(ii) 1 രൂപയിലെ കിഴിവ് 30 പൈസ

(iii) 8 രൂപയിലെ കിഴിവ് $30 \times 8 = 240$ പൈസ

(iv) അതായത് 2 രൂപ 40 പൈസ

അപ്പോൾ 468 രൂപയ്ക്ക് മൊത്തം എത്ര കിഴിവ് കിട്ടും ?

എത്ര രൂപ കൊടുക്കണം ?

ഇതുപോലെ ഏത് തുകയ്ക്ക് വസ്ത്രം വാങ്ങിയാലും, എത്ര കിഴിവ് കിട്ടുമെന്ന് കണക്കാക്കിക്കൂടേ ? ഉദാഹരണമായി, 3546 രൂപയ്ക്ക് വാങ്ങിയാലോ ?

കഴിഞ്ഞ കണക്കിൽ ചെയ്ത ക്രിയകൾ അല്പം ചുരുക്കി എഴുതാം:

ആദ്യം 3546 നെ നൂറുകളും, പത്തുകളും, ഒന്നുകളുമായി ഇങ്ങനെ പിരിച്ചെഴുതാം:

$$3546 = 3500 + 40 + 6$$

ഇതിൽ 3500 രൂപയിലെ കിഴിവ് എളുപ്പം കണക്കാക്കാമല്ലോ.

$$30 \times 35 = 1050 \text{ രൂപ}$$

40 രൂപയിലെ കിഴിവ് കണക്കാക്കാൻ, കഴിഞ്ഞ കണക്കിൽ കണ്ടതനുസരിച്ച് 10 രൂപയിലെ കിഴിവ് 3 രൂപയാണെന്നത് ഉപയോഗിക്കാം.

$$3 \times 4 = 12$$ രൂപ

ഇനി മിച്ചമുള്ള 6 രൂപയിലെ കിഴിവ് പൈസയായി കണക്കാക്കാം. 1 രൂപയിലെ കിഴിവ് 30 പൈസയാണെന്ന് കഴിഞ്ഞ കണക്കിൽ കണ്ടല്ലോ.

$$30 \times 6 = 180$$ പൈസ = 1 രൂപ 80 പൈസ

ഇതെല്ലാം കൂട്ടിയാൽ ആകെ കിഴിവ്, 1063 രൂപ 80 പൈസ എന്നു കിട്ടും.

ഇനിയൊരു പലിശക്കണക്ക് നോക്കാം:

ഒരാൾ 16725 രൂപ ഒരു ബാങ്കിൽ നിക്ഷേപിച്ചു. ഒരു വർഷത്തെ പലിശ 9% ആണ്.

ഒരു വർഷം കഴിയുമ്പോൾ എത്ര രൂപ തിരിച്ചു കിട്ടും ?

നേരത്തെ ചെയ്തപോലെ ആദ്യം 16725 നെ ഇങ്ങനെ പിരിച്ചെഴുതാം:

$$16725 = 16700 + 20 + 5$$

ഇനി ഓരോ നൂറ് രൂപയ്ക്കും പത്ത് രൂപയ്ക്കും ഒരു രൂപയ്ക്കുമുള്ള പലിശ ഇങ്ങനെ എഴുതി വയ്ക്കാം:

തുക	പലിശ	
രൂപ	രൂപ	പൈസ
100	9	0
10	0	90
1	0	9

ഇനി 16725 രൂപയുടെ പലിശ ഇങ്ങനെ കണക്കാക്കാം:

	തുക	പലിശ	
	രൂപ	രൂപ	പൈസ
$9 \times 167 = 1503$	16700	1503	0
$90 \times 2 = 180$	20	1	80
$9 \times 5 = 45$	5	0	45
ആകെ	16725	1505	25

(1) പുസ്തകോത്സവത്തിൽ വാങ്ങുന്ന പുസ്തകങ്ങൾക്കെല്ലാം 15% വിലക്കുറവുണ്ട്. ശ്രീനയും കൂട്ടുകാരും വാങ്ങിയ പുസ്തകങ്ങളുടെ വില നോക്കൂ:

ശ്രീന	540 രൂപ
ടെസി	375 രൂപ
നാസർ	630 രൂപ
ജേക്കബ്	432 രൂപ

ഓരോരുത്തരും കൊടുക്കേണ്ടത് എത്ര രൂപയാണെന്ന് കണക്കാക്കുക.

(2) ഒരാൾ ബാങ്കിൽനിന്ന് 26750 രൂപ കടമെടുത്തു. ഒരു വർഷത്തെ പലിശ 12%. ഒരു വർഷം കഴിയുമ്പോൾ എത്ര രൂപ തിരിച്ചടയ്ക്കണം ?

(3) ഒരു കമ്പനി, ഒരു മാസത്തെ ശമ്പളത്തിന്റെ 8% ഉത്സവബത്തയായി കൊടുക്കുന്നു. 46375 രൂപ ശമ്പളമുള്ള ഒരാൾക്ക് എത്ര രൂപ ഉത്സവബത്ത കിട്ടും ?

എത്ര ശതമാനം ?

ഈ കണക്കു നോക്കൂ:

ഒരു കടയിൽ സാധനങ്ങൾക്കെല്ലാം ഒരു നിശ്ചിത ശതമാനം വിലക്കുറവുണ്ട്. 2000 രൂപയ്ക്ക് സാധനങ്ങൾ വാങ്ങിയപ്പോൾ, 300 രൂപ കുറച്ചു കിട്ടി. എത്ര ശതമാനമാണ് വിലക്കുറവ് ?

ഓരോ നൂറ് രൂപയ്ക്കും എത്ര രൂപ കുറവ് എന്നതിനെയാണല്ലോ ശതമാനമായി പറയുന്നത്. ഇവിടെ 20 നൂറുകൾക്കാണ് 300 കുറയ്ക്കുന്നത്; അപ്പോൾ ഒരു നൂറിന് കുറയ്ക്കുന്നത് എത്രയാണ്? 300 നെ 20 കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽപ്പോരെ ?

ഹരണത്തിൽ പൊതുഘടകങ്ങൾ ഒഴിവാക്കാം എന്ന് അഞ്ചാംക്ലാസിൽ കണ്ടിട്ടുണ്ടല്ലോ (**സംഖ്യകൾക്കുള്ളിൽ** എന്ന പാഠത്തിലെ **പൊതുഘടകങ്ങൾ** എന്ന ഭാഗം).

$$300 = 30 \times 10, \quad 20 = 2 \times 10$$

അപ്പോൾ

$$300 \div 20 = 30 \div 2 = 15$$

അപ്പോൾ ഓരോ നൂറ് രൂപയ്ക്കും 15 രൂപയാണ് കുറവ്. അതായത് വിലക്കുറവ് 15%

മറ്റൊരു കണക്ക് നോക്കാം:

> 750 രൂപയുടെ സാരി വാങ്ങിയപ്പോൾ, 150 രൂപ കുറച്ചുകിട്ടി. ആ കടയിൽ വസ്തുക്കൾക്ക് എത്ര ശതമാനമാണ് വില കുറച്ചു കൊടുക്കുന്നത്?

ഈ കണക്കിലെ 750 രൂപയെ കൃത്യം നൂറുകളാക്കാൻ കഴിയില്ലല്ലോ. അപ്പോൾ ഇങ്ങനെ ആലോചിക്കാം.

750 എന്നാൽ 75 പത്തുകളാണല്ലോ; അതിനാണ് 150 രൂപയുടെ കുറവ്

അപ്പോൾ ഓരോ 10 രൂപയ്ക്കും എത്ര രൂപയാണ് കുറവ്?

$$150 \div 75 = 30 \div 15 = 10 \div 5 = 2$$

അതായത് ഓരോ 10 രൂപയ്ക്കും 2 രൂപയാണ് വിലക്കുറവ്.

അപ്പോൾ ഓരോ 100 രൂപയ്ക്കും വിലക്കുറവ് 20 രൂപ. മറ്റൊരു രീതിയിൽ പറഞ്ഞാൽ, വിലക്കുറവ് 20%.

ഒരു കണക്കു കൂടി,

> 450 രൂപയ്ക്ക് പുസ്തകം വാങ്ങിയപ്പോൾ 54 രൂപ കുറച്ചു കിട്ടി. കിഴിവ് എത്ര ശതമാനമാണ്?

കഴിഞ്ഞ കണക്കുകളിലെ 100 രൂപയ്ക്കോ 10 രൂപയ്ക്കോ എത്ര രൂപയാണ് കിഴിവ് എന്നു നേരിട്ട് കണക്കാക്കാൻ വിഷമമാണ് (എന്തുകൊണ്ട്?).

പകരം 1 രൂപയ്ക്ക് എത്ര പൈസയാണ് കിഴിവ് എന്നു നോക്കാം.

54 രൂപയെന്നാൽ 5400 പൈസയാണല്ലോ; ഇത് 450 രൂപയ്ക്കുള്ള കിഴിവാണ്.

അപ്പോൾ ഒരു രൂപയ്ക്ക് എത്ര പൈസയാണ് കിഴിവ് എന്നെങ്ങനെ കണക്കാക്കും?

$$5400 \div 450 = 540 \div 45$$

ഇനി 540 നെയും 45 നെയും ഇങ്ങനെ ഘടകങ്ങളാക്കാം:

$$540 = 60 \times 9, \qquad 45 = 5 \times 9$$

അപ്പോൾ,

$$540 \div 45 = 60 \div 5 = 12$$

അതായത്, ഓരോ രൂപയ്ക്കും 12 പൈസയാണ് കിഴിവ്.

ഓരോ 100 രൂപയ്ക്കും 12 രൂപ.

കിഴിവ് 12%.

(1) 25000 രൂപ നിക്ഷേപത്തിന് ഒരു വർഷം കഴിഞ്ഞപ്പോൾ 2000 രൂപ പലിശ കിട്ടി. എത്ര ശതമാനമാണ് പലിശ ?

(2) 480 രൂപയ്ക്ക് പുസ്തകം വാങ്ങിയപ്പോൾ, വില 72 രൂപ കുറച്ചു കിട്ടി. ആ കടയിൽ പുസ്തകങ്ങൾക്ക് എത്ര ശതമാനമാണ് വിലക്കുറവ് ?

(3) ഒരു കമ്പനി കഴിഞ്ഞ വർഷം നിർമ്മിച്ച മൊബൈൽ ഫോണുകൾക്കെല്ലാം ഒരു നിശ്ചിത ശതമാനം വില കുറച്ചാണ് ഈ വർഷം വിൽക്കുന്നത്. നേരത്തെ 45000 രൂപ വിലയുണ്ടായിരുന്ന ഫോണിന് ഇപ്പോൾ 37800 രൂപയാണ് വില. എത്ര ശതമാനമാണ് വില കുറച്ചത് ?

8

മാറാത്ത ബന്ധങ്ങൾ

മാറാത്ത തുക

മയൂഖിയുടെ പണക്കുടുക്കയിൽ 100 രൂപയുണ്ട്. അതിൽനിന്ന് 10 രൂപ എടുത്ത് ഒരു പേന വാങ്ങി. ബാക്കി എത്രയുണ്ട്?

20 രൂപയാണ് ചെലവാക്കിയതെങ്കിലോ?

75 രൂപയാണ് ബാക്കിയുള്ളതെങ്കിൽ, എത്ര രൂപ ചെലവാക്കി?

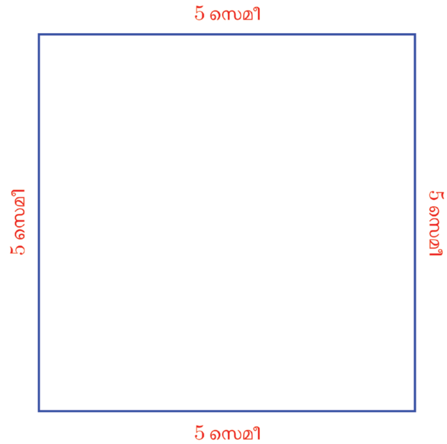
ചെലവാക്കിയ രൂപയും, ബാക്കിയുള്ള രൂപയും തമ്മിലെന്താണ് ബന്ധം? പലതരത്തിൽ പറയാം, അല്ലേ?

- 100 രൂപയിൽ നിന്ന് ചെലവാക്കിയ രൂപ കുറച്ചതാണ് മിച്ചമുള്ള രൂപ.
- 100 രൂപയിൽ നിന്ന് ബാക്കിയുള്ള രൂപ കുറച്ചതാണ് ചെലവാക്കിയ രൂപ.
- ചെലവാക്കിയ രൂപയും ബാക്കിയുള്ള രൂപയും കൂട്ടിയാൽ 100 രൂപയാകും.

അവസാനം പറഞ്ഞത് അല്പം വിസ്തരിച്ചു പറയാം:

ചെലവാക്കിയ പണവും ബാക്കിയുള്ള പണവും മാറാം, പക്ഷേ അവയുടെ തുക മാറുന്നില്ല.

മറ്റൊരു കണക്കു നോക്കാം. 20 സെന്റിമീറ്റർ ചുറ്റളവുള്ള ഒരു സമചതുരം വരയ്ക്കണം. സമചതുരം വരയ്ക്കാൻ, ഒരു വശത്തിന്റെ നീളം വേണമല്ലോ. അതെത്രയാണ്?



ഇനി ഇതേ ചുറ്റളവിൽ സമചതുരമല്ലാത്ത ഒരു ചതുരം വരയ്ക്കാമോ?

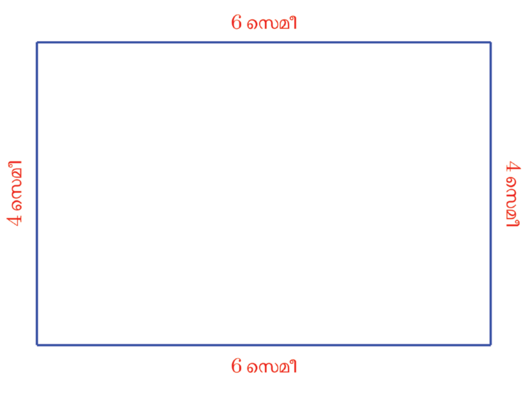
വശങ്ങളുടെ നീളം എന്തായിരിക്കണം?

സമചതുരത്തിന്റെ താഴത്തെ വശം 1 സെന്റിമീറ്റർ നീട്ടി വരച്ചുതുടങ്ങിയാലോ?

കുത്തനെയുള്ള വശം എത്ര ഉയരത്തിൽ വരയ്ക്കണം?

ചതുരത്തിന്റെ ചുറ്റളവ്, വശങ്ങളുടെ നീളങ്ങളുടെ തുകയുടെ രണ്ട് മടങ്ങാണെന്ന് അഞ്ചാം ക്ലാസിൽ കണ്ടിട്ടുണ്ടല്ലോ (**ചതുരക്കണക്കുകൾ** എന്ന പാഠത്തിലെ **ചതുരക്രിയകൾ** എന്ന ഭാഗം).

ഇവിടെ ചുറ്റളവ് 20 സെന്റിമീറ്റർ ആയതിനാൽ, വശങ്ങളുടെ നീളങ്ങളുടെ തുക 10 സെന്റിമീറ്റർ; അപ്പോൾ നീളം 6 സെന്റിമീറ്റർ എന്നെടുത്താൽ, ഉയരം $10 - 6 = 4$ സെന്റിമീറ്റർ.



ഇതേ ചുറ്റളവിൽ ഇനിയും പല ചതുരങ്ങൾ വരയ്ക്കാമല്ലോ ?

എല്ലാറ്റിലും, നീളവും ഉയരവും തമ്മിലുള്ള ബന്ധം എന്താണ് ?

ചതുരത്തിന്റെ നീളവും ഉയരവും മാറാം; പക്ഷേ അവയുടെ തുക മാറുന്നില്ല.

പണക്കണക്കിലെ ചെലവും ബാക്കിയും മാറാം, അവയുടെ തുക മാറുന്നില്ല; ചതുരക്കണക്കിൽ, നീളവും ഉയരവും മാറാം, തുക മാറുന്നില്ല.

മറ്റൊരു കാര്യവും കൂടി കാണാം.

പണക്കണക്കിൽ, ചെലവ് 1 രൂപ കൂടിയാൽ, ബാക്കി 1 രൂപ കുറയും; ചെലവ് 5 രൂപ കുറഞ്ഞാൽ, ബാക്കി 5 രൂപ കൂടും.

ചുരുക്കിപ്പറഞ്ഞാൽ,

ചെലവെത്ര കൂടുന്നോ, ബാക്കിയത്രയും കുറയും; ചെലവെത്ര കുറയുന്നോ, ബാക്കിയത്രയും കൂടും.

ചതുരക്കണക്കിലോ ?

നീളമെത്ര കൂടുന്നോ, ഉയരമത്രയും കുറയും; നീളമെത്ര കുറയുന്നോ, ഉയരമത്രയും കൂടും;

അപ്പോൾ ഒരു കണക്കു നോക്കാം:

കൈയിലുണ്ടായിരുന്ന രൂപയിൽ നിന്ന് 128 രൂപ ചെലവാക്കി; 99 രൂപ ബാക്കിയുണ്ട്. കൈയിലെത്ര രൂപയുണ്ടായിരുന്നു ?

128 ഉം 99 ഉം കൂട്ടിയാൽ മതി. പകരം ഇങ്ങനെയും ആലോചിക്കാം:

(i) ചെലവ് 1 രൂപ കുറഞ്ഞാൽ, ബാക്കി 1 രൂപ കൂടും

(ii) ചെലവ് 127 രൂപയാണെങ്കിൽ, ബാക്കി 100 രൂപ

(iii) കൈയിലുണ്ടായിരുന്നത് $127 + 100 = 227$ രൂപ

സംഖ്യകൾ മാത്രമായി ഈ ക്രിയ ഇങ്ങനെ എഴുതാം:

$$128 + 99 = 127 + 100 = 227$$

ഈ ക്രിയ ഒരു പൊതുതത്വമായി എഴുതാം:

രണ്ട് സംഖ്യകളുടെ തുകയും, അതിലൊന്നിനോട് ഒരു സംഖ്യ കൂട്ടിയതും മറ്റേതിൽനിന്ന് അതേ സംഖ്യ കുറച്ചതുമായ സംഖ്യകളുടെ തുകയും ഒന്നുതന്നെയാണ്.

(1) ചുവടെയുള്ള തുകകൾ മനക്കണക്കായി കണ്ടുപിടിക്കുക:

(i) 137 + 199 (ii) 375 + 298 (iii) 697 +174 (iv) 1489 + 2363

(2) (i) അടുത്തടുത്ത നാല് എണ്ണൽസംഖ്യകളെടുക്കുക. ആദ്യത്തെയും അവസാനത്തെയും സംഖ്യകളുടെ തുകയും നടുവിലെ രണ്ട് സംഖ്യകളുടെ തുകയും കണക്കാക്കുക. അടുത്തടുത്തുള്ള വേറെ നാല് എണ്ണൽസംഖ്യകൾ എടുത്ത് പരിശോധിക്കുക. എപ്പോഴും തുകകൾ തുല്യമാകാൻ കാരണമെന്താണ് ?

(ii) അടുത്തടുത്തുള്ള നാല് എണ്ണൽസംഖ്യകൾക്കു പകരം അടുത്തടുത്തുള്ള ആറ് എണ്ണൽസംഖ്യകൾ എടുത്താൽ, ആദ്യത്തെയും അവസാനത്തെയും സംഖ്യകളുടെ തുക, മറ്റേതൊക്കെ ജോടി സംഖ്യകളുടെ തുകയ്ക്ക് തുല്യമാണ് ? എന്തുകൊണ്ട് ?

(iii) അടുത്തടുത്തുള്ള അഞ്ച് എണ്ണൽസംഖ്യകളായാലോ ?

(iv) അടുത്തടുത്തുള്ള മൂന്ന് എണ്ണൽസംഖ്യകളായാലോ ?

(3) ഒരു മാസത്തെ കലണ്ടറിൽ ആഴ്ചയിലെ ഒരേ ദിവസം വരുന്ന തീയതികളെല്ലാം അടയാളപ്പെടുത്തുക:

ഞായർ	തിങ്കൾ	ചൊവ്വ	ബുധൻ	വ്യാഴം	വെള്ളി	ശനി
			1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30	31	

ആദ്യത്തെയും അവസാനത്തെയും സംഖ്യകളുടെ തുകകൾ മറ്റേതെല്ലാം ജോടി തുകകൾക്ക് തുല്യമാണ് ? എന്തുകൊണ്ട് ?

മാറാത്ത വ്യത്യാസം

മേരിക്ക് ഇപ്പോൾ 24 വയസ്സ്; ചേട്ടൻ ജോണിക്ക് 28 വയസ്സും. 2 വർഷത്തിനു ശേഷം മേരിക്കെത്ര വയസ്സാകും ? ജോണിക്കോ ?

3 വർഷം മുമ്പ് ഇവരുടെ വയസ്സ് എത്രയായിരുന്നു ?

ഇവരുടെ വയസുകളെക്കുറിച്ച് പൊതുവേ എന്തു പറയാം ?

> രണ്ട് പേരുടെയും വയസ്സുകൾ മാറും; പക്ഷേ പ്രായവ്യത്യാസം മാറുന്നില്ല.

മറ്റൊരുതരത്തിൽ പറയാം. കുറേ വർഷങ്ങൾ കഴിഞ്ഞാൽ ജോണിയുടെ വയസ്സ് കൂടും; മേരിയുടെ വയസ്സ് അത്ര തന്നെ കൂടും. കുറേ വർഷം മുമ്പായാലോ ?

ഈ കണക്കിൽ കണ്ട കാര്യവും, സംഖ്യകളുടെ പൊതുവായ ഒരു ക്രിയാതത്വമായി പറയാമല്ലോ.

രണ്ട് സംഖ്യകളുടെ വ്യത്യാസവും, ഓരോന്നിനോടും ഒരേ സംഖ്യ കൂട്ടിയതോ, ഓരോന്നിൽ നിന്നും ഒരേ സംഖ്യ കുറച്ചതോ ആയ സംഖ്യകളുടെ വ്യത്യാസവും തുല്യമാണ്.

ഉദാഹരണമായി ഈ കണക്കു നോക്കുക:

$$285 - 198$$

രണ്ട് സംഖ്യകളോടും 2 കൂട്ടിയാലോ ?

$$285 + 2 = 287$$

$$198 + 2 = 200$$

അപ്പോൾ മുകളിൽ പറഞ്ഞ തത്വം അനുസരിച്ച്,

$$285 - 198 = 287 - 200 = 87$$

മറ്റൊരു കണക്ക്:

$$600 - 358$$

രണ്ട് സംഖ്യകളിൽനിന്നും 1 കുറച്ചാൽ

$$600 - 1 = 599$$

$$358 - 1 = 357$$

അപ്പോൾ

$$600 - 358 = 599 - 357 = 242$$

ചുവടെയുള്ള വ്യത്യാസങ്ങൾ മനക്കണക്കായി കണ്ടുപിടിക്കുക

(i) 453 – 196 (ii) 388 – 189 (iii) 700 – 387 (iv) 1500 – 839

മറ്റൊരു കണക്കു നോക്കാം.

രണ്ട് ഇരട്ടസംഖ്യകളുടെ വ്യത്യാസവും ഇരട്ടസംഖ്യതന്നെയല്ലേ ?

ഉദാഹരണമായി,

$$18 - 12 = 6$$

ഏത് രണ്ട് ഇരട്ടസംഖ്യകളെടുത്താലും ഇത് ശരിയാകുമോ ? എന്തുകൊണ്ട് ?

മുകളിലെ ഉദാഹരണത്തിൽ, 18 നെയും 12 നെയും രണ്ടിന്റെ ഗുണിതങ്ങളായി എഴുതി നോക്കാം:

$$18 = 2 \times 9$$

$$12 = 2 \times 6$$

അപ്പോൾ അവയുടെ വ്യത്യാസം ഇങ്ങനെ എഴുതാം:

$$18 - 12 = (2 \times 9) - (2 \times 6)$$

രണ്ട് സംഖ്യകളെ ഒരേ സംഖ്യകൊണ്ട് ഗുണിച്ച് കുറച്ചാലും, സംഖ്യകളുടെ വ്യത്യാസത്തെ ഗുണിച്ചാലും കിട്ടുന്നത് ഒരേ സംഖ്യതന്നെയാണെന്ന് അഞ്ചാംക്ലാസിൽ കണ്ടിട്ടുണ്ടല്ലോ (**സംഖ്യാബന്ധങ്ങൾ** എന്ന പാഠത്തിലെ **കൂട്ടലും കുറയ്ക്കലും ഗുണനവും** എന്ന ഭാഗം).

അതനുസരിച്ച്, മുകളിലെഴുതിയ വ്യത്യാസം ഇങ്ങനെ മാറ്റിയെഴുതാം.

$$\begin{aligned} 18 - 12 &= (2 \times 9) - (2 \times 6) \\ &= 2 \times (9 - 6) \\ &= 2 \times 3 \end{aligned}$$

ഇതിൽ 18 നും 12 നും പകരം മറ്റേതെങ്കിലും ഇരട്ടസംഖ്യകളെടുത്താലും, വ്യത്യാസം 2 ന്റെ ഗുണിതമാണെന്ന് ഇതേ രീതിയിൽ കാണാമല്ലോ.

അതായത്,

രണ്ട് ഇരട്ടസംഖ്യകളുടെ വ്യത്യാസവും ഇരട്ടസംഖ്യ തന്നെയാണ്.

ഇനി രണ്ട് ഒറ്റസംഖ്യകളെടുത്ത് കുറച്ചുനോക്കുക. ഏത് രണ്ട് ഒറ്റസംഖ്യകളുടെയും വ്യത്യാസം ഇരട്ടസംഖ്യയാണോ ?

എന്തുകൊണ്ടാണിത് ?

ഏത് ഒറ്റസംഖ്യയും, ഒരു ഇരട്ടസംഖ്യയോട് 1 കൂട്ടിയതാണല്ലോ. ഉദാഹരണമായി,

$$325 = 324 + 1$$

$$137 = 136 + 1$$

ഇവയുടെ വ്യത്യാസം എന്താണ് ?

മുകളിൽ പറഞ്ഞ തത്വമനുസരിച്ച്, രണ്ട് സംഖ്യകളുടെ വ്യത്യാസവും ആ രണ്ട് സംഖ്യകളിൽ നിന്നും 1 കുറച്ചുകിട്ടുന്ന സംഖ്യകളുടെ വ്യത്യാസവും ഒരേ സംഖ്യ തന്നെയാണ്. അതായത്,

$$325 - 137 = 324 - 136$$

രണ്ട് ഇരട്ടസംഖ്യകളുടെ വ്യത്യാസം ഇരട്ടസംഖ്യയാണെന്നു കണ്ടുകഴിഞ്ഞല്ലോ. അപ്പോൾ കുറച്ചുനോക്കാതെ തന്നെ 324 – 136 ഇരട്ടസംഖ്യയാണെന്നു കാണാം. 325 – 137 ഉം ഈ സംഖ്യ തന്നെയാണല്ലോ.

ഇതുപോലെ, ഏത് രണ്ട് ഒറ്റസംഖ്യയുടെയും വ്യത്യാസത്തെ രണ്ട് ഇരട്ടസംഖ്യയുടെ വ്യത്യാസമായി മാറ്റിയെഴുതി, ഈ വ്യത്യാസം ഇരട്ടസംഖ്യയാണെന്ന് കാണാം.

(1) 3 ന്റെ രണ്ട് ഗുണിതങ്ങളുടെ വ്യത്യാസവും 3 ന്റെ ഗുണിതം തന്നെയാണോ ? എന്തുകൊണ്ട് ?

(2) (i) 3 കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ 1 മിച്ചം വരുന്ന ഏതെങ്കിലും രണ്ട് സംഖ്യകളുടെയും വ്യത്യാസം 3 ന്റെ ഗുണിതമാണോ ? എന്തുകൊണ്ട് ?

(ii) 3 കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ 2 മിച്ചം വരുന്ന ഏതെങ്കിലും രണ്ട് സംഖ്യകളുടെയും വ്യത്യാസം 3 ന്റെ ഗുണിതമാണോ ? എന്തുകൊണ്ട് ?

(3) കഴിഞ്ഞ കണക്കിൽ 3 നു പകരം 4 എടുത്താൽ, അതുപോലെ എന്തെല്ലാം പറയാം ?

(4) രണ്ട് സംഖ്യകളെ ഒരു സംഖ്യകൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ ഒരേ ശിഷ്ടമാണ് കിട്ടുന്നതെങ്കിൽ, ഈ രണ്ട് സംഖ്യകളുടെ വ്യത്യാസവും ഹരിച്ച സംഖ്യയും തമ്മിലുള്ള ബന്ധം എന്താണ് ?

മാറാത്ത ഗുണനഫലം

റാഫിയുടെ കൈയിൽ 120 രൂപയുണ്ട്. കുറച്ചു നോട്ടുപുസ്തകം വാങ്ങണം.

15 രൂപ വിലയുള്ള എത്ര പുസ്തകം വാങ്ങാം ?

30 രൂപ വിലയുള്ള പുസ്തകമായാലോ ?

ഒരു പുസ്തകത്തിന്റെ വില രണ്ട് മടങ്ങായപ്പോൾ, വാങ്ങാവുന്ന പുസ്തകങ്ങളുടെ എണ്ണത്തിന് എന്തു സംഭവിച്ചു ?

ഇനി 6 പുസ്തകമാണ് വേണ്ടതെങ്കിൽ, എത്ര രൂപ വിലയുള്ള പുസ്തകം വാങ്ങാം ?

2 പുസ്തകം മതിയെങ്കിലോ ?

ഇവിടെ കാണുന്നത് എന്താണ് ?

- ഒരു പുസ്തകത്തിന്റെ വിലയും, വാങ്ങുന്ന പുസ്തകങ്ങളുടെ എണ്ണവും മാറാം; അവയുടെ ഗുണനഫലം 120 ആകണം.
  - * 15 രൂപ വിലയുള്ള 8 പുസ്തകം വാങ്ങാം.
  - * 30 രൂപ വിലയുള്ള 4 പുസ്തകം വാങ്ങാം.
- ഒരു പുസ്തകത്തിന്റെ വില രണ്ട് മടങ്ങാക്കിയാൽ, പുസ്തകങ്ങളുടെ എണ്ണം പകുതിയാകും.
  - * 6 പുസ്തകമാണ് വാങ്ങുന്നതെങ്കിൽ, ഒരു പുസ്തകത്തിന്റെ വില 20 രൂപ.
  - * 2 പുസ്തകമാണ് വാങ്ങുന്നതെങ്കിൽ, ഒരു പുസ്തകത്തിന്റെ വില 60 രൂപ.
- പുസ്തകങ്ങളുടെ എണ്ണം മൂന്നിലൊന്നാക്കിയാൽ, ഒരു പുസ്തകത്തിന്റെ വില മൂന്ന് മടങ്ങാക്കാം.

പൊതുവേ എന്തു പറയാം ?

ഒരു പുസ്തകത്തിന്റെ വില, പുസ്തകങ്ങളുടെ എണ്ണം എന്നീ സംഖ്യകളിൽ ഒരെണ്ണത്തിനെ ഏത് സംഖ്യകൊണ്ടു ഗുണിച്ചാലും രണ്ടാമത്തേതിനെ അതേ സംഖ്യകൊണ്ടു ഹരിക്കണം.

മറ്റൊരു ഉദാഹരണം നോക്കാം.

ഈ ചിത്രം നോക്കൂ:

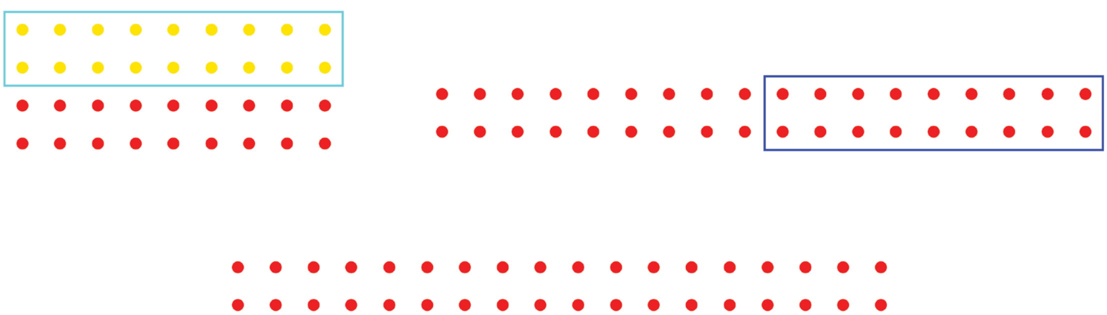
കുറേ പൊട്ടുകൾ കൊണ്ടൊരു ചതുരം. ആകെ എത്ര പൊട്ടുകളുണ്ട്?

4 വരികൾ; ഓരോ വരിയിലും 9 പൊട്ടുകൾ;

ആകെ

$$9 \times 4 = 36$$

ഇനി മുകളിലെ രണ്ട് വരി മാറ്റി, വലതുവശത്ത് ചേർത്തുവച്ചാലോ?

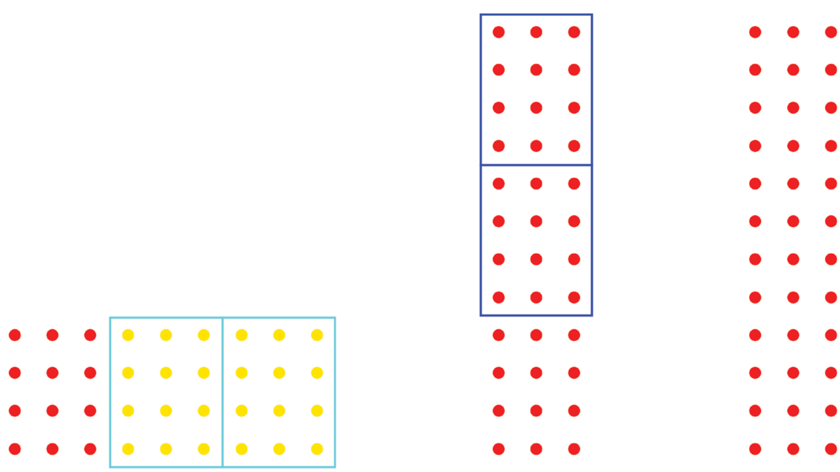


വരികളുടെ എണ്ണം പകുതിയായി, ഓരോ വരിയിലെയും പൊട്ടുകൾ രണ്ട് മടങ്ങും.

ആകെ പൊട്ടുകൾ എത്രയാണ്?

$$18 \times 2 = 36$$

ഇനി ആദ്യത്തെ ചതുരത്തിനെ വിലങ്ങനെ മൂന്നായി മുറിച്ച്, രണ്ട് ഭാഗങ്ങൾ മുകളിലേക്ക് മാറ്റി അടുക്കിയാലോ?



വരികളുടെ എണ്ണം $4 \times 3 = 12$ ആയി; ഓരോ വരിയിലും $9 \div 3 = 3$ പൊട്ടുകൾ.

ആകെ പൊട്ടുകളുടെ എണ്ണമോ ?

$$3 \times 12 = 36$$

ഇതിൽ വരികളുടെ എണ്ണവും, ഓരോ വരിയിലുമുള്ള പൊട്ടുകളുടെ എണ്ണവും മാറിയാലും, അവയുടെ ഗുണനഫലം മാറുന്നില്ല; അതായത്, ആകെയുള്ള പൊട്ടുകളുടെ എണ്ണം മാറുന്നില്ല.

വരികളുടെ എണ്ണം പകുതിയാക്കാൻ, ഓരോ വരിയിലുമുള്ള പൊട്ടുകളുടെ എണ്ണം രണ്ട് മടങ്ങാക്കണം. ഓരോ വരിയിലുമുള്ള പൊട്ടുകളുടെ എണ്ണം മൂന്നിലൊന്നാക്കാൻ, വരികളുടെ എണ്ണം മൂന്ന് മടങ്ങാക്കണം.

അപ്പോൾ പുസ്തകക്കണക്കിലെപ്പോലെ ഇതിലും, രണ്ട് സംഖ്യകളിൽ ഒന്നിനെ ഏത് സംഖ്യ കൊണ്ടു ഗുണിച്ചാലും മറ്റൊന്നിനെ അതേ സംഖ്യകൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ ഗുണനഫലം മാറുന്നില്ല.

അപ്പോൾ ഈ രണ്ട് കണക്കിലും കണ്ട കാര്യം സംഖ്യകളുടെ പൊതുതത്വമായി ഇങ്ങനെ പറയാം:

രണ്ട് സംഖ്യകളുടെ ഗുണനഫലവും, അതിലൊന്നിനെ ഒരു സംഖ്യകൊണ്ടു ഗുണിക്കുകയും മറ്റൊന്നിനെ അതേ സംഖ്യകൊണ്ട് ഹരിക്കുകയും ചെയ്ത സംഖ്യകളുടെ ഗുണനഫലവും തുല്യമാണ്.

ഉദാഹരണമായി, ഈ ഗുണനഫലം കണക്കാക്കാം:

$$18 \times 5$$

18 നെ 2 കൊണ്ടു ഹരിക്കുകയും, 5 നെ 2 കൊണ്ടു ഗുണിക്കുകയും ചെയ്താലോ ?

$$18 \div 2 = 9$$

$$5 \times 2 = 10$$

അപ്പോൾ,

$$18 \times 5 = 9 \times 10 = 90$$

ഇതുപോലെയുള്ള ഗുണനങ്ങൾ അഞ്ചാംക്ലാസിൽ ചെയ്തത് ഓർമ്മയുണ്ടോ ? (**സംഖ്യകൾക്കുള്ളിൽ** എന്ന പാഠത്തിലെ **ഘടകം, ഗുണനം, ഹരണം** എന്ന ഭാഗം).

രണ്ട് സംഖ്യകൾ മാറുകയും, അവയുടെ തുക മാറാതിരിക്കുകയും ചെയ്യുന്ന സന്ദർഭങ്ങളാണ് **മാറാത്ത തുക** എന്ന ഭാഗത്തു കണ്ടത്. അവിടെ ഒരു സംഖ്യ വലുതാക്കിയാൽ, മറ്റേ സംഖ്യ ചെറുതാക്കണം (മറിച്ചും). അതിന്റെ രീതി എന്താണ് ? ഒരു സംഖ്യയോട് ഏത് സംഖ്യ കൂട്ടിയാലും, അതുതന്നെ മറ്റേ സംഖ്യയിൽനിന്നു കുറയ്ക്കണം.

ഇവിടെ കണ്ടത്, രണ്ട് സംഖ്യകൾ മാറിയാലും ഗുണനഫലം മാറാതിരിക്കുന്ന സന്ദർഭങ്ങളാണ്. ഇവിടെയും ഒരു സംഖ്യ വലുതാക്കിയാൽ, മറ്റേ സംഖ്യ ചെറുതാക്കണം (മറിച്ചും). അതിന്റെ രീതി എന്താണ്? ഒരു സംഖ്യയെ ഏത് സംഖ്യകൊണ്ടു ഗുണിച്ചാലും, അതുകൊണ്ടുതന്നെ മറ്റേ സംഖ്യയെ ഹരിക്കണം.

(1) 1 ൽ നിന്നു തുടങ്ങി, വീണ്ടും വീണ്ടും രണ്ട് മടങ്ങെടുത്താൽ 1, 2, 4, 8, 16, ... എന്നിങ്ങനെയുള്ള സംഖ്യകൾ കിട്ടുമല്ലോ.

(i) ഇവയിലെ തുടർച്ചയായ ഏതെങ്കിലും നാല് സംഖ്യകളെടുക്കുക. ആദ്യത്തെയും അവസാനത്തെയും സംഖ്യകളുടെ ഗുണനഫലവും, നടുവിലെ രണ്ട് സംഖ്യകളുടെ ഗുണനഫലവും തുല്യമാകുന്നത് എന്തുകൊണ്ടാണ്?

(ii) ഇവയിലെ തുടർച്ചയായ ഏതെങ്കിലും മൂന്ന് സംഖ്യകളെടുത്താൽ, ആദ്യത്തെയും അവസാനത്തെയും സംഖ്യകളുടെ ഗുണനഫലവും നടുവിലത്തെ സംഖ്യയും തമ്മിൽ എന്താണ് ബന്ധം?

(2) 1 ൽ നിന്നു തുടങ്ങി മൂന്ന് മടങ്ങുകളെടുത്താൽ കിട്ടുന്നത് 1, 3, 9, 27, 81, ... എന്നീ സംഖ്യകളാണ്. ഇവയിലും ആദ്യത്തെ കണക്കിൽ പറഞ്ഞ കാര്യങ്ങൾ ശരിയാകുമോ ? എന്തുകൊണ്ട്?

മാറാത്ത ഹരണഫലം

ഒരു ക്ലാസിലെ 40 കുട്ടികൾക്ക് പേന വാങ്ങണം. 5 രൂപ വിലയുള്ള പേനയാണ് വാങ്ങുന്നത്. എത്ര രൂപ ചെലവാകും?

80 കുട്ടികൾക്കാണ് ഇത്തരം പേന വാങ്ങുന്നതെങ്കിലോ? ചെലവെത്രയാണ്?

പേനകളുടെ എണ്ണം രണ്ട് മടങ്ങാക്കിയാൽ, ചെലവ് മാറുന്നത് എങ്ങനെയാണ് ?

50 രൂപയ്ക്ക് എത്ര പേന വാങ്ങാം ?

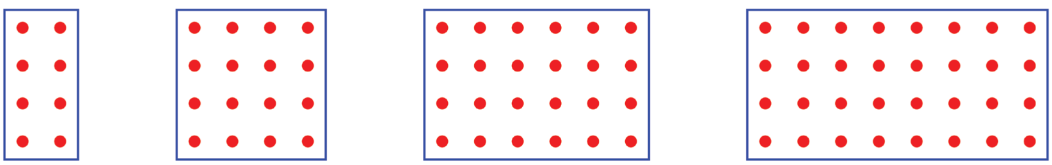
150 രൂപയ്ക്കോ ?

ചെലവാകുന്ന രൂപ മൂന്ന് മടങ്ങാകുമ്പോൾ, പേനകളുടെ എണ്ണത്തിന് എന്തു മാറ്റമാണ് ഉണ്ടാകുന്നത് ?

ഈ കണക്കിൽ മാറുന്നത്, പേനകളുടെ എണ്ണവും ചെലവാകുന്ന രൂപയുമാണ്. മാറാത്തത് എന്താണ് ?

അപ്പോൾ ഈ കണക്കിൽ, പേനകളുടെ എണ്ണവും ആകെ ചെലവും മാറുന്നു, പക്ഷേ ആകെ ചെലവിനെ പേനകളുടെ എണ്ണം കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ 5 തന്നെയാണ്; ഇത് ഒരു പേനയുടെ വിലയാണല്ലോ.

ഇനി ഈ ചിത്രങ്ങൾ നോക്കുക:



പൊട്ടുകൾ കൊണ്ടുണ്ടാക്കിയ നാലു ചതുരങ്ങൾ.

ഓരോ വരിയിലുമുള്ള പൊട്ടുകളുടെ എണ്ണവും ആകെ പൊട്ടുകളുടെ എണ്ണവും മാറുന്നു.

മാറാത്തത് എന്താണ് ?

രണ്ടാമത്തെ ചതുരത്തിലെ ഓരോ വരിയിലുമുള്ള പൊട്ടുകളുടെ എണ്ണം, ആദ്യത്തെ ചതുരത്തിൽ ഓരോ വരിയിലുമുള്ള പൊട്ടുകളുടെ എണ്ണത്തിന്റെ എത്ര മടങ്ങാണ് ?

രണ്ടാമത്തെ ചതുരത്തിൽ ആകെയുള്ള പൊട്ടുകളുടെ എണ്ണമോ ?

ആദ്യത്തെയും മൂന്നാമത്തെയും ചതുരങ്ങളിൽ ഈ സംഖ്യകൾ മാറുന്നത് എങ്ങനെയാണ് ?

പേനക്കണക്കിലും ചതുരക്കണക്കിലും, രണ്ട് സംഖ്യകളും ഒരേ മടങ്ങായാണ് മാറുന്നത്; ഹരണഫലം മാറുന്നുമില്ല.

ഇതിൽനിന്ന് സംഖ്യകളുടെ ഹരണത്തെക്കുറിച്ച് പൊതുവായി എന്തു പറയാം ?

> രണ്ട് സംഖ്യകളുടെ ഹരണഫലവും ഓരോന്നിനെയും ഒരേ സംഖ്യകൊണ്ട് ഗുണിച്ചുകിട്ടുന്ന സംഖ്യകളുടെ ഹരണഫലവും ഒന്നുതന്നെയാണ്.

രണ്ട് സംഖ്യകളെ ഒരേ സംഖ്യകൊണ്ട് ഗുണിക്കുന്നതിനുപകരം, ഒരേ സംഖ്യകൊണ്ട് ഹരിച്ചാലും ഹരണഫലം മാറില്ല എന്ന് അഞ്ചാംക്ലാസിൽ കണ്ടിട്ടുണ്ടല്ലോ (**സംഖ്യകൾക്കുള്ളിൽ** എന്ന പാഠത്തിലെ **പൊതുഘടകങ്ങൾ** എന്ന ഭാഗം).

ഉദാഹരണമായി, 210 നെ 42 കൊണ്ട് ഹരിച്ചത് എങ്ങനെയാണ്?

(i) $210 \div 42$

- $210 \div 2 = 105 \qquad 42 \div 2 = 21$

(ii) $210 \div 42 = 105 \div 21$

- $105 \div 3 = 35 \qquad 21 \div 3 = 7$

(iii) $105 \div 21 = 35 \div 7$

(iv) $35 \div 7 = 5$

(v) $210 \div 42 = 5$

ഇക്കാര്യം അഞ്ചാം ക്ലാസിൽ പൊതുവായിപ്പറഞ്ഞത് ഇങ്ങനെയാണ്:

സംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള ഹരണത്തിൽ പൊതുഘടകങ്ങൾ ഒഴിവാക്കാം.

ഇത് ഇങ്ങനെയും പറയാം:

രണ്ട് സംഖ്യകളുടെ ഹരണഫലവും, രണ്ടിനെയും ഒരേ സംഖ്യകൊണ്ട് ഹരിച്ചുകിട്ടുന്ന സംഖ്യകളുടെ ഹരണഫലവും ഒന്നുതന്നെയാണ്.

ഇതും നേരത്തെ പറഞ്ഞതും ചേർത്ത് ഇങ്ങനെ പറയാം:

രണ്ട് സംഖ്യകളുടെ ഹരണഫലവും, രണ്ടിനെയും ഒരേ സംഖ്യകൊണ്ട് ഗുണിക്കുകയോ ഒരേ സംഖ്യകൊണ്ട് ഹരിക്കുകയോ ചെയ്തു കിട്ടുന്ന സംഖ്യകളുടെ ഹരണഫലവും തുല്യമാണ്.

ഹരണക്രിയ എളുപ്പമാക്കാൻ സംഖ്യകളെ ഒരേ സംഖ്യകൊണ്ട് ഹരിക്കുന്നതിന്റെ പല ഉദാഹരണങ്ങളും അഞ്ചാംക്ലാസിൽ കണ്ടു. ചില കണക്കുകളിൽ രണ്ട് സംഖ്യകളെയും ഒരേ സംഖ്യകൊണ്ട് ഗുണിക്കുന്നത് ക്രിയ എളുപ്പമാക്കും.

ഉദാഹരണമായി 135 നെ 5 കൊണ്ട് ഹരിക്കാൻ, രണ്ട് സംഖ്യകളെയും 2 കൊണ്ട് ഗുണിച്ച് ഇങ്ങനെ ചെയ്യാമല്ലോ:

$$135 \div 5 = 270 \div 10$$
$$= 27$$

ചിലപ്പോൾ ഒരേ സംഖ്യകൊണ്ടുള്ള ഗുണനവും, ഒരേ സംഖ്യകൊണ്ടുള്ള ഹരണവും മാറി മാറി ചെയ്യുന്നത് ക്രിയ എളുപ്പമാക്കും. ഉദാഹരണമായി 315 നെ 35 കൊണ്ട് ഹരിക്കുന്നത് ഇങ്ങനെ ചെയ്യാം:

$$315 \div 35 = 630 \div 70$$
$$= 63 \div 7$$
$$= 9$$

രണ്ട് സംഖ്യകൾ മാറുകയും അവയുടെ വ്യത്യാസം മാറാതിരിക്കുകയും ചെയ്യുന്ന സന്ദർഭങ്ങൾ **മാറാത്ത വ്യത്യാസം** എന്ന ഭാഗത്തു കണ്ടല്ലോ. അവിടെ ഒരു സംഖ്യ വലുതാക്കിയാൽ, മറ്റേ സംഖ്യയും വലുതാക്കണം; ഒരു സംഖ്യ ചെറുതാക്കിയാൽ, മറ്റേ സംഖ്യയും ചെറുതാക്കണം. അതിന്റെ രീതി എന്താണ് ? ഒരു സംഖ്യയോട് ഏത് സംഖ്യ കൂട്ടിയാലും, അതുതന്നെ മറ്റേ സംഖ്യയോടും കൂട്ടണം; ഒരു സംഖ്യയിൽ നിന്ന് ഏത് സംഖ്യ കുറച്ചാലും, അതുതന്നെ മറ്റേ സംഖ്യയിൽ നിന്നും കുറയ്ക്കണം.

ഇവിടെ കണ്ടത്, രണ്ട് സംഖ്യകൾ മാറിയാലും ഹരണഫലം മാറാതിരിക്കുന്ന സന്ദർഭങ്ങളാണ്. ഇവിടെയും ഒരു സംഖ്യ വലുതാക്കിയാൽ, മറ്റേ സംഖ്യയും വലുതാക്കണം; ഒരു സംഖ്യ ചെറുതാക്കിയാൽ, മറ്റേ സംഖ്യയും ചെറുതാക്കണം. അതിന്റെ രീതി എന്താണ് ? ഒരു സംഖ്യയെ ഏത് സംഖ്യകൊണ്ടു ഗുണിച്ചാലും, അതുകൊണ്ടുതന്നെ മറ്റേ സംഖ്യയെയും ഗുണിക്കണം; ഒരു സംഖ്യയെ ഏത് സംഖ്യ കൊണ്ടു ഹരിച്ചാലും, അതുകൊണ്ടുതന്നെ മറ്റേ സംഖ്യയെയും ഹരിക്കണം.

ചുവടെയുള്ള ഹരണഫലങ്ങൾ കണക്കാക്കുക:

(i) $345 \div 15$ (ii) $495 \div 45$ (iii) $325 \div 25$ (iv) $975 \div 75$ (v) $875 \div 125$

9

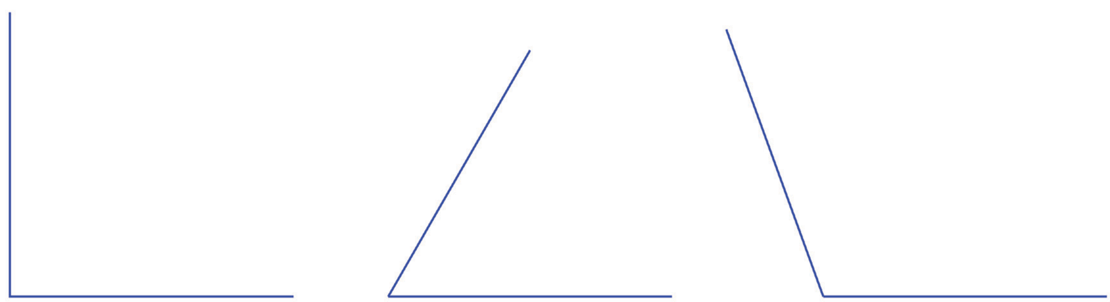
വരകളും കോണുകളും

കൂട്ടിമുട്ടുന്ന വരകൾ

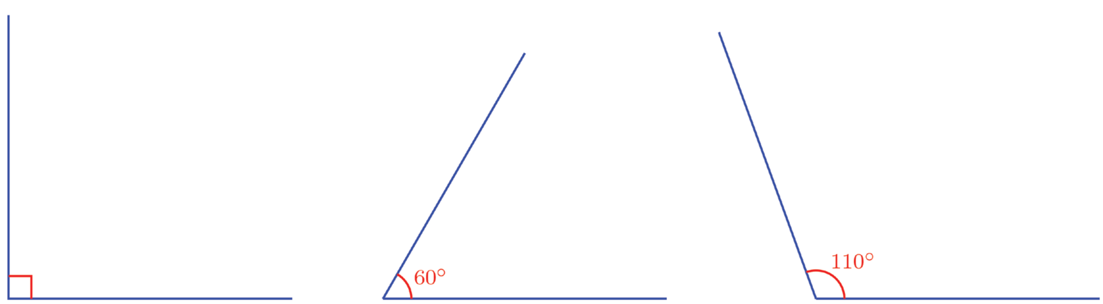
കോണുകൾ വരയ്ക്കാനും അളക്കാനുമെല്ലാം പഠിച്ചല്ലോ.

ഒരു വര വരച്ച്, അതിന്റെ ഒരറ്റത്തുകൂടി മറ്റൊരു വരയും വരച്ചാൽ ഒരു കോണായി.

രണ്ടാമത്തെ വര കുത്തനെ മേല്പോട്ട് വരച്ചാൽ, മട്ടകോൺ; ഒരു ഭാഗത്തേക്ക് ചരിച്ചു വരച്ചാൽ, മട്ടത്തെക്കാൾ ചെറുത്; മറുഭാഗത്തേക്ക് ചരിച്ചു വരച്ചാൽ, മട്ടത്തെക്കാൾ വലുത്.

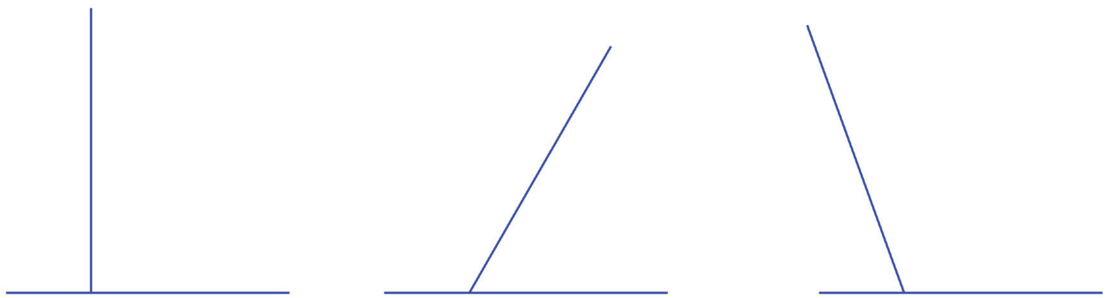


അളന്നു പറഞ്ഞാലോ ? മട്ടമെന്നാൽ 90°.



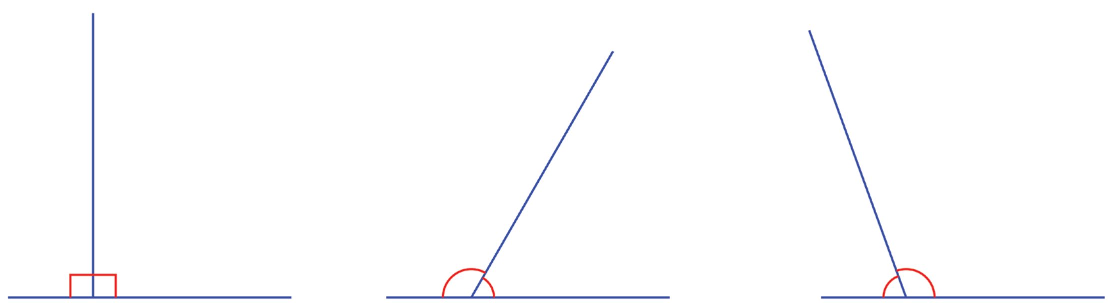
ഇനി ഒരു വര വരച്ച്, മറ്റൊരു വര ഒരറ്റത്തുനിന്ന് വരയ്ക്കുന്നതിനു പകരം വരയിലെ വേറൊരു സ്ഥാനത്തുകൂടി വരച്ചാലോ ?

കുത്തനെയാകാം, ചരിഞ്ഞുമാകാം.



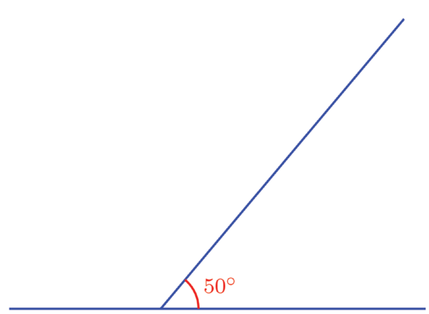
എങ്ങനെ വരച്ചാലും, രണ്ടാമത്തെ വരയുടെ ഇരു വശത്തായി രണ്ട് കോണുകൾ ഉണ്ടാകുമല്ലോ.

വര കുത്തനെയാണെങ്കിൽ, ഇരുവശത്തും മട്ടകോൺ. ചരിഞ്ഞാണെങ്കിൽ ഒരു വശത്ത് മട്ടത്തേക്കാൾ കുറവ്, മറുവശത്ത് മട്ടത്തേക്കാൾ കൂടുതൽ:



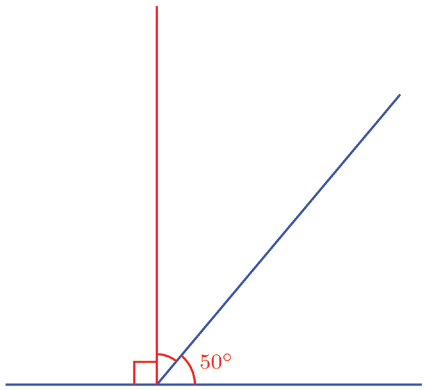
ചരിഞ്ഞ വരകളിൽ, ഇടതും വലതും കോണുകൾ തമ്മിലെന്തെങ്കിലും ബന്ധമുണ്ടോ ?

ഒരു വര വരച്ച്, അതിലെ ഒരു ബിന്ദുവിലൂടെ ചുവടെ കാണുന്നതുപോലെ 50° കോൺ വരയ്ക്കുക.



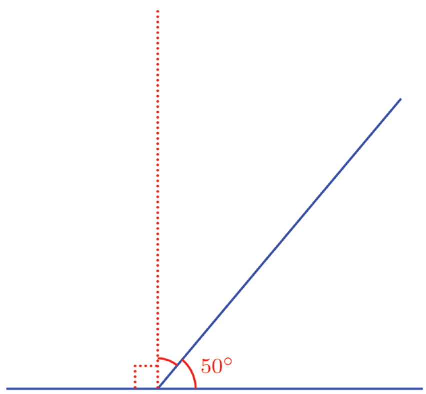
ഇത് മട്ടകോണിനേക്കാൾ എത്ര കുറവാണ്?

അപ്പോൾ ചുവടെ കാണുന്നതുപോലെ ഒരു ലംബം വരച്ചാലോ?

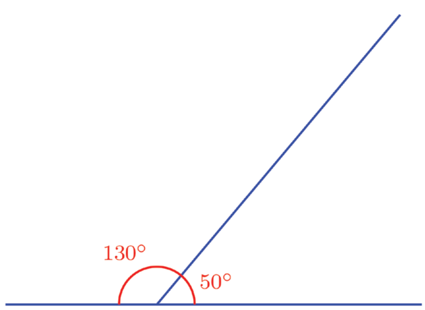


ചരിഞ്ഞ വരയ്ക്കും ലംബത്തിനും ഇടയ്ക്കുള്ള കോൺ എത്രയാണ്?

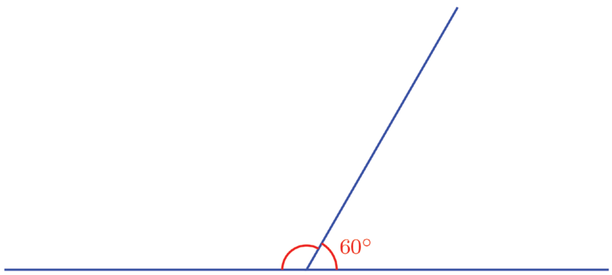
അപ്പോൾ മറുവശത്തെ കോൺ മട്ടത്തെക്കാൾ എത്ര കൂടുതലാണ്?



ഇനി മറുവശത്തെ കോൺ പറയാമല്ലോ.



ഇനി ഈ ചിത്രം നോക്കൂ:



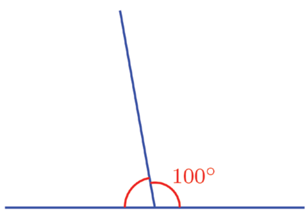
ചരിഞ്ഞ വരയുടെ ഇടതുവശത്തുള്ള കോൺ എത്ര ഡിഗ്രിയാണ്?

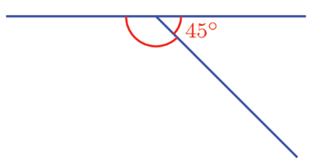
വരകൾ ചേരുന്ന സ്ഥാനത്തുനിന്ന് മുകളിലേക്ക് ഒരു ലംബം സങ്കല്പിച്ചുനോക്കൂ. വലതുവശത്തെ കോൺ 90° യെക്കാൾ എത്ര കുറവാണ്?

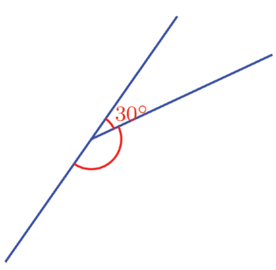
ഇടതുവശത്തെ കോൺ, 90° യെക്കാൾ എത്ര കൂടുതലാണ്?

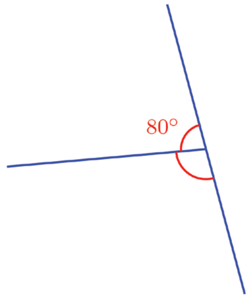
അപ്പോൾ, ഇടതുവശത്തെ കോൺ എത്രയാണ്?

രണ്ട് വരകൾ കൂട്ടിമുട്ടുന്ന കുറെ ചിത്രങ്ങളാണ് ചുവടെ കാണിച്ചിരിക്കുന്നത്. ഇരുവശത്തുമുണ്ടാകുന്ന കോണുകളിൽ ഒന്നിന്റെ അളവും ചിത്രത്തിലുണ്ട്. മറ്റേ കോണിന്റെ അളവ് കണ്ടുപിടിക്കുക:









ഈ കണക്കുകളിലെല്ലാം കണ്ടത് എന്താണ് ?

(i) രണ്ട് വരകൾ കൂട്ടിമുട്ടുമ്പോൾ രണ്ട് കോണുകൾ ഉണ്ടാകുന്നു.

(ii) വരകൾ പരസ്പരം ലംബമാണെങ്കിൽ, രണ്ട് കോണും മട്ടം.

(iii) അല്ലെങ്കിൽ, ഒരു കോൺ മട്ടത്തെക്കാൾ കുറവും മറ്റേത് മട്ടത്തെക്കാൾ കൂടുതലും.

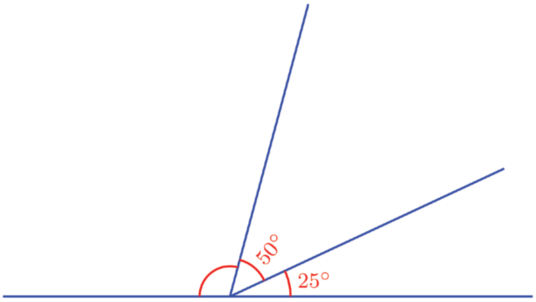
(iv) ചെറിയ കോൺ മട്ടത്തെക്കാൾ എത്ര കുറവാണോ, വലിയ കോൺ മട്ടത്തെക്കാൾ അത്രയും തന്നെ കൂടുതലാണ്.

അപ്പോൾ വരകൾ എങ്ങനെ ആയാലും, അവ തമ്മിൽ കൂട്ടിയാൽ എത്ര ഡിഗ്രിയാകും ?

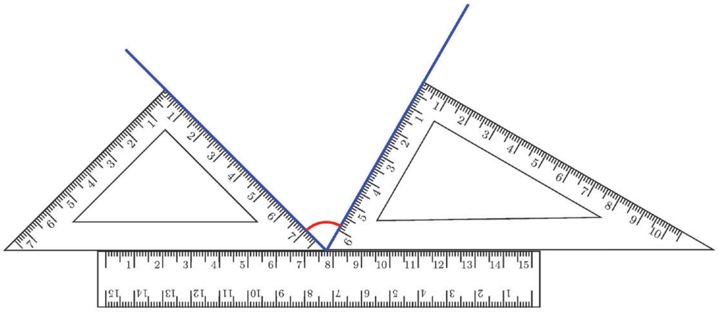
രണ്ട് വരകൾ കൂട്ടിമുട്ടുമ്പോൾ ഉണ്ടാകുന്ന രണ്ട് കോണുകളെക്കുറിച്ച് പൊതുവേ എന്തു പറയാം ?

രണ്ട് വരകൾ കൂട്ടിമുട്ടുമ്പോൾ ഉണ്ടാകുന്ന രണ്ട് കോണുകളുടെ തുക $180°$ ആണ്.

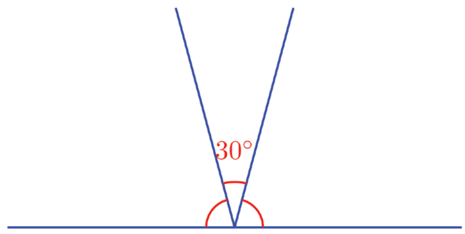
(1) ചുവടെയുള്ള ചിത്രത്തിൽ ഇടതുവശത്തുള്ള കോൺ എത്ര ഡിഗ്രിയാണ് ?



(2) ചിത്രത്തിലെ വരകൾക്കിടയിലുള്ള കോണിന്റെ അളവെന്താണ് ?



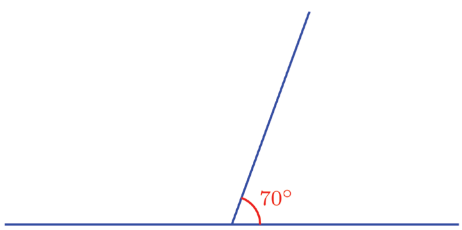
(3) ചുവടെയുള്ള ചിത്രത്തിൽ അടയാളപ്പെടുത്തിയിരിക്കുന്ന മൂന്ന് കോണുകളിൽ ഇടതും വലതും കോണുകൾക്ക് ഒരേ അളവാണ്. ഓരോന്നും എത്ര ഡിഗ്രിയാണ്?

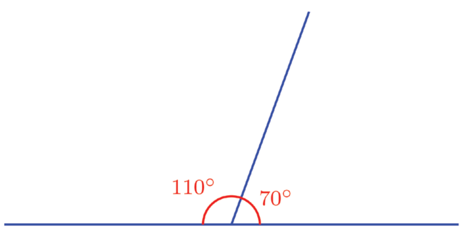


(4) രണ്ട് വരകൾ കൂട്ടിമുട്ടുമ്പോൾ ഉണ്ടാകുന്ന കോണുകളിൽ ഒരു കോൺ, മറ്റേ കോണിന്റെ രണ്ട് മടങ്ങാണ്. കോണുകളുടെ അളവെന്താണ്?

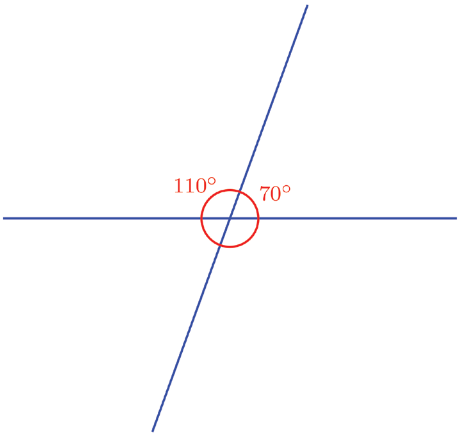
മുറിച്ചുകടക്കുന്ന വരകൾ

ഒരു വരയെ വേറൊരു വര മുട്ടുമ്പോൾ ഉണ്ടാകുന്ന രണ്ട് കോണുകളിൽ ഒരെണ്ണം അറിഞ്ഞാൽ മറ്റേ കോണും കണക്കാക്കാം.



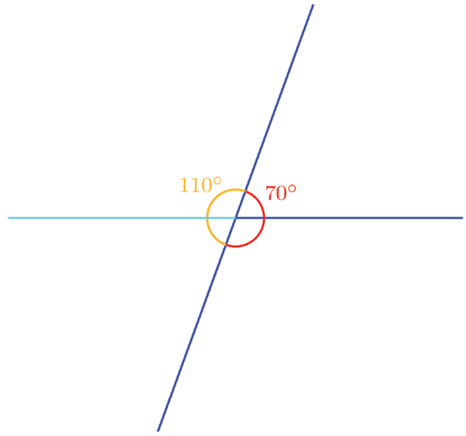


മുകളിലെ വര, വിലങ്ങനെയുള്ള വരയെ മുറിച്ച്, താഴേക്ക് നീട്ടിയാലോ?



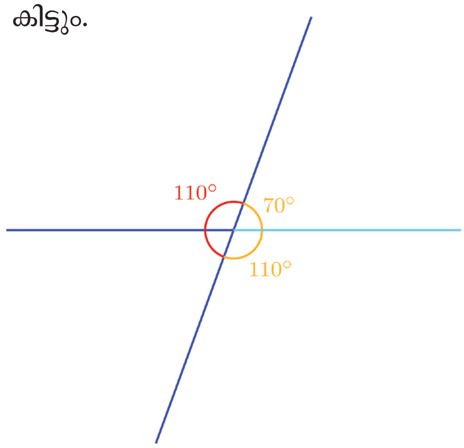
ഇപ്പോൾ താഴെയും രണ്ട് കോണുകളായി. ഇവയുടെ അളവുകൾ എന്തൊക്കെയാണ്?

താഴെ വലതുവശത്തുള്ള കോൺ ആദ്യം കണക്കാക്കാം. അതിന് ചരിഞ്ഞ വരയും വിലങ്ങനെയുള്ള വരയുടെ വലതുഭാഗം മാത്രവും നോക്കാം.

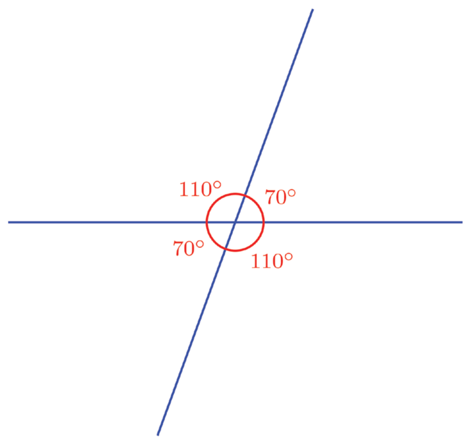


അപ്പോൾ താഴത്തെ കോണുകളിലെ വലതുകോൺ കിട്ടിയില്ലേ ?

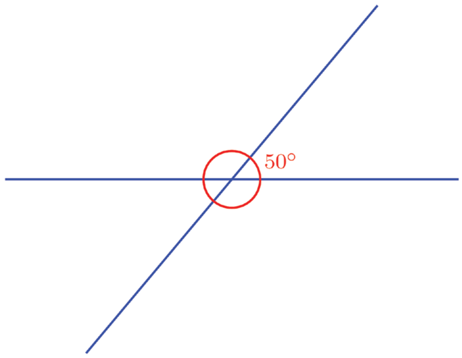
ഇതുപോലെ ചരിഞ്ഞ വരയും വിലങ്ങനെയുള്ള വരയുടെ ഇടതുഭാഗം മാത്രവും എടുത്താൽ താഴത്തെ ഇടതുകോണും കിട്ടും.



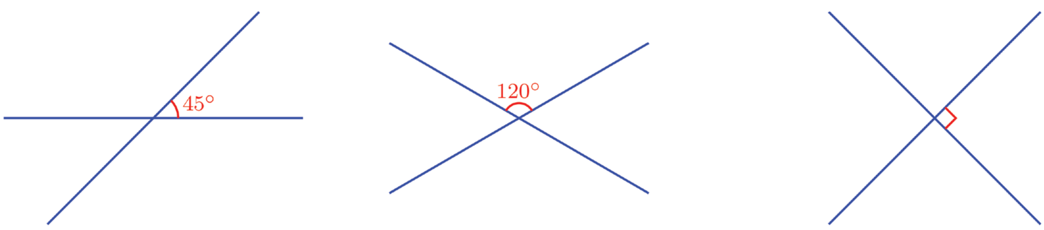
ഇപ്പോൾ വരകൾ മുറിച്ചുണ്ടാകുന്ന നാല് കോണുകളുമായില്ലേ ?



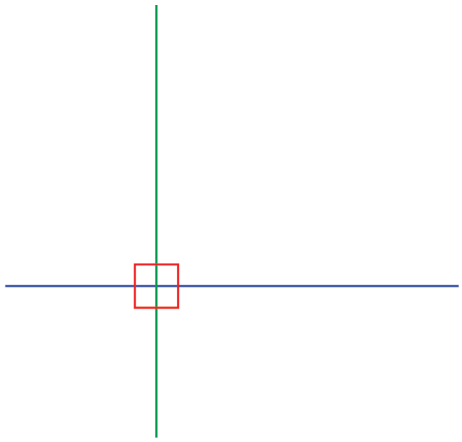
ഇതുപോലെ ഈ ചിത്രത്തിലെ മറ്റ് മൂന്ന് കോണുകൾ കണക്കാക്കാമോ ?



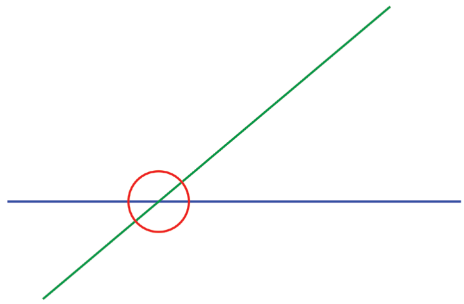
രണ്ട് വരകൾ മുറിച്ചുകടക്കുന്ന ചില ചിത്രങ്ങളാണ് ചുവടെ കാണിച്ചിരിക്കുന്നത്. അങ്ങനെയുണ്ടാകുന്ന നാല് കോണുകളിൽ ഒരെണ്ണത്തിന്റെ അളവ് ചിത്രത്തിലുണ്ട്. മറ്റ് മൂന്ന് കോണുകൾ കണ്ടുപിടിച്ച് അടയാളപ്പെടുത്തുക:



രണ്ട് വരകൾ മുറിച്ചുകടക്കുമ്പോൾ ഉണ്ടാകുന്ന നാല് കോണുകളെക്കുറിച്ച് പൊതുവേ എന്തു പറയാം ? മുറിച്ചു കടക്കുന്ന വരകൾ ലംബമാണെങ്കിൽ, പ്രത്യേകിച്ചൊന്നും പറയാനില്ല; എല്ലാ കോണുകളും 90°.



അല്പം ചരിഞ്ഞ വര ആയാലോ ?



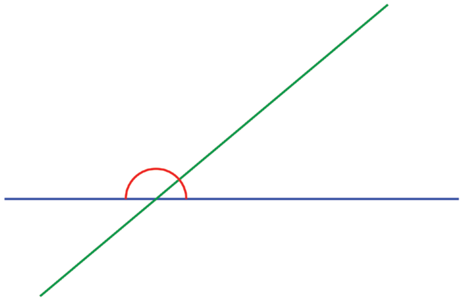
രണ്ട് ചെറിയ കോണുകളും, രണ്ട് വലിയ കോണുകളും. അവ തമ്മിലുള്ള ബന്ധമെന്താണ് ?

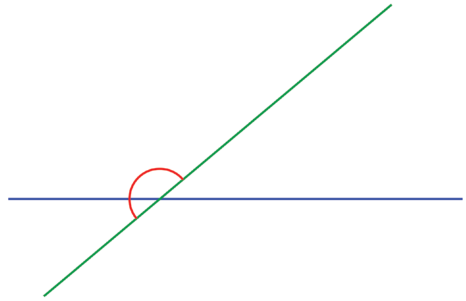
രണ്ട് വരകൾ മുറിച്ചു കടക്കുമ്പോൾ നാല് കോണുകളുണ്ടാകുന്നു. ഇവ പരസ്പരം ലംബമാണെങ്കിൽ, നാല് കോണുകളും $90°$ ആണ്. ചരിഞ്ഞ വരകളാണെങ്കിൽ രണ്ട് കോണുകൾ ചെറുതും രണ്ട് കോണുകൾ വലുതുമാണ്. ഇവയിൽ,

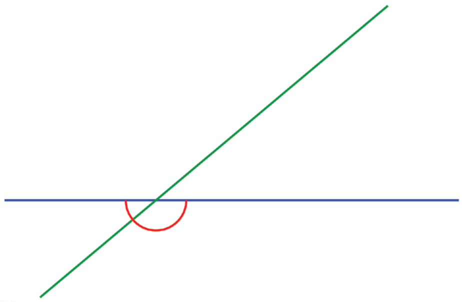
- **ചെറിയ കോൺ രണ്ടിനും ഒരേ അളവാണ്.**
- **വലിയ കോൺ രണ്ടിനും ഒരേ അളവാണ്.**
- **ഒരു ചെറിയ കോണും, ഒരു വലിയ കോണും കൂട്ടിയാൽ $180°$ ആണ്.**

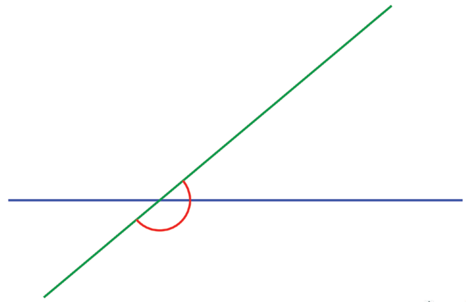
ഇത് മറ്റൊരു തരത്തിലും പറയാം.

രണ്ട് വരകൾ മുറിച്ചുകടക്കുമ്പോൾ ഉണ്ടാകുന്ന കോണുകളെ പലതരത്തിൽ ജോടികളാക്കാം. ഈ നാല് ജോടികൾ നോക്കൂ:



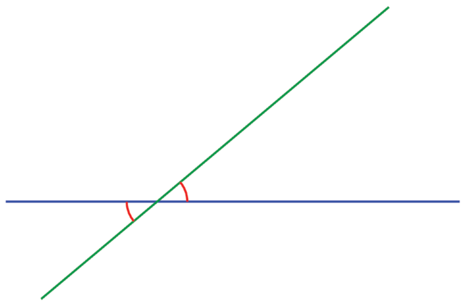


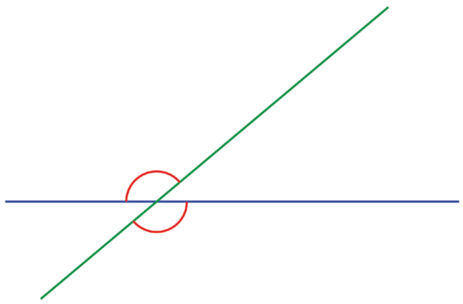




ഓരോ ജോടിയിലെയും രണ്ട് കോണുകളും അടുത്തടുത്താണല്ലോ. ഇവയെ സമീപകോണുകൾ (Adjacent angles) എന്നു പറയാറുണ്ട്.

ഇനി ഈ ജോടികൾ നോക്കൂ:





ഓരോ ജോടിയിലും ഒരു കോണിന്റെ എതിരെയാണ് മറ്റേ കോൺ. ഇവയെ എതിർകോണുകൾ (Opposite angles) എന്നു പറയാം.

അപ്പോൾ കോണുകൾ തമ്മിലുള്ള ബന്ധങ്ങൾ ഇങ്ങനെയും പറയാം:

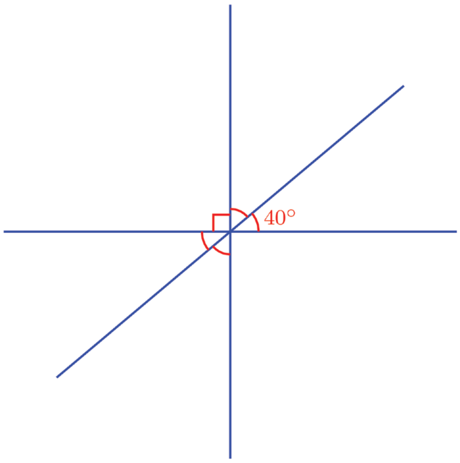
രണ്ട് വരകൾ മുറിച്ചു കടക്കുമ്പോൾ ഉണ്ടാകുന്ന നാല് കോണുകളിൽ,

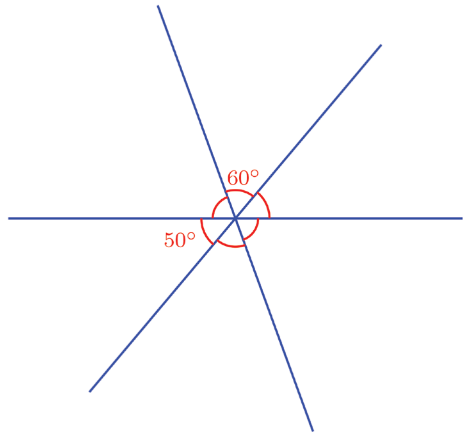
- ഓരോ ജോടി സമീപകോണുകളിലെയും കോണുകളുടെ തുക 180° ആണ്.
- ഓരോ ജോടി എതിർകോണുകളിലെയും കോണുകൾ തുല്യമാണ്.

(1) രണ്ട് വരകൾ മുറിച്ചു കടക്കുമ്പോഴുണ്ടാകുന്ന നാല് കോണുകളിൽ രണ്ട് കോണുകളുടെ തുക 100° ആണ്. നാലുകോണുകളും കണക്കാക്കുക.

(2) രണ്ട് വരകൾ മുറിച്ചു കടക്കുമ്പോഴുണ്ടാകുന്ന നാല് കോണുകളിൽ ഒരു കോൺ, മറ്റേ കോണിന്റെ പകുതിയാണ്. നാലുകോണുകളും കണക്കാക്കുക.

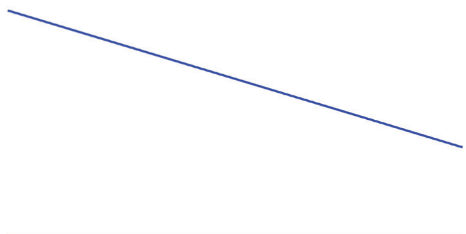
(3) ഒരു ബിന്ദുവിലൂടെ കടന്നുപോകുന്ന വരകളുടെ ചില ചിത്രങ്ങൾ ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു. ഓരോന്നിലും ചില കോണുകളുടെ അളവുകൾ പറഞ്ഞിട്ടുണ്ട്. അടയാളപ്പെടുത്തിയിരിക്കുന്ന മറ്റ് കോണുകൾ കണക്കാക്കി എഴുതുക:





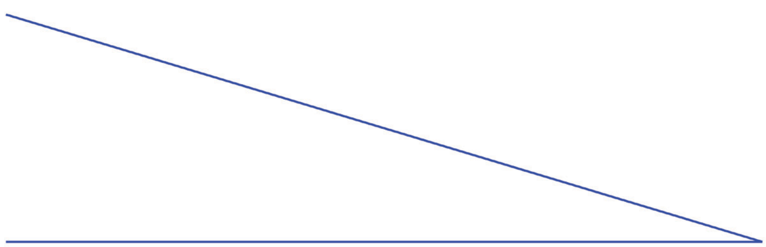
കൂട്ടിമുട്ടാത്ത വരകൾ

ഈ വരകൾ നോക്കൂ:

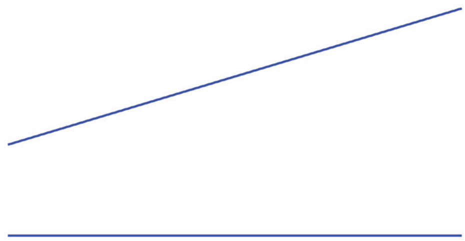


അവ കൂട്ടിമുട്ടുന്നില്ല.

കുറേക്കൂടി വലത്തേയ്ക്ക് നീട്ടിയാലോ ?



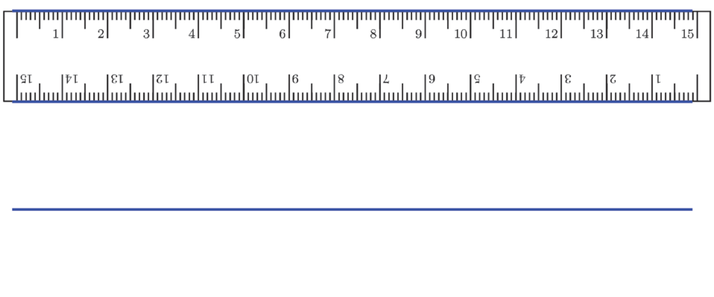
ഈ വരകളോ ?



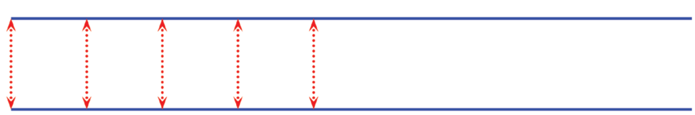
എങ്ങനെയാണ് ഈ വരകൾ ഇടത്തോട്ടു നീട്ടിയാൽ കൂട്ടിമുട്ടുമെന്ന് തീരുമാനിച്ചത് ?

ഏത് വശത്തേയ്ക്കും എത്ര നീട്ടിയാലും കൂട്ടി മുട്ടാത്ത രണ്ട് വരകൾ വരയ്ക്കാമോ ?

സ്കെയിലിന്റെ രണ്ടരികുകളിലൂടെ വരച്ചാലോ ?



ഈ വരകൾ ഏതെങ്കിലും വശത്തേയ്ക്ക് നീട്ടിയാൽ കൂട്ടിമുട്ടുമോ ? എങ്ങനെ ഉറപ്പിച്ചു ?

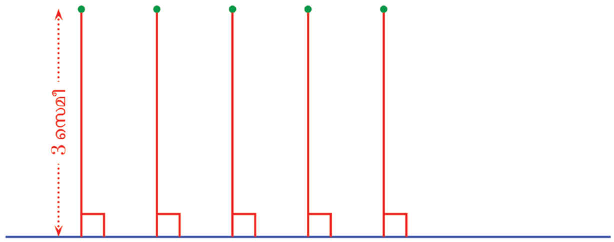


ഈ വരകളെപ്പോലെ ഒരേ അകലം പാലിക്കുന്ന, ഒരിക്കലും തമ്മിൽ കുട്ടിമുട്ടാത്ത വരകൾക്ക് സമാന്തരവരകൾ (Parallel lines) എന്നാണ് പേര്.

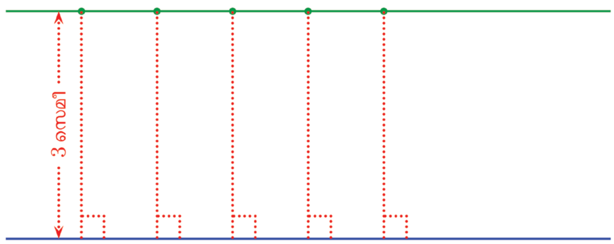
സ്കെയിലിന്റെ അരികുകളിലൂടെ സമാന്തരവരകൾ വരയ്ക്കാം. വരകൾ തമ്മിലുള്ള അകലം കൂടണമെങ്കിലോ ?

ഉദാഹരണമായി വരകൾ തമ്മിലുള്ള അകലം 3 സെന്റിമീറ്റർ വേണമെന്നു കരുതുക.

ആദ്യത്തെ വരയ്ക്ക് ലംബമായി കുറേ വരകൾ 3 സെന്റിമീറ്റർ ഉയരത്തിൽ വരയ്ക്കുക:

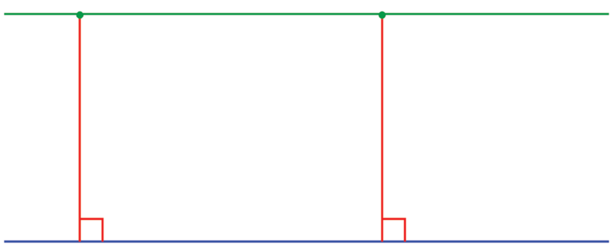


ഈ ലംബങ്ങളുടെ മുകളറ്റങ്ങൾ യോജിപ്പിച്ചാൽ കാര്യം കഴിഞ്ഞില്ലേ ?



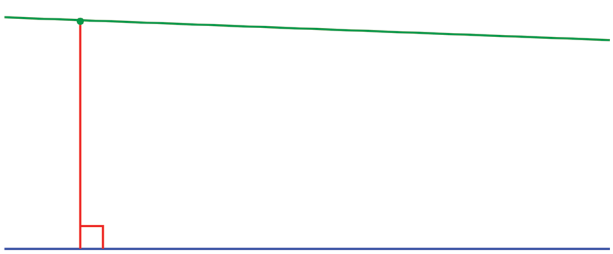
ലംബങ്ങൾ ഇത്രയധികമെന്തിന് ?

രണ്ടെണ്ണം പോരേ ?

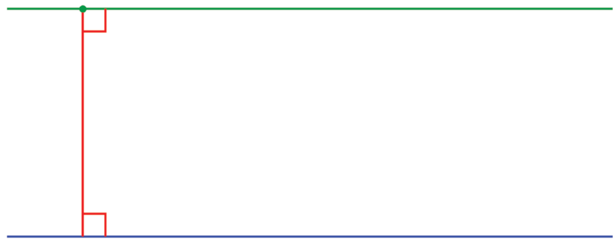


ഒരു ലംബം മാത്രം വരച്ചാൽ പറ്റുമോ ?

സമാന്തരമായി വരയ്ക്കാൻ ശ്രമിക്കുന്ന വര ചരിഞ്ഞുപോയാലോ ?

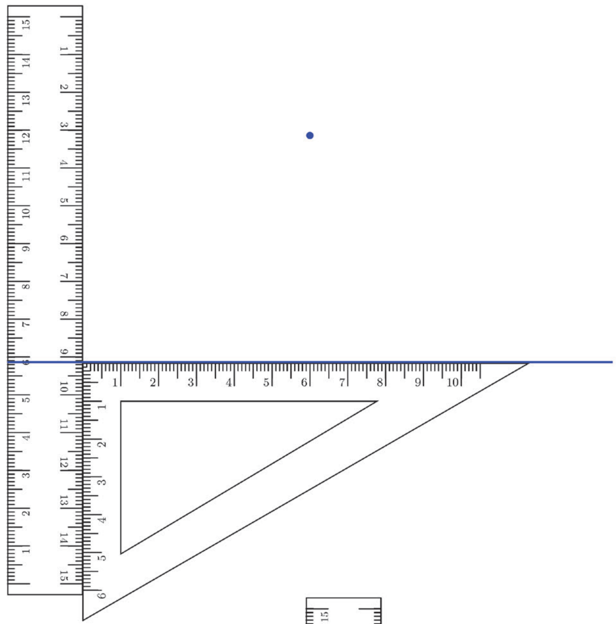


എങ്ങനെ വരയ്ക്കണമെന്ന് പിടികിട്ടിയോ ?

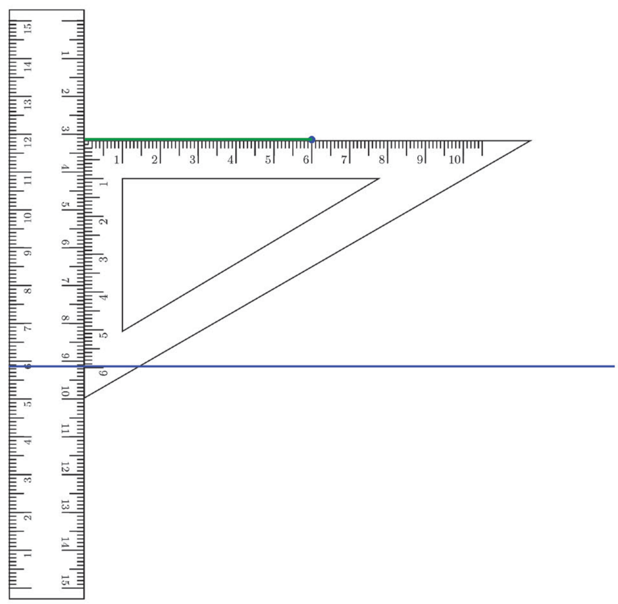


ആദ്യത്തെ വരയ്ക്ക് ലംബം വരയ്ക്കണമെന്നുണ്ടോ ?

വരയ്ക്ക് ലംബമായി ഒരു സ്കെയിൽ പിടിച്ചാലും പോരേ ?



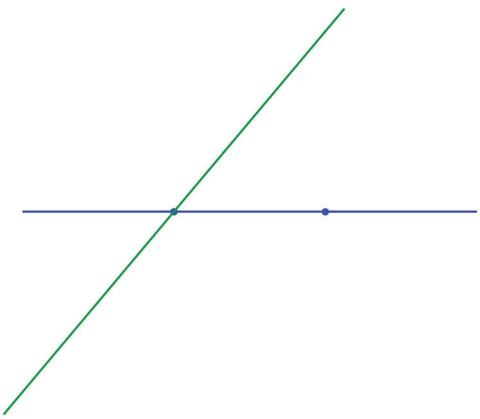
ഇനി സ്കെയിൽ അമർത്തിപ്പിടിച്ചുകൊണ്ട് മട്ടം ആവശ്യമുള്ള സ്ഥാനത്തേക്ക് നിരക്കി നീക്കി സമാന്തരവര വരയ്ക്കാമല്ലോ.



നോട്ടുബുക്കിൽ വിലങ്ങനെ ഒരു വര വരച്ച് അതിൽനിന്ന് 4 സെന്റിമീറ്റർ അകലെ അതിനൊരു സമാന്തരവര വരയ്ക്കുക.

വരയും ചരിവും

ഈ ചിത്രം നോക്കൂ:



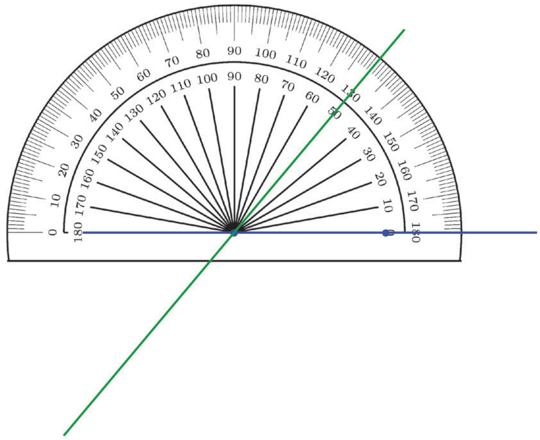
വിലങ്ങനെയുള്ള വരയിൽ വലതുവശത്ത് അടയാളപ്പെടുത്തിയ സ്ഥാനത്തിലൂടെ ചരിഞ്ഞ വരയ്ക്ക് സമാന്തരമായി ഒരു വര വരയ്ക്കണം.

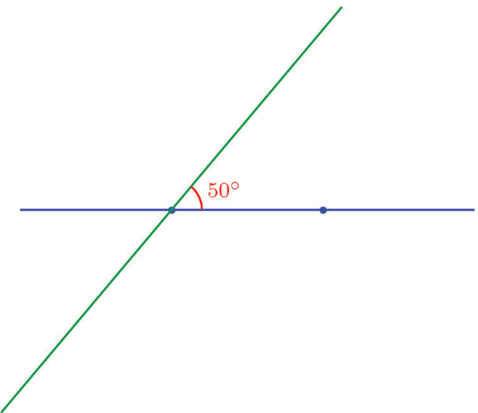
നേരത്തെ ചെയ്തതുപോലെ, സ്കെയിലും മട്ടവും ഉപയോഗിച്ചു വരയ്ക്കാം.

ചരിച്ചുവച്ച് വരയ്ക്കുന്നത് അല്പം ബുദ്ധിമുട്ടല്ലേ ? വേറെ വല്ല വഴിയുമുണ്ടോ ? വലതുവശത്തെ ബിന്ദുവിലൂടെ ഒരു വര ചരിച്ചു വരയ്ക്കണം.

എത്ര ചരിക്കണം ?

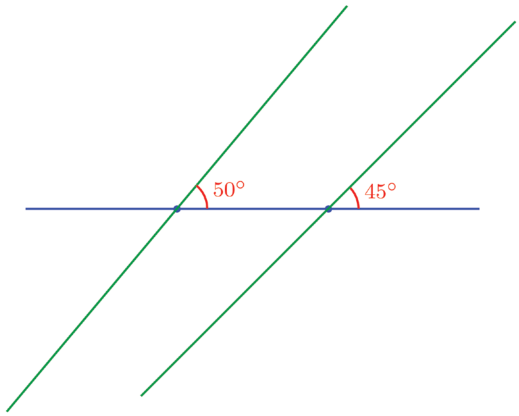
ചിത്രത്തിലെ ചരിഞ്ഞ വര എത്ര ചരിഞ്ഞിട്ടുണ്ടെന്നു നോക്കാം

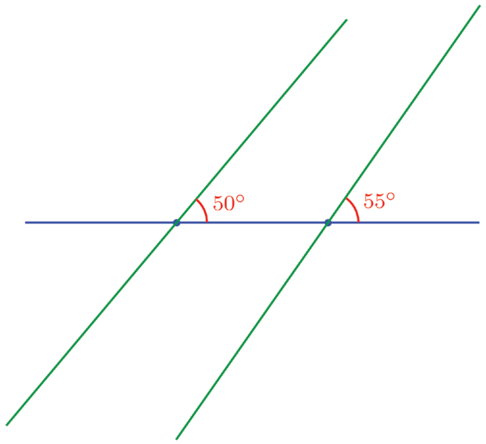




അപ്പോൾ നമുക്കുവേണ്ട സമാന്തരവര എത്ര ചരിവിൽ വരയ്ക്കണം ?

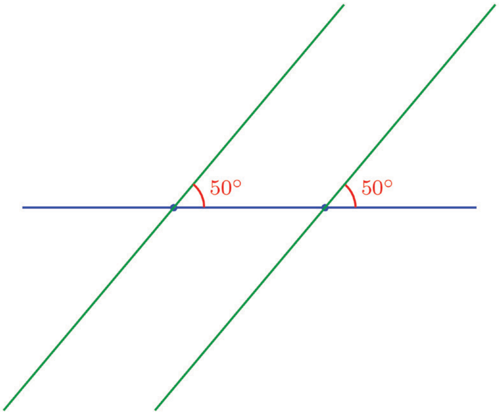
ഈ ചിത്രങ്ങൾ നോക്കൂ:



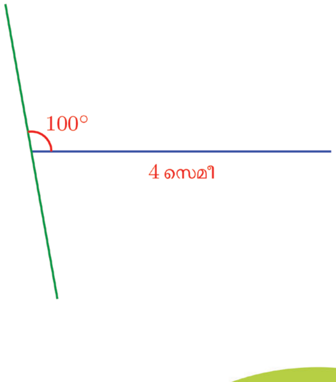


വരകൾ സമാന്തരമാണോ ?

സമാന്തരമാകാൻ, വലതുവശത്തെ കോൺ എത്രയായി വരയ്ക്കണം ?

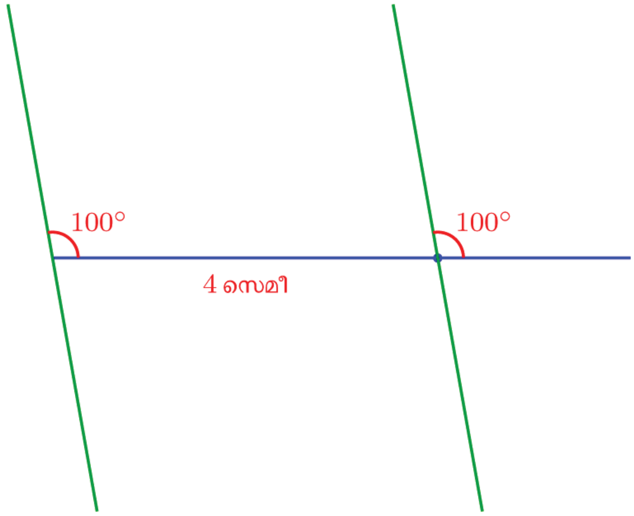


ഇനി നോട്ടുബുക്കിൽ ചുവടെ കാണുന്ന ചിത്രം വരയ്ക്കുക.



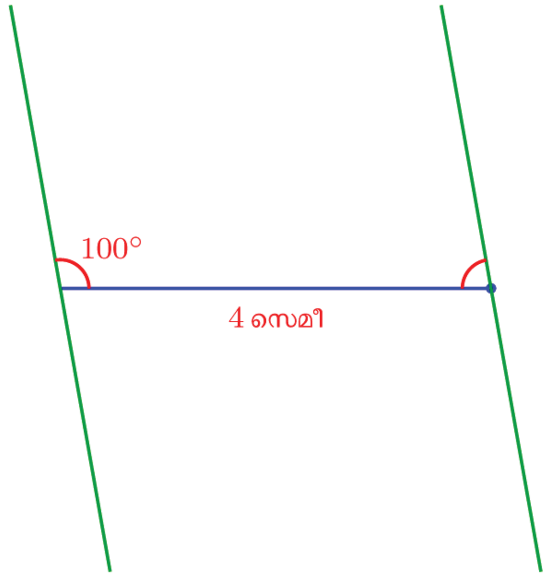
വരയുടെ വലത്തെ അറ്റത്തിലൂടെ ചരിഞ്ഞ വരയ്ക്ക് സമാന്തരമായ വര വരയ്ക്കണം. എങ്ങനെ വരയ്ക്കും ?

വിലങ്ങനെയുള്ള വര അല്പം വലത്തോട്ട് നീട്ടി വരച്ച്, ഇങ്ങനെ സമാന്തരവര വരയ്ക്കാം:



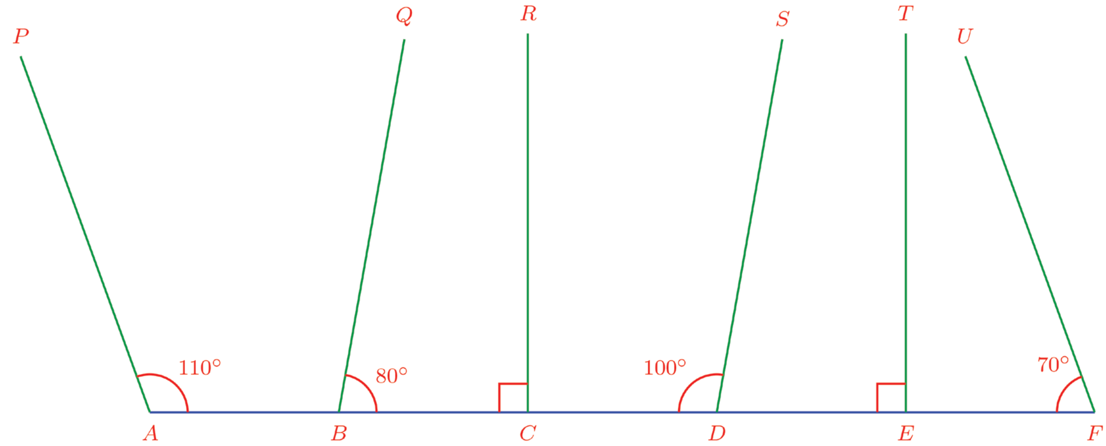
വലതുവശത്തെ കോൺ എത്രയായി വരയ്ക്കണം ?

വിലങ്ങനെയുള്ള വര നീട്ടാതെതന്നെ ഇങ്ങനെ വരയ്ക്കാം:



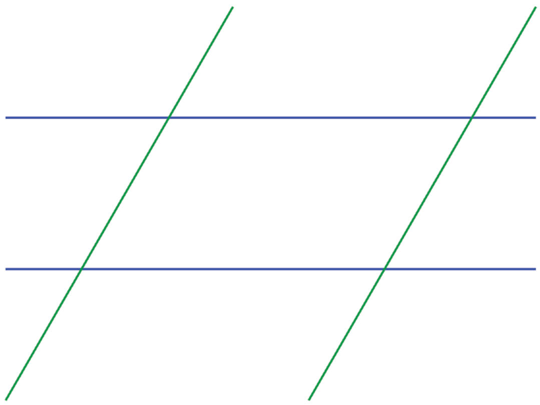
വലതുവശത്തെ കോൺ എത്രയായി വരയ്ക്കണം ?

ചുവടെയുള്ള ചിത്രത്തിലെ വരകളിൽ സമാന്തരമായ ജോടികൾ കണ്ടുപിടിച്ച് എഴുതുക.



സാമാന്തരികങ്ങൾ

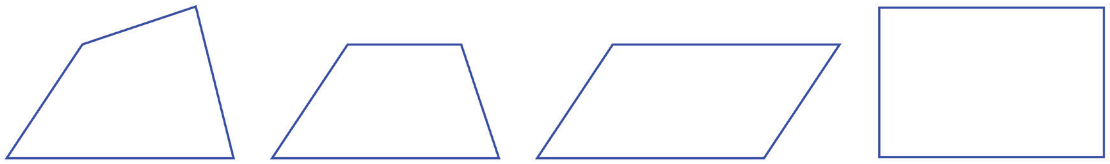
ഈ ചിത്രം നോക്കൂ:



ഇതിൽ വിലങ്ങനെയുള്ള നീല വരകളും, ചരിഞ്ഞ പച്ച വരകളും ഓരോ ജോടി സമാന്തരവരകളാണ്. മുറിച്ചു കടക്കുന്ന ബിന്ദുക്കൾക്കപ്പുറമുള്ള ഭാഗങ്ങളെല്ലാം മായ്ച്ചു കളഞ്ഞാൽ നാല് വശങ്ങളുള്ള ഒരു രൂപം കിട്ടില്ലേ ?

പൊതുവെ നാലുവശങ്ങളുള്ള ഒരു ജ്യാമിതീയ രൂപത്തിനെ ചതുർഭുജം (Quadrilateral) എന്നാണ് പറയുന്നത്.

ഉദാഹരണമായി ചുവടെ വരച്ചിരിക്കുന്നതെല്ലാം ചതുർഭുജങ്ങളാണ്.

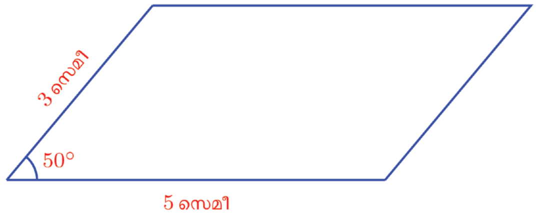


ഓരോ ജോടി എതിർവശങ്ങളും സമാന്തരമായ ചതുർഭുജത്തിന് സാമാന്തരികം (Parallelogram) എന്നാണ് പേര്.

അപ്പോൾ നാം ആദ്യം വരച്ച (രണ്ട് ജോടി സമാന്തരവരകൾ പരസ്പരം മുറിച്ചു കടക്കുമ്പോൾ ഉണ്ടാകുന്ന) ചതുർഭുജം ഒരു സാമാന്തരികമാണ്.

ഇത്തരം രൂപങ്ങൾ അഞ്ചാംക്ലാസിൽ സ്കെയിലും ജ്യാമിതിപ്പെട്ടിയിലെ മട്ടങ്ങളും ഉപയോഗിച്ചു വരച്ചത് ഓർമ്മയുണ്ടോ ? (**വരകളും വട്ടങ്ങളും** എന്ന പാഠത്തിലെ **വരക്കണക്ക്** എന്ന ഭാഗം).

മട്ടത്തിനു പകരം കോൺമാപിനി ഉപയോഗിച്ച്, ചുവടെ കാണിച്ചിരിക്കുന്ന സാമാന്തരികം നോട്ടുബുക്കിൽ വരയ്ക്കാമോ ?

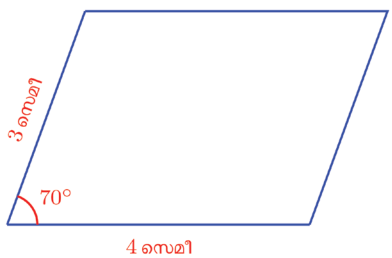


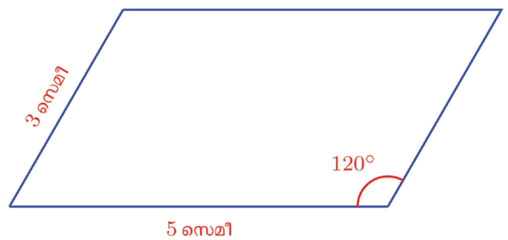
ഏതെല്ലാം രീതിയിൽ വരയ്ക്കാം ?

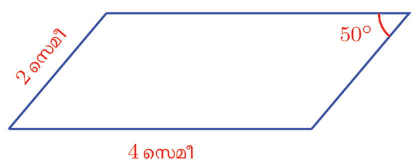
വശങ്ങളുടെ നീളവും കോണിന്റെ അളവുമെല്ലാം മാറ്റി വരച്ചുനോക്കൂ.

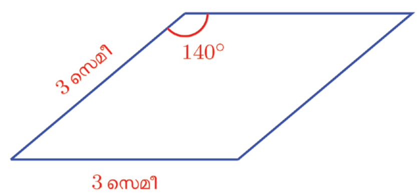
വശങ്ങൾക്കിടയിലെ കോൺ മട്ടമായാൽ, സാമാന്തരികം എന്താകും ?

ചുവടെയുള്ള സാമാന്തരികങ്ങൾ വരയ്ക്കുക.









10

സംഖ്യാബന്ധങ്ങൾ

അക്കങ്ങളുടെ തുക

ഏത് രണ്ടക്കസംഖ്യയും 10 നെ ഒരു സംഖ്യകൊണ്ട് ഗുണിച്ച്, ഒരു സംഖ്യ കൂട്ടിയ താണല്ലോ. ഉദാഹരണമായി,

$$20 = (10 \times 2) + 0$$

$$47 = (10 \times 4)+7$$

$$98 = (10 \times 9) + 8$$

ഇതിലെല്ലാം, 10 നെ ഗുണിക്കുന്നത്, സംഖ്യയുടെ ആദ്യത്തെ അക്കംകൊണ്ടാണ്; അതിനോട് കൂട്ടുന്നത് സംഖ്യയുടെ അവസാനത്തെ അക്കവും.

ഇവയിൽ 10 നെ 9 + 1 എന്നെഴുതിയാലോ ?

20 എടുത്താൽ,

$$20 = 10 \times 2$$

$$= (9 + 1) \times 2$$

ഇതിലെ $(9 + 1) \times 2$ നെ ഇങ്ങനെ പിരിച്ചെഴുതാമല്ലോ.

$$(9 + 1) \times 2 = (9 \times 2) + (1 \times 2)$$

(രണ്ട് സംഖ്യകളുടെ തുകയെ ഒരു സംഖ്യകൊണ്ടു ഗുണിക്കാൻ, തുകയിലെ ഓരോ സംഖ്യയെയും ഗുണിച്ചു കൂട്ടിയാൽ മതി എന്ന് അഞ്ചാംക്ലാസിലെ **സംഖ്യാബന്ധങ്ങൾ** എന്ന പാഠത്തിലെ **കൂട്ടലും കുറയ്ക്കലും ഗുണനവും** എന്ന ഭാഗത്ത് കണ്ടത് ഓർക്കുക.)

അപ്പോൾ,

$$20 = (9 + 1) \times 2 = (9 \times 2) + (1 \times 2)$$

$$= (9 \times 2) + 2$$

ഇതുപോലെ,

$$30 = 10 \times 3$$
$$= (9 + 1) \times 3$$
$$= (9 \times 3) + (1 \times 3) = (9 \times 3) + 3$$

40, 50 മുതലായ സംഖ്യകളെയും ഇങ്ങനെ എഴുതിനോക്കൂ. ആദ്യം മുതൽ നോക്കിയാൽ, ഇങ്ങനെയൊരു ക്രമം കിട്ടുന്നില്ലേ?

$10 = (9 \times 1) + 1$	$60 = (9 \times 6) + 6$
$20 = (9 \times 2) + 2$	$70 = (9 \times 7) + 7$
$30 = (9 \times 3) + 3$	$80 = (9 \times 8) + 8$
$40 = (9 \times 4) + 4$	$90 = (9 \times 9) + 9$
$50 = (9 \times 5) + 5$	

ഇതിൽ അവസാനം $90 = 9 \times 10$ എന്നതിനു പകരം $90 = (9 \times 9) + 9$ എന്നെഴുതിയത് അതുവരെയുള്ള ക്രമം തുടരാനാണ്. ഇനി ഈ ക്രമം ഉപയോഗിച്ച്, മറ്റ് രണ്ടക്കസംഖ്യകളെ എങ്ങനെ എഴുതാമെന്നു നോക്കാം:

$$11 = 10 + 1$$
$$= (9 \times 1) + 1 + 1 = (9 \times 1) + 2$$

എന്നെഴുതാം.

ഇതുപോലെ,

$$21 = 20 + 1 = (9 \times 2) + 2 + 1 = (9 \times 2) + 3$$

എന്നെല്ലാം എഴുതാമല്ലോ. ഇങ്ങനെ പല ക്രമങ്ങൾ കിട്ടും

$10 = (9 \times 1) + 1$	$20 = (9 \times 2) + 2$	$30 = (9 \times 3) + 3$	....	$90 = (9 \times 9) + 9$
$11 = (9 \times 1) + 2$	$21 = (9 \times 2) + 3$	$31 = (9 \times 3) + 4$	....	$91 = (9 \times 9) + 10$
$12 = (9 \times 1) + 3$	$22 = (9 \times 2) + 4$	$32 = (9 \times 3) + 5$	....	$92 = (9 \times 9) + 11$
....	....	....	....	....
$19 = (9 \times 1) + 10$	$29 = (9 \times 2) + 11$	$39 = (9 \times 3) + 12$	....	$99 = (9 \times 9) + 18$

ഇതിലെല്ലാം എന്താണ് കാണുന്നത്?

ഏത് രണ്ടക്കസംഖ്യയെയും 9 ന്റെ ഒരു ഗുണിതവും ഒരു സംഖ്യയും കൂട്ടിയ തുകയായി എഴുതാം.

9 നെ ഗുണിക്കുന്നത്, രണ്ടക്കസംഖ്യയുടെ ആദ്യത്തെ അക്കംകൊണ്ടാണ്; കൂട്ടുന്ന സംഖ്യയോ ?

ഉദാഹരണമായി, 32 എഴുതിയത് ഇങ്ങനെയാണല്ലോ.

$$32 = (9 \times 3) + 5$$

ഇതിൽ കൂട്ടിയ സംഖ്യ 5 കിട്ടിയത് എങ്ങനെയാണ് ?

$$32 = 30 + 2$$

$$30 = (9 \times 3) + 3$$

$$32 = (9 \times 3) + 3 + 2$$

ഏത് രണ്ടക്കസംഖ്യയെയും ഇതുപോലെ പിരിച്ചെഴുതുന്നതിനെക്കുറിച്ച് പൊതുവേ എന്തു പറയാം ?

ഏത് രണ്ടക്കസംഖ്യയും, ഒൻപതിനെ ആദ്യത്തെ അക്കംകൊണ്ട് ഗുണിച്ച്, അക്കങ്ങളുടെ തുക കൂട്ടിയതാണ്.

ഇനി മൂന്നക്കസംഖ്യകൾ നോക്കാം. ആദ്യം 100, 200, 300 മുതലായ സംഖ്യകളെ 9 ന്റെ ഗുണിതത്തിന്റെയും ഒരു സംഖ്യയുടെയും തുകയായി പിരിച്ചെഴുതാം:

$$100 = 99 + 1$$

$$= (9 \times 11) + 1$$

200 നെ ഇങ്ങനെയെഴുതാം:

$$200 = 100 \times 2$$

$$= (99 + 1) \times 2$$

$$= (99 \times 2) + (1 \times 2) = (99 \times 2) + 2$$

$$= (9 \times 11 \times 2) + 2$$

$$= (9 \times 22) + 2$$

300 ആയാലോ ?

$$300 = (99 + 1) \times 3$$

$$= (99 \times 3) + 3$$

$$= (9 \times 11 \times 3) + 3$$

$$= (9 \times 33) + 3$$

തുടർന്നുള്ള സംഖ്യകളും എഴുതിനോക്കൂ:

$100 = (9 \times 11) + 1$ $\quad$ $600 = (9 \times 66) + 6$

$200 = (9 \times 22) + 2$ $\quad$ $700 = (9 \times 77) + 7$

$300 = (9 \times 33) + 3$ $\quad$ $800 = (9 \times 88) + 8$

$400 = (9 \times 44) + 4$ $\quad$ $900 = (9 \times 99) + 9$

$500 = (9 \times 55) + 5$

ഈ രീതിയിൽ 250 നെ പിരിച്ചെഴുതുന്നത് എങ്ങനെയാണ്?

ആദ്യം 200 നെ ഇങ്ങനെയെഴുതാം

$$200 = (9 \times 22) + 2$$

50 നെ നേരത്തെ പറഞ്ഞ രീതിയിൽ ഇങ്ങനെയെഴുതാം:

$$50 = (9 \times 5) + 5$$

ഇനി ഇതു തമ്മിൽ കൂട്ടുക. ഇതിലെ 9 ന്റെ രണ്ട് ഗുണിതങ്ങൾ ആദ്യം കൂട്ടി 9 ന്റെ ഒറ്റ ഗുണിതമാക്കാമല്ലോ:

$$\begin{aligned}(9 \times 22) + (9 \times 5) &= 9 \times (22 + 5)\\ &= (9 \times 27)\end{aligned}$$

അപ്പോൾ,

$$\begin{aligned}250 &= (9 \times 27) + 2 + 5\\ &= (9 \times 27) + 7\end{aligned}$$

ഇവിടെ 9 നെ ഗുണിച്ചത് ആദ്യത്തെ അക്കം കൊണ്ടല്ല; കൂട്ടിയത്, അക്കങ്ങളുടെ തുകതന്നെയല്ലേ?

മറ്റൊരു ഉദാഹരണമായി 473 നോക്കാം. 400 നെയും 73 നെയും നേരത്തെ കണ്ടതനുസരിച്ച് ഇങ്ങനെയെഴുതാം:

$$400 = (9 \times 44) + 4$$

$$73 = (9 \times 7) + 7 + 3$$

ഇനി ഇവയിലെ 9 ന്റെ ഗുണിതങ്ങൾ കൂട്ടി ഒറ്റ ഗുണിതമാക്കി ഇങ്ങനെ എഴുതാം:

$$\begin{aligned}473 &= 400 + 73\\ &= (9 \times (44 + 7)) + 4 + 7 + 3\\ &= (9 \times 51) + 14\end{aligned}$$

ഇവിടെയും കൂട്ടിയത്, അക്കങ്ങളുടെ തുകതന്നെ

ഇതുപോലെ ഏത് മൂന്നക്കസംഖ്യയെയും 9 ന്റെ ഒരു ഗുണിതത്തിനോട് ഒരു സംഖ്യ കൂട്ടിയ രൂപത്തിൽ എഴുതാം; കൂട്ടുന്ന സംഖ്യ മൂന്നക്കസംഖ്യയിലെ അക്കങ്ങളുടെ തുക തന്നെയാണ്. ഇനി നാലക്കസംഖ്യ ആയാലോ ?

ആദ്യം

$$\begin{aligned}1000 &= 999 + 1\\ &= (9 \times 111) + 1\end{aligned}$$

എന്നും

$$\begin{aligned}2000 &= 1000 \times 2\\ &= (999 + 1) \times 2\\ &= (999 \times 2) + 2\\ &= (9 \times 111 \times 2) + 2\\ &= (9 \times 222) + 2\end{aligned}$$

എന്നെല്ലാം എഴുതാം. ഇത് തുടർന്നാലോ ?

$$\begin{aligned}1000 &= (9 \times 111) + 1 & 6000 &= (9 \times 666) + 6\\ 2000 &= (9 \times 222) + 2 & 7000 &= (9 \times 777) + 7\\ 3000 &= (9 \times 333) + 3 & 8000 &= (9 \times 888) + 8\\ 4000 &= (9 \times 444) + 4 & 9000 &= (9 \times 999) + 9\\ 5000 &= (9 \times 555) + 5 & &\end{aligned}$$

തുടർന്ന് ഏത് നാലക്കസംഖ്യയെയും നേരത്തെ ചെയ്തതുപോലെ പിരിച്ചെഴുതാം: ഉദാഹരണമായി 4827 എടുക്കാം. ആദ്യം 4000, പിന്നെ 800, അവസാനം 27 എന്നിങ്ങനെ സംഖ്യകളെ 9 ന്റെ ഗുണിതം ഉപയോഗിച്ച് പിരിച്ചെഴുതാം:

$$\begin{aligned}4000 &= (9 \times 444) + 4\\ 800 &= (9 \times 88) + 8\\ 27 &= (9 \times 2) + 2 + 7\end{aligned}$$

എല്ലാം കൂടി കൂട്ടുമ്പോൾ, നേരത്തെ ചെയ്തതുപോലെ 9 ന്റെ ഗുണിതങ്ങൾ എല്ലാം ആദ്യം കൂട്ടി, 9 ന്റെ തന്നെ മറ്റൊരു ഗുണിതമാക്കാമല്ലോ; അതായത്,

$$\begin{aligned}4827 &= (9 \times (444 + 88 + 2)) + 4 + 8 + 2 + 7\\ &= (9 \text{ ന്റെ ഗുണിതം}) + (4 + 8 + 2 + 7)\end{aligned}$$

അക്കങ്ങളുടെ എണ്ണം എത്രയായാലും ഇതുപോലെ പിരിച്ചെഴുതാം.

പൊതുവേ എന്തു പറയാം ?

ഏത് എണ്ണൽസംഖ്യയും 9 ന്റെ ഒരു ഗുണിതവും സംഖ്യയിലെ അക്കങ്ങളുടെ തുകയും കൂട്ടിയതാണ്.

ഇങ്ങനെ എഴുതുന്നതിന്റെ ഒരു ഉപയോഗം നോക്കാം.

നേരത്തെ കണ്ടതനുസരിച്ച്, രണ്ടക്കസംഖ്യകളെ ഇങ്ങനെ പിരിച്ചെഴുതുന്നത് എളുപ്പമാണല്ലോ, ഉദാഹരണമായി

$$35 = (9 \times 3) + (3 + 5) = (9 \times 3) + 8$$

അപ്പോൾ 35 നെ 9 കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ വരുന്ന മിച്ചം എന്താണ് ?

ഇനി 35 നു പകരം 65 എടുത്താലോ ?

$$65 = (9 \times 6) + (6 + 5) = (9 \times 6) + 11$$

65 നെ 9 കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ വരുന്ന മിച്ചം 11 അല്ലല്ലോ; 11 ലും ഒരു 9 ഇല്ലേ ?

അപ്പോൾ മിച്ചം കണക്കാക്കാൻ, 65 നെ ഇങ്ങനെ എഴുതണം:

$$\begin{aligned} 65 &= (9 \times 6) + 11 \\ &= (9 \times 6) + 9 + 2 \\ &= (9 \times 7) + 2 \end{aligned}$$

ഇതിൽനിന്ന് മിച്ചം 2 എന്നു കിട്ടും.

ഇതുപോലെ 876 നെ 9 കൊണ്ടു ഹരിച്ചാലുള്ള മിച്ചം എങ്ങനെ കണക്കാക്കാം ?

ആദ്യം നേരത്തെ ചെയ്തതുപോലെ 876 നെ 9 ന്റെ ഗുണിതവും, അക്കങ്ങളുടെ തുകയുമായി പിരിച്ചെഴുതാം.

മിച്ചം മാത്രമാണല്ലോ കണ്ടുപിടിക്കേണ്ടത്; അതിനാൽ 9 ന്റെ ഏത് ഗുണിതമാണ് എന്നു കണക്കുകൂട്ടേണ്ടതില്ല. അപ്പോൾ ഇങ്ങനെ എഴുതാം:

876 = (9 ന്റെ ഗുണിതം) + 8 + 7 + 6 = (9 ന്റെ ഗുണിതം) + 21

മിച്ചം കണക്കാക്കാൻ, 21 നെ 9 കൊണ്ട് ഹരിച്ച്, മടങ്ങും മിച്ചവുമായി ഇങ്ങനെ എഴുതാം

$$21 = (9 \times 2) + 3$$

ഇനി 876 ലെ 9 ന്റെ ഗുണിതവും, 21 ലെ 9 ന്റെ ഗുണിതവും കൂട്ടുമ്പോൾ, 9 ന്റെ മറ്റൊരു ഗുണിതമാകുമല്ലോ. അപ്പോൾ 876 എന്ന സംഖ്യ, 9 ന്റെ ഒരു ഗുണിതത്തിനോട് 3 കൂട്ടിയതാണ്; അതായത് 876 നെ 9 കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ മിച്ചം 3.

ഇവിടെ 3 കിട്ടിയത്, 21 നെ 9 കൊണ്ട് ഹരിച്ചിട്ടാണല്ലോ; 21 കിട്ടിയത് എങ്ങനെയാണ്?

ഇതുപോലെ 5798 നെ 9 കൊണ്ട് ഹരിച്ചാലുള്ള മിച്ചം എങ്ങനെ എഴുതാം?

5798 എന്ന സംഖ്യ 9 ന്റെ ഗുണിതത്തിനോട് അക്കങ്ങളുടെ തുകയായ $5 + 9 + 7 + 8 = 29$ കൂട്ടിയതാണല്ലോ:

$$5798 = (9 \text{ ന്റെ ഗുണിതം}) + 29$$

ഇനി 29 നെ 9 കൊണ്ട് ഹരിച്ച്

$$29 = (9 \times 3) + 2$$

എന്നെഴുതാം. അപ്പോൾ 5798 നെ 9 ന്റെ ഒരു ഗുണിതത്തിനോട് 2 കൂട്ടിയ സംഖ്യയായി എഴുതാമല്ലോ (എന്തുകൊണ്ട്?).

5798 നെ 9 കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ വരുന്ന മിച്ചം എന്താണ്?

ഇങ്ങനെ ഏത് സംഖ്യയെയും 9 കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ വരുന്ന മിച്ചം കണക്കാക്കാമല്ലോ.

ഏത് സംഖ്യയെയും 9 കൊണ്ട് ഹരിച്ചാലുള്ള ശിഷ്ടം, സംഖ്യയിലെ അക്കങ്ങളുടെ തുകയെ 9 കൊണ്ട് ഹരിച്ചാലുള്ള ശിഷ്ടമാണ്.

അക്കങ്ങളുടെ തുക 9 ന്റെ ഗുണിതമായാലോ?

അപ്പോൾ അക്കങ്ങളുടെ തുകയെ 9 കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ മിച്ചം 0; മുകളിൽ പറഞ്ഞതനുസരിച്ച്, സംഖ്യയെ 9 കൊണ്ട് ഹരിച്ചാലും മിച്ചം 0. അതായത്, സംഖ്യ 9 ന്റെ ഗുണിതമാണ്.

ഒരു സംഖ്യയുടെ അക്കങ്ങളുടെ തുക 9 ന്റെ ഗുണിതമാണെങ്കിൽ, സംഖ്യയും 9 ന്റെ ഗുണിതമാണ്.

ഇപ്പോൾ ചെയ്ത കണക്കുകളിൽ നിന്ന് മറ്റൊരു കാര്യവും കാണാം.

ഒരു സംഖ്യയെ ആദ്യം 9 ന്റെ ഒരു ഗുണിതവും, സംഖ്യയിലെ അക്കങ്ങളുടെ തുകയുമായി പിരിച്ചെഴുതിയിട്ടാണല്ലോ 9 കൊണ്ട് ഹരിച്ചാലുള്ള മിച്ചം കണക്കാക്കിയത്.

ഉദാഹരണമായി,

$$356 = (9 \times 38) + 3 + 5 + 6 = (9 \times 38) + 14$$

ഇതിലെ 9 ന്റെ ഗുണിതം 3 ന്റെയും ഗുണിതമാണല്ലോ.

$$356 = (3 \times 3 \times 38) + 14 = (3 \times 114) + 14$$

അപ്പോൾ 356 നെ 3 കൊണ്ടു ഹരിച്ചാലുള്ള മിച്ചം എത്രയാണ് ?

അതു കണക്കാക്കാൻ, 14 നെ 3 കൊണ്ട് ഹരിക്കണം:

$$14 = (3 \times 4) + 2$$

ഇതുപയോഗിച്ച് 356 നെ ഇങ്ങനെ എഴുതാം.

$$356 = (3 \times 114) + (3 \times 4) + 2 = (3 \times 118) + 2$$

356 നെ 3 കൊണ്ട് ഹരിച്ചാലുള്ള മിച്ചം 2.

അപ്പോൾ പൊതുവേ പറഞ്ഞാൽ ഒരു സംഖ്യയെ 3 കൊണ്ട് ഹരിച്ചാലുള്ള മിച്ചം എങ്ങനെ കണ്ടുപിടിക്കും ?

ഏത് സംഖ്യയെയും *3* കൊണ്ട് ഹരിച്ചാലുള്ള ശിഷ്ടം, സംഖ്യയിലെ അക്കങ്ങളുടെ തുകയെ *3* കൊണ്ട് ഹരിച്ചാലുള്ള ശിഷ്ടമാണ്.

ഇതിന്റെ തുടർച്ചയായി ഇക്കാര്യവും കാണാം:

ഒരു സംഖ്യയുടെ അക്കങ്ങളുടെ തുക *3* ന്റെ ഗുണിതമാണെങ്കിൽ, സംഖ്യയും *3* ന്റെ ഗുണിതമാണ്.

(1) ചുവടെയുള്ള പട്ടിക പൂരിപ്പിക്കുക:

സംഖ്യ	അക്കങ്ങളുടെ തുക	9 കൊണ്ട് ഹരിച്ചാലുള്ള ശിഷ്ടം	3 കൊണ്ട് ഹരിച്ചാലുള്ള ശിഷ്ടം	9 ന്റെ ഗുണിതം ആണ്/അല്ല	3 ന്റെ ഗുണിതം ആണ്/അല്ല
764	17	8	2	**അല്ല**	**അല്ല**
954					
582					
4808					

(2) 9 ന്റെ ഗുണിതമായ ഒരു നാലക്കസംഖ്യയുടെ ആദ്യത്തെ മൂന്നക്കങ്ങൾ 2, 5, 7 ഇവയാണ്. സംഖ്യ എന്താണ് ?

(3) (i) ഒരു സംഖ്യയിലെ അക്കങ്ങളുടെ ക്രമം എങ്ങനെ മാറ്റിയാലും, രണ്ട് സംഖ്യകളെയും 9 കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ ഒരേ ശിഷ്ടമാണ് കിട്ടുന്നത്. എന്തുകൊണ്ട് ?

(ii) ഒൻപതിന്റെ ഗുണിതമായ ഒരു സംഖ്യയുടെ അക്കങ്ങളുടെ ക്രമം എങ്ങനെ മാറ്റിയാലും, കിട്ടുന്ന സംഖ്യയും ഒൻപതിന്റെ ഗുണിതം തന്നെ ആയിരിക്കുമോ ? എന്തുകൊണ്ട് ?

(4) 1, 2, 3, 4, 5 എന്നീ അക്കങ്ങൾ ആവർത്തിക്കാതെ ഉണ്ടാക്കുന്ന അഞ്ചക്കസംഖ്യകൾ എല്ലാം എടുത്താൽ

(i) 3 ന്റെ ഗുണിതങ്ങൾ ഏതൊക്കെയാണ് ?

(ii) 9 ന്റെ ഗുണിതങ്ങൾ ഏതൊക്കെയാണ് ?

(iii) ഇവയിൽ ഏത് സംഖ്യയെയും 9 കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ കിട്ടുന്ന ശിഷ്ടം എത്രയാണ്?

(5) 0, 1, 2, ... 9 എന്നീ പത്ത് അക്കങ്ങളും ഉപയോഗിച്ച് ഉണ്ടാക്കുന്ന പത്തക്കസംഖ്യകളിൽ എത്ര അഭാജ്യസംഖ്യകളുണ്ട് ? കാരണമെന്താണ് ?

(6) അക്കങ്ങൾ ആവർത്തിക്കാതെ എഴുതാൻ കഴിയുന്ന 9 ന്റെ ഗുണിതമായ ഏറ്റവും ചെറിയ നാലക്കസംഖ്യ ഏതാണ് ? അഞ്ചക്കസംഖ്യയോ ?

ഒൻപതിന്റെ കളികൾ

ഏത് സംഖ്യയും, 9 ന്റെ ഒരു ഗുണിതവും സംഖ്യയിലെ അക്കങ്ങളുടെ തുകയും കൂട്ടിയതാണ് എന്നു കണ്ടല്ലോ.

അപ്പോൾ ഒരു സംഖ്യയിൽനിന്ന് അക്കങ്ങളുടെ തുക കുറച്ചാലോ ?

> ഏത് സംഖ്യയിൽ നിന്നും അതിലെ അക്കങ്ങളുടെ തുക കുറച്ചാൽ കിട്ടുന്ന സംഖ്യ 9 ന്റെ ഗുണിതമാണ്.

ഒരു രണ്ടക്കസംഖ്യയിൽനിന്ന് അതിന്റെ അക്കങ്ങളുടെ തുക കുറച്ചാൽ കിട്ടുന്ന സംഖ്യയും, ആദ്യത്തെ രണ്ടക്കസംഖ്യയിലെ അക്കങ്ങളും തമ്മിൽ എന്തെങ്കിലും ബന്ധമുണ്ടോ ?

മറ്റൊരു കണക്കു നോക്കാം. അക്കങ്ങളുടെ തുക തുല്യമായ രണ്ട് സംഖ്യകൾ എടുക്കുക. ഉദാഹരണമായി 51 ഉം 24 ഉം.

ഇവയെ ഇങ്ങനെ പിരിച്ചെഴുതാം:

$$51 = (9 \times 5) + 6$$

$$24 = (9 \times 2) + 6$$

അപ്പോൾ 51 – 24 നെ എങ്ങനെയെഴുതാം ?

രണ്ട് സംഖ്യകളിൽനിന്നും 6 കുറച്ചുകിട്ടുന്ന സംഖ്യകൾ കുറച്ചാലും മതിയല്ലോ (**മാറാത്ത ബന്ധങ്ങൾ** എന്ന പാഠത്തിലെ **മാറാത്ത വ്യത്യാസം** എന്ന ഭാഗം).

അതായത്

$$51 - 24 = (9 \times 5) - (9 \times 2)$$

ഇനി 9 ന്റെ ഗുണിതങ്ങളുടെ ഈ വ്യത്യാസത്തെ 9 ന്റെ ഗുണിതമായി എങ്ങനെ മാറ്റിയെഴുതാം ?

$$51 - 24 = (9 \times 5) - (9 \times 2)$$

$$= 9 \times (5 - 2)$$

$$= 9 \times 3$$

ഇതുപോലെ, അക്കങ്ങളുടെ തുക തുല്യമായ ഏത് രണ്ട് സംഖ്യകളുടെ വ്യത്യാസവും, 9 ന്റെ ഗുണിതങ്ങളുടെ വ്യത്യാസമായി കണക്കാക്കാമല്ലോ; അതായത്, ഈ വ്യത്യാസം 9 ന്റെ ഗുണിതമാണ്.

രണ്ട് സംഖ്യകളുടെ അക്കങ്ങളുടെ തുക തുല്യമാണെങ്കിൽ, അവയുടെ വ്യത്യാസം ഒൻപതിന്റെ ഗുണിതമാണ്.

ഏതെങ്കിലും രണ്ടക്കസംഖ്യയുടെ അക്കങ്ങളുടെ സ്ഥാനം പരസ്പരം മാറ്റിയാൽ, അക്കങ്ങളുടെ തുക മാറുന്നില്ലല്ലോ. ഉദാഹരണമായി 73 എന്ന സംഖ്യയുടെ അക്കങ്ങളുടെ സ്ഥാനം പരസ്പരം മാറ്റിയാൽ, 37; രണ്ടിലും അക്കങ്ങളുടെ തുക 10.

അപ്പോൾ മുകളിൽ പറഞ്ഞതനുസരിച്ച്, ഇവയുടെ വ്യത്യാസം 9 ന്റെ ഗുണിതമാണ്. ഏത് ഗുണിതം ?

അത് കണക്കാക്കാൻ, ഈ സംഖ്യകളെ ഇങ്ങനെ എഴുതാം:

$$73 = (9 \times 7) + 10$$

$$37 = (9 \times 3) + 10$$

അപ്പോൾ

$$73 - 37 = (9 \times 7) - (9 \times 3)$$
$$= 9 \times (7 - 3)$$
$$= 9 \times 4$$

ഇതിൽ $4 = 7 - 3$ എന്നത്, സംഖ്യകളിലെ അക്കങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസമാണല്ലോ.

ഇതുപോലെ മറ്റൊരു രണ്ടക്കസംഖ്യയെ തിരിച്ചെഴുതി, വലുതിൽ നിന്ന് ചെറുതു കുറച്ചാൽ, അക്കങ്ങളുടെ വ്യത്യാസത്തെ ഒൻപതുകൊണ്ടു ഗുണിച്ചതാണെന്നു കാണാം.

ഇതിൽ നിന്ന് ഇങ്ങനെയുള്ള ക്രമങ്ങൾ കിട്ടും.

$21 - 12 = 9$	$31 - 13 = 18$	$41 - 14 = 27$	....	$91 - 19 = 72$
$32 - 23 = 9$	$42 - 24 = 18$	$52 - 25 = 27$		
$43 - 34 = 9$	$53 - 35 = 18$	$63 - 36 = 27$		
$54 - 45 = 9$	$64 - 46 = 18$	$74 - 47 = 27$		
$65 - 56 = 9$	$75 - 57 = 18$	$85 - 58 = 27$		
$76 - 67 = 9$	$86 - 68 = 18$	$96 - 69 = 27$		
$87 - 78 = 9$	$97 - 79 = 18$			
$98 - 89 = 9$				

1. ഏത് സംഖ്യയും, അതിലെ അക്കങ്ങളുടെ ക്രമം ഏതെങ്കിലും രീതിയിൽ മാറ്റിയ സംഖ്യയും തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം, ഒൻപതിന്റെ ഗുണിതമാണ്. എന്തുകൊണ്ട്?
2. ഏത് മൂന്നക്കസംഖ്യയുടെയും, അതിലെ അക്കങ്ങൾ തിരിച്ചെഴുതിയ സംഖ്യയുടെയും വ്യത്യാസം 99 ന്റെ ഗുണിതമാണ്. എന്തുകൊണ്ട്? ഇതിൽ 99 നെ ഗുണിച്ച സംഖ്യയും, ആദ്യത്തെ മൂന്നക്കസംഖ്യയിലെ അക്കങ്ങളും തമ്മിൽ എന്താണ് ബന്ധം ?
3. 99 നെ ഏതെങ്കിലും ഒരക്കസംഖ്യ കൊണ്ടു ഗുണിക്കുമ്പോൾ കിട്ടുന്ന സംഖ്യയിലെ അക്കങ്ങൾ തമ്മിൽ എന്താണ് ബന്ധം ?

4. ഏതെങ്കിലും മൂന്നക്കസംഖ്യയുടെയും അതിലെ അക്കങ്ങൾ തിരിച്ചെഴുതിയ സംഖ്യയുടെയും വ്യത്യാസം കണക്കാക്കുക. ഈ വ്യത്യാസവും അതിലെ അക്കങ്ങൾ തിരിച്ചെഴുതിയ സംഖ്യയും കൂട്ടുക. കിട്ടിയ സംഖ്യ എന്താണ് ? മറ്റ് ചില മൂന്നക്ക സംഖ്യകൾ എടുത്ത് ഈ ക്രിയകൾ ചെയ്യുക. എപ്പോഴും 1089 കിട്ടുന്നുണ്ടോ ? ഏതുതരം സംഖ്യകൾക്കാണ് വേറെ ഉത്തരം കിട്ടുന്നത് ?

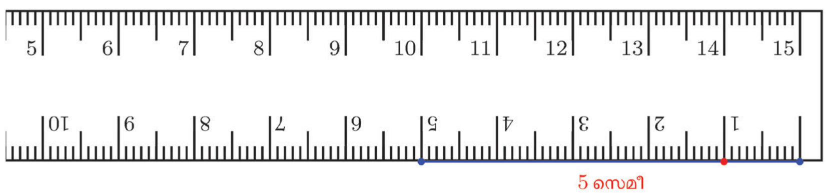
11

അക്ഷരക്കണക്ക്

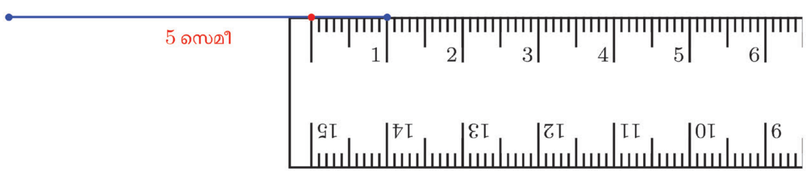
കൂട്ടലും കുറയ്ക്കലും

ഒരു ചെറിയ കണക്ക്. ആദ്യം 5 സെന്റിമീറ്റർ നീളത്തിൽ ഒരു വര വരയ്ക്കുക.

ഇതിന്റെ വലതറ്റത്തുനിന്ന് 1 സെന്റിമീറ്റർ അകലെ വരയിൽ ഒരു കുത്തിടണം. ഇങ്ങനെയാണോ സ്കെയിൽ വച്ചത് ?

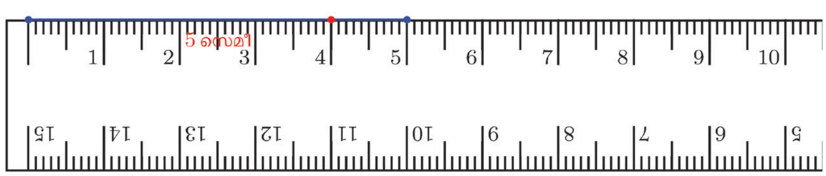


അതോ ഇങ്ങനെയോ ?



മറ്റേതെങ്കിലും രീതിയിൽ സ്കെയിൽ വച്ച് ഇത് ചെയ്യാമോ ?

ഇങ്ങനെ ആയാലോ ?



ഇവിടെ എന്താണ് ചെയ്തത്?

വലതറ്റത്തുനിന്ന് 1 സെന്റിമീറ്റർ അകലെ കുത്തിടുന്നതിനു പകരം, ഇടതറ്റത്തുനിന്ന് 4 സെന്റിമീറ്റർ അകലെ കുത്തിട്ടു.

എന്തുകൊണ്ടാണ് ഇത് ശരിയാകുന്നത്?

ഇടതറ്റത്തുനിന്നുള്ള അകലവും, വലതറ്റത്തുനിന്നുള്ള അകലവും തമ്മിൽ എന്താണ് ബന്ധം?

5 സെന്റിമീറ്ററിൽ നിന്ന് വലതറ്റത്തുനിന്നുള്ള അകലം കുറച്ചാൽ ഇടതറ്റത്തുനിന്നുള്ള അകലം കിട്ടും.

ഇതല്പം ചുരുക്കി ഇങ്ങനെ എഴുതാം:

5 സെന്റിമീറ്റർ – വലതറ്റത്തുനിന്നുള്ള അകലം = ഇടതറ്റത്തുനിന്നുള്ള അകലം

അല്പം കൂടി ചുരുക്കിയെഴുതാൻ ഒരു വഴിയുണ്ട്.

വലതറ്റത്തുനിന്നുള്ള അകലം എന്ന സംഖ്യയെ r എന്ന അക്ഷരംകൊണ്ടും, ഇടതറ്റത്തുനിന്നുള്ള അകലം എന്ന സംഖ്യയെ l എന്ന അക്ഷരം കൊണ്ടും സൂചിപ്പിച്ചാൽ, അകലങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം ഇങ്ങനെ എഴുതാം:

$$5 - r = l$$

ഇതിൽ കുത്തിടുന്ന സ്ഥാനം മാറുന്നതനുസരിച്ച്, l, r എന്നെഴുതുന്ന സംഖ്യകൾ മാറും. പക്ഷേ മുകളിലെഴുതിയ ബന്ധം മാറില്ലല്ലോ.

ഉദാഹരണമായി, കുത്തിടേണ്ടത് വലതറ്റത്തുനിന്ന് 2 സെന്റിമീറ്റർ അകലെയാണെങ്കിലോ? ഇടതറ്റത്തുനിന്ന് എത്ര സെന്റിമീറ്റർ അകലെയാണ് കുത്തിടുക?

$5 - 2 = 3$ സെന്റിമീറ്റർ

ഇത് ഇങ്ങനെ പറയാം:

$5 - r = l$ എന്ന ബന്ധത്തിൽ $r = 2$ എന്നെടുത്താൽ $l = 5 - 2 = 3$

ഈ ബന്ധത്തിൽ, r, l എന്നീ സംഖ്യകൾ 0 ത്തിനും 5 നും ഇടയിലുള്ള ഏത് സംഖ്യകളും ആവാം; എന്നാൽ 5 ൽ നിന്ന് r എന്ന സംഖ്യ കുറച്ചാൽ l എന്ന സംഖ്യ കിട്ടണം.

ഇത് മറ്റൊരു രീതിയിലും പറയാം: l എന്ന സംഖ്യയും, r എന്ന സംഖ്യയും കൂട്ടിയാൽ 5 കിട്ടണം; അതായത്,

$$l + r = 5$$

എന്താണ് ഇതിന്റെ അർഥം ?

വലതറ്റത്തുനിന്നുള്ള അകലവും ഇടതറ്റത്തുനിന്നുള്ള അകലവും കൂട്ടിയാൽ 5 സെന്റി മീറ്ററാകും.

ഇടത് വലത് അകലങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം മറ്റേതെങ്കിലും രീതിയിൽ പറയാമോ ?

ഇനി ആദ്യം വരയ്ക്കുന്ന വരയുടെ നീളം 5 സെന്റിമീറ്ററിനു പകരം 6 സെന്റിമീറ്റർ നീളത്തിൽ വരച്ചാലോ ?

ആദ്യത്തെ കണക്കിലെപ്പോലെ ഇതിലും ഇടത് വലത് അകലങ്ങൾ l, r എന്നീ അക്ഷരങ്ങൾ കൊണ്ടു സൂചിപ്പിച്ചാൽ, അവ തമ്മിലുള്ള ബന്ധങ്ങൾ എങ്ങനെയെഴുതാം ?

പൊതുവേ എന്തുപറയാം ?

ഏത് വരയിലും, അറ്റങ്ങൾക്കിടയിൽ ഒരു ബിന്ദു അടയാളപ്പെടുത്തിയാൽ, രണ്ട് അറ്റങ്ങളിൽ നിന്നുമുള്ള അകലങ്ങളുടെ തുക, വരയുടെ നീളമാണ്.

ഇവിടെ വരയുടെ നീളം എന്നത്, അതിന്റെ അറ്റങ്ങളിലെ ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള അകലമാണല്ലോ. അപ്പോൾ ഇക്കാര്യം ഇങ്ങനെയും പറയാം:

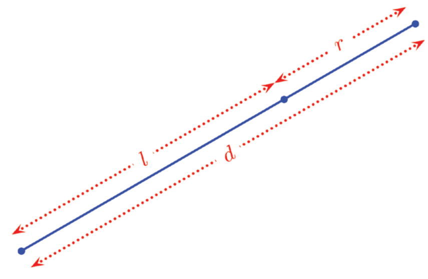
മൂന്ന് ബിന്ദുക്കൾ ഒരേ വരയിലാണെങ്കിൽ, രണ്ടറ്റങ്ങളിലുമുള്ള ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള അകലം, ഇവയിൽ നിന്ന് ഇടയിലുള്ള ബിന്ദുവിലേക്കുള്ള അകലങ്ങളുടെ തുകയാണ്.

ഇത് അക്ഷരങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് പറയുന്നതെങ്ങനെ ?

അറ്റങ്ങളിലുള്ള ബിന്ദുക്കളിൽനിന്ന് ഇടയിലെ ബിന്ദുവിലേക്കുള്ള അകലങ്ങൾ നേരത്തെ ചെയ്തതു പോലെ l, r എന്നീ അക്ഷരങ്ങൾകൊണ്ട് സൂചിപ്പിക്കാം. അറ്റങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള അകലം, d എന്ന അക്ഷരംകൊണ്ടും സൂചിപ്പിക്കാം.

അപ്പോൾ ഈ അകലങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം ഇങ്ങനെ എഴുതാം:

$$d = l + r$$



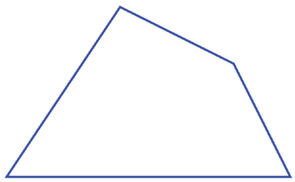
ഇതിൽ l, r, d എന്നിവയായി ഏത് സംഖ്യകളും എടുക്കാം: l, r എന്നിവയുടെ തുക d ആയിരിക്കണമെന്നുമാത്രം.

ഈ ബന്ധം തന്നെ മറ്റ് രണ്ട് വിധത്തിലും പറയാമല്ലോ:

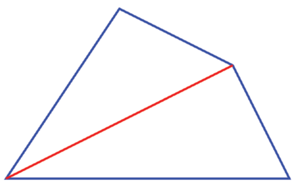
$$l = d - r$$

$$r = d - l$$

മറ്റൊരു കണക്കു നോക്കാം. ഈ ചിത്രം നോക്കൂ:

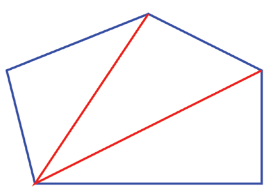


ഒരു ചതുർഭുജം. ഒരു മൂലയിൽനിന്ന് എതിർമൂലയിലേക്കൊരു വര വരച്ചാൽ ഇതിനെ രണ്ട് ത്രികോണങ്ങളാക്കാം:

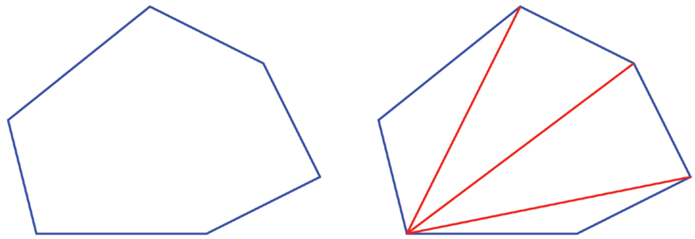


അഞ്ചുവശങ്ങളുള്ള രൂപമായാലോ ?

ഒരു മൂലയിൽ നിന്ന് രണ്ട് വരകൾ അകത്തു വരച്ച്, മൂന്ന് ത്രികോണങ്ങളാക്കാം:



ആറ് വശങ്ങളായാലോ ?

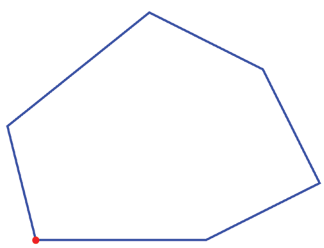


ഇതുപോലെ, ഏഴുവശങ്ങളും എട്ടുവശങ്ങളുമൊക്കെയുള്ള രൂപങ്ങൾ വരച്ച്, ഒരു മൂലയിലൂടെ അകത്ത് വരകൾ വരച്ച്, ത്രികോണങ്ങളാക്കി ഭാഗിക്കുക. ചുവടെയുള്ളതുപോലെ ഒരു പട്ടികയും ഉണ്ടാക്കുക:

വശങ്ങൾ	അകത്തെ വരകൾ	ത്രികോണങ്ങൾ
4	1	2
5	2	3
6	3	4
7		
8		

ഇത്തരം രൂപങ്ങളെ പൊതുവെ ബഹുഭുജങ്ങൾ (Polygons) എന്നാണ് പറയുന്നത്. അപ്പോൾ ബഹുഭുജങ്ങളുടെ വശങ്ങളുടെ എണ്ണവും, ഒരു മൂലയിൽ നിന്ന് മറ്റെല്ലാ മൂലകളിലേക്കും ബഹുഭുജത്തിനകത്ത് വരയ്ക്കുന്ന വരകളുടെ എണ്ണവും തമ്മിൽ എന്തെങ്കിലും ബന്ധം കാണുന്നുണ്ടോ ?

നേരത്തെ വരച്ച ആറ് വശങ്ങളുള്ള ബഹുഭുജത്തിന്റെ ചിത്രം ഒന്നുകൂടി നോക്കാം:



താഴത്തെ ഇടതുമൂലയിൽ നിന്ന് മറ്റേതെല്ലാം മൂലകളിലേക്ക് വരകൾ വരയ്ക്കാം ?

ഈ മൂലയും തൊട്ടടുത്ത് അപ്പുറത്തും ഇപ്പുറത്തുമുള്ള മൂലകളും യോജിപ്പിച്ച് രണ്ട് വശങ്ങൾ വരച്ചു കഴിഞ്ഞല്ലോ.

ഈ രണ്ട് മൂലകളും, തുടങ്ങിയ മൂലയും ഒഴിവാക്കിയാൽ, ബാക്കി എത്ര മൂലകളുണ്ട് ?

ഇനി ഏത് ബഹുഭുജത്തിലും ഒരു മൂല തീരുമാനിച്ചു കഴിഞ്ഞാൽ, ഇതും തൊട്ടടുത്ത രണ്ട് മൂലകളും ഒഴികെയുള്ള മറ്റെല്ലാ മൂലകളും യോജിപ്പിച്ച് വരകൾ വരയ്ക്കാം:

അപ്പോൾ,

വരകളുടെ എണ്ണം = മൂലകളുടെ എണ്ണം $- 3$

ഏത് ബഹുഭുജത്തിലും മൂലകളുടെയും വശങ്ങളുടെയും എണ്ണം ഒന്നുതന്നെയാണല്ലോ. അതിനാൽ ഇങ്ങനെയും പറയാം:

വരകളുടെ എണ്ണം = വശങ്ങളുടെ എണ്ണം $- 3$

അകലക്കണക്കിലെപ്പോലെ ഈ ബന്ധവും അക്ഷരങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ചു പറയാം.

ബഹുഭുജത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ എണ്ണം s എന്നും, ഒരു നിശ്ചിത മൂലയും മറ്റുമൂലകളും യോജിപ്പിച്ച് അകത്തു വരാവുന്ന വരകളുടെ എണ്ണം l എന്നും എടുത്താൽ

$$l = s - 3$$

ഇത് മറ്റൊരു വിധത്തിലും പറയാം. വശങ്ങളുടെ എണ്ണം മാറുമ്പോൾ, അകത്തു വരയ്ക്കാവുന്ന വരകളുടെ എണ്ണവും മാറും; പക്ഷേ അവ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം എല്ലാ ബഹുഭുജങ്ങളിലും 3 തന്നെ ആയിരിക്കും. അക്ഷരക്കണക്കിൽ

$$s - l = 3$$

ഇതുപോലെ വശങ്ങളുടെ എണ്ണവും അകത്തുണ്ടാകുന്ന ത്രികോണങ്ങളുടെ എണ്ണവും തമ്മിലുള്ള ബന്ധം കണ്ടുപിടിക്കാമോ ?

ത്രികോണങ്ങളുടെ എണ്ണം t എന്നെടുത്താൽ, s, t ഇവ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം എങ്ങനെയെല്ലാം എഴുതാം ?

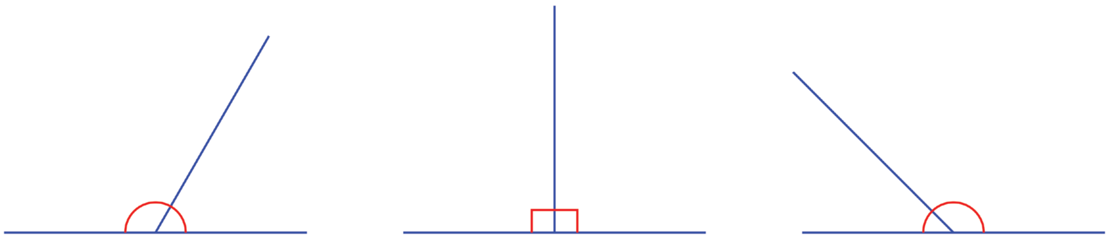
l, t ഇവ തമ്മിലുള്ള ബന്ധമോ ?

ഇതിൽ s എന്ന സംഖ്യ 3 നേക്കാൾ വലിയ ഏത് എണ്ണൽസംഖ്യയുമാകാം; l, t എന്നീ സംഖ്യകളോ ?

എന്നാൽ ഇവ തമ്മിൽ ഈ ബന്ധങ്ങൾ ഉണ്ടായിരിക്കണം:

$$l = s - 3, \qquad t = s - 2$$

(1) ഒരു വരയിലെ ഒരു ബിന്ദുവിൽനിന്ന് മറ്റൊരു വര വരച്ച ചിത്രങ്ങളാണ് ചുവടെ കാണിച്ചിരിക്കുന്നത്.



(i) ചിത്രത്തിൽ ചരിഞ്ഞ വരയുടെ ഇടതും വലതും കോണുകൾ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം എങ്ങനെയെല്ലാം പറയാം ?

(ii) ഇടതുവശത്തെ കോണിന്റെ അളവിനെ l എന്ന അക്ഷരം കൊണ്ടും, വലതുവശത്തെ കോണിന്റെ അളവിനെ r എന്ന അക്ഷരംകൊണ്ടും സൂചിപ്പിച്ചാൽ l, r എന്നീ സംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള മാറാത്ത ബന്ധം എങ്ങനെയെല്ലാം എഴുതാം ?

(iii) l, r എന്നീ സംഖ്യകൾ എപ്പോഴും ഏത് രണ്ട് സംഖ്യകൾക്കിടയിലായിരിക്കണം ?

(2) (i) 40 സെന്റിമീറ്റർ ചുറ്റളവുള്ള ഒരു സമചതുരത്തിന്റെ ഓരോ വശവും 1 സെന്റിമീറ്റർ വീതം നീട്ടി കുറേക്കൂടി വലിയ ഒരു സമചതുരം ഉണ്ടാക്കി. വലിയ സമചതുരത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് എത്ര കൂടി ?

(ii) 60 സെന്റിമീറ്റർ ചുറ്റളവുള്ള സമചതുരത്തിന്റെ വശങ്ങൾ ഇതുപോലെ നീട്ടി ഉണ്ടാക്കുന്ന വലിയ സമചതുരത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് എത്ര കൂടും ?

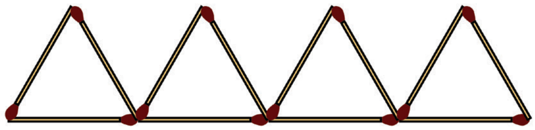
(iii) ഏത് സമചതുരത്തിന്റെ ചുറ്റളവും, വശങ്ങളെല്ലാം 1 സെന്റിമീറ്റർ നീട്ടി ഉണ്ടാക്കുന്ന വലിയ സമചതുരത്തിന്റെ ചുറ്റളവും തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം ഒരേ സംഖ്യയാണോ ? എന്തുകൊണ്ട് ?

(iv) സമചതുരമല്ലാത്ത ചതുരങ്ങൾക്കും ഇത് ശരിയാണോ ?

(v) വലുതാക്കിയ ചതുരത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് p എന്നും ആദ്യത്തെ ചെറിയ ചതുരത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് s എന്നും എഴുതിയാൽ, ഈ സംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം എങ്ങനെയെല്ലാം എഴുതാം ?

അക്ഷരഗുണനം

ഈ ചിത്രം നോക്കൂ:



ചിത്രത്തിൽ എത്ര ത്രികോണങ്ങളുണ്ട്?

അവ ഉണ്ടാക്കാൻ എത്ര തീപ്പെട്ടിക്കോലുകൾ ഉപയോഗിച്ചു?

എങ്ങനെയാണ് കണക്കാക്കിയത്?

$3 + 3 + 3 + 3 = 12$ എന്നു കൂട്ടിയെടുക്കുകയാണോ ചെയ്തത്?

അതോ $3 \times 4 = 12$ എന്നു ഗുണിച്ചെഴുതിയോ?

ഇങ്ങനെ 10 ത്രികോണമുണ്ടാക്കാൻ എത്ര കോല് വേണം?

പൊതുവേ പറഞ്ഞാൽ, ത്രികോണങ്ങളുടെ എണ്ണത്തിന്റെ മൂന്ന് മടങ്ങാണ് കോലുകളുടെ എണ്ണം, അല്ലേ?

ഇത് അക്ഷരങ്ങളുപയോഗിച്ചു ചുരുക്കിപ്പറഞ്ഞാലോ?

ത്രികോണങ്ങളുടെ എണ്ണം t എന്നും കോലുകളുടെ എണ്ണം m എന്നും എഴുതിയാൽ, t എന്ന സംഖ്യയും m എന്ന സംഖ്യയും തമ്മിലുള്ള ബന്ധമെന്താണ്?

$$m = 3 \times t$$

സംഖ്യകൾക്കു പകരം അക്ഷരങ്ങളെഴുതുമ്പോൾ, സാധാരണയായി ഗുണനചിഹ്നം എഴുതാറില്ല; അതായത് $3 \times x$ എന്നതിനെ, ഇടയ്ക്കുള്ള ഗുണനചിഹ്നം ഒഴിവാക്കി, $3x$ എന്നാണ് എഴുതുന്നത് (ഗുണനചിഹ്നമായ $\times$ ഉം, x എന്ന അക്ഷരവും ഏതാണ്ട് ഒരുപോലെ ആയതുകൊണ്ടാവാം) അപ്പോൾ ത്രികോണങ്ങളുടെ എണ്ണമായ t എന്ന സംഖ്യയും, തീപ്പെട്ടിക്കോലുകളുടെ എണ്ണമായ m എന്ന സംഖ്യയും തമ്മിലുള്ള ബന്ധം ഇങ്ങനെയാണ് എഴുതുന്നത്.

$$m = 3t$$

ത്രികോണങ്ങളുടെ എണ്ണത്തിന്റെ മൂന്ന് മടങ്ങാണ് ഉണ്ടാക്കാനാവശ്യമായ തീപ്പെട്ടിക്കോലുകളുടെ എണ്ണം എന്നതിന്റെ ചുരുക്കെഴുത്താണ് ഇത്.

ഇതിൽ t ആയി ഏത് എണ്ണൽസംഖ്യയുമെടുക്കാം; അതിന്റെ മൂന്നുമടങ്ങായതിനാൽ, m എന്ന സംഖ്യ 3 ന്റെ ഗുണിതമാണ്.

മറിച്ച് 3 ന്റെ ഗുണിതമായ ഏതെങ്കിലും സംഖ്യ എടുത്താൽ, അത്രയും കോലുകൾകൊണ്ട് എത്ര ത്രികോണം ഉണ്ടാക്കാം ?

ഉദാഹരണമായി, 45 തീപ്പെട്ടിക്കോലുകൾ ഉപയോഗിച്ച് ഇതുപോലെ എത്ര ത്രികോണങ്ങൾ ഉണ്ടാക്കാം ?

$$45 \div 3 = 15$$

പൊതുവേ പറഞ്ഞാൽ, ത്രികോണങ്ങളുടെ എണ്ണം, കോലുകളുടെ എണ്ണത്തെ മൂന്നുകൊണ്ടു ഹരിച്ചതാണ്.

ഇത് അക്ഷരങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് എങ്ങനെ എഴുതാം ?

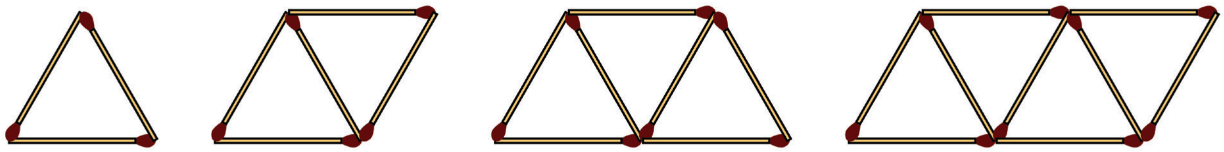
$$t = m \div 3$$

ഏത് ഹരണവും ഭിന്നസംഖ്യയായി എഴുതാമെന്ന് അഞ്ചാംക്ലാസിൽ കണ്ടല്ലോ (**ഭിന്നസംഖ്യകൾ** എന്ന പാഠത്തിലെ **ഹരണവും ഭിന്നവും** എന്ന ഭാഗം).

അപ്പോൾ തീപ്പെട്ടിക്കോലുകളുടെ എണ്ണവും ത്രികോണങ്ങളുടെ എണ്ണവും തമ്മിലുള്ള ബന്ധം ഇങ്ങനെയും എഴുതാം:

$$t = \frac{m}{3}$$

ഇനി ത്രികോണങ്ങൾ ഉണ്ടാക്കുന്നത് ഇങ്ങനെയാണെങ്കിലോ ?

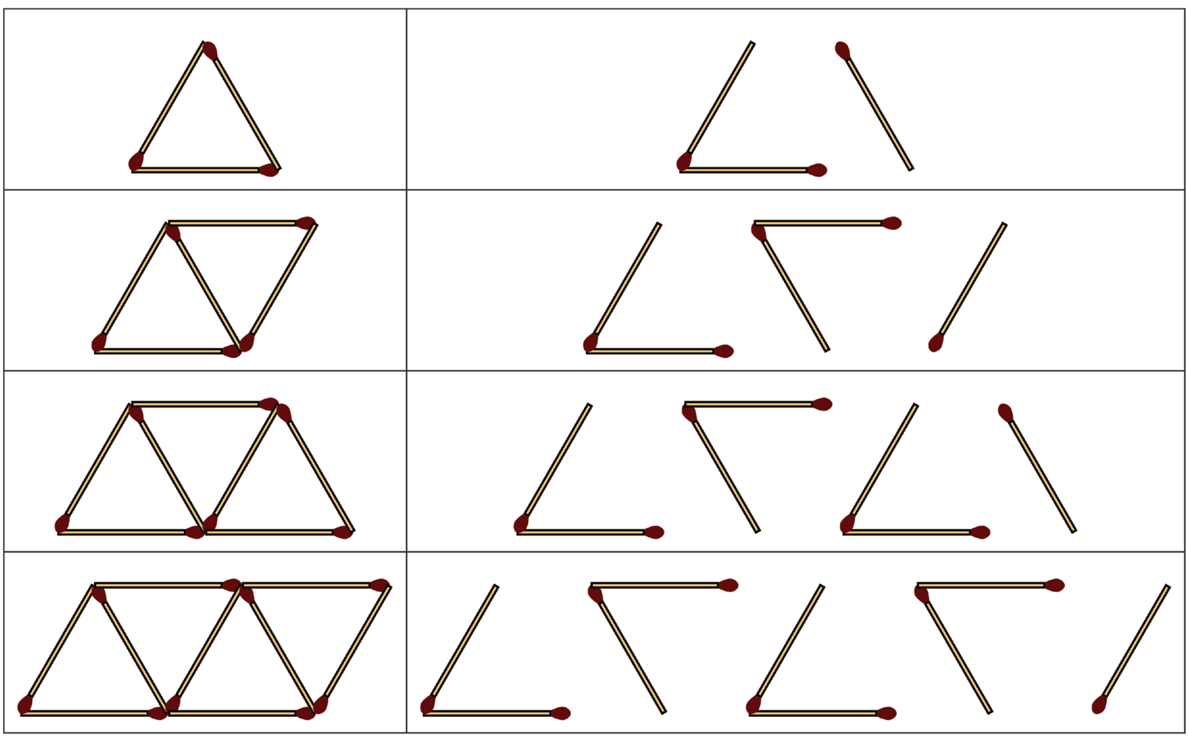


ത്രികോണങ്ങളുടെ എണ്ണവും ഉപയോഗിച്ച കോലുകളുടെ എണ്ണവും ഒരു പട്ടികയായി എഴുതി നോക്കൂ:

ത്രികോണങ്ങൾ	തീപ്പെട്ടിക്കോലുകൾ
1	3
2	5
3	7
4	9
5	
6	

ത്രികോണങ്ങളുടെ എണ്ണവും ഉണ്ടാക്കാൻ വേണ്ട തീപ്പെട്ടിക്കോലുകളുടെ എണ്ണവും തമ്മിൽ എന്തെങ്കിലും ബന്ധം കാണുന്നുണ്ടോ ?

ത്രികോണങ്ങൾ ഉണ്ടാക്കുന്നതിനെ ഇങ്ങനെ കണ്ടുനോക്കൂ:



അപ്പോൾ ത്രികോണങ്ങളുടെ എണ്ണവും കോലുകളുടെ എണ്ണവും തമ്മിലുള്ള ബന്ധം ഇങ്ങനെ കാണാമല്ലോ.

ത്രികോണങ്ങൾ	തീപ്പെട്ടിക്കോലുകൾ
1	2 + 1
2	(2 × 2) + 1
3	(2 × 3) + 1
4	(2 × 4) + 1
5	
6	

പൊതുവേ പറഞ്ഞാൽ, ഇങ്ങനെ ത്രികോണങ്ങൾ ഉണ്ടാക്കുമ്പോൾ ഉപയോഗിക്കുന്ന കോലുകളുടെ എണ്ണം, ത്രികോണങ്ങളുടെ എണ്ണത്തിന്റെ രണ്ട് മടങ്ങിനോട് ഒന്നു കൂട്ടിയതാണ്.

ഇതും അക്ഷരങ്ങളുപയോഗിച്ച് ചുരുക്കി എഴുതിയാലോ ?

ത്രികോണങ്ങളുടെ എണ്ണം t എന്നും, ഉപയോഗിക്കുന്ന കോലുകളുടെ എണ്ണം m എന്നുമെടുത്താൽ

$$m = (2 \times t) + 1$$

ഇതിലും $2 \times t$ എന്നതിനെ ഗുണനചിഹ്നം ഇല്ലാതെ $2t$ എന്നു ചേർത്തെഴുതിയാൽ,

$$m = 2t + 1$$

ഇനി ഇങ്ങനെ 10 ത്രികോണങ്ങൾ ഉണ്ടാക്കുന്നതിന് എത്ര കോലുകൾ വേണമെന്നു കണക്കാക്കാൻ, ഈ ബന്ധത്തിൽ $t = 10$ എന്നെടുത്താൽ മതി. അപ്പോൾ,

$$m = (2 \times 10) + 1 = 21$$

എന്നു കിട്ടും.

അതായത്, ഇങ്ങനെ 10 ത്രികോണമുണ്ടാക്കാൻ 21 തീപ്പെട്ടിക്കോലുകൾ വേണം.

ഇവിടെ ത്രികോണങ്ങളുടെ എണ്ണം എത്ര വേണമെങ്കിലും ആകാം. അതായത് t എന്നത്, ഏത് എണ്ണൽസംഖ്യയുമാവാം. അതിന്റെ രണ്ട് മടങ്ങിനോട് 1 കൂട്ടിയതാണ് m

അപ്പോൾ, m എന്നത് ഒറ്റസംഖ്യയാണ്; അത് മൂന്നോ അതിലധികമോ ആയിരിക്കുകയും വേണം (എന്തുകൊണ്ട് ?).

ഇനി അത്തരമൊരു സംഖ്യ എടുത്താൽ, അത്രയും കോലുകൾ ഉപയോഗിച്ച് എത്ര ത്രികോണം ഉണ്ടാക്കാം ?

ഉദാഹരണമായി 45 തീപ്പെട്ടിക്കോലുകൾ എടുത്താലോ ?

45 നെ 2 കൊണ്ട് ഹരിച്ച് മടങ്ങും മിച്ചവുമായി എഴുതാമല്ലോ.

$$45 = (2 \times 22) + 1$$

ഇനി തിരിച്ചാലോചിച്ചാൽ, 22 ത്രികോണമുണ്ടാക്കാൻ വേണ്ടത് $(2 \times 22) + 1 = 45$ തീപ്പെട്ടിക്കോലുകൾ.

അപ്പോൾ 45 നെ 2 കൊണ്ട് ഹരിച്ചാലുള്ള ഹരണഫലമായ 22 ആണ് ത്രികോണങ്ങളുടെ എണ്ണം.

ഈ ഹരണഫലം കണ്ടുപിടിക്കാൻ, 44 നെ 2 കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽപ്പോരേ ?

അതായത്,

$$45 - 1 = 44$$

$$44 \div 2 = 22$$

ഇതുപോലെ 51 കോലുകൾ കൊണ്ട് എത്ര ത്രികോണമുണ്ടാക്കാം എന്ന് എങ്ങനെ കണക്കാക്കാം ?

$$51 - 1 = 50$$

$$50 \div 2 = 25$$

25 ത്രികോണം ഉണ്ടാക്കാൻ എത്ര കോല് വേണം ?

$$(2 \times 25) + 1 = 51$$

അപ്പോൾ 3 നേക്കാൾ വലിയ ഒരു ഒറ്റസംഖ്യ എടുത്താൽ, അത്രയും കോലുകൾ കൊണ്ട് ഉണ്ടാക്കാവുന്ന ത്രികോണങ്ങളുടെ എണ്ണം എങ്ങനെ കണക്കാക്കും ?

(i) സംഖ്യയിൽനിന്ന് 1 കുറയ്ക്കുക

(ii) 2 കൊണ്ട് ഹരിക്കുക

ഇത് അക്ഷരങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ചു പറഞ്ഞാലോ ?

m എന്നത് 3 നേക്കാൾ വലിയ ഒറ്റസംഖ്യ ആയി എടുത്താൽ m തീപ്പെട്ടിക്കോലുകൾ കൊണ്ട് ഇപ്പോൾ ചെയ്തുകൊണ്ടിരിക്കുന്നതുപോലെ ഉണ്ടാക്കാവുന്ന ത്രികോണങ്ങളുടെ എണ്ണം എങ്ങനെ കണക്കാക്കും ?

(i) m ൽ നിന്ന് 1 കുറയ്ക്കുമ്പോൾ $m - 1$

(ii) 2 കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ $(m - 1) \div 2$

അതായത് m എന്നത് 3 നേക്കാൾ വലിയ ഒറ്റസംഖ്യ ആണെങ്കിൽ ആ തീപ്പെട്ടിക്കോലുകൾ ഉപയോഗിച്ച് ഇത്തരത്തിൽ ഉണ്ടാക്കാവുന്ന ത്രികോണങ്ങളുടെ എണ്ണം

$$t = \frac{m-1}{2}$$

മറ്റൊരു കാര്യം നോക്കാം.

തീപ്പെട്ടിക്കോലുകൾ കൊണ്ട് രണ്ടുതരത്തിൽ ത്രികോണക്കൂട്ടങ്ങൾ ഉണ്ടാക്കിയല്ലോ.

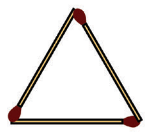
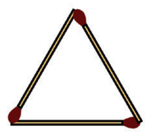
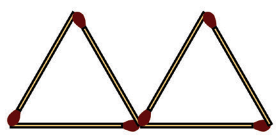
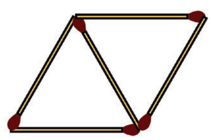
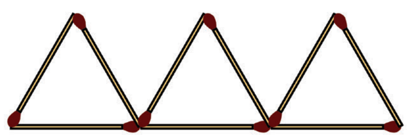
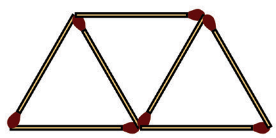
ഒരു ത്രികോണം ഉണ്ടാക്കാൻ എങ്ങനെയായാലും 3 കോലുകൾ വേണം. രണ്ട് ത്രികോണങ്ങളുടെ കൂട്ടം ഉണ്ടാക്കാനോ ?

ആദ്യത്തെ രീതിയിൽ എത്ര കോലുകൾ വേണം ?

രണ്ടാമത്തെ രീതിയിലോ ?

കോലുകളുടെ എണ്ണത്തിൽ എത്ര വ്യത്യാസം വന്നു ?

ഈ പട്ടിക നോക്കുക:

ത്രികോണങ്ങൾ	രീതി	കോലുകൾ	വ്യത്യാസം
1		3	0
		3	
2		6	1
		5	
3		9	2
		7	

ഒരേ എണ്ണം ത്രികോണങ്ങൾ രണ്ട് രീതിയിലും ഉണ്ടാക്കുമ്പോൾ, കോലുകളുടെ എണ്ണത്തിൽ വരുന്ന വ്യത്യാസം ശ്രദ്ധിച്ചോ ?

രണ്ട് രീതിയിലും 4 ത്രികോണങ്ങൾ വീതം ഉണ്ടാക്കിയാൽ, ആദ്യത്തെ രീതിയിൽ എത്ര കോലുകൾ കൂടുതൽ ഉപയോഗിക്കണം ?

5 ത്രികോണങ്ങളായാലോ ?

ത്രികോണങ്ങളുടെ എണ്ണവും രണ്ട് രീതിയിൽ ഉണ്ടാക്കുമ്പോൾ കോലുകളുടെ എണ്ണത്തിൽ വരുന്ന വ്യത്യാസവും തമ്മിൽ എന്തെങ്കിലും ബന്ധമുണ്ടോ ?

ത്രികോണങ്ങളുടെ എണ്ണം t എന്ന് അക്ഷരം കൊണ്ടും, രണ്ട് രീതിയിൽ ഉണ്ടാക്കുമ്പോൾ കോലുകളുടെ എണ്ണത്തിൽ വരുന്ന വ്യത്യാസം d എന്നുമെടുത്താൽ, ഈ ബന്ധം എങ്ങനെ എഴുതാം ?

$$d = t - 1$$

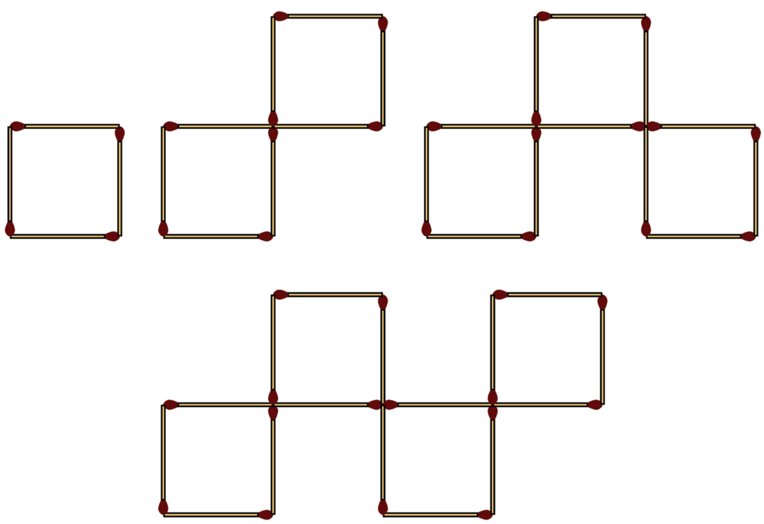
എന്തുകൊണ്ടാണ് ഈ വ്യത്യാസം എപ്പോഴും ത്രികോണങ്ങളുടെ എണ്ണത്തേക്കാൾ ഒന്നു കുറവായിരിക്കുന്നത് ?

ഇനി ഈ ചോദ്യത്തിന് എങ്ങനെ ഉത്തരം കണ്ടുപിടിക്കും ?

> ഒരു കുട്ടി തീപ്പെട്ടിക്കോലുകൾ കൊണ്ട് ആദ്യം പറഞ്ഞ രീതിയിൽ 10 ത്രികോണം ഉണ്ടാക്കി. മറ്റൊരു കുട്ടി, രണ്ടാമത്തെ രീതിയിലാണ് 10 ത്രികോണങ്ങൾ ഉണ്ടാക്കിയത്.
>
> ആരാണ് കൂടുതൽ കോലുകൾ ഉപയോഗിച്ചത് ? എത്ര കൂടുതൽ ?

കൂടുതൽ കോല് ഉപയോഗിച്ചത് ആദ്യത്തെ കുട്ടിയാണല്ലോ. എത്ര കൂടുതലെന്നു കണക്കാക്കാൻ, ഓരോരുത്തരും ഉപയോഗിച്ച കോലുകളുടെ എണ്ണം വെവ്വേറെ കണക്കാക്കണോ ? എളുപ്പവഴി എന്താണ് ?

(1) തീപ്പെട്ടിക്കോലുകൾ കൊണ്ട് സമചതുരങ്ങളും ഉണ്ടാക്കാം:



(i) ഇങ്ങനെ തുടർന്ന് ഉണ്ടാക്കുന്ന സമചതുരങ്ങളുടെ എണ്ണവും ഉപയോഗിച്ച തീപ്പെട്ടിക്കോലുകളുടെ എണ്ണവും തമ്മിൽ എന്താണ് ബന്ധം ?

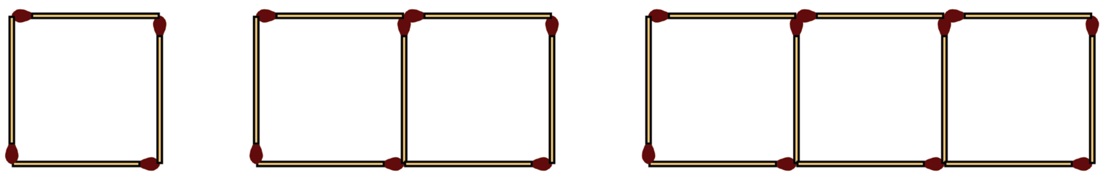
(ii) സമചതുരങ്ങളുടെ എണ്ണം s എന്നും ഉപയോഗിച്ച തീപ്പെട്ടിക്കോലുകളുടെ എണ്ണം m എന്നും എടുത്ത്, ഈ ബന്ധം എഴുതുക.

(iii) ഇതിൽ s ഉം m ഉം ഏതുതരം സംഖ്യകളാണ് ?

(iv) 4 ന്റെ ഗുണിതമായ ഒരു സംഖ്യ എടുത്താൽ, അത്രയും തീപ്പെട്ടിക്കോലുകൾ കൊണ്ട് ഇതുപോലെ എത്ര ചതുരം ഉണ്ടാക്കാമെന്ന് കണക്കാക്കുന്നത് എങ്ങനെയാണ് ?

(v) ഈ കണക്കുകൂട്ടലും അക്ഷരങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് എഴുതുക.

(2) തീപ്പെട്ടിക്കോലുകൾ ഉപയോഗിച്ച് ഇങ്ങനെയും സമചതുരങ്ങൾ ഉണ്ടാക്കാം:



(i) ഇങ്ങനെ സമചതുരങ്ങൾ ഉണ്ടാക്കുമ്പോൾ കിട്ടുന്ന സമചതുരങ്ങളുടെ എണ്ണവും ,അതിനായി വേണ്ടിവരുന്ന തീപ്പെട്ടിക്കോലുകളുടെ എണ്ണവും ഒരു പട്ടികയായി എഴുതി, അവ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം കണ്ടുപിടിക്കുക.

(ii) സമചതുരങ്ങൾ ഉണ്ടാക്കുന്ന രീതിയുടെ ചിത്രങ്ങൾ വരച്ച് ഈ ബന്ധം വിശദീകരിക്കുക.

(iii) സമചതുരങ്ങളുടെ എണ്ണം s എന്നും, ഉപയോഗിച്ച തീപ്പെട്ടിക്കോലുകളുടെ എണ്ണം m എന്നും എടുത്ത്, ഈ ബന്ധം എഴുതുക.

(iv) ഇതിൽ s ഉം m ഉം ഏതുതരം സംഖ്യകളാണ് ?

(v) 3 കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ 1 മിച്ചം വരുന്ന ഒരു സംഖ്യ എടുത്താൽ, അത്രയും തീപ്പെട്ടിക്കോലുകൾ കൊണ്ട് ഇതുപോലെ എത്ര സമചതുരം ഉണ്ടാക്കാമെന്ന് കണക്കാക്കുന്നത് എങ്ങനെയാണ് ?

(vi) ഈ കണക്കുകൂട്ടലും അക്ഷരങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് എഴുതുക.

(3) (i) തീപ്പെട്ടിക്കോലുകൾ ഉപയോഗിച്ച് ഒരേ എണ്ണം സമചതുരങ്ങൾ ആദ്യത്തെ ചോദ്യത്തിലെപ്പോലെയും രണ്ടാമത്തെ ചോദ്യത്തിലെപ്പോലെയും ഉണ്ടാക്കുമ്പോൾ, ഉപയോഗിച്ച കോലുകളുടെ എണ്ണത്തിൽ എന്തു വ്യത്യാസമാണ് വരുന്നത് ?

(ii) സമചതുരങ്ങളുടെ എണ്ണം s എന്നും, രണ്ടുതരത്തിൽ ഉണ്ടാക്കാൻ ഉപയോഗിക്കുന്ന കോലുകളുടെ എണ്ണത്തിലെ വ്യത്യാസം d എന്നും എടുത്താൽ s ഉം d യും തമ്മിലുള്ള ബന്ധം എങ്ങനെ എഴുതാം ?

(iii) ഈ ബന്ധത്തിന്റെ കാരണം വിശദീകരിക്കുക.

(iv) ഒരു കുട്ടി 25 തീപ്പെട്ടിക്കോലുകൾകൊണ്ട്, രണ്ടാമത്തെ ചോദ്യത്തിലെപ്പോലെ സമചതുരങ്ങൾ ഉണ്ടാക്കി. ഇതേ എണ്ണം സമചതുരങ്ങൾ ആദ്യത്തെ രീതിയിൽ ഉണ്ടാക്കാൻ എത്ര കോലുകൾ വേണ്ടി വരും ?

(4) ഈ ചിത്രങ്ങൾ നോക്കുക:

വശങ്ങളുടെ നീളം 1 സെന്റിമീറ്ററായ സമചതുരമാണ് ആദ്യചിത്രം. ഇത്തരം രണ്ട് സമചതുരങ്ങൾ ചേർത്തുണ്ടാക്കിയ ചതുരമാണ് രണ്ടാമത്തെ ചിത്രം. ഇത്തരം മൂന്ന് സമചതുരങ്ങൾ ചേർന്ന ചതുരമാണ് മൂന്നാമത്തേത്.

(i) ഓരോന്നിന്റെയും ചുറ്റളവ് കണക്കാക്കുക.

(ii) ഇത്തരം നാല് സമചതുരങ്ങൾ ചേർന്ന ചതുരത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് എത്രയാണ് ? അഞ്ച് സമചതുരങ്ങളായാലോ ?

(iii) ആദ്യം മുതൽ ഓരോ ചതുരത്തിലെയും സമചതുരങ്ങളുടെ എണ്ണവും, ചതുരത്തിന്റെ ചുറ്റളവും പട്ടികയായി എഴുതുക. സമചതുരങ്ങളുടെ എണ്ണവും ചുറ്റളവും തമ്മിലുള്ള ബന്ധം എന്താണ് ? ഈ ബന്ധത്തിന്റെ കാരണം വിശദീകരിക്കുക ?

(iv) സമചതുരങ്ങളുടെ എണ്ണം s എന്ന അക്ഷരം കൊണ്ടും, ചതുരത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് p എന്ന അക്ഷരം കൊണ്ടും സൂചിപ്പിച്ച്, ഇവ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം എഴുതുക.

(v) ചുറ്റളവ് ഒരു മീറ്ററായ ചതുരം കിട്ടാൻ, എത്ര സമചതുരങ്ങൾ ചേർത്തുവയ്ക്കണം ?

12

വിവരചിത്രങ്ങൾ

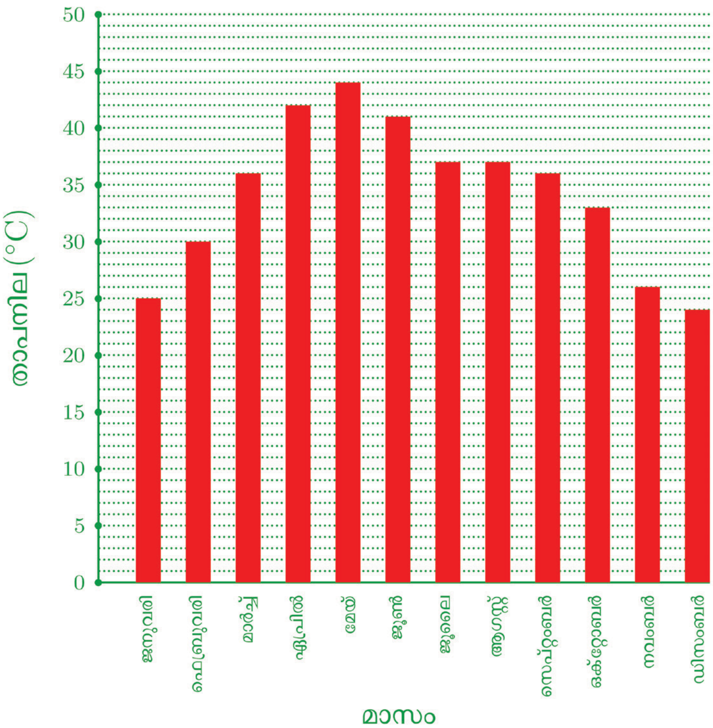
വരച്ചിത്രങ്ങൾ

സംഖ്യാപരമായ വിവരങ്ങളെ പട്ടികയായും ചിത്രമായും അവതരിപ്പിക്കുന്ന രീതി അഞ്ചാം ക്ലാസിൽ കണ്ടല്ലോ (**പട്ടികകളും ചിത്രങ്ങളും** എന്ന പാഠം).

ചുവടെയുള്ള പട്ടികയിൽ, 2024 ലെ പല മാസങ്ങളിൽ ഡൽഹിയിൽ രേഖപ്പെടുത്തിയ ഏറ്റവും ഉയർന്ന താപനിലയാണ് കാണിച്ചിരിക്കുന്നത്.

മാസം	ഏറ്റവും ഉയർന്ന താപനില (°C)
ജനുവരി	25
ഫെബ്രുവരി	30
മാർച്ച്	36
ഏപ്രിൽ	42
മെയ്	44
ജൂൺ	41
ജൂലൈ	37
ആഗസ്റ്റ്	37
സെപ്റ്റംബർ	36
ഒക്ടോബർ	33
നവംബർ	26
ഡിസംബർ	24

അഞ്ചാംക്ലാസിൽ കണ്ടതുപോലെ ഈ വിവരങ്ങൾ ഒരു ചിത്രമായി കാണിക്കാം:



കാലത്തിനനുസരിച്ച് മാറുന്ന അളവുകളെക്കുറിച്ചുള്ള വിവരങ്ങൾ മറ്റൊരു രീതിയിലാണ് സാധാരണയായി വരയ്ക്കുന്നത്.

എങ്ങനെയാണ് ഈ ചിത്രം വരച്ചിരിക്കുന്നത് ?

ആദ്യത്തെ ചിത്രത്തിലെപ്പോലെ, വിലങ്ങനെയുള്ള ഒരു വരയിൽ ഒരേ അകലം ഇടവിട്ട് മാസങ്ങളും കുത്തനെ ഒരു വരയിൽ ഒരേ അകലം ഇടവിട്ട് താപനിലകളും അടയാളപ്പെടുത്തുകയാണ് ആദ്യം ചെയ്യുന്നത്.

തുടർന്ന് ഓരോ മാസവും അടയാളപ്പെടുത്തിയതിനു മുകളിൽ ചതുരം വരയ്ക്കുന്നതിനു പകരം, താപനിലയുടെ ഉയരത്തിൽ ഒരു കുത്തു മാത്രം ഇടുന്നു.

ഇങ്ങനെ മാസങ്ങളുടെയെല്ലാം മുകളിൽ അടയാളപ്പെടുത്തിയ കുത്തുകൾ വരകൾകൊണ്ട് യോജിപ്പിച്ചാൽ ഈ ചിത്രമായി.

സംഖ്യാപരമായ വിവരങ്ങളെ സൂചിപ്പിക്കുന്ന ഇത്തരം ചിത്രങ്ങൾക്ക് നേർവരച്ചിത്രം (Line chart or Line graph) എന്നാണ് പേര്.

ചതുരങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ചു വരയ്ക്കുന്ന ആദ്യത്തെ ചിത്രത്തിന് ചതുരച്ചിത്രം (Bar chart or Bar graph) എന്നു പറയുന്നു (അഞ്ചാം ക്ലാസിലെ **പട്ടികകളും ചിത്രങ്ങളും** എന്ന പാഠത്തിൽ കണ്ടതെല്ലാം ചതുരച്ചിത്രങ്ങളാണ്).

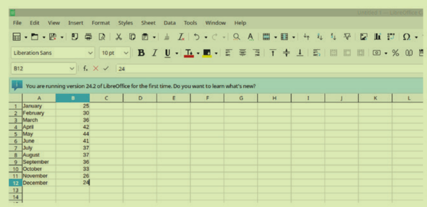
ഇനി ഈ നേർവരച്ചിത്രം പരിശോധിച്ചാൽ, ഏറ്റവും ഉയർന്ന താപനില ജനുവരി മുതൽ ക്രമേണ കൂടി, മേയിൽ ഏറ്റവും ഉയർന്ന നിലയിലെത്തി, പിന്നീടുള്ള മാസങ്ങളിൽ ക്രമേണ കുറയുന്നത് ഒറ്റനോട്ടത്തിൽത്തന്നെ കാണാമല്ലോ.

ചിത്രത്തിൽ നിന്ന് ചുവടെപ്പറയുന്ന കാര്യങ്ങൾ കണ്ടുപിടിക്കാമോ ?

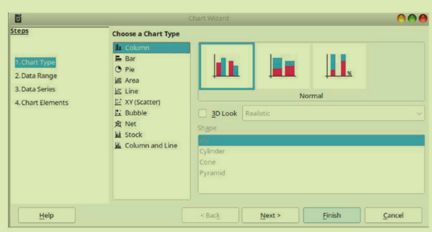
- ഏറ്റവും ഉയർന്ന താപനില എത്ര ഡിഗ്രി സെൽഷ്യസ് ആണ് ?
- അത് ഏത് മാസത്തിലായിരുന്നു ?
- ഈ വർഷത്തെ ഏതൊക്കെ മാസങ്ങളെയാണ് ഉഷ്ണകാലം എന്നു പറയാവുന്നത് ?

കമ്പ്യൂട്ടർ ചിത്രം 1

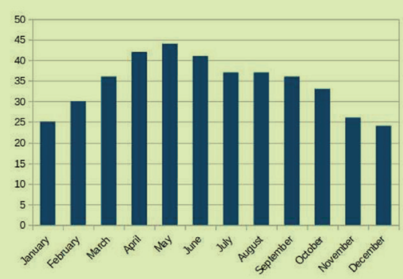
ഇക്കാലത്ത് വിവരചിത്രങ്ങൾ വരയ്ക്കുന്നത് കമ്പ്യൂട്ടർ ഉപയോഗിച്ചാണ്. KITE GNU-Linux ലെ LibreOffice Calc ഉപയോഗിച്ച് ഇതു ചെയ്യാം. ആദ്യം താപനിലയുടെ ചതുരച്ചിത്രം വരയ്ക്കാം. അതിന് പട്ടിക ഇതിൽ ടൈപ്പു ചെയ്യുക:



തുടർന്ന് വലതു മുകളിലെ രൂപത്തിൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്ത്, തുറന്നുവരുന്ന ജാലകത്തിലെ Chart Type എന്നതിൽ Column ക്ലിക്ക് ചെയ്യുക



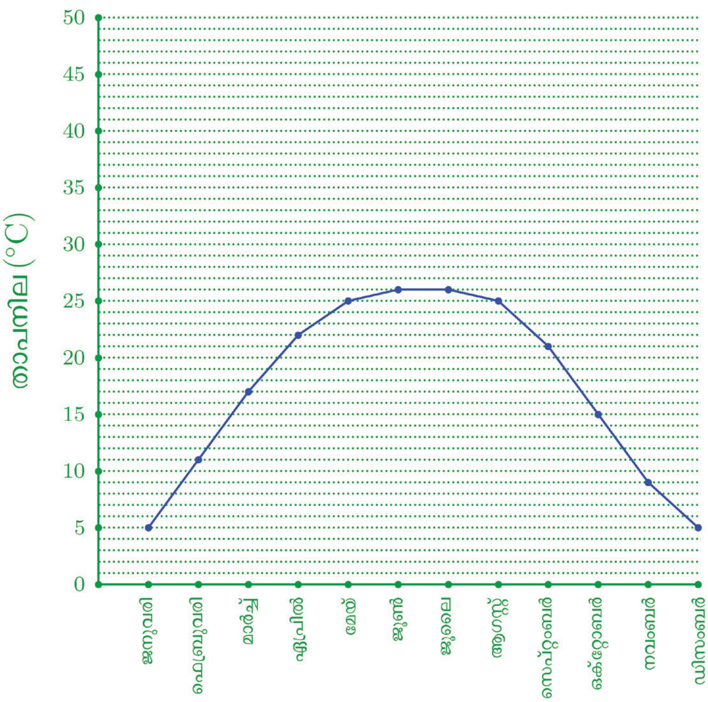
ഇനി Finish എന്ന ബട്ടനിൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്താൽ ചതുരച്ചിത്രം ഇങ്ങനെ കിട്ടും



- അടുത്തടുത്ത ഏതൊക്കെ മാസങ്ങൾക്കിടയിലാണ് ഉയർന്ന താപനില ഏറ്റവും കൂടിയത്?
- ഏറ്റവും കുറഞ്ഞതോ ?

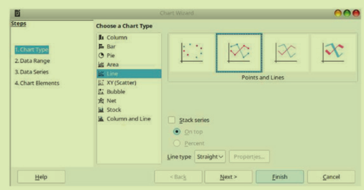
ചിത്രത്തിൽനിന്ന് മറ്റെന്തൊക്കെ വിവരങ്ങൾ കിട്ടും ?

ഇതുപോലെ ഈ വർഷംതന്നെ പല മാസങ്ങളിൽ ഡൽഹിയിൽ രേഖപ്പെടുത്തിയ ഏറ്റവും താഴ്ന്ന താപനിലകളുടെ നേർവരച്ചിത്രമാണ് ചുവടെ കാണിച്ചിരിക്കുന്നത്.

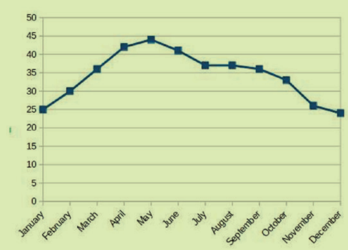


കമ്പ്യൂട്ടർ ചിത്രം 2

LibreOffice Calc ഉപയോഗിച്ച് നേർവരച്ചിത്രങ്ങളും വരയ്ക്കാം. അതിന് നേരത്തെ ചെയ്തതുപോലെ, പട്ടിക ടൈപ്പ് ചെയ്തതിനു ശേഷം 📊 ൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്ത്, തുറന്നുവരുന്ന ജാലകത്തിലെ Chart Type എന്നതിൽ Line ക്ലിക്ക് ചെയ്തതിനുശേഷം, വലതുവശത്ത് Points and Lines എന്നതിലും ക്ലിക്ക് ചെയ്യുക

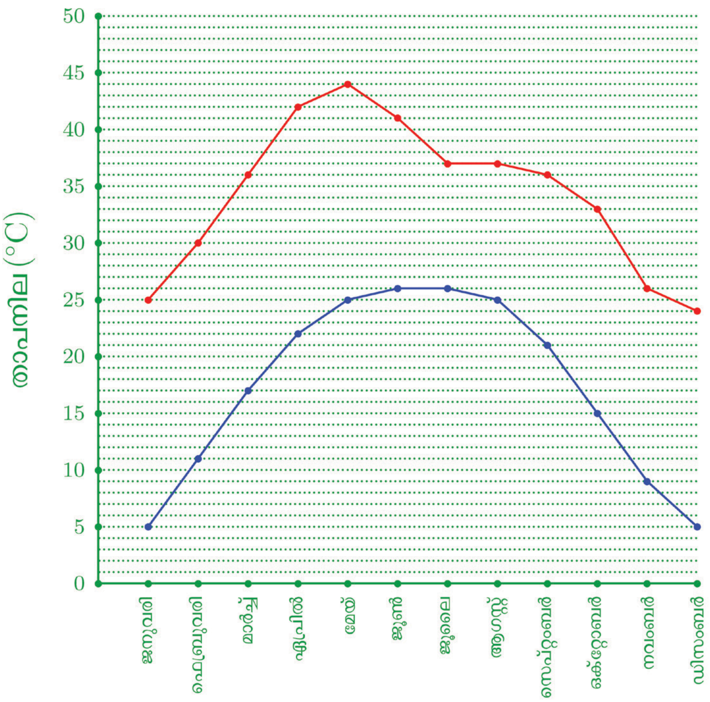


ഇനി Finish എന്ന ബട്ടനിൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്താൽ നേർവരച്ചിത്രം ഇങ്ങനെ കിട്ടും:



ഉയർന്ന താപനിലകളുടെ ചിത്രത്തിലെപ്പോലെ, ഈ ചിത്രത്തിൽനിന്ന് എന്തൊക്കെ കണ്ടുപിടിക്കാം ? എഴുതി നോക്കൂ.

ഒത്തുനോക്കേണ്ട രണ്ട് വ്യത്യസ്ത വിവരങ്ങളുടെ ചതുരച്ചിത്രങ്ങൾ ഒരുമിച്ചു വരയ്ക്കുന്ന രീതി അഞ്ചാം ക്ലാസിൽ കണ്ടിട്ടുണ്ടല്ലോ. ഇവിടെ വിവിധ മാസങ്ങളിലെ ഏറ്റവും ഉയർന്ന താപനിലയും താഴ്ന്ന താപനിലയും ഒറ്റച്ചിത്രമായി ഇങ്ങനെ കാണിക്കാം:



ഇനി താപനിലകൾ എത്രയാണെന്നു നോക്കാതെ, ചിത്രം മാത്രം നോക്കി ചുവടെ പറഞ്ഞിരിക്കുന്ന കാര്യങ്ങൾ കണ്ടുപിടിക്കാമോ ?

- ഉയർന്ന താപനിലയും താഴ്ന്ന താപനിലയും തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം ഏറ്റവും കൂടുതലായത് ഏതൊക്കെ മാസങ്ങളിലാണ് ?
- ഈ വ്യത്യാസം ഏറ്റവും കുറവായത് ഏതൊക്കെ മാസങ്ങളിലാണ് ?
- അടുത്തടുത്ത ഏതൊക്കെ മാസങ്ങളിലാണ് ഉയർന്ന താപനില മാറാതെ നിന്നത് ?
- താഴ്ന്ന താപനിലയോ ?

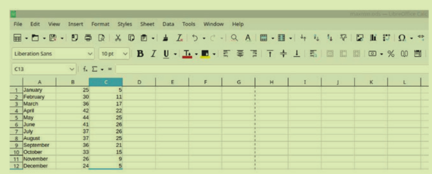
ഇതുപോലെ ചിത്രം മാത്രം നോക്കി എന്തൊക്കെ വിവരങ്ങൾ കണ്ടുപിടിക്കാം ?

കണ്ടുപിടിച്ചത് ശരിയാണോ എന്ന് സംഖ്യകൾ നോക്കി പരിശോധിക്കുകയും വേണം.

ക്രിക്കറ്റ് മത്സരങ്ങളിലെ വിവരങ്ങളും ഇങ്ങനെ നേർവരച്ചിത്രങ്ങളായി കാണിക്കാറുണ്ട്. ഒരു ടീം ഓരോ ഓവറിലും

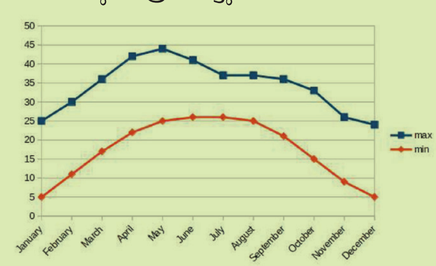
കമ്പ്യൂട്ടർ ചിത്രം 3

LibreOffice Calc ഉപയോഗിച്ച് രണ്ട് വിവരചിത്രങ്ങൾ ഒരുമിച്ചു വരയ്ക്കാം. ഉദാഹരണമായി, ഉയർന്ന താപനിലയുടെയും, താഴ്ന്ന താപനിലയുടെയും നേർവരച്ചിത്രങ്ങൾ ഒരുമിച്ചു വരയ്ക്കാൻ, ആദ്യം രണ്ട് വിവരങ്ങളും ടൈപ്പ് ചെയ്യുക.



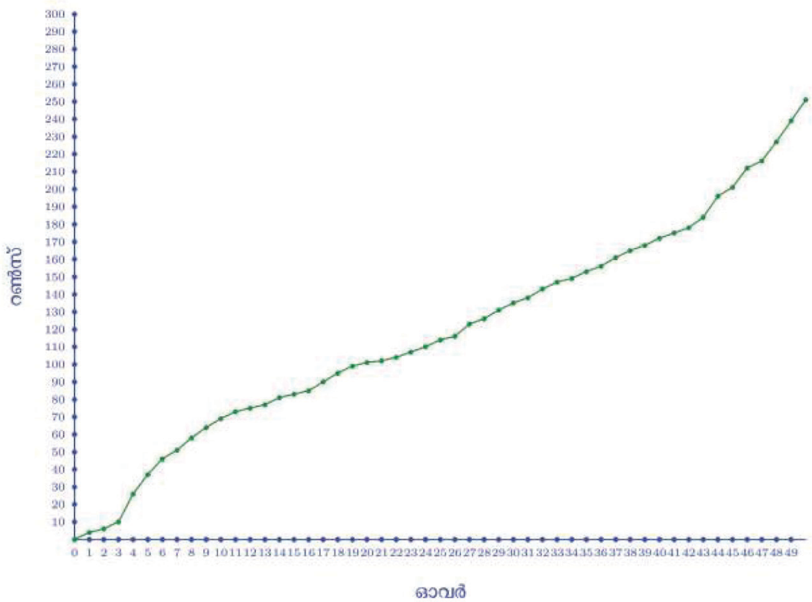
പിന്നീട് നേരത്തെ ചെയ്തതുപോലെ തുറന്നു വരുന്ന ജാലകത്തിലെ Chart Type ലും Line ലും, വലതുവശത്ത് Points and Lines ലും ക്ലിക്ക് ചെയ്യുക. ഇപ്പോൾ കിട്ടുന്ന ചിത്രത്തിൽ വ്യത്യസ്ത നിറമുള്ള ചിത്രങ്ങൾ എന്തിനെ സൂചിപ്പിക്കുന്നു എന്നത് വലതു വശത്ത് Column B, Column C എന്നാണ് കാണിക്കുക. ഇതു മാറ്റാൻ Next എന്ന ബട്ടണിൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്ത്, തുടർന്ന് Data Series എന്നതിൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്യുക. ഇനി Column B എന്നതിൽ Range for Name ആയി max എന്നു ടൈപ്പു ചെയ്യുക. ഇതുപോലെ Column C എന്നത് min എന്നാക്കി മാറ്റാം.

ഇനി Finish ൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്താൽ ഇതുപോലൊരു ചിത്രം കിട്ടും:



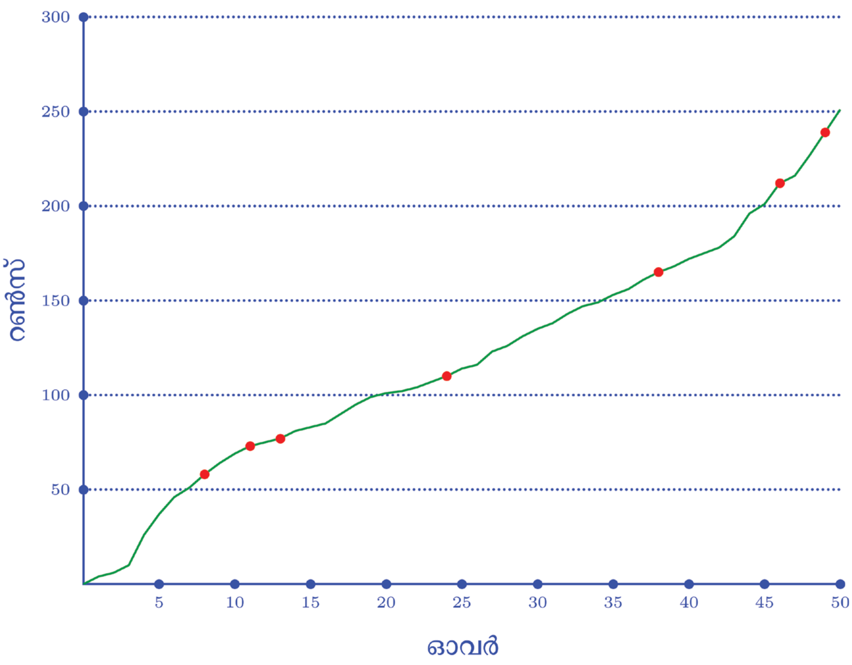
നേടിയ റണ്ണിന്റെ വിവരങ്ങൾ ചതുരച്ചിത്രമായി വരയ്ക്കുന്നത് അഞ്ചാംക്ലാസിൽ കണ്ടിട്ടുണ്ടല്ലോ. പകരം, ഓരോ ഓവർ കഴിയുമ്പോഴും ഒരു ടീം നേടിയ ആകെ റണ്ണാണ് നേർവരച്ചിത്രമായി വരയ്ക്കുന്നത്.

ഉദാഹരണമായി, 2025 ലെ ഐസിസി ചാമ്പ്യൻസ് ട്രോഫി ഫൈനൽ മത്സരത്തിൽ ആദ്യം ബാറ്റുചെയ്ത ന്യൂസീലൻഡ് നേടിയ റൺ ഇങ്ങനെ വരച്ചു കാണിക്കാം:

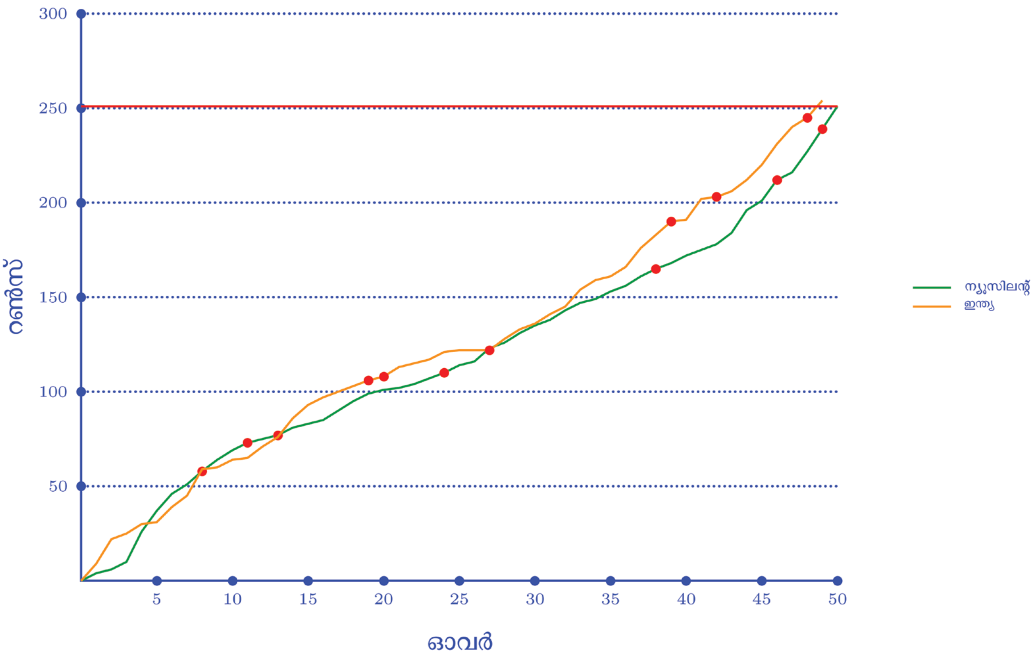


സാധാരണയായി ഇത്തരം ചിത്രങ്ങളിൽ ഓവറുകൾ 5 ഇടവിട്ടും, റൺ 50 ഇടവിട്ടുമാണ് കാണിക്കുക; ഓരോ ഓവറിന്റെ മുകളിലും അതുവരെ നേടിയ റൺ കാണിക്കുന്ന കുത്തുകളും ഇടാറില്ല. അപ്പോൾ മുകളിലെ ചിത്രം ഇങ്ങനെയാണ് സാധാരണയായി വരയ്ക്കുന്നത്.

ചിത്രത്തിലെ ചുവന്ന പൊട്ടുകൾ വിക്കറ്റ് നഷ്ടപ്പെട്ട ഓവറുകളുടെ മുകളിലാണ് അടയാളപ്പെടുത്തിയിരിക്കുന്നത്.



ഇനി രണ്ടാമത് ബാറ്റ് ചെയ്ത ഇന്ത്യയുടെ കളിയും നേർവരച്ചിത്രമായി ഒപ്പം വരയ്ക്കാം:



രണ്ട് വരകളുടെയും വലത്തെ അറ്റം സൂക്ഷിച്ചു നോക്കിയാൽ, ന്യൂസിലന്റ് 50 ഓവറിൽ 250 നേക്കാൾ അല്പം കൂടുതൽ റൺ നേടിയെന്നും, ഇന്ത്യ 50 ഓവർ തീരുന്നതിന് കുറച്ചുമുമ്പുതന്നെ അതിനേക്കാൾ കൂടുതൽ റൺ നേടി ജയിച്ചുവെന്നും കാണാം.

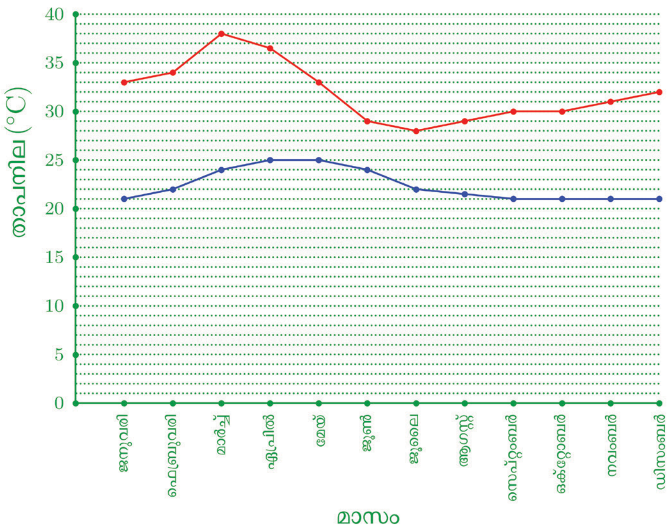
രണ്ട് വരയിലെയും ചുവന്ന കുത്തുകൾ എണ്ണിയാൽ, ന്യൂസിലന്റിന് 7 വിക്കറ്റും, ഇന്ത്യയ്ക്ക് 6 വിക്കറ്റുമാണ് നഷ്ടപ്പെട്ടത് എന്നും കാണാം (യഥാർഥ സ്കോർ, ന്യൂസിലന്റ് 50 ഓവറിൽ 7 വിക്കറ്റിന് 251, ഇന്ത്യ 49 ഓവറിൽ 6 വിക്കറ്റിന് 254).

ഈ ചിത്രത്തിൽനിന്ന് എന്തൊക്കെ മനസ്സിലാക്കാം ?

- ആദ്യത്തെ 10 ഓവറിൽ ഏത് ടീമാണ് കൂടുതൽ റൺ നേടിയത് ?
- ഏത് ഓവറുകൾക്കിടയിലാണ് ഇന്ത്യ നേടിയ ആകെ റൺ, ആ ഘട്ടത്തിൽ ന്യൂസിലന്റ് നേടിയ ആകെ റണ്ണിന് ഒപ്പം എത്തിയത് ?
- തുടർന്നുള്ള കളിയിൽ എപ്പോഴെങ്കിലും ഇന്ത്യ നേടിയ ആകെ റൺ, ആ ഘട്ടത്തിൽ ന്യൂസിലന്റ് നേടിയ ആകെ റണ്ണിനേക്കാൾ കുറയുന്നുണ്ടോ ?

ഇതുപോലെ മറ്റെന്തെല്ലാം കാര്യങ്ങൾ ചിത്രത്തിൽനിന്ന് കണ്ടുപിടിക്കാം എന്നു നോക്കൂ.

(1) 2023 ലെ വിവിധ മാസങ്ങളിൽ കേരളത്തിലെ പാലക്കാട് ജില്ലയിൽ രേഖപ്പെടുത്തിയ ഏറ്റവും കൂടിയ താപനിലയും ഏറ്റവും കുറഞ്ഞ താപനിലയുമാണ് ചിത്രത്തിൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നത്.



(i) ഏറ്റവും കൂടുതൽ താപനില ഏത് മാസമായിരുന്നു ? അതെത്രയാണ് ?

(ii) ഏറ്റവും കുറഞ്ഞ താപനില ഏത് മാസമായിരുന്നു ? അതെത്രയാണ് ?

(iii) താപനിലകൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം ഏറ്റവും കൂടുതലായത് ഏത് മാസമാണ് ? അതെത്രയാണ് ?

(iv) ജൂൺ, ജൂലൈ, ആഗസ്റ്റ് മാസങ്ങളിൽ താപനില കുറയാൻ കാരണമെന്താണ് ?

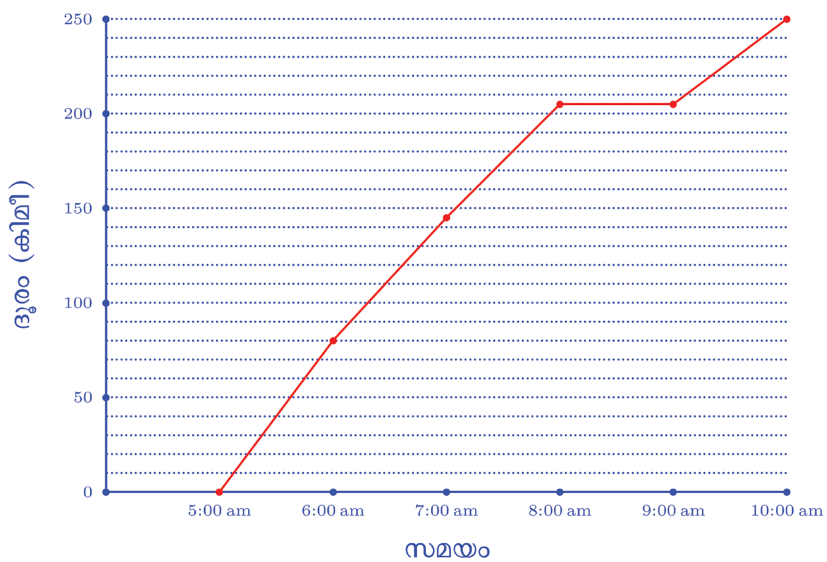
(2) 2015 മുതൽ 2024 വരെയുള്ള ഓരോ വർഷവും ഇന്ത്യയിൽ വിറ്റ ഇരുചക്ര മോട്ടോർ വാഹനങ്ങളുടെ എണ്ണമാണ് ചുവടെയുള്ള ചിത്രത്തിൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നത്.

(i) ഏത് വർഷമാണ് ഏറ്റവും കൂടുതൽ ഇരുചക്രവാഹനങ്ങൾ വിറ്റത്?

(ii) ഏത് രണ്ട് വർഷങ്ങൾക്കിടയിലാണ് വില്പന വളരെ കൂടിയത്?

(iii) 2019 മുതൽ 2022 വരെയുള്ള വർഷങ്ങളിൽ വില്പന വളരെ കുറഞ്ഞത് എന്തുകൊണ്ടാണ്?

(3) ഒരാൾ രാവിലെ അഞ്ചുമണിക്ക് കാറിൽ യാത്ര തുടങ്ങി, പത്ത് മണിക്ക് ഉദ്ദേശിച്ച സ്ഥലത്തെത്തി. പല സമയങ്ങളിൽ കാർ സഞ്ചരിച്ച ആകെ ദൂരമാണ് ചിത്രത്തിൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നത്.



(i) ആകെ എത്ര ദൂരം സഞ്ചരിച്ചു?

(ii) അതിന് എത്ര സമയമെടുത്തു?

(iii) ഒരു മണിക്കൂറിൽ ഏറ്റവും കൂടുതൽ ദൂരം സഞ്ചരിച്ചത് ഏത് സമയത്താണ്?

(iv) ആറ് മണി മുതൽ ഏഴ് മണി വരെയുള്ള സമയത്ത് കാർ എത്ര ദൂരം സഞ്ചരിച്ചു?

(v) എട്ട് മണി മുതൽ ഒൻപത് മണി വരെയുള്ള സമയത്തോ?

(vi) എത്ര മണി മുതൽ എത്ര മണി വരെയാണ് കാർ നിർത്തിയിട്ടിരുന്നത്?

കുറിപ്പുകൾ

കുറിപ്പുകൾ

കുറിപ്പുകൾ

കുറിപ്പുകൾ

കുറിപ്പുകൾ

കുറിപ്പുകൾ

കുറിപ്പുകൾ

ഭാരതത്തിന്റെ ഭരണഘടന

ഭാഗം IV ക

മൗലിക കർത്തവ്യങ്ങൾ

51 ക. മൗലിക കർത്തവ്യങ്ങൾ - താഴെപ്പറയുന്നവ ഭാരതത്തിലെ ഓരോ പൗരന്റെയും കർത്തവ്യം ആയിരിക്കുന്നതാണ് :

(ക) ഭരണഘടനയെ അനുസരിക്കുകയും അതിന്റെ ആദർശങ്ങളെയും സ്ഥാപനങ്ങളെയും ദേശീയപതാകയെയും ദേശീയഗാനത്തെയും ആദരിക്കുകയും ചെയ്യുക;

(ഖ) സ്വാതന്ത്ര്യത്തിനുവേണ്ടിയുള്ള നമ്മുടെ ദേശീയസമരത്തിന് പ്രചോദനം നൽകിയ മഹനീയാദർശങ്ങളെ പരിപോഷിപ്പിക്കുകയും പിൻതുടരുകയും ചെയ്യുക;

(ഗ) ഭാരതത്തിന്റെ പരമാധികാരവും ഐക്യവും അഖണ്ഡതയും നിലനിർത്തുകയും സംരക്ഷിക്കുകയും ചെയ്യുക;

(ഘ) രാജ്യത്തെ കാത്തുസൂക്ഷിക്കുകയും ദേശീയസേവനം അനുഷ്ഠിക്കുവാൻ ആവശ്യപ്പെടുമ്പോൾ അനുഷ്ഠിക്കുകയും ചെയ്യുക;

(ങ) മതപരവും ഭാഷാപരവും പ്രാദേശികവും വിഭാഗീയവുമായ വൈവിധ്യങ്ങൾക്കതീതമായി ഭാരതത്തിലെ എല്ലാ ജനങ്ങൾക്കുമിടയിൽ, സൗഹാർദവും പൊതുവായ സാഹോദര്യമനോഭാവവും പുലർത്തുക, സ്ത്രീകളുടെ അന്തസ്സിന് കുറവു വരുത്തുന്ന ആചാരങ്ങൾ പരിത്യജിക്കുക;

(ച) നമ്മുടെ സമ്മിശ്രസംസ്കാരത്തിന്റെ സമ്പന്നമായ പാരമ്പര്യത്തെ വിലമതിക്കുകയും നിലനിറുത്തുകയും ചെയ്യുക;

(ഛ) വനങ്ങളും തടാകങ്ങളും നദികളും വന്യജീവികളും ഉൾപ്പെടുന്ന പ്രകൃത്യാ ഉള്ള പരിസ്ഥിതി സംരക്ഷിക്കുകയും അഭിവൃദ്ധിപ്പെടുത്തുകയും, ജീവികളോട് കാരുണ്യം കാണിക്കുകയും ചെയ്യുക;

(ജ) ശാസ്ത്രീയമായ കാഴ്ചപ്പാടും മാനവികതയും, അന്വേഷണത്തിനും പരിഷ്കരണത്തിനും ഉള്ള മനോഭാവവും വികസിപ്പിക്കുക;

(ഝ) പൊതുസ്വത്ത് പരിരക്ഷിക്കുകയും ശപഥം ചെയ്ത് അക്രമം ഉപേക്ഷിക്കുകയും ചെയ്യുക;

(ഞ) രാഷ്ട്രം യത്നത്തിന്റെയും ലക്ഷ്യപ്രാപ്തിയുടെയും ഉന്നതതലങ്ങളിലേക്ക് നിരന്തരം ഉയരത്തക്കവണ്ണം വ്യക്തിപരവും കൂട്ടായതുമായ പ്രവർത്തനത്തിന്റെ എല്ലാ മണ്ഡലങ്ങളിലും ഉൽക്കൃഷ്ടതയ്ക്കുവേണ്ടി അധ്വാനിക്കുക;

(ട) ആറിനും പതിനാലിനും ഇടയ്ക്ക് പ്രായമുള്ള തന്റെ കുട്ടിക്കോ തന്റെ സംരക്ഷണയിലുള്ള കുട്ടികൾക്കോ, അതതു സംഗതി പോലെ, മാതാപിതാക്കളോ രക്ഷാകർത്താവോ വിദ്യാഭ്യാസത്തിനുള്ള അവസരങ്ങൾ ഏർപ്പെടുത്തുക.

കുട്ടികളുടെ അവകാശങ്ങൾ

പ്രിയമുള്ള കുട്ടികളേ,

നിങ്ങൾക്കുള്ള അവകാശങ്ങളെന്തെല്ലാമെന്ന് അറിയേണ്ടതില്ലേ? അവകാശങ്ങളെക്കുറിച്ചുള്ള അറിവ് നിങ്ങളുടെ പങ്കാളിത്തം, സംരക്ഷണം, സാമൂഹികനീതി എന്നിവ ഉറപ്പാക്കാൻ പ്രേരണയും പ്രചോദനവും നൽകും. നിങ്ങളുടെ അവകാശങ്ങൾ സംരക്ഷിക്കാൻ ഇപ്പോൾ ഒരു കമ്മീഷൻ പ്രവർത്തിക്കുന്നുണ്ട്. കേരള സംസ്ഥാന ബാലാവകാശസംരക്ഷണ കമ്മീഷൻ എന്നാണ് അതിന്റെ പേര്. എന്തെല്ലാമാണ് നിങ്ങൾക്കുള്ള അവകാശങ്ങൾ എന്നു നോക്കാം.

- സംസാരത്തിനും ആശയപ്രകടനത്തിനുമുള്ള സ്വാതന്ത്ര്യം
- ജീവന്റെയും വ്യക്തിസ്വാതന്ത്ര്യത്തിന്റെയും സംരക്ഷണം
- അതിജീവനത്തിനും പൂർണ്ണവികാസത്തിനുമുള്ള അവകാശം
- ജാതി-മത-വർഗ-വർണ്ണ ചിന്തകൾക്കതീതമായി ബഹുമാനിക്കപ്പെടാനും അംഗീകരിക്കപ്പെടാനുമുള്ള അവകാശം
- മാനസികവും ശാരീരികവും ലൈംഗികവുമായ പീഡനങ്ങളിൽ നിന്നുള്ള സംരക്ഷണത്തിനും പരിചരണത്തിനുമുള്ള അവകാശം
- പങ്കാളിത്തത്തിനുള്ള അവകാശം
- ബാലവേലയിൽനിന്നും ആപൽക്കരമായ ജോലികളിൽനിന്നുമുള്ള മോചനം
- ശൈശവവിവാഹത്തിൽനിന്നുള്ള സംരക്ഷണം
- സ്വന്തം സംസ്കാരം അറിയുന്നതിനും അതനുസരിച്ച് ജീവിക്കുന്നതിനുമുള്ള സ്വാതന്ത്ര്യം
- അവഗണനകളിൽനിന്നുള്ള സംരക്ഷണം
- സൗജന്യവും നിർബന്ധിതവുമായ വിദ്യാഭ്യാസ അവകാശം
- കളിക്കാനും പഠിക്കാനുമുള്ള അവകാശം
- സ്നേഹവും സുരക്ഷയും നൽകുന്ന കുടുംബവും സമൂഹവും ലഭ്യമാകാനുള്ള അവകാശം

നിങ്ങളുടെ ചില ഉത്തരവാദിത്വങ്ങൾ

- സ്കൂൾ, പൊതുസംവിധാനങ്ങൾ എന്നിവ നശിപ്പിക്കാതെ സംരക്ഷിക്കുക.
- സ്കൂളിലും പഠനപ്രവർത്തനങ്ങളിലും കൃത്യനിഷ്ഠ പാലിക്കുക.
- സ്കൂൾ അധികാരികളെയും അധ്യാപകരെയും മാതാപിതാക്കളെയും സഹപാഠികളെയും ബഹുമാനിക്കുകയും അംഗീകരിക്കുകയും ചെയ്യുക.
- ജാതി-മത-വർഗ-വർണ്ണ ചിന്തകൾക്കതീതമായി മറ്റുള്ളവരെ ബഹുമാനിക്കാനും അംഗീകരിക്കാനും സന്നദ്ധരാവുക.

ബന്ധപ്പെടേണ്ട വിലാസം:

കേരള സംസ്ഥാന ബാലാവകാശസംരക്ഷണ കമ്മീഷൻ

ശ്രീ ഗണേഷ്, റ്റി.സി. 14/2036, വാൻറോസ് ജംങ്ഷൻ,
കേരള യൂണിവേഴ്സിറ്റി പി.ഒ, തിരുവനന്തപുരം – 34
ഫോൺ 0471 – 2326603
ഇ- മെയിൽ childrights.cpcr@kerala.gov.in, rte.cpcr@kerala.gov.in
വെബ്സൈറ്റ് : www.kescpcr.kerala.gov.in

ചൈൽഡ് ഹെൽപ്പ് ലൈൻ - 1098, ക്രൈം സ്റ്റോപ്പർ - 1090, നിർഭയ – 1800 425 1400
കേരള പൊലീസ് ഹെൽപ്പ് ലൈൻ - 0471 – 3243000/44000/45000